



# Unidad 10

**Traslaciones, simetrías y rotaciones**

## **En esta unidad aprenderás a**

- Trasladar una figura
- Determinar si una figura es simétrica respecto a una recta
- Determinar si una figura es simétrica respecto a un punto
- Construir figuras simétricas
- Caracterizar las figuras planas y polígonos regulares según el tipo de simetría que poseen

## 1.1 Traslación de figuras

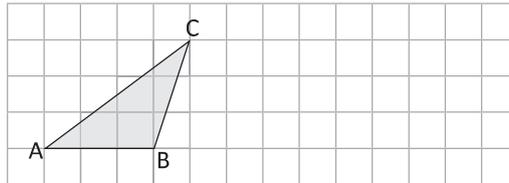
### Comprende

La **traslación** es un movimiento que consiste en desplazar todos los puntos de una figura a una misma distancia, de manera que la figura resultante tenga la misma forma y orientación que la original.

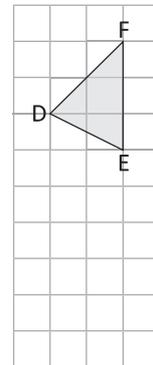
### Resuelve

Realiza lo siguiente:

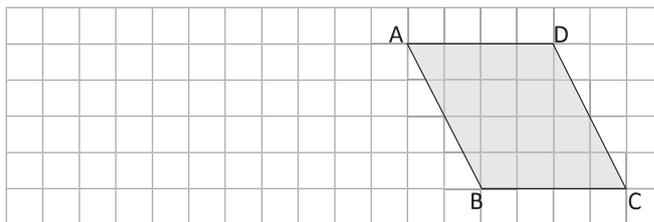
- a. Traslada el triángulo de vértices A, B y C, 8 espacios en forma horizontal hacia la derecha.



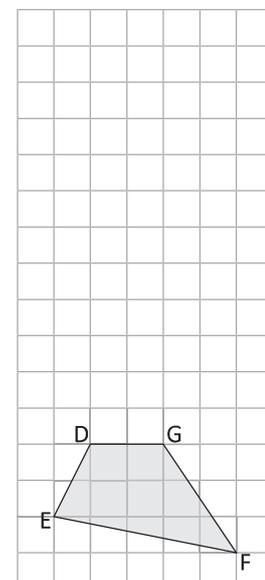
- b. Traslada el triángulo de vértices D, E y F, 5 espacios en forma vertical hacia abajo.



- c. Traslada el cuadrilátero de vértices A, B, C y D, 10 espacios en forma horizontal hacia la izquierda.



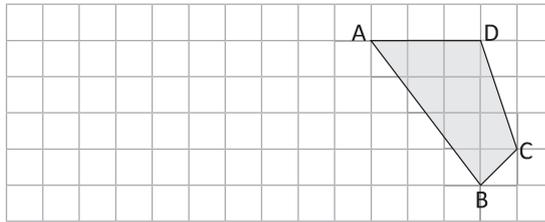
- d. Traslada el cuadrilátero de vértices D, E, F y G, 11 espacios en forma vertical hacia arriba.



## 1.2 Combinación de traslaciones

### Recuerda

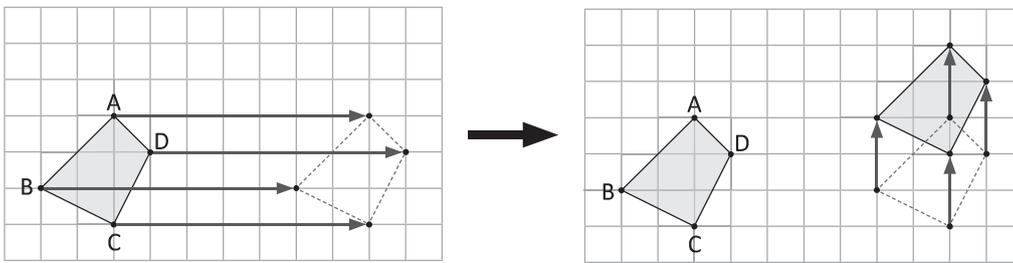
Traslada el cuadrilátero 9 espacios en forma horizontal hacia la izquierda.



### Comprende

Se pueden realizar combinaciones de dos o más traslaciones horizontales y verticales; la figura resultante siempre mantiene la misma forma y orientación que la figura original.

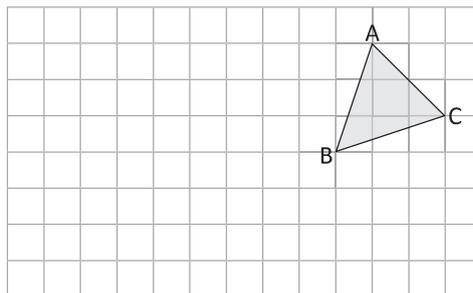
Por ejemplo, para trasladar el cuadrilátero 7 espacios en forma horizontal hacia la derecha y 2 espacios en forma vertical hacia arriba, se realiza primero la traslación en forma horizontal y luego la vertical:



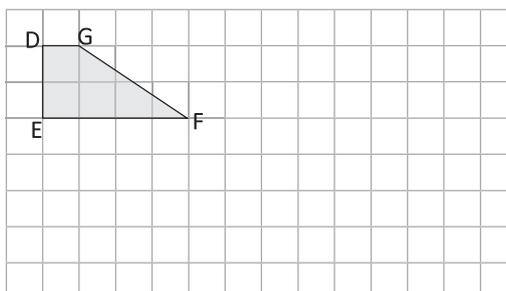
### Resuelve

Realiza las siguientes combinaciones de traslaciones:

- a. Traslada el triángulo 8 espacios en forma horizontal hacia la izquierda y 3 espacios en forma vertical hacia abajo.



- b. Traslada el cuadrilátero 8 espacios en forma horizontal hacia la derecha y 4 espacios en forma vertical hacia abajo.



