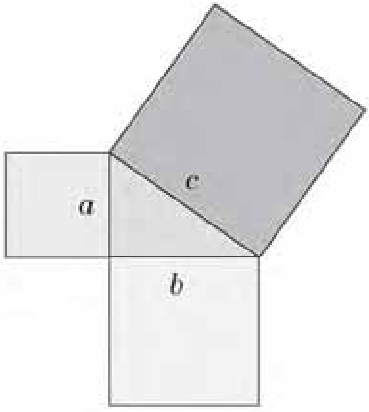
6 ユニット

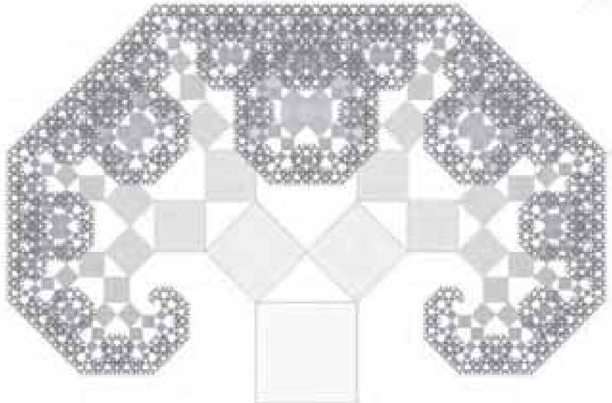
ピタゴラスの定理



ピタゴラスの定理の幾何学上の表記。

ピタゴラスの定理は、歴史上、あらゆる文明において、最もすばらしい定理のひとつとされています。歴史学者によると、紀元前1600年頃のバビロニアではこの定理を使って図形の対角線を計算していたそうです。しかしながら、広く知られる正式な最初の証明は、通常、哲学者・数学者であるギリシャ人、サモスのピタゴラスとされており、彼が最初の純粋な数学者と考えられています。この定理には、長い歴史の中で科学や数学の重要人物たちによってなされた証明が大量に含まれます。

古代、ピタゴラスの定理は、農地や物の高さを測ったり、角錐や円錐形といった立体の体積を得るために使われていました。現代でもこの定理は、工学から農業、物理学、天文学、芸術に至るまで、長さの計算が必要とされるあらゆる分野で不可欠とされています。数学においては、無理数の発見はもちろん、幾何学や計算のようなある種の分野を強化させたのです。



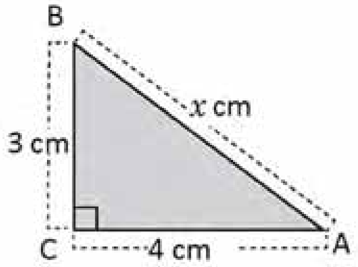
ピタゴラスの木。辺の上に直角三角形と四角形を繰り返し描くことで作成します。

このユニットでは、ピタゴラスの定理、その証明、この定理を使って数学問題を解くこと、日常生活への応用などを学びます。

1.1 直角三角形の斜辺の計算、パート 1

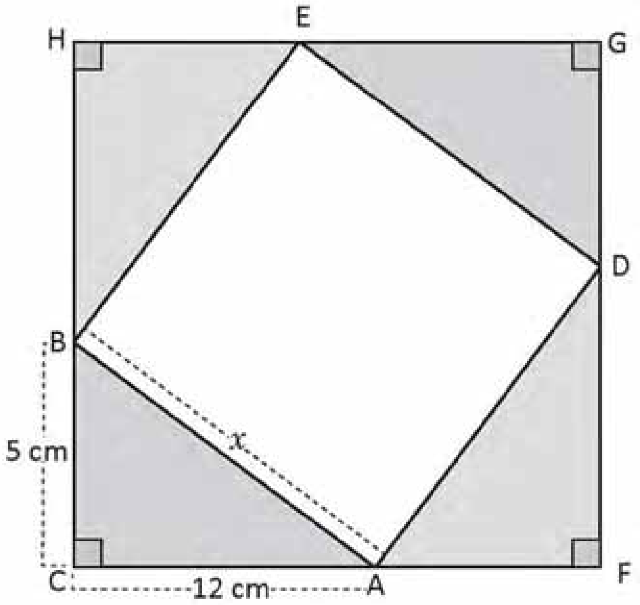
合同である 4 つの直角三角形を使って正方形を作り、面積を計算すると、直角の隣辺がわかるので、斜辺の長さを計算することができます。

この図では、$x = 5$ cm.



斜辺の長さを求めるために行う手順の中で不足している情報を、空欄に埋めましょう。

a) 正方形の辺が三角形 ABC の________________________、つまり辺 x であるように作図しましょう。



b) 三角形Δ______, Δ______, Δ______, Δ______は ΔABC と合同です。

c) 正方形 CFGH の面積は：____

d) 三角形 ABC の面積は：____

e) すると正方形 ADEB の面積は：____

f) 従って斜辺の長さは：____

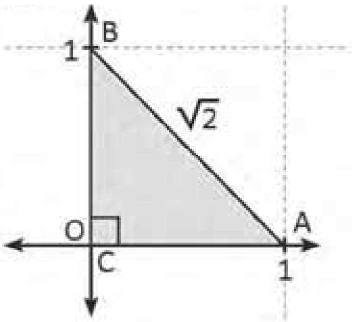
解答するのにどのくらい時間がかかりましたか。

1.2 直角三角形の斜辺の計算、パート 2

R 直角の隣辺が 3 cm と 4 cm の直角三角形の斜辺の長さを確定させるために使われる方法を書きましょう。

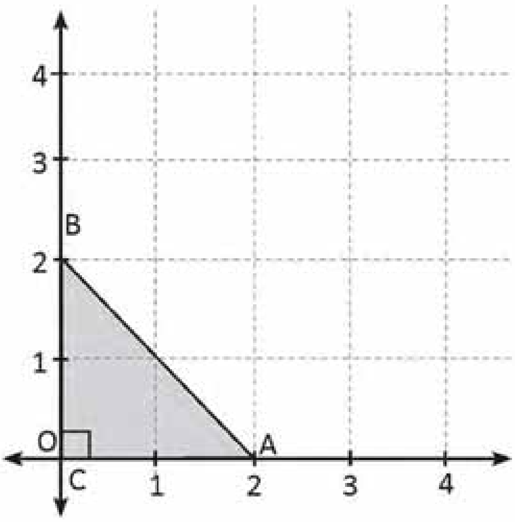
C 前の授業の方法を応用し、座標平面上に点を置いていくこともできます。

例えば、点 A (1, 0)、B (0, 1)、C (0, 0) を頂点とする直角三角形の斜辺の長さは$\sqrt{2}$です。

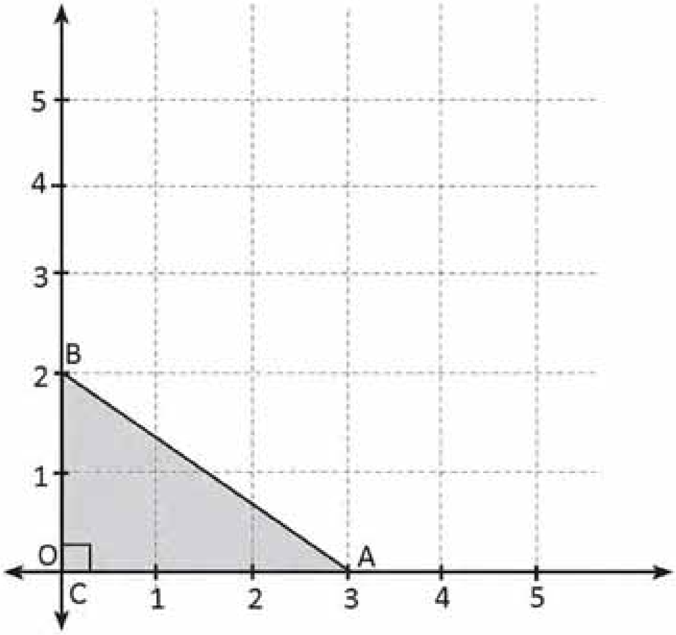


各問にある頂点によって形成された三角形の斜辺を求めましょう。

a) A(2, 0); B(0, 2) とC(0, 0)



b) A(3, 0); B(0, 2) とC(0, 0)

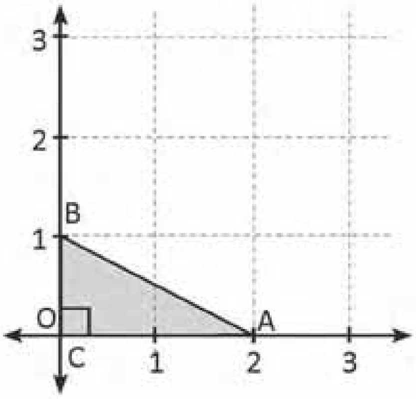


解答するのにどのくらい時間がかかりましたか。

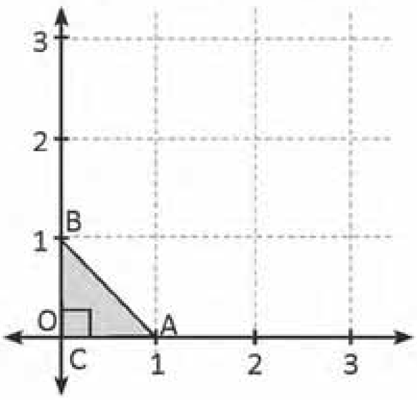
1.3 ピタゴラスの定理、パート 1

各問にある頂点によって形成された三角形の斜辺を求めましょう。

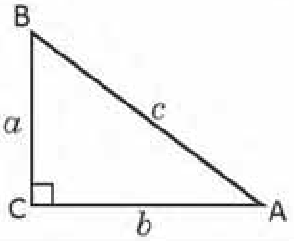
a) A (2, 0); B (0, 1) と C (0, 0)



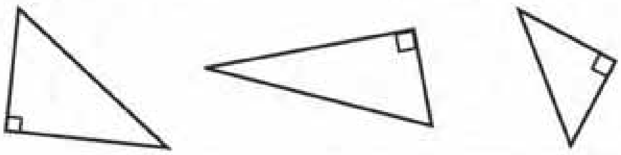
b) A (1, 0); B (0, 1) と C(0, 0)



すべての直角三角形において、直角の隣辺の長さの 2 乗の合計は、斜辺の長さの 2 乗に等しくなります。つまり、三角形の辺が a、b、c のとき、$a^2 + b^2 = c^2$ が成立します。

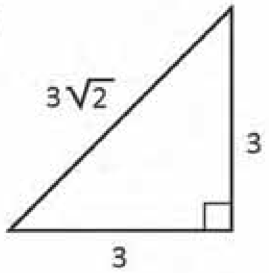


さらに、ピタゴラスの定理は直角三角形の位置に関わらず成立します。

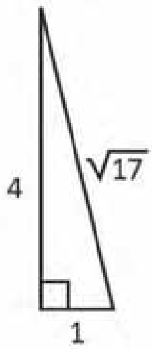


次の直角三角形においてピタゴラスの定理が成立することを確認しましょう：

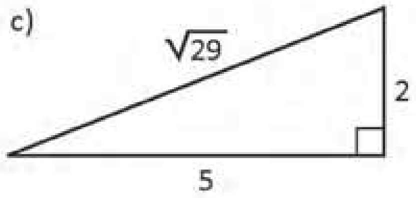
a)



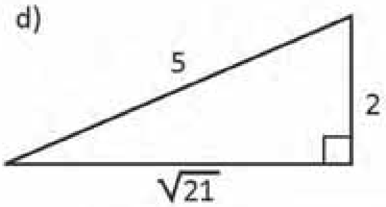
b)



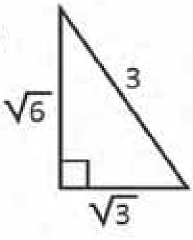
c)



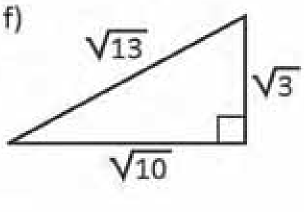
d)



e)



f)

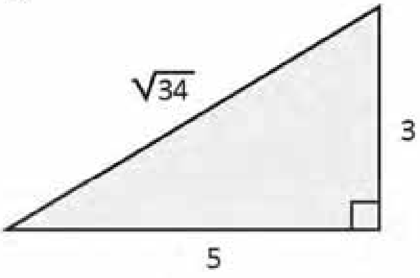


解答するのにどのくらい時間がかかりましたか。

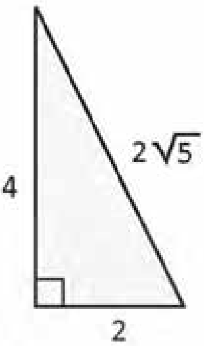
1.4 ピタゴラスの定理、パート 2

次の直角三角形においてピタゴラスの定理が成立することを確認しましょう。

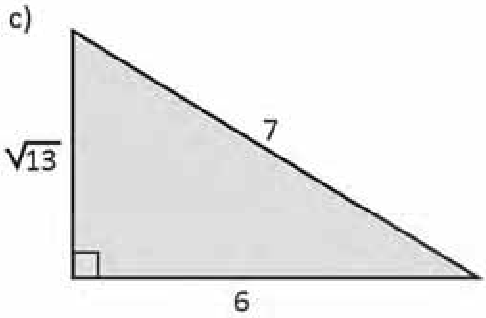
a)



b)

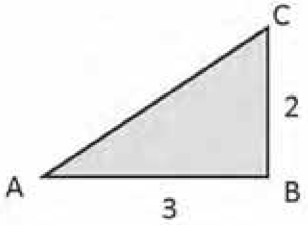


c)



ピタゴラスの定理は三角形の相似を使って証明することができます。またすべての直角三角形に応用でき、このことは直角の隣辺の長さの 2 乗の合計と斜辺の長さの 2 乗は等しいことを示しています。

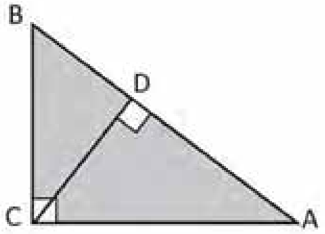
例として、次の三角形の斜辺の長さを求めましょう：



△ABCにおいて：$AB^2 + BC^2 = CA^2 \Rightarrow CA^2 = 2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13.$

$\Rightarrow CA = \sqrt{13}$

ΔABC において $AB^2 = BC^2 + CA^2$ が成立することを証明するための手順の中で不足している情報を、空欄に埋めましょう。



a) 頂点 C から辺 AB へ線を引き、直角三角形____________を作りましょう。

b) 三角形Δ______、Δ CBD は______条件によって相似です。

c) $\frac{AB}{BC} = —$ (三角形が相似のため)。したがって、BC^2 = ____________。

d) 三角形Δ______、Δ ACD は______条件によって相似です。

e) $\frac{AB}{CA} = —$ (三角形が相似のため)。したがって、CA^2 =______。

f) よって、$BC^2 + CA^2$ =________ = AB × (BD + DA) = AB^2

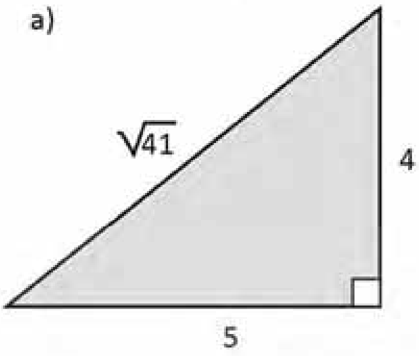
したがって、________________

解答するのにどのくらい時間がかかりましたか。

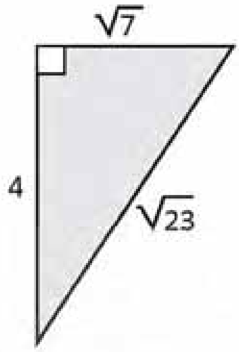
1.5 直角の隣辺の長さの計算

次の直角三角形においてピタゴラスの定理が成立することを確認しましょう。

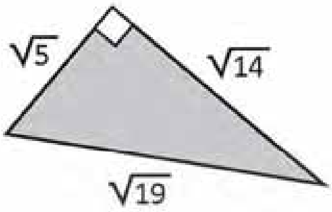
a)



b)

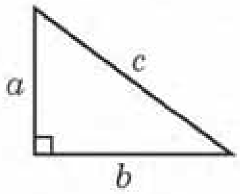


c)

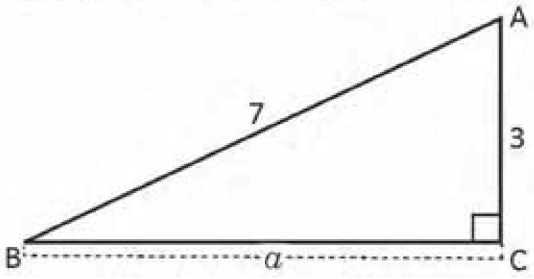


一般的に、直角三角形において、辺 a、b、c は、$a^2 + b^2 = c^2$ を満たすため、斜辺と直角の隣辺は次のように求めることができます：

$c = \sqrt{a^2 + b^2}$ $a = \sqrt{c^2 - b^2}$ $b = \sqrt{c^2 - a^2}$



例として、a の値を求めましょう。

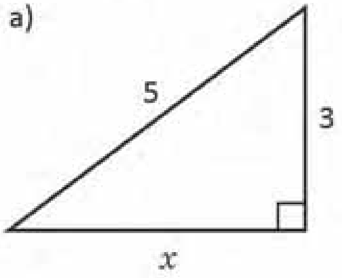


$a = \sqrt{c^2 - b^2}$

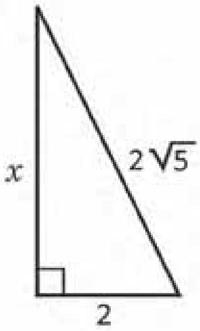
$a = \sqrt{7^2 - 3^2} = \sqrt{49 - 9} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$

それぞれの三角形の x の値を求めましょう。

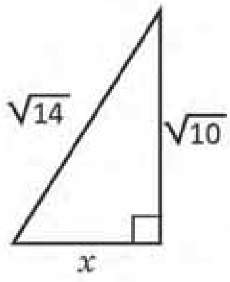
a)



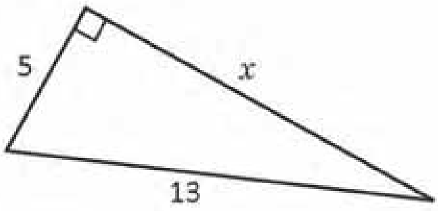
b)



c)



d)

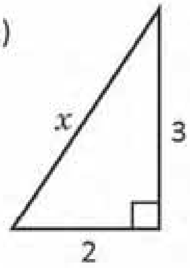


解答するのにどのくらい時間がかかりましたか。

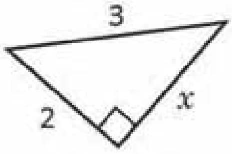
1.6 ピタゴラスの定理を使った問題の解法

それぞれの三角形の x の値を求めましょう。

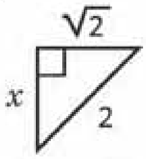
a)



b)



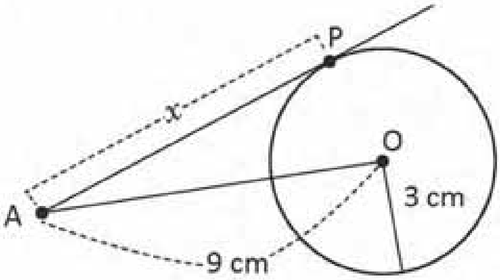
c)



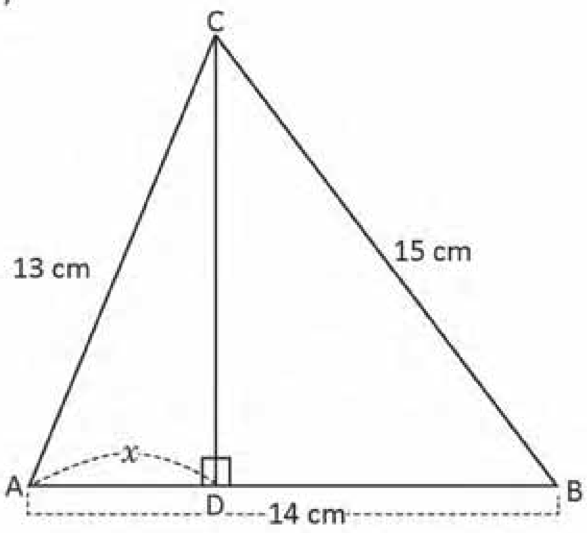
ピタゴラスの定理を用いて問題を解くには、図形の直角三角形を特定し、そこに与えられた値を用いていくつかの線の長さを求めます。

次の図形において x の値を求めましょう：

a) AP を通る直線は O を中心とする円の接線です。



b)

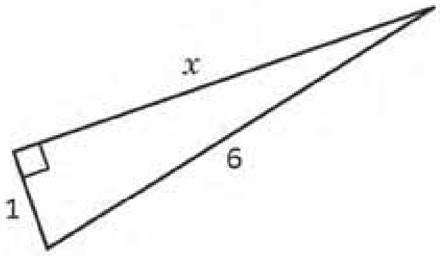


解答するのにどのくらい時間がかかりましたか。

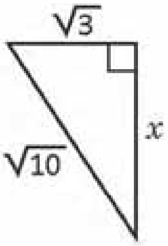
1.7 特別な三角形

1. それぞれの三角形の x の値を求めましょう：

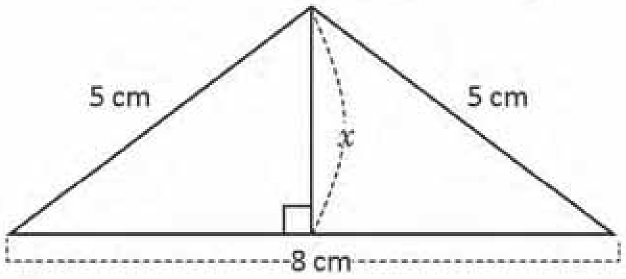
a)



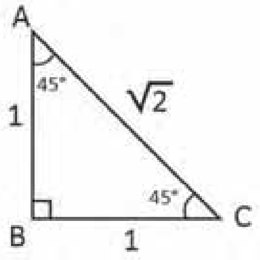
b)

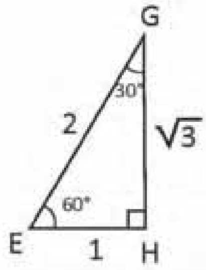


2. 次の図形の x の値を求めましょう：



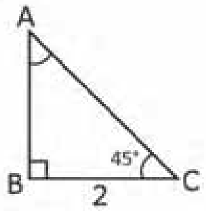
三角形 ABC と EHG を**特別な三角形**と呼びます。



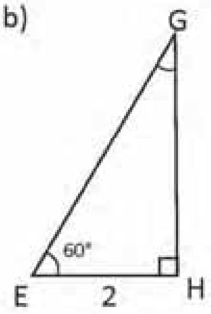


次の三角形のすべての辺と角を求めましょう：

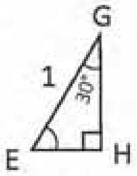
a)



b)

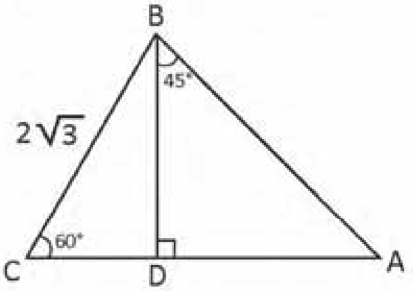


c)



1.8 ピタゴラスの定理の逆

R 三角形 ABC のすべての辺と角を求めましょう。



C ひとつの三角形の辺 a、b、c が $a^2 + b^2 = c^2$ の関係を満たしていると、三角形は直角三角形で、斜辺は c です。この結果は**ピタゴラスの定理の逆**と呼ばれます。

例えば：
三角形の 3 辺の長さが 8、15、17 のとき、2 辺の 2 乗の合計は 3 つめの辺の 2 乗と等しいことが成り立ちます。

$$15^2 + 8^2 = 289、17^2 = 289、したがって\ 15^2 + 8^2 = 17^2$$

ピタゴラスの定理の逆により、その三角形は直角を有し、よって、直角三角形であると結論づけられます。

辺の長さが情報として与えられているとき、三角形は直角三角形か調べましょう。

a) 12 cm, 5 cm y 13 cm

b) 3 cm, 2 cm y $\sqrt{13}$ cm

c) 3, 5, 7

d) 8, 15, y 17

e) 6, 2, y $\sqrt{41}$

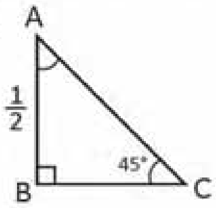
f) 3, $\sqrt{5}$, y 2

解答するのにどのくらい時間がかかりましたか。

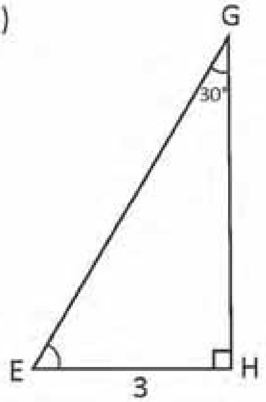
2.1 円錐の高さと体積の計算

1. 次の三角形のすべての辺と角を求めましょう：

a)



b)



2. 辺の長さが情報として与えられているとき、どの三角形が直角三角形か調べましょう。

a) 7 cm、25 cm、24 cm

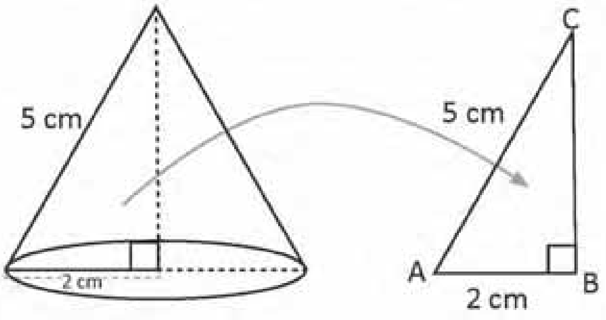
b) 5、2、$\sqrt{29}$

円錐の体積または高さが不明で、それを求めるためには、ピタゴラスの定理を使う必要があります。

例えば：
この場合、円錐の高さを求めるためにピタゴラスの定理を使います。つまり三角形 ABC における直角の隣辺 BC の長さと等しくなります。

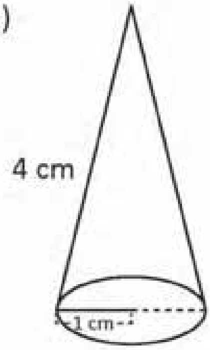
したがって、円錐の高さは $\sqrt{21}$ cm となります。

また次に、公式 $\frac{1}{3}\pi r^2 h$ を使って円錐の体積を求めることもできます。

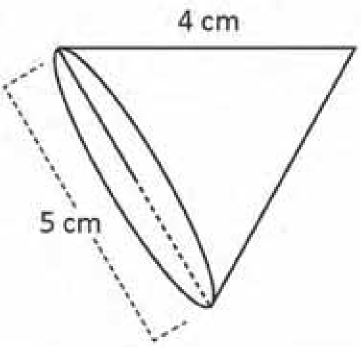


次の円錐の高さと体積を求めましょう：

a)



b)



解答するのにどのくらい時間がかかりましたか。

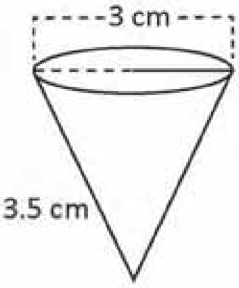
2.2 四角錐の高さと体積の計算

1. 辺の長さが情報として与えられているとき、どの三角形が直角三角形か調べましょう。

a) 7 cm、8 cm、9 cm

b) 3、$\sqrt{5}$ 、$\sqrt{10}$

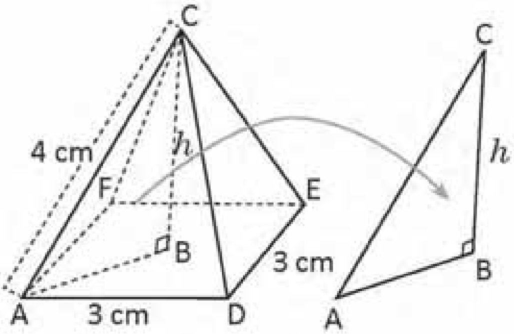
2. 次の円錐の高さと体積を求めましょう：



角錐の高さまたは体積が不明で、それを求めるためには、ピタゴラスの定理を使う必要があります。

例えば：
この場合、角錐の高さを求めるためにピタゴラスの定理を使います。つまり三角形 ABC における直角の隣辺 BC の長さと等しくなります。

また直角の隣辺の長さを求めるためには、底面である正方形の対角線の半分を求めることが必要です。



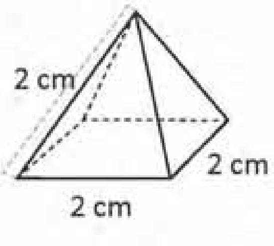
したがって、AB = $\frac{AE}{2}$ = $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ cm。

⇒BC = $\sqrt{\frac{46}{4}}$ = $\sqrt{\frac{23}{2}}$、したがって h = $\sqrt{\frac{23}{2}}$ 。

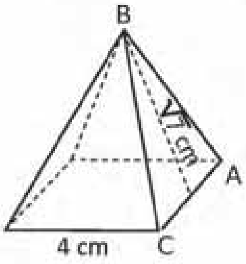
また次に、公式 $V_p = \frac{1}{3} A_B\, h$ を使って角錐の体積を求めることもできます。
A_B は底面の面積で 、h は高さです。

四角錐の高さと体積を求めましょう。

a)



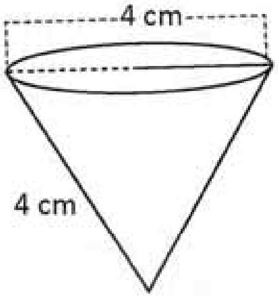
b) 三角形 ABC は二等辺三角形です。



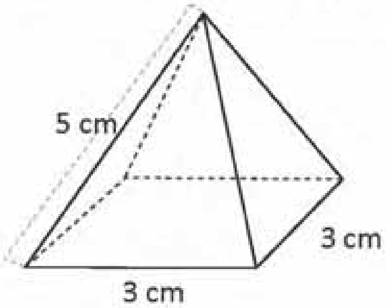
解答するのにどのくらい時間がかかりましたか。

2.3 直方体の対角線の長さの計算

1. 次の円錐の高さと体積を求めましょう：



2. 次の四角錐の高さと体積を求めましょう：



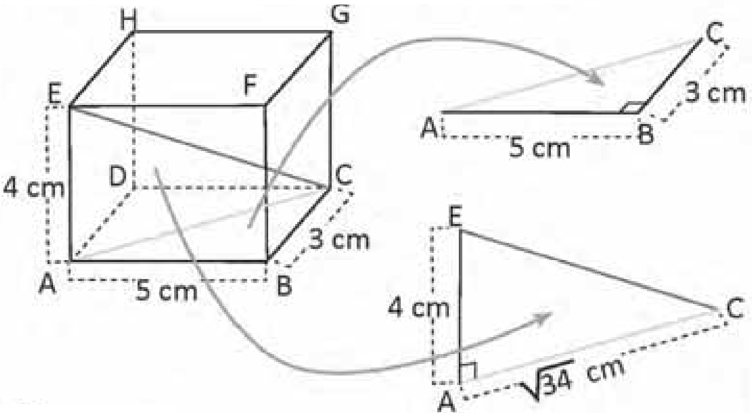
直方体の対角線を求めるために、ピタゴラスの定理を使う必要があります。

例えば：
この場合、底面の対角線を確定するためにピタゴラスの定理を使います。その後、直方体の対角線を計算するために、もう一度使います。

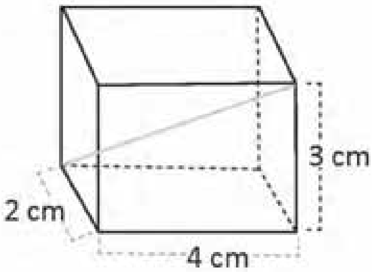
したがって、AC = $\sqrt{34}$ 。

⇒EC = $\sqrt{50}$ = 5 $\sqrt{2}$

したがって、この直方体の対角線の長さは 5 $\sqrt{2}$ mです。



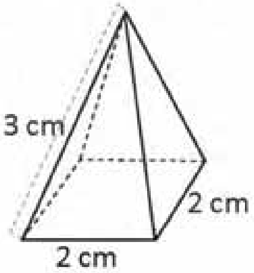
直方体の対角線の長さの計算。



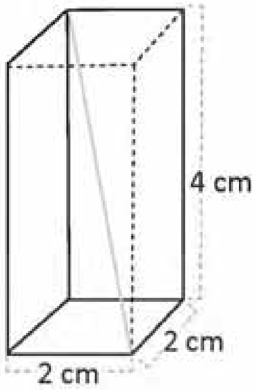
解答するのにどのくらい時間がかかりましたか。

2.4 六角形の面積の計算

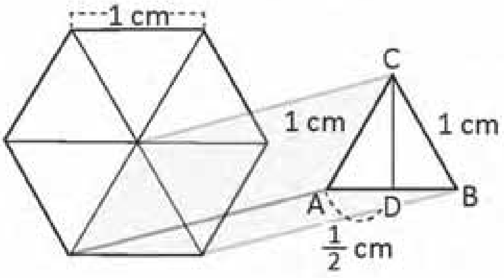
1. 四角錐の高さと体積を求めましょう。



2. 直方体の対角線の長さと体積の計算。



一辺が 1 cm の正六角形の面積を求めるため、合同である 6 つの正三角形のひとつの面積を計算しました。その高さを求めるために、ピタゴラスの定理を使っています。



$$AC^2 = DC^2 + AD^2 \Rightarrow DC^2 = AC^2 - AD^2$$

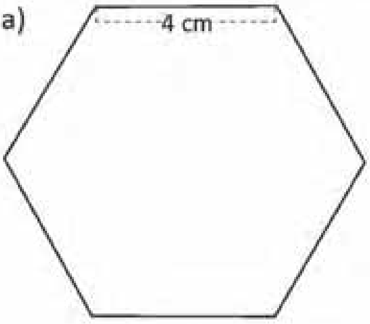
$$\Rightarrow DC^2 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \Rightarrow DC = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

