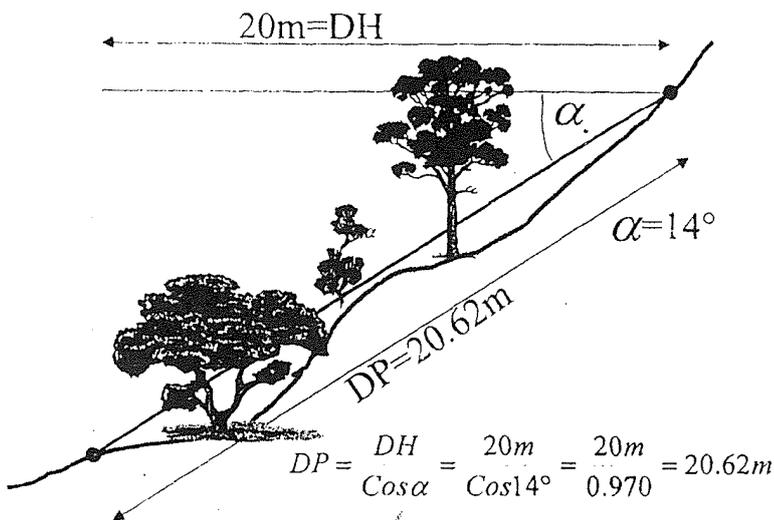


- Definir la DH requerida entre estacas, por ejemplo 20 metros.
- A medida que el asistente avanza y se acerca a los 20 m, el medidor (agrimensor), mide el ángulo de pendiente en % observando a través del Suunto al asistente, a una altura igual a la distancia entre los pies y los ojos del Agrimensor.
- Buscar el coseno del % de ángulo en la tabla de cosenos y divide 20 (la DH) entre ese número. El resultado es la distancia de pendiente (DP) que necesita recorrer para alcanzar los 20 m de DH.
- Dejar que avance el asistente hasta alcanzar la distancia de pendiente calculada.

Figura 4-4. Medición de distancia en pendiente.



DP = Distancia de Pendiente;
DH = Distancia Horizontal

En este caso el ángulo de 14° , corresponde a una pendiente de 25%, se calcula directamente sacando tangente de 14° , como indicado en la figura 4-4. Si obtiene el valor en porcentaje, refiérase a la tabla en anexo 1, donde aparecen los valores del coseno del porcentaje de pendiente.

Por ejemplo si la Distancia Horizontal deseada es 20 metros y el ángulo de pendiente es de 65%, la distancia de pendiente requerida se calcula de la siguiente manera:

$$DP = \frac{DH}{\text{Cos de } 65\%} = \frac{20}{.838} = 23.8m$$

4.2. Mediciones a Realizar

En estudios del bosque tropical, las mediciones a ser realizadas en parcelas permanentes, deben permitir, además del cálculo del incremento, ingreso y mortalidad, obtener informaciones sobre el bosque, que permitan una toma de decisión referente a la necesidad y oportunidad para la realización de intervenciones silviculturales.

De acuerdo a Synnot (1979), las mediciones que son realizadas en parcelas permanentes, ó en un sistema de parcelas permanentes deben ser suficientes para:

- Caracterizar la existencia y composición del bosque por especie y clase de diámetro.
- Permitir el cálculo del incremento, producción, mortalidad e ingreso por especie, clase de diámetro y otras categorías de "estatus", durante el período cubierto por las mediciones.
- Permitir la proyección de la composición futura del bosque por especie y clase de diámetro, a partir de las mediciones actuales.

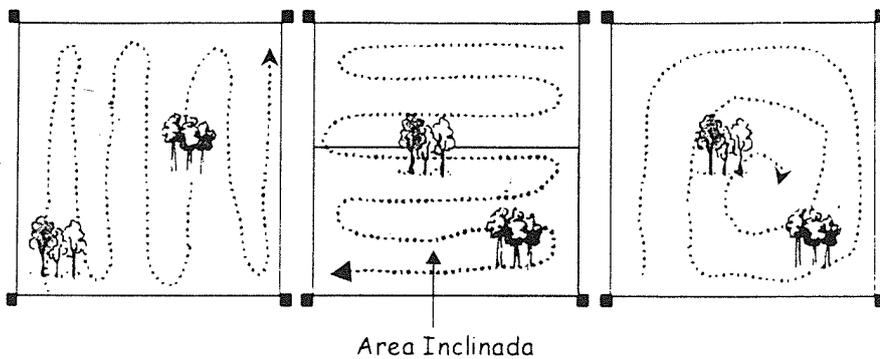
Como es prácticamente imposible medir todos los individuos de la parcela desde el menor tamaño, y si hubiese el interés en estudiar la regeneración natural, es recomendable entonces hacer un sub muestreo dentro de las parcelas permanentes, utilizando pequeñas sub parcelas en las cuales son hechas observaciones a nivel de plantitas, yaras y otros estados sucesionales de crecimiento.

Marcación de los árboles

Una vez establecidas las parcelas se procede a realizar el trabajo de marcación, enumeración y medición de árboles individuales. Para facilitar el desplazamiento dentro de la parcela, se puede optar por algunas de las formas indicadas en la figura 4-5.

Como se observa en la figura 4-5, en áreas inclinadas, el desplazamiento se realiza en sentido contrario a la pendiente.

Figura 4-5. Diferente formas de desplazamiento en las parcelas



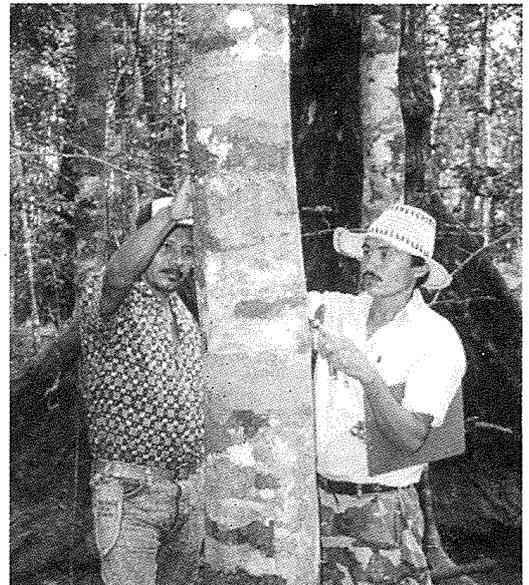
Enumeración

Esta operación es recomendable realizarla antes de la medición, durante la materialización de las parcelas, puesto que facilitaría el trabajo del equipo de medición, que de todas maneras debe tomar cuidado para que ningún árbol sea omitido.

Todos los árboles vivos, que se encuentren por encima del diámetro mínimo establecido, reciben un número compuesto de seis dígitos. Los dos primeros identifican la parcela, los dos siguientes la subparcela y los dos últimos el árbol.

Los números deben ser escritos de preferencia en placas de aluminio, y colocados por encima del punto de medición del DAP, tal como se observa en figura 4-6.