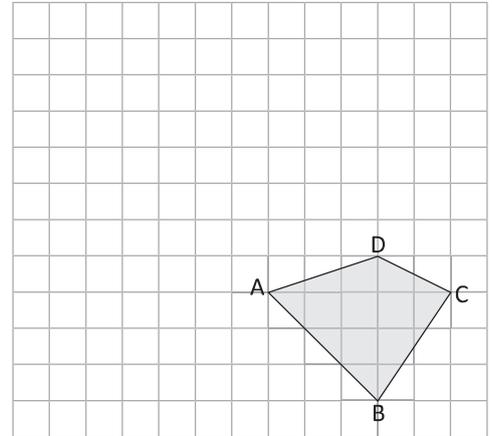
Firma de un familiar: \_\_\_\_\_

## 1.3 Figuras simétricas respecto a un eje

### Recuerda

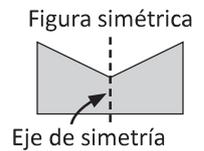
Realiza lo siguiente:

- Traslada el cuadrilátero 6 espacios en forma horizontal hacia la izquierda y 6 espacios en forma vertical hacia arriba.
- Si realizas primero la traslación vertical, y luego la horizontal, ¿obtendrás el mismo resultado que en el literal anterior?



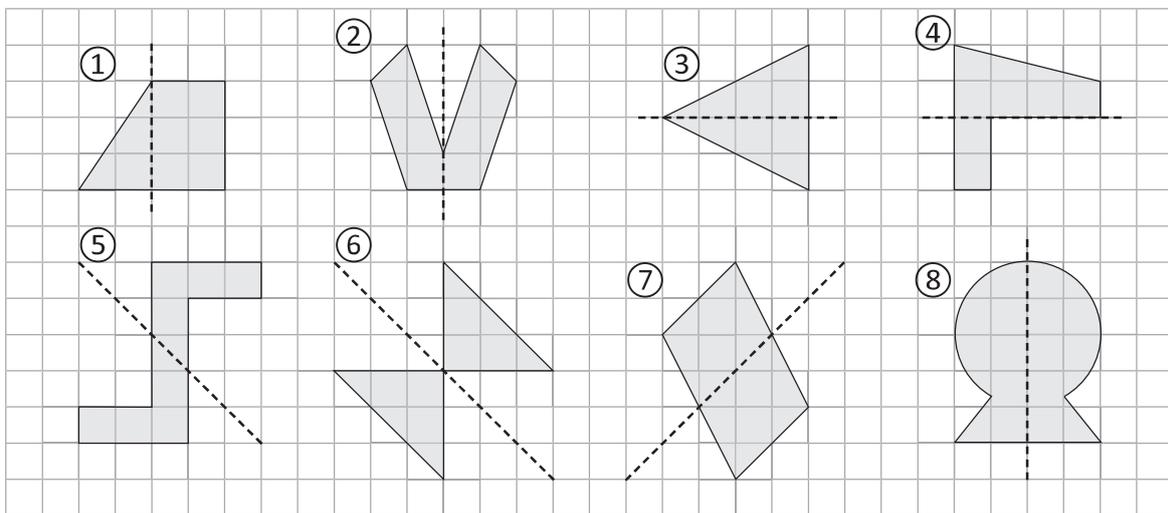
### Comprende

Una **figura simétrica con respecto a un eje** (o simplemente **figura simétrica**) es aquella que puede doblarse por una línea recta de tal forma que se sobrepongan dos partes iguales. Esta línea recta recibe el nombre de **eje de simetría**.



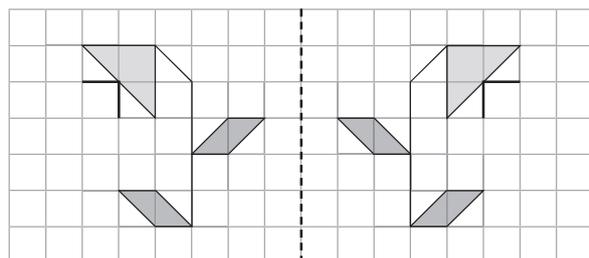
### Resuelve

Determina cuál de las siguientes figuras son simétricas con respecto a la línea recta indicada en cada caso:



### ★Desafiate

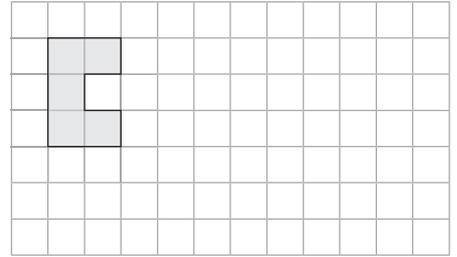
Si doblas la página de acuerdo al eje indicado, ¿se sobrepondrán las dos figuras?



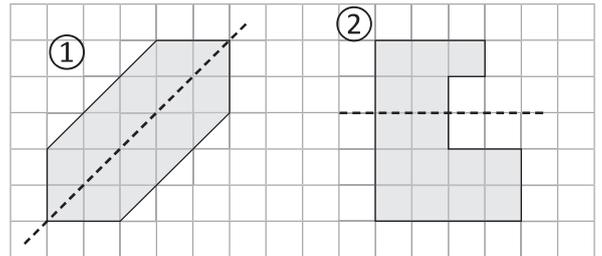
## 1.4 Vértices, lados y ángulos correspondientes

### Recuerda

- Traslada la figura 2 espacios en forma vertical hacia abajo y 7 en forma horizontal hacia la derecha.



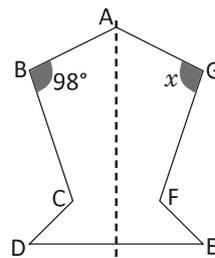
- Determina cuál de las siguientes figuras son simétricas con respecto a la línea recta indicada en cada caso.