したがって、ΔABC の面積は： $(\Delta ABC) = \frac{1\ \text{cm} \times \frac{\sqrt{3}}{2}\ \text{cm}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}\ \text{cm}^2.$

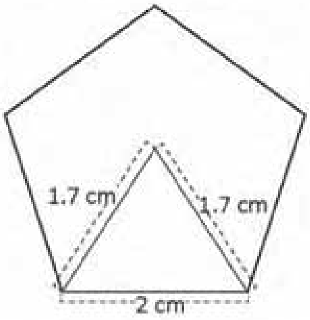
六角形の面積は $\frac{\sqrt{3}}{4} \times 6 = \frac{3\sqrt{3}}{2}\ \text{cm}^2.$

次の正多角形の辺心距離の長さと面積を求めましょう。

a)



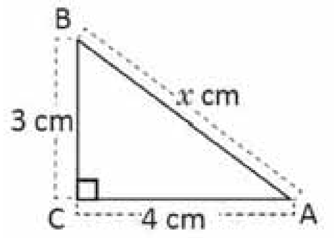
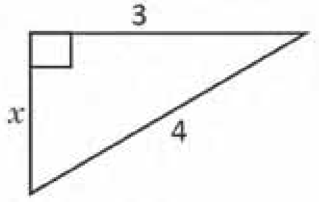
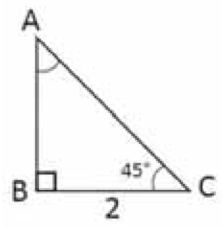
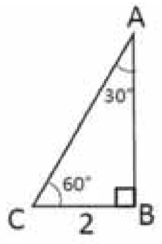
b)



解答するのにどのくらい時間がかかりましたか。

2.5 学習内容の自己評価

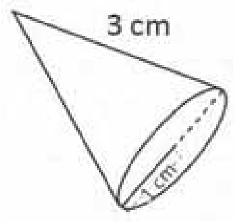
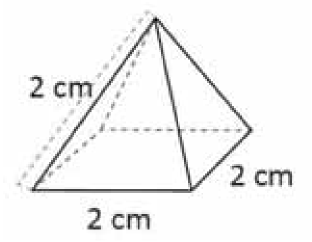
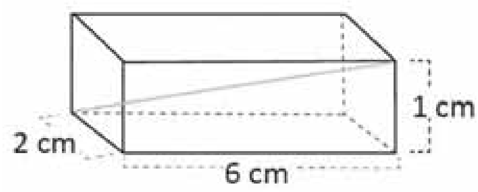
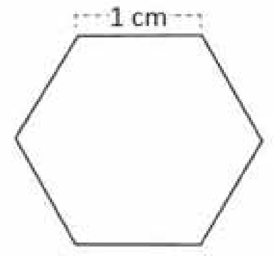
問題を解き、学習したことが適切だった思えるところに "×" 印を入れましょう。
正直に答えましょう。

設問	はい	改善できます。	いいえ	コメント
1. ピタゴラスの定理の証明は理解できていて、自分の言葉で説明できます。				
2. 次の場合のように、ピタゴラスの定理を使って直角三角形の斜辺を計算します： 				
3. 次の場合のように、ピタゴラスの定理を正しく使って直角三角形の直角の隣辺を計算します： 				
4. 次の場合のように、特別な直角三角形の角度と辺を求めます：  				
5. 次の場合のように、ピタゴラスの定理の逆を使って、三角形が直角三角形であることがわかります： 12 cm、5 cm、13 cm				

解答するのにどのくらい時間がかかりましたか。

2.6 学習内容の自己評価

問題を解き、学習したことが適切だった思えるところに "×" 印を入れましょう。
正直に答えましょう。

設問	はい	改善できます	いいえ	コメント
1. 次の場合のように、ピタゴラスの定理を正しく応用して円錐の高さを計算します： 				
2. 次の場合のように、ピタゴラスの定理を正しく応用して角錐の高さと体積を計算します： 				
3. 次の場合のように、ピタゴラスの定理を正しく応用して直方体の対角線を計算します： 				
4. 次の場合のように、ピタゴラスの定理を正しく応用して正六角形の面積を計算します： 				

解答するのにどのくらい時間がかかりましたか。

2.7 ピタゴラスの定理の応用

ピタゴラスの定理は距離を測るのに応用できます。例えば、エルサルバドル大学の正門から、ロス・エロエス通りと西 21 番通りの交差点までの距離が 669.9 mであると求めることができました。

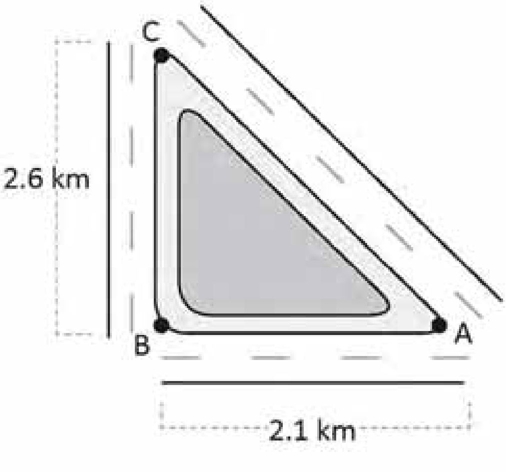
例えば：

地図をよく見ると、直角三角形 ABC ができています。そこからすでに直角の隣辺 AB と BC の長さはわかっています。ピタゴラスの定理を使うと、斜辺 CA の長さが求められます：

$$CA^2 = AB^2 + BC^2 = 375.6^2 + 554.8^2 = 141075.4 + 307803.04 = 448878.4$$

$$\Rightarrow CA = \sqrt{448878.4} \approx 669.9$$

1.マルタは今点 A にいて、家が点 C にあるとき、家までの最短の道を求めましょう。電卓を使ってもかまいません。

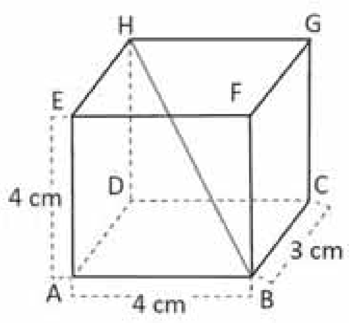


2. ラス・アメリカ広場の中央にある独立記念塔の高さを計算しましょう。1942年11月26日に除幕されたこの塔は、建築家ホセ・マリア・バラオナ・ビジャセニョールによってデザインされたものです。

解答するのにどのくらい時間がかかりましたか。

2.8 学習内容の自己評価

問題を解き、学習したことが適切だった思えるところに "×" 印を入れましょう。
正直に答えましょう。

設問	はい	改善できます	いいえ	コメント
1. アナは長さが 10 フィートのはしごを持っています。柱の 8 フィートの高さについている電球を換えようとしています。柱の付け根部からどのくらいの距離にはしごを置かねばなりませんか。				
2. コンクリート槽の点 H と B を結ぶワイヤーを張る必要があります。ワイヤーの長さはどのくらいですか ？  				

2.9 学習内容の自己評価

問題を解き、学習したことが適切だった思えるところに "×" 印を入れましょう。
正直に答えましょう。

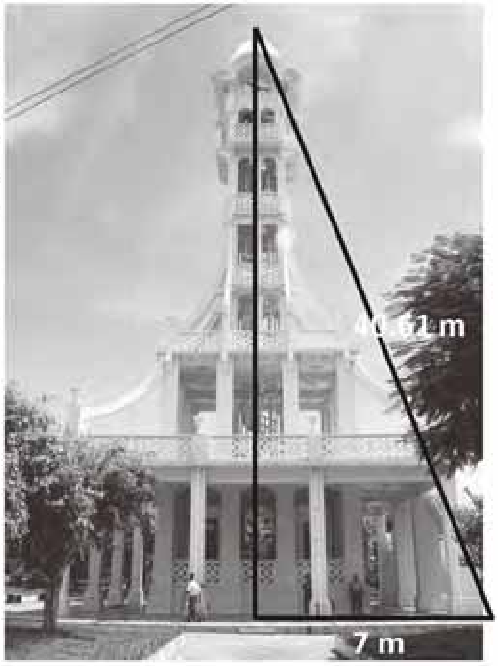
設問	はい	改善できます	いいえ	コメント
1. カルロスが学ぶ学校にあるバスケットボールのコートは、長さが 28 m、対角線が 31.77 m あります。 コートの面積はどのくらいですか?				
2. テレビ画面は対角線が 32 インチ（81.28 cm）、長さが 24.98 インチあります。テレビの高さはどのくらいですか?				

解答するのにどのくらい時間がかかりましたか。

応用問題

1. **サン・ビセンテ時計塔**は、サン・ビセンテ市アントニオ・ホセ・カニャス中央公園にあり、1928年に建設が開始され1930年に完成しました。ピオ・ロメロ・ボスケ博士が大統領在任中のことです。2001年1月13日の地震で塔は被害を受けたため、改築され、2009年に新たにオープンしました。この塔はエルサルバドルの観光シンボルのひとつです。

   図の中に与えられたデータをもとに、サン・ビセンテ時計塔の実際の高さの概算を求めましょう。



2. サン・サルバドル市のフロール・ブランカ地区にある**ホルヘ・マヒコ・ゴンサレス**競技場は、ある時までエルサルバドルでは 2 番目に大きな競技場でした。1935年と2002年に、中央アメリカ・カリブ諸国競技大会が開催され、いくつかのスポーツ競技が行われました。マキシミリアーノ・エルナンデス・マルティネス大統領の在任中に建設され、サンサルバドル・フロール・ブランカ国立競技場と名付けられました。2006年までに、サッカー界で最も著名なエルサルバドル人選手に敬意を表して、“ホルヘ・マヒコ・ゴンサレス”国立競技場と名前が変更されています。

   写真は“ホルヘ・マヒコ・ゴンサレス”競技場を上から見たものです。写真の中に記された長さを使って、競技場のピッチの実際の長さを求めましょう。

解答するのにどのくらい時間がかかりましたか。

ユニット 7

円周角と中心角

Μαθηματικη Συνταξις

Κλαυδιος Πτολεμαιος

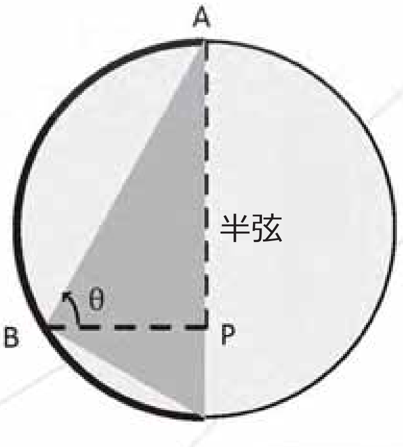
τὸν μὲν ὁμόκεντρον τῷ διὰ μέσων τῶν ζῳδίων κύκλον τὸν ΑΒΓΔ περὶ κέντρον τὸ Ε καὶ διάμετρον τὴν ΑΕΓ, τὸν δ' ἐπ' αὐτοῦ φερόμενον ἐπίκυκλον, ἐφ' οὗ κινεῖται ὁ ἀστήρ, τὸν ΖΗΘΚ περὶ κέντρον τὸ Α, φανερὸν καὶ οὕτως αὐτόθεν ἔσται, διότι τοῦ ἐπικύκλου ὁμαλῶς διερχομένου τὸν ΑΒΓΔ κύκλον ὡς ἀπὸ τοῦ Α λόγου ἕνεκα ἐπὶ τὸ Β καὶ τοῦ ἀστέρος τὸν ἐπίκυκλον, ὅταν μὲν κατὰ τῶν Ζ καὶ Θ γένηται ὁ ἀστήρ, ἀδιαφόρως φανήσεται τῷ Α κέντρῳ τοῦ ἐπικύκλου, ὅταν δὲ κατὰ ἄλλων, οὐκέτι, ἀλλὰ κατὰ μὲν τοῦ Η φέρε εἰπεῖν γινόμενος πλείονα δόξει πεποιῆσθαι κίνησιν τῆς ὁμαλῆς τῇ ΑΗ περιφερείᾳ, κατὰ δὲ τοῦ Κ ἐλάσσονα ὁμοίως τῇ ΑΚ περιφερείᾳ.

天文学専門書「アルマゲスト」の
1ページ。

天文学は、獲物が豊富な時期、種まきの時期、冬の到来を予測するために古代文明で使用されていました。

ギリシア系エジプト人の数学者クラウディオス・プトレマイオス（2世紀）は、天文学の専門書「アルマゲスト」の中で、天動説（惑星が地球の周りを回る）に関する数学的記述を行いました。彼が数学に対して貢献したことの一つが内接四辺形に関する定理で、円周角の重要な特性が用いられています。

三角法は、三角形の辺と角の関係について研究したもので、天文学の研究によって生まれました。インドの数学者、ヴァラーハミヒラ（6世紀）とブラフマグプタ（7世紀）は、半弦（1辺が円の直径となる円の内接三角形）および円周角の研究に基づく内接四辺形を利用して、様々な三角法の特性について述べました。



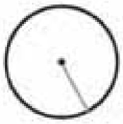
円周角 *ABC* は直角です。この構造から、重要な比率が得られました。

ここで取り扱う内容には、円周角の定義から定理までが含まれています。これにより、中心角との関係を確立します。みなさんは、円周上の接線の作図や、接線と弦のなす角および円の弦と弧の関係の定義などを学習します。

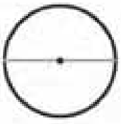
1.1 円の要素

円の要素は次のとおりです。

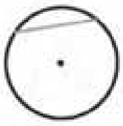
半径：中心から円周上の点までの線分。



直径：円周上の1点から中心を通って別の1点まで延びる線分。

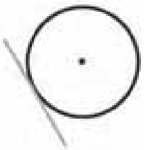


弦：円周上の1点から別の点までの線分。



弧：2 点で区切られた円周の一部。

接線：円周上の1点に接する直線。



1. 円の要素を示す項目番号を、その定義や特徴に当てはまる括弧に記入しましょう。
同じ項目を繰り返し使用することができます。

a) 弦　（　）長さが直径の長さの半分である要素。

b) 接線（　）円周上の異なる 2 点を結んだ線分。

c) 半径（　）円周上の 1 点で半径と垂直に交わる要素。

d) 弧　（　）中心点から円周上の 1 点まで延びる線分。

e) 直径（　）中心角の開きによって決定される円の要素。

（　）長さが半径の長さの 2 倍である要素。

（　）円において最も長い弦。

（　）2　点で区切られた円周の一部。

2. 次の円に、指定された色に従い要素を書き入れましょう。

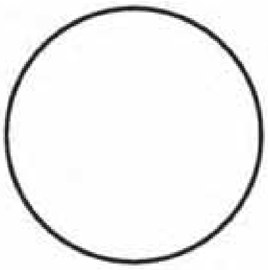
a) 弦：赤

b) 接線：青

c) 半径：緑

d) 弧：黄色

e) 直径：水色



解答するのにどのくらい時間がかかりましたか。

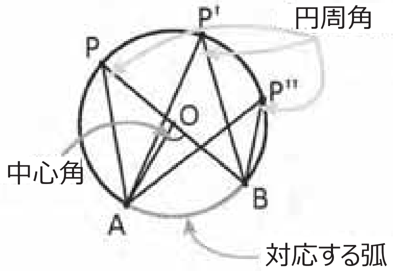
1.2 円周角の定義と大きさ

円の要素とその定義を線で結びましょう。

1. 直径　　a) 円周上の異なる 2 点を結んだ線分。
2. 接線　　b) 中心点から円周上の 1 点まで延びる線分。
3. 半径　　c) 2 点で区切られた円周の一部。
4. 弧　　d) 1 点だけが円に接する直線。
5. 弦　　e) 円周上の異なる 2 点を結び、中心を通る線分。

頂点が円周上にある角を**円周角**と呼びます。

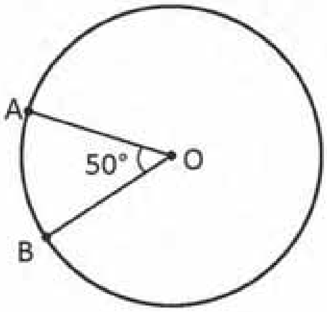
円において、任意の円周角と同じ弧に対する中心角の大きさは、その同じ弧に対する任意の円周角の大きさの 2 倍になります。



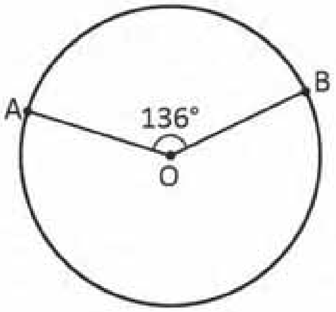
同じ弧に対するとは、同じ弧を共有することを意味します。

以下の円に異なる 3 つの中心角を描き、その大きさを求めましょう。

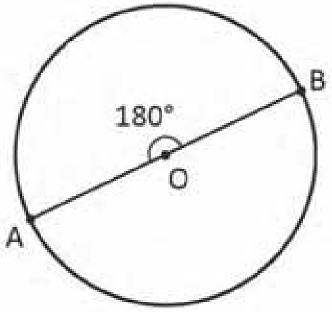
a)



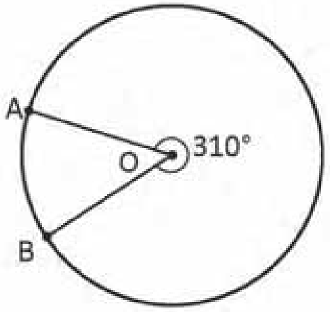
b)



c)



d)



解答するのにどのくらい時間がかかりましたか。

1.3 円周角、パート 1

1. 円の要素の定義を書きましょう。

a) 直径____________________

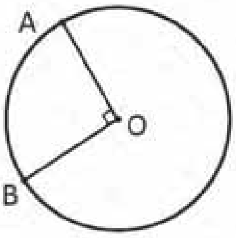
b) 接線____________________

c) 半径____________________

d) 弧____________________

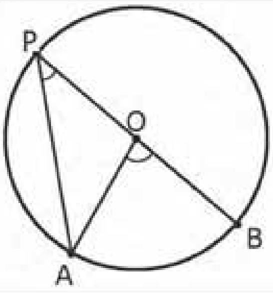
e) 弦____________________

2.円の中に異なる 3 つの中心角を描き、その大きさを求めましょう。

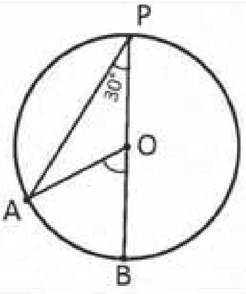


辺が円の直径と一致する円周角では、**円周角と同じ弧に対する中心角の大きさは、その円周角の大きさの 2 倍になります。**

例：



∢BOA = 2∢BPA

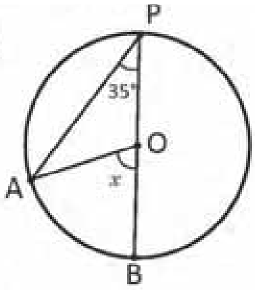


∢BOA = 2∢BPA なので

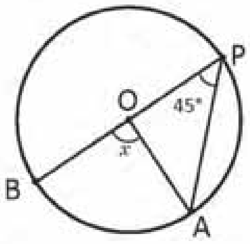
∢BOA = 2(30) = 60°

次の各場合について x の値を求めましょう。

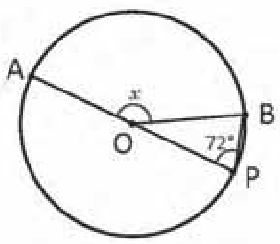
a)



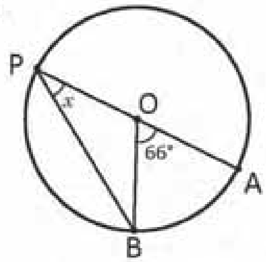
b)



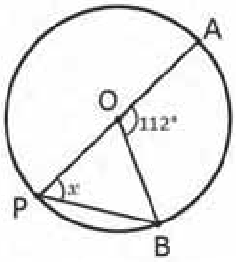
c)



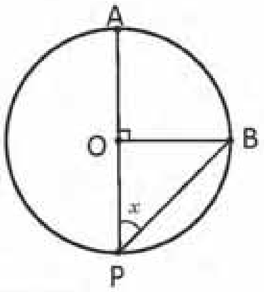
d)



e)



f)

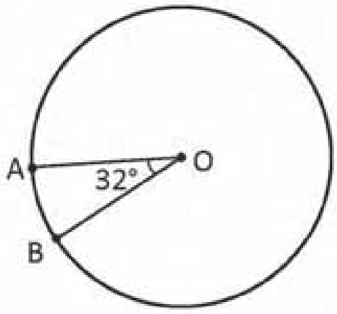


解答するのにどのくらい時間がかかりましたか。

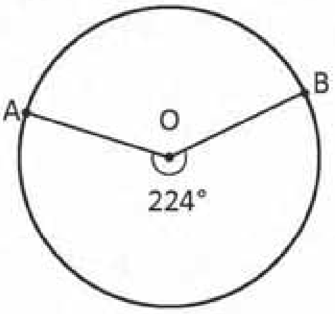
1.4 円周角、パート 2

1. 以下の円に異なる 3 つの中心角を描き、その大きさを求めましょう。

a)

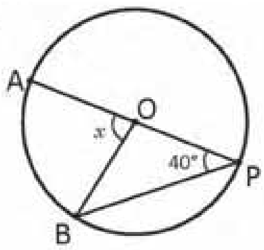


b)

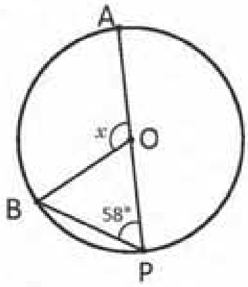


2. 次の各場合について *x* の値を求めましょう。

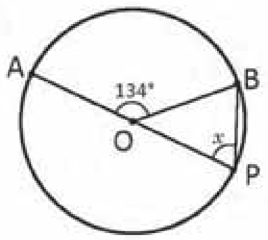
a)



b)

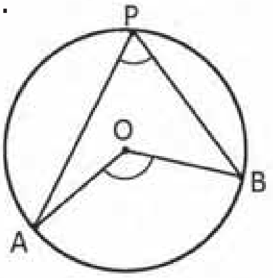


c)

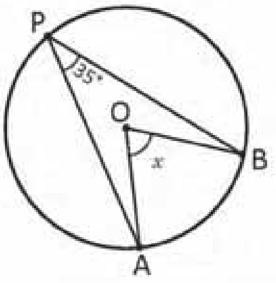


同じ弧に対する中心角を内側に持つ円周角においても、その**中心角の大きさは円周角の大きさの 2 倍になります。**

例：



∢BOA = 2∢BPA

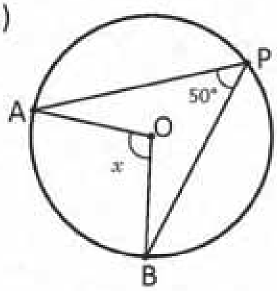


∢BOA = 2∢BPA なので

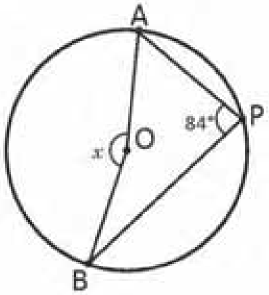
∢BOA = 2(35) = 70°

次の各場合について *x* の値を求めましょう。

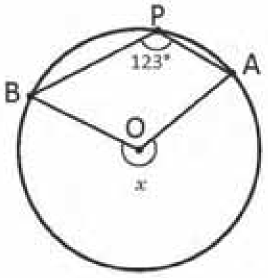
a)



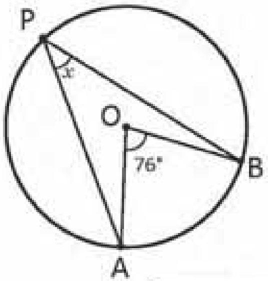
b)



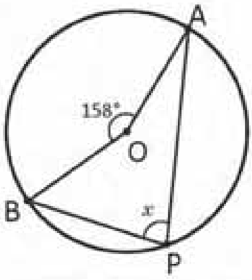
c)



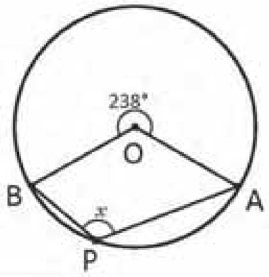
d)



e)



f)

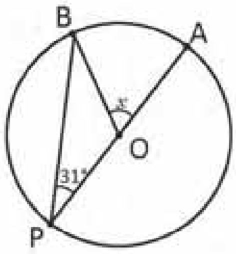


解答するのにどのくらい時間がかかりましたか。

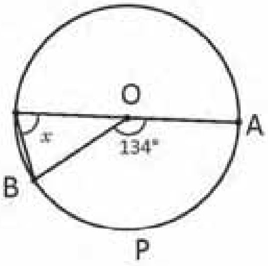
1.5 円周角の定理

1. 次の各場合について *x* の値を求めましょう。

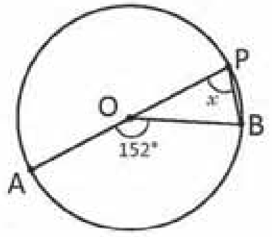
a)



b)

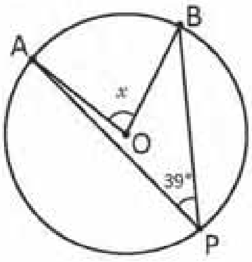


c)

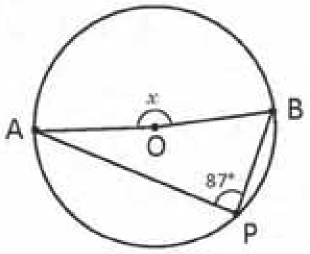


2. 次の各場合について *x* の値を求めましょう。

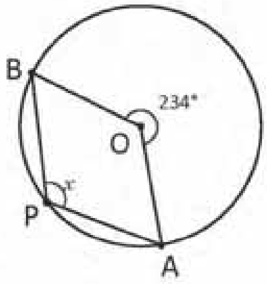
a)



b)

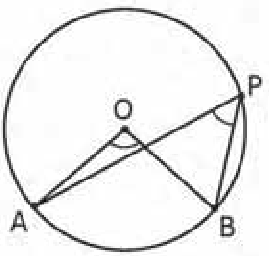


c)



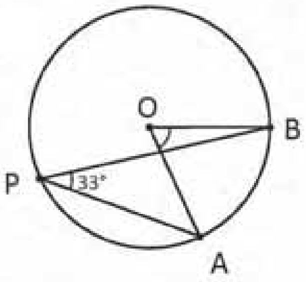
円のあらゆる円周角において、**中心角の大きさは同じ弧に対する円周角の大きさの 2 倍になります。**この結果は、円周角の定理として知られています。

さらに、同じ弧に対する全ての円周角の大きさは等しくなります。



∢BOA = 2∢BPA

例：

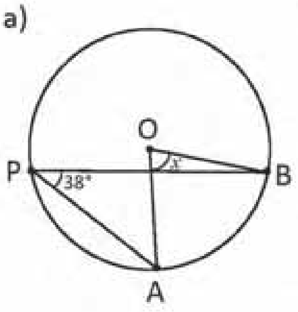


∢BOA = 2∢BPA なので

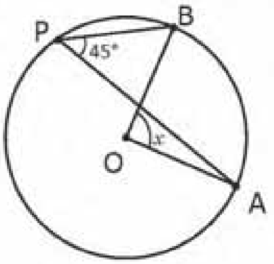
∢BOA = 2(33) = 66°

次の各場合について *x*、*y* 、*z* の値を求めましょう。

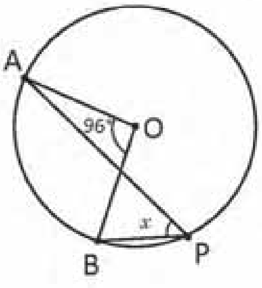
a)



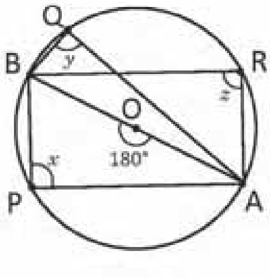
b)



c)



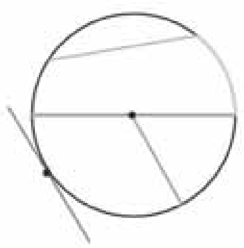
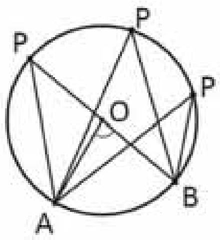
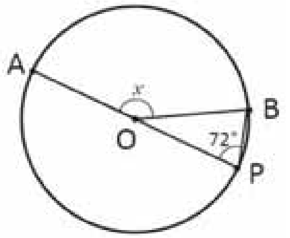
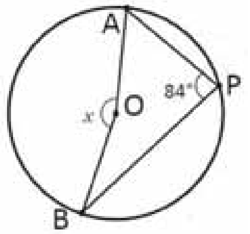
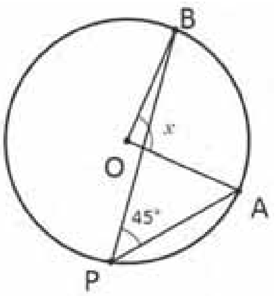
d)



解答するのにどのくらい時間がかかりましたか。

1.6 学習内容の自己評価

問題を解き、学んだことを踏まえて、適切と思うところに "×" 印を入れましょう。
正直に答えましょう。

項目	はい	改善できます	いいえ	コメント
1. 以下の図にある円の要素を特定します。 				
2. 円周角の定義を理解し、同じ弧に対する中心角との想定される関係を特定します。  				
3. 図のように、中心点が円周角のいずれかの辺上にある場合に、円周角の定理を応用します。  				
4. 図のように、中心点が円周角のいずれかの辺上にある場合に、円周角の定理を応用します。  				
5. 図のように、中心点が円周角のいずれかの辺上にある場合に、円周角の定理を応用します。  				

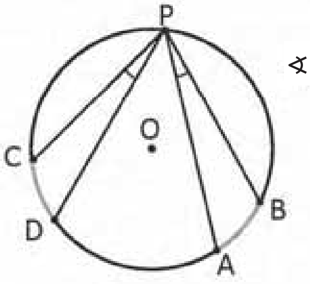
解答するのにどのくらい時間がかかりましたか。

1.7 合同な弧

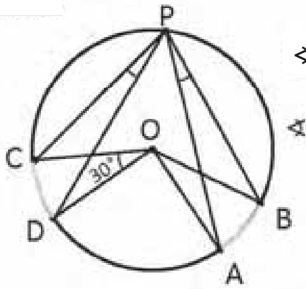
円において、長さの等しい弧に対する円周角の大きさは、等しくなります。

また、2 つの円周角の大きさが等しい場合、それらの円周角に対する弧の長さも等しくなります。

例：



$\measuredangle BPA = \measuredangle DPC$

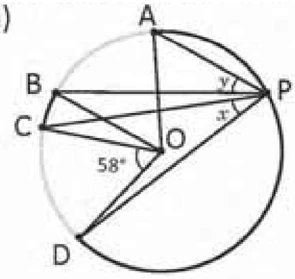


$\measuredangle BOA = \measuredangle DOC$ なので

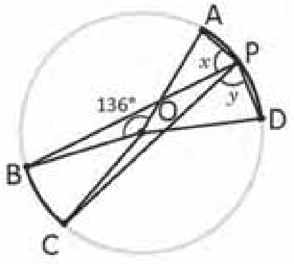
$\measuredangle BPA = \measuredangle DPC = \frac{30}{2} = 15°.$

1. 次の各場合について x と y の値を求めましょう。$\overset{\frown}{CD} = \overset{\frown}{AB}$ とします。

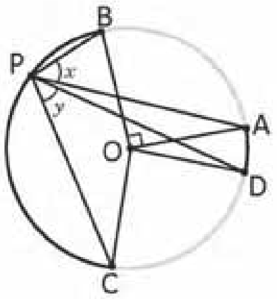
a)



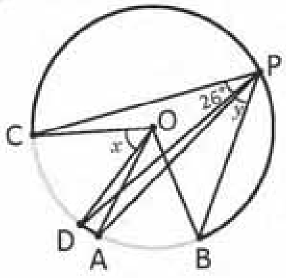
b)



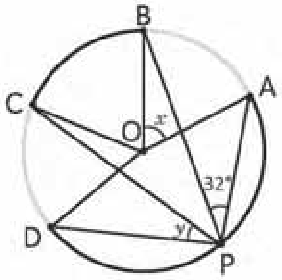
c)



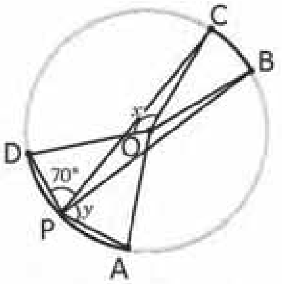
d)



e)

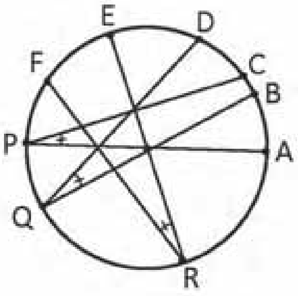


f)

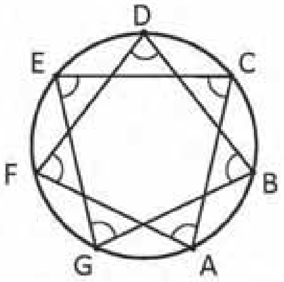


2. 以下のそれぞれの円において、長さの等しい弧を特定しましょう。

a)