Figura 4-6. Enumeración y marcación



Ejemplo

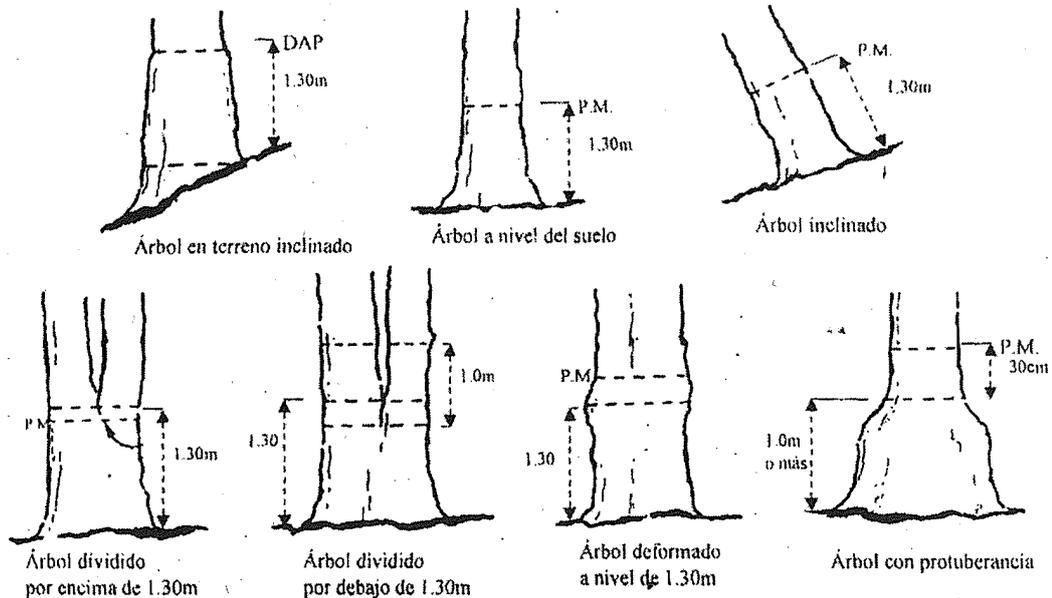
01	02	14
----	----	----

P . sp . árb

Marcación del punto de Medición

Esta es una operación de importancia fundamental para la exactitud de las mediciones. Esto garantiza que mediciones subsiguientes de diámetro se realicen en el mismo lugar.

Figura 4-7. Puntos de medición del DAP



El punto de medición debe ser marcado en cada árbol medido siempre que sea posible, a una altura padronizada, como el DAP (1.30m sobre el nivel del suelo). Si los árboles presentan irregularidades en el punto de medición, este debe ser transferido para otro punto por encima, libre de defectos. Esto puede ser observado en figura 4-7 y 4-8 respectivamente.

El punto de medición debe ser pintado con un anillo continuo o medio anillo, utilizándose tinta de color llamativo (rojo ó amarillo), y resistente al agua. Siempre que posible, la pintura debe renovarse en cada medición. Esto es importante, para la precisión en cada inventario, para poder obtener adecuadas estimativas de crecimiento de los árboles.

La figura 4-8, muestra distintas situaciones donde el punto de medición no se debe ubicar. Deberá atenderse la recomendación observada en la figura 4-7.

Medición del Diámetro

La medición del diámetro es hecha en puntos permanentes marcados, o sea puntos de medición (p.d.m.), con precisión en milímetros, figura 4-11. El diámetro mínimo utilizado es variable, dependiendo de los objetivos. En algunos países consideran 10cm, otros 5cm. El instrumento a utilizar de preferencia debe ser la cinta diamétrica por su mayor precisión en relación a otros instrumentos. En el caso de que haya una bifurcación en el árbol sobre los 1.30m, el DAP se mide normalmente. De lo contrario, cuando la bifurcación se encuentra por debajo del 1.30m (figura 4.7), cada bifurcación se mide por separado y se anotan como dos fustes, siempre y cuando sus diámetros sean mayores al diámetro mínimo especificado.

Figura 4-11. Medición de DAP



Es importante para una mejor precisión en la toma de datos, realizar limpieza del área del tronco donde se tomará la medida, tal como se observa en la figura 4-12, 13 y 14.

Figura 4-12, 13, y 14. Limpieza de los troncos antes de hacer medición de DAP



Medición de la Altura

En bosques naturales tropicales, la altura, sea total o comercial, es siempre una variable de difícil medición, especialmente si el sotobosque es muy denso, dificultando la visibilidad, por tanto, el uso de instrumentos ópticos, no resulta ser muy adecuada, tal como se puede observar en la figura 4-15. Podría limitarse su medición a algunas especies importantes (las comerciales, por ejemplo), a un determinado diámetro. Esto, puesto que el volumen está más fuertemente correlacionado con el cuadrado del diámetro, que con la altura.

Son diversos los instrumentos utilizados para la medición de altura. Los más utilizados en el bosque tropical son los Hipsómetros, basados en principios trigonométricos, también pueden ser utilizadas balizas graduadas.

Figura 4-15. Medición del Altura con Bala



También, la altura de cualquier objeto puede determinarse al medirse, con el clinómetro Suunto, el porcentaje de los ángulos, desde una distancia determinada, a la base del objeto y luego al extremo superior del objeto (ver figura 4-16).

La altura puede ser calculada usando la siguiente fórmula:

$$\text{Altura} = \frac{(\text{Copa\%} - \text{Base\%})}{100} \times \text{Distancia Horizontal}$$

