

# Unidad

# 11



Formas de contar y ordenar  
objetos

**En esta unidad aprenderás a**

- Elaborar un diagrama de árbol
- Encontrar todas las posibles formas de ordenar un grupo de objetos
- Determinar por conteo la cantidad de formas para seleccionar objetos
- Calcular probabilidades

## 1.1 Ordenamientos de objetos

### Analiza

En una carrera de costales participan Ana, Carlos, José y Marta. Si Ana llega en primer lugar, ¿cuáles son las diferentes maneras en el orden de llegada de los demás?

### Soluciona

Elaboro una tabla para organizar el orden de llegada:



Antonio

1.º	2.º	3.º	4.º
Ana	Carlos	José	Marta
Ana	Carlos	Marta	José
Ana	José	Carlos	Marta
Ana	José	Marta	Carlos
Ana	Marta	José	Carlos
Ana	Marta	Carlos	José

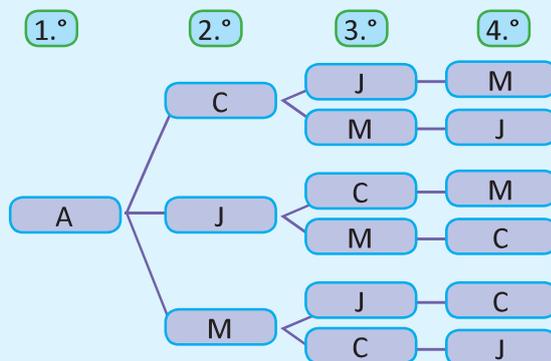
Contar ordenadamente permite eliminar las formas que estén repetidas y no omitir (del conteo) a alguna de ellas.



R: 6 formas en el orden de llegada.

### Comprende

Para contar todas las formas de ordenar objetos se puede utilizar una tabla, pero existe un método llamado **diagrama de árbol** que ayuda a tener menos errores al contar. El diagrama de árbol es la forma más rápida ya que se escriben menos palabras. Por ejemplo, la tabla de la solución anterior se puede representar con un diagrama de árbol así:



Es más fácil usar las iniciales.

A: Ana  
C: Carlos  
J: José  
M: Marta

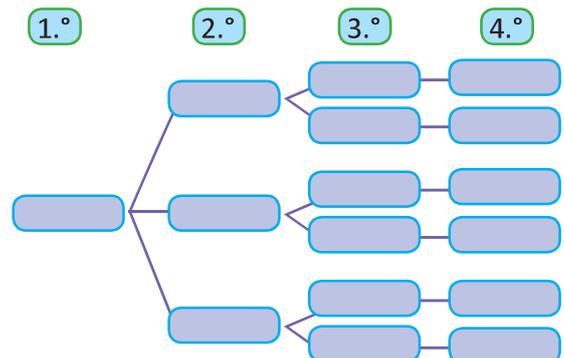


Observa que:

Cada línea del diagrama de árbol representa una forma de ordenar los elementos. Es decir, las 6 líneas del diagrama representan las 6 formas de ordenar la llegada de los niños a la meta.

### Resuelve

En una carrera de costales participan Antonio, Beatriz, Carolina y Daniel. Si Beatriz llega en primer lugar, ¿cuáles son las diferentes maneras en el orden de llegada de los demás? Completa el diagrama de árbol.



## 1.2 Elaboración de diagramas de árbol

### Analiza

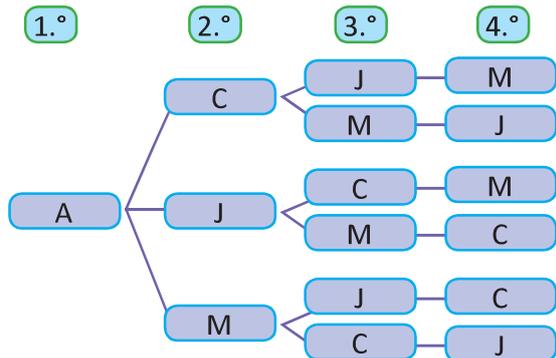
Si antes de la competencia de costales de la clase anterior, no se sabe quién llegará en primer lugar, ¿de cuántas formas los estudiantes pueden llegar a la meta?

Las “formas en que los estudiantes pueden llegar a la meta”, se debe entender como el orden en que llegan.