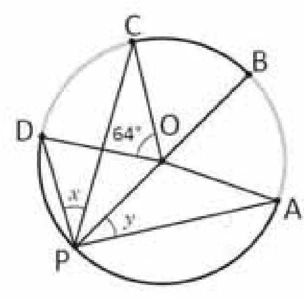
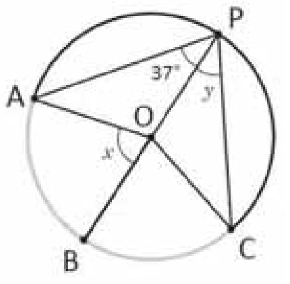
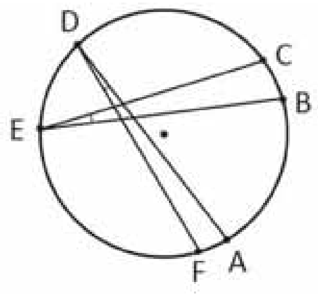
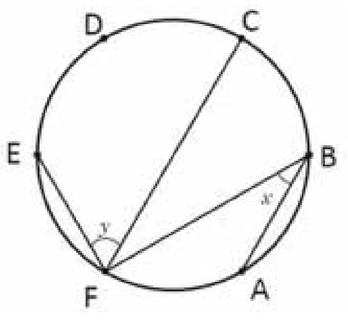
b)



解答するのにどのくらい時間がかかりましたか。

1.8 学習内容の自己評価

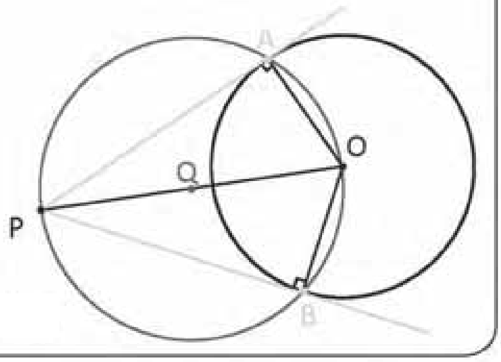
問題を解き、学んだことを踏まえて、適切と思うところに "×" 印を入れましょう。
正直に答えましょう。

項目	はい	改善できます	いいえ	コメント
1. 長さの等しい弧の特性を応用して、図のような角の大きさを求めます。   				
2. 大きさの等しい円周角の特性を利用して、以下に示すような図で大きさの等しい弧を特定します。  				
3. 円周角の定理およびその逆の結果を正しく適用し、次のような問題を解きます。 次の図において点 A、B、C、D、E、F が円周を 6 つの等しい弧に分割する場合、*x* と *y* の値を求めましょう。  				

解答するのにどのくらい時間がかかりましたか。

2.1 円に対する接線の作図

円周角の性質を利用して、点 P を通り与えられた円の接線となる直線を次のような手順で作図することができます。



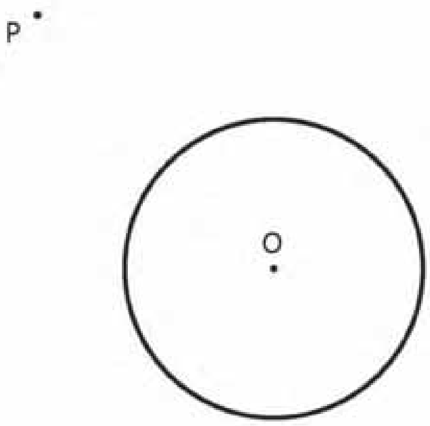
1. 線分 PO の中点を求めます。

2. PO を直径とする円を描きます。

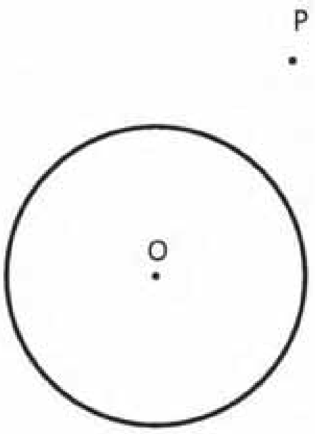
3. 2 つの円が交わる点 A、B に印をつけます。

1. 次のそれぞれの円について、点 P を通る接線を作図しましょう。

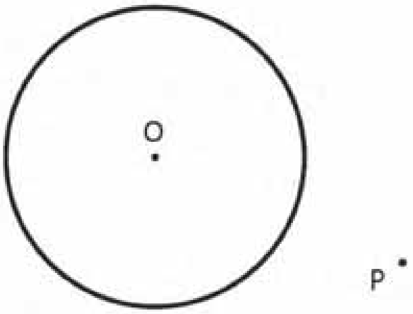
a)



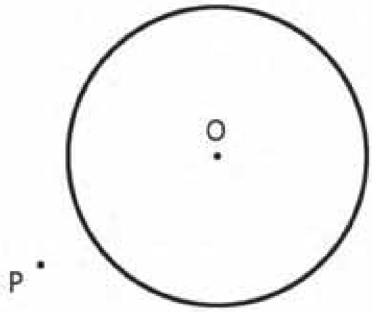
b)



c)



d)



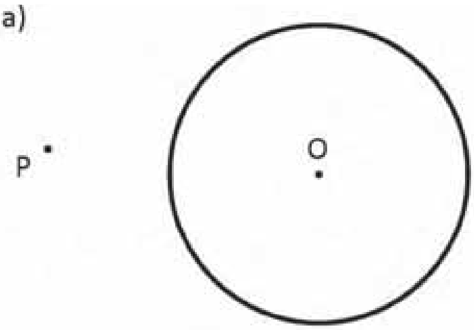
2. 接点までの接線の線分が等しくなるのはなぜですか？

解答するのにどのくらい時間がかかりましたか。

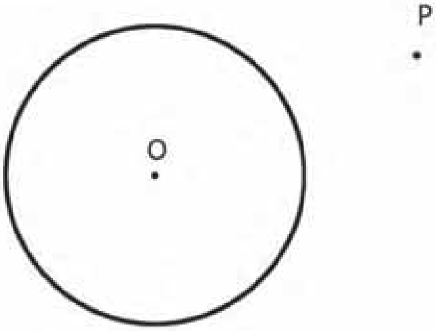
2.2 円の弦と弧

次のそれぞれの円について、点 P を通る接線を作図しましょう。

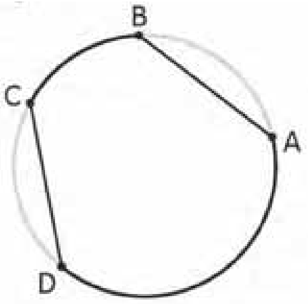
a)



b)

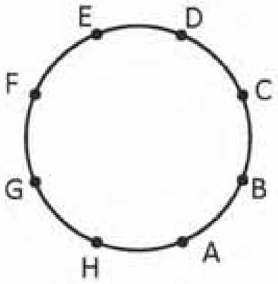


1 つの円において 2 つの弧の長さが等しい場合、その弧に対する弦の長さも等しくなります。

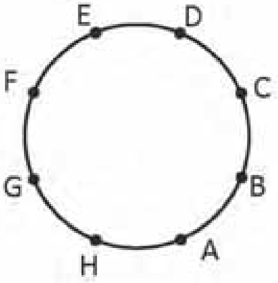


もし $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{CD}$ ならば AB = CD。

点 A、B、C、D、E、F、G は、円を等しい 8 つの弧に分けます。各設問が示す図形を分類しましょう。



a) ACEG
b) CEG
c) CDGH
d) BFGA



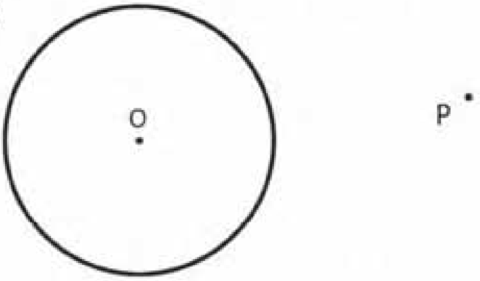
e) EGA
f) BEH
g) BCF
h) ABCDEFGH

解答するのにどのくらい時間がかかりましたか。

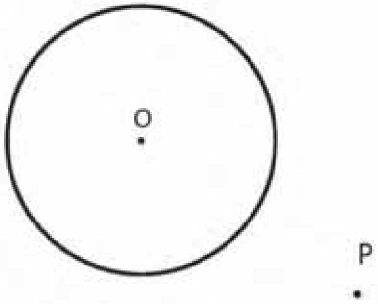
2.3 三角形の相似への応用

1. 次のそれぞれの円について、点 P を通る接線を作図しましょう。

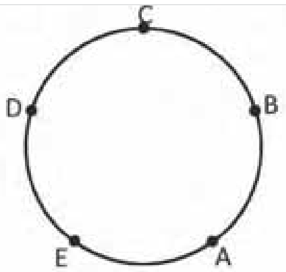
a)



b)



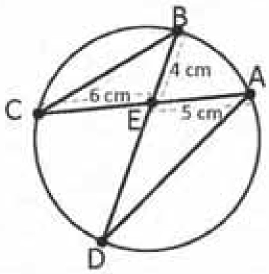
2. 点A、B、C、D、E は、円を等しい 5 つの弧に分けます。各設問が示す図形を分類しましょう。例を見ましょう。



a) ABD　　b) CDE　　c) ABDE　　d) ABCDE

同じ弧に対する円周角に注目して、三角形の相似を判断することができます。また、一部の線分の長さを求めるために利用できます。

例：



頂点で向き合う 2 つの角があり、さらに ∢DBC = ∢DAC であることから、ΔAED～ΔBEC。

相似条件 AA（二角相等）から、次のように結論づけられます。

ΔAED～ΔBEC.

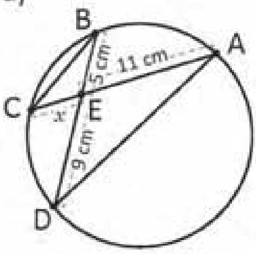
ΔAED～ΔBECなので、$\frac{ED}{CE} = \frac{AE}{BE}$。

したがって、ED = CE×$\frac{AE}{BE}$ = 6×$\frac{5}{4}$= 7.5

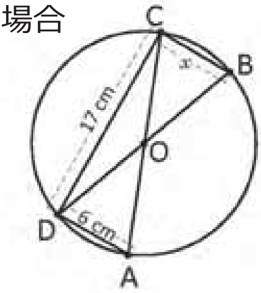
ED = 7.5 cm

次の各図において、x を求めましょう。

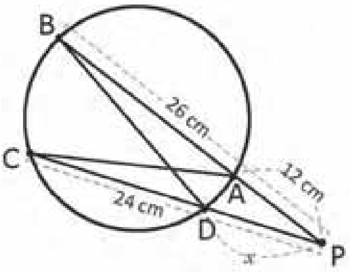
a)



b) $\overset{\frown}{CB} = \overset{\frown}{DA}$ の場合



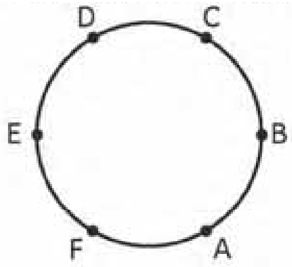
c)



解答するのにどのくらい時間がかかりましたか。

2.4 平行

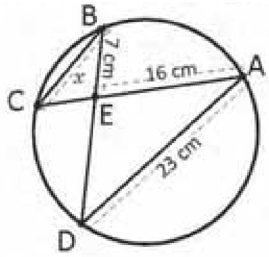
1. 点 A, B, C, D, E, F は、円を等しい 6 つの弧に分けます。各設問が示す図形を分類しましょう。例を見ましょう。



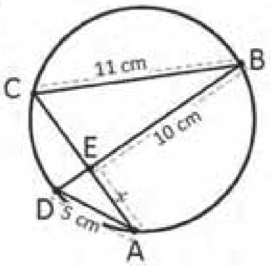
a) BDF
b) ABDE
c) CDEF
d) ABCDEEF

2. 次の各図において、x を求めましょう。

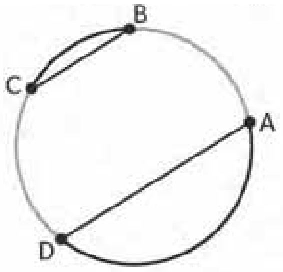
a)



b)



1 つの円において等しい 2 つの弧があるとき、1 つの弧の始点ともう 1 つの弧の終点を結んで作られる 2 つの弦は平行になります。



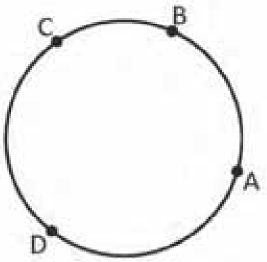
もし $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{CD}$ ならば AD || BC。

命題「A ならば B」を満たす場合、条件 A はもう 1 つの条件 B の十分条件となります。

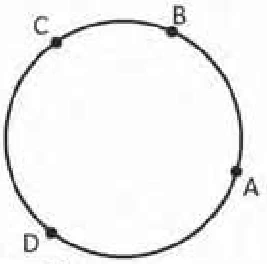
次の各設問のうち、1 つの円における連続する 4 つの点 A、B、C、D をつないだときに、少なくとも一組の平行な弦が得られるための十分条件となるものはどれか答えましょう。

$\overset{\frown}{ABC}$ は、A から B を通って C まで続く弧を表します。

a) $\overset{\frown}{ABC} = \overset{\frown}{BCD}$
b) ∢DAC = ∢BDA
c) CD = BA



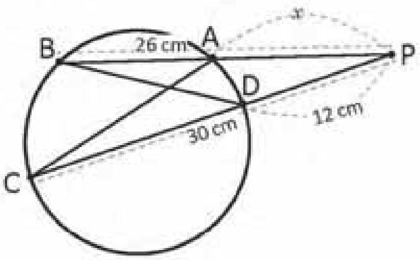
d) AC = BD
e) CB = BA
f) ΔABC ≅ ΔDCB



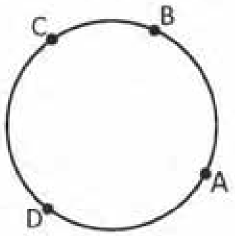
解答するのにどのくらい時間がかかりましたか。

2.5 円周上の 4 つの点

1. 次の各図において、x を求めましょう。



2. 次の各設問のうち、1 つの円周上の連続する 4 つの点 A、B、C、D をつないだときに、少なくとも一組の平行な弦が得られるための十分条件となるものはどれか答えましょう。



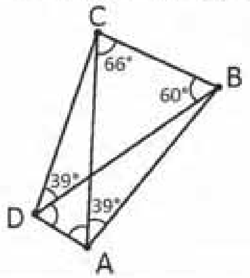
a) $\widehat{BA} = \widehat{DC}$

b) CB = BA

c) ΔABC ≅ ΔDCB

2 つの角が等しく、それぞれの角の内側で 1 つの線分を共有している場合、4 つの点は同じ円周上にあります。

例：

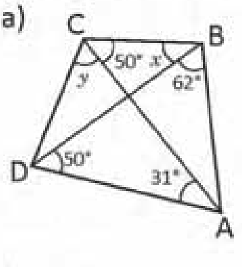


∢CAB = ∢CDB であり、2 つの角は線分 CB を共有するため、A, B, C, D は 同じ円周上にあります。

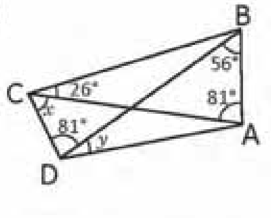
∢BDA = ∢BCA = 66° を満たす必要があります。
さらに、∢CAD = ∢CBD = 60° を満たす必要があります。

x と y の値を求めましょう。

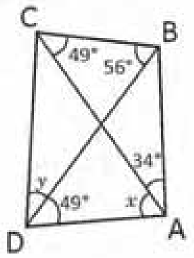
a)



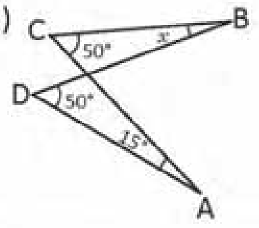
b)



c)



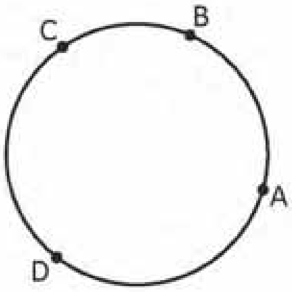
d)



解答するのにどのくらい時間がかかりましたか。

2.6 接線と弦のなす角

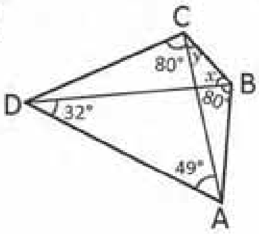
1. 次の各設問のうち、1 つの円周上の連続する 4 つの点 A、B、C、D をつないだときに、少なくとも一組の平行な弦が得られるための十分条件となるものはどれか答えましょう。



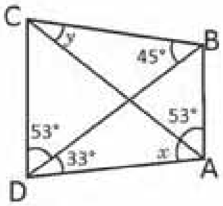
a) $\overset{\frown}{ABC} = \overset{\frown}{BCD}$　　b) ∢BDA = ∢DBC　　c) ΔBCD~ΔBCA

2. x と y の値を求めましょう。

a)

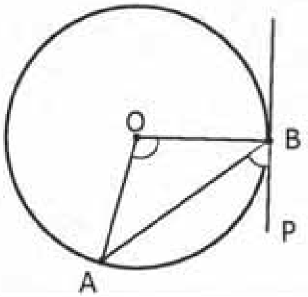


b)

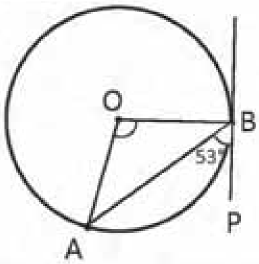


円の接線と弦からなる角を次のように呼びます： **接線と弦のなす角。**円において、**接線と弦のなす角の大きさは、その弦に対応する中心角の半分に等しくなります。**

例：



∢BOA = 2∢PBA

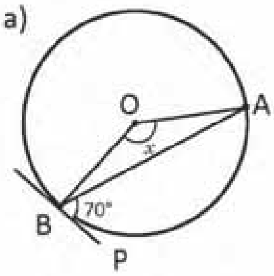


∢BOA = 2∢PBAなので

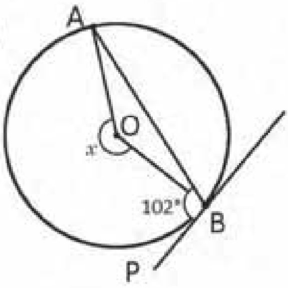
∢BOA = 2(53) = 106°

次の各場合について x の値を求めましょう。

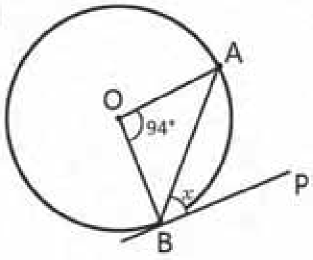
a)



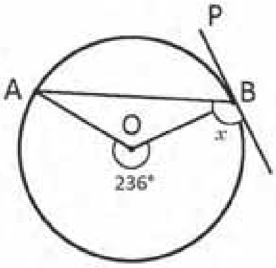
b)



c)



d)



解答するのにどのくらい時間がかかりましたか。

2.7 学習内容の自己評価

問題を解き、学んだことを踏まえて、適切と思うところに "×" 印を入れましょう。
正直に答えましょう。

項目	はい	改善できます	いいえ	コメント
1. 点 P を通る円の接線を正しく作図します。				
2. 2 つの弧の大きさが等しい場合に 2 つの弦の大きさが等しくなることを正しく適用し、等しい弧に分けられた円でどのような図形が作られるのかを特定します。				
3. 円周角を利用して相似三角形を求め、辺の長さを求めます。				
4. 1 つの円周上にある 4 つの点について、少なくとも 2 つの弦が平行になるための必要十分条件を特定することができます。				

2.8 学習内容の自己評価

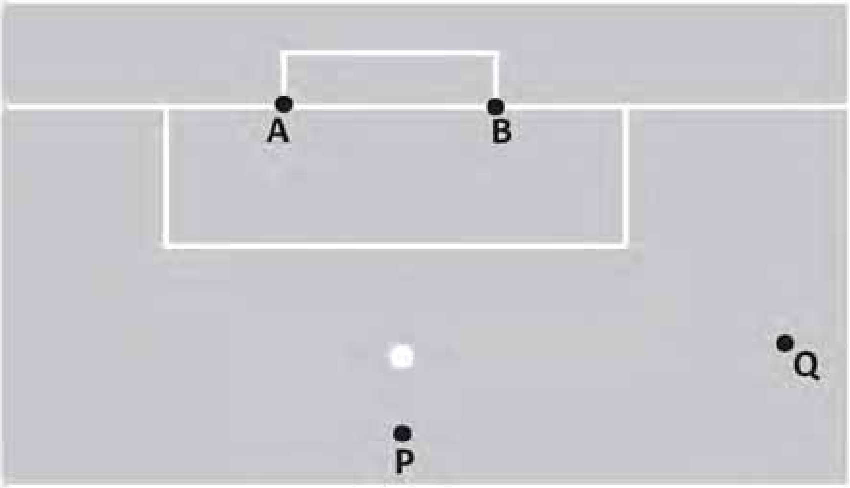
問題を解き、学んだことを踏まえて、適切と思うところに "×" 印を入れましょう。
正直に答えましょう。

項目	はい	改善できます	いいえ	コメント
1. どのような場合に 4 つの点が同じ円周上にあるのかを正しく判断し、その結果を活用して他の角の大きさを求めます。				
2. 接線と弦のなす角と、同じ弧に対する中心角の関係を特定します。				
3. 円周角の定理を用いて、円の内側にある角に関する問題を解きます。				
4. 円周角の定理を用いて、円の外側にある角に関する問題を解きます。				

解答するのにどのくらい時間がかかりましたか。

応用問題

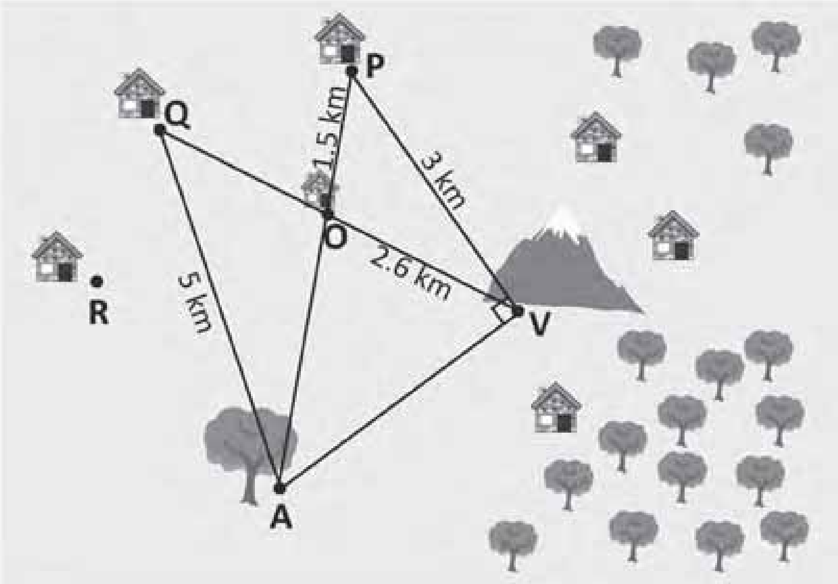
1. シュートの角度。フリーキックのゲームで 1 人の選手が P 地点に、もう 1 人が Q 地点にいます。∢APB と ∢AQB のそれぞれの角を測り、次の問いに答えましょう。
a) シュートの角度に基づくと、得点する可能性が高いのは 2 人のうちどちらですか?
b) 地点 P と同じシュートの角度になるように地点 P’ を表しましょう。



A、B、P を通る円を描き、加えて弧 $\overset{\frown}{AB}$ および ∢APB に等しい円周角を考慮しましょう。

2. 地図。ある旅行者は図に示す縮尺の地図を持っており、いくつかの足りないデータを知る必要があります。次の手順で旅行者に手を貸しましょう。

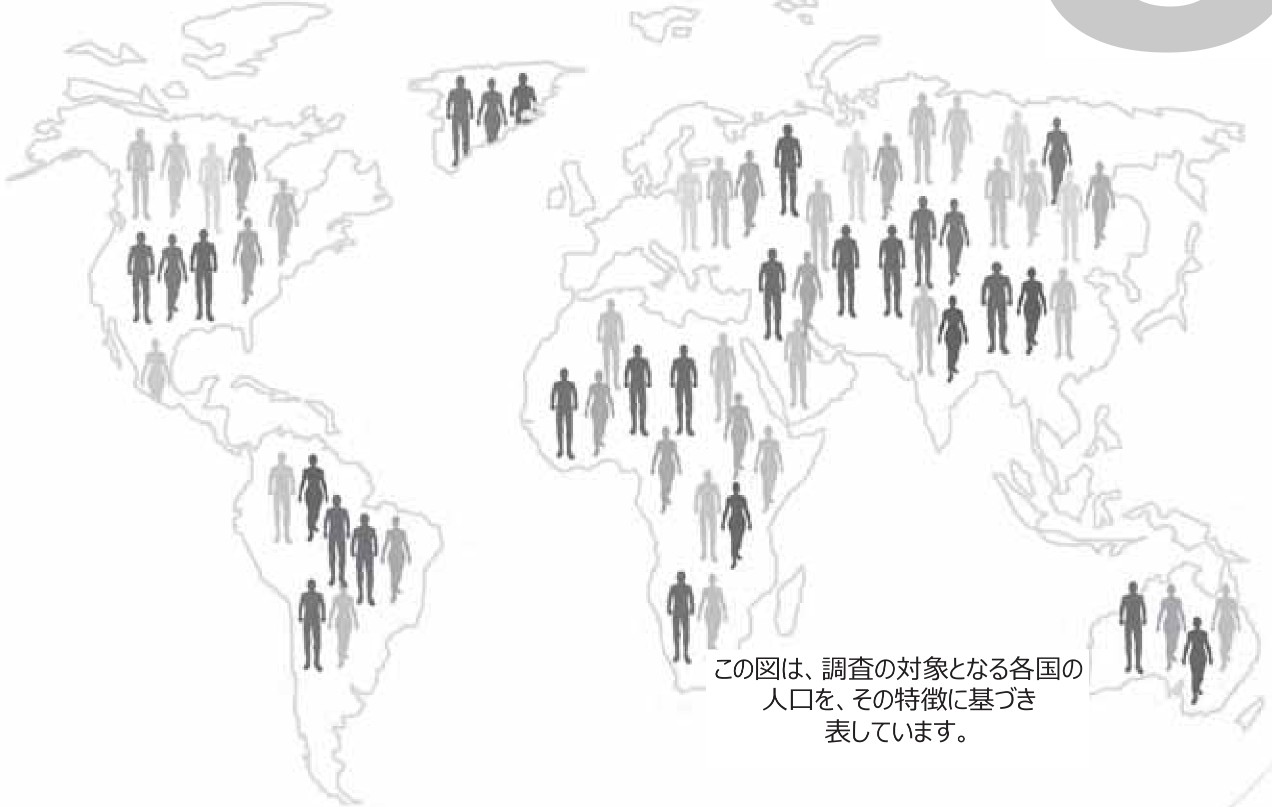
a) 分度器を使い、角 ∢VPA および ∢VQA は 45° であることを確認します。
b) 大きな木と火山の間の距離を求めます。
c) 地点 P、Q、A、V が地図上の 1 つの円上にあることを証明します。
d) Q 地域から火山までの距離はどのくらいですか?



解答するのにどのくらい時間がかかりましたか。

8 ユニット

ばらつきの尺度



この図は、調査の対象となる各国の
人口を、その特徴に基づき
表しています。

古来より、統計は科学全般にとって非常に役立つことが分かっています。これは、個体に関する情報を計画、収集、整理し、あるいは現象を観察し、それによって母集団またはサンプルに共通する特徴を研究することができることから、調査プロセスにおける重要なツールとなりました。

一連のデータを分析するためには、データの大部分が位置する場所を示す代表値を知っているだけでは十分ではありません。ばらつきや変動の尺度を調べ、互いの情報がどれだけ近いのかを知ることも重要です。これらの尺度は、公共サービスの料金、数週間の気温、特定の母集団の行動に関する調査、ランナーによる走行距離などに活用されています。

このユニットを終了すると、度数分布表にあるデータをグループ化する方法が分かり、算術平均値、分散、標準偏差について理解できるでしょう。グループ化されたデータとグループ化されていないデータについては、日常生活の問題を用いて取り組みます。

1.1 グループ化されていないデータの範囲

次の各データ系列について、算術平均値、中央値、最頻値を計算しましょう。

a) ある店で 1 週間に販売された靴の足数

曜日	販売した靴の数
月曜日	10
火曜日	14
水曜日	15
木曜日	12
金曜日	16
土曜日	18
日曜日	16
平均値 (μ)	
中央値	
最頻値	

b) 携帯電話 10 機種のバッテリー持続時間

機種	バッテリー持続時間（時間）
1	18
2	16
3	19
4	16
5	17
6	16
7	14
8	15
9	15
10	16.5
平均値 (μ)	
中央値	
最頻値	

ばらつきの尺度は、各データがその算術平均値からどれだけ散らばっているか、または集まっているかを示します。**範囲**とは、ばらつきの 1 つの尺度であり、グループ化されていないデータ系列では、最大データと最小データの差に等しくなります。

範囲は、振幅とも呼ばれます。

例えば、右の表はサン・サルバドルにある 2 つの住宅地における水道料金の月額（ドル）を表しています。住宅地 1 の場合、最も高い料金（最大データ）は 18 ドル、最も低い料金（最小データ）は 11 ドルであり、範囲は次のようになります。18 − 11 = 7.

住宅地 2 の場合、最も高い料金（最大データ）は 14 ドル、最も低い料金（最小データ）は 10 ドルであり、範囲は次のようになります。14 − 10 = 4.

住宅地 1	
住宅	月額料金（ドル）
1	12
2	11
3	12
4	13
5	12
6	18

住宅地 2	
住宅	月額料金（ドル）
1	10
2	13
3	12
4	11
5	12
6	12
7	14

したがって、その範囲が大きいことから、住宅地 1 の料金のばらつきの方が大きくなります。

1. 右の表は、8 つの宿題について、ベアトリスとミゲルの成績を表しています。
表を完成させ、次の問いに答えましょう。
データのばらつきが大きいのは、どちらの系列ですか? 解答の理由を述べましょう。

手順を書きましょう。

宿題	**ベアトリス**	**ミゲル**
1	9.3	8.0
2	10.0	8.6
3	9.5	9.0
4	9.6	9.5
5	9.5	8.5
6	9.7	9.0
7	10.0	9.0
8	10.0	10.0
平均値 (μ)		
中央値		
最頻値		
範囲		

2. フアンは 2 週間にわたり、学校に着くまでにかかる時間を分単位で記録しました。その結果は右の表の通りです。表を完成させ、次の問いに答えましょう。データのばらつきが最も大きいのは、どちらの週ですか?

手順を書きましょう。

曜日	**時間（分）**	
	第1週	**第2週**
月曜日	28	29
火曜日	26	27
水曜日	30	27
木曜日	27	28
金曜日	15	30
平均値 (μ)		
中央値		
範囲		

解答するのにどのくらい時間がかかりましたか。

1.2 平均値との偏差

この表は、サッカーの A チームと B チームが 6 試合中に得点したゴール数を表しています。
表を完成させ、次の問いに答えましょう。データのばらつきが大きいのはどちらのチームですか? 解答の理由を述べましょう。

試合	**Aチーム**	**Bチーム**
1	3	1
2	2	4
3	1	0
4	2	1
5	1	1
6	3	2
平均値 (μ)		
中央値		
範囲		

ある分布において、各データ (x) とその算術平均値 (μ) との差を**平均値との偏差**（または単に**偏差**）と呼びます。$x - \mu$ で表され、各データの算術平均値との差を示します。すべての偏差の合計は、$\sum(x - \mu)$ と表され、常にゼロに等しくなります。すべての偏差の合計 = 0 です。

つまり、$\sum(x - \mu) = 0$ となります。

前回の授業の設問 1 で算出したデータを用いて、

a) 表を完成させましょう。
b) 偏差の絶対値の合計に基づき、次の問いに答えましょう。平均値からのデータのばらつきがより大きいのは、どちらの分布ですか?

	ベアトリス		
	x	$x - \mu$	$\lvert x - \mu \rvert$
	9.3		
	10.0		
	9.5		
	9.6		
	9.5		
	9.7		
	10.0		
	10.0		
平均値 (μ)		**計：**	**計：**
中央値			
範囲			

	ミゲル		
	x	$x - \mu$	$\lvert x - \mu \rvert$
	8.0		
	8.6		
	9.0		
	9.5		
	8.5		
	9.0		
	9.0		
	10.0		
平均値 (μ)		**計：**	**計：**
中央値			
範囲			

解答するのにどのくらい時間がかかりましたか。

1.3 グループ化されていないデータの分散

1. 潮の満ち干は、月と太陽の重力ポテンシャルによって生じる長波であり、これを最も明白に表しているのが海面の上昇と下降です。満潮とは、海水面が最も高くなることです。2017年1月中の連続した6日間に、ラ・ウニオン港（ラ・ウニオン県に位置する）とエル・トゥリウンフォ港（ウスルタン県に位置する）で満潮を記録し、表に示すデータが得られました。それぞれの港について空欄を埋め、データのばらつきが大きいのはどちらの系列なのかを判断しましょう。

曜日	**満潮の高さ（メートル）**	
	ラ・ウニオン港	**エル・トゥリウンフォ港**
1日目	2.7	2.5
2日目	2.8	2.4
3日目	2.8	2.5
4日目	2.6	2.1
5日目	2.8	2.6
6日目	2.5	2.3
平均値 (μ)		
中央値		
範囲		

2. 授業 1.1 の設問 2 で算出したデータを用いて表の各欄を埋め、平均値との偏差に基づき次の問いに答えましょう。平均値からのデータのばらつきがより大きいのは、どちらの分布ですか?