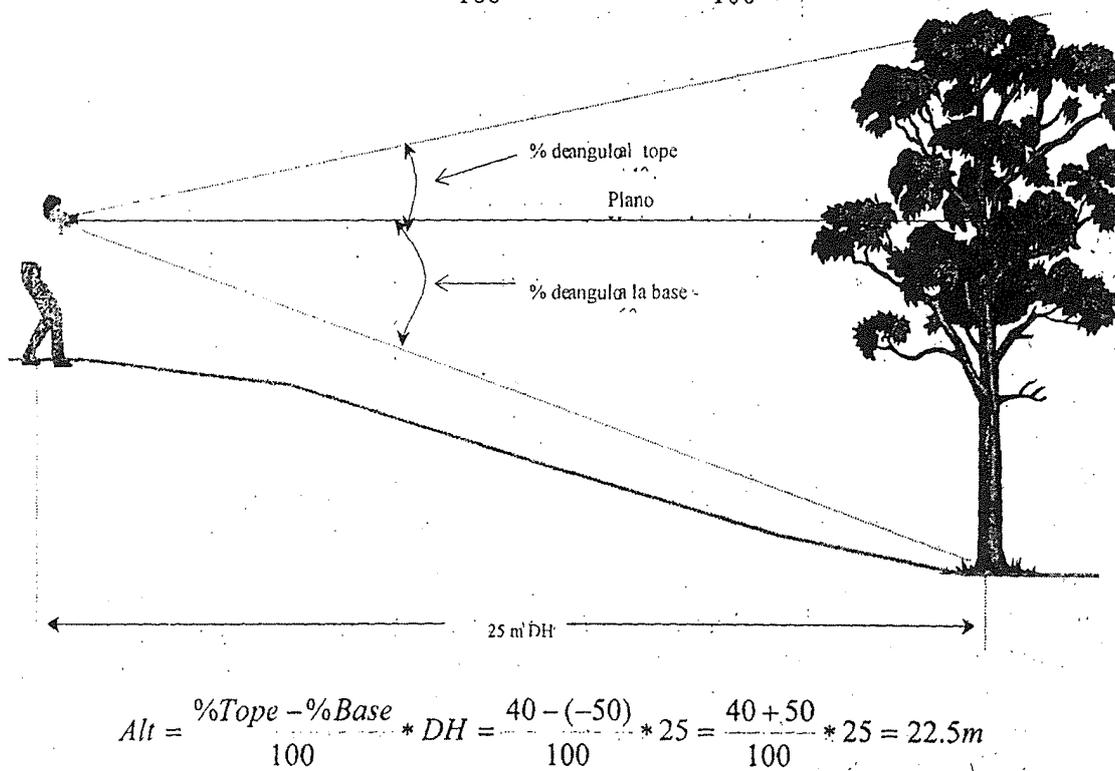
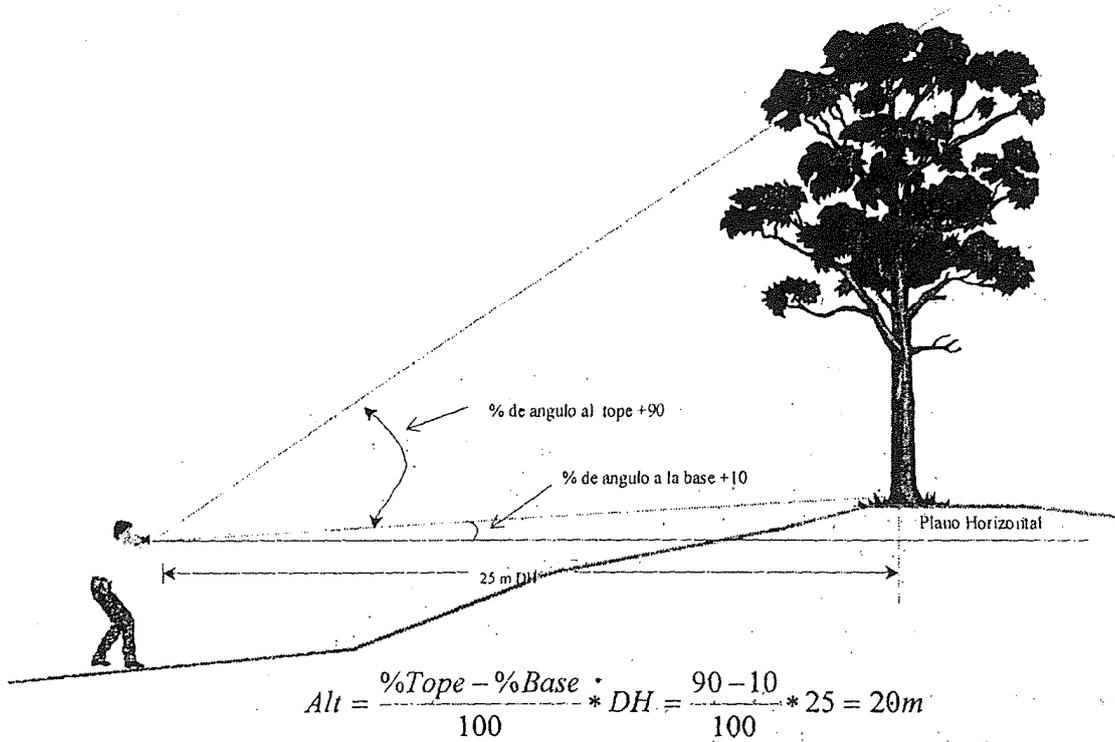
Algunas reglas deben considerarse en la medición de altura de árboles:

- La altura se calcula a la décima parte de metro más próximo.
- Debe estar suficientemente alejado del árbol para que los ángulos no sobrepasen 100%.
- Los ángulos por encima del plano horizontal son positivos y los ángulos por debajo del plano horizontal son negativos.
- No olvidar que un valor negativo menos otro negativo equivale a un valor positivo.
- La distancia desde el árbol debe convertirse a distancia horizontal antes de calcular la altura.
- Si la base del árbol no es claramente visible, el ángulo de la base puede medirse a la altura del DAP y luego sumar la corrección de 1.30 m a la altura encontrada.
- Si el árbol está inclinado, la forma correcta para medir los ángulos es desde una posición perpendicular a la inclinación del árbol.

La altura total del árbol equivale a la distancia entre el nivel promedio del suelo hasta la parte superior de la copa. Procure estimar correctamente la parte más alta de la copa sin confundirla con los terminales de las ramas que se encuentran orientadas hacia el observador, figura 4-16.

La longitud del fuste es la distancia desde el nivel promedio del suelo hasta el comienzo de la copa y este normalmente se define como el punto donde el fuste claramente se ensancha y se bifurca formando muchas ramas grandes.

Figura 4-16. Medición de altura.



De esta forma, conocemos mediante el uso de estos instrumentos basados en principios trigonométricos, la altura de los árboles.

5. ANÁLISIS DE DATOS

Gran parte del Inventario Forestal se hace en la oficina. Una vez colectados los datos de campo, estos deben ser procesados. Como fue mencionado anteriormente, para realizar el inventario forestal se necesita emplear muestras y en base a estas, hacer uso del conocimiento estadístico, para obtener los resultados. En esta sección, explicamos como se analizan los datos de campo, utilizando datos provenientes de 4 parcelas permanentes de una hectárea cada una, establecidas por nuestra sección en bosque de Cativo (*Prioria copaifera*) en el sector de río Balsas – Darién. Los siguientes parámetros son analizados:

- Composición Florística
- Distribución Diamétrica
- Estimación de Altura
- Estimación de Volumen

5.1. Composición Florística (Ver Sección 6.3.)

Esta es representada por el número de especies presentes en la unidad de muestra. Una vez digitalizados los datos de campo, se hace el conteo de las especies. El método más fácil y tal vez más conveniente es preparar los datos en hojas de Excel, donde podrá hacer uso de función de “=contar” (ver Sección 6.3.). Después de hacer la operación contar, se elabora la tabla de composición florística, tal como se muestra en Tabla 5-1. En base a esta tabla, se puede analizar el estado de la composición florística del bosque.

En las cuatro parcelas de una hectárea cada una establecidas en los cativales de Darién, del total de 9 especies encontradas en la unidad de muestra, la especie dominante es cativo (*Prioria copaifera*) con 3,202 individuos arbóreos, de un total de 3,339 individuos con DAP >10 cm, lo que representa el 95.90% del total de individuos.

Tabla 5-1. Composición Florística en el área de estudio

Especie	Parcela 1		Parcela 2		Parcela 3		Parcela 4	
	Número	%	Número	%	Número	%	Número	%
<i>Prioria copaifera</i>	639	85.89	1,016	98.93	778	98.73	769	98.59
<i>Mora oleifera</i>	73	9.81		0.00			1	0.13
<i>Pterocarpus officinalis</i>	16	2.15	1	0.10	1	0.13	8	1.03
<i>Amphitecna latifolia</i>			1	0.10	1	0.13		
<i>Tabebuia penthaphylla</i>			7	0.68	7	0.89	2	0.26
<i>Pelliciera rhizophorae</i>	1	0.13		0.00				
<i>Pachira sp</i>	9	1.21	1	0.10				
<i>Carapa guianensis</i>	3	0.40	1	0.10				
<i>Rhizophora mangle</i>	3	0.40			1	0.13		
	744	100	1,027	100	788	100	780	100

En las tres parcelas ubicadas en el lado este del río, el cativo representó más del 90 %; estando asociado principalmente con *Tabebuia penthaphylla* (Roble); *Amphitecna latifolia* (Merique); *Pterocarpus officinalis* (Sangre de gallo); entre otras. Solamente en la parcela 1, establecida en el lado oeste del río estuvo representada con menos del 90%, sin embargo, en esta se presenta el mayor grado de asociación, en especial con *Mora oleifera* (Alcornoque); *Pterocarpus officinalis* (Sangre de gallo); *Pachira sp* (Coco de laguna); *Carapa*

guianensis (Tangaré); *Rhizophora mangle* (Mangle rojo); *Pelliciera rhizophorae* (Mangle botón), tal como se puede apreciar en la Tabla 5-1.