### Comprende

Al doblar una figura simétrica por su eje:

- Los vértices que se sobreponen se llaman **vértices correspondientes**.
- Los lados que se sobreponen se llaman **lados correspondientes**.
- Los ángulos que se sobreponen se llaman **ángulos correspondientes**.
- Los lados correspondientes tienen la misma longitud y los ángulos correspondientes tienen la misma medida.



G es el vértice correspondiente al vértice B, CD es el lado correspondiente al lado FE.

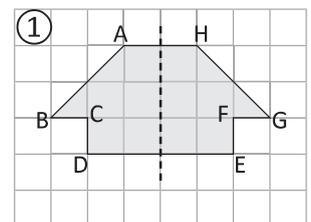


### Resuelve

- Observa la figura ① (es simétrica) y encuentra lo siguiente:

a. Los vértices correspondientes a A, C y E.

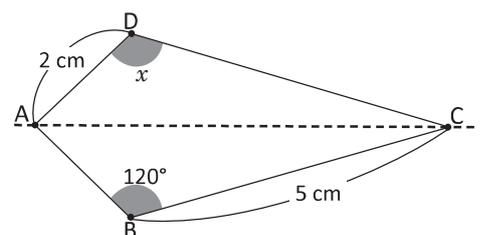
b. Los lados correspondientes a AB y FG.



- El cuadrilátero de vértices A, B, C y D es una figura simétrica con respecto a la línea punteada.

a. ¿Cuáles son las longitudes de los lados AB y CD?

b. ¿Cuál es la medida del ángulo  $x$ ?

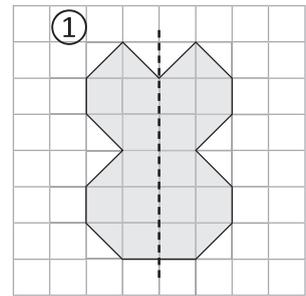


Firma de un familiar: \_\_\_\_\_

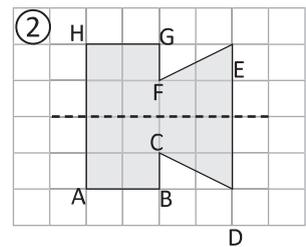
## 1.5 Características de las figuras simétricas

### Recuerda

1. Observa la figura ① y responde: ¿es una figura simétrica con respecto a la línea punteada?



2. La figura ② es simétrica con respecto a la línea punteada.  
a. ¿Cuáles son los vértices correspondientes a B, C, E y H?



b. ¿Cuáles son los lados correspondientes a AB y EF?

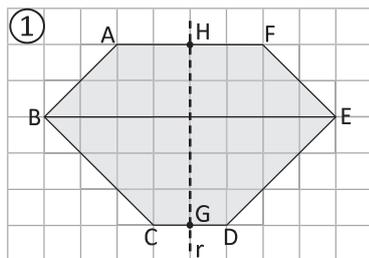
### Comprende

En una figura simétrica:

- La línea que conecta dos vértices correspondientes, corta el eje de simetría perpendicularmente.
- La longitud desde esta intersección a los dos vértices correspondientes es la misma.

### Resuelve

1. La figura ① es simétrica con respecto al eje  $r$ . Analiza y contesta:

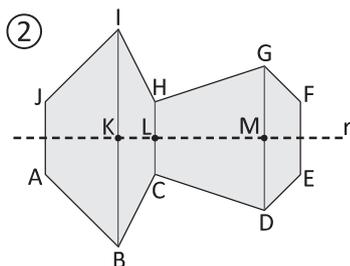


a. ¿Cómo se intersecan el eje de simetría y el segmento BE?

b. ¿Qué segmento tiene la misma longitud que AH?

c. ¿Es la longitud del segmento CG igual a la de DG?, ¿por qué?

2. La figura ② es simétrica con respecto al eje  $r$ .



a. ¿Qué lados de la figura son perpendiculares al eje de simetría?, ¿por qué?

b. Completa lo siguiente:

La longitud del segmento BK es igual a la del segmento: \_\_\_\_\_

La longitud del segmento LH es igual a la del segmento: \_\_\_\_\_

La longitud del segmento DM es igual a la del segmento: \_\_\_\_\_

## 1.6 Construcción de figuras simétricas

### Recuerda

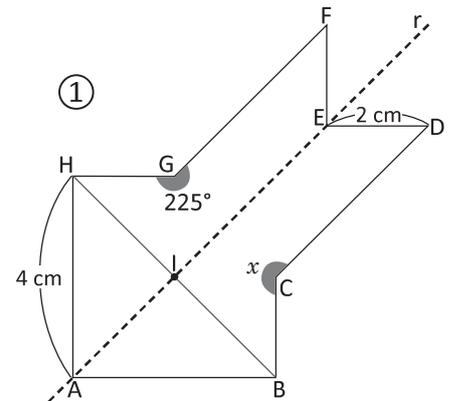
La figura ① es simétrica con respecto al eje  $r$ .

a. ¿Cuál es la longitud del lado  $AB$ ?

b. ¿Cuál es la longitud del lado  $EF$ ?

c. ¿Cuál es la medida del ángulo  $x$ ?

d. ¿Qué segmento tiene la misma longitud que  $BI$ ?, ¿por qué?



### Comprende

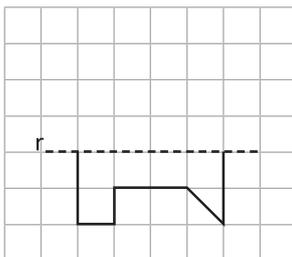
Para construir una figura simétrica dada una parte de ella y un eje de simetría:

- ① Se trazan líneas perpendiculares al eje de simetría que pasen por los vértices.
- ② Se ubican los vértices correspondientes sobre las perpendiculares y del lado opuesto del vértice, manteniendo la misma distancia al eje de simetría.
- ③ Se trazan los lados correspondientes uniendo los vértices en el orden que están en el original.