	第1週		
	x	**x − μ**	**|x − μ|**
	28		
	26		
	30		
	27		
	15		
平均値 (μ)		**計：**	**計：**
中央値			
範囲			

	第2週		
	x	**x − μ**	**|x − μ|**
	29		
	27		
	27		
	28		
	30		
平均値 (μ)		**計：**	**計：**
中央値			
範囲			

偏差の二乗の算術平均値を**分散**と呼び、σ^2 で表し、次のように計算します。

$$分散 = \frac{偏差の二乗の合計}{データの数}$$

つまり、$\sigma^2 = \frac{\Sigma(x - \mu)^2}{n}$ です。

ここで、n がデータの総数、μ がデータ系列の算術平均値を表します。この尺度はデータ数列の各データの影響を受けます。分散はばらつきの様相を示し、範囲を反映しません。分散が大きいほど、算術平均値からのデータのばらつきが大きくなります。中央値を分布の代表データとして使うことができます。

解答するのにどのくらい時間がかかりましたか。

授業 1.2 の設問 1 にあるデータを使って表を完成させましょう。また、それぞれの系列の分散を計算しましょう。（小数第二位までの近似値で答えましょう。）これに基づき、ばらつきがより大きいのはどちらのデータ系列であるか証明しましょう。前回の授業の結果と比較しましょう。

a)

ベアトリス		
x	$x - \mu$	$(x - \mu)^2$
9.3		
10.0		
9.5		
9.6		
9.5		
9.7		
10.0		
10.0		

分散 (σ^2)	

b)

ミゲル		
x	$x - \mu$	$(x - \mu)^2$
8.0		
8.6		
9.0		
9.5		
8.5		
9.0		
9.0		
10.0		

分散 (σ^2)	

解答するのにどのくらい時間がかかりましたか。

1.4 グループ化されていないデータの標準偏差

1. 授業 1.3 のデータを用いてそれぞれの表を完成させ、算術平均値とのばらつきがより大きいのはどちらのデータ系列なのかを証明しましょう。

	ラ・ウニオン港		
	x	$x - \mu$	$\lvert x - \mu \rvert$
1日目	2.7		
2日目	2.8		
3日目	2.8		
4日目	2.6		
5日目	2.8		
6日目	2.5		
平均値 (μ)		**計：**	**計：**
中央値			
範囲			

	エル・トゥリウンフォ港		
	x	$x - \mu$	$\lvert x - \mu \rvert$
1日目	2.5		
2日目	2.4		
3日目	2.5		
4日目	2.1		
5日目	2.6		
6日目	2.3		
平均値 (μ)		**計：**	**計：**
中央値			
範囲			

2. 授業 1.3 の解答を用いてそれぞれの表を完成させ、各系列の分散を計算しましょう。（小数第二位までの近似値で答えましょう。）それに基づき、ばらつきがより大きいのはどちらのデータ系列なのかを証明しましょう。

第1週		
x	$x - \mu$	$(x - \mu)^2$
28		
26		
30		
27		
15		

分散 (σ^2)	

第2週		
x	$x - \mu$	$(x - \mu)^2$
29		
27		
27		
28		
30		

分散 (σ^2)	

分散の平方根は**標準偏差**と呼ばれ、σ で表し、次のように計算します：

$$\text{標準偏差} = \sqrt{\text{分散}}$$

$$= \sqrt{\frac{\text{偏差の二乗の合計}}{\text{データ数}}}$$

つまり、

$$\sigma^2 = \frac{\Sigma(x - \mu)^2}{n}$$

標準偏差は**標準偏差**とも呼ばれます。

標準偏差は、各データの算術平均値に対する差異の平均の一種を示します。これは、二乗の単位で表される分散とは異なります。標準偏差が大きいほど算術平均値とのデータのばらつきは大きくなるため、中央値をデータ系列の代表尺度として使用することができます。標準偏差は常にゼロより大きいか、またはゼロに等しい（偏差が無い場合）ので、決して負の数にはなりません。

ベアトリスとミゲルの成績の標準偏差を計算し、（授業 1.3 の設問を見直しましょう）、小数第二位までの近似値で答えましょう。

解答するのにどのくらい時間がかかりましたか。

1.5 データのグループ化

1. 授業 1.4 の解答を用いて、ラ・ウニオン港とエル・トゥリウンフォ港のそれぞれのデータ系列の分散を計算しましょう。（小数第二位までの近似値で答えましょう）。よりばらつきが大きいのはどちらのデータ系列なのかを証明し、前回の授業で得られた結果と比較しましょう。

ラ・ウニオン港		
x	**$x - \mu$**	**$(x - \mu)^2$**
2.7		
2.8		
2.8		
2.6		
2.8		
2.5		

分散 (σ^2)	

エル・トゥリウンフォ港		
x	**$x - \mu$**	**$(x - \mu)^2$**
2.5		
2.4		
2.5		
2.1		
2.6		
2.3		

分散 (σ^2)	

2. 授業 1.4 の解答を用いて、フアンが学校に着くまでにかかった時間のそれぞれの週の標準偏差を計算しましょう。（小数第二位までの近似値で答えましょう。）

曜日	**時間（分）**	
	第1週	**第2週**
月曜日	28	29
火曜日	26	27
水曜日	30	27
木曜日	27	28
金曜日	15	30

右に示すような、一連のデータをグループ分けした表を**度数分布表**と呼び、形成されたデータ群を**階級、**それぞれの階級に含まれるデータの総数を**度数**と呼びます。階級の大きさは**階級の幅**と呼ばれ、極値は**階級の境界値**と呼ばれます。例えば、最初の階級では、階級の境界値は 5 と 10 であり、階級の**下限値**は 5、**上限値**は 10、階級の幅は 5 です。各階級の真ん中の値は**階級値**と呼ばれ、*Pm* で表し、 次の方程式によって求められます。

ノートの販売数	**日数**	
	カルロス	**アントニオ**
5〜10	3	4
10〜15	7	8
15〜20	10	9
20〜25	8	8
25〜30	1	1
30〜35	1	0
合計	**30**	**30**

$$Pm = \frac{\text{上限値} + \text{下限値}}{2}$$

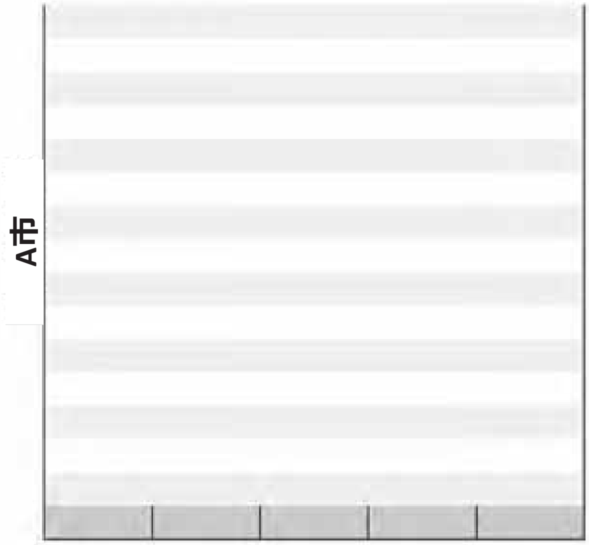
最初の階級の階級値は、$Pm = \frac{5 + 10}{2} = 7.5$

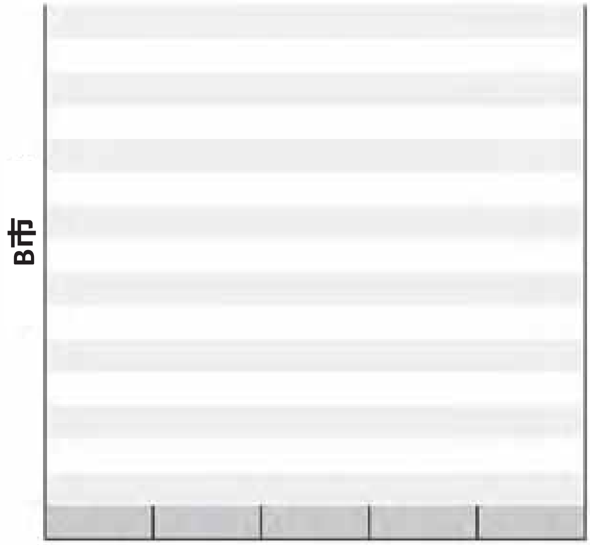
サン・サルバドルの 2 つの自治体では、40 人の子どもを対象として、歩き始める月齢に関する調査が実施され、次の結果が得られました。

A市（月齢）				
10	14	13	15	14
14	13	16	11	15
17	14	13	14	12
10	13	14	13	16
14	10	13	12	10
11	10	11	11	12
12	11	12	13	13
10	12	10	11	13

B市（月齢）				
9	15	13	14	15
10	10	16	13	11
12	14	11	14	12
11	10	13	9	13
13	13	16	13	11
13	14	11	12	10
16	15	12	13	11
15	14	15	14	15

a) それぞれの自治体の子どもの月齢を、2 カ月ごとの 5 つのグループに分類しましょう。8 で始まり 18 で終わるようにしましょう。





b) データを度数分布表に整理しましょう。

月齢	子どもの数	
	A市	B市
合計		

解答するのにどのくらい時間がかかりましたか。

1.6 グループ化されたデータの算術平均値と範囲

1. 授業 1.5 の解答を用いて、それぞれの系列の標準偏差を計算しましょう。（小数第二位までの近似値で答えましょう。）

ラ・ウニオン港	エル・トゥリウンフォ港
2.7	2.5
2.8	2.4
2.8	2.5
2.6	2.1
2.8	2.6
2.5	2.3

分散 (σ^2)		
標準偏差 (σ)		

2. エルサルバドル国内の 2 つの学校 で、9 年生の生徒の身長についてセンチメートル単位で調査が実施され、以下の結果が得られました。

A校（センチメートル単位の身長）				
164	168	167	160	178
170	155	172	169	165
176	167	164	158	173
160	165	157	168	165
165	174	165	164	170
167	166	163	167	162
162	169	161	164	166

B校（センチメートル単位の身長）				
160	169	169	165	163
167	167	163	170	177
163	160	172	174	178
170	165	174	165	167
166	164	165	168	169
163	173	160	172	164
157	162	170	162	166
172	168	164	174	160

各学校の生徒の身長を、5 センチメートルごとの 5 つのグループに分類しましょう。155 で始まり 180 で終わるようにしましょう。次に、データを度数分布表に整理しましょう。

A校

B校

身長 cm	生徒数	
	A校	B校
合計		

グループ化されたデータ系列の**範囲**は、度数がゼロでない最後の階級の上限値と度数がゼロでない最初の階級の下限値との差です。グループ化されたデータ系列の**算術平均値**は、次のように計算します。

$$\mu = \frac{\text{積の和 } f \times Pm}{\text{データの 数}}$$

例えば、この表はグループ化されたデータ系列を表しています。度数がゼロでない最後の階級の上限値は **30** で、度数がゼロ でない最初の階級の下限値は **5** です。この系列の範囲は次のようになります。

30 – 5 = **25**

度数がゼロでない 最初の階級。

度数がゼロでない最後の階級。

ノートの販売数	日数
	アントニオ (f_x)
5〜10	4
10〜15	8
15〜20	9
20〜25	8
25〜30	1
30〜35	0
合計	30

サン・サルバドルの 2 つの自治体において実施された、40 人の子どもが歩き始めた月齢に関する調査のデータ（授業 1.5 を参照）を用いて、以下に答えましょう。

a) 以下の表を完成させ、それぞれの自治体の算術平均値を計算しましょう。

月齢	子どもの数		各階級の階級値 (Pm)	$f_A \times Pm$	$f_B \times Pm$
	A市 (f_A)	B市 (f_B)			
合計					

b) それぞれの自治体について、範囲を計算しましょう。ばらつきがより大きいのはどちらのデータ系列ですか? 解答の理由を述べましょう。

解答するのにどのくらい時間がかかりましたか。

1.7 グループ化されたデータの分散

1. 11月中、サンタ・アナ県とサン・サルバドル県における毎日の降雨量がミリメートル単位で記録され、次のデータが得られました。

1日あたりの降雨量（mm）、サンタ・アナ県					
400	100	0	200	100	250
300	50	50	0	0	0
300	100	150	160	260	100
200	400	100	150	0	0
250	160	100	100	360	100

1日あたりの降雨量（mm）、サン・サルバドル県					
450	250	180	50	100	0
300	200	90	200	0	100
400	150	50	100	120	0
360	160	100	50	0	100
400	200	60	80	0	100

自分のノートに、降雨量を 5 つのグループに分類しましょう。0 で始まり 500 で終わるようにしましょう。次に、データを度数分布表に整理しましょう。

降雨量	日数	
	サンタ・アナ県	サン・サルバドル県
合計		

2. A 校とB 校の 9 年生の生徒のセンチメートル単位の身長データ（授業 1.6 を参照）を用いて、以下に答えましょう。

a) 以下の表を完成させ、それぞれの学校の算術平均値を計算しましょう。

身長（センチメートル）	生徒数		各階級の階級値（Pm）	$f_A \times Pm$	$f_B \times Pm$
	A校 (f_A)	B校 (f_B)			
合計					

b) それぞれの学校について、範囲を計算しましょう。これは、どちらの学校のデータにばらつきが大きいかを判断するのに十分ですか？解答の理由を述べましょう。

グループ化されたデータ系列の**分散**は、次のように計算します。

$$分散 = \frac{積の和\ f \times (Pm - \mu)^2}{データの数}$$

つまり、$\sigma^2 = \dfrac{\Sigma f \times (Pm - \mu)^2}{n}$。

ここで、n はデータの総数、Σ は総和記号、f は各階級の度数、Pm は各階級の階級値、μ はデータ系列の算術平均値を表します。分散が大きいほど、算術平均値とのデータのばらつきは大きくなります。

解答するのにどのくらい時間がかかりましたか。

例えば、この表はカルロスが 30 日間に販売したノートの数に関するデータを示しています。さらに、最後の 3 列に示されているように、差 $Pm-\mu$、二乗 $(Pm-\mu)^2$、積 $f_C(Pm-\mu)^2$ が算出されています。

ノートの販売数	日数	階級値(Pm)	$Pm-\mu$	$(Pm-\mu)^2$	$f_C(Pm-\mu)^2$
	カルロス (f_C)				
5～10	3	7.5	7.5 – 17.5 = –10	$(-10)^2=100$	3(100) = 300
10～15	7	12.5	–5	25	175
15～20	10	17.5	0	0	0
20～25	8	22.5	5	25	200
25～30	1	27.5	10	100	100
30～35	1	32.5	15	225	225
合計	30				
算術平均値 (μ)	17.5				

カルロスの系列の分散は、最後の列の計算結果を加算し、データの総数で割って算出します。つまり：

$$\sigma^2 = \frac{300+175+0+200+100+225}{30}$$

$$= \frac{1{,}000}{30}$$

≈ 33.33　よって、分散は 33.33です。

40 人の子どもが歩き始めた月齢について、サン・サルバドルの 2 つの自治体において実施された調査のデータ（授業 1.6 を見直しましょう）を用いて、次の各表を完成させましょう。次に、それぞれの系列の分散を計算し（小数第二位までの近似値）、データのばらつきがより大きいのはどちらの自治体なのかを判断しましょう。

月齢	**子どもの数**	**階級値 (Pm)**	**$Pm-\mu$**	**$(Pm-\mu)^2$**	**$f_A\times(Pm-\mu)^2$**
	A市 (f_A)				
合計					
平均値 (μ)					

月齢	**子どもの数**	**階級値 (Pm)**	**$Pm-\mu$**	**$(Pm-\mu)^2$**	**$f_B(Pm-\mu)^2$**
	B市 (f_B)				
合計					
平均値 (μ)					

解答するのにどのくらい時間がかかりましたか。

1.8 グループ化されたデータの標準偏差

1. サンタ・アナ県とサン・サルバドル県における 1 日あたりの降雨量について、11 月にミリメートル単位で記録されたデータ（授業 1.7 を見直しましょう）を用いて、以下に答えましょう。

a) 以下の表を完成させ、それぞれの県の算術平均値を計算しましょう。

降雨量（ミリメートル）	日数		階級値 (*Pm*)	$f_A \times Pm$	$f_S \times Pm$
	サンタ・アナ県 (f_A)	サン・サルバドル県 (f_S)			
合計					

b) それぞれの県について、範囲を計算しましょう。どちらの県においてデータのばらつきがより大きいのか、判断できますか？解答の理由を述べましょう。

2. A 校と B 校の 9 年生の生徒の身長に関するデータ（授業 1.7 を参照）を用いて、以下の各表を完成させましょう。それぞれの学校の分散を計算し（小数第二位までの近似値）、データのばらつきがより大きいのはどちらなのかを判断しましょう。

身長 (*cm*)	生徒数	階級値 (*Pm*)	$Pm - \mu$	$(Pm - \mu)^2$	$f_A\,(Pm - \mu)^2$
	A校 (f_A)				
合計					
平均値 (μ)					

身長 (*cm*)	生徒数	階級値 (*Pm*)	$Pm - \mu$	$(Pm - \mu)^2$	$f_B\,(Pm - \mu)^2$
	B校 (f_B)				
合計					
平均値 (μ)					

解答するのにどのくらい時間がかかりましたか。

グループ化されたデータ系列の**標準偏差**は、次のように計算します。

$$\text{標準偏差} = \sqrt{\text{分散}}$$

$$= \sqrt{\frac{\text{積の和 } f(Pm - \mu)^2}{\text{データの数}}}$$

つまり、 $\sigma^2 = \frac{\Sigma f(Pm - \mu)^2}{n}$

ここで、n はデータの総数、Σ は総和記号、f は各階級の度数、Pm は各階級の階級値、μ はデータ系列の算術平均値を表します。グループ化されたデータとグループ化されていないデータのいずれにおいても、標準偏差は常にゼロより大きいか、またはゼロに等しい（偏差が無い場合）ので、決して負の数にはなりません。

例えば、グループ化された 2 つのデータ系列の分散は、それぞれ33.33 と 29です。
前者の標準偏差は：

$$\sigma = \sqrt{33.33}$$
$$\approx 5.77$$

後者の標準偏差は：

$$\sigma = \sqrt{29}$$
$$\approx 5.40$$

最初の系列の標準偏差は 2 番目の系列の標準偏差より大きいため、最初の系列のデータは算術平均値とのばらつきがより大きくなります。

40 人の子どもが歩き始めた月齢について、グループ化されたサン・サルバドルの 2 つの自治体のデータ系列（前回の授業を参照）の標準偏差を計算し、小数第二位までの近似値で答えましょう。これに基づき、どちらのコミュニティにおいてデータのばらつきがより大きいのかを証明しましょう。

解答するのにどのくらい時間がかかりましたか。

1.9 学習内容の自己評価

問題を解き、学んだことに基づいて適切だと思うところに "×" 印を入れましょう。
正直に答えましょう。

<table>
<tr><th>項目</th><th>はい</th><th>改善できます</th><th>いいえ</th><th>コメント</th></tr>
<tr><td>1. グループ化されていないデータ系列の算術平均値、中央値、最頻値、範囲を算出します。例えば、次の系列では、以下のようになります：60, 55, 54, 54, 56, 53, 58。
<table>
<tr><th>算術平均値 (μ)</th><td></td></tr>
<tr><th>中央値</th><td></td></tr>
<tr><th>最頻値</th><td></td></tr>
<tr><th>範囲</th><td></td></tr>
</table></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>2. グループ化されていないデータ系列において、平均値との偏差を比較することによって、算術平均値からのばらつきがより大きいものを特定します。例えば、次のような系列です。
<table>
<tr><th colspan="2">系列1</th><th colspan="2">系列2</th></tr>
<tr><th>x</th><th>x −μ</th><th>x</th><th>x −μ</th></tr>
<tr><td>15.5</td><td></td><td>14</td><td></td></tr>
<tr><td>16</td><td></td><td>16.5</td><td></td></tr>
<tr><td>16.5</td><td></td><td>14.5</td><td></td></tr>
<tr><td>14</td><td></td><td>14</td><td></td></tr>
<tr><td>15</td><td></td><td>15</td><td></td></tr>
<tr><td>16</td><td></td><td>16</td><td></td></tr>
</table></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>3. グループ化されていないデータ系列において、分散を利用して算術平均値からのばらつきがより大きいものを特定します。例えば、次のような系列です。
<table>
<tr><th>系列1</th><th>系列2</th></tr>
<tr><td>165</td><td>174</td></tr>
<tr><td>166</td><td>170</td></tr>
<tr><td>170</td><td>172</td></tr>
<tr><td>168</td><td>169</td></tr>
<tr><td>172</td><td>165</td></tr>
<tr><td>166</td><td>168</td></tr>
<tr><td>168</td><td>162</td></tr>
<tr><td>162</td><td>167</td></tr>
<tr><td>168</td><td>165</td></tr>
<tr><td>165</td><td>168</td></tr>
</table>
<table>
<tr><th>分散 (σ^2)</th><td></td><td></td></tr>
<tr><th>標準偏差 (σ)</th><td></td><td></td></tr>
</table></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

解答するのにどのくらい時間がかかりましたか。

1.10 学習内容の自己評価

問題を解き、学んだことに基づいて適切だと思うところに "×" 印を入れましょう。
正直に答えましょう。

<table>
<tr><th>項目</th><th>はい</th><th>改善できます</th><th>いいえ</th><th>コメント</th></tr>
<tr><td>1. 度数分布表のデータを分類し、整理します。例として、以下のデータを 4 つずつの 6 つのグループに分類し、整理しましょう。15 で始まり、39 で終わるようにしましょう。
<table>
<tr><td>15</td><td>22</td><td>30</td><td>28</td><td>24</td></tr>
<tr><td>16</td><td>23</td><td>32</td><td>36</td><td>32</td></tr>
<tr><td>17</td><td>25</td><td>15</td><td>35</td><td>25</td></tr>
<tr><td>20</td><td>35</td><td>18</td><td>30</td><td>23</td></tr>
<tr><td>22</td><td>20</td><td>22</td><td>20</td><td>21</td></tr>
</table></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>2. グループ化されたデータ系列の算術平均と範囲を算出できます。例えば、次のような系列です。
<table>
<tr><th></th><th>系列</th></tr>
<tr><td>10～14</td><td>13</td></tr>
<tr><td>14～18</td><td>15</td></tr>
<tr><td>18～22</td><td>12</td></tr>
<tr><td>22～26</td><td>10</td></tr>
<tr><td>平均値 (μ)</td><td></td></tr>
<tr><td>範囲</td><td></td></tr>
</table></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>3. グループ化されたデータ系列の分散を算出します。例えば、次のような系列です。
<table>
<tr><th></th><th>系列</th></tr>
<tr><td>5～10</td><td>5</td></tr>
<tr><td>10～15</td><td>7</td></tr>
<tr><td>15～20</td><td>10</td></tr>
<tr><td>20～25</td><td>11</td></tr>
<tr><td>25～30</td><td>7</td></tr>
</table>
<table>
<tr><td>分散 (σ²)</td><td></td></tr>
</table></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>4. グループ化されたデータ系列の分散を算出します。例えば、次のような系列です。
<table>
<tr><th></th><th>系列</th></tr>
<tr><td>100～106</td><td>2</td></tr>
<tr><td>106～112</td><td>4</td></tr>
<tr><td>112～118</td><td>10</td></tr>
<tr><td>118～124</td><td>8</td></tr>
</table>
<table>
<tr><td>標準偏差(σ)</td><td></td></tr>
</table></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

解答するのにどのくらい時間がかかりましたか。

2.1 変数に定数を加えた場合の標準偏差

R サンタ・アナ県とサン・サルバドル県において 11 月に記録された降雨量（ミリメートル）に関するデータ（授業 1.8 を見直しましょう）を用いて、以下に答えましょう。

a) 表を完成させましょう：

降雨量 (*mm*)	日数	階級値 (*Pm*)	$Pm - \mu$	$(Pm - \mu)^2$	$f_A(Pm - \mu)^2$
	サンタ・アナ県 (f_A)				
合計					
平均値 (μ)					

降雨量 (*mm*)	日数	階級値 (*Pm*)	$Pm - \mu$	$(Pm - \mu)^2$	$f_S(Pm - \mu)^2$
	サン・サルバドル県 (f_S)				
合計					
平均値 (μ)					

b) それぞれの系列の分散と標準偏差を算出しましょう。（小数第二位までの近似値で答えましょう。）
データのばらつきがより大きいのは、どちらの県ですか？

C 分布 A の各データに同じ定数 *c*（*c* は任意の数） を加えて別の分布 B が得られる場合、分布 B の標準偏差は分布 A の標準偏差に等しくなります。例えば、表に示すように、分布 1 の各データに 50 を加えると、分布 2 になります。

	分布1	**分布2**
	485	535
	488	538
	486	536
	489	539
	486	536
	485	535
平均値 (μ)	**486.5**	**536.5**

分布 1 の標準偏差を計算すると次のようになります。

$$\sigma = \sqrt{\frac{(485-486.5)^2 + (488-486.5)^2 + (486-486.5)^2 + (489-486.5)^2 + (486-486.5)^2 + (485-486.5)^2}{6}}$$

$$= 1.5$$

よって、分布 2 の標準偏差は 1.5 となり、分布 1 の標準偏差に等しくなります。

解答するのにどのくらい時間がかかりましたか。

1. 系列 A と B の標準偏差が等しくなるかどうか判断しましょう。解答の理由を述べ、標準偏差の値を求めましょう。

系列A	系列B
100.3	105.4
101.2	106.3
100.5	105.6
100.8	105.9
101.1	106.2

2. 表のデータを用いて、系列 2、3、4 のうち、標準偏差が系列 1 と等しくなるのはどれか判断しましょう。解答の理由を述べましょう。

系列1	系列2	系列3	系列4
25	28	35.5	30
24	27	34.5	29
25	26	35.5	30
26	29	36.5	31
23	26	33.5	28
21	21	31.5	26
22	28	32.5	27

3.あるデータ系列において、算術平均値は 61、標準偏差は 0.89 です。すべてのデータに 5.5 を加えた場合、算術平均値と標準偏差の新しい値はどうなりますか?

解答するのにどのくらい時間がかかりましたか。

2.2 変数に定数を掛けた場合の標準偏差

1. 表のデータ系列を用いて、以下に答えましょう。
   a) 系列 A のデータの標準偏差を求めましょう。

   b) 前の設問の解答を利用し、かつ公式を使わずに、データ系列 B と C の標準偏差を求めましょう。

系列A	**系列B**	**系列C**
12.5	15	15.8
12.4	14.9	15.7
12.6	15.1	15.9
12.5	15	15.8
12.3	14.8	15.6
12.7	15.2	16

2. 5 月に 6 人の商人が、コーヒー 1 キンタルあたりの価格を登録します。それを表したのが右の表です。

   a) 算術平均値と標準偏差を求めましょう。

   b) 7 月のコーヒー 1 キンタルあたりの価格が 4.50 ドル上昇すると見込まれる場合、算術平均値と標準偏差の新しい値はどうなりますか?

商人	**コーヒー1キンタルあたりの価格（ドル）**
1	142.75
2	142.00
3	143.90
4	141.90
5	142.50
6	143.00

分布 A の各データに同じ定数 *c* （*c* は任意の数）を掛けて別の分布 B が得られる場合、分布 B の標準偏差は、分布 A の標準偏差に定数 *c* を掛けたものに等しくなります。

1. 表のデータ系列を用いて、以下に答えましょう。

   a) 系列 1 の標準偏差を求めましょう。

   b) 前の設問の解答を利用し、かつ計算機を使わずに、データ系列 2 と 3 の標準偏差を求めましょう。

系列1	**系列2**	**系列3**
55	220	605
52	208	572
54	216	594
51	204	561
53	212	583
50	200	550

2.あるデータ系列において、算術平均値は 105、標準偏差は 1.45 です。すべてのデータに 6 を掛けた場合、算術平均値と標準偏差の新しい値はどうなりますか?

解答するのにどのくらい時間がかかりましたか。

応用問題

国家統計。経済省統計センサス局（DIGESTYC）は、国内外の様々な利用者に向けて統計情報の調査、分析、作成を担う国の機関です。その役割には次のようなものがあります。人口、建物および住宅、農業、工業、商業など、国内で要求されるあらゆるものに関する調査を計画、実施、公表すること。また、人口、文化、運輸、産業等に関する統計を継続的に公開することに加えて、利便性と国民のニーズに応じて統計調査の分野を拡大することを目指しています。

1. 0〜4歳の人口。以下の表は、2006年から2013年までの総人口に対する 0〜4 歳の男児と女児の割合を、エルサルバドル国内の居住地別に表しています。

国内の統計データは、次のウェブサイトにあります。
www.digestyc.gob.sv

それぞれの系列について、標準偏差を求めましょう。データのばらつきがより大きいのはどちらの系列ですか?

年	農村部(x_R)	都市部 (X_U)	$x_R - \mu$	$(x_R - \mu)^2$	$x_U - \mu$	$(x_U - \mu)^2$
2006	10.8	8.7				
2007	9.7	7.9				
2008	9.9	8.2				
2009	9.6	8.3				
2010	9.4	7.9				
2011	9.2	7.3				
2012	9.3	7.2				
2013	9.4	7.4				
合計						
μ						

2. 病気の治療。次の表は、2006年から2013年の間に病気になったにもかかわらず診察を受けなかった国民の割合を示しています。これには、病気にかかり、症状または病変が認められる人のみが含まれます。

a) それぞれの系列について、標準偏差を求めましょう。データのばらつきがより大きいのはどちらの系列ですか?

b) 提示されたデータから、どのような結論を得ることができますか?

年	農村部(x_R)	都市部 (X_U)	$x_R - \mu$	$(x_R - \mu)^2$	$x_U - \mu$	$(x_U - \mu)^2$
2006	48.5	38.8				
2007	18.8	15.3				
2008	53.3	45.0				
2009	45.2	35.1				
2010	46.7	36.9				
2011	46.2	39.6				
2012	44.5	38.2				
2013	43.3	35.6				
合計						
μ						

解答するのにどのくらい時間がかかりましたか。

各学期の自己評価

ここでは、各学期の最後にやらなければならない自己評価を提出します。この教科で毎日学ぶことに関する点を評価しなければいけません。さらに次の学期、もしくは次の学年に向けて計画を立てなければいけません。ご両親と数学教師が、あなたの学期ごとの取り組みについて簡単なコメントを残せる箇所があります。

第 1 学期の自己評価

問題を解いてから、学んだことに基づいて適切と思うところに “×” 印を入れましょう。
正直に答えましょう。

設問	出来ています	ほぼ出来ています	あまり出来ていません	出来ていません
1. 宿題と勉強を毎日やっています。				
2. 疑問点を先生や、家族、クラスメート、知り合いなどに聞いています。				
3. 学校で課される課題に積極的に取り組んでいます。				
4. ほかの科目同様、算数は私の市民としての発展にとって重要なものです。				
5. 課題の提出日を守っています。				
6. クラスメートが分からないところを教えてあげています。				
7. 授業に集中しています。				
8. 先生の言うことをしっかり聞いています。				
9. 科目の内容を積極的に理解しようとしています。				
10. 遅刻をしていません。				

次の学期への心得を書きましょう。：

保護者のコメント：

教師のコメント：

第 2 期の自己評価

問題を解いてから、学んだことに基づいて適切と思うところに “×” 印を入れましょう。
正直に答えましょう。

設問	出来ています	ほぼ出来ています	あまり出来ていません	出来ていません
1. 宿題と勉強を毎日やっています。				
2. 疑問点を先生や、家族、クラスメート、知り合いなどに聞いています。				
3. 学校で課される課題に積極的に取り組んでいます。				
4. ほかの科目同様、算数は私の市民としての発展にとって重要なものです。				
5. 課題の提出日を守っています。				
6. クラスメートが分からないところを教えてあげています。				
7. 授業に集中しています。				
8. 先生の言うことをしっかり聞いています。				
9. 科目の内容を積極的に理解しようとしています。				
10. 遅刻をしていません。				

次の学期への心得を書きましょう。：____________________

保護者のコメント：____________________

教師のコメント：____________________

第 3 期の自己評価：

問題を解いてから、学んだことに基づいて適切と思うところに “×” 印を入れましょう。
正直に答えましょう。

設問	出来ています	ほぼ出来ています	あまり出来ていません	出来ていません
1. 宿題と勉強を毎日やっています。				
2. 疑問点を先生や、家族、クラスメート、知り合いなどに聞いています。				
3. 学校で課される課題に積極的に取り組んでいます。				
4. ほかの科目同様、算数は私の市民としての発展にとって重要なものです。				
5. 課題の提出日を守っています。				
6. クラスメートが分からないところを教えてあげています。				
7. 授業に集中しています。				
8. 先生の言うことをしっかり聞いています。				
9. 科目の内容を積極的に理解しようとしています。				
10. 遅刻をしていません。				

次の学年への心得を書きましょう。：

保護者のコメント：

教師のコメント：

解答集

次のセクションでは、ユニット、ページ数及び授業番号別に分けた全ての設問の解答が示されています。ある場合には、解答のみ詳述し、他の場合では、解答にたどり着くまでの可能な手順についても書かれています。さらに、以下の記号も使われます：

R 前の授業一回分あるいは二回分の設問に対応する解答を提示します。

当日の授業の設問の解答を提示します。

ユニット 1

ページ 2、授業 1.1

a) $5x^2$
b) $-6y^2$
c) $3x(-\frac{1}{4}xy) = -\frac{3}{4}x^2y$
d) $18xy^2$
e) $(5yz)(-6xyz) = -30xy^2z^2$
f) $15x^2y^2z$

1. 第 1 の方法： $x(2x + 4)$
2 番目の方法：$2x^2 + 4x$

2. a) $5x(3x - 4)$
$= 5x(3x) - 5x(4)$
$= 15x^2 - 20x$
b) $5x^2y + 10xy^2$
c) $3x^2y^2 - 3xy^2$
d) $-4x^2y^2 + 6x^2y - 8xy^2$

3 ページ、授業 1.2

a) $-18xy^2z$
b) $10xy^2z^2$
c) $2xy(-7x + 10y)$
$= 2xy(-7x) + 2xy(10y)$
$= -14x^2y + 20xy^2$
d) $12x^2y + 21xy^2$

1. 最初の方法： $(x + 3)(y + 2)$
次の方法： $xy + 2x + 3y + 6$

2. a) $(3x + 4)(5x + 11)$
$= 3x(5x) + 3x(11) + 4(5x) +$
$4(11)$
$= 15x^2 + 33x + 20x + 44$
$= 15x^2 + 53x + 44$
b) $30xy^2 + 25xy + 54y + 45$
c) $12x^2y + 12x^2 + 18xy^2 + 18xy$
d) $20x^2y + 18xy^2 + 30x + 27y$