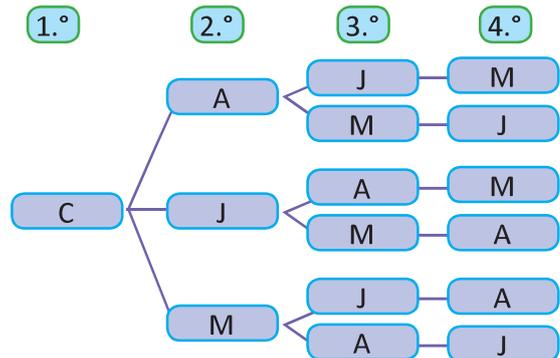


### Soluciona

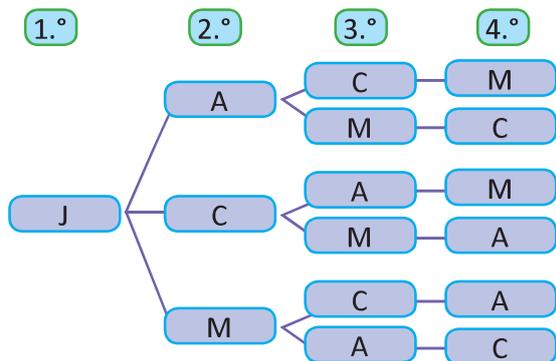
Dibujó los diagramas de árbol de todas las formas de llegar a la meta:



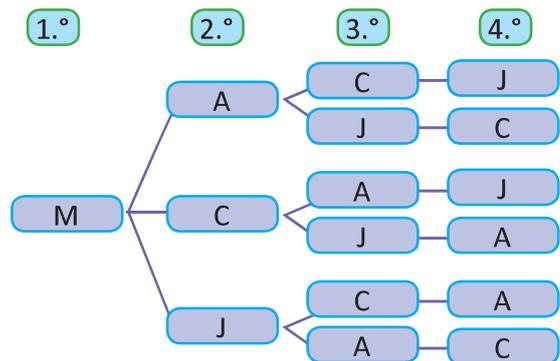
R: 6 formas.



R: 6 formas.



R: 6 formas.



R: 6 formas.

Como por cada estudiante resultan 6 formas y son 4 estudiantes, en total se tienen  $6 \times 4 = 24$  formas.  
R: 24 formas.

### Comprende

Se elabora el diagrama de árbol para conocer y contar todas las formas de ordenar los objetos en una situación.

### Resuelve

Para los siguientes ejercicios dibuja el diagrama de árbol y responde lo que se te pide:

- Con los números 1, 2 y 3, ¿cuántos números de tres cifras diferentes se pueden formar?
- En un estudio fotográfico desean retratar a tres mascotas; un perro, un gato y un conejo. Si se colocan en línea, ¿de cuántas formas se pueden ordenar los animales para la fotografía?

### 1.3 Aplicación del diagrama de árbol

#### Analiza

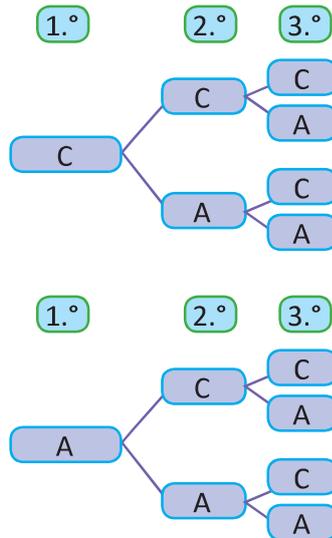
Si para el lanzamiento de una moneda tres veces se hiciera un listado de las formas en que podría caer, ¿cuántas formas tendría el listado?

Ejemplo de una forma en que cae la moneda en los lanzamientos es: cara, águila, cara.



#### Soluciona

Dibujó el diagrama de árbol completo y utilizó C si cae cara y A si cae águila:



R: 8 formas.

#### Comprende

Se puede utilizar el diagrama de árbol para resolver problemas que requieren contar la cantidad total de formas para ordenar objetos. Al total de formas se les llama **casos posibles**.

#### Resuelve

Con los siguientes números se formarán cantidades de cuatro cifras, sin repetir ninguna.



- Dibujá el diagrama de árbol cuando el primer número es 1.
- Encuentra todas las cantidades que se pueden formar.

El total de números que se pueden formar es equivalente a determinar todos los casos posibles en las formas de ordenar las cifras.



#### ★ Desafíate

Con los números de las tarjetas:



¿cuántos números de dos cifras (sin repetir ninguna) se pueden formar?

