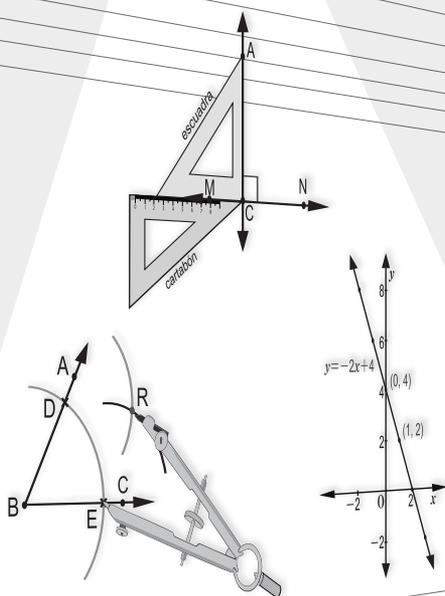


MATEMÁTICA 8

Octavo grado



Cuaderno de Actividades

Educación Secundaria

COORDINACIÓN GENERAL

Profesora Melba López Montenegro

Profesor Julio César Canelo Castillo

AUTORES

Armando José Huete Fuentes

Orlando Antonio Ruiz Álvarez

COLECTIVO DE AUTORES

MINED

Francisco Emilio Díaz Vega

Juan Carlos Caballero López

Humberto Antonio Jarquín López

Alberto Leonardo García Acevedo

Gregorio Isabel Ortiz Hernández

UNAN - MANAGUA

Nubia Aracelly Barreda Rodríguez

Anastacio Benito González Funes

Melissa Lizbeth Velásquez Castillo

Domingo Felipe Aráuz Chévez

Armando José Huete Fuentes

Célfida del Rosario López Sánchez

Primitivo Herrera Herrera

Orlando Antonio Ruiz Álvarez

Marlon José Espinoza Espinoza

Hilario Ernesto Gallo Cajina

EQUIPO DE DIAGRAMACIÓN

María José López Samqui

Primera Edición, 2019.

Derechos reservados. Prohibida su venta y/o reproducción con fines comerciales por cualquier medio, sin previa autorización del Ministerio de Educación (MINED), de la República de Nicaragua.

La presente publicación ha sido reproducida con el apoyo de la Agencia de Cooperación Internacional del Japón (JICA) a través del Proyecto para el Aprendizaje Amigable de matemática en Educación Secundaria (NICAMATE).

Introducción

El Cuaderno de Actividades es un material complementario al Libro de Texto (LT). Fue diseñado con la intención de consolidar sus aprendizajes adquiridos en el aula, a través del estudio independiente en casa. Los ejercicios que se proponen están pensados para que usted trabaje al menos 20 minutos en su casa cada día.

Estructura

Al iniciar una nueva sección, generalmente se presenta un resumen de los aspectos claves que se estudian en la sección, y que le serán de utilidad al momento de resolver los ejercicios que se proponen. Dichos aspectos dependen de cada sección.

Ejercicios

Los ejercicios que aquí se proponen son básicos, es decir, son ejercicios similares al problema, ejemplos y ejercicios brindados en el Libro de Texto y que han sido resueltos en el aula.

El objetivo de estos ejercicios es afianzar los aprendizajes adquiridos en el aula y deben ser resueltos por todos los y las estudiantes. La numeración de estos ejercicios es continua para hacer más fácil la identificación de su solución en los solucionarios. Antes del enunciado de cada ejercicio se escribe el número de página del contenido correspondiente en el Libro de Texto.

Ejercicios Avanzados

Los ejercicios aquí propuestos tienen un mayor grado de complejidad y son diferentes a los modelos mostrados en el problema, ejemplos y ejercicios del libro de texto, sin embargo, los aspectos teóricos necesarios para poder resolverlos han sido estudiados en clase. El objetivo de estos ejercicios es aplicar los aprendizajes que se han consolidado en situaciones que generen un mayor análisis y reflexión.

Solucionarios

Aquí se muestran las soluciones de cada uno de los ejercicios que se han propuesto y se brindan los puntos más esenciales del proceso de solución de los ejercicios.

Los solucionarios deben ser consultados únicamente para comparar las respuestas obtenidas. Se brinda primero la solución de todos los ejercicios de las unidades y después se encuentran las soluciones de los ejercicios avanzados.

ÍNDICE

Unidad 1: Operaciones con Polinomios

Sección 1: Adición y sustracción de polinomios	1
Sección 2: Multiplicación de polinomios	2
Sección 3: División de polinomios	3

Unidad 2: Sistemas de Ecuaciones de Primer Grado

Sección 1: Ecuaciones de primer grado	5
Sección 2: Método de sustitución	6
Sección 3: Método de reducción	6
Sección 4: Sistema de dos ecuaciones con paréntesis, fracciones y decimales	7
Sección 5: Aplicaciones de los sistemas de dos ecuaciones de primer grado	8

Unidad 3: Funciones de Primer Grado

Sección 1: Función de primer grado	9
Sección 2: Gráfica de la función de primer grado	10
Sección 3: Expresión de la función de primer grado utilizando la pendiente	12
Sección 4: Gráfica de ecuaciones de primer grado con dos variables	12
Sección 5: Aplicaciones de la función de primer grado	13

Unidad 4: Radicales

Sección 1: Raíz cuadrada	15
Sección 2: Operaciones con raíces cuadradas	16

Unidad 5: Paralelismo

Sección 1: Resta de ángulos	18
Sección 2: Ángulos entre rectas cortadas por una transversal	19
Sección 3: Ángulos internos y externos de un triángulo	21

Unidad 6: Congruencia

Sección 1: Criterios de congruencia de triángulos	23
Sección 2: Introducción a la demostración	25
Sección 3: Triángulo isósceles	27
Sección 4: Congruencia de triángulos rectángulos	28

Unidad 7: Paralelogramos

Sección 1: Propiedades de los paralelogramos	29
Sección 2: Condiciones para ser paralelogramo	30
Sección 3: Paralelogramos especiales	31

Unidad 8: Sólidos

Sección 1: Poliedros	33
Sección 2: Cuerpos redondos	34

Solucionarios

Solucionarios	37
Solucionarios de Ejercicios Avanzados	71

Unidad 1: Operaciones con Polinomios

Sección 1: Adición y sustracción de polinomios

- ✓ **Términos semejantes** son aquellos términos que tienen las mismas letras o variables elevadas a los mismos exponentes.

Ejemplos: $4x$ y $10x$ son términos semejantes.

$6y$ y $3y$ son términos semejantes.

$6x^2$ y $12x^2$ son términos semejantes.

- ✓ **Simplificar términos semejantes** significa sumar o restar sus coeficientes y escribir a continuación las mismas variables elevadas a los mismos exponentes.

Ejemplos: $4x + 6y + 10x + 3y = 4x + 10x + 6y + 3y$

$$= (4 + 10)x + (6 + 3)y$$

$$= 14x + 9y$$

$$6x^2 + 8x - 12x^2 - 5x = 6x^2 - 12x^2 + 8x - 5x$$

$$= (6 - 12)x^2 + (8 - 5)x$$

$$= -6x^2 + 3x$$

Ejercicios

1. (P. 2) Escriba en la casilla correspondiente de la tabla la información solicitada respecto de las expresiones algebraicas:

	Expresión algebraica	Número de términos	Grado
a)	$3x$		
b)	$x^3 + x^2 - x - 1$		
c)	$4x^2 - 1$		
d)	$9x^3y^2 + 7x + 4$		

2. (P. 3) Simplifique las siguientes expresiones:

a) $3x + 5y + 8x + 10y$

b) $5x + 7y + 11x + 3y$

c) $7a - 7b + 5a + 2b$

d) $9a - 12b + 2a - 11b$

e) $-11x - 13x^2 + x + 10x^2$

f) $25x^2 + x - 32x^2 - 7x$

3. (P. 4) Efectúe las siguientes sumas de forma horizontal y vertical:

a) $(3x + 2y) + (5x + 3y)$

b) $(x + y) + (2x + 5y)$

c) $(7x + y) + (5x - 3y)$

d) $(11x - 10y) + (9x - 6y)$

e) $(-23x - 12y) + (-2x - 7y)$

f) $(-18x + 19y) + (5x - 21y)$

4. (P. 5) Efectúe las siguientes sustracciones de forma horizontal y vertical:

a) $(8x + 7y) - (6x + 3y)$

b) $(9x + 5y) - (3x + y)$

c) $(17x + 11y) - (-3x + 5y)$

d) $(8x^2 - 2y^2) - (7x^2 + y^2)$

e) $(-13x^2 - 5y^2) - (-y^2 + 17x^2)$

f) $(36x + 16y^2) - (42x - 21y^2)$

Sección 2: Multiplicación de polinomios

- ✓ En $5x^2$, 5 es coeficiente y x^2 es parte literal.
- ✓ Para multiplicar dos monomios, se multiplican sus coeficientes y partes literales.
Ejemplos:
 $(3x)(-4y) = (3)(-4)xy$, $(-6x)(-9x) = (-6)(-9)x \cdot x = 54x^2$
- ✓ $a(b + c) = ab + ac$, $(b + c)a = ab + ac$ (Propiedad distributiva)
- ✓ $(x + a)(y + b) = x(y + b) + a(y + b) = xy + bx + ay + ab$
- ✓ $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

Ejercicios

5. (P. 7) Efectúe las siguientes multiplicaciones de monomios:
- a) $(3x)(2y)$ b) $(7x)(5y)$ c) $(-2a)(9b)$
 d) $(-8x)(-4y)$ e) $(5x^2)(6x)$ f) $(-7y)^2$
 g) $(-8x^2)(-6x^3)$ h) $\left(\frac{3}{7}x\right)\left(-\frac{14}{3}x^2\right)$ i) $\left(-\frac{2}{5}x\right)\left(-\frac{15}{8}y\right)$
6. (P. 8) Efectúe las siguientes multiplicaciones:
- a) $3(x + 2)$ b) $7(a - 2)$ c) $12x(x + 2)$
 d) $-5y(2x - 11)$ e) $(-8a - 1)(-9b)$ f) $5(a + b - 2)$
 g) $7(4x - y - 1)$ h) $\frac{1}{7}(14x + 21)$ i) $-\frac{2}{5}x\left(-\frac{5}{2}x^2 - \frac{5}{6}x\right)$
7. (P. 9) Efectúe las siguientes productos:
- a) $(x + 2)(y + 5)$ b) $(x + 3)(y + 2)$ c) $(x + 7)(y + 8)$
 d) $(x - 12)(y + 4)$ e) $(x + 9)(y - 7)$ f) $(x - 5)(y + 6)$
 g) $(x - 12)(y - 5)$ h) $(x - 11)(y - 2)$ i) $\left(x - \frac{1}{3}\right)\left(y - \frac{6}{5}\right)$
8. (P. 10) Efectúe las siguientes multiplicaciones de binomios de forma horizontal:
- a) $(x + 2)(x + 3)$ b) $(x + 4)(x + 5)$ c) $(x + 5)(x + 7)$
 d) $(x - 6)(x + 2)$ e) $(x - 8)(x + 4)$ f) $(x - 7)(x - 9)$
 g) $(x + 1)(x - 10)$ h) $\left(x - \frac{1}{2}\right)(x - 2)$ i) $\left(x + \frac{4}{3}\right)\left(x + \frac{2}{3}\right)$
9. (P. 11) Efectúe las siguientes multiplicaciones de binomios de forma vertical
- a) $(x + 3)(x + 5)$ b) $(x + 4)(x + 2)$ c) $(x + 11)(x + 6)$
 d) $(x - 7)(x + 6)$ e) $(x + 8)(x - 9)$ f) $(x - 3)(x - 8)$
 g) $(x + 10)(x - 11)$ h) $(x - 12)(x + 3)$ i) $\left(x - \frac{3}{2}\right)\left(x + \frac{1}{2}\right)$

Sección 3: División de polinomios

- ✓ Para dividir un monomio por un monomio:
 1. Se expresa la división de monomio como una fracción. $A \div B = \frac{A}{B}$
 2. Se descomponen los coeficientes y partes laterales del numerador y denominador de manera conveniente.
 3. Se simplifican los factores comunes numéricos y literales que aparecen en el numerador y el denominador.
- ✓ Para dividir un polinomio por un monomio:
 1. Se expresa la división como una fracción.
 2. Se expresa la fracción anterior como una suma o diferencia de fracciones con igual denominador. $\frac{x+y}{a} = \frac{x}{a} + \frac{y}{a}$
 3. En cada fracción se lleva a cabo la división de un monomio por otro.
 4. Se escribe la suma o diferencia de fracciones simplificada.

Ejercicios

10. (P. 13) Efectúe las siguientes divisiones de monomios:

- | | |
|---|---|
| a) $25ab \div 5b$ | b) $24a^2b^2 \div 3ab$ |
| c) $14x^2 \div 7x$ | d) $28m^2 \div (-4m)$ |
| e) $-44x^2y^2 \div 2xy$ | f) $18x^2y \div (-3xy)$ |
| g) $(-16mn^2) \div (-8mn)$ | h) $\left(-\frac{1}{2}xy^2\right) \div \left(\frac{1}{4}x\right)$ |
| i) $\left(-\frac{2}{7}a^2b\right) \div \left(-\frac{2}{7}a^2b\right)$ | |

11. (P. 14) Efectúe las siguientes divisiones de binomio por monomio:

- | | |
|--|-------------------------------|
| a) $(4x - 12y) \div 4$ | b) $(6x - 18y) \div 3$ |
| c) $(15x + 25y) \div 5$ | d) $(24x^2y - 6x) \div 3x$ |
| e) $(-2ab^2 - ab) \div ab$ | f) $(28xy - 16y^2) \div 4y$ |
| g) $(20x^2y^2 - 8x^2y) \div (-4x^2)$ | h) $(18x^2 - 3xy) \div (-6x)$ |
| i) $\left(\frac{1}{2}xy^2 - 7y\right) \div \frac{1}{2}y$ | |

12. (P. 15) Efectúe las siguientes divisiones de trinomio por binomio:

- | | |
|--------------------------------------|--------------------------------------|
| a) $(x^2 + 7x + 12) \div (x + 3)$ | b) $(x^2 + 2x - 63) \div (x + 9)$ |
| c) $(3x^2 - 5x - 2) \div (x - 2)$ | d) $(2x^2 + 3x + 1) \div (2x + 1)$ |
| e) $(5x^2 - 42x + 16) \div (5x - 2)$ | f) $(21x^2 - 25x - 4) \div (3x - 4)$ |

Ejercicios Avanzados

EA1. Efectúe las siguientes operaciones:

a) $x - \frac{1}{2}y - \frac{1}{3}x + 2y$

b) $5(x - 6) + 2(x - 2)$

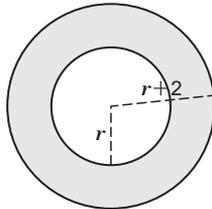
c) $4(x^2 + x + 3) - 2x(2x + 6)$

d) $\frac{1}{4}(4x - 8y) - \frac{1}{2}(6x + 2y)$

e) $6\left(\frac{a - 2b}{3} + \frac{a + 2b}{2}\right)$

f) $(6x^2y)(-2x)^2 \div 4xy$

EA2. Encuentre el polinomio que representa el área de la región sombreada y el grado del mismo sabiendo que las circunferencias tienen el mismo centro.



EA3. Calcule el grado del polinomio $2x^2(x + 3)(x^3 - 1)$ sin desarrollar el producto.

EA4. Calcule el valor de b sabiendo que $x + 4$ es un divisor de $x^2 + bx + (9b - 1)$, es decir el residuo en la división es 0.

Unidad 2: Sistemas de Ecuaciones de Primer Grado

Sección 1: Ecuaciones de primer grado

- ✓ Se llama solución de la ecuación de primer grado $ax + by = c$ a todo par ordenado de números (x, y) que satisface dicha ecuación.
- ✓ Una colección de dos ecuaciones de primer grado con dos variables se llama **sistema de ecuaciones de primer grado**, y el par ordenado de números que satisface a ambas ecuaciones recibe el nombre de **solución del sistema**.

Ejercicios

13. (P. 18) Resuelva las siguientes ecuaciones de primer grado:
- a) $x + 5 = 7$ b) $x + 4 = 9$ c) $x - 10 = 13$
 d) $x + 5 = -7$ e) $5x = 30$ f) $-3x = 27$
 g) $x - 19 = -26$ h) $x + 13 = -17$ i) $-8x = -56$
14. (P. 19) Resuelva las siguientes ecuaciones de primer grado:
- a) $3x + 2 = 14$ b) $7x + 8 = 22$ c) $5x - 2 = 28$
 d) $-6x + 5 = 35$ e) $-x + 8 = -1$ f) $-15x - 7 = -22$
 g) $-2x + 10 = 11$ h) $-\frac{1}{3}x + 5 = 2$ i) $7x - \frac{2}{5} = \frac{6}{10}$
15. (P. 20) Exprese los siguientes enunciados mediante una ecuación de primer grado con las variables x y y .
- a) Marcos tiene en su refrigeradora 10 frutas entre bananos y naranjas.
 b) Erick tiene 71 córdobas entre monedas y billetes.
 c) En el octavo grado del Instituto Augusto C. Sandino hay 47 estudiantes entre niñas y niños.
 d) Ángela tiene 2 años más que Juan.
 e) La diferencia de la edad de Manuel con la de Carlos es 3 años.
16. (P. 21) Complete las siguientes tablas y en cada uno de los casos muestre que un par ordenado de la tabla es solución de la ecuación dada.

a) Sabiendo que $x + y = 10$

x	0	1	2	3	4	5	6
y							

b) Sabiendo que $3x + y = 15$

x	0	1	2	3	4	5	6
y							

c) Sabiendo que $-2x - y = 7$

x	0	1	2	3	4	5	6
y							

17. (P. 22) Verifique que el par ordenado a la derecha de cada sistema de ecuaciones es su solución.

a) $\begin{cases} x + y = 10 \\ 2x + y = 12 \end{cases} \quad (2, 8)$

b) $\begin{cases} x - y = 1 \\ 3x + y = 3 \end{cases} \quad (1, 0)$

c) $\begin{cases} 7x + 2y = -6 \\ 9x - 4y = -11 \end{cases} \quad \left(-1, \frac{1}{2}\right)$

d) $\begin{cases} 4x - 6y = 4 \\ 8x + 9y = 1 \end{cases} \quad \left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}\right)$

Sección 2: Método de sustitución

Ejercicios

18. (P. 24) Resuelva los siguientes sistemas de ecuaciones utilizando el método de sustitución:

a) $\begin{cases} 2x + y = 11 \\ y = x + 2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x - y = 11 \\ y = x - 1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2x - 7y = 12 \\ y = x + 4 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 5x - 2y = 5 \\ x = y - 2 \end{cases}$

e) $\begin{cases} 8x - 7y = -3 \\ y = 4x - 1 \end{cases}$

f) $\begin{cases} 9x - 7y = 10 \\ y = 3x - 2 \end{cases}$

19. (P. 25) Resuelva los siguientes sistemas de ecuaciones utilizando el método de sustitución:

a) $\begin{cases} 2x + y = 20 \\ x - y = 4 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 4x - y = 1 \\ x + y = 4 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 5x - 3y = 5 \\ x + y = 17 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 8x + y = -3 \\ x - 2y = -11 \end{cases}$

e) $\begin{cases} 7x + y = 9 \\ 5x - 3y = -1 \end{cases}$

f) $\begin{cases} 3x - 6y = -3 \\ 4x - y = 17 \end{cases}$

Sección 3: Método de reducción

Ejercicios

20. (P. 26) Resuelva los siguientes sistemas de ecuaciones utilizando el método de reducción:

a) $\begin{cases} 2x + y = 20 \\ x - y = 4 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x - y = 1 \\ x + y = 7 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 7x - 3y = 7 \\ 2x + 3y = 29 \end{cases}$

d) $\begin{cases} -9x + 2y = 2 \\ 7x - 2y = -6 \end{cases}$

e) $\begin{cases} 3x - 7y = 5 \\ -3x - 2y = 13 \end{cases}$

f) $\begin{cases} -5x + 6y = -7 \\ 5x - 4y = 5 \end{cases}$

21. (P. 27) Resuelva los siguientes sistemas de ecuaciones utilizando el método de reducción:

a) $\begin{cases} 2x + 5y = 12 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 7x + 3y = -1 \\ 7x + y = -5 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 5x - 6y = 3 \\ 4x - 6y = 6 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 2x - 7y = 7 \\ 3x - 7y = 14 \end{cases}$

e) $\begin{cases} 8x - 9y = 5 \\ 8x - 7y = 3 \end{cases}$

f) $\begin{cases} 5x + 8y = 8 \\ -10x + 8y = 2 \end{cases}$

22. (P. 28) Resuelva los siguientes sistemas de ecuaciones utilizando el método de reducción:

a) $\begin{cases} 4x + 3y = 15 \\ 2x - y = 5 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x + 7y = -1 \\ 3x - y = 10 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 7x - 5y = 4 \\ 2x - y = 2 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 4x - y = -5 \\ 5x - 2y = -1 \end{cases}$

e) $\begin{cases} 4x - 3y = 4 \\ 8x - y = 3 \end{cases}$

f) $\begin{cases} -x - 7y = 6 \\ -2x + 14y = 8 \end{cases}$

23. (P. 29) Resuelva los siguientes sistemas de ecuaciones utilizando el método de reducción:

a) $\begin{cases} x + 3y = 9 \\ 2x + 9y = 24 \end{cases}$	b) $\begin{cases} 7x + 4y = 11 \\ 3x + y = 4 \end{cases}$	c) $\begin{cases} 5x + 2y = 3 \\ 3x + y = 1 \end{cases}$
d) $\begin{cases} 6x + y = 10 \\ x - 3y = -11 \end{cases}$	e) $\begin{cases} 8x + y = 9 \\ -2x + 3y = 14 \end{cases}$	f) $\begin{cases} -7x + 9y = 10 \\ 14x + y = -1 \end{cases}$

24. (P. 30) Resuelva los siguientes sistemas de ecuaciones utilizando el método de reducción:

a) $\begin{cases} 2x + 3y = 13 \\ 5x - 2y = 4 \end{cases}$	b) $\begin{cases} 5x - 3y = 1 \\ 3x + 2y = -7 \end{cases}$	c) $\begin{cases} 7x - 5y = 4 \\ 3x + 2y = 10 \end{cases}$
d) $\begin{cases} 7x - 2y = 1 \\ 10x - 3y = 1 \end{cases}$	e) $\begin{cases} 9x - 2y = 8 \\ 7x - 3y = -1 \end{cases}$	f) $\begin{cases} 5x - 3y = -1 \\ 3x - 2y = -1 \end{cases}$

Sección 4: Sistema de dos ecuaciones con paréntesis, fracciones y decimales

Ejercicios

25. (P. 32) Resuelva los siguientes sistemas de ecuaciones:

a) $\begin{cases} 7x - 3y = 5 \\ 4x + 3(y - 1) = 14 \end{cases}$	b) $\begin{cases} 9x + 7y = -6 \\ 6x - 7(y - 6) = 3 \end{cases}$
c) $\begin{cases} 4x + 5y = 1 \\ -4x + 3(y + 9) = 2 \end{cases}$	d) $\begin{cases} 8(x + 1) + 2y = 2 \\ -8x - 3y = 1 \end{cases}$

26. (P. 33) Resuelva los siguientes sistemas de ecuaciones:

a) $\begin{cases} \frac{x}{4} + \frac{y}{2} = 7 \\ 3x - 2y = 4 \end{cases}$	b) $\begin{cases} x + \frac{y}{2} = 4 \\ 2x - y = 12 \end{cases}$
c) $\begin{cases} \frac{3}{2}x + \frac{y}{4} = 1 \\ 7x + y = 2 \end{cases}$	d) $\begin{cases} \frac{x}{4} - \frac{3}{7}y = -1 \\ -7x + 9y = 7 \end{cases}$

27. (P. 34) Resuelva los siguientes sistemas de ecuaciones:

a) $\begin{cases} x + 2y = 4 \\ 0,2x + 0,5y = 0,9 \end{cases}$	b) $\begin{cases} 0,2x - 0,3y = -0,5 \\ x + y = 10 \end{cases}$
c) $\begin{cases} 0,5x + 0,9y = 7 \\ 5x + 3y = 10 \end{cases}$	d) $\begin{cases} 3x + 7y = 4 \\ 0,7x + 0,4y = -0,3 \end{cases}$

Sección 5: Aplicaciones de los sistemas de dos ecuaciones de primer grado

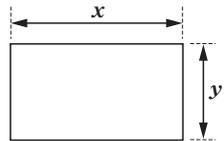
Ejercicios

28. (P. 36) Resuelva los siguientes problemas:

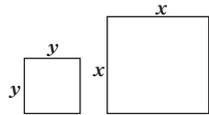
- Por la compra de dos pantalones y tres camisas se pagan C\$ 1 200. Sabiendo que el costo de un pantalón excede en C\$ 100 al de una camisa, ¿cuál es costo de cada artículo?
- Erick es 2 años menor que Lucía. Si la suma de ambas edades es 28, ¿cuál es la edad de cada uno de ellos?
- 32 estudiantes del Instituto Andrés Castro fueron a una excursión a la Catedral de León. Se sabe que iban 8 niñas más que niños. ¿Cuántas niñas y cuántos niños fueron a la excursión?