4 ページ、授業 1.3

1. a) $(-10xy)(-7xy - 5)$
$= 70x^2y^2 + 50xy$
b) $-28x^2y^2 - 63x^2y + 21xy^2$

2. a) $24x^2 + 30x + 40xy + 50y$
b) $(xy + 8)(4x + 5y)$
$= xy(4x) + xy(5y) + 8(4x) + 8(5y)$
$= 4x^2y + 5xy^2 + 32x + 40y$

a) $(4x - 6)(3y + 8)$
$= [4x + (-6)](3y + 8)$
$= 4x(3y) + 4x(8) + (-6)(3y)$
$+ (-6)(8)$
$= 12xy + 32x - 18y - 48$
b) $56xy - 7x + 72y - 9$
c) $x^2y + xy - xy^2 - y^2$
d) $6x^2y - 4xy - 3x^2 + 2x$
e) $20xy^2 - 35y - 36xy + 63$
f) $-20x^2y + 50xy^2 + 6x - 15y$

5 ページ、授業 1.4

1. a) $(9x + 10y)(8y + 7)$
$= 9x(8y) + 9x(7) + 10y(8y) + 10y(7)$
$= 72xy + 63x + 80y^2 + 70y$
b) $5x^2y + 8x + 55xy^2 + 88y$

2. a) $(-6x + 1)(2y - 7)$
$= (-6x + 1)[2y + (-7)]$
$= (-6x)(2y) + (-6x)(-7) + 1(2y)$
$+ 1(-7)$
$= -12xy + 42x + 2y - 7$
b) $6x^2y - 4xy - 3x^2 + 2x$

1. 第 1 の方法： $(x + 1)(x + y + 2)$
2 番目の方法：
$x^2 + xy + 3x + y + 2$

2. a) $(3x + 5)(-2x - 7y + 11)$
$= (3x + 5)[-2x + (-7y) + 11]$
$= 3x(-2x) + 3x(-7y) + 3x(11)$
$+ 5(-2x) + 5(-7y) + 5(11)$
$= -6x^2 - 21xy + 33x - 10x$
$-35y + 55$
$= -6x^2 - 21xy + 23x - 35y + 55$
b) $2xy + 3y^2 - 20x - 21y - 90$
c) $20x^2 - 18xy - 15x - 18y^2 - 9y$
d) $-x^2y - 2x^2 + 7xy + 20x + 30y$

ページ 6、授業 1.5

1. a) $(7x + 5y)(2xy - 7)$
$= 7x(2xy) + 7x(-7) + 5y(2xy)$
$+ 5y(-7)$
$= 14x^2y - 49x + 10xy^2 - 35y$
b) $-25xy^2 - 20y + 30xy + 24$

2. a) $(4x + 7y)(2x + 10y - 7)$
$= 4x(2x) + 4x(10y) + 4x(-7)$
$+ 7y(2x) + 7y(10y) + 7y(-7)$
$= 8x^2 + 54xy - 28x + 70y^2 - 49y$
b) $2x^2 - 8xy - 7x - 90y^2 + 63y$

a) $(x - 2y + 4)(2x - 4y - 4)$
$= x(2x) + x(-4y) + x(-4) + (-2y)(2x)$
$+ (-2y)(-4y) + (-2y)(-4) + 4(2x)$
$+ 4(-4y) + 4(-4)$
$= 2x^2 - 8xy + 4x + 8y^2 - 8y - 16$
b) $-3x^2 + 15y^2 + 4xy - 10x - 26y$
$+ 8$
c) $-5x^2y + 3xy^2 + 21xy - 25x^2 + 45x$
$- 9y - 18$

8 ページ、授業 2.1

a) $(2x + 9)(-6xy + 7x - 2)$
$= 2x(-6xy) + 2x(7x) + 2x(-2) +$
$9(-6xy) + 9(7x) + 9(-2)$
$= -12x^2y + 14x^2 - 4x - 54xy$
$+ 63x - 18$
b) $40x^2y^2 - 18xy^2 - 2xy - 40y^2$
$+ 23y - 3$

1. 最初の方法： $(x + 2)(x + 3)$
次の方法： $x^2 + 5x + 6$

2. a) $(y + 7)(y + 6)$
$= y^2 + (6 + 7)y + 6(7)$
$= y^2 + 13y + 42$
b) $x^2 - 5x + 6$
c) $y^2 - y - 6$
d) $x^2 - 7x - 18$

9 ページ、授業 2.2

a) $(x-10)(x+4)$
$= x^2 + (-10+4)x + 4(-10)$
$= x^2 - 6x - 40$
b) $y^2 - y + \frac{2}{9}$

1. 最初の方法： $(z+3)^2$
次の方法： $z^2 + 6z + 9$
最初の方法： $(y+b)^{\,2}$
次の方法： $y^2 + 2by + b^2$

2. a) $(y+4)^2$
$= y^2 + 2(4)y + (4)^2$
$= y^2 + 8y + 16$
b) $x^2 + 18x + 81$
c) $y^2 + 4y + 16$
d) $x^2 + \frac{2}{9}x + \frac{1}{81}$

10 ページ、授業 2.3

1. a) $y^2 + 5y - 24$
b) $(y - \frac{1}{5})(y - \frac{1}{10})$
$= y^2 + (-\frac{1}{5} - \frac{1}{10})x + (-\frac{1}{5})(-\frac{1}{10})$
$= y^2 - \frac{3}{10}y + \frac{1}{50}$
2. a) $x^2 + 20x + 100$
b) $x^2 + 5x + \frac{25}{4}$

a) $(x-2)^2$
$= x^2 - 2(2)x + 4$
$= x^2 - 4x + 4$
b) $y^2 - 10y + 25$
c) $y^2 - \frac{1}{5}y + \frac{1}{100}$
d) $y^2 - 5y + \frac{25}{4}$

11 ページ、授業 2.4

1. a) $y^2 + 22y + 121$
b) $x^2 + 10x + 25$
2. a) $(x-10)^2$
$= x^2 - 2(10)x + 10^2$
$= x^2 - 20x + 100$
b) $y^2 - \frac{2}{7}y + \frac{1}{49}$

a) $(x+5)(x-5)$
$= x^2 - 5^2$
$= x^2 - 25$
b) $y^2 - 36$
c) $y^2 - \frac{25}{36}$
d) $x^2 - \frac{49}{4}$

12 ページ、授業 2.5

a) $(x-3)^2$
$= x^2 - 2(3)x + 3^2$
$= x^2 - 6x + 9$
b) $x^2 + 10x + 25$
c) $(x-8)(x+8)$
$= x^2 - 8^2$
$= x^2 - 64$
d) $(y+2)(y-5)$
$= y^2 + (2 + (-5))y + (-5)(2)$
$= y^2 - 3y - 10$

a) $(4x-3)(4x+5)$
$4x = w$ とすると
$(w-3)(w+5)$
$= w^2 + ((-3)+5)w - 15$
$= w^2 + 2w - 15$
$= (4x)^2 + 2(4x) - 15$
$= 16x^2 + 8x - 15$
b) $4x^2y^2 - 25$
c) $9y^2z^2 + 48yz + 64$
d) $25y^2z^2 - 60yz + 36$

13 ページ、授業 2.6

1. a) $(x-7)(x+7)$
$= x^2 - 7^2$
$= x^2 - 49$
b) $81 - x^2$
2. a) $(3x-7y)(3x+7y)$
$3x = w,\ 7x = z$ とすると
$= w^2 - z^2$
$= (3x)^2 - (7y)^2$
$= 9x^2 - 49y^2$
b) $25x^2y^2 - 100xy + 100$

a) $(x+y+5)(x+y-5)$
$x + y = w$ とすると
$= (w+5)(w-5)$
$= w^2 - 25$
$= (x+y)^2 - 25$
$= x^2 + 2xy + y^2 - 25$
b) $3y^2 - 2y - 10$
c) $4x^2 + y^2 - 50$

14 ページ、授業 2.7

1. a) $(5yz-6)(5yz+6)$
$= (5yz)^2 - 6^2$
$= 25y^2z^2 - 36$
b) $\frac{x^2}{9} - \frac{4}{25}$
2. a) $x^2 + 2xy + y - 4$
b) $16x^2 + 80xy + 100y^2 - 3x + 9y$

a) $(x + 5y + 4)^2$
$= x^2 + (5y)^2 + 4^2 + 2(x)(5y) +$
$2(5y)(4) + 2(4)(x)$
$= x^2 + 25y^2 + 16 + 10xy + 40y$
$+ 8x$
$= x^2 + 10xy + 25y^2 + 8x + 40y$
$+ 16$
b) $64x^2 - 48xy + 9y^2 + 32x - 12y$
$+ 4$
c) $x^2 - 12xy + 36y^2 - 8x + 48y + 16$

15 ページ、授業 2.8

1. $149x^2 - 42xy + 5y^2$
2. $9x^2 - 6xy + y^2 - 42x + 14y + 49$

1. a) $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
$= a^2 + b^2 - 2ab$
$= 125 - 2(50)$
$= 25$

よって、$(a-b)^2 = 25$ となります。

b) 21

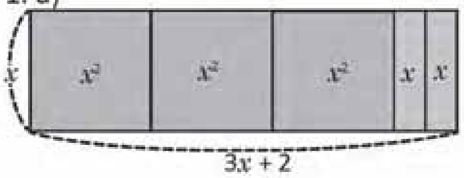
c) $(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ac) = 81$

2. a) $(100-1)(100+1) = 9999$
   b) $(100+11)^2 = 12321$
   c) $45 \times 55 = (50-5)(50+5)$
   $= 50^2 - 5^2$
   $= 2475$
   d) $(100+3)(100+1) = 10403$

18 ページ、授業 3.1

a) $2x^2y + 3xy^2 - 5xy$
b) $4x^2 + 36xy + 81y^2$
c) $25x^2 - 70xy + 49y^2$
d) $(4x+3y)(4x-3y)$
$4x = w$, $3y = z$ とすると
$(w+z)(w-z)$
$= w^2 - z^2$
$= (4x)^2 - (3y)^2$
$= 16x^2 - 9y^2$

1. a)



面積：$x(3x+2)$

b) 面積：$x(x+4)$

2. a) 因数は以下の通りです：
   $-1, 2, x, 3x+9, 4y+6$
   b) 因数は 6 つあります：
   $-1, x, y, (x-1), (2x+7), (y-7)$

19 ページ、授業 3.2

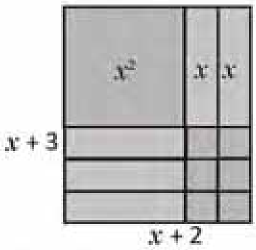
a) 面積：$x(5x+2)$
b) 面積：$x(2x+4)$

a) $x(9x+5y)$
b) $y(-2x+3y)$
c) $-3x^2 - 15xy$
$-3x^2 = (-1)(3)(x)(x)$
$-15xy = (-1)(3)(5)(x)(y)$
$-3x^2 - 15xy = -3x(x+5y)$ という共通項が抽出されます。
d) $3x(2y+4x+5)$
e) $-2y(2x+3y+7)$
f) $2xy(-3x+4y+7)$

20 ページ、授業 3.3

a) $5y(-3x+7)$
b) $4xy(6x-5y-z)$

1.



2. a) $x^2 + 7x + 10$

組み合わせ	積	和
1 と 10	+10	+11
2 と 5	**+10**	**+7**

よって、
$x^2 + 7x + 10 = (x+2)(x+5)$

b) $(y+8)(y+2)$
c) $(y+6)(y+3)$
d) $(x+4)(x+10)$

21 ページ、授業 3.4

1. a) $6xy^2 = (3)(2)(x)(y)(y)$
   $9x^2yz = (3)(3)(x)(x)(y)(z)$
   $-15x^2y = (-1)(3)(5)(x)(x)(y)$
   $6xy^2 + 9x^2yz - 15x^2y$ という共通項が抽出されます。
   $= 3xy(2y + 3xz - 5x)$
   b) $10xyz(3 - 5y - 4x)$

2. a) $(x+9)(x+2)$
   b) $(x+7)(x+3)$

a) $x^2 - 5x + 6$

組み合わせ	積	和
−1 と −6	+6	−7
−2 と −3	**+6**	**−5**

よって、
$x^2 - 5x + 6 = [(x + (-2)][(x + (-3)]$
$= (x-2)(x-3)$

b) $(x-6)(x+4)$
c) $(y-5)(y-3)$
d) $(y-3)(y+1)$

22 ページ、授業 3.5

1. a) $x^2 + 7x + 12 = (x+3)(x+4)$

組み合わせ	積	和
1 と 12	+12	+13
3 と 4	**+12**	**+7**

b) $(x+7)(x+5)$

2. a) $(y-4)(y+3)$
   b) $(y-5)(y-2)$

1. a) $x^2 + 4x + 4$
   c) $(x+2)^2$

2. a) $x^2 + 2x + 1$
   定数項、$1^2 = 1$。
   x の係数は 1 の 2 倍で、
   $2(1) = 2$ です。
   よって、$x^2 + 2x + 1 = (x+1)^2$
   b) $(x-3)^2$
   c) $(y-10)^2$
   d) $\left(y + \frac{2}{3}\right)^2$

23 ページ、授業 3.6

1. a) $y^2 - y - 30$

組み合わせ	積	和
+1 と −30	−30	−31
+2 と −15	−30	−13
+3 と −10	−30	−7
+5 と −6	**−30**	**−1**

よって：

$y^2 - y - 30 = (y + 5)(y - 6)$

b) $x^2 - 16x + 64 = (x - 8)^2$

2. a) $x^2 - 4$

定数項 4 は 2^2 と等しいです。

$x^2 - 4 = x^2 - 2^2$

$= (x + 2)(x - 2)$

b) $(x + 6)(x - 6)$

c) $(y + 7)(y - 7)$

d) $(y + \frac{1}{5})(y - \frac{1}{5})$

e) $(x + \frac{2}{3})(x - \frac{2}{3})$

f) $(x + \frac{4}{5})(x - \frac{4}{5})$

25 ページ、授業 3.8

a) $(y - 7)^2$

b) $x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{1}{9}$

$\left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$.

x の係数は $\frac{1}{3}$, $2\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{2}{3}$ の 2 倍です。

よって $x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{1}{9} = \left(x + \frac{1}{3}\right)^2$ です。

c) $(x + 10)(x - 10)$

d) $(y + 8)(y - 8)$

a) $9x^2 + 24xy + 16y^2$

$= (3x)^2 + 2(3x)(4y) + (4y)^2$

$w = 3x$, $z = 4y$ とすると

$w^2 + 2wz + z^2$

$= (w + z)^2$.

再度代入します

$= (3x + 4y)^2$

b) $(5x + 6y)(5x - 6y)$

c) $(8x + y)(8x - y)$

d) $(2x + 5)^2$

26 ページ、授業 3.9

a) $4x^2 + 12xy + 9y^2$

$= (2x)^2 + 2(2x)(3y) + (3y)^2$

$w = 2x$, $z = 3y$ とすると

$w^2 + 2wz + z^2$

$= (w + z)^2$

再度代入します

$= (2x + 3y)^2$

b) $(y + 9x)(y - 9x)$

c) $(5x - 3y)^2$

d) $(7x + 9y)(7x - 9y)$

a) $[(x-2)+(y-3)][(x-2)+(y-3)]$

$= (x + y - 5)(x - y + 1)$

b) $[(x+5)+(y-1)]^2$

$= (x + y + 4)^2$

c) $[3x - (y + 3)]^2 = (3x - y + 3)^2$

d) $(x - 2)^2 - 16y^2$

$w = x - 2$, $z = 4y$ とすると

$= w^2 - z^2$

$= (w + z)(w - z)$

再度代入すると

$= (x - 2 + 4y)(x - 2 - 4y)$

$= (x + 4y - 2)(x - 4y - 2)$

27 ページ、授業 3.10

1. a) $25y^2 + 30y + 9$

$= (5y)^2 + 2(5y)(3) + 3^2$

$w = 5y$ とします。

$= w^2 + 2(w)(3) + 3^2$

$= (w + 3)^2$

再度代入すると

$= (5y + 3)^2$

b) $(4x + 9y)(4x - 9y)$

2. a) $(x - 2)^2 - (y + 2)^2$

$w = x - 2$, $z = y + 2$ とすると

$= w^2 - z^2$

$= (w - z)(w + z)$

$= (x - 2 + y + 2)(x - 2 - y - 2)$

$= (x - y)(x - y - 4)$

b) $[(x + 1) + (y - 1)]^2 = (x + y)^2$

a) $7x^2 - 28x + 35$

$= 7(x^2) + (7)(-4x) + (7)(5)$

$= 7(x^2 - 4x + 5)$

$= 7(x + 1)(x - 5)$

b) $-3(x^2 - 5x + 6)$

$= -3(x - 2)(x - 3)$

c) $6x(y^2 - 8y + 16) = 6x(y - 4)^2$

d) $3y(x^2 - 8x + 16) = 3y(x - 4)^2$

28 ページ、授業 3.11

1. $[(x + 2) + (y - 2)]^2 = (x + y)^2$

2. $3x(y^2 - 6y + 9) = 3x(y - 3)^2$

a) $5z(x^2 - 9y^2) = 5z(x - 3y)(x + 3y)$

b) $5z(9x^2 - 4y^2)$

$= 5z(3x - 2y)(3x + 2y)$

c) $3m(9n^2 - 6n + 1) = 3m(3n - 1)^2$

d) $28xy^2 - 84xy + 63x$

$= 7x(4y^2 - 12y + 9)$

$= 7x((2y)^2 - 2(2y)(3) + 3^2)$

$= 7x(2y - 3)^2$

29 ページ、授業3.12

1. a) $2x^2 + 8x - 10$

$= 2(x^2 + 4x - 5)$

$= 2(x + 5)(x - 1)$

b) $4y(x^2 - 6x + 9) = 4y(x - 3)^2$

2. a) $2z(9x^2 - 100y^2)$

$= 2z(3x - 10y)(3x + 10y)$

b) $2z(25x^2 + 30xy + 9y^2)$

$= 2z(5x + 3y)^2$

1. a) $55^2 - 15^2$

$= (55 - 15)(55 + 15)$

$= (40)(70)$

$= 2\,800$

b) $999^2 - 1 = (999 + 1)(999 - 1)$

$= 998\,000$

c) $97^2 - 3^2 = (97 + 3)(97 - 3)$

$= 9\,400$

2. $\pi 56^2 \times 50 - \pi 44^2 \times 50$

$= 50\pi(56^2 - 44^2)$

$= 50\pi(56 + 44)(56 - 44)$

$= 50\pi \times 100 \times 12$

$= 60\,000\pi$

ユニット 2

34 ページ、授業 1.1

1. a) $\sqrt{7}$ cm　b) $\sqrt{6}$ cm
c) $\sqrt{\frac{5}{7}}$ cm　d) $\sqrt{\frac{7}{3}}$ cm
e) $\sqrt{3.5}$ cm　f) $\sqrt{5.7}$ cm
2. a) $(\sqrt{5})^2 = 5$
表される数は 5 です。
b) 11　c) 15　d) $\frac{7}{10}$
e) $\frac{11}{6}$　f) $\frac{5}{13}$　g) 0.7
h) 0.9　i) 1.7

35 ページ、授業 1.2

1. a) $\sqrt{8}$ cm
b) $\sqrt{4.2}$ cm
c) $\sqrt{\frac{7}{2}}$ cm
2. a) 14　b) $\frac{5}{3}$　c) 1.7

1. a) 正方形の一辺の長さは、$\sqrt{16}$ です。しかし$(\sqrt{16})^2 = 16$ であり $4^2 = 16$, $\sqrt{16} = 4$。
b) $\frac{5}{2}$
c) 0.5
2. a) $7^2 = 49$ なので
$\sqrt{49} = 7$
b) 8　c) 11　d) $\frac{1}{6}$　e) $\frac{5}{4}$　f) 0.4

36 ページ、授業 1.3

1. a) 19　b) $\frac{10}{11}$　c) $\frac{17}{5}$　d) 1.9
2. a) $5^2 = 25$なので
$\sqrt{25} = 5$
b) $\frac{1}{4}$　c) $\frac{5}{8}$　d) 0.9

1. a) 数を求めると：
$\sqrt{36} = 6, -\sqrt{36} = -6$。そして平方根は 6 と –6 です。
b) 9 と–9
c) $\frac{7}{10}$ y $-\frac{7}{10}$
d) 0.5 y –0.5
e) $\sqrt{11}$ y $-\sqrt{11}$
f) $\sqrt{15}$ y $-\sqrt{15}$
g) $\sqrt{\frac{3}{5}}$ y $-\sqrt{\frac{3}{5}}$
h) $\sqrt{0.7}$ y $-\sqrt{0.7}$
2. $1^2 = 1, 2^2 = 4, 3^2 = 9, 4^2 = 16,$
$5^2 = 25, 6^2 = 36, 7^2 = 49, 8^2 = 64,$
$9^2 = 81, 10^2 = 100, 11^2 = 121,$
$12^2 = 144.$

37 ページ、授業 1.4

1. a) $8^2 = 64$ なので
$\sqrt{64} = 8$
b) –4　c) $\frac{1}{10}$　d) $-\frac{8}{7}$　e) 0.9
2. a) 数を求めると：
$\sqrt{100} = 10, -\sqrt{100} = -10$。
平方根は 10 と –10 です。
b) $\sqrt{21}$ と $-\sqrt{21}$
c) $\frac{6}{5}$ と $-\frac{6}{5}$
d) $\sqrt{\frac{3}{14}}$ と $-\sqrt{\frac{3}{14}}$
e) 1.2 と–1.2

1. a) 8 > 3なので：
$\sqrt{8} > \sqrt{3}$
b) $5 = \sqrt{25}$ なので $\sqrt{25}$ を $\sqrt{15}$ と比べると 25 > 15 なので $\sqrt{25} > \sqrt{15}$ または $5 < \sqrt{15}$ に等しいです。
c) $\sqrt{5} > 2$
d) $-\sqrt{5} > -\sqrt{6}$
e) $\sqrt{\frac{6}{10}} < \sqrt{0.7}$
f) $-\sqrt{\frac{1}{4}} = -\sqrt{0.25}$
2. 小さいものから大きなもの順に並んでいます。
$-4, -\sqrt{14}, -\sqrt{2.5}, \sqrt{\frac{3}{2}}, \sqrt{8}, 4$

38 ページ、授業 1.5

1. a) 数を求めると：
$\sqrt{25} = 5, -\sqrt{25} = -5$。
平方根は 5 と –5 です。
b) 2 と –2
c) $\frac{7}{9}$ と $-\frac{7}{9}$
d) 0.6 と –0.6
2. a) 12 > 5なので：
$\sqrt{12} > \sqrt{5}$
b) $3 < \sqrt{10}$
c) $-\sqrt{11} < 2$

1. a) –3 は有理数です。
なぜなら $-3 = \frac{-3}{1}$ だからです
b) 0.16 は有理数です。
なぜなら $0.16 = \frac{16}{100}$
c) $-\sqrt{11}$ は無理数です。分数で表現することができないからです。
d) $\sqrt{5}$ は無理数です。分数で表現することができないからです。

2. a) $\frac{7}{1}$
b) 0.05
$0.05 \times \frac{100}{100} = \frac{5}{100}$
$= \frac{1}{20}$
c) $-1.4 = -\frac{7}{5}$
d) $0.025 = \frac{1}{40}$

39 ページ、授業 1.6

1. a) $3 = \sqrt{9}$ なので $\sqrt{9}$ を $\sqrt{12}$ と比較すると、12 > 9 なので $\sqrt{12} > \sqrt{9}$または$\sqrt{12} > 3$ に等しいです。

b) $-3 < -\sqrt{8}$
c) $\sqrt{11} > \sqrt{7}$
2. a) $-\frac{6}{1}$
b) 0.45
$0.45 \times \frac{100}{100} = \frac{45}{100}$
$= \frac{9}{20}$
c) $-2.5 = -\frac{5}{2}$

1\. a) $7 \div 12 = 0.58\overline{3}$、循環小数です。

   b) $4 \div 3 = 1.\overline{3}$、循環小数です。

   c) $31 \div 7 = 4.\overline{428571}$、循環小数です。

2\. a) $0.\overline{8}$。$x = 0.888888...$を考慮すると：

分析すると：

$$\begin{array}{rl} 10x = & 8.88888... \\ - \quad x = & \underline{0.88888...} \\ 9x = & 8.0 \end{array}$$

式を解くと $x = \frac{8}{9}$

したがって、$0.\overline{8} = \frac{8}{9}$

   b) $2.\overline{32} = \frac{230}{99}$

   c) $3.\overline{5} = \frac{32}{9}$

   d) $1.\overline{247} = \frac{1246}{999}$

40 ページ、授業 1.7

1\. a) $\frac{1}{5}$ は有理数です。

   b) $-5 = -\frac{5}{1}$ は有理数です。

   c) $-\pi$ は無理数です。

2\. a) 0.7

$x = 0.77777...$

分析すると

$$\begin{array}{rl} 10x = & 7.77777... \\ - \quad x = & \underline{0.77777...} \\ 9x = & 7.0 \end{array}$$

式を解くと $x = \frac{7}{9}$

したがって、$0.\overline{7} = \frac{7}{9}$

   b) $0.\overline{23} = \frac{23}{99}$

   c) $1.\overline{15} = \frac{38}{33}$

a) 自然数なので実数です。
b) 整数なので実数です。
c) 有理数なので実数です。
d) 有理数なので実数です。
e) 有理数なので実数です。
f) 有理数なので実数です。
g) 有理数なので実数です。
h) 無理数なので実数です。

順番に：

$-13, -\sqrt{25}, -2.3\overline{15}, -0.07, \frac{2}{3}, 2.\overline{4}, 2.718281, 9.$

42 ページ、授業 2.1

$1.\overline{63}$。以下を考慮すると：

$x = 1.63636363...$

分析すると

$$\begin{array}{rl} 100x = & 163.6363... \\ - \quad x = & \underline{1.636363...} \\ 99x = & 162.0 \end{array}$$

式を解くと $x = \frac{162}{99} = \frac{18}{11}$

よって、$1.\overline{63} = \frac{18}{11}$

1\. a) $\sqrt{2} \times \sqrt{5}$

$= \sqrt{2 \times 5}$

$= \sqrt{10}$

   b) $-\sqrt{30}$

   c) $\sqrt{42}$

   d) $-\sqrt{70}$

   e) $\sqrt{46}$

   f) $-\sqrt{36} = -6$

2\. a) 過程は不正確です。以下のものである必要があります：

$$\begin{aligned} 3\sqrt{3} \times 5\sqrt{5} &= 3 \times 5\sqrt{3} \times \sqrt{3} \\ &= 15\sqrt{3 \times 3} \\ &= 15 \times 3 = 45 \end{aligned}$$

   b) 過程は正確です。

   c) 過程は不正確です。
   間違いは、積であるべきところが和になっています。よって：

$$\begin{aligned} -3\sqrt{3} \times \sqrt{3} &= -3\sqrt{3 \times 3} \\ &= -3 \times 3 = -9 \end{aligned}$$

43 ページ、授業 2.2

a) $\sqrt{21}$

b) $-\sqrt{21}$

c) -3

d) $\sqrt{86}$

a) $\sqrt{6} \div \sqrt{30} = \sqrt{\frac{6}{30}} = \sqrt{\frac{1}{5}}$

b) $-\sqrt{\frac{3}{7}}$　c) $-\sqrt{\frac{6}{5}}$　d) $\sqrt{\frac{1}{5}}$

e) $-\sqrt{7}$　f) 2　g) $-\sqrt{\frac{1}{5}}$

h) 2　i) -2

44 ページ、授業 2.3

1\. a) $\sqrt{6} \times \sqrt{7}$

$= \sqrt{6 \times 7}$

$= \sqrt{42}$

   b) $-\sqrt{33}$

   c) -10

   d) 8

2\. a) $\sqrt{6} \div \sqrt{7} = \sqrt{\frac{6}{7}}$

   b) $\sqrt{\frac{3}{2}}$

   c) $-\frac{1}{2}$

   d) -3

a) $\sqrt{625}$

625を素因数分解します。

$625 = 5^2 \times 5^2$

$$\begin{aligned} \sqrt{625} = \sqrt{5^2 \times 5^2} &= \sqrt{5^2} \times \sqrt{5^2} \\ &= 5 \times 5 \\ &= 25 \end{aligned}$$

b) $\sqrt{441} = \sqrt{3^2} \times \sqrt{7^2} = 21$

c) $\sqrt{\frac{16}{81}} = \frac{4}{9}$

d) $\sqrt{\frac{441}{256}} = \frac{21}{16}$

e) $-\sqrt{900} = -30$

f) $-\sqrt{\frac{25}{16}} = -\frac{5}{4}$

45 ページ、授業 2.4

1\. a) $\sqrt{2} \div \sqrt{3} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{2}{3}}$

   b) $\sqrt{\frac{3}{5}}$

   c) $-\sqrt{\frac{17}{3}}$

2\. a) 11

   b) $729 = 3^2 \times 3^2 \times 3^2$

$$\begin{aligned} \sqrt{729} &= \sqrt{3^2 \times 3^2 \times 3^2} \\ &= \sqrt{3^2} \times \sqrt{3^2} \times \sqrt{3^2} = 27 \end{aligned}$$

   c) $-\sqrt{\frac{16}{49}} = -\frac{4}{7}$

a) $2\sqrt{3} = \sqrt{4} \times \sqrt{3} = \sqrt{4 \times 3} = \sqrt{12}$

b) $\sqrt{18}$　c) $\sqrt{28}$　d) $\sqrt{50}$　e) $\sqrt{\frac{2}{9}}$

f) $\sqrt{\frac{3}{25}}$ g) $\sqrt{\frac{6}{49}}$ h) $\sqrt{\frac{5}{4}}$

46 ページ、授業 2.5

1\. a) $324 = 2^2 \times 3^2 \times 3^2$
$\sqrt{324} = \sqrt{2^2 \times 3^2 \times 3^2}$
$= \sqrt{2^2} \times \sqrt{3^2} \times \sqrt{3^2}$
$= 2 \times 3 \times 3$
$= 18$
b) -24, c) $\frac{14}{15}$, d) $-\frac{13}{11}$

2\. a) $4\sqrt{3}$
$= \sqrt{16} \times \sqrt{3}$
$= \sqrt{16 \times 3}$
$= \sqrt{48}$
b) $\sqrt{40}$ c) $\sqrt{72}$ d) $\sqrt{\frac{2}{49}}$

1\. a) $\sqrt{125}$
$\sqrt{125} = \sqrt{5^2 \times 5}$
$= \sqrt{5^2} \times \sqrt{5}$
$= 5\sqrt{5}$
b) $\sqrt{32} = 4\sqrt{2}$
c) $\sqrt{\frac{3}{49}} = -\frac{\sqrt{3}}{7}$
d) $\sqrt{\frac{5}{16}} = \frac{\sqrt{5}}{4}$

2\. a) $\sqrt{675}$
$\sqrt{675} = \sqrt{3^2 \times 5^2 \times 3}$
$= \sqrt{3^2} \times \sqrt{5^2} \times \sqrt{3}$
$= 15\sqrt{3}$
b) $\sqrt{648} = 18\sqrt{2}$
c) $-\sqrt{800} = -20\sqrt{2}$
d) $-\sqrt{108} = -6\sqrt{3}$

47 ページ、授業 2.6

1\. a) $3\sqrt{6}$
$= \sqrt{9} \times \sqrt{6}$
$= \sqrt{54}$
b) $\sqrt{12}$ c) $\sqrt{\frac{2}{25}}$

2\. a) $\sqrt{400}$
$= \sqrt{20^2}$
$= 20$
b) $\sqrt{243} = 9\sqrt{3}$
c) $-\sqrt{\frac{21}{75}} = -\sqrt{\frac{7}{25}} = -\frac{\sqrt{7}}{5}$

a) $\sqrt{24} \times \sqrt{63}$
$\sqrt{24} = \sqrt{2^2 \times 6} = 2\sqrt{6}$
$\sqrt{63} = \sqrt{3^2 \times 7} = 3\sqrt{7}$
$\sqrt{24} \times \sqrt{63} = 2 \times 3\sqrt{6} \times \sqrt{7}$
$= 6\sqrt{42}$
b) $\sqrt{50} \times \sqrt{27} = 15\sqrt{6}$
c) $\sqrt{40} \times (-\sqrt{27}) = -6\sqrt{30}$
d) $\sqrt{30} \times \sqrt{35} = 5\sqrt{42}$
e) $\sqrt{6} \times \sqrt{10} = 2\sqrt{15}$
f) $\sqrt{12} \times (-\sqrt{24}) = -12\sqrt{2}$

48 ページ、授業 2.7

1\. a) $\sqrt{147}$
$= \sqrt{7^2 \times 3}$
$= 7\sqrt{3}$
b) $\sqrt{\frac{6}{25}} = \frac{\sqrt{6}}{5}$
c) $\sqrt{980} = 14\sqrt{5}$

2\. a) $(-\sqrt{21}) \times \sqrt{28}$
$= -\sqrt{3 \times 7} \times \sqrt{4 \times 7}$
$= -\sqrt{2^2 \times 3 \times 7^2}$
$= -(\sqrt{2^2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{7^2})$
$= -(2 \times \sqrt{3} \times 7)$
$= -14\sqrt{3}$
b) $(-\sqrt{24}) \times (-\sqrt{18}) = 12\sqrt{3}$
c) $\sqrt{30} \times (-\sqrt{42}) = -6\sqrt{35}$

a) $\frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$
b) $-\frac{1}{\sqrt{13}} = -\frac{1}{\sqrt{13}} \times \frac{\sqrt{13}}{\sqrt{13}} = -\frac{\sqrt{13}}{13}$
c) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}} \times \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{35}}{7}$
d) $-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{26}} = -\frac{\sqrt{13}}{13}$
e) $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$
f) $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

49 ページ、授業 2.8

1\. a) $\sqrt{72} \times \sqrt{96}$
$\sqrt{72} = \sqrt{6^2 \times 2} = 6\sqrt{2}$
$\sqrt{96} = \sqrt{4^2 \times 6} = 4\sqrt{6}$
$\sqrt{72} \times \sqrt{96} = 6 \times 4\sqrt{2} \times \sqrt{6}$
$= 48\sqrt{3}$
b) $\sqrt{27} \times (-\sqrt{52}) = -6\sqrt{39}$
c) $(-\sqrt{35}) \times \sqrt{10} = -5\sqrt{14}$