## 1.4 Combinaciones de objetos

### Analiza

Mario pintará la casa de su perro con tres colores de pintura: rojo, azul y verde; pero no le gustan esos colores, así que decide elegir dos para combinarlos y hacer un nuevo color.

Encuentra todas las formas de combinar dos de esos colores.

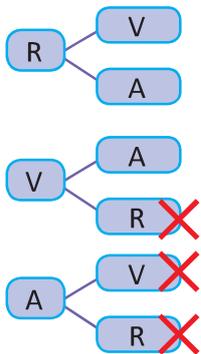


### Soluciona



Antonio

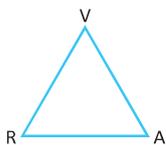
Utilizo el diagrama de árbol (R: rojo, V: verde, A: azul)



Como seleccionar rojo y verde es lo mismo que verde y rojo, elimino las opciones repetidas.

**R:** 3 formas de combinar colores diferentes.

Otra forma es trazando líneas que unan dos de las pinturas a combinar y luego contamos cuántas líneas se forman. A estas figuras se les llama **Grafos** y relaciona objetos dos a dos.



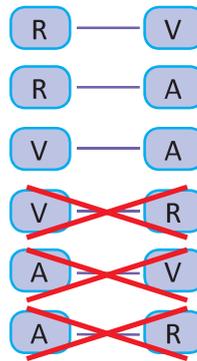
Elaborando una tabla de doble entrada. Las casillas centrales están vacías pues sería la mezcla del mismo color; además en la parte inferior y superior de la diagonal se repiten las combinaciones, por lo que solo se toma en cuenta la parte superior.

	R	V	A
R		✓	✓
V	×		✓
A	×	×	

Elaboro una lista para seleccionar las pinturas y elimino las mezclas que se repiten:



Ana



**R:** 3 formas de combinar colores diferentes.

### Comprende

Para contar todas las formas de combinar objetos, se puede usar el diagrama de árbol, pero se deben eliminar algunas formas en la solución porque se consideran repetidas; en la combinación de objetos el orden de ellos no importa. Al total de formas diferentes de combinar los objetos también se les llama **casos posibles**.

### Resuelve

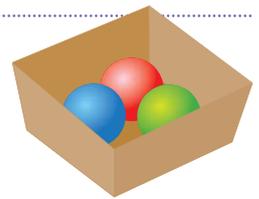
1. Para vacaciones, Mario desea visitar a sus abuelos, su tía y su hermano, pero sus padres le dicen que solo puede hacer dos de las visitas. ¿De cuántas formas puede combinar los lugares a visitar?
2. En una tienda se venden bombones de fresa, uva, naranja y sandía. Si se compran solo dos bombones, ¿cuántas formas de combinar los sabores hay para elegir?

## 1.5 Situación de extracción de objetos

### Analiza

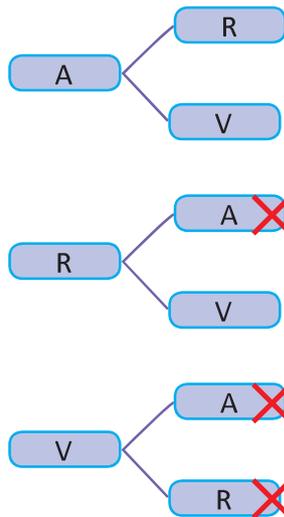
En una caja hay 3 bolitas, 1 azul, 1 roja y 1 verde. Se sacarán 2 bolitas de una sola vez.

- ¿Cuántos casos posibles se pueden dar al extraer las bolitas?
- ¿En cuántos casos una de las bolitas es verde?



### Soluciona

Puedo utilizar el diagrama de árbol para determinar los casos posibles:



En la extracción de las dos bolitas de una sola vez, no importa el orden. Es la misma acción sacar una bolita verde y una roja, que una roja y una verde.



- Los casos posibles son: AR, AV y RV.  
R: 3 casos posibles.

- Los casos en los que una de las bolitas es verde son AV y RV.  
R: 2 casos.

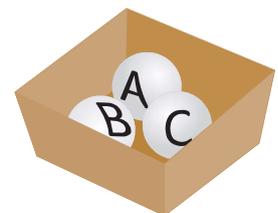
### Comprende

De los casos posibles se pueden tomar algunos de ellos que cumplan una condición; a estos se les llamará **casos que cumplen la condición**.

### Resuelve

En una caja hay 3 bolitas blancas, cada una está identificada con una letra. Las letras con las que se identifican las bolitas son A, B y C. Se sacarán 2 bolitas de una sola vez.