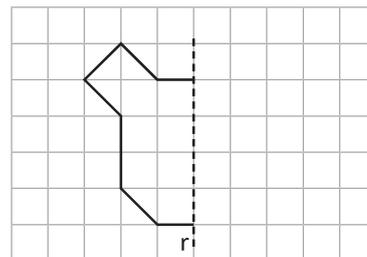
### Resuelve

Completa la figura para que sea simétrica respecto al eje  $r$ :

a.

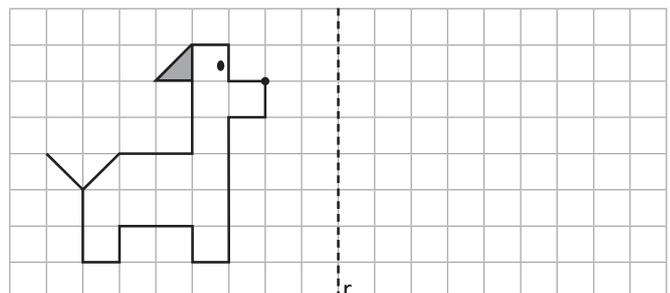


b.



### ★Desafiate

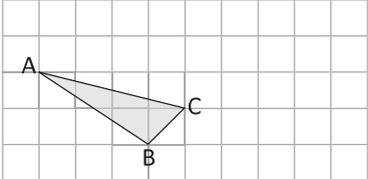
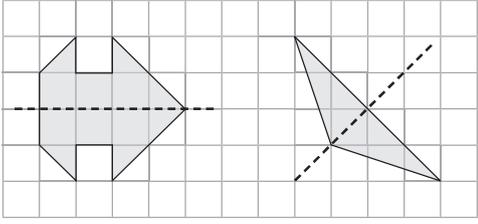
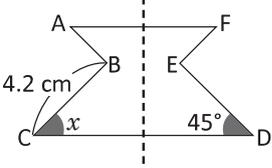
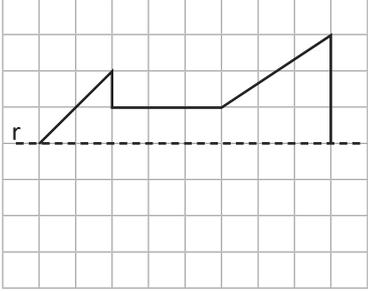
Dibuja otro perrito que tenga las mismas dimensiones al mostrado en la figura, de tal forma que al doblar la página por el eje  $r$ , ambos perritos se superpongan.



Firma de un familiar: \_\_\_\_\_

## 1.7 Autoevaluación de lo aprendido

Resuelve y marca con una "x" la casilla que consideres adecuada, de acuerdo a lo que aprendiste. Sé consciente con lo que respondas.

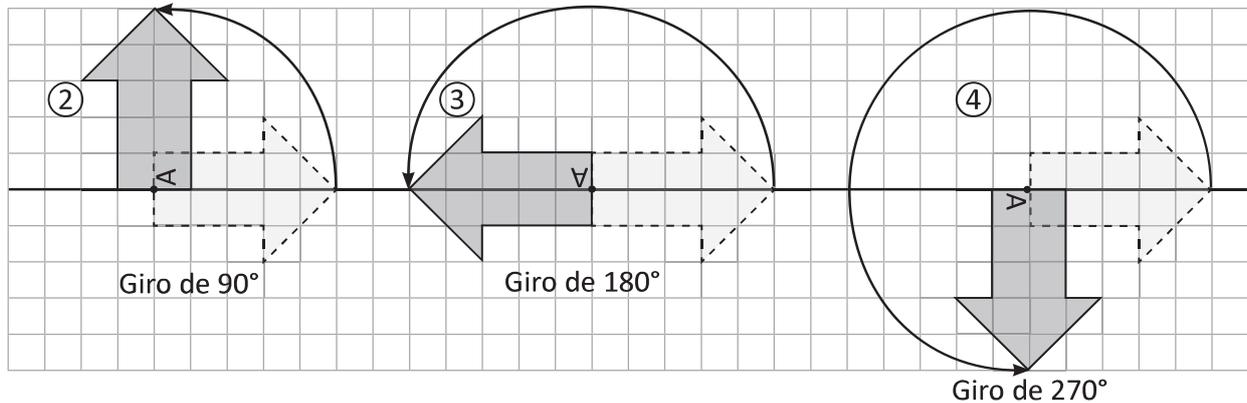
Ítem	Sí	Podría mejorar	No	Comentario
<p>1. Realizo traslaciones de figuras. Por ejemplo la siguiente: Trasladar el triángulo 4 espacios de forma horizontal hacia la izquierda y 1 de forma vertical hacia arriba.</p> 				
<p>2. Identifico si una figura es simétrica con respecto a un eje dado. Por ejemplo, si las siguientes figuras son simétricas respecto al eje mostrado:</p> 				
<p>3. Identifico vértices, lados y ángulos correspondientes; y calculo longitudes y medidas de lados y ángulos en figuras simétricas. Por ejemplo, en la siguiente figura simétrica, los vértices correspondientes a A y D, la longitud del lado DE y la medida del ángulo <math>x</math>:</p> 				
<p>4. Construyo figuras simétricas a partir de un eje y una parte de la figura. Por ejemplo, en el siguiente caso:</p> 				

## 2.1 Rotación

### Comprende

La **rotación** es un movimiento que consiste en girar todos los puntos de una figura alrededor de un punto fijo llamado **centro de rotación**, y con un determinado ángulo llamado **ángulo de rotación**.