Por otro lado, cuando analizamos la composición florística de un bosque secundario en Río Hato, vemos una diversidad diferente, tal como es representado en la Tabla 5-2. Comparando la Tabla 5-1 y 5-2, en Río Hato, hay más diversidad. En este sitio, el total de parcelas establecidas cubre una superficie de 0.61ha. En la muestra, encontramos 751 árboles con 49 especies y 27 familias para individuos con DAP > 5 cm de diámetro a la altura del pecho (DAP) (ver Tabla 5-2.).

Tabla 5-2. Composición Florística en Bosque Secundario en Río Hato

Nombre Científico	Familia	Nombre Común	No de individuos	Nombre Científico	Familia	Nombre Común	No de individuos
<i>Garcinia madruno</i>	Clusiaceae	Satro	77	<i>Calophyllum longifolium</i>	Clusiaceae	Maria	7
<i>Sloanea terniflora</i>	Elaeocarpaceae	Terciopoio	75	<i>Ouatea coclensis</i>	Ochnaceae	Huesito	6
<i>Chromelia spinosa</i>	Rubiaceae	Espino blanco	71	<i>Ocotea oblonga</i>	Lauraceae	Sigua	4
<i>Tetragasins panamensis</i>	Burseraceae	Cuatro estómago	50	<i>Bursera tomentosa</i>	Burseraceae	Almácigo blanco	3
<i>Bursera simaruba</i>	Burseraceae	Almácigo	44	<i>Cecropia insignis</i>	Cecropiaceae	Guarumo	3
<i>Ardisia revolúta</i>	Myrsinaceae	Uvito	35	<i>Connarus panamense</i>	Connaraceae	Naranjillo	3
<i>Neea sp</i>	Nyctaginaceae	Mala sombra	32	<i>Manilkara bidentata</i>	Sapotaceae	Nispero	3
<i>Copaifera aromatica</i>	Fabaceae	Cabimo	31	<i>Bunchosia sp</i>	Malpighiaceae	Bunchosia	3
<i>Hirtella racemosa</i>	Chrysobalanaceae	Garrapato	30	<i>Psidium sp</i>	Myrtaceae	Guayabo blanco	2
<i>Protium glabrum</i>	Burseraceae	Copá	29	<i>Psidium sp</i>	Myrtaceae	Guayabo mono	2
<i>Dendropanax arboreus</i>	Araliaceae	Muñeco	27	<i>Spondias mombin</i>	Anacardiaceae	Jobo blanco	2
<i>Dosconocida</i>	Flacourtiaceae	Aguacatillo	26	<i>Xylopa sp</i>	Annonaceae	Malaguelo	2
<i>Roupala montana</i>	Proteaceae	Carne asada	22	<i>Cochlospermum vitifolium</i>	Cochlospermaceae	Poro poro	2
<i>Agonandra brasiliensis</i>	Opilaceae	Arraiján blanco	20	<i>Coccoloba uvifera</i>	Polygonaceae	Uvero	2
<i>Alibertia edulis</i>	Rubiaceae	Madroño	20	<i>Beilschmiedia sp</i>	Lauraceae	Beischmedia	1
<i>Pithecellobium rufescens</i>	Fabaceae	Coralillo	19	<i>Zuelania guidonia</i>	Flacourtiaceae	Cagajón	1
<i>Ixora floribunda</i>	Rubiaceae	Ixora	16	<i>Drypetes sp</i>	Euphorbiaceae		1
<i>Anacardium excelsum</i>	Anacardiaceae	Espavé	15	<i>Miconia argentea</i>	Melastomataceae	Dos cara	1
<i>Byrsonima crassifolia</i>	Malpighiaceae	Nance	11	<i>Inga sp</i>	Fabaceae	Guabo	1
<i>Xylosma panamensis</i>	Flacourtiaceae	Espino negro	10	<i>Ficus costaricana</i>	Moraceae	Higo	1
<i>Clusia sp</i>	Clusiaceae	Copé	9	<i>Genipa americana</i>	Rubiaceae	Jagua	1
<i>Andira inermis</i>	Fabaceae	Almendra de río	9	<i>Sciadodendron excelsum</i>	Araliaceae	Jobo lagarto	1
<i>Eugenia venezuelensis</i>	Myrtaceae	Peludillo	8	<i>Casearia arborea</i>	Flacourtiaceae	Pica lengua	1
<i>Terminalia oblonga</i>	Combretaceae	Guayabo	8	<i>Lonchocarpus latifolia</i>	Fabaceae	Zorro	1
<i>Ardisia sp</i>	Myrsinaceae	Canelo	7				

Tal como se puede observar, además de la alta diversidad encontrada para este tipo de bosques, donde en una superficie de 0.61 has, encontramos 49 especies, también se observa que varias especies presentan una alta densidad de individuos, lo que presenta una mayor heterogeneidad para este tipo de bosque comparado con el bosque de cativo, de esta manera su dinámica también es diferente puesto que existe un mayor grado de competencia intra e interespecífica.

5.2. Distribución Diamétrica (Ver Sección 6.4.)

Uno de los principales análisis a ser realizados es el de *distribución diamétrica* de la población. La distribución de frecuencia, es definida como la frecuencia relativa, con que valores diferentes de una variable ocurren en una población. Cada población tiene un tipo distinto de distribución. Si conocemos la forma de distribución, es posible predecir que proporción de los individuos están dentro de algún límite especificado.

Uno de los primeros estudios sobre distribución diamétrica utilizando datos de un bosque manejado bajo sistema de selección, fue efectuado por el Francés Francois De Lioucourt, el cual estableció el concepto original sobre distribución de diámetros en bosques de diferentes

edades y heterogéneos, postulando que tal distribución era decreciente y semejante a una "J invertida".

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{N_2}{N_3} = \frac{N_3}{N_4} = \dots = q$$

De estos estudios, De Lioucourt concluyó que la normalidad de un bosque inequiáneo, puede ser descrita por la ocurrencia de una razón constante, entre el número de árboles en clases de diámetro sucesivas. En base a estas relaciones encontradas por De Lioucourt, Loetsh et al (1973), muestran que:

Dónde N_1, N_2, \dots, N_i , es el número de árboles en las clases sucesivas de diámetros del bosque y q es la razón entre clases sucesivas de diámetro, también llamado "*Cuociente de De Lioucourt*".

El estudio de la estructura diamétrica puede ser hecha para especies aisladas, o para el bosque como un todo, por medio de la distribución diamétrica del número de individuos.

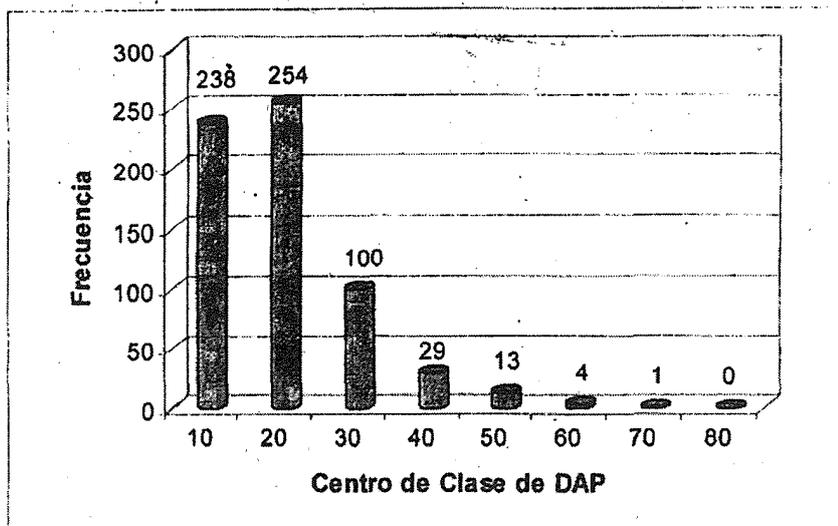
Una manera de conocer el tipo de distribución diamétrica es haciendo un gráfico de histograma. El proceso para hacer el histograma es explicado en la Sección 6.4.