2\. a) $\frac{1}{\sqrt{7}}$
$\frac{1}{\sqrt{7}} = \frac{1}{\sqrt{7}} \times \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{7}}{7}$
b) $-\frac{1}{\sqrt{14}} = -\frac{\sqrt{14}}{14}$
c) $-\frac{\sqrt{22}}{\sqrt{7}} = -\frac{\sqrt{154}}{7}$

a) $\sqrt{6} + 8\sqrt{6} = (1 + 8)\sqrt{6} = 9\sqrt{6}$
b) $2\sqrt{5} - 7\sqrt{5} = (2 - 7)\sqrt{5} = -5\sqrt{5}$
c) $\sqrt{3} - 9\sqrt{3} = -8\sqrt{3}$
d) $4\sqrt{3} - 9\sqrt{3} - 2 = -5\sqrt{3} - 2$
e) $3\sqrt{3} + 2\sqrt{6} + 7\sqrt{6} = 3\sqrt{3} + 9\sqrt{6}$
f) $9\sqrt{2} - 3\sqrt{5} + 9\sqrt{2} = 18\sqrt{2} - 3\sqrt{5}$

50 ページ、授業 2.9

1\. a) $\frac{1}{\sqrt{11}} = \frac{1}{\sqrt{11}} \times \frac{\sqrt{11}}{\sqrt{11}} = \frac{\sqrt{11}}{11}$
b) $-\frac{5}{\sqrt{15}} = -\frac{\sqrt{15}}{3}$
c) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{14}} = \frac{\sqrt{7}}{7}$

2\. a) $\sqrt{2} + 4\sqrt{2} = (1 + 4)\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$
b) $\sqrt{7} - 2\sqrt{7} = -\sqrt{7}$
c) $3\sqrt{2} + 2\sqrt{3} + 8\sqrt{3} = 3\sqrt{2} + 10\sqrt{3}$

a) $\sqrt{45} + \sqrt{20}$
$\sqrt{45} = 3\sqrt{5}$
$\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$
$\sqrt{45} + \sqrt{20} = 3\sqrt{5} + 2\sqrt{5}$
$= 5\sqrt{5}$

b) $\sqrt{32} + \sqrt{72} + \sqrt{50} = 15\sqrt{2}$

c) $\sqrt{48} - \sqrt{12} + \sqrt{75} = 7\sqrt{3}$

d) $\sqrt{28} + \frac{14}{\sqrt{7}}$

$\sqrt{28} = 2\sqrt{7}$

$\frac{14}{\sqrt{7}} = \frac{14}{\sqrt{7}} \times \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = 2\sqrt{7}$

$\sqrt{28} + \frac{14}{\sqrt{7}} = 2\sqrt{7} + 2\sqrt{7} = 4\sqrt{7}$

e) $\sqrt{80} + \frac{35}{\sqrt{5}} = 11\sqrt{5}$

f) $\sqrt{24} - \frac{12}{\sqrt{6}} = 0$

ページ 51、授業 2.10

1. a) $\sqrt{7} + 9\sqrt{7} = 10\sqrt{7}$
   b) $\sqrt{5} - 6\sqrt{5} = -5\sqrt{5}$
   c) $2\sqrt{3} + 5\sqrt{3} = 7\sqrt{3}$
2. a) $\sqrt{98} + \sqrt{72}$
   $\sqrt{98} = 7\sqrt{2}$
   $\sqrt{72} = 6\sqrt{2}$
   $\sqrt{98} + \sqrt{72} = 13\sqrt{2}$
   b) $\sqrt{75} - \sqrt{27} + \sqrt{48} = 6\sqrt{3}$
   c) $\sqrt{180} - \frac{35}{\sqrt{5}} = -\sqrt{5}$

a) $\sqrt{2}(\sqrt{2} + 3) = (\sqrt{2})^2 + 3\sqrt{2}$
$= 2 + 3\sqrt{2}$

b) $\sqrt{6}(\sqrt{6} - 7) = 6 - 7\sqrt{6}$

c) $\sqrt{5}(\sqrt{80} + 3) = 20 + 3\sqrt{5}$

d) $(\sqrt{175} - 4)\sqrt{7}$
$= \sqrt{175} \times \sqrt{7} - 4\sqrt{7}$
$= \sqrt{5^2 \times 7^2} - 4\sqrt{7}$
$= 35 - 4\sqrt{7}$

e) $(\sqrt{12} - 5)\sqrt{3} = 6 - 5\sqrt{3}$

f) $(\sqrt{6} + \sqrt{5})\sqrt{5} = \sqrt{30} + 5$

52 ページ、授業 2.11

1. a) $\sqrt{75} + \sqrt{12}$
   $\sqrt{75} = 5\sqrt{3}$
   $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$
   $\sqrt{75} + \sqrt{12} = 5\sqrt{3} + 2\sqrt{3}$
   $= 7\sqrt{3}$
   b) $\sqrt{18} - \sqrt{32} + \sqrt{72} = 5\sqrt{2}$
   c) $\sqrt{125} - \frac{7}{\sqrt{5}} = \frac{18\sqrt{5}}{5}$
2. a) $\sqrt{5}(\sqrt{5} + 1) = 5 + \sqrt{5}$
   b) $\sqrt{6}(\sqrt{96} + 7) = 24 + 7\sqrt{6}$
   c) $(\sqrt{3} - \sqrt{2})\sqrt{3} = 3 - \sqrt{6}$

a) $(\sqrt{2} + \sqrt{7})(\sqrt{3} + \sqrt{2})$
$= \sqrt{2}(\sqrt{3}) + \sqrt{2}(\sqrt{2}) + \sqrt{7}(\sqrt{3})$
$+ \sqrt{7}(\sqrt{2})$
$= \sqrt{6} + \sqrt{21} + \sqrt{14} + 2$

b) $(\sqrt{6} + \sqrt{5})(\sqrt{3} + \sqrt{6})$
$= 3\sqrt{2} + \sqrt{15} + \sqrt{30} + 6$

c) $(\sqrt{6} - \sqrt{7})(\sqrt{3} - \sqrt{6})$
$= \sqrt{6}(\sqrt{3}) - \sqrt{6}(\sqrt{6}) - \sqrt{7}(\sqrt{3})$
$+ \sqrt{7}(\sqrt{6})$
$= 3\sqrt{2} - 6 - \sqrt{21} + \sqrt{42}$

d) $(\sqrt{5} - 9)(\sqrt{5} - 8)$
$= 77 - 17\sqrt{5}$

e) $(\sqrt{8} + \sqrt{3})(\sqrt{8} - \sqrt{3})$
$=(\sqrt{8})^2 - (\sqrt{3})^2$
$= 8 - 3$
$= 5$

f) $(\sqrt{7} + 5)^2$
$= 32 + 10\sqrt{7}$

ページ 54、授業 2.14

1. アナの年齢は 6 歳です。
2. 土地は正方形で面積が 36 m²だと、一辺の長さは$\sqrt{36}$ = 6 mです。辺にタイルが 6 ÷ 0.3 = 20 枚入る場合、土地は正方形なので、タイルは全部で $20^2 = 20 \times 20 = 400$ 枚入ります。よって、タイルは 400 枚買う必要があります。

3. $\sqrt{196}$ = 14人
4. a) $\sqrt{1296}$ = 36 m
   b) 144 m

60 ページ、授業 1.1

1. a) $x^2 = 121$ は二次方程式です
   b) $x^2 = \frac{81}{4}$ は二次方程式です
   c) $x^2 = 6.25$ は二次方程式です
   d) $3x + 6 = 9$は二次方程式ではありません
   e) $x^2 - x = 72$ は二次方程式です
   f) $2x = 8$ は二次方程式ではありません
   g) $x^2 - 8x = 20$ は二次方程式です
   h) $7x = 14$ は二次方程式ではありません
2. 問題によります。x と y が数字 2 つの場合：
   $x + y = 5$, $xy = -36$。
   $x + y = 5$ だと $y = 5 - x$
   $xy = -36$ に代入すると
   $x(5 - x) = -36$
   $5x - x^2 = -36$
   $x^2 - 5x = 36$
   $x^2 - 5x - 36 = 0$。方程式です。

ページ 61、授業 1.2

a) $x^2 - 2x + 9 = 0$ 二次方程式です。

b) $3x + 8 = 0$ 二次方程式ではありません

c) $7x^2 - x + 5 = 0$ 二次方程式です。

d) $x^2 - 2x = 0$ 二次方程式です。

e) $(x - 2)^2 = 0$ 二次方程式です。

f) $-2x + 5 = 0$ 二次方程式ではありません。

g) $3x^2 - 9 = 0$ 二次方程式です

h) $2x = 5$ 二次方程式ではありません。

1. a) $x^2 - 4 = 0$
   $(-5)^2 - 4 = 21$
   $(5)^2 - 4 = 21$
   –5 と 5 は答えではありません。
   $(-2)^2 - 4 = 0$
   $2^2 - 4 = 0$
   –2 と 2 は等式の答えです。
   b) –5 が唯一の答えです。
   c) –3 と 2 が答えです。
   d) 2 が唯一の答えです。
   e) –7 と –5 が答えです。
   f) –7 が唯一の答えです。

g) −3 が唯一の答えです。
h) −1 が唯一の答えです。

2. a) 二次方程式です。
b) 一次方程式です。
c) 二次方程式です。
d) 一次方程式です。
e) 二次方程式です。
f) 一次方程式です。
g) 二次方程式です。
h) 一次方程式です。

62 ページ、クラス 1.3

1. a) 二次方程式です。
b) 一次方程式です。
c) 二次方程式です。
d) 一次方程式です。

2. a) −5 と 5 が答えです。
b) 3 が唯一の答えとなります。
c) 5 と 3が答えです。
d) 3 が唯一の答えとなります。

1. a) $x^2 = 36$
$x = \pm\sqrt{36}$
$x = \pm 6$
b) $x = \pm 8$　c) $x = \pm\frac{1}{4}$　d) $x = \pm\frac{4}{7}$
e) $x = \pm 4$　f) $x = \pm 2$　g) $x = \pm\frac{1}{5}$
h) $x = \pm\frac{4}{5}$

2.サンドラの年齢を s とすると、以下を満たします
$(s + 7)(s - 7) = 95$
$s^2 - 49 = 95$
$s^2 = 144$
$s = \pm\sqrt{144}$
$s = \pm 12$
s > 0なので、サンドラの年齢は12歳です。

63 ページ、授業 1.4

1. a) −7 および 7
b) どの値も解にはなりません。
c) −6 と 7
d) どの値も解にはなりません。

2. a) $x^2 = 49$
$x = \pm\sqrt{49}$
$x = \pm 7$

b) $x = \pm\frac{1}{9}$　c) $x = \pm 6$　d) $x = \pm\frac{7}{6}$

1. a) $3x^2 = 12$
$x^2 = \frac{12}{3}$
$x^2 = 4$
$x = \pm\sqrt{4} \Rightarrow x = \pm 2$
b) $x = \pm\frac{5}{4}$　c) $x = \pm\frac{1}{3}$
d) $x = \pm\sqrt{2}$　e) $x = \pm 4$
f) $x = \pm\frac{7}{6}$　g) $x = \pm\frac{1}{4}$
h) $x = \pm 2$

2. x がオリンピックの開会式の日です。等式が得られます：
$(x - 7)^2 + (x + 7)^2 = 386$
方程式を解くと、$x = 12$ です。
日付は2017年7月12日です。

64 ページ、クラス 1.5

1. a) $x = \pm 4$　b) $x = \pm\frac{1}{8}$
c) $x = \pm\frac{2}{7}$　d) $x = \pm\frac{4}{9}$

2. a) $x = \pm 2$　b) $x = \pm 1$
c) $x = \pm\frac{3}{5}$　d) $x = \pm\sqrt{\frac{7}{5}}$

1. a) $(x + 6)^2 = 25$
すなわち $w = x + 6$
$w^2 = 25$
$w = \pm\sqrt{25}$
$w = \pm 5$
$x + 6 = \pm 5$　w に代入すると
$x + 6 = 5$ と $x + 6 = -5$
$x = -1$ と　$x = -11$
b) $x = 3 + \sqrt{5}$ と $x = 3 - \sqrt{5}$
c) $x = -7 + 3\sqrt{2}$ と $x = -7 - 3\sqrt{2}$
d) $x = 9$
e) $(x - 9)^2 - 49 = 0$
$(x - 9)^2 = 49$
すなわち $w = x - 9$
$w^2 = 49$
$w = \pm 7$
$x - 9 = \pm 7$　w に代入すると
$x - 9 = 7$ と $x - 9 = -7$
$x = 16$ と　$x = 2$

f) $x = -8 + \sqrt{7}$ と $x = -8 - \sqrt{7}$
g) $x = 5 + 3\sqrt{5}$ と $x = 5 - 3\sqrt{5}$
h) $x = 3$ と $x = 2$

2. x が道幅の場合、以下の二次方程式が得られます：

$(14 - x)^2 = 144$
$14 - x = 12$　　$14 - x = -12$
$x = 2$　　$x = 26$

道幅が土地の幅より広いため、2つ目の答えは却下されます。このため、道幅は 2 m であるはずです。

65 ページ、クラス 1.6

1. a) $5x^2 = 45$
$x^2 = \frac{45}{5}$
$x = \pm 9$
$x = \pm 3$
b) $x = \pm\sqrt{15}$
c) $x = \pm\frac{7}{6}$
d) $\pm\frac{2\sqrt{77}}{11}$

2. a) $(x - 3)^2 = 36$
$x - 3 = 6$ と $x - 3 = -6$
$x = 9$ と $x = -3$
b) $4 + 2\sqrt{10}$ と $4 - 2\sqrt{10}$
c) $-4 - \sqrt{3}$ と $-4 + \sqrt{3}$
d) $x = \frac{6}{5}, x = \frac{2}{5}$

a) $x^2 - 7x = 0$
$x(x - 7) = 0$
$\Rightarrow x = 0$ と $x - 7 = 0$
$\Rightarrow x = 0$ と $x = 7$
b) $x = 0$ と $x = 1$
c) $x = 0$ と $x = -\frac{5}{6}$
d) $x = 0$ と $x = -\frac{1}{8}$
e) $-x^2 + 2x = 0$
$x(-x + 2) = 0$
$\Rightarrow x = 0$ と $-x + 2 = 0$
$\Rightarrow x = 0$ と $x = 2$
f) $x = 0$ と $x = -9$
g) $x = 0$ と $x = \frac{1}{6}$
h) $x = 0$ と $x = \frac{3}{2}$

66 ページ、授業 1.7

1. a) $(x+3)^2=49$
$x+3=7$ と $x+3=-7$
$x=4$ と $x=-10$
b) $x=0$ と $x=14$
c) $x=-3+\sqrt{5}$ と $x=-3-\sqrt{5}$
d) $x=-3$ と $x=13$
2. a) $x^2-4x=0$
$x(x-4)=0$
$\Rightarrow x=0$ と $x-4=0$
$\Rightarrow x=0$ と $x=4$
b) $x=0$ と $x=-\frac{3}{7}$
c) $x=0$ と $x=16$
d) $x=0$ と $x=-4$

a) $x^2-10x+25=(x-5)^2=0$
$\Rightarrow x-5=0$
$x=5$
b) $x=-1$　c) $x=\frac{1}{2}$　d) $x=\frac{1}{3}$
e) $x=-\frac{3}{2}$　f) $x=\frac{1}{8}$

67 ページ、授業 1.8

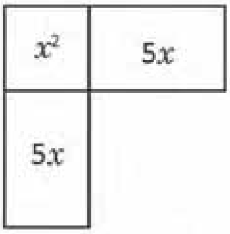
1. a) $x^2-9x=0$
$x(x-9)=0$
$\Rightarrow x=0$ と $x-9=0$
$\Rightarrow x=0$ と $x=9$
b) $x=0$ と $x=-1$
c) $x=0$ と $x=\frac{7}{10}$
d) $x=0$ と $x=\frac{3}{2}$
2. a) $x^2-8x+16=0$
$(x-4)^2=0$
$x-4=0$
$x=4$
b) $x=\frac{1}{4}$　c) $x=\frac{1}{3}$

1. a) $(x-5)(x-3)=0$
$x-5=0$ と $x-3=0$
$x=5$ と $x=3$
b) $x=-7$ と $x=1$
c) $x=9$ と $x=-8$
d) $x^2-8x+15=0$
$(x-5)(x-3)=0$
$x=5$ と $x=3$
e) $x=9$ と $x=-8$
f) $x=3$ と $x=-10$
2. x が $x^2+(x+1)^2=113$ となる数字のうち最初のもので、これを満たすものは $x=7$ と $x=-8$ です。

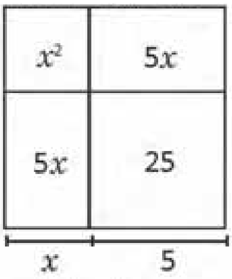
68 ページ、授業 1.9

1. a) $x^2+22x+121=0$
$(x+11)^2=0$
$x=-11$
b) $x=-\frac{4}{5}$　c) $x=\frac{1}{5}$
2. a) $x^2+10x+21=0$
$(x+3)(x+7)=0$
$x+3=0$ と $x+7=0$
$x=-3$ と $x=-7$
b) $x=-3$ と $x=7$
c) $x=-6$ と $x=5$

a) $x^2+10x=24$
図形が作成されます



面積： $x^2+10x=24$



補足すると：
$x^2+10x+25=24+25$
$(x+5)^2=49$
$x=2$ のときにこれは成り立ちます。
b) $x=9$ が正の答えです。

69 ページ、授業 1.10

1. a) $x^2-5x+6=0$
$(x-3)(x-2)=0$
$x-3=0$ と $x-2=0$
$x=3$ と $x=2$
b) $x=-7$ と $x=8$
c) $x=-11$ と $x=6$
2. $x=7$ が正の答えです。

a) $x^2+4x-1=0$
$x^2+4x=1$
$x^2+4x+\left(\frac{4}{2}\right)^2=1+\left(\frac{4}{2}\right)^2$
$x^2+4x+2^2=1+2^2$
$x^2+2(2x)+2^2=5$
$(x+2)^2=5$
$x+2=\pm\sqrt{5}$
$x=-2\pm\sqrt{5}$
$\Rightarrow x=-2+\sqrt{5}$ と $x=-2-\sqrt{5}$
b) $(x+7)^2=9 \Rightarrow x=-4$ と $x=-10$
c) $(x-3)^2=8$
$\Rightarrow x=3+2\sqrt{2}$ と $x=3-2\sqrt{2}$
d) $x^2-3x-5=0$
$x^2-3x+\left(\frac{3}{2}\right)^2=5+\left(\frac{3}{2}\right)^2$
$\left(x-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{20}{4}+\frac{9}{4}$
$x-\frac{3}{2}=\pm\frac{\sqrt{29}}{2}$
$\Rightarrow x=\frac{3}{2}+\frac{\sqrt{29}}{2}$ と $x=\frac{3}{2}-\frac{\sqrt{29}}{2}$
e)　$(x-3)^2=3$
$\Rightarrow x=3+\sqrt{3}$ と $x=3-\sqrt{3}$
f)　$(x+3)^2=5$
$\Rightarrow x=-3+\sqrt{5}$ と $x=-3-\sqrt{5}$

70 ページ、授業 1.11

1. $x=1$ が正の答えです。
2. a) $x^2-x-10=0$
$x^2-x+\left(\frac{1}{2}\right)^2=10+\left(\frac{1}{2}\right)^2$
$\left(x-\frac{1}{2}\right)^2=\frac{40}{4}+\frac{1}{4}$
$x-\frac{1}{2}=\pm\frac{\sqrt{41}}{2}$
$\Rightarrow x=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{41}}{2}$ と $x=\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{41}}{2}$
b) $(x+1)^2=8$
$\Rightarrow x=-1+2\sqrt{2}$ と $x=-1-2\sqrt{2}$

a) $x = -\frac{3}{2}$ と $x = 1$

b) $x = \frac{1}{2}$ と $x = -1$

c) $3x^2 + x - 1 = 0$

$$x^2 + \frac{1}{3}x - \frac{1}{3} = 0$$
$$x^2 + \frac{1}{3}x + \left(\frac{1}{2(3)}\right)^2 = \frac{1}{3} + \left(\frac{1}{2(3)}\right)^2$$
$$x^2 + \frac{1}{3}x + \left(\frac{1}{6}\right)^2 = \frac{1}{3} + \frac{1}{36}$$
$$\left(x + \frac{1}{6}\right)^2 = \frac{13}{36}$$
$$x + \frac{1}{6} = \pm\frac{\sqrt{13}}{\sqrt{36}}$$
$$x = -\frac{1}{6} \pm \frac{\sqrt{13}}{6}$$
$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{6}$$

71 ページ、授業 1.12

1. a) $x^2 - 6x + 2 = 0$

$$x^2 - 6x = -2$$
$$x^2 - 6x + 3^2 = -2 + 3^2$$
$$(x - 3)^2 = 7$$
$$x - 3 = \pm\sqrt{7}$$

⇒ $x = 3 + \sqrt{7}$ と $x = 3 - \sqrt{7}$

b) $(x - 2)^2 = 5$

⇒ $x = 2 + \sqrt{5}$ と $x = 2 - \sqrt{5}$

2. a) $x = \frac{1 \pm \sqrt{37}}{6}$

b) $x = \frac{1 \pm \sqrt{33}}{4}$

a) $2x^2 - x - 2 = 0$

もし 解の公式で$a = 2$、$b = -1$、$c = -2$と代入すると、以下の結果が立証されます。

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4(2)(-2)}}{2(2)}$$
$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 16}}{4}$$
$$x = \frac{1 \pm \sqrt{17}}{4}$$

b) $x = -\frac{3}{2}$ と $x = -1$

c) $x = \frac{7 \pm \sqrt{17}}{8}$

d) $x = \frac{9 \pm \sqrt{21}}{10}$

e) $x = \frac{9 \pm \sqrt{33}}{8}$

f) $x = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{6}$

72 ページ、授業 1.13

1. $x = \frac{1 \pm \sqrt{101}}{10}$

2. a) $5x^2 - x - 1 = 0$

$a = 5, b = -1, c = -1;$

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4(5)(-1)}}{2(5)}$$
$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 20}}{10}$$
$$x = \frac{1 \pm \sqrt{21}}{10}$$

b) $x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{4}$

c) $x = \frac{5 \pm \sqrt{73}}{8}$

a) $3x^2 - x - 2 = 0$

$a = 3, b = -1, c = -2;$

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4(3)(-2)}}{2(3)}$$
$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 24}}{6}$$
$$x = \frac{1 \pm \sqrt{25}}{6}$$
$$x = \frac{1 \pm 5}{6}$$

$x = 1$ と $x = -\frac{2}{3}$

b) $x = 3$ と $x = \frac{1}{2}$

c) $x = -1$ と $x = -\frac{1}{2}$

d) $x = -\frac{1}{3}$

e) $2x^2 - 2x - 2 = 0$

$a = 2, b = -2, c = -2;$

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4(2)(-2)}}{2(2)}$$
$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 16}}{4}$$
$$x = \frac{2 \pm \sqrt{20}}{4}$$
$$x = \frac{2 \pm 2\sqrt{5}}{4}$$
$$x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

f) $x = \frac{4 \pm \sqrt{10}}{6}$

73 ページ、授業 1.14

1. a) $2x^2 + 3x - 1 = 0$

$a = 2, b = 3, c = -1;$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4(2)(-1)}}{2(2)}$$
$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 8}}{4}$$
$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{4}$$

b) $x = \frac{-7 \pm \sqrt{41}}{4}$

c) $x = \frac{-5 \pm \sqrt{37}}{6}$

2. a) $2x^2 + 5x - 3 = 0$

$a = 2, b = 5, c = -3;$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4(2)(-3)}}{2(2)}$$
$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 24}}{4}$$
$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{49}}{4}$$
$$x = \frac{-5 \pm 7}{4}$$

⇒ $x = -3$ と $x = \frac{1}{2}$

b) $x = -1$ と $x = -\frac{1}{3}$

c) $x = -1$ と $x = \frac{1}{6}$

1. a) $x^2 - \frac{49}{4} = 0$

$$x = \pm\sqrt{\frac{49}{4}}$$
$$x = \pm\frac{7}{2}$$

b) $x = 4$ と $x = -2$

c) $x = 12$ と $x = -3$

d) $x^2 + x - 1 = 0$

$a = 1, b = 1, c = -1;$

$$x = \frac{-(1) \pm \sqrt{(1)^2 - 4(1)(-1)}}{2(1)}$$
$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 4}}{2}$$
$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

e) $x = 0$ と $x = -\frac{5}{2}$

f) $x = \frac{11 \pm \sqrt{41}}{4}$

2. 以下のように方程式を作ります：

$(2x + 4)(x + 1) = 24$

$2x + 4 > 0$ で $x + 1 > 0$なので⇒ $x = 2$

75 ページ、授業 2.1

a) $x^2 - \frac{9}{16} = 0$

$$x = \pm\sqrt{\frac{9}{16}}$$
$$x = \pm\frac{3}{4}$$

b) $x = 2$ と $x = -2$

c) $x = 6$ と $x = 2$

d) $x = 1$ と $x = -2$

e) $x = 0$ と $x = -\frac{5}{12}$

f) $x = \frac{1}{2}$ と $x = \frac{1}{3}$

1. a) $x^2 + 6x + 9 = 0$
判別式を用いて
$b^2 - 4ac$
$6^2 - 4(1)(9) = 0$
したがって、方程式には解が 1 つあります。
b) 判別式 = –3
方程式には解がありません。
c) 判別式 = 81
方程式には解が 2 つあります。
d) 判別式 = –28
方程式には解がありません。
e) 判別式 = –7
方程式には解がありません。
f) 判別式 = 0
方程式には解が 1 つあります。

2. $ x が、元の値段に戻されるドルの数です。
等式が得られます：
$(200 + 28x)(10 - x) = 3000$
$28x^2 - 80x + 1000 = 0$
$7x^2 - 20x + 250 = 0$
判別式は、マイナスの数です。このため、$3,000 の利益を手に入れることはできません。

76 ページ、授業 2.2

1. a) $6x^2 - 54 = 0$
$x^2 = \frac{54}{6}$
$x^2 = 9$
$\Rightarrow x = 3$ と $x = -3$
b) $x = 0$ と $x = -\frac{9}{49}$
c) $x = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{4}$

2. a) 判別式 –8、解なし。
b) 判別式 0、解の数は 1 つ。
c) 判別式 25、解の数は 2 つ。

1. 2 つの実数を x と y とします。
次のようになります。
$x + y = 6, xy = 10$
最初の式を使うと：
$x + y = 6$
x をかけて：
$x^2 + xy = 6x$ に $xy = 10$ を代入すると
$x^2 + 10 = 6x$
$x^2 - 6x + 10 = 0$
判別式 $(-6)^2 - 4(1)(10) = -4 < 0$ を分析します。
等式は実数では解答がないため、この条件を満たす数は存在しません。

2. a) x m と y m が、土地の辺の長さです。以下のように計画できます：
$2(x + y) = 22$ と $xy = 31$
等式が得られます：
$x^2 - 11x + 31 = 0$
判別式を用いて分析すると
$(-11)^2 - 4(1)(31) = -3 < 0$
b) 等式を示すことができます。
$x^2 - 11x + 30 = 0$
解く前に、辺の長さが 6 m と 5 m であることがわかります。

77 ページ、授業 2.3

1. a) 判別式 13、解の数は 2 つ。
b) 判別式 0、解の数は 1 つ。
c) 判別式 –4、解なし。

2. $c = 9$

1. x m が道幅です。以下のように方程式を作ります：
$(12 - x)(22 - x) = 200.$
解くと、道幅の長さが 2 m である必要があることがわかります。

2. x は、例向けのセクションの長さです。
$(0.7 + x)x = 0.6$
以下のように式を変更できます
$10x^2 + 7x - 6 = 0$
解くと、$x = 0.5$ m です。
紙の長さは 1.2 m で
幅は 0.5 m です。

82 ページ、授業 1.1

a) y は x に対して比例です。比例定数は 2 です。
b) y は x に対して比例です。比例定数は 3 です。

1. a) $y = 4x^2$

x	1	3	4	5	6	7	8
x^2	1	9	16	25	36	49	64
y	4	36	64	100	144	196	256

b) $y = \frac{1}{3}x^2$

x	1	3	4	5	6	7	8
x^2	1	9	16	25	36	49	64
y	$\frac{1}{3}$	3	$\frac{16}{3}$	$\frac{25}{3}$	12	$\frac{49}{3}$	$\frac{64}{3}$

2. 表のデータから、y については x との関連で、$y = 3x^2$ と書くことができます。
このため、y は x の二乗に直接比例しています。

83 ページ、授業 1.2

1. $y = 0.2x^2$

x	6	7	8	9	10
x^2	36	49	64	81	100
y	7.2	9.8	12.8	16.2	20

2. 表のデータから、y については x との関連で、$y = -2x^2$ と書くことができます。
このため、y は x の二乗に直接比例しています。

a) $y = ax^2$
$90 = a(3)^2$
$a = \frac{90}{9}$
$a = 10$

b) $a = \frac{3}{32}$

c) $a = \frac{5}{27}$

d) $a = -5$

84 ページ、授業 1.3

1. $y = 8x^2$

x	3	4	5	6	7	8
x^2	9	16	25	36	49	64
y	72	128	200	288	392	512

2. a) $y = ax^2$

$112 = a(4)^2$

$a = \frac{112}{16}$

$a = 7$

b) $a = -\frac{1}{6}$

1. $x = -3$ で $y = 9$ の場合
$x = 3$ で $y = 9$ の場合
y の値は同じです。
$x = \frac{1}{3}$ だと $y = \frac{1}{9}$
$x = -\frac{1}{3}$ だと $y = \frac{1}{9}$
y の値は同じです。

2. a) −4
b) $\frac{1}{2}$
c) $-\sqrt{2}$

85 ページ、授業 1.4

1. $a = -\frac{5}{12}$

2. $x = -\sqrt{3}$
$x = \sqrt{5}$

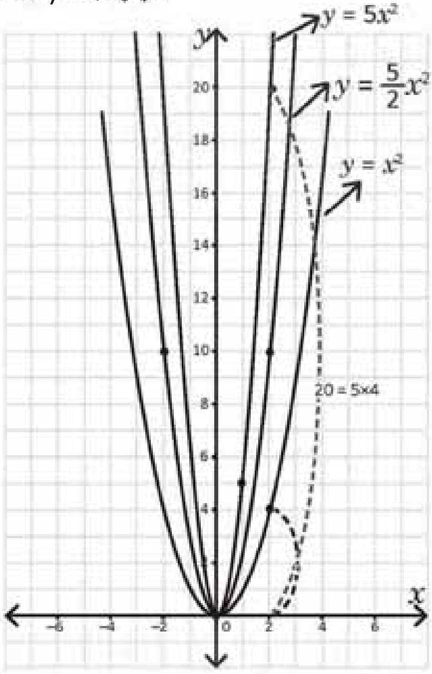
a) $y = 5x^2$ のグラフは $y = x^2$ の値を 5 倍することで得られます。

x	−2	−1	0	1	2
x^2	4	1	0	1	4
$5x^2$	20	5	0	5	20

両グラフは原点を通ります

さらに $y = 5x^2$ なので、$y = x^2$ を超えます。

a) と b) のグラフ

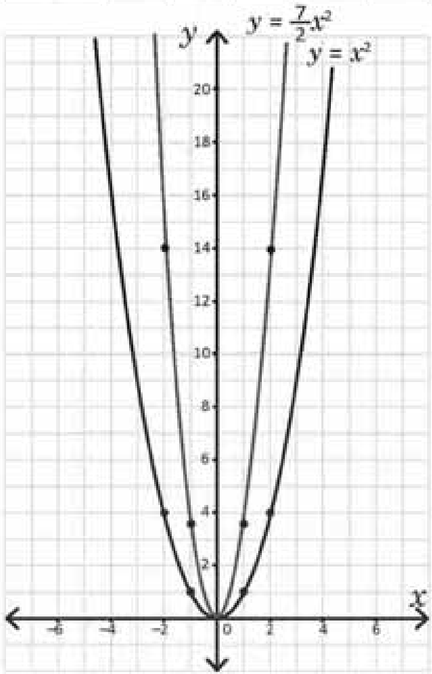


86 ページ、授業 1.5

1. $x = \sqrt{7}$, $x = -\frac{1}{3}$

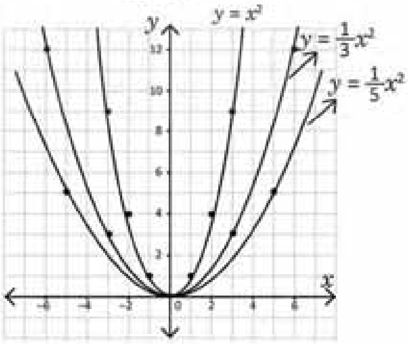
2. $y = \frac{7}{2}x^2$ のグラフは、$y = x^2$ の値を $\frac{7}{2}$ 倍することで得られます。

x	−2	−1	0	1	2
x^2	4	1	0	1	4
$\frac{7}{2}x^2$	14	$\frac{7}{2}$	0	$\frac{7}{2}$	14



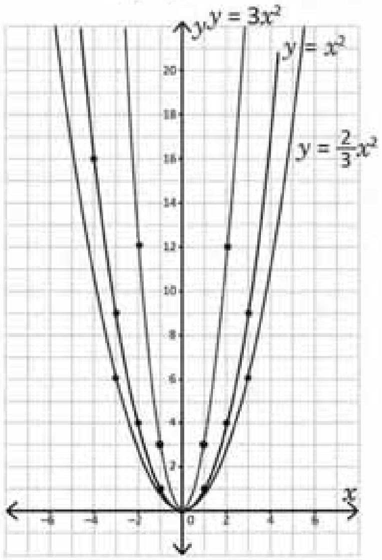
さらに $y = \frac{7}{2}x^2$ は、$y = x^2$ を下回ります。