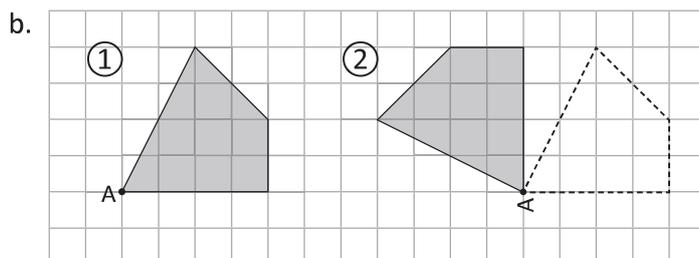
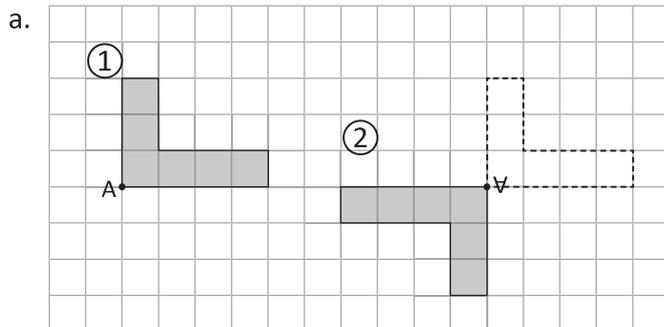
Por ejemplo, la flecha punteada rota respecto al punto fijo A (centro de rotación): en ② ha rotado  $90^\circ$ , en ③ ha rotado  $180^\circ$  y en ④ rota  $270^\circ$ ; todos los ángulos de rotación son en sentido antihorario.



El ángulo de rotación puede medirse en sentido horario o antihorario. Una rotación de  $180^\circ$  equivale a girar la figura media vuelta alrededor del centro de rotación y una rotación de  $360^\circ$  equivale a una vuelta completa, es decir, la figura vuelve a la posición original.

### Resuelve

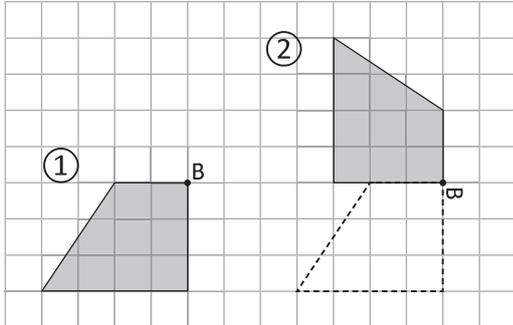
En cada literal, la figura ① se ha rotado en sentido antihorario para obtener la figura ②, con centro de rotación el punto A. Encuentra la medida del ángulo de rotación en cada caso:



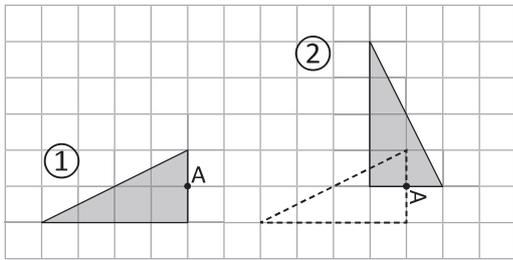
## 2.2 Simetría puntual

### Recuerda

1. La figura ① se ha rotado en sentido antihorario para obtener la figura ②. Si el centro de rotación fue el punto B, ¿cuál fue la medida del ángulo de rotación?



2. La figura ① se rotó un ángulo menor a  $180^\circ$  para obtener la figura ②, y el centro de rotación fue el punto A.



a. ¿El sentido de la rotación fue horario o antihorario?

b. ¿Cuál fue la medida del ángulo de rotación?

### Comprende

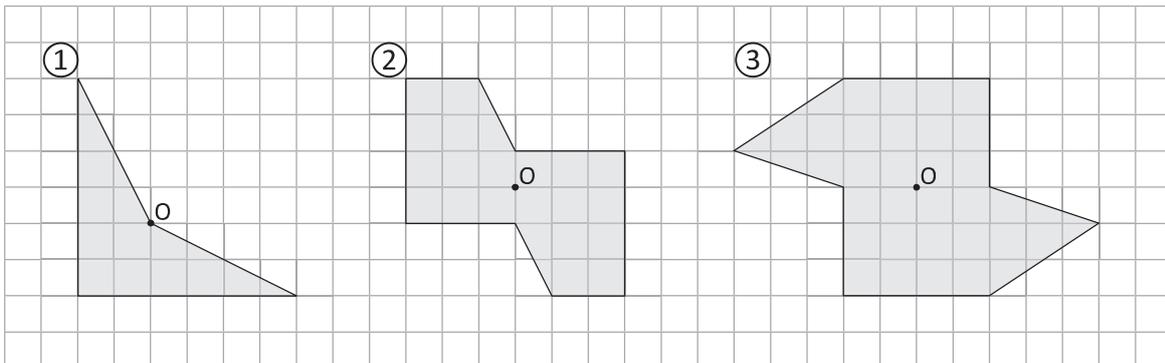
Cuando al rotar una figura  $180^\circ$  alrededor de un punto esta se sobrepone exactamente sobre la figura original, se dice que la figura posee **simetría puntual**. El punto fijo sobre el cual se gira se llama **centro de simetría**.

En el caso de las figuras simétricas, la figura se sobrepone al doblar por una línea recta. Para las figuras con simetría puntual, estas se sobrepone al rotar  $180^\circ$  respecto a un punto.



### Resuelve

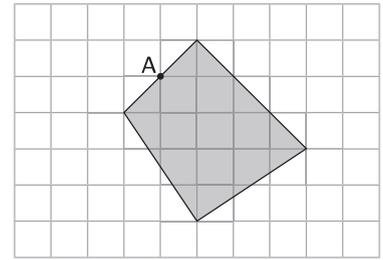
En cada caso, determina si la figura posee simetría puntual con respecto al punto O:



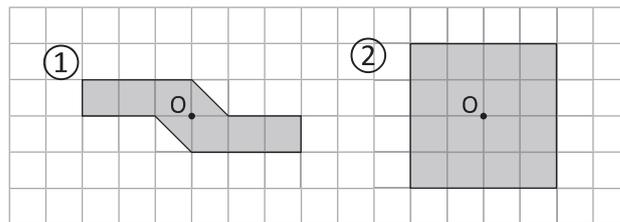
## 2.3 Vértices, lados y ángulos correspondientes

### Recuerda

- ¿Cuál debe ser la medida del ángulo de rotación para que, al girar el cuadrilátero respecto al punto A, la figura resultante quede en la misma posición que la original?