Una vez colectados los datos en campo, las planillas son revisadas, para el proceso de registro en el banco de datos correspondiente e iniciar el proceso de análisis. Este análisis es efectuado en el programa Excel de computadora, por medio del comando Análisis de Datos, Herramientas, Histograma, tal como es señalado en la sección 6.4 y figura 5-1, para el caso de los datos obtenidos de la Parcela uno, en el área del Balsas.

Previo al análisis de los datos, haciendo uso del Histograma, los datos son agrupados en clases de diámetro, a partir de un límite inferior establecido. Por ejemplo, si el *límite* diamétrico de los datos de campo es 10 cm, el rango de clases para excel debe iniciar con 10, pues es su límite inferior. Al utilizar *amplitudes* diamétricas de 10 cm, los límites serían 10 cm, 20 cm, 30 cm, 40 cm, 50 cm hasta un límite superior dentro de los cuales se hayan encontrado individuos. También puede utilizar una *amplitud* diferente si lo considera conveniente.

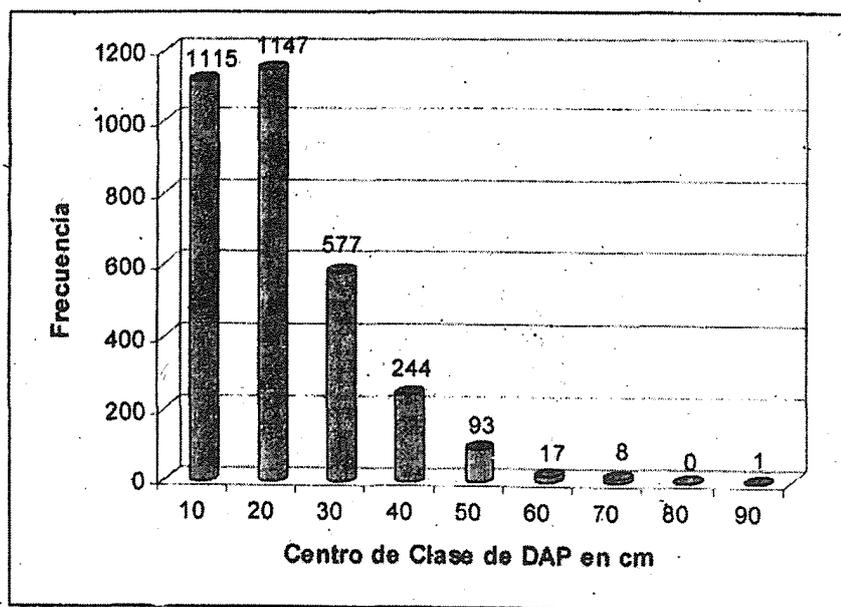
Si usted desea considerar el 10 como centro de clase y mantener la amplitud de 10 cm, la clase con centro diamétrico 10 cm, sería de 5 hasta 15 cm (14.9 cm), o solamente considerar el rango de 10 hasta 14.9 cm pues usted ha considerado solamente árboles con DAP mayor o igual a 10 cm; el siguiente límite sería 25 cm (24.9), cuya amplitud sería de 15 hasta 25 cm, con centro de clase 20 cm; la siguiente clase sería de 25 hasta 35 cm (34.9), con centro de clase 30 cm y así sucesivamente. En este caso, dado que la amplitud de 10 hasta 15 cm es menor que de 15 hasta 25 cm, es de esperar que tendremos menor número de árboles en esta clase cuyo centro es 10 cm.

Figura 5-1. Distribución diamétrica encontrada para la parcela uno, establecida en el área del río Balsas - Darién, conforme representado en la sección 6.4.



El resultado obtenido de este proceso utilizando la herramienta Histograma de análisis de datos, para el conjunto de las 4 parcelas de muestra, es representado en la figura 5-2.

Figura 5-2. Distribución Diamétrica de *Prioria copaifera* en 4 parcelas de una hectárea cada una, establecidas en el sector del río Balsas.



Como se puede observar, el gráfico muestra un tipo de distribución característica de los bosques naturales inequiáneos de "J" invertido, tal como fue descrito por De Liocourt en 1898, o sea esta distribución es de tipo decreciente. De este gráfico vemos entonces, cómo están distribuidos los árboles en las distintas clases de diámetro. Como observamos, existe una alta concentración de individuos en las menores clases de diámetro y muy pocos individuos en las clases superiores. Varias interrogantes podrían surgir aquí, existe suficiente número de árboles para ser aprovechados comercialmente; ¿Cómo podríamos hacer para estimular el incremento de los individuos en las menores clases, de manera que alcancen las clases

superiores?; En qué tiempo ocurrirán estos cambios; Cuáles son los tratamientos silviculturales adecuados para nuestros objetivos de manejo. Como vemos, este análisis permite enfocar las acciones de manejo conducentes para este tipo de bosques.

A partir de estos resultados, podemos ajustar uno de los modelos matemáticos para análisis de distribución diamétrica, para ser utilizado en planes de manejo. Davis (1966), señala que existen tres aspectos básicos a considerar sobre la estructura de los bosques inequiáneos: el volumen, distribución diamétrica de los árboles de diferentes edades y tamaño, y la composición de especies.

En cuanto a la distribución diamétrica, el autor menciona que el hecho de la estructura diamétrica de los bosques inequiáneos presente una forma de *J*-invertido, no necesariamente indica posibilidad de manejo para estos bosques. Entretanto, considerando que las curvas de distribución diamétrica para estos bosques sigue un patrón de una serie geométrica, entonces, curvas típicas de esta naturaleza pueden ser matemáticamente descritas. Todavía, este autor señala que, básicamente una buena distribución diamétrica está determinada por la biología y el propósito de manejo de este bosque, y no necesariamente por la matemática, que es usada en la descripción de una distribución deseada. En la práctica, el problema radica en como hacer para conseguir y mantener, por medio de ciclos de cortes, una distribución diamétrica satisfactoria que constituya un nivel de crecimiento, para alcanzar un volumen deseado.

La información proporcionada por los modelos de distribución diamétrica es útil para el planeamiento de la producción y la identificación de la necesidad y época de aplicación de tratamientos silviculturales, permitiendo también hacer evaluaciones sobre los impactos de las decisiones del manejo, sobre la estructura del bosque.

5.3. Estimación de Altura Mediante Análisis de Regresión (Ver Sección 6.5.)

En inventarios forestales de bosques naturales, la variable altura, presenta dificultades para ser medida con bastante precisión, debido a la distribución irregular de los árboles en el terreno, así como a sus distintos tamaños. Esto presenta cierta dificultad, para la cuantificación del volumen del bosque y /o las especies.

Cuando se trabaja con tablas de volumen, estas ecuaciones utilizan además del diámetro, la altura del árbol. Para tal efecto, es necesario realizar primeramente una relación entre la variable diámetro y altura, lo que se denomina de relación hipsométrica, para a partir de esta, para un determinado diámetro conocer la altura del árbol o de la clase diamétrica, para entonces estimar el volumen de la clase diamétrica correspondiente o del árbol.