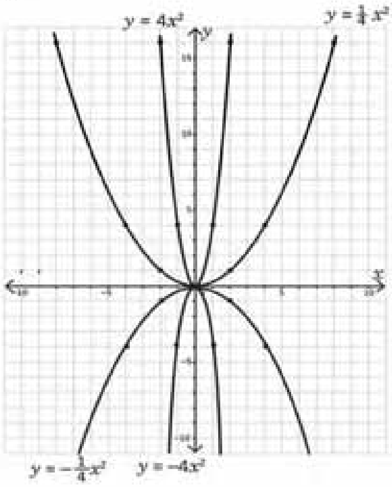
a) と b) のグラフ



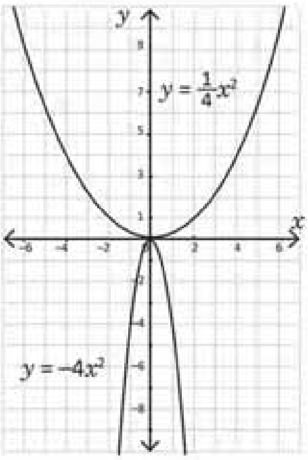
87 ページ、授業 1.6

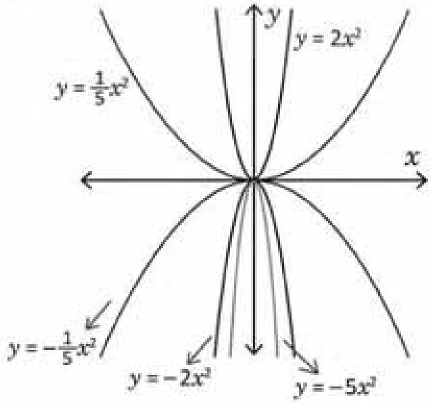
a) と b) のグラフ



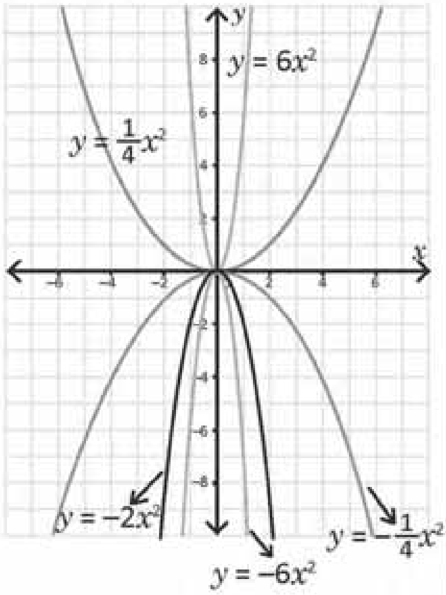


88 ページ、授業 1.7





89 ページ、授業 1.8



1. a) $y = 4x^2$ の場合、y は 4 から 16 に増えます。$y = -4x^2$ の場合、y は –4 から –16 に減ります。

b) $y = -4x^2$ の場合、y は 64から 16 に減ります。

$y = -4x^2$ の場合、y は –64 から –16 に増えます。

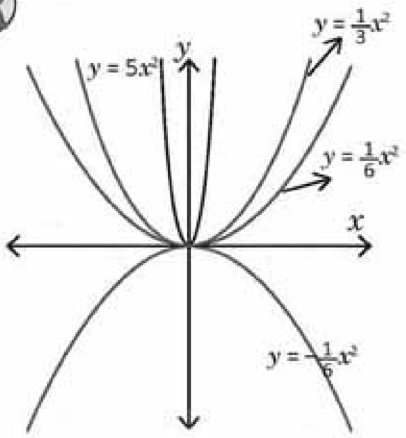
2. a) $y = \frac{1}{3}x^2$ の場合、y は 3 から $\frac{1}{3}$ に減ります。

$y = -\frac{1}{3}x^2$ の場合、y は –3から $\frac{1}{3}$ に増えます

b) $y = \frac{1}{3}x^2$ の場合、y は $\frac{25}{3}$ から 12 に増えます。

$y = -\frac{1}{3}x^2$ の場合、y は $-\frac{25}{3}$ から –12 に減ります。

90 ページ、授業 1.9



2. a) $y = \frac{1}{5}x^2$ の場合、y は $\frac{4}{5}$ から5に増えます。

$y = -\frac{1}{5}x^2$の場合、y は$-\frac{4}{5}$ から –5 に減ります。

b) $y = \frac{1}{5}x^2$ の場合、y は 20 から 5 に減ります。

$y = -\frac{1}{5}x^2$ の場合、y は –20 から –5 に増えます。

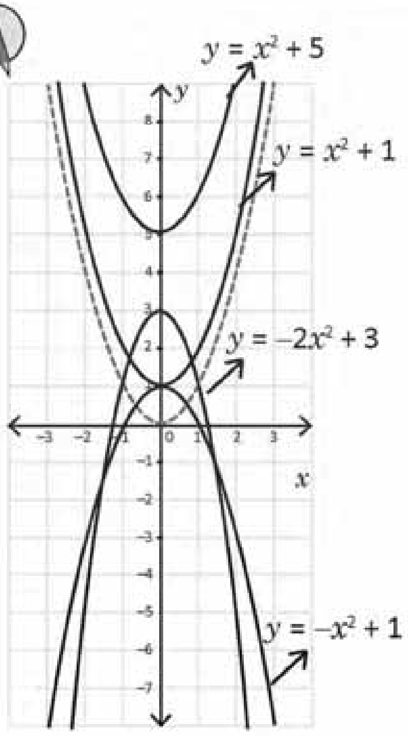
1. y の最小値は 0（$x = 0$ の場合）で、y の最大値は 4（$x = 4$ の場合）です。

よって、y の値は 0 と 4 の間になります。

2. y は –45 と 0 の間になります。

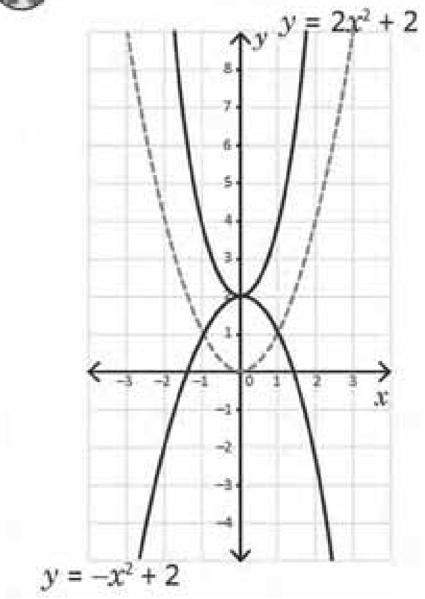
3. 関数の最大値は、$x = -4$ の場合であり、その場合 $y = 8$ となります。

92 ページ、授業 2.1

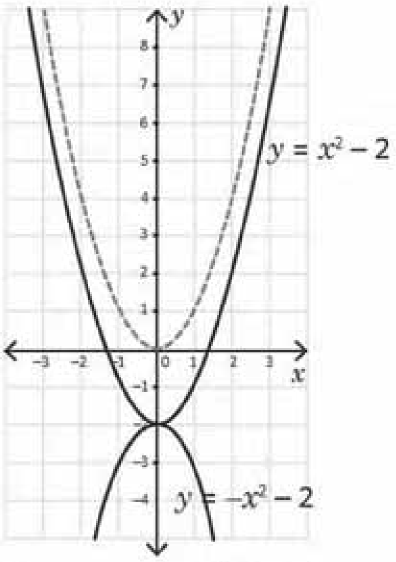


a) 頂点：(0,1)
b) 頂点：(0,1)
c) 頂点：(0,5)
d) 頂点：(0,3)

93 ページ、授業 2.2

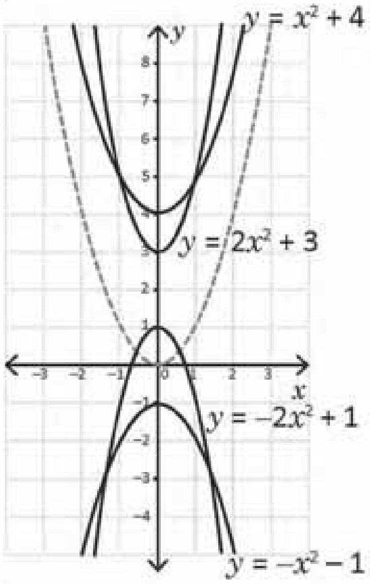


a) と b) 向けの頂点：(0,2)



a) と b) 向けの頂点：(0, –2)

94 ページ、授業 2.3



a) 頂点：(0, 4)
b) 頂点：(0, –1)
c) 頂点：(0, 3)
d) 頂点：(0, 1)

1. a) $c = -2, a = 3; y = 2x^2 + 3$
   b) $c = 5, a = -\frac{5}{9}; y = -\frac{5}{9}x^2 + 5$

2. 問題のデータにより、等式を作ることができます：
   $a + c = 2$ と $4a + c = 17$
   等式を解くと以下の値が得られます
   $a = 5$ と $c = -3$
   よって、方程式は
   $y = 5x^2 - 3$ となります。

100 ページ、授業 1.1

1. a) a は b の $\frac{1}{3}$ です。
   b) a は b の $\frac{1}{4}$ です。
   c) b は c の $\frac{9}{12}$ です。
   約分すると、b は c の $\frac{3}{4}$ です。
2. ゴールの高さは $7.32 \times \frac{1}{3} = 2.44$ m である必要があります。
3. 三角形の斜辺は $6 \times \frac{5}{3} = 10$ cm です。
4. 3 つの可能な測定：a と b が線分 2 つだとしましょう。
   $\frac{a}{b} = \frac{2}{3}$ が満たされ、別の形では
   $a = \frac{2}{3}b$ となります。
   $b = 3$ の場合は $a = 2$ です。
   $b = 6$ の場合は $a = 4$ です。
   $b = 9$ の場合は $a = 6$ です。

101 ページ、授業 1.2

1. a) a は b の $\frac{2}{3}$ です。
   b) b は c の $\frac{3}{5}$ です。
   c) a は c の $\frac{2}{5}$ です。
2. $\frac{d}{e} = \frac{2}{5}$、よって $d = \frac{2}{5}e = 4$
3. $g = \frac{4}{3}f = 8$

1. a) 高さの間の比：
   $\frac{6}{9}$ 約分すると $\frac{2}{3}$
   底辺の割合：
   $\frac{8}{12}$ 約分すると $\frac{2}{3}$
   比率が合致するため、比例しています。
   b) 比例していません。
2. a と b が言及されるため、c と d と平行であり、以下のように書かれる必要があります：
   $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$、したがって $\frac{6}{10} = \frac{12}{d}$
   $\frac{10}{6} = \frac{d}{12}$
   よって $d = \frac{10}{6} \times 12 = 20$
   線分 d の長さは 20 cm である必要があります。

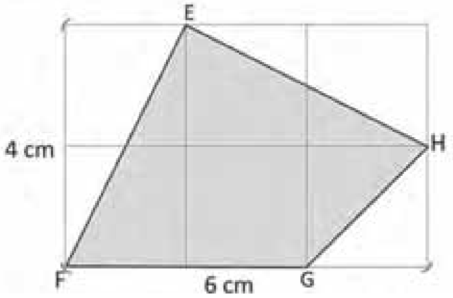
102 ページ、授業 1.3

1. b を底辺、a を高さとします。

$$b:a = 3:4$$
$$9:a = 3:4$$
$$9 \times 4 = 3 \times a$$
$$36 = 3a$$
$$a = 12$$

2. 比例関係にあり、辺の比率は 5 : 4 です。
3. $c = \frac{5}{2}$

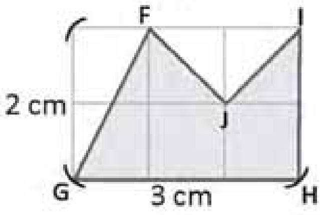
2 倍に拡大するには、原図のマスが 1 辺 1 cm なので、マスが 1 辺 2 cm の大きさのマスを使う必要があります。



示された図形は、実際の縮尺ではありません。

103 ページ、授業 1.4

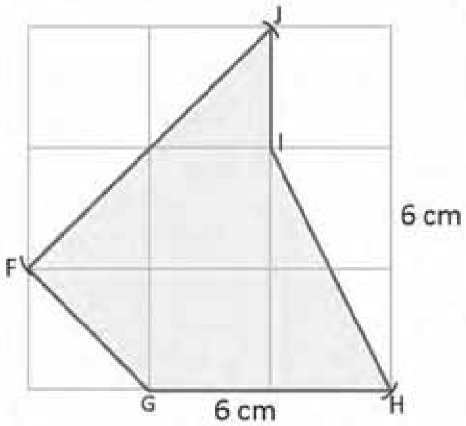
1. $b = 15$
2. 画像から作成される



1. 図形は回転しています。
   ∢A は ∢G と対応しています
   ∢B は ∢H と対応しています
   ∢C は ∢E と対応しています。
   ∢D は ∢F と対応しています。
2. ∢A は ∢F と対応しています。
   ∢B は ∢G と対応しています。
   ∢C は ∢H と対応しています。
   ∢D は ∢I と対応しています。
   ∢E は ∢J と対応しています。

104 ページ、授業 1.5

1. 作成される図形を 2 倍に拡大した図。



2. ∢A は ∢F と対応しています。
   ∢B は ∢G と対応しています。
   ∢C は ∢H と対応しています。
   ∢D は ∢I と対応しています。
   ∢E は ∢J と対応しています。

1. 対応する辺：
   AB と DF
   BC と FE
   CA と ED

図の例

$$DF = 3AB \Rightarrow \frac{AB}{DF} = \frac{1}{3}$$
$$FE = 3BC \Rightarrow \frac{BC}{FE} = \frac{1}{3}$$
$$ED = 3CA \Rightarrow \frac{CA}{ED} = \frac{1}{3}$$

相似比は $\frac{1}{3}$ です。

2. 対応する辺：
   DC と FE
   DA と FG
   AB と GH
   BC と HE

図より。

$$FE = 2DC \Rightarrow \frac{DC}{FE} = \frac{1}{2}$$
$$FG = 2DA \Rightarrow \frac{DA}{FG} = \frac{1}{2}$$
$$GH = 2AB \Rightarrow \frac{AB}{GH} = \frac{1}{2}$$
$$HE = 2BC \Rightarrow \frac{BC}{HE} = \frac{1}{2}$$

相似比は $\frac{1}{2}$ です。

105 ページ、授業 1.6

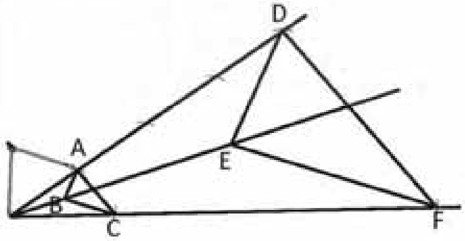
1. 図形は回転しています。
   ∢E = ∢F, ∢D = ∢G, ∢C = ∢H,
   ∢B = ∢I, ∢A = ∢J
2. 対応辺は次のとおりです：
   BC と ED
   CA と DF
   AB と FE

図より。

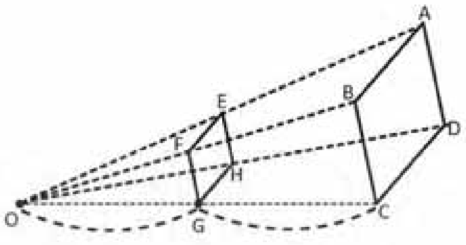
$$ED = 2BC \Rightarrow \frac{BC}{ED} = \frac{1}{2}$$
$$CA = 2DF \Rightarrow \frac{CA}{DF} = \frac{1}{2}$$
$$FE = 2AB \Rightarrow \frac{AB}{FE} = \frac{1}{2}$$

相似比は $\frac{1}{2}$ です。

1. 定規とコンパスを用いて：



2. 解答例
   定規とコンパスを用いて：



107 ページ、授業 2.1

1. a) 等しい角度：

∢A は ∢Eと、∢B は ∢Fと、∢C は ∢Dと。

比例する辺：

AC と ED、AB と EF、BC と FD。

相似です。というのも

∢A = ∢E、∢B = ∢F、∢C = ∢D であり、辺は比例しているからです。

相似比は $\frac{1}{2}$ です。

b) 等しい角度：

∢B は ∢H と、∢C は ∢G と、そして ∢D は ∢F であり、∢A は ∢E と等しいです。

比例する辺：

DC と FG、CB と GH、BA と HE、AD と EF。

図形は相似です。というのは

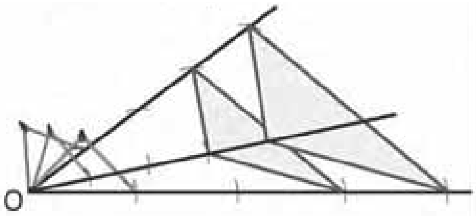
∢B = ∢H, ∢C = ∢G, ∢D = ∢F, ∢A = ∢E であり、辺が比例関係にあるからです。

相似比は $\frac{1}{3}$ です。

2. 類似の比率が 3：4 の場合、最初の三角形の距離 3 つごとに 2 つ目の三角形の距離が 4 つあることになります。

解答例：

O 点が定められ、O 点から直線が3本引かれ、それぞれの直線ではコンパスを使って任意の距離が測られます。



1. 次のようになります。
$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF} = \frac{1}{3}$、この比率は約分後に得られます。
このため、辺は比例関係にあります。
そしてLLL条件により、ΔABC〜ΔDEF。

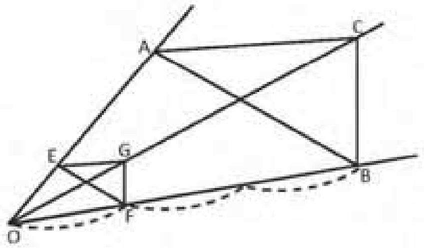
2. 相似になるには、
以下を満たす必要があります

$$\frac{4}{y} = \frac{6}{9} = \frac{x}{12}$$

最初の等式を設定すると：
$\frac{4}{y} = \frac{6}{9}$ で解くと $y = 6$ となります。
2つ目の等式を設定すると：
$\frac{6}{9} = \frac{x}{12}$ で解くと $x = 8$ となります。

108 ページ、授業 2.2

1. 比率 3：1 は、三角形 ABC の 3 あたり三角形 DEF が 1 であるという意味です。つまり ΔDEF の辺は、ΔABC の対応する辺の 3 分の 1 ということです。



2. LLL法則により ΔGHI〜ΔABC となりますが、対応する辺が比例関係にないため、ΔDEFは該当しません。

3. 値は $x = 9$ と $y = 7.5$ です。

1. a) ∢A = ∢D なので、∢B = ∢E です。
AA条件より、三角形は相似です。
b) 三角形の内角の和が 180° となることを利用して欠けている角を定めることができ、同じ角度であることが観察されます。その後、AA条件を使うと三角形が相似であることが定められます。
2. a) ΔABC において：
∢A + 84° + 60° = 180° なので、
∢A = 36°
よって、∢A = ∢D、
∢DEF = ∢ABC = 84°
b) 図形は回転しています。
∢DEF = 40°

109 ページ、授業 2.3

ΔABC と ΔGIH の角を全て定めます。AA条件により、ΔABC〜ΔGIHとなります。

LLL条件により ΔDEF〜ΔIGH となり、相似比は $\frac{2}{3}$ となります。

LLL条件により ΔDEF〜ΔJKL となり、相似比は 2 です。

注：ΔDEF〜ΔIGH で ΔDEF〜ΔJKL の場合、ΔIGH〜ΔJKL となります。同じく： ΔABC〜ΔEDF で ΔABC~ΔKJL となります。

三角形は全て相似です。

ΔABC と ΔHIG については ∢B = ∢I で $\frac{AB}{HI} = \frac{BC}{IG} = \frac{2}{3}$ でもあります。LAL条件により、ΔABC〜ΔHIG です。

ΔABC と ΔLJK については ∢J = ∢B であり、$\frac{AB}{LJ} = \frac{BC}{JK} = \frac{1}{3}$ でもあります。LAL条件により、ΔABC〜ΔJKL。

このため ΔABC〜ΔJKL、ΔABC〜ΔHIG そして ΔJKL〜ΔHIG のみが該当します。対応する相似比は $\frac{1}{3}$、$\frac{2}{3}$ そして2です。

112 ページ、授業 3.1

ΔGHI では ∢I = 24.2° となり、∢I = ∢C および ∢H = ∢B となるため、AA条件によりΔABC〜ΔGHI となります。

ΔDEF については、
$\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF} = \frac{2}{5}$ となります。
LAL条件により、ΔABC〜ΔDEF。

1. M と N は $\overline{AB}$ と $\overline{CA}$ の中点なので、中点連結定理を使えます。したがって、
$\overline{MN} = \frac{12}{2} = 6$
2. 中点連結定理を使うと、$x = 2$ だと結論づけられます。

113 ページ、授業 3.2

1. 三角形 ΔABC と ΔBDC を観察すると、∢A = ∢CBD であり、∢C を共有していることがわかります。よって、AA 条件により ΔABC～ΔBDC です。このため、以下が満たされます：

$$\frac{CD}{BC} = \frac{BC}{AC}$$
$$CD = \frac{BC}{AC} \times BC$$
$$CD = \frac{12}{16} \times 12$$
$$CD = 9$$

2. AB = 7
3. $x = \frac{5}{2}$

1. M は $\overline{AB}$ の中点であり $\overline{MN}$ は $\overline{BC}$ に平行なので：

$$\overline{MN} = \frac{BC}{2} = \frac{9}{2}$$

平行で対応関係にあるため ∢N = ∢C であり、∢A を共有しているため、ΔABC～ΔAMNです。このことから：

$$\frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$
$$AN = \frac{MN}{BC} \times AC$$
$$AN = \frac{1}{2} \times 16 = 8$$

2. $y = 1$

114 ページ、授業 3.3

1. $x = 3$, BC = 10.
2. DF = 6 cm, EN = $\frac{11}{2}$

対角線 $\overline{BD}$ を引きます。

M が $\overline{AB}$ と Q の中点なので $\overline{AD}$ の中点になります。

中点連結定理より：

$\overline{MQ} \parallel \overline{BD}$, $\overline{PN} \parallel \overline{BD}$、したがって $\overline{MQ} \parallel \overline{PN}$。

対角線 $\overline{AC}$ を引きます。

中点連結定理より：

$\overline{MN} \parallel \overline{AC}$, $\overline{PQ} \parallel \overline{AC}$。したがって、$\overline{PQ} \parallel \overline{MN}$。

$\overline{MQ} \parallel \overline{PN}$ で $\overline{PQ} \parallel \overline{MN}$ なので、四角形 MNPQ は平行四辺形です。

反対の辺が平行で合同の場合、四角形は平行四辺形だということができます。

中点連結定理より：

$MQ = \frac{1}{2}BD$、MQ∥BD、$NP = \frac{1}{2}BD$ およびNP∥BD

このため、MNPQ は平行四辺形です。

115 ページ、授業 3.4

1. $y = 4$, BN = $\frac{15}{2}$.
2. 点 M, N, P, Q が $\overline{BM}$, $\overline{CD}$, $\overline{AD}$ および $\overline{AB}$ それぞれの中点とします。前回の授業により、次のようになります：

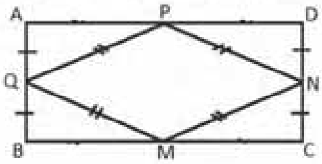
$PQ = \frac{1}{2}BD = MN.$

$QM = \frac{1}{2}AC = PN.$

ABCD が長方形の場合、AC = BDです。

よって、PQ = QM = MN = NPです。

よって PQMN はひし型です。



1. a) $\overline{DF} \parallel \overline{BC}$ なので、ΔABC～ΔADF。
   $\overline{EF} \parallel \overline{AB}$ なので、ΔABC～ΔFEC。

   b) $\frac{AD}{AB} = \frac{AF}{AC} = \frac{DF}{BC}$, $\frac{FC}{AC} = \frac{EC}{BC} = \frac{EF}{AB}$.
2. ΔGHI～ΔJHK と結論づけることができます。相似比の結果を用いると、GH = $\frac{15}{2}$ が得られます。

116 ページ、授業 3.5

1. 何度も使用した中間連結定理を使うと、SR = PQ = 2 cmであり、PS = QR = $\frac{7}{2}$ でもあると証明できます。

2. ΔGEH～ΔDEF と ΔIHF～ΔDEF。

   また $\frac{GE}{DE} = \frac{GH}{DF} = \frac{EH}{EF}$。

   さらに $\frac{IF}{DF} = \frac{IH}{DE} = \frac{HF}{EF}$。

1. 前回の授業の結果を用いると

$$\frac{DC}{AD} = \frac{EC}{BE}$$
$$\frac{12}{4} = \frac{9}{BE}$$
$$BE = \frac{4}{12} \times 9$$
$$BE = 3$$

2. $\overline{IJ} \parallel \overline{KL}$ なので前回の授業の結果を用いることができ、$\frac{x}{6} = \frac{2}{4}$ となるため $x = 3$かつ $\overline{KL} \parallel \overline{GH}$ となり、$\frac{y}{9} = \frac{3}{6}$ が得られ、ここから $y = \frac{9}{2}$ となります。

117 ページ、授業 3.6

1. $\frac{BD}{BC} = \frac{ED}{AC}$, BD = $\frac{27}{4}$
2. $\frac{EH}{HF} = \frac{EG}{GD}$, EH = 10

前回の授業の結果を使って、DE∥CB を証明することができます。これにより、∢ACB = 85° で ∢CBA = 60° です。

118 ページ、授業 3.7

1. $x = 4$, $y = 12$.
2. GH∥DE なので、∢FHG = 135°

前回の授業の結果を用いると：

a) $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$

b) $\overline{DF} \parallel \overline{AB}$

c) 辺 AE、EB と CF、FB の間に比例関係がないので、$\overline{EF} \parallel \overline{AC}$ とは結論づけられません。

119 ページ、授業 3.8

1. 授業 3.6 の結果を用いると $\overline{DE} \parallel \overline{AB}$ と証明されるため、∢CED = 46° となります。

2. 前回の授業の結果を用いると、$\overline{KJ} \parallel \overline{HI}$ かつ $\overline{KL} \parallel \overline{GI}$ となります。

1. a) 比と平行の定理を使います。

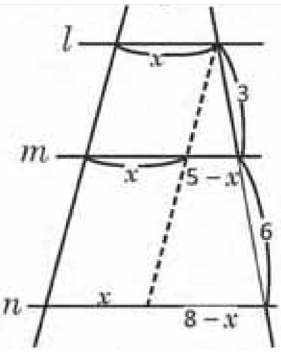
$$\frac{x}{5} = \frac{15}{6}$$
$$x = \frac{15}{6} \times 5$$
$$x = \frac{25}{2}$$

b) 直線が交差しても、授業で習った定理を用いて、関係を得ることができます：

$$\frac{x}{10} = \frac{10}{12.5}$$

方程式を解くと、$x = 8$です。

2. ヒントを使うと：



描かれた三角形が比率を満たしています：

$$\frac{5-x}{8-x} = \frac{3}{9}$$

方程式を解くと、$x = \frac{7}{2}$ です。

121 ページ、授業 4.1

1. a) $\frac{CF}{CA} = \frac{CE}{CB}$ を使うと $\overline{FE} \parallel \overline{AB}$ と結論づけられます。

b) $\frac{AD}{DB} = \frac{AF}{FC}$, $\overline{BC} \parallel \overline{DF}$

c) a)から ∢CEF = 180°− (36°+29°)
= 115°

2. $\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF}$ を定め、ここから EF = 3.6 cm が得られます。

1. x は、両火山の間の実際の距離を cmで示したものです。

4 cm ： x = 1 ：2250000

そこから：

x = 9000000 縮尺を cm から Km にすると、両火山の距離は 90 km です。

2. a) すべての辺を考慮し、図の縮尺と cm での実際の長さとの割合を書くと、以下のようになります：

$$\frac{2}{480} = \frac{1}{240}$$

別の辺を取ると、やはり 同じ割合になります。よって 、縮尺は 1：240 です。

b) 前項で得られた縮尺を用いて、例えばトイレについては以下のサイズを得ることができます：

x がトイレを表現する長方形の高さになり、cmで示すと：

0.75：x = 1：240

ここから x = 180 cm = 1.8 m

y が別の長さで、cmで示すと：

2：y = 1：240,

ここから y = 480 cm = 4.8 m

よって、実際のトイレの大きさは：
1.8 m × 4.8 m です。

同じ方法で別のサイズを得ることができます。

食堂の広さ：
4.8 m × 4.8 m

キッチンの広さ：
7.2 m × 3.6 m

123 ページ、授業 4.2

1. $x = 14$

2. 目盛りは $\frac{1}{800\,000}$ です。

1. a) 三角形の割合の比率が 1：4 なので、両面積の比は $\left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}$ です。

b) (ABC) = 3, (DEF) = 48,
$\frac{(ABC)}{(DEF)} = \frac{1}{16}$.

2. 比は $\sqrt{\frac{1}{25}} = \frac{1}{5}$ です。

124 ページ、授業 4.3

1. 倉庫の広さ：
2.5 m × 3.5 m
トイレの広さ：
3.5 m × 3 m
会議室の広さ：
4 m × 5 m

2. 面積比は $\frac{4}{25}$ です。

a) 各辺の比率は $\frac{4}{5}$ であるため相似であり、体積比は $\left(\frac{4}{5}\right)^3 = \frac{64}{125}$ です。

b) $V_1 = 480$
$V_2 = 937.5$
$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{480}{937.5} = \frac{480 \times 2}{937.5 \times 2} = \frac{64}{125}$$

125 ページ、授業 4.4

1. 相似比は $\sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{3}{4}$ です。

2. 高さの比は $\frac{3}{5}$ であり、 そのかさの比は $\left(\frac{3}{5}\right)^3 = \frac{27}{125}$ です。

1. x が柱の高さだとすると、以下の関係が成立します。1.60：x = 1.3：4.3、よって x ≈ 5.29 m.

2. 比と平行の定理を使います。x がバス停とパン屋の距離の場合、以下が満たされます。28：74 ＝ 33：x、ここから解くと x ≈ 87.21.
このため、バス停とパン屋の距離は、約 87.21 m です。

ユニット 6

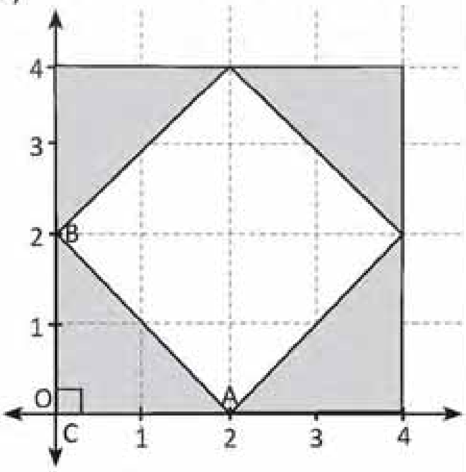
130 ページ、授業 1.1

x = 13 cm。授業で行ったものと似た解法に従います。

131 ページ、授業 1.2

前回の授業で利用した解法を思い出して、三角形の斜辺を定めます。

a)



この図形において：

$(4)^2 - \frac{2 \times 2}{2} \times 4 = 8$

よって、$AB^2 = 8$ y $AB = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$.

b) $AB = \sqrt{13}$

132 ページ、授業 1.3

a) $AB = \sqrt{5}$

b) $AB = \sqrt{2}$

a) $(3\sqrt{2})^2 = 9 \times 2 = 18 = 9 + 9 = 3^2 + 3^2$

ピタゴラスの定理は成立します。

b) $4^2 + 1^2 = 16 + 1 = 17$

$(\sqrt{17})^2 = 17$

ピタゴラスの定理は成立します。

前項と同じように同一性を確認すると、全ての項目においてピタゴラスの定理が成立します。

133 ページ、授業 1.4

a) $5^2 + 3^2 = 25 + 9 = 34$

$(\sqrt{34})^2 = 34$

ピタゴラスの定理は成立します。

同じ形で b) と c) を確認します。

結論：$AB^2 = BC^2 + CA^2$

授業で行った解法を思い出します。

134 ページ、授業 1.5

a) $5^2 + 4^2 = 25 + 16 = 41$

$(\sqrt{41})^2 = 41$

ピタゴラスの定理は成立します。

同じ形で b) と c) を確認します。

a) 直角三角形であることから、ピタゴラスの定理が適用できます。以下が成立します：

$$x^2 + 3^2 = 5^2$$
$$x^2 = 5^2 - 3^2$$
$$x^2 = 25 - 9$$
$$x^2 = 16$$
$$x = \sqrt{16} = 4$$

b) $x = 4$

c) $x = 2$

d) $x = 12$

135 ページ、授業 1.6

a) ピタゴラスの定理を利用して：

$$x^2 = 3^2 + 2^2$$
$$x^2 = 9 + 4$$
$$x^2 = 13$$
$$x = \sqrt{13}$$

b) $x = \sqrt{5}$

c) $x = \sqrt{2}$

a) 円周に接する直線が半径と 90° の画を思い出し、半径 OP を引くと、以下が成立します：

$$AO^2 = OP^2 + x^2$$
$$x^2 = AO^2 - OP^2$$
$$x^2 = AO^2 - OP^2$$
$$x = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$$

b) 形成される両三角形を使います。

ΔBCD に対しては：

$CD^2 + (14 - x)^2 = 15^2$

ΔADC に対しては：

$CD^2 + x^2 = 13^2$

この 2 つの等式を解くと x = 5 cm が得られます。

136 ページ、授業 1.7

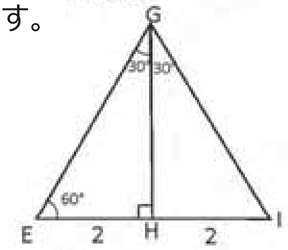
1. a) $\sqrt{35}$
   b) $\sqrt{7}$
2. 二等辺三角形の性質を用いて、左の三角形の辺は 4 cm となります。したがって、x = 3 cm となります。

a) ∢A = 45°、ΔABC は二等辺三角形なので AB = 2 です。ピタゴラスの定理を利用して：

$AC^2 = 2^2 + 2^2 = 8$

$AC = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

b) $\sphericalangle G = 30°$ 以下の通り考えることができます。
ΔEHG は正三角形の半分と考えられます。



よって、ΔEIG が正三角形であることから $EG = 4$。GH を定めるにはピタゴラスの定理を使うと、$GH =\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ が得られます。

c) $\sphericalangle E = 60°, EH = \frac{1}{2}, GH = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

137 ページ、授業 1.8

角度：
$\sphericalangle A = 45°, \sphericalangle B = 75°, \sphericalangle C = 60°$.
辺：
$AC = \sqrt{3} + 3, AB = 3\sqrt{2}$.