- En cada caso, determina si la figura posee simetría puntual con respecto al punto O:

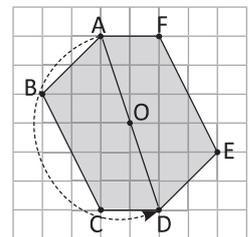


### Comprende

En una figura con simetría puntual:

- Los vértices que se superponen al aplicar la simetría puntual (rotación de  $180^\circ$ ) se llaman vértices correspondientes.
- Los lados y ángulos que se superponen al aplicar la simetría puntual se denominan lados correspondientes y ángulos correspondientes, respectivamente.

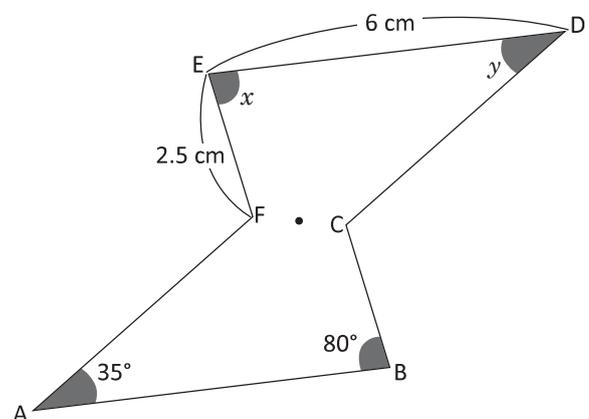
Por ejemplo, la figura de la derecha posee simetría puntual respecto al punto O. El vértice correspondiente al vértice A es D y DE es el lado correspondiente a AB.



### Resuelve

La figura posee simetría puntual respecto al punto O. Encuentra lo siguiente:

- Los vértices correspondientes a A, B y C:
- Los lados correspondientes a AB y BC:
- Las longitudes de los lados AB y BC:
- La medida de los ángulos  $x$  y  $y$ :

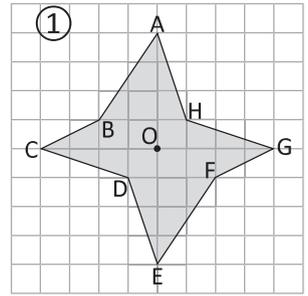


Firma de un familiar: \_\_\_\_\_

## 2.4 Características de figuras con simetría puntual

### Recuerda

1. Observa la figura ① y responde: ¿posee simetría puntual respecto al punto O?, ¿por qué?

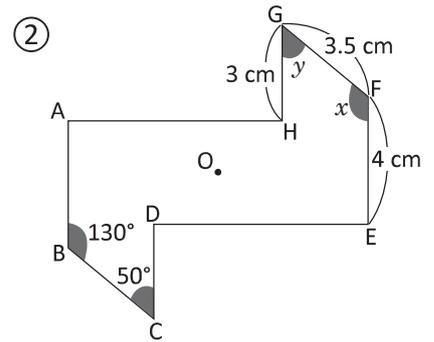


2. La figura ② posee simetría puntual respecto al punto O. Encuentra lo siguiente:

- a. Los vértices correspondientes a A, B, C y D:

- b. La longitud de los lados AB, BC y CD:

- c. La medida de los ángulos  $x$  y  $y$ :



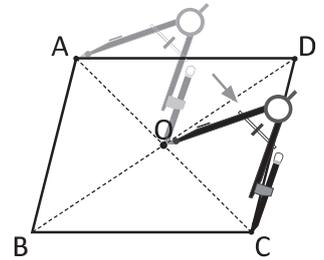
### Comprende

En una figura con simetría puntual, se cumple lo siguiente:

- El segmento que une dos puntos correspondientes pasa por el centro de simetría.
- La longitud desde el centro de simetría hasta los dos puntos correspondientes es la misma.

Por ejemplo, el paralelogramo de vértices A, B, C y D posee simetría puntual respecto al punto O, C es el vértice correspondiente a A, y D es el correspondiente a B. Se observa lo siguiente:

- Los segmentos AC y BD pasan por el punto O.
- La longitud del segmento AO es igual a la de OC.
- La longitud del segmento BO es igual a la de OD.

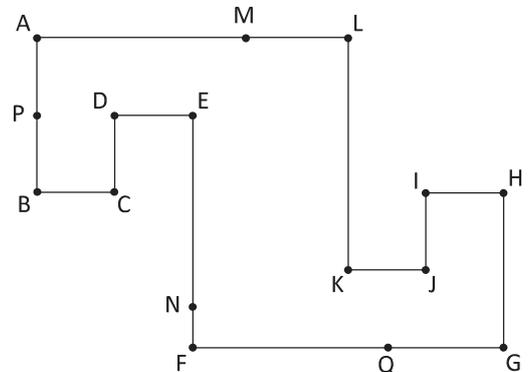


### Resuelve

La figura posee simetría puntual. Encuentra lo siguiente:

- a. El centro de simetría. ¿Cómo lo encontraste?

- b. Los puntos correspondientes a los puntos M, N, P y Q.



## 2.5 Construcción de figuras con simetría puntual

### Recuerda

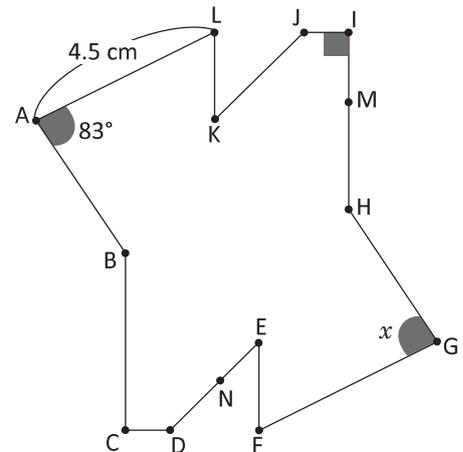
La siguiente figura posee simetría puntual. Encuentra lo siguiente:

a. El centro de simetría. ¿Cómo lo encontraste?

b. Los puntos correspondientes a M y N.

c. La longitud del lado FG.

d. La medida del ángulo  $x$ .