Este procedimiento fue utilizado por la sección manejo de bosques naturales con datos obtenidos de parcelas permanentes en la región del Darién.

De el total de individuos arbóreos de la especie *Prioria copaifera* encontrados en las 4 hectáreas de muestra (5,061 individuos), incluidos los de $DAP \geq 5$ cm, fueron seleccionados 481 árboles al azar, para el ajuste de la ecuación Hipsométrica. El modelo utilizado fue:

$$Y = a * X^b$$

donde:

$Y =$ Altura

$a =$ Intercepción con el eje Y; el valor de predicción de Y (altura), cuando $X = 0$.

$b =$ Es el cambio en la predicción de Y por cada aumento de una unidad en X.

Para ajustar este modelo se utilizó su forma logarítmica:

$$\text{Log} Y = \text{Log} a + b \text{Log} X$$

Es conveniente mencionar, que el término regresión se refiere a la relación entre una variable dependiente (Y_i) y una o más variable independiente (X_i). En el caso de este modelo la variable dependiente es la Altura (Y) y la variable independiente es el diámetro (X).

Para ajustar estos modelos de regresión, se puede utilizar el método de los mínimos cuadrados, así como el cálculo matricial. Para resolver por el método de mínimos cuadrados se requiere preparar los datos (ver Sección 6.5), para encontrar los siguientes términos:

$$a = \bar{Y} - b \bar{X} \quad b = \frac{n \sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{n \sum X^2 - (\sum X)^2}$$

Para encontrar los valores de los coeficientes a y b , se hace necesario entonces que se prepare en Excel, cada uno de los términos implícitos en la solución, de manera a determinar los coeficientes de la regresión.

Al transformar los datos e incorporarlos en el programa Excel, se realizó el respectivo análisis de regresión, tal como se explica en la sección 6.5, lo que produjo los siguientes valores para los coeficientes y medidas de precisión de la ecuación (Error estándar residual S_{yx} , Coeficiente de determinación R^2 y Coeficiente de variación C.V):

$$\text{Log} b_0 = 0.288808324;$$

$$b_1 = 0.632438077;$$

$$S_{yx} = 0.088;$$

$$R^2 = 0.77;$$

$$R^2 \text{ ajustado} = 0.77;$$

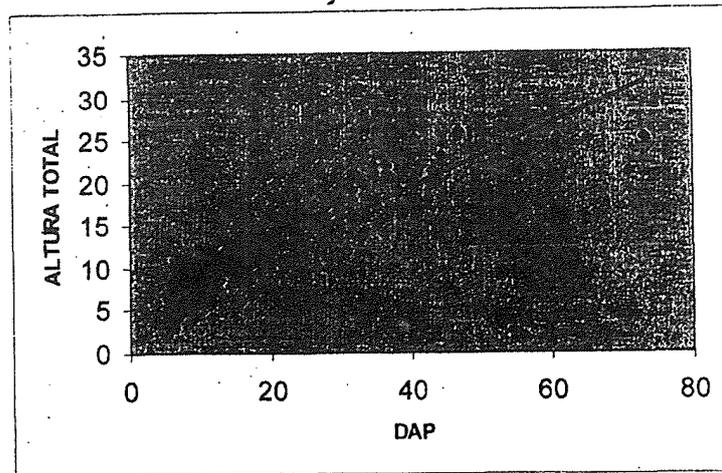
$$C. V = 9.15\%$$

Obtenidos los coeficientes, para las estimativas de los valores de altura en cada clase diamétrica fue utilizada la ecuación en su forma:

$$Y = 1.944501686 * X^{0.632438077}$$

La relación entre los valores de diámetro y altura son relacionados en la figura 5-3.

Figura 5-3. Relación entre valores de Altura y Diámetro (Relación Hipsométrica)



A partir de esta ecuación, se establece una relación entre el DAP de los árboles de esta especie y su altura, haciendo las mediciones sucesivas, menos costosas y realizadas en menor tiempo, puesto que solo será necesario medir el DAP y con esta ecuación se estimará la altura correspondiente para la clase de DAP.

Si tenemos los datos de DAP, con una buena ecuación de altura ajustada a partir de estos, entonces podemos usar estas variables para obtención del volumen de los árboles y del bosque (o especie), para el cual fue ajustada la ecuación.

5.4. Estimativa del Volumen Mediante Análisis de Regresión (Ver Sección 6.6)

La estimación del volumen de árboles individuales es un problema relevante en dendrometría e inventarios forestales. La dificultad en la determinación directa del volumen mediante la cubicación de secciones, hace conveniente contar con expresiones matemáticas que, basadas en una muestra objetivamente seleccionada y cuidadosamente medida, permitan estimar el volumen de los árboles sobre la base de mediciones simples.

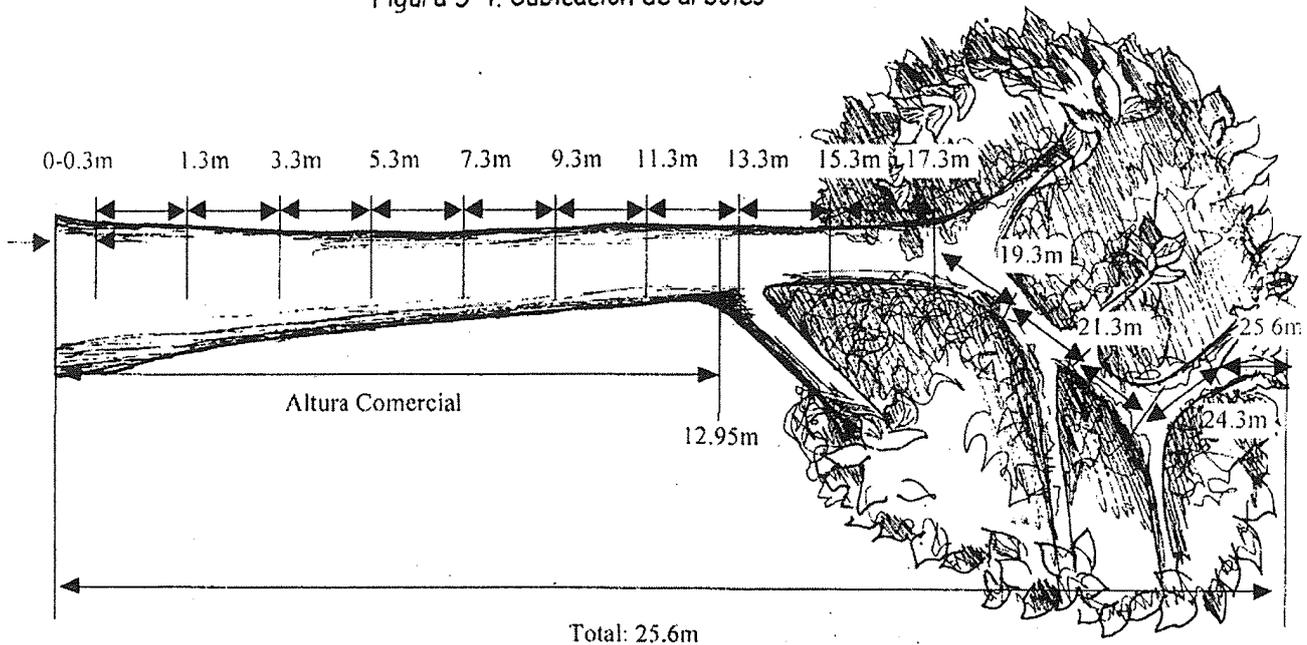
El árbol está compuesto por un sistema radicular, el tronco o fuste y las ramas y hojas que en conjunto conforman la copa. Las especies cuyo tronco se prolonga para formar un fuste principal que no se divide, como es el caso de las coníferas, se le denomina de *excurrente*. El tronco de las latifoliadas, que presentan el fuste dividido en la porción alta, se denomina de *delicuescente* (Husch et al 1982, citado por Prodan 1997). Según FAO (1981), tiene gran importancia definir clara y objetivamente a qué volúmenes se hace referencia, dado que existen muchos casos en que la ausencia de esta definición ha provocado malentendidos sobre las existencias en referencia y una errónea toma de decisiones.