29. (P. 37) Resuelva los siguientes problemas:

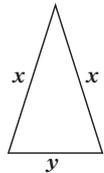
- En un rectángulo cuyo perímetro es 70 cm, el doble de la base excede en 20 cm al triple de la altura. ¿Cuáles son las medidas de la base y la altura?



- Se tienen dos cuadrados distintos y el lado de uno de ellos es 3 cm mayor que el otro. Si la suma de los perímetros de ambos cuadrados es 68 cm, calcule la longitud del lado de cada cuadrado.



- El triángulo de la figura es isósceles con perímetro 13 cm. Si los lados que tienen igual medida exceden en 2 unidades a la medida de la base, ¿cuál es la medida de los lados del triángulo?



Ejercicios Avanzados

EA5. Resuelva cada uno de los siguientes sistemas de ecuaciones:

$$\text{a) } \begin{cases} x + y = 5 & \textcircled{1} \\ y + z = 3 & \textcircled{2} \\ x + z = 4 & \textcircled{3} \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 2x + 4y + z = -20 & \textcircled{1} \\ x + z = 2 & \textcircled{2} \\ x - 3y + z = 8 & \textcircled{3} \end{cases}$$

EA6. Determine el polinomio $x^2 + bx + c$ sabiendo que el valor numérico para $x = 1$ es 12 y c es una unidad mayor que b .

EA7. Encuentre el número de dos dígitos tal que:

- la suma de la cifra de las decenas y la de las unidades es 9.
- el número excede en 9 unidades al número que se forma intercambiando los dígitos.

EA8. Resuelva el sistema
$$\begin{cases} \frac{2}{u+4} + \frac{3}{v-3} = 13 \\ \frac{5}{u+4} - \frac{2}{v-3} = 4 \end{cases}$$

Unidad 3: Funciones de Primer Grado

Sección 1: Función de primer grado

Si y es una función de x que se representa como $y = ax + b$, con a , b constantes y $a \neq 0$, se dice que y es una función de primer grado o función lineal en x .

Parte proporcional: ax

Constante: b

Ejercicios

30. (P. 42)

- a) Katty tiene un puesto de venta de refrescos y cobra 5 córdobas por cada vaso de refresco.

En la tabla, y representa la cantidad de dinero ganado en la venta de x vasos de refrescos.

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
y	0	5	10	15	20	25	30	35	40

Expresé y como una función en x .

- b) María se tardó una hora en leer 18 páginas de cierto libro sin interrupciones.

En la tabla, y representa la cantidad de páginas de un libro que María lee en x horas.

x	0	1	2	3	4
y	0	18	36	54	72

Expresé y como una función en x .

31. (P. 43)

- a) Erick sale en bicicleta desde el hospital que está a $7m$ de su casa hacia su escuela y se aleja $3m$ cada segundo. Si y es la distancia a la que se encuentra Erick de su casa después de transcurridos x segundos:

Complete la siguiente tabla y exprese y como una función de primer grado en x .

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
y									

- b) Después de haber leído 2 páginas de un libro, Ricardo comenzó a contar cuántas páginas se leía en determinado tiempo y notó que para leer 20 páginas se tardaba una hora.

En la tabla, y muestra la cantidad de páginas que ha leído Ricardo en x horas.

x	0	1	2	3	4
y	2	22	42	62	82

Expresé y como una función de primer grado en x .

32. (P. 44) Las siguientes expresiones indican que y está en función de x .
¿Cuáles son funciones de primer grado?

a) $y = 4x$ b) $y = \frac{7}{x}$ c) $y = 0,5x$

d) $y = x - 1$ e) $y = -\frac{9}{x}$ f) $y = \frac{x}{3}$

g) $y = -3x + 2$ h) $y = \frac{4}{3}(x - 7)$ i) $y = 5x - \frac{7}{2}$

Sección 2: Gráfica de la función de primer grado

La gráfica de la función $y = ax + b$, con $a \neq 0$ es una recta.

$$\text{Pendiente} = \text{razón de cambio} = \frac{\text{variación de } y}{\text{variación de } x} = a$$

Ejercicios

33. (P. 46) Dadas las funciones de primer grado $y = 3x$ y $y = 3x + 2$.

a) Complete en la tabla los valores de $3x$ y $3x + 2$ que corresponden a los valores dados de x .

x	-2	-1	0	1	2
$3x$					
$3x + 2$					

b) Trace en el mismo plano cartesiano las gráficas de las funciones dadas.

34. (P. 47) Dadas las funciones $y = 2x$, $y = 2x + 3$ y $y = 2x - 2$.

a) Trace en el plano cartesiano la gráfica de la función $y = 2x$.

b) Trace en el mismo plano cartesiano la gráfica de $y = 2x + 3$ a partir de la gráfica de $y = 2x$.

c) Trace en el mismo plano cartesiano la gráfica de $y = 2x - 2$ a partir de la gráfica de $y = 2x$.

35. (P. 48) Dada la función $y = 3x + 9$, calcule la razón de cambio cuando:

a) x varía de 1 a 5

b) x varía de 2 a 3

c) x varía de 4 a 9

36. (P. 48) Dada la función $y = -2x + 5$, calcule la razón de cambio cuando:

a) x varía de 2 a 3

b) x varía de 4 a 9

37. (P. 49) Identifique la razón de cambio de cada una de las siguientes funciones de primer grado.

a) $y = 3x - 1$ b) $y = 5x + 2$ c) $y = -7x - 10$

d) $y = -2x + 1$ e) $y = \frac{3}{2}x - 7$ f) $y = \frac{5}{6}x + 6$

g) $y = -\frac{1}{2}x - 1$ h) $y = -\frac{7}{2}x + 4$ i) $y = -\frac{10}{3}x - 12$

j) $y = 0,5x + 1$ k) $y = 0,2x + 7$ l) $y = -0,3x - 2$

38. (P. 51) Dada la función $y = 3x + 1$,

a) ¿Cuál es el intercepto de su gráfica con el eje y ?

b) ¿Cuál es la pendiente de su gráfica?

c) Trace la gráfica de $y = 3x + 1$ utilizando su intercepto con el eje y y la pendiente.

39. (P. 51) Dada la función $y = 4x - 2$,

a) ¿Cuál es el intercepto de su gráfica con el eje y ?

b) ¿Cuál es la pendiente de su gráfica?

c) Trace la gráfica de $y = 4x - 2$ utilizando su intercepto con el eje y y la pendiente.

40. (P. 52) Dada la función $y = -3x + 1$,

a) ¿Cuál es el intercepto de su gráfica con el eje y ?

b) ¿Cuál es la pendiente de su gráfica?

c) Trace la gráfica de $y = -3x + 1$ utilizando su intercepto con el eje y y la pendiente.

41. (P. 52) Dada la función $y = -3x - 2$,

a) ¿Cuál es el intercepto de su gráfica con el eje y ?

b) ¿Cuál es la pendiente de su gráfica?

c) Trace la gráfica de $y = -3x - 2$ utilizando su intercepto con el eje y y la pendiente.

42. (P. 53) Encuentre el rango de cada una de las funciones dadas en el dominio indicado.

a) $y = 2x + 1$ para $1 \leq x \leq 3$

b) $y = 5x - 3$ para $-2 \leq x \leq 2$

c) $y = -5x + 4$ para $1 \leq x \leq 3$

d) $y = -3x - 4$ para $-3 \leq x \leq -1$

Sección 3: Expresión de la función de primer grado utilizando la pendiente

La pendiente de la recta $y = ax + b$ con $a \neq 0$ que pasa por los puntos (x_1, y_1) y (x_2, y_2) es

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Ejercicios

43. (P. 55) Encuentre la función de primer grado cuya gráfica tiene:
- Pendiente 2 e intercepto $(0, -1)$ con el eje y
 - Pendiente 1 e intercepto $(0, 0)$ con el eje y
 - Pendiente 3 e intercepto $(0, 3)$ con el eje y
 - Pendiente 5 e intercepto $(0, -3)$ con el eje y
 - Pendiente -7 e intercepto $(0, 5)$ con el eje y
 - Pendiente -6 e intercepto $(0, -0,5)$ con el eje y
44. (P. 56) Encuentre la función de primer grado cuya gráfica tiene:
- Pendiente 3 y pasa por el punto $(1, 4)$
 - Pendiente 2 y pasa por el punto $(0, 2)$
 - Pendiente 5 y pasa por el punto $(-1, 0)$
 - Pendiente -7 y pasa por el punto $(-1, 1)$
 - Pendiente -2 y pasa por el punto $(-3, 2)$
 - Pendiente -5 y pasa por el punto $(-3, -1)$
45. (P. 57) Encuentre en cada inciso la función de primer grado cuya gráfica pasa por los puntos:
- | | | |
|-------------------------|-------------------------|--------------------------|
| a) $(-2, 1)$ y $(1, 7)$ | b) $(0, 5)$ y $(-1, 0)$ | c) $(1, -1)$ y $(2, 2)$ |
| d) $(2, 1)$ y $(1, 5)$ | e) $(3, 1)$ y $(1, 5)$ | f) $(-1, 2)$ y $(-2, 5)$ |

Sección 4: Gráfica de ecuaciones de primer grado con dos variables

- ✓ Si la ecuación $ax + by = c$ se lleva a la forma $y = -\frac{a}{b}x + \frac{c}{b}$, ambas ecuaciones tienen la misma gráfica.
- ✓ Toda ecuación de primer grado de la forma $y = k$ tiene por gráfica una recta paralela al eje x que pasa por el punto $(0, k)$.
- ✓ Toda ecuación de la forma $x = h$ tiene por gráfica una recta paralela al eje y que pasa por el punto $(h, 0)$.

Ejercicios

46. (P. 59) Calcule y escriba en la tabla los valores correspondientes de x o y para que los pares (x, y) sean soluciones de $2x + y = 4$. Trace la gráfica de la ecuación.

x	-1		1
y		4	

47. (P. 59) Calcule y escriba en la tabla los valores correspondientes de x o y para que los pares (x, y) sean soluciones de $-2x + y = 5$. Trace la gráfica de la ecuación.

x	-5		-1	1	
y		1			9

48. (P. 60) Trace la gráfica de cada función utilizando la pendiente y el intercepto con el eje y de la recta que obtiene al expresar y en función de x .
- a) $2x + y = 4$ b) $5x + y = -5$ c) $-3x + y = -2$
49. (P. 61) Encuentre los interceptos de las siguientes rectas con los ejes x y y .
- a) $3x - 2y = 6$ b) $2x + y = 4$ c) $-7x - 2y = 14$
50. (P. 62) Grafique las siguientes ecuaciones:
- a) $y = 4$ b) $y = -5$ c) $y - 6 = 0$
 d) $7y = 14$ e) $3y = -18$ f) $-9y = -81$
51. (P. 63) Grafique las siguientes ecuaciones:
- a) $x = 2$ b) $x = -4$ c) $x - 5 = 0$
 d) $x + 3 = 0$ e) $7x = 21$ f) $-5x = 5$

Sección 5: Aplicaciones de la función de primer grado

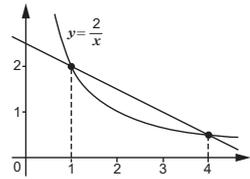
Ejercicios

52. (P. 65) Carlos se encuentra a $30m$ de su casa y se dirige hacia esta a una velocidad de 3 metros por segundo:
- a) Expresa como una función de primer grado la distancia y (en m) a la que se encuentra después de x segundos.
 b) ¿Qué valores puede tomar x ?
 c) Construya la gráfica de la función encontrada.
53. (P. 65) Los padres de Mayra le dan cada semana C\$ 50. Cada día para ir a la escuela ella se lleva C\$ 10.
- a) ¿Cuánto dinero tiene Mayra al haber transcurrido el segundo día de la semana de clases?
 b) Expresa como una función de primer grado la cantidad de dinero y (en C\$) que tiene Mayra al haber transcurrido x días de clases.
 c) ¿Qué valores puede tomar x ?
 d) Construya la gráfica de la función indicada.
54. (P. 66) Un vendedor del mercado Oriental tiene un sueldo básico de C\$ 1 000 al mes, y por la venta de cada artículo recibe una comisión de C\$ 20.

- a) Encuentre la función que exprese su salario mensual y (en córdobas), si ha vendido una cantidad x de artículos.
 b) ¿Cuál es su salario total, si vende 30 artículos en el mes?
55. (P. 66) Ricardo llena una piscina con una manguera de modo que la altura alcanzada por el agua aumenta 15cm por cada hora que transcurre. Si inicialmente el agua que había en la piscina llegaba a una altura de 12cm ,
- a) ¿Cuál será la altura alcanzada por el agua después de 2 horas?
 b) Escribe la altura y que alcanza el agua después de x horas.

Ejercicios Avanzados

EA9. Encuentre la función cuya gráfica es la recta de la derecha.



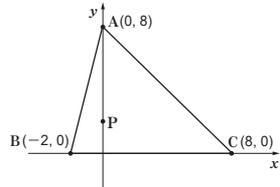
EA10. Trace en el mismo plano cartesiano la gráfica de las funciones $y = x + 1$, $y = x - 2$, $y = \frac{1}{4}x + \frac{5}{2}$ y $y = \frac{1}{4}x + 1$. ¿Qué tipo de cuadrilátero forman estas rectas al cortarse?

EA11. Encuentre la ecuación de la recta que es paralela a $4x + 2y = 6$ y pasa por el punto $(2, 5)$.

EA12. Encuentre la ecuación de la recta que tiene pendiente -2 y pasa por el punto de intersección de las gráficas de $-2x + 3y = 4$ y $-5x + 2y = -12$.

EA13. En la figura, el $\triangle ABC$ tiene como vértices los puntos $A(0, 8)$, $B(-2, 0)$ y $C(8, 0)$.

- a) Encuentre la coordenada del punto P tal que el área del $\triangle PBC$ es de 10 unidades cuadradas.
 b) Encuentre la función de primer grado cuya gráfica pasa por los puntos P y B .
 c) Encuentre el punto de intersección Q de las rectas AC y BP .
 d) Calcule el área de $\triangle PQC$.



Unidad 4: Radicales

Sección 1: Raíz cuadrada

- ✓ $\sqrt{\quad}$ se llama signo de radical.
- ✓ Un número positivo a tiene dos raíces cuadradas:
la raíz positiva \sqrt{a} y la negativa $-\sqrt{a}$
- ✓ Si $a > 0$, entonces: $\sqrt{a^2} = a$ y $-\sqrt{a^2} = -a$
- ✓ Sean a y b números positivos. Si $a > b$, entonces $\sqrt{a} > \sqrt{b}$

Ejercicios

56. (P. 72) Calcule las raíces cuadradas de:
- | | | | |
|--------------------|--------------------|---------------------|----------------------|
| a) 9 | b) 64 | c) 81 | d) 121 |
| e) 144 | f) 169 | g) $\frac{1}{4}$ | h) $\frac{4}{25}$ |
| i) $\frac{81}{64}$ | j) $\frac{49}{36}$ | k) $\frac{25}{144}$ | l) $\frac{100}{121}$ |
57. (P. 73) Indique las raíces cuadradas de los siguientes números usando signo de radical:
- | | | | |
|------|-------|-------|--------|
| a) 2 | b) 3 | c) 5 | d) 6 |
| e) 7 | f) 18 | g) 21 | h) 122 |
58. (P. 73) Usando calculadora escriba el valor aproximado de la raíz cuadrada positiva de los números del ejercicio 7, usando 4 cifras decimales.
59. (P. 74) Calcule las siguientes raíces cuadradas:
- | | | | |
|---------------------|---------------------|-------------------------|----------------------------|
| a) $\sqrt{16}$ | b) $-\sqrt{16}$ | c) $-\sqrt{81}$ | d) $-\sqrt{121}$ |
| e) $\sqrt{8^2}$ | f) $\sqrt{(-4)^2}$ | g) $\sqrt{(-6)^2}$ | h) $-\sqrt{49}$ |
| i) $-\sqrt{(-2)^2}$ | j) $-\sqrt{(-5)^2}$ | k) $\sqrt{\frac{4}{9}}$ | l) $-\sqrt{\frac{25}{36}}$ |
60. (P. 75) Escriba el signo $<$ o $>$ según corresponda.
- | | | |
|-----------------------------------|--|--|
| a) $\sqrt{3}$ _____ $\sqrt{7}$ | b) $\sqrt{8}$ _____ $\sqrt{9}$ | c) $\sqrt{7}$ _____ $\sqrt{6}$ |
| d) $-\sqrt{5}$ _____ $-\sqrt{8}$ | e) $-\sqrt{10}$ _____ $\sqrt{3}$ | f) $-\sqrt{5}$ _____ $-\sqrt{7}$ |
| g) $-\sqrt{100}$ _____ $\sqrt{2}$ | h) $\sqrt{\frac{3}{2}}$ _____ $\sqrt{\frac{1}{2}}$ | i) $-\sqrt{\frac{2}{3}}$ _____ $-\sqrt{\frac{1}{6}}$ |
61. (P. 76) Escriba en forma decimal los números fraccionarios:
- | | | | |
|------------------|------------------|-------------------|-------------------|
| a) $\frac{2}{5}$ | b) $\frac{7}{2}$ | c) $\frac{7}{11}$ | d) $\frac{4}{15}$ |
|------------------|------------------|-------------------|-------------------|
62. (P. 76) Clasifique los siguientes números decimales infinitos en periódicos o no periódicos según corresponda:
- | | |
|------------------|----------------------------|
| a) 0,18181818... | b) 0,03231415... |
| c) 0,15151515... | d) $\sqrt{5} = 2,23607...$ |
63. (P. 77) Escriba como una fracción los siguientes números:
- | | | | |
|------|---------|---------|------------|
| a) 4 | b) -7 | c) 0,21 | d) $-1,40$ |
|------|---------|---------|------------|
64. (P. 77) Clasifique los siguientes números en racional o irracional según corresponda:
- | | | | |
|------------------|---------------|-----------|------------------|
| a) $\frac{2}{5}$ | b) $\sqrt{8}$ | c) 3π | d) 0,13131313... |
|------------------|---------------|-----------|------------------|

Sección 2: Operaciones con raíces cuadradas

✓ Si $a > 0$ y $b > 0$, entonces se verifican las siguientes propiedades:

1) $\sqrt{a}\sqrt{b} = \sqrt{ab}$ 2) $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ 3) $a\sqrt{b} = \sqrt{a^2b}$

✓ $a\sqrt{b} + c\sqrt{b} = (a+c)\sqrt{b}$ $a\sqrt{b} - c\sqrt{b} = (a-c)\sqrt{b}$

Ejercicios

65. (P. 79) Calcule:

- | | | |
|------------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| a) $(\sqrt{18})(\sqrt{2})$ | b) $(\sqrt{7})(\sqrt{4})$ | c) $(\sqrt{9})(\sqrt{2})$ |
| d) $(\sqrt{5})(\sqrt{20})$ | e) $(-\sqrt{3})(-\sqrt{4})$ | f) $(-\sqrt{5})(\sqrt{5})$ |
| g) $(-\sqrt{16})(-\sqrt{4})$ | h) $(-\sqrt{3})(\sqrt{5})$ | i) $(-\sqrt{27})(\sqrt{3})$ |

66. (P. 80) Simplifique las siguientes expresiones:

- | | | |
|----------------------------------|----------------------------------|-----------------------------------|
| a) $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}}$ | b) $\frac{\sqrt{64}}{\sqrt{4}}$ | c) $\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{8}}$ |
| d) $\frac{\sqrt{39}}{\sqrt{3}}$ | e) $\frac{-\sqrt{28}}{\sqrt{2}}$ | f) $\frac{-\sqrt{44}}{-\sqrt{4}}$ |
| g) $\frac{-\sqrt{5}}{\sqrt{25}}$ | h) $\frac{\sqrt{3}}{-\sqrt{6}}$ | i) $\frac{-\sqrt{14}}{-\sqrt{6}}$ |

67. (P. 81) Escriba en la forma \sqrt{c} o $-\sqrt{c}$ los siguientes números:

- | | | |
|------------------|-----------------|---------------------------|
| a) $3\sqrt{2}$ | b) $2\sqrt{3}$ | c) $5\sqrt{2}$ |
| d) $3\sqrt{7}$ | e) $6\sqrt{5}$ | f) $7\sqrt{6}$ |
| g) $-3\sqrt{7}$ | h) $-2\sqrt{5}$ | i) $-5\sqrt{3}$ |
| j) $-2\sqrt{10}$ | k) $-4\sqrt{3}$ | l) $-5\sqrt{\frac{2}{5}}$ |

68. (P. 82) Simplifique:

- | | | |
|-----------------|------------------|------------------|
| a) $\sqrt{12}$ | b) $\sqrt{20}$ | c) $\sqrt{28}$ |
| d) $\sqrt{27}$ | e) $\sqrt{32}$ | f) $\sqrt{50}$ |
| g) $-\sqrt{28}$ | h) $-\sqrt{54}$ | i) $-\sqrt{63}$ |
| j) $-\sqrt{45}$ | k) $-\sqrt{128}$ | l) $-\sqrt{200}$ |