- ¿Cuántos casos posibles se pueden dar al extraer las bolitas?
- ¿Cuántos casos cumplen la condición de tener la bolita con la letra B?
- ¿Cuántos casos cumplen la condición de tener la bolita con la letra C?



## 2.1 Probabilidad

### Analiza

Se lanzará una moneda una vez:

- ¿Cuáles son los casos posibles para el resultado?
- ¿Cuántos casos cumplen la condición de ser águila?
- Expresa con un número la posibilidad de que caiga águila.



### Soluciona

- Los casos posibles para el resultado son 2, que corresponden a cara y águila.  
R: 2 casos posibles.



- Como debe resultar águila, dentro de los casos posibles solo hay 1 caso.  
R: 1 caso que cumple la condición.

- Como es 1 de los 2 casos posibles entonces lo expreso como  $\frac{1}{2}$ .  
R:  $\frac{1}{2}$

### Comprende

El número que expresa la posibilidad de que ocurran los casos, cumpliendo una condición se le llama **probabilidad**. Para calcular la probabilidad se efectúa lo siguiente:

- Se encuentra el número de los casos posibles.
- Se encuentra el número de los casos que cumplen con la condición.
- Se aplica la fórmula de la probabilidad:

$$\text{probabilidad} = \frac{\text{casos que cumplen la condición}}{\text{casos posibles}}$$

### Resuelve

- En una bolsa oscura se tienen pelotas de tres colores: azul, verde y rojo. Al extraer una:
  - ¿Cuántos casos posibles hay al realizar la extracción?
  - ¿En cuántos casos se cumple que en la extracción se obtiene una pelota azul?
  - Utiliza la fórmula para calcular la probabilidad de extraer una pelota azul.
- Si se agrega otra pelota azul a la situación de 1.:
  - ¿Cuántos casos posibles hay al realizar la extracción?
  - ¿En cuántos casos se cumple que en la extracción se obtiene una pelota azul?
  - Utiliza la fórmula para calcular la probabilidad de extraer una pelota azul.

Para calcular la probabilidad considera que las dos pelotas azules son distinguibles (es decir, se diferencian una de la otra).



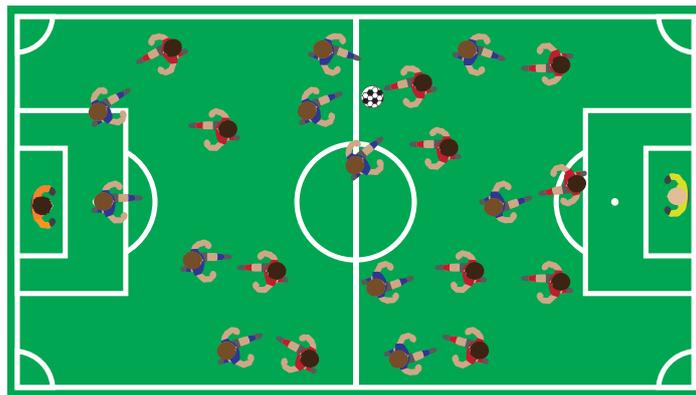
## 2.2 Practica lo aprendido

1. Antonio pronto tendrá una hermanita y a sus padres les gustan cuatro nombres: Azucena, Blanca, Celina y Diana, de los cuales deben elegir dos para nombrar a la niña.
  - a. Dibuja el diagrama de árbol con todas las opciones de los nombres que pueden elegir.
  - b. ¿Cuántos son los casos posibles?
  - c. Sin dibujar todos los diagramas de árbol, ¿cómo se puede conocer la cantidad de casos posibles?

Observa que Blanca Azucena y Azucena Blanca son nombres diferentes.



2. Una escuela tiene tres equipos de fútbol: Escarlatas, Fantásticos y Guerreros. Si juegan todos contra todos, ¿cuántos partidos se jugarán en total? Utiliza cualquiera de los métodos aprendidos en clase y no olvides descartar aquellas formas que se repiten.



### ★Desafíate

Se lanza un dado una vez:

- a. ¿Cuántos casos posibles hay?
- b. ¿Cuántos casos cumplen la condición de ser 6?
- c. Utiliza la fórmula para calcular la probabilidad de obtener un 6.
- d. ¿Cuántos casos cumplen la condición de ser impar?
- e. Utiliza la fórmula para calcular la probabilidad de obtener un número impar.