La determinación directa del volumen, generalmente se realiza vía cubicación de árboles individuales de distintos tamaños (figura 5-4). Dado el hecho que no siempre se puede estar derribando árboles para una cubicación rigurosa, se han desarrollado métodos para estimar el volumen, basados en la relación del volumen con otras variables del árbol individual.

5.4.1. Cubicación de Árboles

Para el ajuste de la ecuación de volumen fueron cortados 40 árboles de diferentes clases de diámetros, procediéndose a la cubicación de los mismos en campo y registrados en un formulario apropiado conforme a la tabla 5-3 y figura 5-4:

Figura 5-4. Cubicación de árboles



Estos datos, fueron plotados en papel milimetrado, para el análisis de tronco y por medio del uso de hoja de cálculo en Excel se obtuvo el volumen de cada árbol, utilizando para el cálculo las fórmulas de cubicación de Huber y Smalian, considerándose también el volumen del cono, conforme descrito en la sección 6.6. En la mayoría de los inventarios forestales, generalmente el proceso de cubicación se realiza hasta donde termina la altura comercial, pues es este volumen el que se utiliza en la descripción de un inventario comercial. En nuestro caso, y tal como es ilustrado en la figura 5-4, intentamos cuantificar el volumen total de los árboles, al seccionar además del tronco, la rama principal hacia el interior de la copa, incluyendo también en lo posible el volumen del cono, de aquellos individuos donde era posible realizar este seccionamiento.

En el caso de la fórmula de Huber, el volumen es obtenido por el producto del área de la sección intermedia $g_{1/2}$, por el largo de la troza, siendo que para el volumen total de la troza, también se debe adicionar el volumen del cono de la troza final, cuando este existe.

La fórmula de Huber se expresa por:

$$V = g_{1/2} * L$$

donde:

V : Volumen

$g_{1/2}$: Diámetro de la sección media

L : Largo de la troza

El volumen calculado por la fórmula de Huber será dado entonces por:

$$V = L (g_{m1} + g_{m2} + \dots + g_{mn})$$

donde

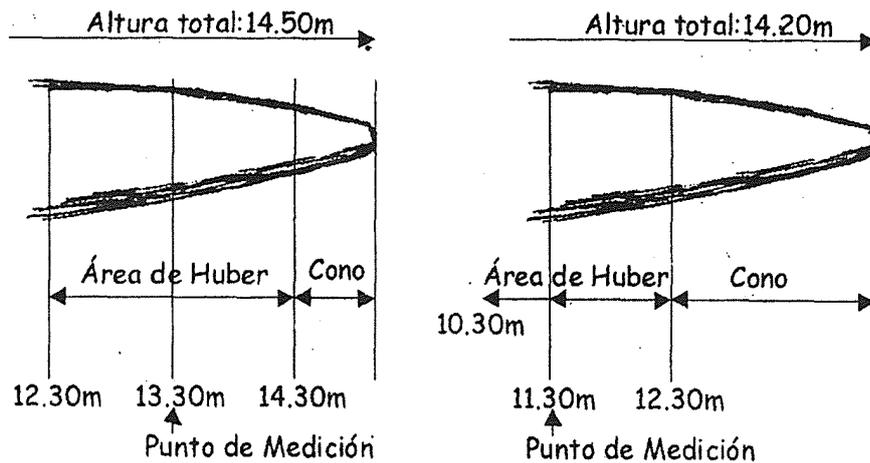
V: Volumen

gm: Diámetro de la sección media de la troza

L: Largo de la troza

Cuando se da el proceso de cubicación y utiliza la fórmula de Huber, se debe prestar atención a la última sección del árbol, si permite o no tener otra sección (figura 5-5). Por ejemplo, si la última sección fue medida a 11.30 m, podrá obtenerse una nueva troza si la altura total, fuese por ejemplo de 14.50 m, ya que al medir a 11.30 m, la siguiente sección sería medida a 13.30 m (sección intermedia), terminando la troza en 14.30 m, ya que esta troza es considerada de 12.30 a 14.30. Por otro lado, si el largo total es de 14.20 por ejemplo, no podría realizarse una nueva sección a 13.30, porque la troza no tendría los dos metros que se ha venido considerando para el seccionamiento con la fórmula de Huber. En este caso, la última sección sería medida a 11.30 y el resto de la troza de 12.30 a 14.20, será considerada área del cono. Esto se puede observar en la figura 5-5

Figura 5-5. Punto final de medición para Huber y cono



La fórmula de Smalian utiliza las secciones medias de la troza, donde el volumen es obtenido por el producto del promedio de las áreas seccionales (g_1 y g_2) de los extremos, por el largo de la troza (L), se expresa por:

$$V = \frac{g_1 + g_2}{2} \times L$$

El volumen total será dado por:

$$V_t = \sum_{i=1}^n V_i$$

$$V_t = V_1 + V_2 + V_3 + V_4 + V_n$$

Tabla 5-4. Muestra para el procesamiento de análisis de fuste

P	C	No.	Altura		1. Huber Cilindrico	2. Cono		3. Base		Total Volumen (m3)	Vol. Cilindrico Base DAP	Factor	
			Total	Com.		Area (cm2)	L (m)	Volumen (m3)	L (m)				Volumen (m3)
2	5	6	23.30	11.50	2.30	36.32	1.00	0.00	0.30	0.07	2.38	5.04	0.47
2	5	21	9.50	5.30	0.03	4.52	1.20	0.00	0.30	0.00	0.03	0.06	0.51
2	5	40	9.90	4.20	0.07	10.18	1.60	0.00	0.30	0.01	0.08	0.17	0.46
2	8	116	17.80	13.30	2.24	221.67	1.50	0.01	0.30	0.11	2.36	4.18	0.56
2	17	40	23.00	15.00	2.26	4.52	0.70	0.00	0.30	0.09	2.35	4.75	0.49
2	17	41	16.70	12.30	0.28	3.14	0.40	0.00	0.30	0.01	0.29	0.54	0.54
2	24	16	19.50	12.70	2.13	21.24	1.20	0.00	0.30	0.10	2.23	4.72	0.47
3	2	1	9.80	2.95	0.04	4.52	1.50	0.00	0.30	0.01	0.05	0.11	0.41
3	2	47	19.40	10.00	0.78	0.95	1.10	0.00	0.30	0.04	0.82	1.97	0.42
3	3	23	23.30	15.30	2.14	50.27	1.00	0.00	0.30	0.08	2.22	5.44	0.41
3	3	24	24.00	16.00	2.44	72.38	1.70	0.00	0.30	0.09	2.53	4.81	0.53
3	3	25	22.60	14.20	1.08	50.27	2.30	0.00	0.30	0.05	1.13	2.24	0.51
3	4	12	27.60	21.70	2.52	45.36	1.30	0.00	0.30	0.07	2.59	5.86	0.44
3	4	20	27.20	17.80	2.97	24.63	0.90	0.00	0.30	0.10	3.07	6.35	0.48
3	7	39	23.00	12.00	2.18	15.21	0.70	0.00	0.30	0.09	2.26	4.88	0.46
3	17	32	16.00	7.30	0.14	12.57	1.70	0.00	0.30	0.01	0.15	0.31	0.49
3	17	39	13.65	7.00	1.09	36.32	1.35	0.00	0.30	0.10	1.19	2.69	0.44
3	19	22	23.70	10.50	1.70	2.01	1.40	0.00	0.30	0.08	1.79	5.27	0.34
3	19	29	19.00	7.10	2.10	98.52	0.70	0.00	0.30	0.09	2.19	4.35	0.50
3	19	41	16.30	8.30	2.24	232.35	2.00	0.02	0.30	0.11	2.36	5.24	0.45
3	24	26	22.10	13.00	1.92	36.32	1.80	0.00	0.30	0.09	2.00	4.53	0.44
3	24	32	21.70	12.70	3.04	28.27	1.40	0.00	0.30	0.13	3.17	8.00	0.40