69. (P. 83) Racionalice el denominador:

- | | | |
|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|
| a) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ | b) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ | c) $\frac{1}{\sqrt{7}}$ |
| d) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ | e) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$ | f) $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{5}}$ |
| g) $\frac{4}{\sqrt{2}}$ | h) $\frac{18}{\sqrt{6}}$ | i) $\frac{42}{\sqrt{12}}$ |

70. (P. 85) Efectúe las siguientes operaciones:

- a) $3\sqrt{2} + 5\sqrt{2}$ b) $4\sqrt{2} + 7\sqrt{2}$
 c) $5\sqrt{3} + 6\sqrt{3}$ d) $7\sqrt{5} - 2\sqrt{5}$
 e) $9\sqrt{7} - 3\sqrt{7}$ f) $15\sqrt{5} - 16\sqrt{5}$
 g) $7\sqrt{7} - 2\sqrt{2} + 3\sqrt{7}$ h) $-6\sqrt{6} - \sqrt{6} - 3\sqrt{5}$
 i) $\sqrt{6} - 15\sqrt{3} - 7\sqrt{3}$

71. (P. 86) Efectúe las siguientes operaciones:

- a) $\sqrt{18} + \sqrt{50}$ b) $\sqrt{40} + \sqrt{10}$
 c) $\sqrt{45} + \sqrt{5}$ d) $\sqrt{50} - \sqrt{8}$
 e) $\sqrt{48} - \sqrt{12}$ f) $\sqrt{125} + \sqrt{180}$
 g) $\sqrt{50} + \sqrt{18} + \sqrt{32}$ h) $\sqrt{300} + \sqrt{48} - \sqrt{147}$
 i) $\sqrt{28} - \sqrt{175} - \sqrt{343}$

72. (P. 87) Multiplique:

- a) $\sqrt{2}(\sqrt{2} + 3)$ b) $\sqrt{2}(\sqrt{3} + 3\sqrt{5})$
 c) $\sqrt{5}(\sqrt{7} + \sqrt{6})$ d) $\sqrt{7}(2\sqrt{5} - 8\sqrt{7})$
 e) $\sqrt{6}(\sqrt{7} - \sqrt{5})$ f) $\sqrt{3}(\sqrt{13} + 9\sqrt{5})$
 g) $\sqrt{10}(\sqrt{2} - \sqrt{5})$ h) $\sqrt{6}(\sqrt{10} + \sqrt{15})$
 i) $\sqrt{7}(2\sqrt{14} - \sqrt{21})$

Ejercicios Avanzados

EA14. Elija el número mayor y menor entre los números siguientes:

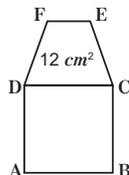
$$\sqrt{(-5)^2}, \quad 3\sqrt{3}, \quad \sqrt{26}, \quad \frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

EA15. Escriba los siguientes números decimales infinitos periódicos en forma de fracción:

- a) 0,1 b) 0,45 c) 0,23

EA16. Efectúe las siguientes operaciones:

a) $\frac{25}{\sqrt{5}} + \sqrt{5}$ b) $\sqrt{3} \times 3\sqrt{2} - \frac{7\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ c) $\sqrt{5} \div \left(\frac{10}{\sqrt{15}} - \frac{\sqrt{15}}{3} \right) - \sqrt{12}$

 EA17. En la figura de la derecha el cuadrilátero ABCD es un cuadrado. Si el área del hexágono ABCEFD es 28 cm^2 y AB excede en 2 cm a EF, calcule EF.

 EA18. Dos números enteros son tales que la suma de sus raíces cuadradas es $8\sqrt{3}$ y la diferencia de estas es $2\sqrt{3}$. Calcule dichos números.

 EA19. Divida $10x^2 + 7\sqrt{5}x + 6$ entre $\sqrt{5}x + 2$.

Unidad 5: Paralelismo

Sección 1: Resta de ángulos

Ángulos complementarios

$a + b = 90^\circ$

Ángulos suplementarios

$a + b = 180^\circ$

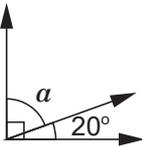
Ángulos opuestos por el vértice

$a = c \quad b = d$

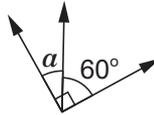
Ejercicios

73. (P.90) Calcule el valor de a .

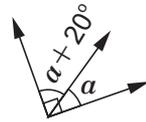
a)



b)



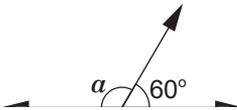
c)



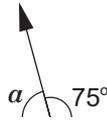
Sugerencia:
 $(a + 20^\circ) + a = 90^\circ$

74. (P.91) Calcule el valor de a .

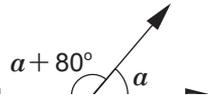
a)



b)



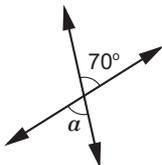
c)



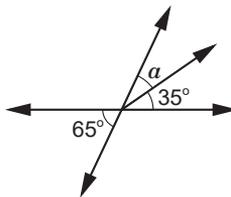
Sugerencia:
 $(a + 80^\circ) + a = 180^\circ$

75. (P.92) Calcule el valor de a .

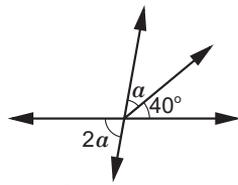
a)



b)



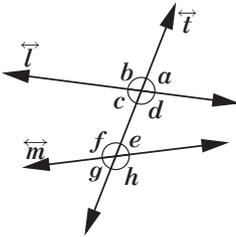
c)



Sugerencia:
 $a + 40^\circ = 2a$

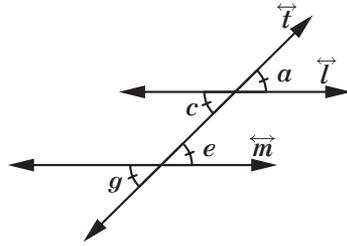
Sección 2: Ángulos entre rectas cortadas por una transversal

Ángulos formados por dos rectas y una transversal



Correspondientes: $\angle a$ y $\angle e$ $\angle d$ y $\angle h$
 $\angle b$ y $\angle f$ $\angle c$ y $\angle g$
 Alternos internos: $\angle c$ y $\angle e$ $\angle d$ y $\angle f$
 Alternos externos: $\angle a$ y $\angle g$ $\angle b$ y $\angle h$

Ángulos entre rectas paralelas



$\vec{l} \parallel \vec{m}$ equivale a decir que
 $a = e$ $c = e$ $a = g$

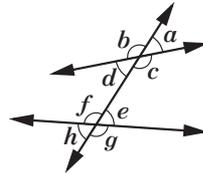
Ejercicios

76. (P.93) Dada la figura, escriba lo que se le solicita:

a) Ángulos correspondientes:

Ángulos alternos internos:

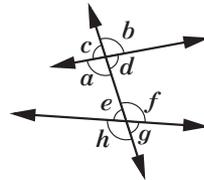
Ángulos alternos externos:



b) Ángulos correspondientes:

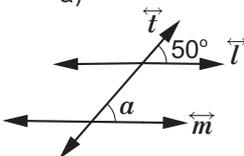
Ángulos alternos internos:

Ángulos alternos externos:

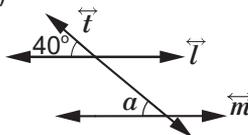


77. (P.94) Calcule el valor de a , sabiendo que $\vec{l} \parallel \vec{m}$.

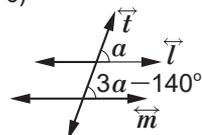
a)



b)

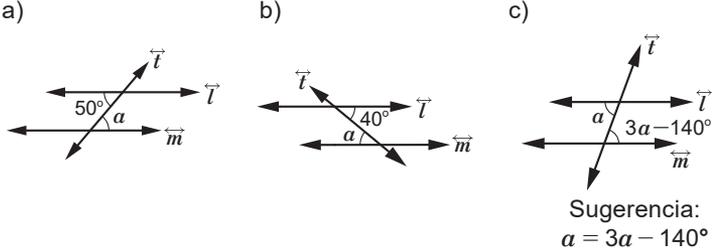


c)

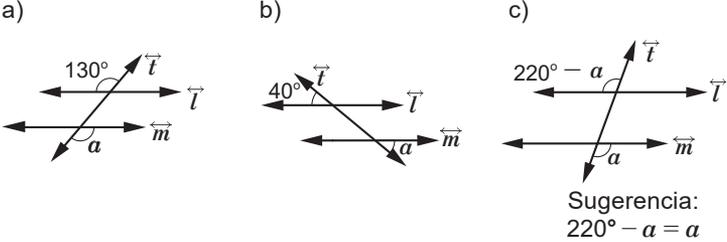


Sugerencia:
 $a = 3a - 140^\circ$

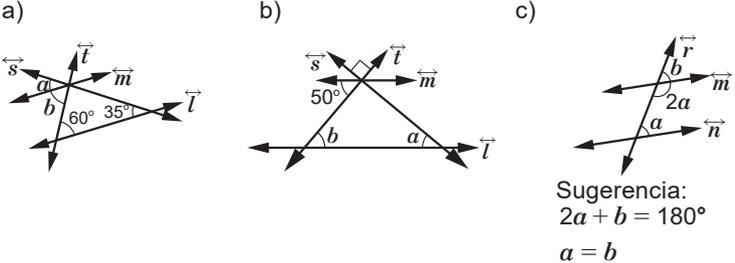
78. (P.95) Calcule el valor de a , sabiendo que $\vec{l} \parallel \vec{m}$.



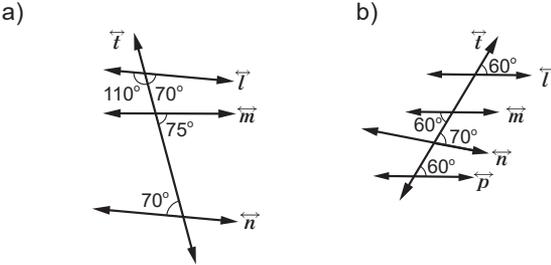
79. (P.96) Calcule el valor de a , sabiendo que $\vec{l} \parallel \vec{m}$.



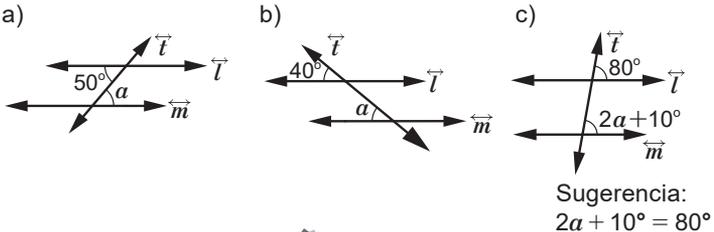
80. (P.97) Calcule los valores respectivos de a y b , sabiendo que $\vec{l} \parallel \vec{m}$.



81. (P.98) Determine en la figura los pares de rectas que son paralelas.

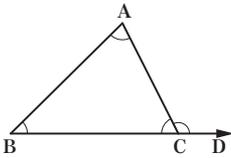


82. (P.98) Determine a , si $\vec{l} \parallel \vec{m}$.



Sección 3: Ángulos internos y externos de un triángulo

Relaciones entre ángulos de un triángulo



$$\sphericalangle A + \sphericalangle B + \sphericalangle C = 180^\circ$$

$$\sphericalangle DCA = \sphericalangle A + \sphericalangle B$$

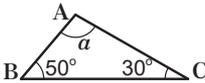
Ángulos de un polígono de n lados

- La suma de las medidas de los ángulos internos es $(n - 2)180^\circ$.
- La medida de un ángulo interno de un polígono regular es $\frac{(n - 2)180^\circ}{n}$

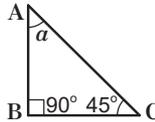
Ejercicios

83. (P.100) Calcule el valor de a .

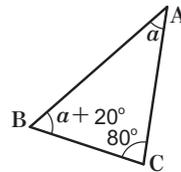
a)



b)



c)

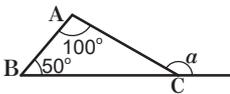


Sugerencia:

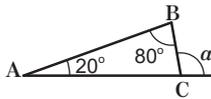
$$a + (\alpha + 20^\circ) + 80^\circ = 180^\circ$$

84. (P.101) Calcule el valor de a .

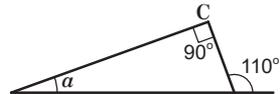
a)



b)



c)



85. (P.102) Calcule la suma de las medidas de los ángulos internos de los siguientes polígonos:

a) Pentágono

b) Eneágono

c) Endecágono

d) Dodecágono

(5 lados)

(9 lados)

(11 lados)

(12 lados)

86. (P.103) Calcule la medida de los ángulos internos de los siguientes polígonos regulares:

a) Pentágono

b) Eneágono

c) Endecágono

d) Dodecágono

(5 lados)

(9 lados)

(11 lados)

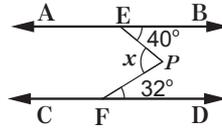
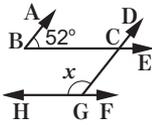
(12 lados)

Ejercicios Avanzados

EA20. Calcule el valor de x , sabiendo que:

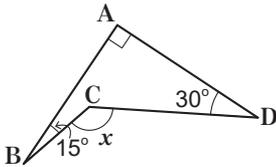
a) $\overline{AB} \parallel \overline{DG}$, $\overline{BE} \parallel \overline{HF}$

b) $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$

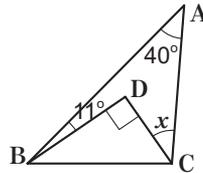


EA21. Calcule el valor de x .

a)

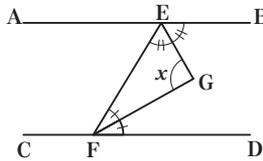


b)

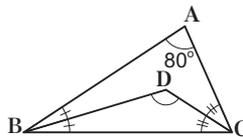


EA22. En la figura de abajo, $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$, \overline{EG} y \overline{FG} son las bisectrices de $\angle BEF$ y $\angle EFD$ respectivamente.

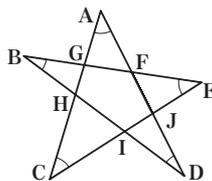
Calcule x .



EA23. En la figura de abajo \overline{BD} y \overline{CD} son las bisectrices del $\angle ABC$ y el $\angle ACB$ respectivamente. Calcule la medida del $\angle BDC$.

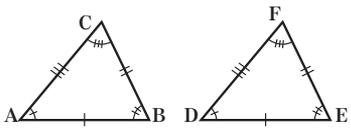
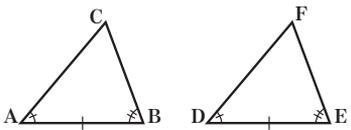
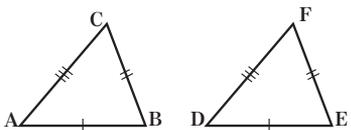
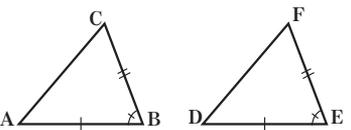


EA24. Calcule la suma de las medidas de los ángulos marcados en la figura de abajo.



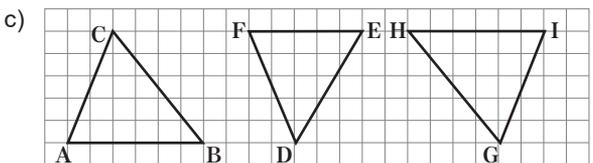
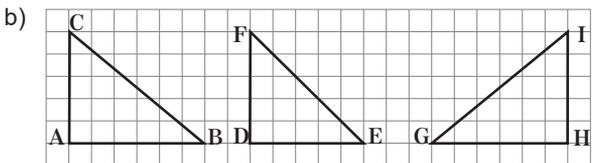
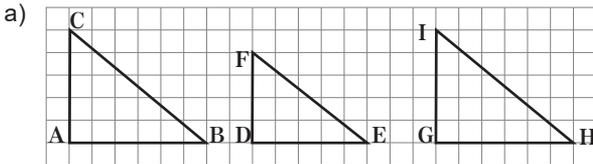
Unidad 6: Congruencia

Sección 1: Criterios de congruencia de triángulos

<p>Congruencia de triángulos</p>  <p>$\triangle ABC \cong \triangle DEF$</p>	<p>Criterio ALA</p>  <p>$\triangle ABC \cong \triangle DEF$</p>
<p>Criterio LLL</p>  <p>$\triangle ABC \cong \triangle DEF$</p>	<p>Criterio LAL</p>  <p>$\triangle ABC \cong \triangle DEF$</p>

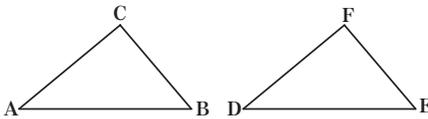
Ejercicios

87. (P.106) Identifique cuál de los triángulos es congruente al $\triangle ABC$ y escriba la congruencia utilizando el símbolo \cong .

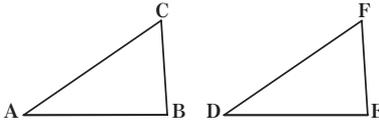


88. (P.107) Escriba en cada inciso los ángulos y lados correspondientes, sabiendo que los triángulos son congruentes. Utilice el símbolo \cong para escribir la congruencia.

a)

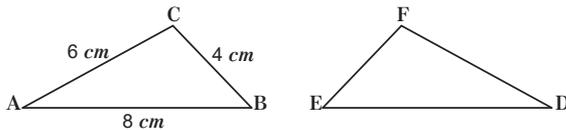


b)

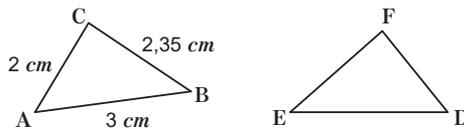


89. (P.108) Escriba la medida de los lados del $\triangle DEF$, sabiendo que $\triangle ABC \cong \triangle DEF$.

a)

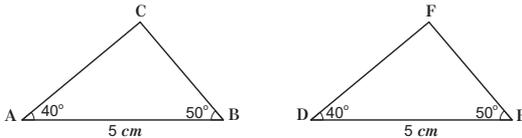


b)

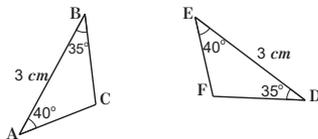


90. (P.109) Investigue si las parejas de triángulos son congruentes y utilice el símbolo \cong en el caso que los triángulos sean congruentes.

a)

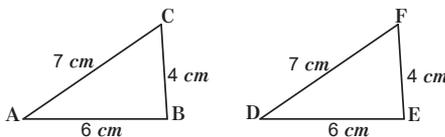


b)

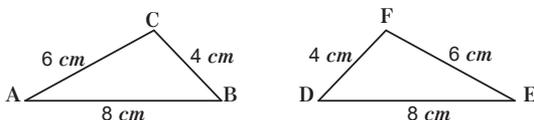


91. (P.110) Investigue si las parejas de triángulos son congruentes y utilice el símbolo \cong en el caso que los triángulos sean congruentes.

a)

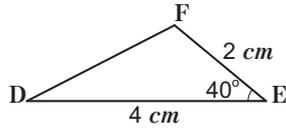
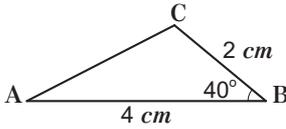


b)

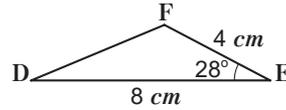
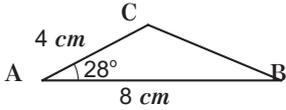


92. (P.111) Investigue si las parejas de triángulos son congruentes y utilice el símbolo \cong en el caso que los triángulos sean congruentes.

a)



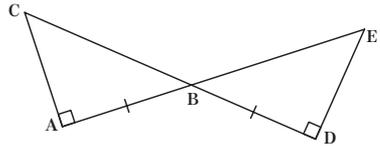
b)



Sección 2: Introducción a la demostración

Ejercicios

93. (P.113) En la figura, si $\sphericalangle A = \sphericalangle D$ y $AB = DB$, entonces $\triangle ABC \cong \triangle DBE$. Complete la demostración.



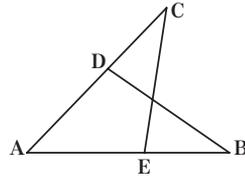
Pasos

1. $\sphericalangle A = \sphericalangle D$
2. $AB = DB$
3. $\sphericalangle ABC = \square$
4. $\square \cong \square$

Justificación

Son opuestos por el vértice ALA en los pasos 1, 2 y 3

94. (P.113) En la figura, si $\sphericalangle B = \sphericalangle C$; $AB = AC$, entonces $\triangle ABD \cong \triangle ACE$. Complete la demostración.



Pasos

1. $\sphericalangle B = \sphericalangle C$
2. $AB = AC$
3. $\sphericalangle BAD = \square$
4. $\square \cong \square$

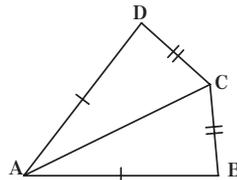
Justificación

$\sphericalangle BAC$ es común en $\triangle ABD$ y $\triangle ACE$

ALA en los pasos 1, 2 y 3

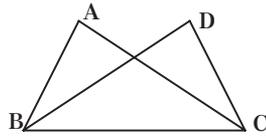
95. (P.114) En el cuadrilátero ABCD, si $AD = AB$ y $DC = BC$, entonces $\triangle ADC \cong \triangle ABC$.

Complete la demostración.



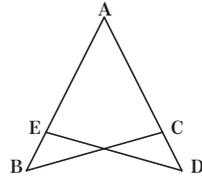
Pasos	Justificación
1. $AD = AB$	<input style="width: 100%; height: 20px;" type="text"/>
2. $DC = BC$	<input style="width: 100%; height: 20px;" type="text"/>
3. $AC = \square$	\overline{AC} es común en $\triangle ADC$ y $\triangle ABC$ LLL en los pasos 1, 2 y 3
4. $\square \cong \square$	

96. (P.114) En la figura, si $AB = DC$ y $AC = DB$, entonces $\triangle ABC \cong \triangle DCB$.
Complete la demostración.



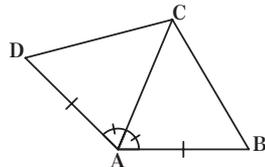
Pasos	Justificación
1. $AB = DC$	<input style="width: 100%; height: 20px;" type="text"/>
2. $AC = DB$	<input style="width: 100%; height: 20px;" type="text"/>
3. $BC = \square$	\overline{BC} es común en $\triangle ABC$ y $\triangle DCB$ LLL en los pasos 1, 2 y 3.
4. $\square \cong \square$	

97. (P.115) En la figura de la derecha, si $AB = AD$ y $AC = AE$, entonces $\triangle BAC \cong \triangle DAE$.
Complete la demostración.