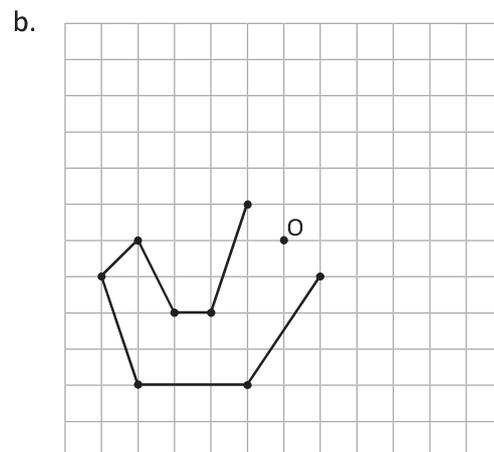
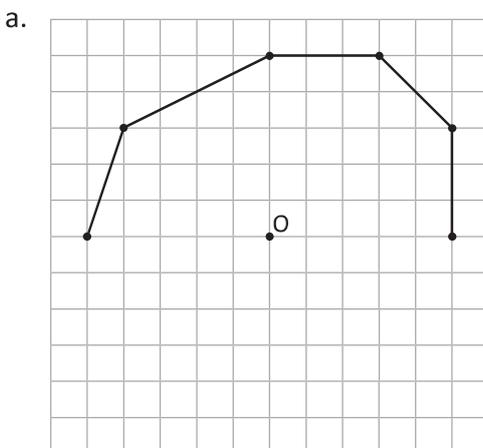
### Comprende

Para construir una figura que tenga simetría puntual, dada una parte de la figura y el centro de simetría:

- ① Para cada vértice, se traza un segmento que pase por el vértice y por el centro de simetría.
- ② Se ubican los vértices correspondientes sobre el segmento y del lado opuesto del vértice, manteniendo la misma distancia al centro de simetría.
- ③ Se trazan los lados correspondientes uniendo los vértices en el orden que están en el original.

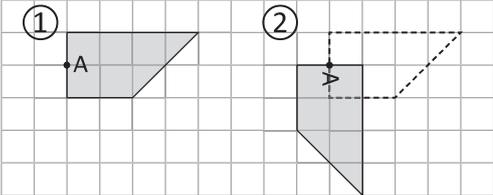
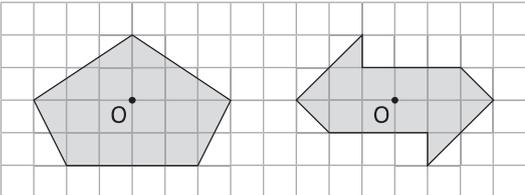
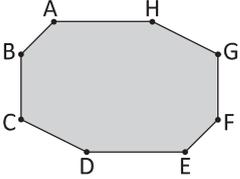
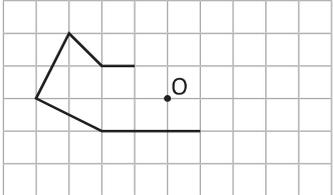
### Resuelve

Completa cada figura para que tengan simetría puntual, con centro de simetría el punto O:



## 2.6 Autoevaluación de lo aprendido

Resuelve y marca con una "x" la casilla que consideres adecuada, de acuerdo a lo que aprendiste. Sé consciente con lo que respondas.

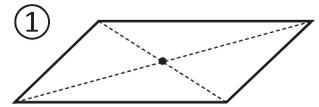
Ítem	Sí	Podría mejorar	No	Comentario
<p>1. Encuentro la medida y el sentido del ángulo de rotación de una figura, dado el centro de rotación. Por ejemplo, en el siguiente caso donde la figura ① se ha rotado para obtener la figura ②, y el centro de rotación fue el punto A:</p> 				
<p>2. Identifico si una figura posee simetría puntual con respecto a un punto. Por ejemplo, en las siguientes figuras respecto al punto O en cada caso:</p> 				
<p>3. Encuentro el centro de simetría de una figura con simetría puntual, e identifico vértices, lados y ángulos correspondientes. Por ejemplo, en el siguiente caso:</p> 				
<p>4. Construyo figuras con simetría puntual a partir de un punto y una parte de la figura. Por ejemplo, en el siguiente caso:</p> 				

### 3.1 Simetría de figuras planas

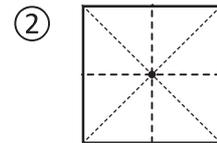
#### Comprende

Una figura plana puede ser simétrica (con uno o más ejes de simetría), poseer simetría puntual o no tener algún tipo de simetría.

Por ejemplo, el paralelogramo de la figura ① no es una figura simétrica, pero posee simetría puntual, el centro de simetría se encuentra en la intersección de las diagonales.



Mientras que el cuadrado de la figura ② es una figura simétrica, y pueden encontrarse 4 ejes de simetría. También posee simetría puntual, el centro de simetría se encuentra en la intersección de las diagonales.



#### Resuelve

1. Observa las figuras ① y ②, y responde:

a. ¿Son figuras simétricas? De serlo, dibuja todos los ejes de simetría.

b. ¿Poseen ambas simetría puntual? De ser así, encuentra el centro de simetría.

c. Completa la tabla, marcando con un cheque (✓) si la figura posee ese tipo de simetría y con una equis (✗) si no la posee. Además, escribe el número de ejes de simetría.