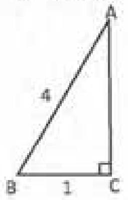
a) $13^2 = 169$
$12^2 + 5^2 = 169$
ピタゴラスの定理の逆数により、直角三角形になります。

b) 直角三角形です。
c) 直角三角形ではありません。
d) 直角三角形です。
e) 直角三角形ではありません。
f) 直角三角形です。

138 ページ、授業 2.1

1. a) $\sphericalangle A = 45°, \sphericalangle B = 90°, \sphericalangle C = 45°$.
$AB = BC = \frac{1}{2}, AC = \frac{\sqrt{2}}{2}$.
b) $\sphericalangle G = 30°, \sphericalangle H = 90°, \sphericalangle E = 60°$.
$EH = 3, EG = 6, GH = 3\sqrt{3}$
2. a) 直角三角形です。
b) 直角三角形です。

a) 円錐の高さは、辺 AC の長さと同じです。



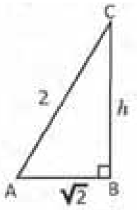
$AC^2 = 4^2 - 1 = 15, AC = \sqrt{15}$.
式を使って、円錐の体積を定めます。
$V_c = \frac{1}{3}\pi r^2 h$
代入すると
$V_c = \frac{1}{3}\pi(1)^2(\sqrt{15}) = \frac{\sqrt{15}\,\pi}{3}$ cm³

b) $V_c = \frac{25\sqrt{39}\pi}{24}$ cm³, $h = \frac{\sqrt{39}}{2}$

139 ページ、授業 2.2

1. a) 直角三角形ではありません。
b) 直角三角形ではありません。
2. $V_c = \frac{3\sqrt{10}\pi}{4}$ cm³、高さ = $\sqrt{10}$ cm。

a) AE が底面の対角線とします。$AE = 2\sqrt{2}$。AB が AE の半分の場合、次の三角形を使ってピラミッドの高さを計算できます。



よって、$BC = h = \sqrt{2}$。式を使って、ピラミッドの体積を計算します。
$V_p = \frac{1}{3}A_B h$ 代入すると
$V_p = \frac{1}{3}(4)\sqrt{2} = \frac{4\sqrt{2}}{3}$ cm³

b) $V_p = \frac{16\sqrt{3}}{3}$ cm³.
高さ = $\sqrt{3}$ cm.

140 ページ、授業 2.3

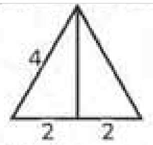
1. $V_c = \frac{8\sqrt{3}\pi}{3}$ cm³, 高さ = $2\sqrt{3}$ cm
2. $V_p = 3\sqrt{\frac{41}{2}}$ cm³, 高さ = $\sqrt{\frac{41}{2}}$ cm

ピタゴラスの定理を 2 回に分けて使い、直方体の対角線の長さを求めましょう：
$\sqrt{29}$ cm.

141 ページ、授業 2.4

1. $V_p = \frac{4\sqrt{7}}{3}$ cm³, 高さ = $\sqrt{7}$ cm
2. 対角線の長さ：
$2\sqrt{6}$ cm
直方体の体積：
$2 \times 2 \times 4 = 16$ cm³

a) 六角形の対角線を引くと、合同の正三角形 6 つを作成することができます。



辺心距離の長さ：$2\sqrt{3}$ cm
面積：$24\sqrt{3}$ cm²

b) およその長さ。
辺心距離の長さ：89 cm
面積：11.34 cm²

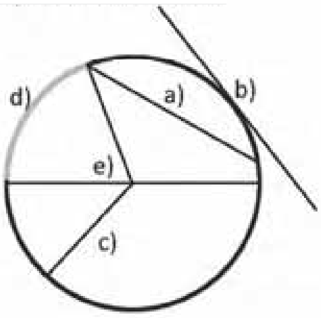
144 ページ、授業 2.7

1. ピタゴラスの定理を使うと、$AC \approx 3.34$ km が得られ、一番短い道のりは AC であると結論づけられます。
2. 世界救世主像の高さは、約17.99 m です。

ユニット 7

148 ページ、授業 1.1

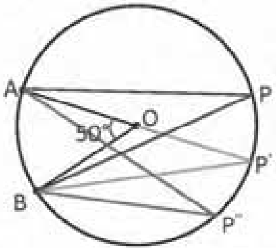
1. 解答順序：
   c, a, b, c, d, e, e, d.
2. 解答例



149 ページ、授業 1.2

解答順序：
1-e), 2-c), 3-d), 4-b), 5-a)

a) 解き方の例：

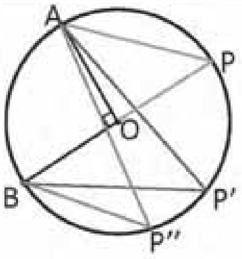


この場合円周角の値は $\sphericalangle AOB \div 2 = 25^\circ$ です。

b) 円周角の長さは 68° です。
c) 円周角の長さは 90° です。
d) 円周角の長さは 155° です。

150 ページ、授業 1.3

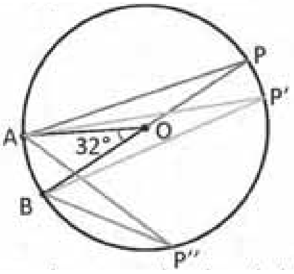
1. 授業1.1、144ページを参照。
2. 解答例：
   それぞれの場合の円周角の値は $\sphericalangle AOB \div 2 = 45^\circ$ です。



a) $\sphericalangle BOA = 2\sphericalangle BPA$
   $\sphericalangle BOA = 2(35^\circ) = 70^\circ$
b) $x = 90^\circ$
c) $x = 144^\circ$
d) $x = 33^\circ$
e) $x = 56^\circ$
f) $x = 45^\circ$

151 ページ、授業 1.4

1. a) 解き方の例：



それぞれの場合の円周角の値は $\sphericalangle AOB \div 2 = 16^\circ$ です。
b) 円周角の長さは 112° です。

2. a) $x = 80^\circ$
   b) $x = 116^\circ$
   c) $x = 67^\circ$

a) $x = 100^\circ$
b) $x = 168^\circ$
c) $x = 246^\circ$
d) $x = 38^\circ$
e) $x = 79^\circ$
f) $x = 119^\circ$

152 ページ、授業 1.5

1. a) $x = 62^\circ$
   b) $x = 67^\circ$
   c) $x = 76^\circ$
2. a) $x = 78^\circ$
   b) $x = 174^\circ$
   c) $x = 117^\circ$

a) $x = 76^\circ$
b) $x = 90^\circ$
c) $x = 48^\circ$
d) $x = 90^\circ, y = 90^\circ, z = 90^\circ$.

154 ページ、授業 1.7

1. a) $x = 29^\circ$。円周角なので、
   $\overset{\frown}{CD} = \overset{\frown}{AB}$ なので、$\sphericalangle APB = \sphericalangle CPD$ $= 29^\circ$ です。よって、$y = 29^\circ$。
   b) $x = 68^\circ, y = 68^\circ$.
   c) $x = 45^\circ, y = 45^\circ$.
   d) $x = 52^\circ, y = 26^\circ$.
   e) $x = 64^\circ, y = 32^\circ$.
   f) $x = 140^\circ, y = 70^\circ$.

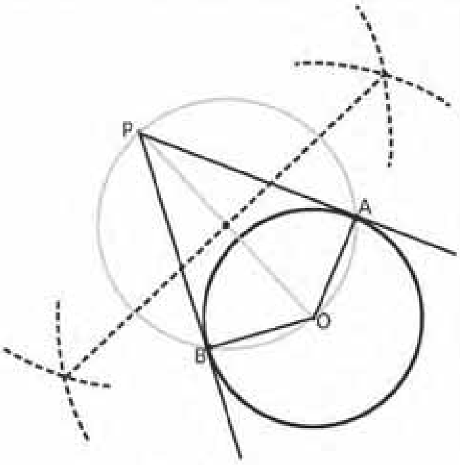
2. a) $\overset{\frown}{FE} = \overset{\frown}{DB} = \overset{\frown}{CA}$
   b) $\overset{\frown}{AE} = \overset{\frown}{GD} = \overset{\frown}{FC} = \overset{\frown}{EB} = \overset{\frown}{DA} = \overset{\frown}{CG} = \overset{\frown}{BF}$.
   また、$\overset{\frown}{AE} = \overset{\frown}{GD}$ であるため $\overset{\frown}{AG} = \overset{\frown}{ED}$ となり、同様にして、同様の等式列を作ることができます。

   $\overset{\frown}{AG} = \overset{\frown}{GF} = \overset{\frown}{FE} = \overset{\frown}{ED} = \overset{\frown}{DC} = \overset{\frown}{CB} = \overset{\frown}{BA}$

   発見済みの別の等号を得ることができますが、今回の目的ではこれらのみを使います。

156 ページ、授業 2.1

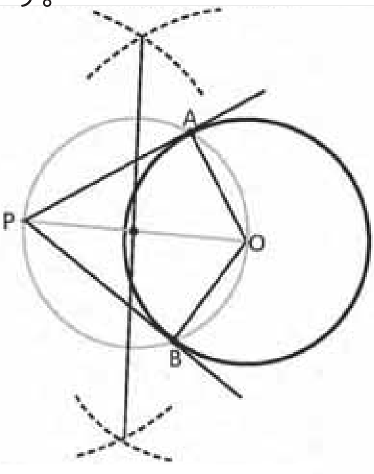
1. a) 画像では、直線 PA と PB は円周の接線です。中心点を得るには、半径 PO の円周に線を引いて、以下に示されるような形で交点を示す必要があります：



2. 半径であるため OA = OB であり、三角形 OAP と OBP が直角三角形であり同じ斜辺を共有するため、ΔAOP と ΔOBP は合同です（直角三角形の合同条件、8 年次）。したがって PA = PB となります。

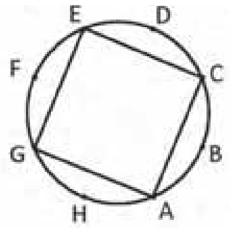
157 ページ、授業 2.2

a) 直線 PA と PB は円周の接線です。



b) 同じ方法で続けます。

a) 以下の図形が描かれます。

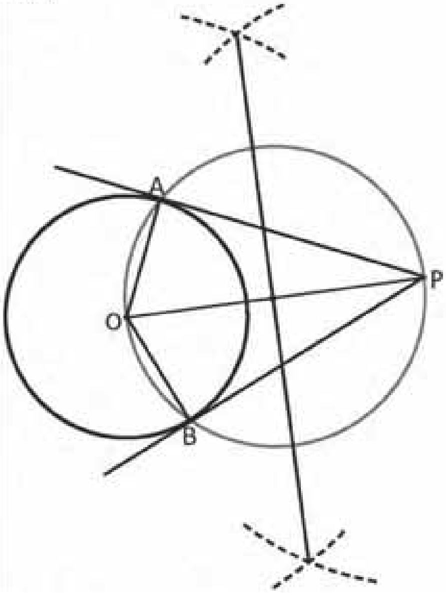


$\overset{\frown}{AC} = \overset{\frown}{EG} = \overset{\frown}{CE} = \overset{\frown}{GA}$ なので、AC = EG で CE = GA です。このため、ACEG は正方形です。

b) CEG は二等辺三角形です。
c) CDGH は長方形です。
d) BFGA は等脚台形です。
e) EGA は直角二等辺三角形です。
f) BEH は二等辺三角形です。
g) BCF は直角三角形です。
h) ABCDEFGH は八角形です。

158 ページ、授業 2.3

1. a)



直線 PA と PB は円周の接線です。

2. a) ABD は二等辺三角形です。
b) CDE は二等辺三角形です。
c) ABDE は等脚台形です。
d) ABCDE は正五角形です。

a) ∢CEB = ∢AED（頂点で反対になります）。
∢DAC = ∢DBC であり、同じ円弧となります。よって、ΔAED～ΔBEC となります。したがって、

$$\frac{EC}{ED} = \frac{EB}{EA}$$
$$\frac{x}{9} = \frac{5}{11}$$
$$x = \frac{45}{11}$$

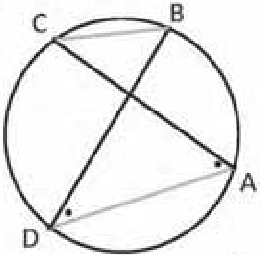
b) x = 6 cm
ΔDAC と ΔCBD の相似を証明して活用しましょう。
c) x = 13 cm
ΔDPB と ΔAPC の相似を証明して活用しましょう。

159 ページ、授業 2.4

1. a) BDF は正三角形です。
b) ABDE は長方形です。
c) CDEF は等脚台形です。
d) ABCDEF は正六角形です。

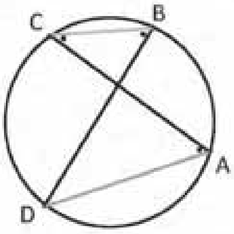
2. a) $\frac{x}{23} = \frac{7}{16}$ なので、$x = \frac{161}{16}$。
ΔECB と ΔEDA の相似を証明して活用しましょう。
b) $\frac{x}{10} = \frac{5}{11}$ なので、$x = \frac{50}{11}$。
ΔEBC と ΔEAD の相似を証明して活用しましょう。

a) $\overset{\frown}{ABC} = \overset{\frown}{BCD} \Rightarrow \overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{CD}$、ここから ∢CBD = ∢BDA ⇒ AD||BC.
b) ∢DAC = ∢BDA.



∢DAC = ∢BDA であれば、$\overset{\frown}{CD} = \overset{\frown}{AB}$ です。
∢CBD の円弧が $\overset{\frown}{CD}$ となるため、∢CBD = ∢BDA が得られ、よって錯角となり、DA||BC です。
このため、十分条件です。
c) $CD = BA \Rightarrow \overset{\frown}{CD} = \overset{\frown}{AB}$。十分条件です。よって AD||BC となります。

d)



AC = BD の場合、$\widehat{AC} = \widehat{BD} \Rightarrow$ $\widehat{AB} = \widehat{CD}$ です。
よって、AD||BC になります。

e) CB = BAであり、不十分です。

f) ΔABC ≅ ΔDCB は十分条件です。∢ACB = ∢BDA となることに注目しましょう。

160 ページ、授業 2.5

1. $\frac{x}{12} = \frac{30}{26}$、よって $x = \frac{180}{13}$ 。ΔACP～ΔDBP であることを証明しましょう。

2. a) $\widehat{BA} = \widehat{DC}$ 、∢CAD = ∢ACB の場合、角は錯覚です。
よって、CB||DA です。

b) 十分条件ではありません。（D は外周のあらゆる場所に移動可能です）。

c) ΔABC ≅ ΔDCB ⇒ AB = CD、
よって AD||BC

a) ∢ADB = ∢ACB であり、AB を共有するため、点 A, B, C, D は外周の上にあります。
そして x = ∢CAD = 31° で
y = ∢ABD = 62° です。

b) $x = 56°, y = 26°$.

c) $x = 56°, y = 34°$.

d) $x = 15°$.

161 ページ、授業 2.6

1. a) $\widehat{ABC} = \widehat{BCD} \Rightarrow \widehat{AB} = \widehat{CD}$ 。よって、BC||AD です。

b) ∢BDA = ∢DBC は十分条件で、CB||DA です。

c) ΔBCD～ΔBCAは十分条件で、CB||DA です。

2. a) $x = 49°, y = 32°$.

b) $x = 45°, y = 33°$.

a) $x = 2(70°) = 140°$.

b) $x = 204°$.

c) $x = 47°$.

d) $x = 118°$.

166-167 ページ、授業 1.1

a) 平均値 (μ)：

$$\mu = \frac{10 + 14 + 15 + 12 + 16 + 18 + 16}{7}$$
$$= \frac{101}{7}$$
$$\mu \approx 14.43$$

小さいものから大きなもの順に並んでいます：10, 12, 14, 15, 16, 16, 18.

中央値：
データが 7 つあるため、中央値は整理済みのデータのうち 4 番目のもの、すなわち 15 です。

最頻値：
一番頻繁に登場するデータは 16 です。

b) 整理済みデータ：14, 15, 15, 16, 16, 16, 16.5, 17, 18, 19.
平均値： μ = 16.25 時間
中央値： $\frac{16 + 16}{2}$ = 16 時間
最頻値：16時間

1.

宿題	ベアトリス	ミゲル
1	9.3	8.0
2	10.0	8.6
3	9.5	9.0
4	9.6	9.5
5	9.5	8.5
6	9.7	9.0
7	10.0	9.0
8	10.0	10.0
平均値 (μ)	9.7	8.95
中央値	9.65	9
最頻値	10	9
範囲	10 – 9.3 = 0.7	10 – 8 = 2

ミゲル向けの数列はよりばらつきが大きなもので、範囲が大きくなっています。

2.

平均値 (μ)	25.2	28.2
中央値	27	28
範囲	15	3

2 週間目のデータは、範囲がより広いため、よりばらつきが大きなものになります。

168 ページ、授業 1.2

	A	B
平均値 (μ)	2	1.5
中央値	2	1
範囲	2	4

B チームのほうが範囲が広いため、データのばらつきがより大きくなっています。

a)

	ベアトリス		
	x	$x - \mu$	$\lvert x - \mu \rvert$
	9.3	–0.4	0.4
	10.0	0.3	0.3
	9.5	–0.2	0.2
	9.6	–0.1	0.1
	9.5	–0.2	0.2
	9.7	0	0
	10.0	0.3	0.3
	10.0	0.3	0.3
平均値 (μ)	9.7	**足し算:**	**足し算:**
中央値	9.65	0	1.8
範囲	0.7		

	ミゲル		
	x	$x - \mu$	$\lvert x - \mu \rvert$
	8.0	–0.95	0.95
	8.6	–0.35	0.35
	9.0	0.05	0.05
	9.5	0.55	0.55
	8.5	–0.45	0.45
	9.0	0.05	0.05
	9.0	0.05	0.05
	10.0	1.05	1.05
平均値 (μ)	8.95	**足し算:**	**足し算:**
中央値	9	0	3.5
範囲	2		

ミゲルの表のデータのほうが、よりばらつきが大きくなっています。

169-170 ページ、授業 1.3

1.

	ラ・ウニオン	エル・トリウンフォ
平均値 (μ)	2.7	2.4
中央値	2.75	2.45
範囲	0.3	0.55

2.

	第1週		
	x	$x - \mu$	$\lvert x - \mu \rvert$
	28	2.8	2.8
	26	0.8	0.8
	30	4.8	4.8
	27	1.8	1.8
	15	−10.2	10.2
平均値 (μ)	25.2	**足し算:**	**足し算:**
中央値	27	0	20.4
範囲	15		

	第2週		
平均値 (μ)	28.2	**足し算:**	**足し算:**
中央値	28	**0**	5.2
範囲	3		

第 1 週のデータの方がよりばらついています。

a) $\mu = \frac{9.3+10+9.5+9.6+9.5+9.7+10+10}{7}$

$\mu = 9.7$

ベアトリス		
x	$x - \mu$	$(x - \mu)^2$
9.3	−0.4	0.16
10.0	0.3	0.09
9.5	−0.2	0.04
9.6	−0.1	0.01
9.5	−0.2	0.04
9.7	0	0
10.0	0.3	0.09
10.0	0.3	0.09

$\sigma^2 = \frac{0.16+0.09+0.04+0.01+0.04+0.09+0.09}{8}$

$\sigma^2 = 0.065$

b) $\mu = 8.95$

$\sigma^2 \approx 0.34$

171 ページ、授業 1.4

1. 最初の表においては：

	ラ・ウニオン		
	x	$x - \mu$	$\lvert x - \mu \rvert$
平均値 (μ)	2.7	**足し算:**	**足し算:**
中央値	2.75	0	0.6
範囲	0.3		

2 番目の表では：

	エル・トリウンフォ		
	x	$x - \mu$	$\lvert x - \mu \rvert$
平均値 (μ)	2.4	**足し算:**	**足し算:**
中央値	2.45	0	0.8
範囲	0.55		

範囲の値は 2 つ目の表で大きくなっており、ばらつきの絶対値の合計も大きくなっているため、2 つ目の表のデータはよりばらつきが大きくなっています。

2. 第 1 週に対して：

$\mu = \frac{28 + 26 + 30 + 27 + 15}{5}$

$\mu = 25.2$ 分

$\sigma^2 = \frac{7.84 + 0.64 + 23.04 + 3.24 + 104.04}{8}$

$\sigma^2 = 27.76$

第1週		
x	$x - \mu$	$(x - \mu)^2$
28	2.8	7.84
26	0.8	0.64
30	4.8	23.04
27	1.8	3.24
15	−10.2	104.04

分散 (σ^2)	27.76

2 週目については：

$\mu = 28.2$ 分

$\sigma^2 = 1.36$

1.3 授業での解答を使って

ベアトリス向けの数列のばらつき：

$\sigma^2 = 0.065$

$\sigma = \sqrt{0.065}$

$\sigma \approx 0.25$

ミゲル向けの数列のばらつき：

$\sigma^2 \approx 0.34$

$\sigma \approx \sqrt{0.34}$

$\sigma \approx 0.58$

172-173 ページ、授業 1.5

1. 授業 1.4 での解答を使います。
ラ・ウニオンに対しては：

ラ・ウニオン		
x	$x - \mu$	$(x - \mu)^2$
2.7	0	0
2.8	0.1	0.01
2.8	0.1	0.01
2.6	−0.1	0.01
2.8	0.1	0.01
2.5	−0.2	0.04

分散 (σ^2)	0.013

エル・トリウンフォに対して: $\sigma^2 = 0.027$ プエルト・エル・トリウンフォのデータの分散はより大きくなっているため、エル・トリウンフォではデータはよりばらつきが大きくなっています。

2. 授業 1.4 の結果を使います。

第 1 週に対して：$\sigma^2 = 27.76$
よって、$\sigma \approx 5.27$ 分です。

第 2 週に対して：$\sigma^2 = 1.36$
よって、$\sigma \approx 1.17$ 分です。

a)

A市

		13		
		13		
	10	12		
	11	12		
	11	13		
	11	12		
	10	13	15	
	11	12	14	
	11	13	14	
	10	13	15	
	10	13	14	
	10	12	14	
	11	13	14	16
	10	13	14	16
	10	12	14	17
8 – 10	10 – 12	12 - 14	14 – 16	16 – 18

b)

B 市については、同じ形で完成します。

月齢	子どもの数	
	A市	B市
8 – 10	0	2
10 – 12	13	10
12 – 14	15	13
14 – 16	9	12
16 – 18	3	3
合計	**40**	**40**

174-175 ページ、授業 1.6

1.ラ・ウニオンに対して：

$\sigma^2 \approx 0.013$, $\sigma \approx 0.11$

エル・トリウンフォに対して：

$\sigma^2 \approx 0.027$, $\sigma \approx 0.16$

2. データを度数分布表に整理しましょう。

学校A

		166		
		165		
		165		
		167		
		168		
	162	169		
	164	165		
	164	167		
	160	169		
	161	166		
	163	165	170	
	164	167	173	
158	162	168	172	
157	160	167	174	178
155	164	165	170	176
155-160	160-165	165-170	170-175	175-180

学校 B の表は、同じような形で完成します。

背丈（cm）	生徒数	
	学校A	学校B
155 - 160	3	1
160 - 165	10	13
165 - 170	15	14
170 - 175	5	10
175 - 180	2	2
合計	**35**	**40**

a)

年齢	Pm	$f_A \times Pm$	$f_B \times Pm$
8 – 10	9	0 × 9 = 0	2 × 9 = 18
10 – 12	11	13 × 11 = 143	10 × 11 = 110
12 – 14	13	195	169
14 – 16	15	135	180
16 – 18	17	51	51
足し算		524	528

$$\mu = \frac{f \times Pm \text{ の積の和}}{\text{データの数}}$$

A 市にとって：

$\mu = \frac{524}{40} = 13.1$ か月です。

B 市にとって：

$\mu = 13.2$ か月です。

b) 表から：

月齢	子どもの数	
	A市	B市
8 – 10	0	2
10 – 12	13	10
12 – 14	15	13
14 – 16	9	12
16 – 18	3	3
合計	**40**	**40**

A市にとって。範囲：18 – 10 = 8か月。

B市にとって。範囲：10か月。

よって、B市のデータのほうがばらつきが大きくなっています。

176-177 ページ、授業 1.7

1. サンタ・アナに対しては：

サンタ・アナ

	100			
	100			
	100			
	100			
0	150			
0	160			
0	100			
0	100	250		
0	150	260		
50	160	200	360	
0	100	250	300	400
50	100	200	300	400
0–100	100–200	200–300	300–400	400–500

サン・サルバドルについても、同じ方法で解きます。

頻度分布表：

降水量	日数	
	サンタ・アナ	サン・サルバドル
0 - 100	8	11
100 - 200	12	10
200 - 300	5	4
300 - 400	3	2
400 - 500	2	3
合計	**30**	**30**

2. a) 学校 A にとって。

身長、単位センチメートル	f_A	Pm	$f_A \times Pm$
155 - 160	3	157.5	472.5
160 - 165	10	162.5	1625
165 - 170	15	167.5	2512.5
170 - 175	5	172.5	862.5
175 - 180	2	177.5	355
合計	35		

$f_A \times Pm$ の和 ＝ 5 827.5

$$\mu = \frac{5\,827.5}{35} = 166.5 \text{ cm}$$

学校 B にとって：

身長、単位センチメートル	f_B	Pm	$f_B \times Pm$
155 - 160	1	157.5	157.5
160 - 165	13	162.5	2112.5
165 - 170	14	167.5	2345
170 - 175	10	172.5	1725
175 - 180	2	177.5	355
合計	40		

$f_A \times Pm$ の和 ＝ 6695

$$\mu = \frac{6\,695}{40} = 167.375 \text{ cm.}$$

b) どちらの場合も範囲は同じで、180 – 155 = 25 cmです。よって、どの学校でデータがよりばらつきが大きいか判断するには不十分です。したがって、分散などばらつきの他の計測値を使うことになります。

A 市にとって。

月齢	f_A	Pm	$Pm - \mu$	$(Pm - \mu)^2$	$f_A \times (Pm - \mu)^2$
8 – 10	0	9	–4.1	16.81	0
10 – 12	13	11	–2.1	4.41	57.33
12 – 14	15	13	–0.1	0.01	0.15
14 – 16	9	15	1.9	3.61	32.49
16 – 18	3	17	3.9	15.21	45.63
合計	40				
μ	13.1				

$$\sigma^2 = \frac{\Sigma f \times (Pm - \mu)^2}{n}$$

$$\sigma^2 = \frac{0 + 57.33 + 0.15 + 32.49 + 45.63}{40}$$

$$\sigma^2 = 3.39$$

B 市にとって。

$\mu = 13.2$

$$\sigma^2 = \frac{35.28 + 48.4 + 0.52 + 38.88 + 43.32}{40}$$

$$\sigma^2 = 4.16$$

月齢	f_B	Pm	$Pm - \mu$	$(Pm - \mu)^2$	$f_B \times (Pm - \mu)^2$
8 – 10	2	9	–4.2	17.64	35.28
10 – 12	10	11	–2.2	4.84	48.4
12 – 14	13	13	–0.2	0.04	0.52
14 – 16	12	15	1.8	3.24	38.88
16 – 18	3	17	3.8	14.44	43.32
合計	40				
μ	13.2				

B市のほうが分散が大きくなっています。よって、B市でデータはよりばらつきが大きくなっています。

178-179 ページ、授業 1.8

1. a)

降水量	日数		Pm	$f_A \times Pm$	$f_S \times Pm$
	f_A	f_S			
0 - 100	8	11	50	400	550
100 - 200	12	10	150	1800	1500
200 - 300	5	4	250	1250	1000
300 - 400	3	2	350	1050	700
400 - 500	2	3	450	900	1350
合計	30	30			

サンタ・アナに対しては：
積の和。

$f_A \times Pm = 5\,400$

$$\mu = \frac{5\,400}{30} = 180 \text{ mm}$$

サン・サルバドルにとって：
積の和。

$f_A \times Pm = 5\,100$

$$\mu = \frac{5\,100}{30} = 170 \text{ mm}$$

b) どちらの場合も範囲は同じで、500 – 0 = 500 mmです。よって、どの県で最もばらつきが大きいかは判断できません。

2. 学校 A にとって：

$$\sigma^2 = \frac{\Sigma f \times (Pm - \mu)^2}{n}$$

$$\sigma^2 = \frac{243 + 160 + 15 + 180 + 242}{35}$$

$$\sigma^2 = 24$$

身長	f_A	Pm	$Pm - \mu$	$(Pm - \mu)^2$	$f_A \times (Pm - \mu)^2$
155 - 160	3	157.5	–9	81	243
160 - 165	10	162.5	–4	16	160
165 - 170	15	167.5	1	1	15
170 - 175	5	172.5	6	36	180
175 - 180	2	177.5	11	121	242
合計	35				
μ	166.5				

学校 B にとって：

身長	f_B	Pm	$(Pm - \mu)^2$	$f_B \times (Pm - \mu)^2$
155 - 160	1	157.5	97.52	97.52
160 - 165	13	162.5	23.77	309.01
165 - 170	14	167.5	0.02	0.28
170 - 175	10	172.5	26.27	262.7
175 - 180	2	177.5	102.52	205.04
合計	40			
μ	167.375			

$$\sigma^2 = \frac{\Sigma f \times (Pm - \mu)^2}{n}$$

$$\sigma^2 = \frac{97.52 + 309.01 + 0.28 + 262.7 + 205.04}{40}$$

$$\sigma^2 \approx 21.86$$

学校 A に対するデータの分散は大きいため、これらデータはよりばらつきが大きいものとなっています。
授業 1.7 の練習問題 2 では、どちらのデータのばらつきがより大きいか結論づけることはできません。

前回の授業のデータを使います。

A 市：

$\sigma^2 = 3.39, \sigma = \sqrt{3.39}$

$\sigma \approx 1.84$ か月です。

B 市：

$\sigma^2 = 4.16, \sigma = \sqrt{4.16}$

$\sigma \approx 2.04$ か月です。

182-183 ページ、授業 2.1

a) サンタ・アナ

降水量 (mm)	f_A	Pm	$Pm - \mu$	$(Pm - \mu)^2$	$f_A(Pm - \mu)^2$
0 - 100	8	50	−130	16900	135200
100 - 200	12	150	−30	900	10800
200 - 300	5	250	70	4900	24500
300 - 400	3	350	170	28900	86700
400 - 500	2	450	270	72900	145800
合計	30				
μ	180				

サン・サルバドル

降水量 (mm)	f_S	Pm	$Pm - \mu$	$(Pm - \mu)^2$	$f_S(Pm - \mu)^2$
0 - 100	11	50	−120	14400	158400
100 - 200	10	150	−20	400	4000
200 - 300	4	250	80	6400	25600
300 - 400	2	350	180	32400	64800
400 - 500	3	450	280	78400	235200
合計	30				
μ	170				

b) サンタ・アナに対しては：

$\sigma^2 \approx 13433.33$

$\sigma \approx 115.90$ mm

サン・サルバドルに対して：

$\sigma^2 \approx 16266.67$

$\sigma \approx 127.54$ mm

1. 数列 A について：

$$\mu = \frac{503.9}{5} = 100.78$$

$$\sigma^2 = \frac{0.588}{5} = 0.1176$$

数列A	$x - \mu$	$(x - \mu)^2$
100.3	−0.48	0.2304
101.2	0.42	0.1764
100.5	−0.28	0.0784
100.8	0.02	0.0004
101.1	0.32	0.1024
μ = 100.78		

$\sigma = \sqrt{0.1176} \approx 0.34$

数列 B について：
数列 B のデータそれぞれは数列 A の各データに 5.1 を足すと得られます。

数列B
100.3 + 5.1 = 105.4
101.2 + 5.1 = 106.3
100.5 + 5.1 = 105.6
100.8 + 5.1 = 105.9
101.1 + 5.1 = 106.2

この授業の結果に基づき、数列Bの標準偏差は $\sigma \approx 0.34$ となります。

2. 数列 3 では、数列 1 のデータに 10.5 を足すため、両数列が同じ標準偏差になります。
同様に、数列 1 のそれぞれのデータに 5 を足すと数列 4 のそれぞれのデータになるため、両方の標準偏差は同じです。
数列 2 は、数列 1 と比べて特徴はありません。したがって、計算されるまで両数列の標準偏差の間の関係については何も言うことができません。

3. $\mu = 61 + 5.5 = 66.5$
$\sigma = 0.89$

184 ページ、授業 2.2

1. a) 数列 A に対して：$\mu = 12.5$

$$\sigma^2 = \frac{0.1}{6} \approx 0.17$$

$$\sigma \approx \sqrt{0.17} \approx 0.13$$

b) 数列 B と数列 C は、数列 A と同じ標準偏差を有しています。

2. a) $\mu = 142.675$
$\sigma^2 \approx 0.45, \sigma \approx 0.67.$
b) $\mu = 142.675 + 4.50 = 147.175$
$\sigma \approx 0.67.$

1. 数列 1 に対して：
$\mu = 52.5, \sigma^2 \approx 2.92, \sigma \approx 1.71$
数列 2 のデータは、数列 1 のデータを 4 倍すると得られ、数列 3 のデータは、数列 1 のデータを 11 倍すると得られるため、この授業での数列 2 の標準偏差は
$\sigma \approx 1.71 \times 4 = 6.28$
で数列 3 は
$\sigma \approx 1.71 \times 11 = 18.81$ です。

2. $\mu = 105 \times 6 = 630.$
$\sigma = 1.45 \times 6 = 8.7.$

REPÚBLICA DE EL SALVADOR EN LA AMÉRICA CENTRAL