Pasos	Justificación
1. $AB = AD$	<input style="width: 100%; height: 20px;" type="text"/>
2. $\sphericalangle A = \sphericalangle A$	<input style="width: 100%; height: 20px;" type="text"/>
3. $AC = AE$	<input style="width: 100%; height: 20px;" type="text"/>
4. $\square \cong \square$	LAL en los pasos 1, 2 y 3

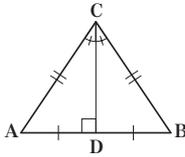
98. (P.115) En la figura, si $DA = BA$ y $\sphericalangle DAC = \sphericalangle BAC$, entonces $\triangle DAC \cong \triangle BAC$.
Complete la demostración.



Pasos	Justificación
1. $DA = BA$	<input style="width: 100%; height: 20px;" type="text"/>
2. $\sphericalangle DAC = \sphericalangle BAC$	<input style="width: 100%; height: 20px;" type="text"/>
3. $AC = \square$	\overline{AC} es común en $\triangle DAC$ y $\triangle BAC$ LAL en los pasos 1, 2 y 3
4. $\square \cong \square$	

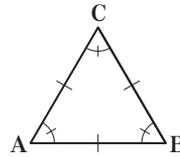
Sección 3: Triángulo isósceles

Triángulo isósceles



$AC = BC$ $\sphericalangle A = \sphericalangle B$
 Si \overline{CD} es la bisectriz del $\sphericalangle C$.
 $\overline{CD} \perp \overline{AB}$ y $AD = DB$

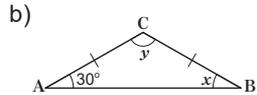
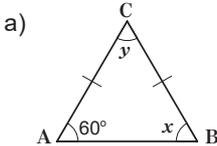
Triángulo equilátero



$AB = BC = AC$
 $\sphericalangle A = \sphericalangle B = \sphericalangle C = 60^\circ$

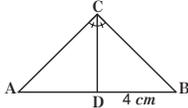
Ejercicios

99. (P.116) Calcule los valores respectivos de x y y .

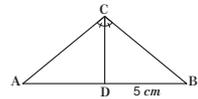


100. (P.117) Sabiendo que el triángulo de cada inciso es isósceles, con $AC = BC$ y \overline{CD} la bisectriz del $\sphericalangle C$:

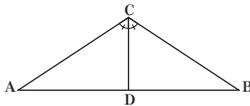
a) Calcule \overline{AB} .



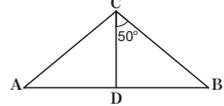
b) Calcule \overline{AB} .



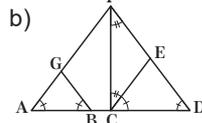
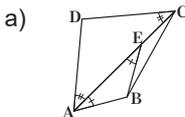
c) Si $\overline{AB} = 12 \text{ cm}$, calcule \overline{AD} .



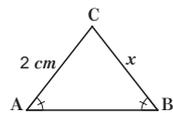
d) Calcule $\sphericalangle B$.



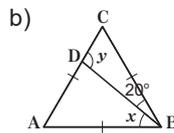
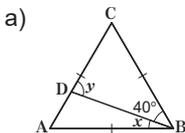
101. (P.118) Identifique los triángulos que son isósceles.



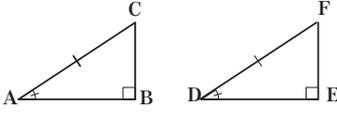
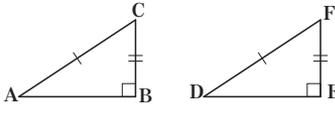
102. (P.118) Calcule el valor de x , en el triángulo de la derecha.



103. (P.119) Calcule los valores respectivos de x y y .

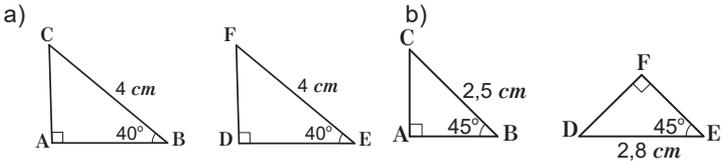


Sección 4: Congruencia de triángulos rectángulos

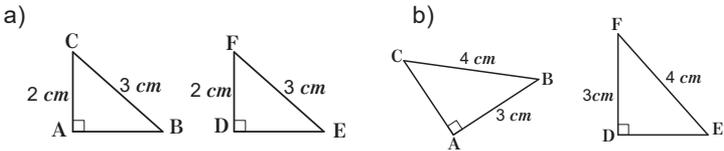
Criterio HA	Criterio HC
 <p style="text-align: center;">$\triangle ACB \cong \triangle DFE$</p>	 <p style="text-align: center;">$\triangle ACB \cong \triangle DFE$</p>

Ejercicios

104. (P.121) Investigue si las parejas de triángulos son congruentes y utilice el símbolo \cong en el caso que los triángulos sean congruentes.

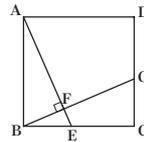


105. (P.122) Investigue si las parejas de triángulos son congruentes y utilice el símbolo \cong en el caso que los triángulos sean congruentes.

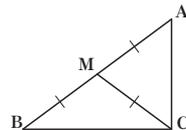


Ejercicios Avanzados

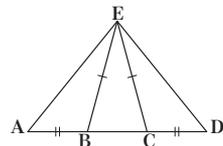
EA25. En la figura de la derecha el cuadrilátero ABCD es un cuadrado. Demuestre que $\triangle ABE \cong \triangle BCG$.



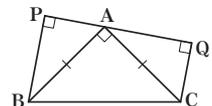
EA26. Calcule $\angle ACB$ de la figura de la derecha, sabiendo que $AM = BM = CM$.



EA27. En la figura de la derecha el $\triangle BEC$ es isósceles, con $BE = CE$. Demuestre que si $AB = DC$, entonces el $\triangle AED$ es isósceles.



EA28. Dada la figura de la derecha, demuestre que $BP + CQ = PQ$.

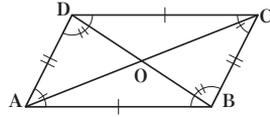


Unidad 7: Paralelogramos

Sección 1: Propiedades de los paralelogramos

Propiedades de los paralelogramos

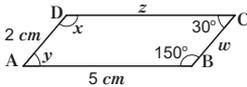
- ✓ $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$, $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ (Lados opuestos paralelos)
- ✓ $AB = DC$, $AD = BC$ (Lados opuestos con igual medida)
- ✓ $\sphericalangle A = \sphericalangle C$, $\sphericalangle B = \sphericalangle D$ (Ángulos opuestos con igual medida)
- ✓ $AO = OC$, $BO = OD$ (Las diagonales se cortan en su punto medio)



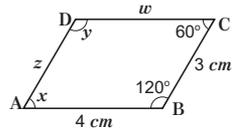
Ejercicios

106. (P.126) Dados los siguientes paralelogramos, calcule:

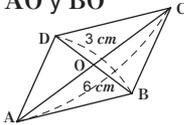
a) x , y , z y w



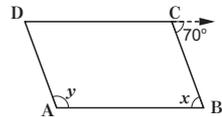
b) x , y , z y w



c) AO y BO

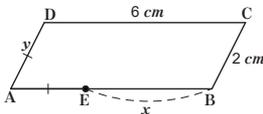


d) x y y

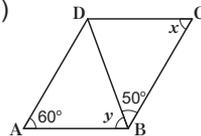


107. (P.127) Dado el paralelogramo ABCD, calcule x y y .

a)



b)

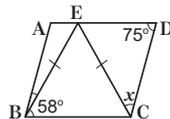


108. (P.127) Dado el paralelogramo ABCD, calcule x .

a)

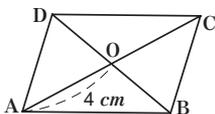


b)

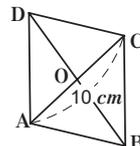


109. (P.128) Dado el paralelogramo ABCD, calcule:

a) AC



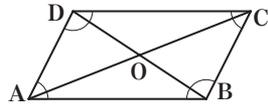
b) AO



Sección 2: Condiciones para ser paralelogramo

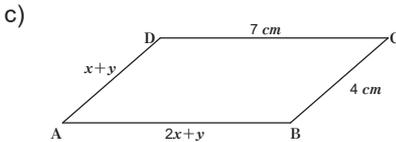
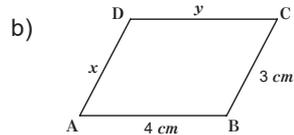
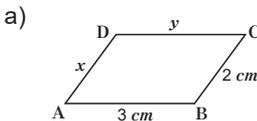
El cuadrilátero ABCD es un paralelogramo si cumple alguna de las siguientes condiciones:

- ✓ $AB = DC$, $AD = BC$ (Lados opuestos con igual medida)
- ✓ $\sphericalangle A = \sphericalangle C$, $\sphericalangle B = \sphericalangle D$ (Ángulos opuestos con igual medida)
- ✓ $AO = OC$, $BO = OD$ (Las diagonales se cortan en su punto medio)
- ✓ $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$, $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ (Un par de lados opuestos paralelos y con la misma medida)



Ejercicios

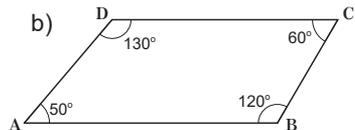
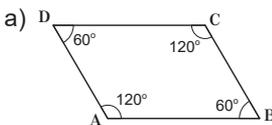
110. (P.130) Calcule los valores de x y y para que el cuadrilátero ABCD sea un paralelogramo.



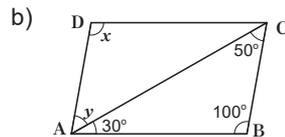
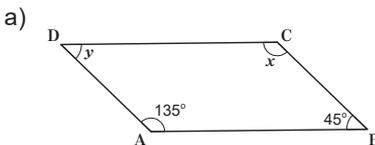
Sugerencia:

$$\begin{cases} x + y = 4 \\ 2x + y = 7 \end{cases}$$

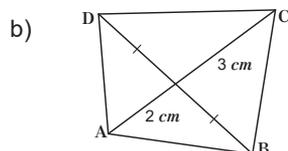
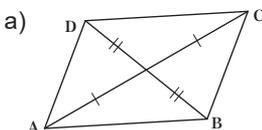
111. (P.131) Identifique cuál de los cuadriláteros es paralelogramo y justifique por qué.



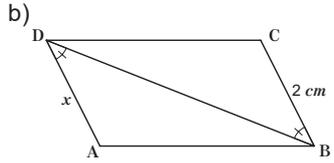
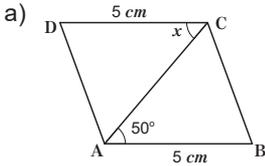
112. (P.131) Calcule los valores de x y y para que el cuadrilátero ABCD sea un paralelogramo.



113. (P.132) Identifique cuál de los cuadriláteros es paralelogramo y justifique por qué.



114. (P.132) Calcule el valor de x para que el cuadrilátero $ABCD$ sea un paralelogramo.



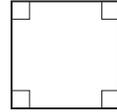
Sección 3: Paralelogramos especiales



Rombo



Rectángulo

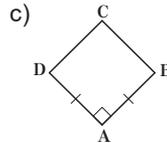
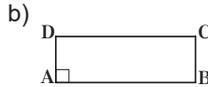
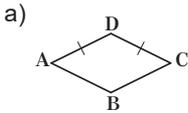


Cuadrado

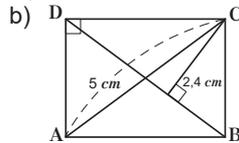
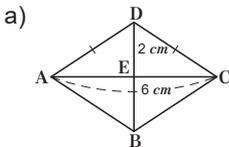
- ✓ Los rombos, rectángulos y cuadrados son paralelogramos.
- ✓ Las diagonales de un rectángulo tienen la misma medida.
- ✓ Las diagonales de un rombo son perpendiculares.
- ✓ Las diagonales de un cuadrado son perpendiculares y tienen la misma medida.

Ejercicios

115. (P.134) Los cuadriláteros de la figura son paralelogramos. Nombre cada uno de ellos según las propiedades adicionales que tengan.



116. (P.135) Calcule el área de los siguientes paralelogramos:

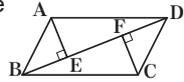


117. (P.136) Con una marca en la celda correspondiente señale las propiedades sobre los ángulos o lados de las figuras estudiadas en esta clase.

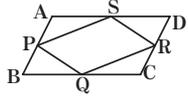
Propiedad	Paralelogramo	Rombo	Rectángulo	Cuadrado
Lados opuestos con la misma medida.				
Lados consecutivos con la misma medida.				
Ángulos opuestos con la misma medida.				
Ángulos consecutivos con la misma medida.				

Ejercicios Avanzados

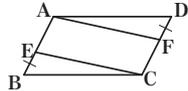
EA29. Dado el paralelogramo $ABCD$. Demuestre que $\overline{AE} = \overline{CF}$.



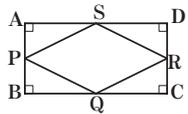
EA30. Dado el paralelogramo $ABCD$ de la derecha, y P , Q , R y S los puntos medios de \overline{AB} , \overline{BC} , \overline{CD} y \overline{AD} respectivamente. Demuestre que $PQRS$ es un paralelogramo.



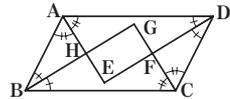
EA31. En la figura de la derecha $ABCD$ es un paralelogramo. Demuestre que $AECF$ es un paralelogramo.



EA32. Dado el rectángulo $ABCD$ de la derecha, y P , Q , R y S los puntos medios respectivos de sus lados. Demuestre que $PQRS$ es un rombo.



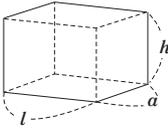
EA33. Dado el paralelogramo $ABCD$ de la derecha, y \overline{AE} , \overline{BG} , \overline{CG} y \overline{DE} las bisectrices de $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ y $\angle D$ respectivamente. Demuestre que $EFGH$ es un rectángulo.



Unidad 8: Sólidos

Sección 1: Poliedros

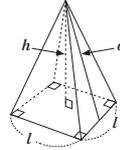
Prisma rectangular



$$A = 2(l \cdot a + a \cdot h + l \cdot h)$$

$$V = l \cdot a \cdot h$$

Pirámide cuadrada

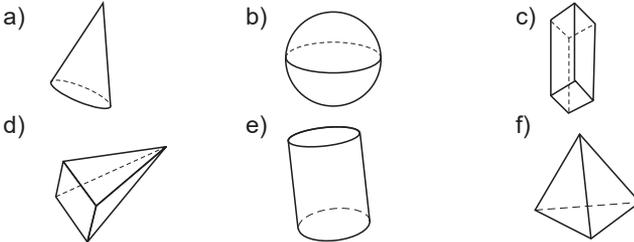


$$A = l^2 + 4a \cdot l$$

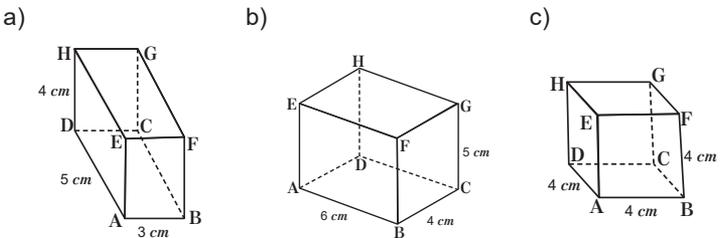
$$V = \frac{1}{3}l^2 \cdot h$$

Ejercicios

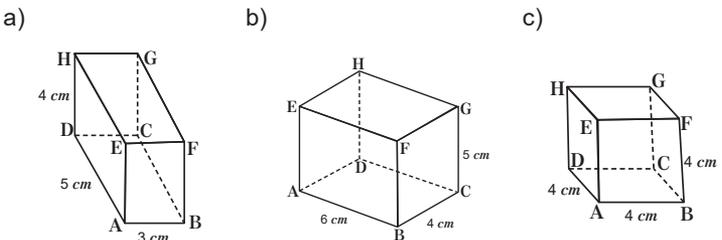
118. (P.140) Nombre cada uno de los siguientes sólidos:



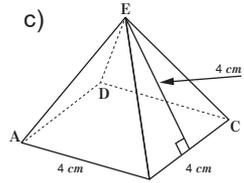
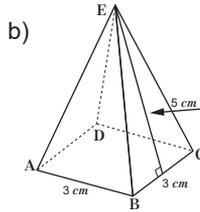
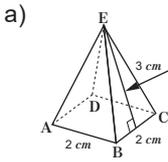
119. (P.141) Calcule el área total de la superficie de los siguientes prismas rectangulares:



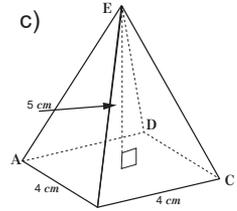
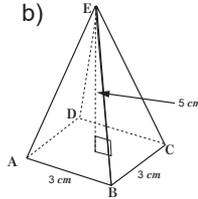
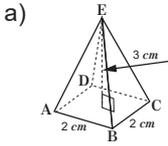
120. (P.142) Calcule el volumen de los siguientes prismas rectangulares:



121. (P.143) Calcule el área total de la superficie de las siguientes pirámides cuadradas:



122. (P.144) Calcule el volumen de las siguientes pirámides cuadradas:

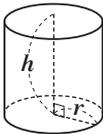


123. (P.145) Resuelva:

- Las dimensiones de una caja rectangular son 8 cm , 5 cm y 4 cm . Calcule el área total de la superficie y el volumen de la caja.
- Carlos necesita pintar un pilar de madera cuya base es un cuadrado de lado $0,5\text{ m}$, y su altura de 3 m . ¿Cuál es el área total de las caras del pilar que Carlos debe pintar?

Sección 2: Cuerpos redondos

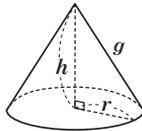
Cilindro



$$A = 2\pi rh + 2\pi r^2$$

$$V = \pi r^2 h$$

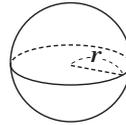
Cono



$$A = \pi r^2 + \pi rg$$

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

Esfera

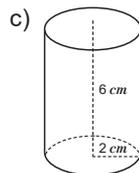
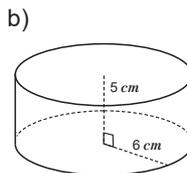
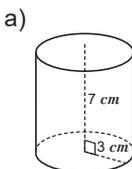


$$A = 4\pi r^2$$

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

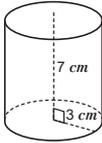
Ejercicios

124. (P.147) Calcule el área total de la superficie de los siguientes cilindros:

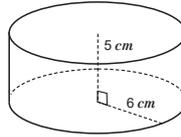


125. (P.148) Calcule el volumen de cada uno de los siguientes cilindros:

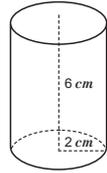
a)



b)

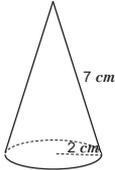


c)

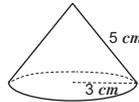


126. (P.149) Calcule el área total de la superficie de los siguientes conos:

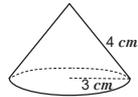
a)



b)

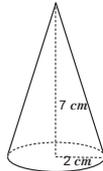


c)

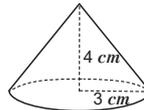


127. (P.150) Calcule el volumen de los siguientes conos:

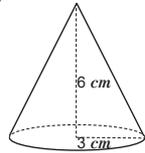
a)



b)

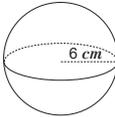


c)

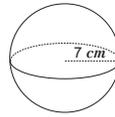


128. (P.151) Calcule el área total de las siguientes esferas:

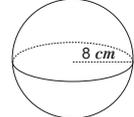
a)



b)



c)

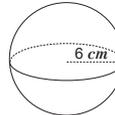


129. (P.152) Calcule el volumen de las siguientes esferas:

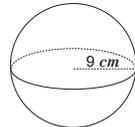
a)



b)



c)



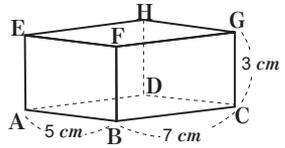
130. (P.153) Resuelva:

- Calcule el área total de la superficie de un tarro de café que tiene forma de cilindro con 8 cm de diámetro y 10 cm de altura.
- Calcule el volumen del cono formado por el sombrero de un disfraz para carnaval, con altura de 16 cm y radio de la base 10 cm .

Ejercicios Avanzados

EA34. Determine la altura de un prisma rectangular para el cual la suma de las áreas de las caras laterales es 143 cm^2 y el perímetro de la base es 13.

EA35. Verifique que la suma de las áreas de las caras $ABFE$, $DCGH$, $BCGF$ y $ADHE$ del prisma de la derecha es igual al producto de la altura del prisma por el perímetro de su base.



EA36. Calcule el área de un cilindro cuya base tiene longitud $6\pi \text{ cm}$ y la suma del radio con la altura es 5 cm .

EA37. Demuestre que el volumen de un cono de radio r y cuya altura es cuatro veces el radio coincide con el volumen de una esfera de radio r .

EA38. Calcule el radio de una esfera sabiendo que el valor de su área es igual al valor de su volumen.