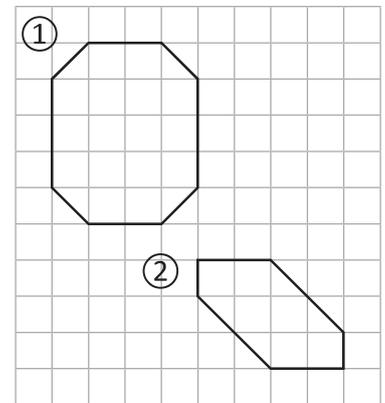


Figura	Figura simétrica	Número de ejes simetría	Simetría puntual
①			
②			

2. Con la figura ③ realiza lo siguiente:

a. Determina si es una figura simétrica. En caso de serlo, dibuja todos los ejes de simetría.

b. Determina si posee simetría puntual. De ser así, encuentra el centro de simetría.

c. Completa la tabla, marcando con un cheque (✓) si la figura posee ese tipo de simetría y con una equis (✗) si no la posee.

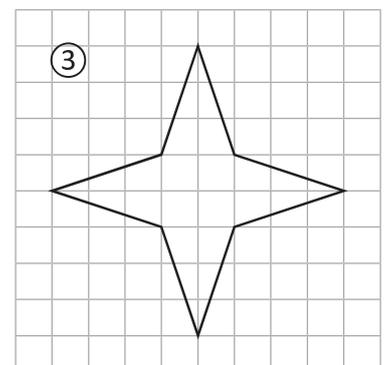


Figura simétrica	Número de ejes simetría	Simetría puntual

Firma de un familiar: \_\_\_\_\_

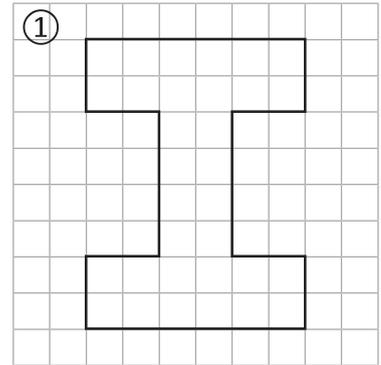
## 3.2 Simetría de polígonos regulares

### Recuerda

1. Observa la figura ① y responde:

a. ¿Es una figura simétrica? En caso de serlo, dibuja todos los ejes de simetría.

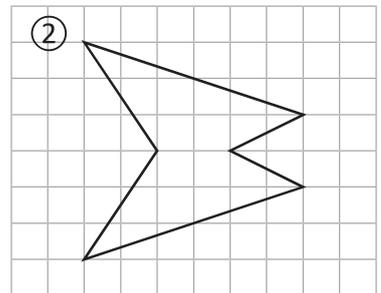
b. ¿Posee simetría puntual? Si es así, encuentra el centro de simetría.



2. Observa la figura ② y responde:

a. ¿Es una figura simétrica? En caso de serlo, dibuja todos los ejes de simetría.

b. ¿Posee simetría puntual? Si es así, encuentra el centro de simetría.

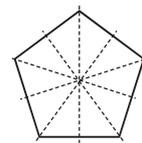


### Comprende

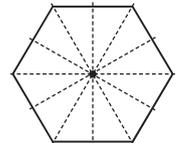
En general:

- Todos los polígonos regulares son figuras simétricas, y la cantidad de ejes de simetría es igual al número de lados del polígono.
- Si el número de lados del polígono regular es par, entonces la figura tiene simetría puntual.

Por ejemplo, un pentágono regular (5 lados) es una figura simétrica con 5 ejes de simetría. Mientras que un hexágono regular (6 lados) es una figura simétrica con 6 ejes de simetría; además, posee simetría puntual.



Pentágono regular

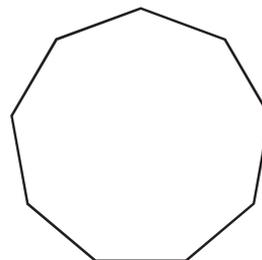


Hexágono regular

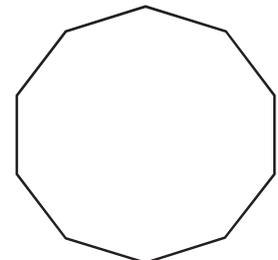
### Resuelve

Responde las siguientes preguntas sobre el eneágono (9 lados) y el decágono regular (10 lados).

a. ¿Son ambas figuras simétricas? En caso de serlo, ¿cuántos ejes de simetría tiene cada una?



Eneágono regular



Decágono regular

b. ¿Poseen ambas simetría rotacional?

## Problemas de aplicación

Las **teselaciones** son diseños elaborados con figuras geométricas para cubrir una superficie plana. Es común que se utilicen para decorar el interior o exterior de una casa o un edificio. Las teselaciones se crean a partir de los movimientos estudiados en esta unidad: traslaciones, simetrías (respecto a un eje o un punto) y rotaciones.

Los pasos para dibujar un **teselado** o **mosaico** en una página son:

1. Definir y recortar la figura con la que se elaborará el teselado, teniendo el cuidado que esta logre cubrir completamente la página sin dejar huecos.

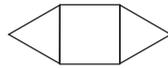
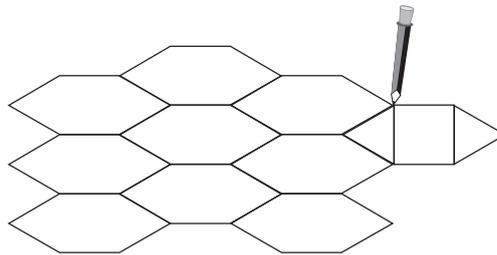


Figura elaborada con un cuadrado y dos triángulos equiláteros

2. Cubrir la página con la figura realizando cualquiera de los movimientos (traslación, simetría o rotación) y calcándola en cada caso.



3. Colorear la figura como se desee.

Elabora un teselado en el espacio del recuadro utilizando la siguiente figura:

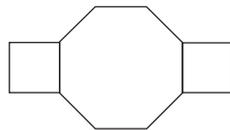


Figura elaborada con un octógono regular y dos cuadrados.

Dibuja aquí tu teselado:

Firma de un familiar: \_\_\_\_\_