Partiéndose del principio que los árboles poseen troncos que se asemejan a figuras geométricas (prototipos dendrométricos), varios métodos y fórmulas han sido desarrollados con la finalidad de cubicar el volumen de árboles talados, en pie o de la población.

Estas fórmulas matemáticas se basan en el principio de que el volumen de una sección del tronco de un árbol es conocido a través del producto de sus áreas seccionales medias por el largo del tronco, con excepción de la punta del árbol, cuando esta es considerada como un cono.

Con la obtención de estos valores fue realizado también el cálculo para la obtención del Factor de Forma para la especie, relacionándose el volumen real del árbol obtenido vía cubicación y el volumen del cilindro ($\pi * DAP^2 / 4 * h$).

5.4.2. Modelo de Regresión para Volumen:

En general, el contenido volumétrico del fuste se considera función de las variables diámetro a la altura del pecho (*DAP*), altura total o altura del fuste hasta su bifurcación (altura comercial) y alguna expresión de la forma.

$$V = \text{función } (d, h, f).$$

donde:

d: Diámetro a la altura del pecho (*DAP*)

h: altura

f: factor de forma

En la actualidad, el procedimiento de mayor uso, para la construcción de funciones de volumen y modelos fustales es el análisis de regresión.

Como fue mencionado anteriormente, se entiende por regresión, el estudio de la relación entre dos variables o grupos de variables, donde se procura estimar el valor de una variable a partir del conocimiento del valor de otra variable.

La regresión también permite que sea estimado el grado de asociación entre dos o más variables. Se acostumbra también definir la regresión como una relación entre una variable dependiente (*Y*) y una variable independiente (*X*).

En los estudios de regresión, el principal problema radica en encontrar el modelo matemático que mejor se ajuste a los datos observados.

Las estimativas del volumen, se pueden realizar mediante el uso de funciones de volumen local, donde se relaciona el volumen del árbol con sólo una variable dependiente, generalmente el diámetro *d* o transformaciones y potencias de esta variable. El calificativo de local se debe a que estas funciones son de aplicación limitada al área, para la cual es aplicable la relación diámetro/altura implícita en el modelo de volumen. Ejemplo de modelo de este tipo son:

$$V = b_0 + b_1 d^2; \quad V = b_0 + b_1 d + b_2 d^2; \quad V = b_0 + b_1 g$$

donde:

d: Diámetro a la altura del pecho (*DAP*)

g: área basimétrica del árbol.

El otro tipo de funciones se denominan funciones generales de volumen, son los modelos que estiman el volumen con dos o más dimensiones del árbol, por lo general el diámetro y la altura total o comercial h y en algunos casos una expresión de la forma.

Muchos de los modelos de volumen general, incluyen como predictores sólo el diámetro a la altura del pecho y alguna expresión de la altura. Las razones que apoyan este tipo de formulación son citadas por (Clutter et al. 1983, citado por Prodan et al 1997):

- Mediciones de diámetros en diferentes alturas son difíciles de realizar.
- Variaciones en la forma de los árboles tienen un impacto menor en el volumen que la variación en altura o diámetro.
- Para algunas especies, la forma es relativamente constante e independiente del tamaño.
- En algunas especies, la forma de los árboles está a menudo correlacionada con el tamaño de los árboles; de modo que el diámetro y la altura generalmente explican gran parte de la variación del volumen causado por la forma.

Una de las funciones de volumen generalmente más conocida es la denominada de variables combinadas:

$$V = b_0 + b_1 d^2 h$$

Otro modelo utilizado para las estimativas del volumen es dado por:

$$V = a * X_1^{b_1} * X_2^{b_2}$$

donde

V : Volumen

X_1 : Diametro de la altura del pecho (1.3m)

X_2 : Altura

a : Intercepción al eje Y ; es el valor de predicción de V cuando X_1 y X_2 , es igual a cero

b_1 : Coeficiente de regresión para X_1 , es el cambio en la predicción de V por cada aumento de una unidad en X_1 , si X_2 no cambia o se mantiene constante;

b_2 : Coeficiente de regresión de X_2 ; es el valor de predicción para V por cada aumento de una unidad en X_2 , si X_1 no cambia

Este modelo fue utilizado por la sección manejo de bosques naturales, una vez obtenidos los datos de cubicación de los árboles de la especie *Priria copaiifera*. Puesto que este, es un modelo no lineal, es conveniente transformarlo a una forma lineal, de manera, que se pueda fácilmente estimar los coeficientes de la ecuación por el proceso de los mínimos cuadrados ó cálculo de matriz. Como en la mayoría de los casos, el error asociado al modelo está siendo multiplicado, se torna más fácil la resolución de las estimativas de los coeficientes, principalmente usando logaritmos en tales transformaciones, resultando en una buena estabilización y/o minimización de la varianza de los volúmenes.

Al transformar el modelo resulta:

$$\text{Log}V = \text{Log} a + b_1\text{Log}(X_1) + b_2\text{Log}(X_2).$$

donde:

V: Volumen

a: Intercepción

*b*₁: Coeficiente de DAP

*b*₂: Coeficiente de Altura

*X*₁: Diámetro de la altura del pecho (1.3m)

*X*₂: Altura

Es importante señalar también, que para realizar este respectivo ajuste es necesario que se transformen también los datos de campo (DAP, Altura y Volumen de la cubicación a su forma logarítmica), lo cual es desarrollado en la sección 6.6.

En la presentación de resultados finales de volumen, como trabajamos con logaritmo de base 10, a los valores finales de volumen obtenidos por la ecuación le es aplicado el antilogaritmo.

El ajuste del modelo utilizado, a través del programa Excel, produjo las siguientes estimativas de coeficientes y medidas de precisión:

$$a = 0.00005767; b_1 = 1.935152; b_2 = 0.930390$$

$$R^2 = 0.996;$$

$$R^2 \text{ ajustado} = 0.996;$$

$$S_{yx} = 0.05240$$

Aunque esta ecuación, presenta un alto coeficiente de determinación (R^2), y un bajo error estándar residual ($S_{y.x}$), se hace necesario, aumentar el número de árboles de muestra (por lo menos 100), de manera que podamos disminuir la posible variación entre el valor observado y el estimado, por lo limitado de la muestra en este caso, de manera que en futuros trabajos se pueda obtener una mejor precisión para las estimativas de volumen.