4.

$$\begin{aligned} \text{a) } (8x + 7y) - (6x + 3y) &= 8x + 7y - 6x - 3y \\ &= 8x - 6x + 7y - 3y \quad \begin{array}{r} 8x + 7y \\ +) -6x - 3y \\ \hline 2x + 4y \end{array} \\ &= \mathbf{2x + 4y} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } (9x + 5y) - (3x + y) &= 9x + 5y - 3x - y \\ &= 9x - 3x + 5y - y \quad \begin{array}{r} 9x + 5y \\ +) -3x - y \\ \hline 6x + 4y \end{array} \\ &= \mathbf{6x + 4y} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } (17x + 11y) - (-3x + 5y) &= 17x + 11y + 3x - 5y \\ &= 17x + 3x + 11y - 5y \quad \begin{array}{r} 17x + 11y \\ +) 3x - 5y \\ \hline 20x + 6y \end{array} \\ &= \mathbf{20x + 6y} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } (8x^2 - 2y^2) - (7x^2 + y^2) &= 8x^2 - 2y^2 - 7x^2 - y^2 \\ &= 8x^2 - 7x^2 - 2y^2 - y^2 \quad \begin{array}{r} 8x^2 - 2y^2 \\ +) -7x^2 - y^2 \\ \hline x^2 - 3y^2 \end{array} \\ &= \mathbf{x^2 - 3y^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e) } (-13x^2 - 5y^2) - (-y^2 + 17x^2) &= -13x^2 - 5y^2 + y^2 - 17x^2 \\ &= -13x^2 - 17x^2 - 5y^2 + y^2 \\ &= -30x^2 - 4y^2 \quad \begin{array}{r} -13x^2 - 5y^2 \\ +) -17x^2 + y^2 \\ \hline -30x^2 - 4y^2 \end{array} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{f) } (36x + 16y^2) - (42x - 21y^2) &= 36x + 16y^2 - 42x + 21y^2 \\ &= 36x - 42x + 16y^2 + 21y^2 \\ &= -6x + 37y^2 \quad \begin{array}{r} 36x + 16y^2 \\ +) -42x + 21y^2 \\ \hline -6x + 37y^2 \end{array} \end{aligned}$$

Sección 2: Multiplicación de polinomios

5.

$$\text{a) } (3x)(2y) = (3)(2)xy = \mathbf{6xy}$$

$$\text{b) } (7x)(5y) = (7)(5)xy = \mathbf{35xy}$$

$$\text{c) } (-2a)(9b) = (-2)(9)ab = \mathbf{-18ab}$$

$$\text{d) } (-8x)(-4y) = (-8)(-4)xy = \mathbf{32xy}$$

$$\text{e) } (5x^2)(6x) = (5)(6) \cdot x \cdot x \cdot x = \mathbf{30x^3}$$

$$\begin{aligned} \text{f) } (-7y)^2 &= (-7y)(-7y) \\ &= (-7)(-7) \cdot y \cdot y = \mathbf{49y^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{g) } (-8x^2)(-6x^3) &= (-8)(-6)x^5 \\ &= \mathbf{48x^5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{h) } \left(\frac{3}{7}x\right)\left(-\frac{14}{3}x^2\right) &= \left(\frac{\cancel{3}}{\cancel{7}}\right)\left(-\frac{\cancel{14}}{\cancel{3}}\right)x^3 \\ &= \mathbf{-2x^3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{i) } \left(-\frac{2}{5}x\right)\left(-\frac{15}{8}y\right) &= \left(-\frac{\cancel{2}}{\cancel{5}}\right)\left(-\frac{\cancel{15}}{\cancel{8}}\right)xy \\ &= \mathbf{\frac{3}{4}xy} \end{aligned}$$

6.

$$\text{a) } 3(x + 2) = 3x + (3)(2) = \mathbf{3x + 6}$$

$$\text{b) } 7(a - 2) = 7a + (7)(-2) = \mathbf{7a - 14}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } 12x(x + 2) &= (12x)x + (12x)(2) \\ &= \mathbf{12x^2 + 24} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } -5y(2x - 11) &= (-5y)(2x) + (-5y)(-11) \\ &= \mathbf{-10xy + 55y} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e) } (-8a - 1)(-9b) &= (-8a)(-9b) + (-1)(-9b) \\ &= \mathbf{72ab + 9b} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{f) } 5(a + b - 2) &= 5a + 5b - (5)(2) \\ &= \mathbf{5a + 5b - 10} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{g) } 7(4x - y - 1) &= (7)(4x) + (7)(-y) + (7)(-1) \\ &= \mathbf{28x - 7y - 7} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{h) } \frac{1}{7}(14x + 21) &= \left(\frac{1}{7}\right)(14x) + \left(\frac{1}{7}\right)(21) \\ &= \mathbf{2x + 3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{i) } -\frac{2}{5}x\left(-\frac{5}{2}x^2 - \frac{5}{6}x\right) \\
 & = \left(-\frac{2}{5}x\right)\left(-\frac{5}{2}x^2\right) + \left(-\frac{2}{5}x\right)\left(-\frac{5}{6}x\right) \\
 & = x^3 + \frac{1}{3}x^2
 \end{aligned}$$

7.

$$\begin{aligned}
 & \text{a) } (x+2)(y+5) \\
 & = x(y+5) + 2(y+5) \\
 & = xy + x(5) + 2y + (2)(5) \\
 & = \mathbf{xy + 5x + 2y + 10}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{b) } (x+3)(y+2) \\
 & = x(y+2) + 3(y+2) \\
 & = xy + x(2) + 3y + (3)(2) \\
 & = \mathbf{xy + 2x + 3y + 6}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{c) } (x+7)(y+8) \\
 & = x(y+8) + 7(y+8) \\
 & = \mathbf{xy + 8x + 7y + 56}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{d) } (x-12)(y+4) \\
 & = x(y+4) + (-12)(y+4) \\
 & = xy + 4y + (-12)y + (-12)(4) \\
 & = \mathbf{xy + 4x - 12y - 48}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{e) } (x+9)(y-7) \\
 & = x(y-7) + 9(y-7) \\
 & = xy + (-7)x + 9y + (9)(-7) \\
 & = \mathbf{xy - 7x + 9y - 63}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{f) } (x-5)(y+6) \\
 & = x(y+6) + (-5)(y+6) \\
 & = \mathbf{xy + 6x - 5y - 30}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{g) } (x-12)(y-5) \\
 & = x(y-5) + (-12)(y-5) \\
 & = xy + (-5)x + (-12)y + (-12)(-5) \\
 & = \mathbf{xy - 5x - 12y + 60}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{h) } (x-11)(y-2) \\
 & = x(y-2) + (-11)(y-2) \\
 & = xy + (-2)x + (-11)y + (-11)(-2) \\
 & = \mathbf{xy - 2x - 11y + 22}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{i) } \left(x - \frac{1}{3}\right)\left(y - \frac{6}{5}\right) \\
 & = x\left(y - \frac{6}{5}\right) + \left(-\frac{1}{3}\right)\left(y - \frac{6}{5}\right) \\
 & = xy + \left(-\frac{6}{5}\right)x + \left(-\frac{1}{3}\right)y + \left(-\frac{1}{3}\right)\left(-\frac{6}{5}\right) \\
 & = xy - \frac{6}{5}x - \frac{1}{3}y + \frac{1 \times 6}{3 \times 5} \\
 & = \mathbf{xy - \frac{6}{5}x - \frac{1}{3}y + \frac{2}{5}}
 \end{aligned}$$

8.

$$\begin{aligned}
 & \text{a) } (x+2)(x+3) \\
 & = x^2 + (2+3)x + (2)(3) \\
 & = \mathbf{x^2 + 5x + 6}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{b) } (x+4)(x+5) \\
 & = x^2 + (4+5)x + (4)(5) \\
 & = \mathbf{x^2 + 9x + 20}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{c) } (x+5)(x+7) \\
 & = x^2 + (5+7)x + (5)(7) \\
 & = \mathbf{x^2 + 12x + 35}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{d) } (x-6)(x+2) \\
 & = x^2 + (-6+2)x + (-6)(2) \\
 & = \mathbf{x^2 - 4x - 12}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{e) } (x-8)(x+4) \\
 & = x^2 + (-8+4)x + (-8)(4) \\
 & = \mathbf{x^2 - 4x - 32}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{f) } (x-7)(x-9) \\
 & = x^2 + (-7-9)x + (-7)(-9) \\
 & = \mathbf{x^2 - 16x + 63}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g) (x+1)(x-10) \\ = x^2 + (1-10)x + (1)(-10) \\ = x^2 - 9x - 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h) \left(x - \frac{1}{2}\right)(x-2) \\ = x^2 + \left(-\frac{1}{2} - 2\right)x + \left(-\frac{1}{2}\right)(-2) \\ = x^2 - \frac{5}{2}x + 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} i) \left(x + \frac{4}{3}\right)\left(x + \frac{2}{3}\right) \\ = x^2 + \left(\frac{4}{3} + \frac{2}{3}\right)x + \left(\frac{4}{3}\right)\left(\frac{2}{3}\right) \\ = x^2 + \left(\frac{4+2}{3}\right)x + \frac{4 \times 2}{3 \times 3} \\ = x^2 + 2x + \frac{8}{9} \end{aligned}$$

9.

$$\begin{array}{r} a) \\ \begin{array}{r} x + 3 \\ \times x + 5 \\ \hline x^2 + 3x \\ + 5x + 15 \\ \hline x^2 + 8x + 15 \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} b) \\ \begin{array}{r} x + 4 \\ \times x + 2 \\ \hline x^2 + 4x \\ + 2x + 8 \\ \hline x^2 + 6x + 8 \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} c) \\ \begin{array}{r} x + 11 \\ \times x + 6 \\ \hline x^2 + 11x \\ + 6x + 66 \\ \hline x^2 + 17x + 66 \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} d) \\ \begin{array}{r} x - 7 \\ \times x + 6 \\ \hline x^2 - 7x \\ + 6x - 42 \\ \hline x^2 - x - 42 \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} e) \\ \begin{array}{r} x + 8 \\ \times x - 9 \\ \hline x^2 + 8x \\ - 9x - 72 \\ \hline x^2 - x - 72 \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} f) \\ \begin{array}{r} x - 3 \\ \times x - 8 \\ \hline x^2 - 3x \\ - 8x + 24 \\ \hline x^2 - 11x + 24 \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} g) \\ \begin{array}{r} x + 10 \\ \times x - 11 \\ \hline x^2 + 10x \\ - 11x - 110 \\ \hline x^2 - x - 110 \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} h) \\ \begin{array}{r} x - 12 \\ \times x + 3 \\ \hline x^2 - 12x \\ + 3x - 36 \\ \hline x^2 - 9x - 36 \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} i) \\ \begin{array}{r} x - \frac{3}{2} \\ \times x + \frac{1}{2} \\ \hline x^2 - \frac{3}{2}x \\ + \frac{1}{2}x - \frac{3}{4} \\ \hline x^2 - x - \frac{3}{4} \end{array} \end{array}$$

Sección 3: División de polinomios

10.

$$\begin{aligned} a) 25ab \div 5b &= \frac{25ab}{5b} \\ &= \frac{\cancel{(5)}(5)a \cdot \cancel{b}}{\cancel{(5)}\cancel{b}} = 5a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b) 24a^2b^2 \div 3ab &= \frac{24a^2b^2}{3ab} \\ &= \frac{\cancel{(8)}(3)\cancel{a} \cdot a \cdot \cancel{b} \cdot b}{\cancel{(3)}\cancel{a} \cdot \cancel{b}} = 8ab \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c) 14x^2 \div 7x &= \frac{14x^2}{7x} \\ &= \frac{\cancel{(2)}(\cancel{7})\cancel{x} \cdot x}{(\cancel{7})\cancel{x}} = 2x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d) 28m^2 \div (-4m) &= \frac{28m^2}{-4m} \\ &= \frac{\cancel{(2)}(\cancel{2})(\cancel{7})\cancel{m} \cdot m}{-(\cancel{2})(\cancel{2})\cancel{m}} = -7m \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} e) -44x^2y^2 \div 2xy &= \frac{-44x^2y^2}{2xy} \\ &= \frac{-\cancel{(2)}(\cancel{2})(\cancel{11})\cancel{x} \cdot x \cdot y \cdot \cancel{y}}{(\cancel{2})\cancel{x} \cdot \cancel{y}} \\ &= -22xy \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f) 18x^2y \div (-3xy) &= \frac{18x^2y}{-3xy} \\ &= \frac{\cancel{(2)}(\cancel{3})(\cancel{3})\cancel{x} \cdot x \cdot \cancel{y}}{-(\cancel{3})\cancel{x} \cdot \cancel{y}} = -6x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g) (-16mn^2) \div (-8mn) &= \frac{-16mn^2}{-8mn} \\ &= \frac{-\cancel{(2)}(\cancel{2})(\cancel{2})(\cancel{2})\cancel{m} \cdot \cancel{n} \cdot n}{-(\cancel{2})(\cancel{2})(\cancel{2})\cancel{m} \cdot \cancel{n}} = 2n \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{h)} \left(-\frac{1}{2}xy^2\right) \div \left(\frac{1}{4}x\right) &= \frac{-\frac{1}{2}xy^2}{\frac{1}{4}x} \\ &= \frac{-2xy^2}{x} \\ &= \frac{-(2)\cancel{x} \cdot y \cdot y}{\cancel{x}} \\ &= -2y^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{i)} \left(-\frac{2}{7}a^2b\right) \div \left(-\frac{2}{7}a^2b\right) &= \frac{-\frac{2}{7}a^2b}{-\frac{2}{7}a^2b} \\ &= 1 \end{aligned}$$

11.

$$\begin{aligned} \text{a)} (4x - 12y) \div 4 &= \frac{4x - 12y}{4} \\ &= \frac{4x}{4} - \frac{12y}{4} \\ &= x - 3y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b)} (6x - 18y) \div 3 &= \frac{6x - 18y}{3} \\ &= \frac{6x}{3} - \frac{18y}{3} \\ &= 2x - 6y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c)} (15x + 25y) \div 5 &= \frac{15x + 25y}{5} \\ &= \frac{15x}{5} + \frac{25y}{5} \\ &= 3x + 5y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d)} (24x^2y - 6x) \div 3x &= \frac{24x^2y - 6x}{3x} \\ &= \frac{24x^2y}{3x} - \frac{6x}{3x} \\ &= 8xy - 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e)} (-2ab^2 - ab) \div ab &= \frac{-2ab^2 - ab}{ab} \\ &= \frac{-2ab^2}{ab} - \frac{ab}{ab} \\ &= -2b - 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{f)} (28xy - 16y^2) \div 4y &= \frac{28xy - 16y^2}{4y} \\ &= \frac{28xy}{4y} - \frac{16y^2}{4y} \\ &= 7x - 4y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{g)} (20x^2y^2 - 8x^2y) \div (-4x^2) &= \frac{20x^2y^2 - 8x^2y}{-4x^2} \\ &= \frac{20x^2y^2}{-4x^2} - \frac{8x^2y}{-4x^2} \\ &= -5y^2 + 2y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{h)} (18x^2 - 3xy) \div (-6x) &= \frac{18x^2 - 3xy}{-6x} \\ &= \frac{18x^2}{-6x} - \frac{3xy}{-6x} \\ &= -3x + \frac{y}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{i)} \left(\frac{1}{2}xy^2 - 7y\right) \div \frac{1}{2}y &= \frac{\frac{1}{2}xy^2 - 7y}{\frac{1}{2}y} \\ &= \frac{\frac{1}{2}xy^2}{\frac{1}{2}y} - \frac{7y}{\frac{1}{2}y} \\ &= \frac{1}{2}xy^2 - \frac{7y}{\frac{1}{2}y} \\ &= xy - 14 \end{aligned}$$

12.

$$\begin{array}{r} \text{a)} \quad x^2 + 7x + 12 \\ \quad -x^2 - 3x \\ \hline \quad \quad 4x + 12 \\ \quad \quad -4x - 12 \\ \hline \quad \quad \quad \quad 0 \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} x + 3 \\ \hline x + 4 \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{r} \text{b) } x^2 + 2x - 63 \\ -x^2 - 9x \\ \hline -7x - 63 \\ 7x + 63 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} x + 9 \\ x - 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{c) } 3x^2 - 5x - 2 \\ -3x^2 + 6x \\ \hline x - 2 \\ -x + 2 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} x - 2 \\ 3x + 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{d) } 2x^2 + 3x + 1 \\ -2x^2 - x \\ \hline 2x + 1 \\ -2x - 1 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2x + 1 \\ x + 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{e) } 5x^2 - 42x + 16 \\ -5x^2 + 2x \\ \hline -40x + 16 \\ 40x - 16 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 5x - 2 \\ x - 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{f) } 21x^2 - 25x - 4 \\ -21x^2 + 28x \\ \hline 3x - 4 \\ -3x + 4 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3x - 4 \\ 7x + 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{c) } x - 10 = 13 & \text{d) } x + 5 = -7 \\ x = 13 + 10 & x = -7 - 5 \\ x = 23 & x = -12 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{e) } 5x = 30 & \text{f) } -3x = 27 \\ x = \frac{30}{5} & x = \frac{27}{-3} \\ x = 6 & x = -9 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{g) } x - 19 = -26 & \text{h) } x + 13 = -17 \\ x = -26 + 19 & x = -17 - 13 \\ x = -7 & x = -30 \end{array}$$

$$\text{i) } -8x = -56 \\ x = 7$$

14.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } 3x + 2 = 14 & \text{b) } 7x + 8 = 22 \\ 3x = 14 - 2 & 7x = 22 - 8 \\ 3x = 12 & 7x = 14 \\ \frac{3x}{3} = \frac{12}{3} & x = 2 \\ x = 4 & \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{c) } 5x - 2 = 28 & \text{d) } -6x + 5 = 35 \\ 5x = 28 + 2 & -6x = 35 - 5 \\ 5x = 30 & -6x = 30 \\ x = 6 & \frac{-6x}{-6} = \frac{30}{-6} \\ & x = -5 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{e) } -x + 8 = -1 & \text{f) } -15x - 7 = -22 \\ -x = -1 - 8 & -15x = -22 + 7 \\ -x = -9 & -15x = -15 \\ x = 9 & x = 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{g) } -2x + 10 = 11 & \text{h) } -\frac{1}{3}x + 5 = 2 \\ -2x = 11 - 10 & -\frac{1}{3}x = 2 - 5 \\ -2x = 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \frac{-2x}{-2} = \frac{1}{-2} & -\frac{1}{3}x = -3 \\ x = -\frac{1}{2} & x = 9 \end{array}$$

Unidad 2: Sistema de Ecuaciones de Primer Grado

Sección 1: Ecuaciones de primer grado

13.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } x + 5 = 7 & \text{b) } x + 4 = 9 \\ x = 7 - 5 & x = 9 - 4 \\ x = 2 & x = 5 \end{array}$$

$$i) 7x - \frac{2}{5} = \frac{6}{10}$$

$$7x = \frac{6}{10} + \frac{2}{5}$$

$$7x = \frac{6}{10} + \frac{4}{10}$$

$$7x = \frac{6+4}{10} = \frac{10}{10} = 1$$

$$x = \frac{1}{7}$$

15.

- a) Sea x la cantidad de bananos y y la cantidad de naranjas.

$$x + y = 10$$

- b) Sea x la cantidad de monedas y y la cantidad de billetes.

$$x + y = 71$$

- c) Sea x la cantidad de niños y y la cantidad de niñas.

$$x + y = 47$$

- d) Sea x la edad de Ángela y y la edad de Juan.

$$x - y = 2$$

- e) Sea x la edad de Manuel y y la edad de Carlos.

$$x - y = 3$$

16.

x	0	1	2	3	4	5	6
y	10	9	8	7	6	5	4

x	0	1	2	3	4	5	6
y	15	12	9	6	3	0	-3

x	0	1	2	3	4	5	6
y	-7	-9	-11	-13	-15	-17	-19

17.

- a) Al sustituir $x=2$ y $y=8$ en los lados izquierdos de las ecuaciones, se obtiene:

$$x + y = 2 + 8 = 10$$

$$2x + y = (2)(2) + 8 = 12$$

El par ordenado (2, 8) es la solución.

- b) Al sustituir $x=1$ y $y=0$ en los lados izquierdos de las ecuaciones, se obtiene:

$$x - y = 1 - 0 = 1$$

$$3x + y = 3(1) + 0 = 3$$

El par ordenado (1, 0) es la solución.

- c) Al sustituir $x = -1$ y $y = \frac{1}{2}$ en los lados izquierdos de las ecuaciones, se obtiene:

$$7x + 2y = 7(-1) + 2\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$= -7 + 1 = -6$$

$$9x - 4y = 9(-1) - 4\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$= -9 - 2 = -11$$

El par ordenado $\left(-1, -\frac{1}{2}\right)$ es la solución.

- d) Al sustituir $x = \frac{1}{2}$ y $y = -\frac{1}{3}$ en los lados izquierdos de las ecuaciones, se obtiene:

$$4x - 6y = 4\left(\frac{1}{2}\right) - 6\left(-\frac{1}{3}\right)$$

$$= 2 + 2 = 4$$

$$8x + 9y = 8\left(\frac{1}{2}\right) + 9\left(-\frac{1}{3}\right)$$

$$= 4 - 3 = 1$$

El par ordenado $\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}\right)$ es la solución.

Sección 2: Método de sustitución

18.

$$a) \begin{cases} 2x + y = 11 & \textcircled{1} \\ y = x + 2 & \textcircled{2} \end{cases}$$

Se sustituye $y = x + 2$ en $\textcircled{1}$,

$$2x + (x + 2) = 11$$

$$3x + 2 = 11$$

$$3x = 11 - 2$$

$$x = 3$$

Se sustituye $x = 3$ en $\textcircled{2}$,

$$y = 3 + 2 = 5$$

El par ordenado (3, 5) es la solución del sistema.

$$b) \begin{cases} 3x - y = 11 & \textcircled{1} \\ y = x - 1 & \textcircled{2} \end{cases}$$

Se sustituye $y = x - 1$ en $\textcircled{1}$,

$$3x - (x - 1) = 11$$

$$2x + 1 = 11$$

$$2x = 11 - 1$$

$$x = 5$$

Se sustituye $x = 5$ en $\textcircled{2}$,

$$y = 5 - 1 = 4$$

El par ordenado (5, 4) es la solución del sistema.

$$c) \begin{cases} 2x - 7y = 12 & \textcircled{1} \\ y = x + 4 & \textcircled{2} \end{cases}$$

Se sustituye $y = x + 4$ en $\textcircled{1}$,

$$2x - 7(x + 4) = 12$$

$$-5x - 28 = 12$$

$$-5x = 12 + 28$$

$$x = -8$$

Se sustituye $x = -8$ en $\textcircled{2}$,

$$y = -8 + 4 = -4$$

El par ordenado (-8, -4) es la solución del sistema.

$$d) \begin{cases} 5x - 2y = 5 & \textcircled{1} \\ x = y - 2 & \textcircled{2} \end{cases}$$

Se sustituye $x = y - 2$ en $\textcircled{1}$,

$$5(y - 2) - 2y = 5$$

$$3y - 10 = 5$$

$$3y = 5 + 10$$

$$y = 5$$

Se sustituye $y = 5$ en $\textcircled{2}$,

$$x = 5 - 2 = 3$$

El par ordenado (3, 5) es la solución del sistema.

$$e) \begin{cases} 8x - 7y = -3 & \textcircled{1} \\ y = 4x - 1 & \textcircled{2} \end{cases}$$

Se sustituye $y = 4x - 1$ en $\textcircled{1}$,

$$8x - 7(4x - 1) = -3$$

$$-20x + 7 = -3$$

$$-20x = -3 - 7$$

$$x = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$$

Se sustituye $x = \frac{1}{2}$ en $\textcircled{2}$,

$$y = 4\left(\frac{1}{2}\right) - 1$$

$$= 2 - 1 = 1$$

El par ordenado $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$ es la solución del sistema.

$$f) \begin{cases} 9x - 7y = 10 & \textcircled{1} \\ y = 3x - 2 & \textcircled{2} \end{cases}$$

Se sustituye $y = 3x - 2$ en ①,

$$9x - 7(3x - 2) = 10$$

$$-12x + 14 = 10$$

$$-12x = 10 - 14$$

$$x = \frac{1}{3}$$

Se sustituye $x = \frac{1}{3}$ en ②,

$$y = 3\left(\frac{1}{3}\right) - 2$$

$$= 1 - 2 = -1$$

El par ordenado $\left(\frac{1}{3}, -1\right)$ es la solución del sistema.

19.

$$\text{a) } \begin{cases} 2x + y = 20 & \text{①} \\ x - y = 4 & \text{②} \end{cases}$$

Se transpone $2x$ en la ecuación ①:

$$y = 20 - 2x \quad \text{③}$$

Se sustituye $y = 20 - 2x$ en ② y se resuelve la ecuación resultante:

$$x - (20 - 2x) = 4$$

$$x + 2x = 4 + 20$$

$$3x = 24$$

$$x = 8$$

Se sustituye $x = 8$ en ③:

$$y = 20 - (2)(8) = 4$$

El par ordenado $(8, 4)$ es la solución del sistema.

$$\text{b) } \begin{cases} 4x - y = 1 & \text{①} \\ x + y = 4 & \text{②} \end{cases}$$

Se transpone x en la ecuación

②:

$$y = 4 - x \quad \text{③}$$

Se sustituye $y = 4 - x$ en ① y se resuelve la ecuación resultante:

$$4x - (4 - x) = 1$$

$$5x - 4 = 1$$

$$5x = 1 + 4$$

$$x = 1$$

Se sustituye $x = 1$ en ③:

$$y = 4 - 1 = 3$$

El par ordenado $(1, 3)$ es la solución del sistema.

$$\text{c) } \begin{cases} 5x - 3y = 5 & \text{①} \\ x + y = 17 & \text{②} \end{cases}$$

Se transpone x en la ecuación

②:

$$y = 17 - x \quad \text{③}$$

Se sustituye $y = 17 - x$ en ① y se resuelve la ecuación resultante:

$$5x - 3(17 - x) = 5$$

$$8x - 51 = 5$$

$$8x = 5 + 51$$

$$x = 7$$

Se sustituye $x = 7$ en ③:

$$y = 17 - 7 = 10$$

El par ordenado $(7, 10)$ es la solución del sistema.

$$\text{d) } \begin{cases} 8x + y = -3 & \text{①} \\ x - 2y = -11 & \text{②} \end{cases}$$

Se transpone $8x$ en la ecuación

①:

$$y = -3 - 8x \quad \text{③}$$

Se sustituye $y = -3 - 8x$ en ② y se resuelve la ecuación resultante:

$$x - 2(-3 - 8x) = -11$$

$$17x + 6 = -11$$

$$17x = -17$$

$$x = -1$$

Se sustituye $x = -1$ en ③:

$$y = -3 - (8)(-1) = 5$$

El par ordenado $(-1, 5)$ es la solución del sistema.

$$e) \begin{cases} 7x + y = 9 & \text{①} \\ 5x - 3y = -1 & \text{②} \end{cases}$$

Se transpone $7x$ en la ecuación

$$\text{①:} \quad y = 9 - 7x \quad \text{③}$$

Se sustituye $y = 9 - 7x$ en ② y se resuelve la ecuación resultante:

$$5x - 3(9 - 7x) = -1$$

$$26x - 27 = -1$$

$$26x = 26$$

$$x = 1$$

Se sustituye $x = 1$ en ③:

$$y = 9 - (7)(1) = 2$$

El par ordenado $(1, 2)$ es la solución del sistema.

$$f) \begin{cases} 3x - 6y = -3 & \text{①} \\ 4x - y = 17 & \text{②} \end{cases}$$

Se transponen $-y$ y 17 en la ecuación ②:

$$y = -17 + 4x \quad \text{③}$$

Se sustituye $y = -17 + 4x$ en ① y se resuelve la ecuación resultante:

$$3x - 6(-17 + 4x) = -3$$

$$-21x + 102 = -3$$

$$-21x = -105$$

$$x = 5$$

Se sustituye $x = 5$ en ③:

$$y = -17 + 4(5) = 3$$

El par ordenado $(5, 3)$ es la solución del sistema.

Sección 3: Método de reducción 20.

$$a) \quad 2x + y = 20 \quad \text{①}$$

$$+) \quad x - y = 4 \quad \text{②}$$

$$\hline 3x = 24$$

$$x = 8$$

Se sustituye $x = 8$ en ①:

$$(2)(8) + y = 20$$

$$y = 20 - 16$$

$$y = 4$$

El par ordenado $(8, 4)$ es la solución del sistema.

$$b) \quad 3x - y = 1 \quad \text{①}$$

$$+) \quad x + y = 7 \quad \text{②}$$

$$\hline 4x = 8$$

$$x = 2$$

Se sustituye $x = 2$ en ①:

$$(3)(2) - y = 1$$

$$-y = 1 - 6$$

$$y = 5$$

El par ordenado $(2, 5)$ es la solución del sistema.

$$c) \quad 7x - 3y = 7 \quad \text{①}$$

$$+) \quad 2x + 3y = 29 \quad \text{②}$$

$$\hline 9x = 36$$

$$x = 4$$

Se sustituye $x = 4$ en ①:

$$\begin{aligned}(7)(4) - 3y &= 7 \\ -3y &= 7 - 28 = -21 \\ y &= 7\end{aligned}$$

El par ordenado (4, 7) es la solución de sistema.

$$\begin{array}{r} \text{d) } -9x + 2y = 2 \quad \text{①} \\ +) 7x - 2y = -6 \quad \text{②} \\ \hline -2x \quad = -4 \\ x = 2 \end{array}$$

Se sustituye $x = 2$ en ①:

$$\begin{aligned}(-9)(2) + 2y &= 2 \\ 2y &= 2 + 18 = 20 \\ y &= 10\end{aligned}$$

El par ordenado (2, 10) es la solución de sistema.

$$\begin{array}{r} \text{e) } 3x - 7y = 5 \quad \text{①} \\ +) -3x - 2y = 13 \quad \text{②} \\ \hline -9y = 18 \\ y = -2 \end{array}$$

Se sustituye $y = -2$ en ①:

$$\begin{aligned}3x - 7(-2) &= 5 \\ 3x &= 5 - 14 = -9 \\ x &= -3\end{aligned}$$

El par ordenado (-3, -2) es la solución del sistema.

$$\begin{array}{r} \text{f) } -5x + 6y = -7 \quad \text{①} \\ +) 5x - 4y = 5 \quad \text{②} \\ \hline 2y = -2 \\ y = -1 \end{array}$$

Se sustituye $y = -1$ en ①:

$$\begin{aligned}-5x + 6(-1) &= -7 \\ -5x &= -7 + 6 = -1 \\ x &= \frac{1}{5}\end{aligned}$$

El par ordenado $(\frac{1}{5}, -1)$ es la solución del sistema.

21.

$$\text{a) } \begin{cases} 2x + 5y = 12 & \text{①} \\ 2x + y = 4 & \text{②} \end{cases}$$

Se multiplica por -1 ambos lados de la ecuación ②

$$-2x - y = -4 \quad \text{③}$$

Se suman las ecuaciones ① y ③

$$\begin{array}{r} 2x + 5y = 12 \quad \text{①} \\ +) -2x - y = -4 \quad \text{③} \\ \hline 4y = 8 \\ y = 2 \end{array}$$

Se sustituye $y = 2$ en ②:

$$\begin{aligned}2x + 2 &= 4 \\ 2x &= 4 - 2 \\ x &= 1\end{aligned}$$

El par ordenado (1, 2) es la solución del sistema.

$$\text{b) } \begin{cases} 7x + 3y = -1 & \text{①} \\ 7x + y = -5 & \text{②} \end{cases}$$

Se multiplica por -1 ambos lados de la ecuación ②

$$-7x - y = 5 \quad \text{③}$$

Se suman las ecuaciones ① y ③

$$\begin{array}{r} 7x + 3y = -1 \quad \text{①} \\ +) -7x - y = 5 \quad \text{③} \\ \hline 2y = 4 \\ y = 2 \end{array}$$

Se sustituye $y = 2$ en ②:

$$\begin{aligned}7x + 2 &= -5 \\ 7x &= -5 - 2 = -7 \\ x &= \frac{-7}{7} = -1\end{aligned}$$

El par ordenado (-1, 2) es la solución del sistema.

$$c) \begin{cases} 5x - 6y = 3 & \textcircled{1} \\ 4x - 6y = 6 & \textcircled{2} \end{cases}$$

Se multiplica por -1 ambos lados de la ecuación $\textcircled{2}$

$$-4x + 6y = -6 \quad \textcircled{3}$$

Se suman las ecuaciones $\textcircled{1}$ y $\textcircled{3}$

$$5x - 6y = 3 \quad \textcircled{1}$$

$$+) -4x + 6y = -6 \quad \textcircled{3}$$

$$\hline x = -3$$

Se sustituye $x = -3$ en $\textcircled{2}$:

$$4(-3) - 6y = 6$$

$$-6y = 6 + 12 = 18$$

$$y = -3$$

El par ordenado $(-3, -3)$ es la solución del sistema.

$$d) \begin{cases} 2x - 7y = 7 & \textcircled{1} \\ 3x - 7y = 14 & \textcircled{2} \end{cases}$$

Se multiplica por -1 ambos lados de la ecuación $\textcircled{1}$

$$-2x + 7y = -7 \quad \textcircled{3}$$

Se suman las ecuaciones $\textcircled{2}$ y $\textcircled{3}$

$$3x - 7y = 14 \quad \textcircled{2}$$

$$+) -2x + 7y = -7 \quad \textcircled{3}$$

$$\hline x = 7$$

Se sustituye $x = 7$ en $\textcircled{1}$:

$$2(7) - 7y = 7$$

$$-7y = 7 - 14 = -7$$

$$y = 1$$

El par ordenado $(7, 1)$ es la solución del sistema.

$$e) \begin{cases} 8x - 9y = 5 & \textcircled{1} \\ 8x - 7y = 3 & \textcircled{2} \end{cases}$$

Se multiplica por -1 ambos lados de la ecuación $\textcircled{2}$

$$-8x + 7y = -3 \quad \textcircled{3}$$

Se suman las ecuaciones $\textcircled{1}$ y $\textcircled{3}$

$$8x - 9y = 5 \quad \textcircled{1}$$

$$+) -8x + 7y = -3 \quad \textcircled{3}$$

$$\hline -2y = 2$$

$$y = -1$$

Se sustituye $y = -1$ en $\textcircled{2}$:

$$8x - 7(-1) = 3$$

$$8x = 3 - 7 = -4$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

El par ordenado $(-\frac{1}{2}, -1)$ es la solución del sistema.

$$f) \begin{cases} 5x + 8y = 8 & \textcircled{1} \\ -10x + 8y = 2 & \textcircled{2} \end{cases}$$

Se multiplica por -1 ambos lados de la ecuación $\textcircled{2}$

$$10x - 8y = -2 \quad \textcircled{3}$$

Se suman las ecuaciones $\textcircled{1}$ y $\textcircled{3}$

$$5x + 8y = 8 \quad \textcircled{1}$$

$$+) 10x - 8y = -2 \quad \textcircled{3}$$

$$\hline 15x = 6$$

$$x = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$$

Se sustituye $x = \frac{2}{5}$ en $\textcircled{1}$:

$$5\left(\frac{2}{5}\right) + 8y = 8$$

$$8y = 8 - 2 = 6$$

$$y = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

El par ordenado $(\frac{2}{5}, \frac{3}{4})$ es la solución del sistema.

22.

$$a) \begin{cases} 4x + 3y = 15 & \textcircled{1} \\ 2x - y = 5 & \textcircled{2} \end{cases}$$

Se multiplica por 3 ambos lados de $\textcircled{2}$:

$$\begin{aligned} (3)(2x - y) &= (3)(5) \\ 6x - 3y &= 15 & \textcircled{3} \end{aligned}$$

Se suman las ecuaciones $\textcircled{1}$ y $\textcircled{3}$:

$$\begin{aligned} 4x + 3y &= 15 \\ +) 6x - 3y &= 15 \\ \hline 10x &= 30 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

Se sustituye $x = 3$ en $\textcircled{1}$:

$$\begin{aligned} (4)(3) + 3y &= 15 \\ 3y &= 15 - 12 \\ 3y &= 3 \\ y &= 1 \end{aligned}$$

El par ordenado (3, 1) es la solución del sistema.

$$b) \begin{aligned} 2x + 7y &= -1 \\ +) 21x - 7y &= 70 \\ \hline 23x &= 69 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

Se sustituye $x = 3$ en

$$\begin{aligned} 2x + 7y &= -1: \\ 2(3) + 7y &= -1 \\ 7y &= -1 - 6 = -7 \\ y &= -1 \end{aligned}$$

El par ordenado (3, -1) es la solución del sistema.

$$c) \begin{aligned} 7x - 5y &= 4 \\ +) -10x + 5y &= -10 \\ \hline -3x &= -6 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

Se sustituye $x = 2$ en

$$\begin{aligned} 7x - 5y &= 4: \\ 7(2) - 5y &= 4 \\ -5y &= 4 - 14 = -10 \\ y &= 2 \end{aligned}$$

El par ordenado (2, 2) es la solución del sistema.

$$d) \begin{aligned} -8x + 2y &= 10 \\ +) 5x - 2y &= -1 \\ \hline -3x &= 9 \\ x &= -3 \end{aligned}$$

Se sustituye $x = -3$ en

$$\begin{aligned} 5x - 2y &= -1: \\ 5(-3) - 2y &= -1 \\ -2y &= -1 + 15 = 14 \\ y &= -7 \end{aligned}$$

El par ordenado (-3, -7) es la solución del sistema.

$$e) \begin{aligned} 4x - 3y &= 4 \\ +) -24x + 3y &= -9 \\ \hline -20x &= -5 \\ x &= \frac{1}{4} \end{aligned}$$

Se sustituye $x = \frac{1}{4}$ en $4x - 3y = 4$:

$$\begin{aligned} 4\left(\frac{1}{4}\right) - 3y &= 4 \\ -3y &= 4 - 1 = 3 \\ y &= -1 \end{aligned}$$

El par ordenado $\left(\frac{1}{4}, -1\right)$ es la solución del sistema.

$$\begin{array}{r} \text{f)} \quad -2x - 14y = 12 \\ +) \quad -2x + 14y = 8 \\ \hline \quad -4x \quad = 20 \\ \quad \quad \quad x = -5 \end{array}$$

Se sustituye $x = -5$ en

$$\begin{aligned} -x - 7y &= 6: \\ -(-5) - 7y &= 6 \\ -7y &= 65 = 1 \\ y &= -\frac{1}{7} \end{aligned}$$

El par ordenado $(-5, -\frac{1}{7})$ es la solución del sistema.

23.

$$\text{a)} \quad \begin{cases} x + 3y = 9 & \textcircled{1} \\ 2x + 9y = 24 & \textcircled{2} \end{cases}$$

Se multiplica por -2 ambos lados de $\textcircled{1}$:

$$\begin{aligned} (-2)(x + 3y) &= (-2)(9) \\ -2x - 6y &= -18 & \textcircled{3} \end{aligned}$$

Se suman las ecuaciones $\textcircled{3}$ y $\textcircled{2}$:

$$\begin{array}{r} -2x - 6y = -18 \\ +) \quad 2x + 9y = 24 \\ \hline \quad \quad 3y = 6 \\ \quad \quad \quad y = 2 \end{array}$$

Se sustituye $y = 2$ en $\textcircled{1}$:

$$\begin{aligned} x + (3)(2) &= 9 \\ x + 6 &= 9 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

El par ordenado $(3, 2)$ es la solución del sistema.

$$\begin{array}{r} \text{b)} \quad 7x + 4y = 11 \\ +) \quad -12x - 4y = -16 \\ \hline \quad -5x \quad = -5 \\ \quad \quad \quad x = 1 \end{array}$$

Se sustituye $x = 1$ en $7x + 4y = 11$:

$$\begin{aligned} 7(1) + 4y &= 11 \\ 4y &= 11 - 7 = 4 \\ y &= 1 \end{aligned}$$

El par ordenado $(1, 1)$ es la solución del sistema.

$$\begin{array}{r} \text{c)} \quad 5x + 2y = 3 \\ +) \quad -6x - 2y = -2 \\ \hline \quad -x \quad = -1 \end{array}$$

Se sustituye $x = -1$ en $3x + y = 1$:

$$\begin{aligned} 3(-1) + y &= 1 \\ y &= 1 + 3 \\ y &= 4 \end{aligned}$$

El par ordenado $(-1, 4)$ es la solución del sistema.

$$\begin{array}{r} \text{d)} \quad 6x + y = 10 \\ +) \quad -6x + 18y = 66 \\ \hline \quad \quad 19y = 76 \\ \quad \quad \quad y = 4 \end{array}$$

Se sustituye $y = 4$ en $6x + y = 10$:

$$\begin{aligned} 6x + 4 &= 10 \\ 6x &= 10 - 4 = 6 \\ x &= 1 \end{aligned}$$

El par ordenado $(1, 4)$ es la solución del sistema

$$\begin{array}{r} \text{e)} \quad -24x - 3y = -27 \\ +) \quad -2x + 3y = 14 \\ \hline \quad -26x \quad = -13 \end{array}$$

$$x = \frac{13}{26} = \frac{1}{2}$$

Se sustituye $x = \frac{1}{2}$ en

$$8x + y = 9:$$

$$8\left(\frac{1}{2}\right) + y = 9$$

$$y = 9 - 4$$

$$y = 5$$

El par ordenado $\left(\frac{1}{2}, 5\right)$ es la solución del sistema.

f) $-7x + 9y = 10$

$$+) -126x - 9y = 9$$

$$\hline -133x = 19$$

$$x = -\frac{19}{133} = -\frac{1}{7}$$

Se sustituye $x = -\frac{1}{7}$ en

$$14x + y = -1:$$

$$14\left(-\frac{1}{7}\right) + y = -1$$

$$y = -1 + 2$$

$$y = 1$$

El par ordenado $\left(-\frac{1}{7}, 1\right)$ es la solución del sistema.

24.

$$a) \begin{cases} 2x + 3y = 13 & \textcircled{1} \\ 5x - 2y = 4 & \textcircled{2} \end{cases}$$

Se multiplica por 2 ambos lados de $\textcircled{1}$:

$$(2)(2x + 3y) = (2)(13)$$

$$4x + 6y = 26 \quad \textcircled{3}$$

Se multiplica por 3 ambos lados de $\textcircled{2}$:

$$(3)(5x - 2y) = (3)(4)$$

$$15x - 6y = 12$$

Se suman las ecuaciones $\textcircled{3}$ y $\textcircled{4}$:

$$4x + 6y = 26$$

$$+) 15x - 6y = 12$$

$$\hline 19x = 38$$

$$x = 2$$

Se sustituye $x = 2$ en $\textcircled{1}$:

$$(2)(2) + 3y = 13$$

$$4 + 3y = 13$$

$$3y = 13 - 4$$

$$y = 3$$

El par ordenado $(2, 3)$ es la solución del sistema.

b) $10x - 6y = 2$

$$+) 9x + 6y = -21$$

$$\hline 19x = -19$$

$$x = -1$$

Se sustituye $x = -1$ en

$$3x + 2y = -7:$$

$$(3)(-1) + 2y = -7$$

$$2y = -7 + 3 = -4$$

$$y = -2$$

El par ordenado $(-1, -2)$ es la solución del sistema.

c) $14x - 10y = 8$

$$+) 15x + 10y = 50$$

$$\hline 29x = 58$$

$$x = 2$$

Se sustituye $x = 2$ en

$$3x + 2y = 10:$$

$$(3)(2) + 2y = 10$$

$$2y = 10 - 6 = 4$$

$$y = 2$$

El par ordenado $(2, 2)$ es la solución del sistema.

$$\begin{array}{r} \text{d)} \quad 21x - 6y = 3 \\ +) \quad -20x + 6y = -2 \\ \hline \quad \quad \quad x = 1 \end{array}$$

Se sustituye $x = 1$ en
 $7x - 2y = 1$:
 $(7)(1) - 2y = 1$
 $-2y = 1 - 7 = -6$
 $y = 3$

El par ordenado (1, 3) es la solución del sistema.

$$\begin{array}{r} \text{e)} \quad 27x - 6y = 24 \\ +) \quad -14x + 6y = 2 \\ \hline 13x \quad \quad = 26 \\ \quad \quad \quad x = 2 \end{array}$$

Se sustituye $x = 2$ en
 $7x - 3y = -1$:
 $(7)(2) - 3y = -1$
 $-3y = -1 - 14 = -15$

$$y = \frac{-15}{-3} = 5$$

El par ordenado (2, 5) es la solución del sistema.

$$\begin{array}{r} \text{f)} \quad 10x - 6y = -2 \\ +) \quad -9x + 6y = 3 \\ \hline \quad \quad \quad x = 1 \end{array}$$

Se sustituye $x = 1$ en
 $5x - 3y = -1$:
 $5(1) - 3y = 2$
 $-3y = -1 - 5 = -6$
 $y = 2$

El par ordenado (1, 2) es la solución del sistema.

Sección 4: Sistema de dos ecuaciones con paréntesis, fracciones y decimales

25.

$$\text{a)} \begin{cases} 7x - 3y = 5 & \textcircled{1} \\ 4x + 3(y - 1) = 14 & \textcircled{2} \end{cases}$$

Se aplica la propiedad distributiva en $\textcircled{2}$ y luego se transponen términos:

$$4x + 3(y - 1) = 14$$

$$4x + 3y - 3 = 14$$

$$4x + 3y = 17 \quad \textcircled{3}$$

Se suman las ecuaciones $\textcircled{1}$ y $\textcircled{3}$:

$$7x - 3y = 5 \quad \textcircled{1}$$

$$+) 4x + 3y = 17 \quad \textcircled{3}$$

$$\hline 11x \quad \quad = 22$$

$$x = 2$$

Se sustituye $x = 2$ en $\textcircled{3}$:

$$(4)(2) + 3y = 17$$

$$3y = 17 - 8$$

$$3y = 9$$

$$y = 3$$

El par ordenado (2, 3) es la solución del sistema.

$$\begin{array}{r} \text{b)} \quad 9x + 7y = -6 \\ +) \quad 6x - 7y = -39 \\ \hline 15x \quad \quad = -45 \\ \quad \quad \quad x = -3 \end{array}$$

Se sustituye $x = -3$ en
 $9x + 7y = -6$:

$$(9)(-3) + 7y = -6$$

$$7y = -6 + 27$$

$$7y = 21$$

$$y = 3$$

El par ordenado (-3, 3) es la solución del sistema.

$$\begin{array}{r} \text{c) } \quad 4x + 5y = 1 \\ +) \quad -4x + 3y = -25 \\ \hline \quad \quad 8y = -24 \\ \quad \quad y = -3 \end{array}$$

Se sustituye $y = -3$ en
 $4x + 5y = 1$:

$$\begin{array}{r} 4x + 5(-3) = 1 \\ 4x = 1 + 15 \\ 4x = 16 \\ x = 4 \end{array}$$

El par ordenado (4, -3) es la solución del sistema.

$$\begin{array}{r} \text{d) } \quad 8x + 2y = -6 \\ +) \quad -8x - 3y = 1 \\ \hline \quad \quad -y = -5 \\ \quad \quad y = 5 \end{array}$$

Se sustituye $y = 5$ en
 $8x + 2y = -6$:

$$\begin{array}{r} 8x + 2(5) = -6 \\ 8x = -6 - 10 = -16 \\ x = -2 \end{array}$$

El par ordenado (-2, 5) es la solución del sistema.

26.

$$\text{a) } \begin{cases} \frac{x}{4} + \frac{y}{2} = 7 & \textcircled{1} \\ 3x - 2y = 4 & \textcircled{2} \end{cases}$$

Se multiplica la ecuación $\textcircled{1}$ por 4

$$\begin{array}{r} \left(\frac{x}{4} + \frac{y}{2}\right)(4) = (7)(4) \\ x + 2y = 28 \quad \textcircled{3} \end{array}$$

Se suman las ecuaciones $\textcircled{2}$ y $\textcircled{3}$:

$$\begin{array}{r} 3x - 2y = 4 \quad \textcircled{2} \\ +) \quad x + 2y = 28 \quad \textcircled{3} \\ \hline 4x = 32 \\ x = 8 \end{array}$$

Se sustituye $x = 8$ en $\textcircled{3}$:

$$\begin{array}{r} 8 + 2y = 28 \\ 2y = 20 \\ y = 10 \end{array}$$

El par ordenado (8, 10) es la solución del sistema.

$$\begin{array}{r} \text{b) } \quad 2x + y = 8 \\ +) \quad 2x - y = 12 \\ \hline \quad \quad 4x = 20 \\ \quad \quad x = 5 \end{array}$$

Se sustituye $x = 5$ en $2x + y = 8$:

$$\begin{array}{r} (2)(5) + y = 8 \\ y = 8 - 10 \\ y = -2 \end{array}$$

El par ordenado (5, -2) es la solución del sistema.

$$\begin{array}{r} \text{c) } \quad -6x - y = -4 \\ +) \quad 7x + y = 2 \\ \hline \quad \quad x = -2 \end{array}$$

Se sustituye $x = -2$ en $7x + y = 2$:

$$\begin{array}{r} (7)(-2) + y = 2 \\ y = 2 + 14 \\ y = 16 \end{array}$$

El par ordenado (-2, 16) es la solución del sistema.

$$\begin{array}{r} \text{d) } \quad 7x - 12y = -28 \\ +) \quad -7x + 9y = 7 \\ \hline \quad \quad -3y = -21 \\ \quad \quad y = 7 \end{array}$$

Se sustituye $y = 7$ en
 $-7x + 9y = 7$:

$$\begin{array}{r} -7x + (9)(7) = 7 \\ -7x = 7 - 63 = -56 \\ x = 8 \end{array}$$

El par ordenado (8, 7) es la solución del sistema.

27.

$$a) \begin{cases} x + 2y = 4 & \textcircled{1} \\ 0,2x + 0,5y = 0,9 & \textcircled{2} \end{cases}$$

Se multiplica la ecuación $\textcircled{2}$ por 10:

$$(10)(0,2x + 0,5y) = (10)(0,9)$$

$$2x + 5y = 9 \quad \textcircled{3}$$

Se multiplica la ecuación $\textcircled{2}$ por -2:

$$-2x - 4y = -8 \quad \textcircled{4}$$

Se suman las ecuaciones $\textcircled{3}$ y $\textcircled{4}$:

$$2x + 5y = 9 \quad \textcircled{3}$$

$$+) -2x - 4y = -8 \quad \textcircled{4}$$

$$y = 1$$

Se sustituye $y = 1$ en $\textcircled{1}$:

$$x + (2)(1) = 4$$

$$x + 2 = 4$$

$$x = 2$$

El par ordenado (2, 1) es la solución del sistema.

$$b) \quad 2x - 3y = -5$$

$$+) \quad 3x + 3y = 30$$

$$\hline 5x = 25$$

$$x = 5$$

Se sustituye $x = 5$ en

$$x + y = 10:$$

$$5 + y = 10$$

$$y = 10 - 5$$

$$y = 5$$

El par ordenado (5, 5) es la solución del sistema.

$$c) \quad 5x + 9y = 70$$

$$+) \quad -5x - 3y = -10$$

$$\hline 6y = 60$$

$$y = 10$$

Se sustituye $y = 10$ en $5x + 3y = 10$:

$$5x + (3)(10) = 10$$

$$5x = 10 - 30 = -20$$

$$x = -4$$

El par ordenado (-4, 10) es la solución del sistema.

$$d) \quad 21x + 49y = 28$$

$$+) \quad -21x - 12y = 9$$

$$\hline 37y = 37$$

$$y = 1$$

Se sustituye $y = 1$ en

$$3x + 7y = 4:$$

$$3x + (7)(1) = 4$$

$$3x = 4 - 7 = -3$$

$$x = -1$$

El par ordenado (-1, 1) es la solución del sistema.**Sección 5: Aplicaciones de sistemas de dos ecuaciones de primer grado**

28.

a) Costo de un pantalón: x Costo de una camisa: y

$$\begin{cases} 2x + 3y = 1\,200 & \textcircled{1} \\ x - y = 100 & \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 3y = 1\,200 & \textcircled{1} \\ x - y = 100 & \textcircled{2} \end{cases}$$

Se multiplica la ecuación $\textcircled{2}$ por 3:

$$3x - 3y = 300 \quad \textcircled{3}$$

Se suman las ecuaciones $\textcircled{1}$ y $\textcircled{3}$:

$$2x + 3y = 1\,200 \quad \textcircled{1}$$

$$+) \quad 3x - 3y = 300 \quad \textcircled{3}$$

$$\hline 5x = 1\,500$$

$$x = 300$$

Se sustituye $x = 300$ en $\textcircled{2}$:

$$300 - y = 100$$

$$y = 200$$

El costo de un pantalón es C\$300 y el de una camisa es C\$200.

b) Edad de Lucía: x Edad de Erick: y

$$\begin{cases} x - y = 2 & \textcircled{1} \\ x + y = 28 & \textcircled{2} \end{cases}$$

Se suman las ecuaciones $\textcircled{1}$ y $\textcircled{2}$:

$$\begin{array}{r} x - y = 2 \quad \textcircled{1} \\ +) \quad x + y = 28 \quad \textcircled{2} \\ \hline 2x = 30 \end{array}$$

$$x = 15$$

Se sustituye $x = 15$ en $\textcircled{2}$:

$$15 + y = 28$$

$$y = 13$$

Lucía tiene 15 años y Erick tiene 13 años.

c) Cantidad de niñas: x Cantidad de niños: y

$$\begin{cases} x + y = 32 & \textcircled{1} \\ x - y = 8 & \textcircled{2} \end{cases}$$

Se suman las ecuaciones $\textcircled{1}$ y $\textcircled{2}$:

$$\begin{array}{r} x + y = 32 \quad \textcircled{1} \\ +) \quad x - y = 8 \quad \textcircled{2} \\ \hline 2x = 40 \end{array}$$

$$x = 20$$

Se sustituye $x = 20$ en $\textcircled{2}$:

$$20 - y = 8$$

$$-y = 8 - 20 = -12$$

$$y = 12$$

A la excursión fueron 20 niñas y 12 niños.

29.

a) Medida de la base: x cmMedida de la altura: y cm

$$\begin{cases} 2x + 2y = 70 & \textcircled{1} \\ 2x - 3y = 20 & \textcircled{2} \end{cases}$$

Se multiplica la ecuación $\textcircled{2}$ por -1 , y luego se suma a esta la ecuación $\textcircled{1}$

$$\begin{array}{r} 2x + 2y = 70 \quad \textcircled{1} \\ +) -2x + 3y = -20 \quad (-1) \times \textcircled{2} \\ \hline 5y = 50 \\ y = 10 \end{array}$$

Se sustituye $y = 10$ en $\textcircled{2}$:

$$2x - (3)(10) = 20$$

$$2x = 30 + 20$$

$$x = 25$$

La base del rectángulo mide 25cm y la altura 10cm.

b)

Lado del cuadrado más grande: x cmLado del cuadrado más pequeño: y cm

$$\begin{cases} x - y = 3 & \textcircled{1} \\ 4x + 4y = 68 & \textcircled{2} \end{cases}$$

Se multiplica la ecuación $\textcircled{1}$ por 4, y luego se suma a esta la ecuación $\textcircled{2}$:

$$\begin{array}{r} 4x - 4y = 12 \quad 4 \times \textcircled{1} \\ +) \quad 4x + 4y = 68 \quad \textcircled{2} \\ \hline 8x = 80 \\ x = 10 \end{array}$$

Se sustituye $x = 10$ en $x - y = 3$:

$$10 - y = 3$$

$$-y = 3 - 10 = -7$$

$$y = 7$$

El lado del cuadrado más grande es 10cm y el lado del cuadrado más pequeño es 7cm.

c) Los lados iguales del triángulo: x cmEl lado con medida distinta del triángulo: y cm

$$\begin{cases} 2x + y = 13 & \textcircled{1} \\ x - y = 2 & \textcircled{2} \end{cases}$$

Se suman las ecuaciones $\textcircled{1}$ y $\textcircled{2}$:

$$\begin{array}{r} 2x + y = 13 \quad 4 \times \textcircled{1} \\ +) \quad x - y = 2 \quad \textcircled{2} \\ \hline 3x = 15 \\ x = 5 \end{array}$$

Se sustituye $x = 5$ en $x - y = 2$:

$$\begin{aligned} 5 - y &= 2 \\ -y &= 2 - 5 = -3 \\ y &= 3 \end{aligned}$$

Los lados iguales miden 5cm y el de medida distinta tiene 3cm de longitud.

Unidad 3: Funciones de Primer Grado

Sección 1: Función de primer grado

30.

a) $y = 5x$ b) $y = 18x$

31.

a)

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
y	7	10	13	16	19	22	25	28	31

b) $y = 20x + 2$

32.

a), c), d), f), g), h), i)

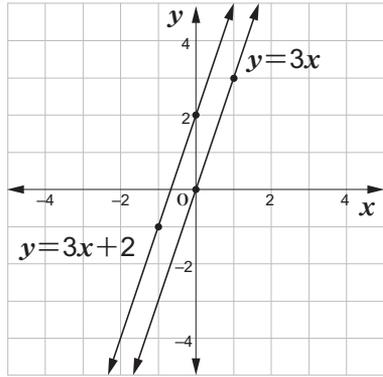
Sección 2: Gráfica de la función de primer grado

33.

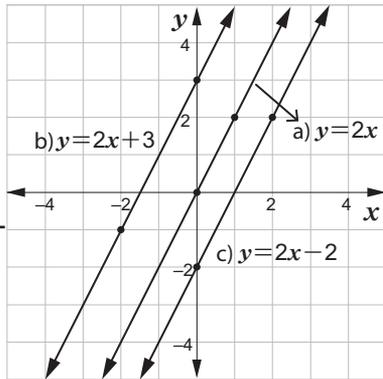
a)

x	-2	-1	0	1	2
$3x$	-6	-3	0	3	6
$3x + 2$	-4	-1	2	5	8

b)



34.



35.

a) Si x varía de 1 a 5,

la variación de x es $5 - 1 = 4$

Si $x = 1, y = (3)(1) + 9 = 12$

Si $x = 5, y = (3)(5) + 9 = 24$

la variación de y : $24 - 12 = 12$

Luego, razón de cambio: $\frac{12}{4} = 3$

b) Si x varía de 2 a 3,

la variación de x es $3 - 2 = 1$

Si $x = 2, y = (3)(2) + 9 = 15$

Si $x = 3, y = (3)(3) + 9 = 18$

la variación de y : $18 - 15 = 3$

Razón de cambio: $\frac{3}{1} = 3$

- c) Si x varía de 4 a 9,
 la variación de x es $9 - 4 = 5$
 Si $x = 4, y = (3)(4) + 9 = 21$
 Si $x = 9, y = (3)(9) + 9 = 36$
 la variación de $y: 36 - 21 = 15$
 Razón de cambio: $\frac{15}{5} = 3$

36.

- a) Si x varía de 2 a 3,
 la variación de x es $3 - 2 = 1$
 Si $x = 2, y = (-2)(2) + 5 = 1$
 Si $x = 3, y = (-2)(3) + 5 = -1$
 la variación de $y: -1 - 1 = -2$:
 Razón de cambio: $\frac{-2}{1} = -2$

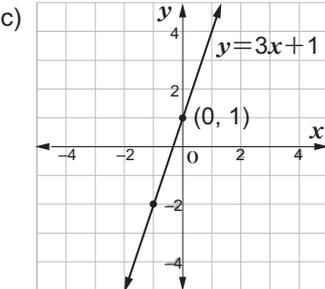
- b) Si x varía de 4 a 9,
 la variación de x es $9 - 4 = 5$
 Si $x = 2, y = (-2)(4) + 5 = -3$
 Si $x = 3, y = (-2)(9) + 5 = -13$
 la variación de $y: -13 - (-3) = -10$
 Razón de cambio: $\frac{-10}{5} = -2$

37.

- a) 3 b) 5 c) -7 d) -2
 e) $\frac{3}{2}$ f) $\frac{5}{6}$ g) $-\frac{1}{2}$ h) $-\frac{7}{2}$
 i) $-\frac{10}{3}$ j) 0,5 k) 0,2 l) -0,3

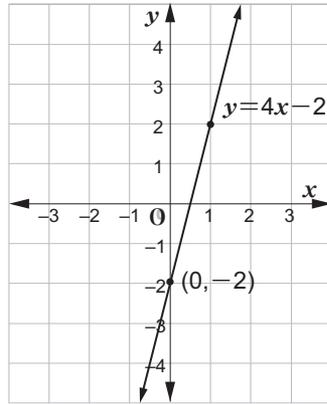
38.

- a) (0, 1) b) 3



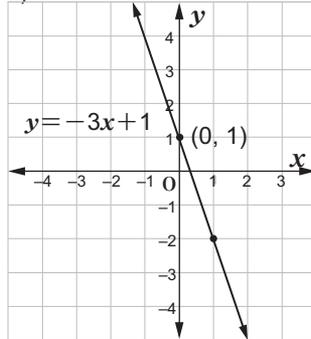
39.

- a) (0, -2) b) 4
 c)



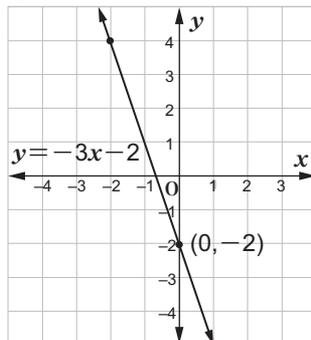
40.

- a) (0, 1) b) -3
 c)



41.

- a) (0, -2) b) -3
 c)



42.

a) Si $x = 1, y = (2)(1) + 1 = 3$

Si $x = 3, y = (2)(3) + 1 = 7$

$3 \leq y \leq 7$

b) Si $x = -2, y = (5)(-2) - 3 = -13$

Si $x = 2, y = (5)(2) - 3 = 7$

$-13 \leq y \leq 7$

c) Si $x = 1, y = (-5)(1) + 4 = -1$

Si $x = 3, y = (-5)(3) + 4 = -11$

$-11 \leq y \leq -1$

d) Si $x = -3, y = (-3)(-3) - 4 = 5$

Si $x = -1, y = (-3)(-1) - 4 = -1$

$-1 \leq y \leq 5$

Sección 3: Expresión de la función de primer grado dada la pendiente y el intercepto con el eje y

43.

a) $y = ax + b$

$a = 2, b = -1$

$y = 2x - 1$

c) $y = 3x + 3$

e) $y = -7x + 5$

b) $y = ax + b$

$a = 1, b = 0$

$y = x$

d) $y = 5x - 3$

f) $y = -6x - 0,5$

44.

a) $y = ax + b$

Se sustituye $a = 3,$

$y = 3x + b$

Luego, se sustituye, $x = 1$ y $y = 4,$

$4 = 3 + b$

$b = 1$

$y = 3x + 1$

b) $y = ax + b$

Se sustituye $a = 2,$

$y = 2x + b$

Luego, se sustituye, $x = 0$ y $y = 2,$

$2 = 0 + b$

$b = 2$

$y = 2x + 2$

c) $y = 5x + 5$

d) $y = -7x - 6$

e) $y = -2x - 4$

f) $y = -5x - 16$

45.

a) $y = ax + b$

$a = \frac{7-1}{1-(-2)} = \frac{6}{3} = 2$

$y = 2x + b$

Se sustituye $x = 1$ y $y = 7$

en $y = 2x + b$

$7 = (2)(1) + b$

$b = 5$

$y = 2x + 5$

b) $y = ax + b$

$a = \frac{0-5}{-1-0} = \frac{-5}{-1} = 5$

$y = 5x + b$

Se sustituye $x = 0$ y $y = 5$ en

$y = 5x + b$

$5 = (5)(0) + b$

$b = 5$

$y = 5x + 5$

c) $y = 3x - 4$

d) $y = -4x + 9$

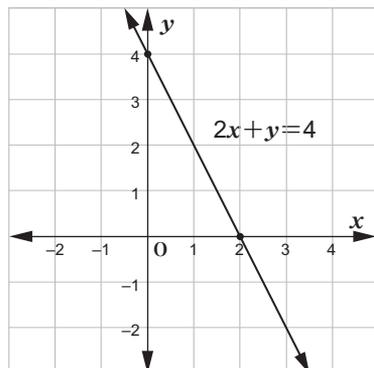
e) $y = -2x + 7$

f) $y = -3x - 1$

Sección 4: Gráfica de ecuaciones de primer grado con dos variables

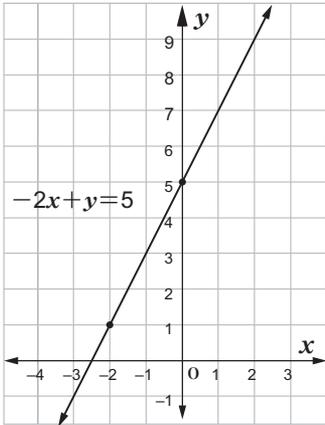
46.

x	-1	0	1
y	6	4	2



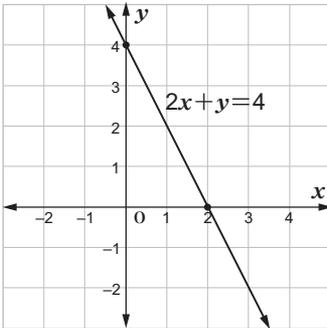
47.

x	-5	-2	-1	1	2
y	-5	1	3	7	9

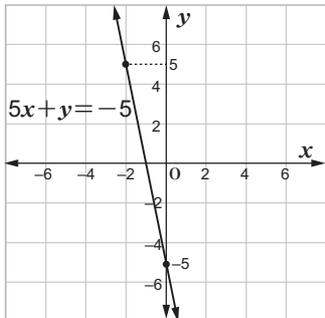


48.

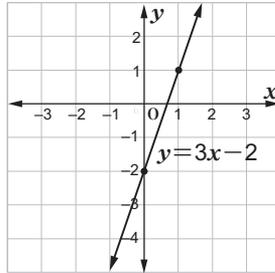
a) $2x + y = 4$
 $y = -2x + 4$



b) $5x + y = -5$
 $y = -5x - 5$



c) $-3x + y = -2$
 $y = 3x - 2$



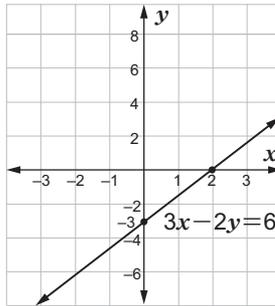
49.

a) $y = 0 \rightarrow 3x - (2)(0) = 6 \rightarrow x = 2$.

El intercepto con el eje x es $(2, 0)$

$x = 0 \rightarrow (3)(0) - 2y = 6 \rightarrow y = -3$

El intercepto con el eje y es $(0, -3)$.

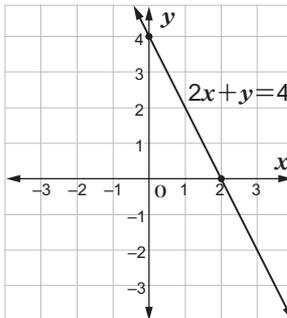


b) $y = 0 \rightarrow 2x + 0 = 4 \rightarrow x = 2$.

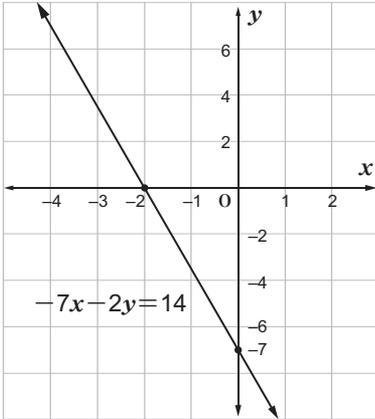
El intercepto con el eje x es el punto $(2, 0)$

$x = 0 \rightarrow (2)(0) + y = 4 \rightarrow y = 4$.

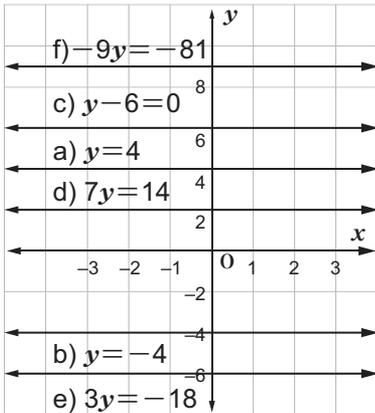
El intercepto con el eje y es $(0, 4)$.



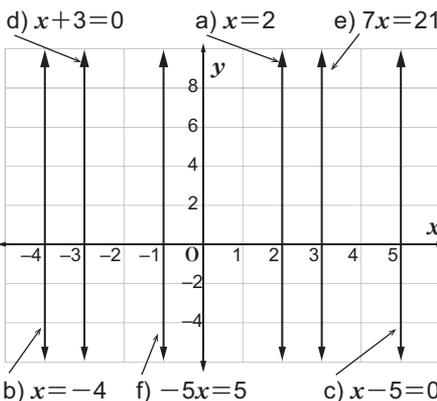
- c) $y = 0 \rightarrow -7x - (2)(0) = 14 \rightarrow x = -2$.
 El intercepto con el eje x es $(-2, 0)$
 $x = 0 \rightarrow -(7)(0) - 2y = 14 \rightarrow y = -7$.
 El intercepto con el eje y es $(0, -7)$



50.



51.



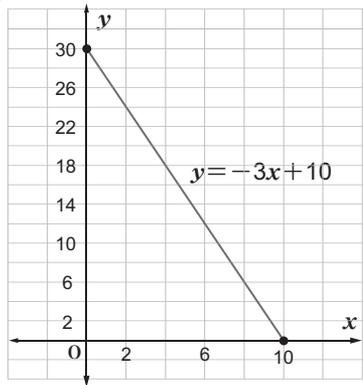
Sección 5: Aplicaciones de la función de primer grado

52.

- a) $y = -3x + 30$
 b) El tiempo inicial es $x = 0$
 El mayor valor que alcanza x es cuando Carlos llega a su casa.
 $-3x + 30 = 0$
 $-3x = -30$
 $x = 10$

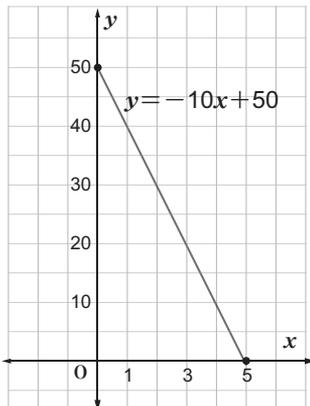
Luego, $0 \leq x \leq 10$.

c)



53.

- a) Tiene $-10(2) + 50 = 30$ córdobas.
 b) $y = -10x + 50$
 c) $0 \leq x \leq 5$
 d)



54.

a) $y = 20x + 1\,000$

b) Como el número de artículos vendidos es 30, entonces $x = 30$
y:

$$y = (20)(30) + 1\,000 = 1\,600$$

Luego, el salario total del vendedor es C\$ 1 600.

55.

a) 57 cm

b) $y = 15x + 12$

Unidad 4: Radicales**Sección 1: Raíz cuadrada**

56.

a) $3^2 = (3)(3) = 9$

$$(-3)^2 = (-3)(-3) = 9$$

$$3 - 3$$

b) $8, -8$

c) $9, -9$

d) $11, -11$

e) $12, -12$

f) $13, -13$

g) $\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$

h) $\frac{2}{5}, -\frac{2}{5}$

i) $\frac{9}{8}, -\frac{9}{8}$

j) $\frac{7}{6}, -\frac{7}{6}$

k) $\frac{5}{12}, -\frac{5}{12}$

57.

a) $\sqrt{2}, -\sqrt{2}$

b) $\sqrt{3}, -\sqrt{3}$

c) $\sqrt{5}, -\sqrt{5}$

d) $\sqrt{6}, -\sqrt{6}$

e) $\sqrt{7}, -\sqrt{7}$

f) $\sqrt{18}, -\sqrt{18}$

g) $\sqrt{21}, -\sqrt{21}$

h) $\sqrt{122}, -\sqrt{122}$

58.

a) $1, 4142$

b) $1, 7321$

c) $2, 2361$

d) $2, 4495$

e) $2, 6458$

f) $4, 2426$

g) $4, 5826$

h) $11, 0454$

59.

a) $\sqrt{16} = \sqrt{4^2} = 4$ b) $-\sqrt{16} = -\sqrt{4^2} = -4$

c) $-\sqrt{81} = -9$ d) $-\sqrt{121} = -11$

e) $\sqrt{8^2} = 8$ f) $\sqrt{(-4)^2} = \sqrt{16} = \sqrt{4^2} = 4$

g) $\sqrt{(-6)^2} = 6$ h) $-\sqrt{49} = -7$

i) $-\sqrt{(-2)^2} = -\sqrt{4} = -2$ j) $-\sqrt{(-5)^2} = -5$

k) $\sqrt{\frac{4}{9}} = \sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2} = \frac{2}{3}$ l) $-\sqrt{\frac{25}{36}} = -\frac{5}{6}$

60.

a) $\sqrt{3} < \sqrt{7}$ b) $\sqrt{8} < \sqrt{9}$

c) $\sqrt{7} > \sqrt{6}$ d) $-\sqrt{5} > -\sqrt{8}$

e) $-\sqrt{10} < \sqrt{3}$ f) $-\sqrt{5} > -\sqrt{7}$

g) $-\sqrt{100} < \sqrt{2}$

h) $\sqrt{\frac{3}{2}} > \sqrt{\frac{1}{2}}$, ya que $\frac{3}{2} > \frac{1}{2}$.

i) $-\sqrt{\frac{2}{3}} < -\sqrt{\frac{1}{6}}$, pues $\frac{2}{3} = \frac{4}{6} > \frac{1}{6}$

61.

a) $\frac{2}{5} = 0,4$

b) $\frac{7}{2} = 3,5$

c) $\frac{7}{11} = 0,6\bar{3}$

d) $\frac{4}{15} = 0,2\bar{6}$

62.

a) **Es periódico, con período 18**b) **No es periódico**c) **Es periódico, con período 15**d) **No es periódico**

63.

a) $4 = \frac{4}{1}$

b) $-7 = -\frac{7}{1}$

c) $0,21 = \frac{21}{100}$

d) $-1,40 = -\frac{14}{10} = -\frac{7}{5}$

64.a) **Racional** b) **Irracional**c) **Irracional** d) **Racional****Sección 2: Operaciones con raíces cuadradas****65.**

a) $(\sqrt{18})(\sqrt{2})$ b) $(\sqrt{7})(\sqrt{4})$

$= \sqrt{(18)(2)}$

$= \sqrt{36}$

$= 6$

$= \sqrt{28}$

$= 2\sqrt{7}$

c) $(\sqrt{9})(\sqrt{2})$
 $= \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$

d) $(\sqrt{5})(\sqrt{20})$
 $= \sqrt{100} = 10$

e) $(-\sqrt{3})(-\sqrt{4})$
 $= \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

f) $(-\sqrt{5})(\sqrt{5})$
 $= -\sqrt{25} = -5$

g) $(-\sqrt{16})(-\sqrt{4})$
 $= \sqrt{64} = 8$

h) $(-\sqrt{3})(\sqrt{5})$
 $= -\sqrt{15}$

i) $(-\sqrt{27})(\sqrt{3})$
 $= -\sqrt{81} = -9$

66.

a) $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{18}{2}}$
 $= \sqrt{9} = 3$

b) $\frac{\sqrt{64}}{\sqrt{4}} = \sqrt{16}$
 $= 4$

c) $\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{8}} = \sqrt{4} = 2$

d) $\frac{\sqrt{39}}{\sqrt{3}} = \sqrt{13}$

e) $\frac{-\sqrt{28}}{\sqrt{2}} = -\sqrt{14}$

f) $\frac{-\sqrt{44}}{-\sqrt{4}}$
 $= \sqrt{\frac{44}{4}}$
 $= \sqrt{11}$

g) $\frac{-\sqrt{5}}{\sqrt{25}} = -\sqrt{\frac{1}{5}}$

h) $\frac{\sqrt{3}}{-\sqrt{6}} = -\sqrt{\frac{1}{2}}$

i) $\frac{-\sqrt{14}}{-\sqrt{6}} = \sqrt{\frac{7}{3}}$

67.

a) $3\sqrt{2} = (\sqrt{3^2})(\sqrt{2})$ b) $2\sqrt{3} = \sqrt{12}$

$= \sqrt{(3^2)(2)}$

$= \sqrt{(9)(2)}$

$= \sqrt{18}$

c) $5\sqrt{2} = \sqrt{50}$

d) $3\sqrt{7} = \sqrt{63}$

e) $6\sqrt{5} = \sqrt{180}$

f) $7\sqrt{6} = \sqrt{294}$

g) $-3\sqrt{7}$

h) $-2\sqrt{5} = -\sqrt{20}$

$= -\sqrt{(3^2)(7)}$

$= -\sqrt{63}$

i) $-5\sqrt{3} = -\sqrt{75}$

j) $-2\sqrt{10} = \sqrt{40}$

k) $-4\sqrt{3}$

$= -\sqrt{(16)(3)}$

$= -\sqrt{48}$

l) $-5\sqrt{\frac{2}{5}} = -\sqrt{10}$

68.

a) $\sqrt{12} = \sqrt{(2^2)(3)}$

b) $\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

$= (\sqrt{2^2})(\sqrt{3})$

$= 2\sqrt{3}$

c) $\sqrt{28} = 2\sqrt{7}$

d) $\sqrt{27} = 3\sqrt{3}$

e) $\sqrt{32} = 4\sqrt{2}$

f) $\sqrt{50} = 5\sqrt{2}$

g) $-\sqrt{28} = -2\sqrt{7}$

h) $-\sqrt{54}$

$= -3\sqrt{6}$

i) $-\sqrt{63} = -3\sqrt{7}$

j) $-\sqrt{45}$

$= -3\sqrt{5}$

k) $-\sqrt{128} = -8\sqrt{2}$

l) $-\sqrt{200}$

$= -10\sqrt{2}$

69.

a) $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{(1)(\sqrt{2})}{(\sqrt{2})(\sqrt{2})}$

b) $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

$= \frac{\sqrt{2}}{(\sqrt{2})^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

c) $\frac{1}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{7}}{7}$

d) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$
 $= \frac{(\sqrt{2})(\sqrt{3})}{(\sqrt{3})(\sqrt{3})}$
 $= \frac{\sqrt{6}}{3}$

e) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{10}}{2}$

f) $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{35}}{5}$

g) $\frac{4}{\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$

h) $\frac{18}{\sqrt{6}} = \frac{18\sqrt{6}}{6} = 3\sqrt{6}$

i) $\frac{42}{\sqrt{12}} = \frac{42\sqrt{12}}{12} = \frac{(42)(2)\sqrt{3}}{12}$
 $= \frac{84\sqrt{3}}{12} = 7\sqrt{3}$

70.

a) $3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} = (3 + 5)\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$

b) $4\sqrt{2} + 7\sqrt{2} = 11\sqrt{2}$

c) $5\sqrt{3} + 6\sqrt{3} = 11\sqrt{3}$

d) $7\sqrt{5} - 2\sqrt{5} = 5\sqrt{5}$

e) $9\sqrt{7} - 3\sqrt{7} = 6\sqrt{7}$

f) $15\sqrt{5} - 16\sqrt{5} = -\sqrt{5}$

g) $7\sqrt{7} - 2\sqrt{2} + 3\sqrt{7} = 10\sqrt{7} - 2\sqrt{2}$

h) $-6\sqrt{6} - \sqrt{6} - 3\sqrt{5} = -7\sqrt{6} - 3\sqrt{5}$

i) $\sqrt{6} - 15\sqrt{3} - 7\sqrt{3} = \sqrt{6} - 22\sqrt{3}$

71.

a) $\sqrt{18} + \sqrt{50} = \sqrt{(3^2)(2)} + \sqrt{(5^2)(2)}$
 $= 3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$

b) $\sqrt{40} + \sqrt{10} = 2\sqrt{10} + \sqrt{10}$
 $= 3\sqrt{10}$

c) $\sqrt{45} + \sqrt{5} = 3\sqrt{5} + \sqrt{5} = 4\sqrt{5}$

d) $\sqrt{50} - \sqrt{8} = 5\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$

e) $\sqrt{48} - \sqrt{12} = 4\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$

f) $\sqrt{125} + \sqrt{180} = 5\sqrt{5} + 6\sqrt{5}$
 $= 11\sqrt{5}$

g) $\sqrt{50} + \sqrt{18} + \sqrt{32}$
 $= 5\sqrt{2} + 3\sqrt{2} + 4\sqrt{2} = 12\sqrt{2}$

h) $\sqrt{300} + \sqrt{48} - \sqrt{147}$
 $= 10\sqrt{3} + 4\sqrt{3} - 7\sqrt{3} = 7\sqrt{3}$

i) $\sqrt{28} - \sqrt{175} - \sqrt{343}$
 $= 2\sqrt{7} - 5\sqrt{7} - 7\sqrt{7} = -10\sqrt{7}$

72.

a) $\sqrt{2}(\sqrt{2} + 3)$
 $= (\sqrt{2})(\sqrt{2}) + (\sqrt{2})(3)$
 $= (\sqrt{2})^2 + 3\sqrt{2} = 2 + 3\sqrt{2}$

b) $\sqrt{2}(\sqrt{3} + 3\sqrt{5}) = \sqrt{6} + 3\sqrt{10}$

c) $\sqrt{5}(\sqrt{7} + \sqrt{6}) = \sqrt{35} + \sqrt{30}$

d) $\sqrt{7}(2\sqrt{5} - 8\sqrt{7}) = 2\sqrt{35} - 56$

e) $\sqrt{6}(\sqrt{7} - \sqrt{5}) = \sqrt{42} - \sqrt{30}$

f) $\sqrt{3}(\sqrt{13} + 9\sqrt{5}) = \sqrt{39} + 9\sqrt{15}$

g) $\sqrt{10}(\sqrt{2} - \sqrt{5}) = \sqrt{20} - \sqrt{50}$
 $= 2\sqrt{5} - 5\sqrt{2}$

h) $\sqrt{6}(\sqrt{10} + \sqrt{15}) = \sqrt{60} + \sqrt{90}$
 $= 2\sqrt{15} + 3\sqrt{10}$

i) $\sqrt{7}(2\sqrt{14} - \sqrt{21}) = 2\sqrt{98} - \sqrt{147}$
 $= 14\sqrt{2} - 7\sqrt{3}$

Unidad 5: Paralelismo**Sección 1: Recta de ángulos****73.**

a) $a = 90^\circ - 20^\circ$ b) $a = 90^\circ - 60^\circ$
 $a = 70^\circ$ $a = 30^\circ$

c) $(a + 20^\circ) + a = 90^\circ$
 $2a + 20^\circ = 90^\circ$
 $2a = 90^\circ - 20^\circ$
 $2a = 70^\circ$
 $a = 35^\circ$

74.

$$\begin{aligned} \text{a) } a &= 180^\circ - 60^\circ \\ a &= 120^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } a &= 180^\circ - 75^\circ \\ a &= 105^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } (a + 80^\circ) + a &= 180^\circ \\ 2a + 80^\circ &= 180^\circ \\ 2a &= 180^\circ - 80^\circ \\ 2a &= 100^\circ \\ a &= 50^\circ \end{aligned}$$

75.

$$\text{a) } a = 70^\circ$$

$$\begin{aligned} \text{b) } a + 35^\circ &= 65^\circ \\ a &= 65^\circ - 35^\circ \\ a &= 30^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } a + 40^\circ &= 2a \\ 40^\circ &= 2a - a \\ 40^\circ &= a \\ a &= 40^\circ \end{aligned}$$

Sección 2: Ángulos entre rectas cortadas por una transversal

76.

a) Ángulos correspondientes
 $\angle a$ y $\angle e$, $\angle c$ y $\angle g$, $\angle b$ y $\angle f$,
 $\angle d$ y $\angle h$

Ángulos alternos internos

$$\angle c \text{ y } \angle f, \angle d \text{ y } \angle e$$

Ángulos alternos externos

$$\angle a \text{ y } \angle h, \angle b \text{ y } \angle g$$

b) Ángulos correspondientes

$$\angle b \text{ y } \angle f, \angle d \text{ y } \angle g, \angle c \text{ y } \angle e, \angle a \text{ y } \angle h$$

Ángulos alternos internos

$$\angle a \text{ y } \angle f, \angle d \text{ y } \angle e$$

Ángulos alternos externos

$$\angle b \text{ y } \angle h, \angle c \text{ y } \angle g$$

77.

$$\text{a) } a = 50^\circ \qquad \text{b) } a = 40^\circ$$

$$\begin{aligned} \text{c) } a &= 3a - 140^\circ \\ a - 3a &= -140^\circ \\ -2a &= -140^\circ \\ a &= 70^\circ \end{aligned}$$

78.

$$\text{a) } a = 50^\circ \qquad \text{b) } a = 40^\circ$$

$$\begin{aligned} \text{c) } a &= 3a - 140^\circ \\ a - 3a &= -140^\circ \\ -2a &= -140^\circ \\ a &= 70^\circ \end{aligned}$$

79.

$$\text{a) } a = 130^\circ \qquad \text{b) } a = 40^\circ$$

$$\begin{aligned} \text{c) } 220^\circ - a &= a \\ 220^\circ &= a + a \\ 220^\circ &= 2a \\ a &= 110^\circ \end{aligned}$$

80.

a) $a = 35^\circ$ por ser correspondiente.
 $b = 60^\circ$ por ser alterno interno.

b) $b = 50^\circ$ por ser alterno interno.

El ángulo entre los de medida 90° y 50° mide

$$90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$$

Luego, $a = 40^\circ$ por ángulos correspondientes

c) Se sustituye $a = b$ en
 $2a + b = 180^\circ$

$$2a + a = 180^\circ$$

$$3a = 180^\circ$$

$$a = 60^\circ$$

Luego, $b = a = 60^\circ$.

81.

a) \vec{l} y \vec{m} no son paralelas porque ángulos correspondientes no tienen igual medida.

\vec{m} y \vec{n} no son paralelas porque ángulos alternos internos no tienen igual medida.

\vec{l} y \vec{n} son paralelas porque ángulos alternos internos tienen igual medida.

b) \vec{l} y \vec{m} son paralelas porque ángulos alternos externos tienen igual medida.

\vec{l} y \vec{n} no son paralelas porque ángulos correspondientes no tienen igual medida.

\vec{l} y \vec{p} son paralelas porque ángulos correspondientes tienen igual medida.

\vec{m} y \vec{n} no son paralelas porque ángulos alternos internos no tienen igual medida.

\vec{m} y \vec{p} son paralelas porque ángulos alternos internos tienen igual medida.

\vec{n} y \vec{p} no son paralelas porque ángulos correspondientes no tienen igual medida.

82.

a) Ángulos alternos internos deben tener igual medida, así:

$$a = 50^\circ$$

b) Ángulos correspondientes deben tener igual medida, así:

$$a = 40^\circ$$

c) $2a + 10^\circ = 80^\circ$

$$2a = 70^\circ$$

$$a = 35^\circ$$

Sección 3: Ángulos internos y externos de un triángulo

83. a) $a + 50^\circ + 30^\circ = 180^\circ$

$$a + 80^\circ = 180^\circ$$

$$a = 180^\circ - 80^\circ$$

$$a = 100^\circ$$

b) $a + 90^\circ + 45^\circ = 180^\circ$

$$a + 135^\circ = 180^\circ$$

$$a = 180^\circ - 135^\circ$$

$$a = 45^\circ$$

c) $a + (a + 20^\circ) + 80^\circ = 180^\circ$

$$2a + 100^\circ = 180^\circ$$

$$2a = 180^\circ - 100^\circ$$

$$2a = 80^\circ$$

$$a = 40^\circ$$

84.

a) $a = 100^\circ + 50^\circ$

$$a = 150^\circ$$

b) $a = 80^\circ + 20^\circ$

$$a = 100^\circ$$

c) $a + 90^\circ = 110^\circ$

$$a = 110^\circ - 90^\circ$$

$$a = 20^\circ$$

85.

a) $n = 5$

$$(5 - 2)180^\circ = (3)(180^\circ) = 540^\circ$$

b) $n = 9$

$$(9 - 2)180^\circ = (7)(180^\circ) = 1\,260^\circ$$

c) $n = 11$

$$(11 - 2)180^\circ = (9)(180^\circ) = 1\,620^\circ$$

d) $n = 12$

$$(12 - 2)180^\circ = (10)(180^\circ) = 1\,800^\circ$$

86.

a) $n = 5$

$$\frac{(5 - 2)180^\circ}{5} = \frac{540^\circ}{5} = 108^\circ$$

b) $n = 9$

$$\frac{(9 - 2)180^\circ}{9} = \frac{1\,260^\circ}{9} = 140^\circ$$

c) $n = 11$

$$\frac{(11 - 2)180^\circ}{11} = \frac{1620^\circ}{11} = 147,27^\circ$$

d) $n = 12$

$$\frac{(12 - 2)180^\circ}{12} = \frac{1800^\circ}{12} = 150^\circ$$

Unidad 6: Congruencia**Sección 1: Criterios de congruencia de triángulos****87.**

- a) $\triangle ABC \cong \triangle GHI$
 b) $\triangle ABC \cong \triangle HGI$
 c) $\triangle ABC \cong \triangle HIG$

88.

a) Lados correspondientes

$$\overline{AB} \text{ y } \overline{DE} \quad \overline{BC} \text{ y } \overline{EF} \quad \overline{AC} \text{ y } \overline{DF}$$

Ángulos correspondientes:

$$\angle A \text{ y } \angle D \quad \angle B \text{ y } \angle E \quad \angle C \text{ y } \angle F$$

$$\triangle ABC \cong \triangle DEF$$

b) Lados correspondientes:

$$\overline{AB} \text{ y } \overline{DE} \quad \overline{BC} \text{ y } \overline{EF} \quad \overline{AC} \text{ y } \overline{DF}$$

Ángulos correspondientes:

$$\angle A \text{ y } \angle D \quad \angle B \text{ y } \angle E \quad \angle C \text{ y } \angle F$$

$$\triangle ABC \cong \triangle DEF$$

89.

a) $DE = AB = 8\text{cm}$

$$EF = BC = 4\text{cm}$$

$$DF = AC = 6\text{cm}$$

b) $DE = AB = 3\text{cm}$

$$EF = BC = 2,35\text{cm}$$

$$DF = AC = 2\text{cm}$$

90.

a) $\sphericalangle A = 40^\circ = \sphericalangle D \quad AB = 5\text{cm} = DE$

$$\sphericalangle B = 50^\circ = \sphericalangle E$$

$$\text{Por ALA } \triangle ABC \cong \triangle DEF$$

b) $\sphericalangle A = 40^\circ = \sphericalangle E$

$$AB = 3\text{cm} = ED$$

$$\sphericalangle B = 35^\circ = \sphericalangle D$$

$$\text{Por ALA } \triangle ABC \cong \triangle EDF$$

91.

a) $AB = 6\text{cm} = DE$

$$BC = 4\text{cm} = EF$$

$$AC = 7\text{cm} = DF$$

$$\text{Por LLL } \triangle ABC \cong \triangle EDF$$

b) $AB = 8\text{cm} = ED$

$$BC = 4\text{cm} = DF$$

$$AC = 6\text{cm} = EF$$

$$\text{Por LLL } \triangle ABC \cong \triangle DEF$$

92.

a) $AB = 4\text{cm} = DE$

$$\sphericalangle B = 40^\circ = \sphericalangle E$$

$$BC = 2\text{cm} = EF$$

$$\text{Por LAL } \triangle ABC \cong \triangle DEF$$

b) $BA = 8\text{cm} = DE$

$$\sphericalangle A = 28^\circ = \sphericalangle E$$

$$AC = 4\text{cm} = EF$$

$$\text{Por LAL } \triangle BAC \cong \triangle DEF$$

Sección 2: Introducción de la demostración**93.** Pasos Justificación3. $\sphericalangle ABC = \sphericalangle DBE$ 1. Hipótesis4. $\triangle ABC \cong \triangle DBE$ 2. Hipótesis**94.** Pasos Justificación3. $\sphericalangle BAC = \sphericalangle BAC$ 1. Hipótesis4. $\triangle ABD \cong \triangle ACE$ 2. Hipótesis**95.** Pasos Justificación3. $AC = AC$ 1. Hipótesis4. $\triangle ADC \cong \triangle ABC$ 2. Hipótesis**96.** Pasos Justificación3. $BC = BC$ 1. Hipótesis4. $\triangle ABC \cong \triangle DCB$ 2. Hipótesis

- 97. Pasos** Justificación
4. $\triangle BAC \cong \triangle DAE$ 1. Hipótesis
2. $\angle A$ es común
3. Hipótesis

- 98. Pasos** Justificación
3. $AC = AC$ 1. Hipótesis
4. $\triangle DAC \cong \triangle BAC$ 2. Hipótesis

Sección 3: Triángulo isósceles

99.

- a) $x = 60^\circ$
 $y + 60^\circ + 60^\circ = 180^\circ$
 $y = 180^\circ - 120^\circ$
 $y = 60^\circ$
- b) $x = 30^\circ$
 $y + 30^\circ + 30^\circ = 180^\circ$
 $y = 180^\circ - 60^\circ$
 $y = 120^\circ$

100.

- a) $AB = 2BD = (2)(4) = 8(cm)$
- b) $AB = 2BD = (2)(5) = 10(cm)$
- c) $AD = \frac{AB}{2} = \frac{12}{2} = 6(cm)$
- d) Como $\overline{CD} \perp \overline{AB}$, entonces
 $\sphericalangle BDC = 90^\circ$, luego
 $50^\circ + 90^\circ + \sphericalangle B = 180^\circ$
 $140^\circ + \sphericalangle B = 180^\circ$

$$\sphericalangle B = 40^\circ$$

101.

- a) $\triangle BAE, \triangle DAC$
- b) $\triangle GAB, \triangle ECD, \triangle EFC, \triangle FAD$

102. $x = 2cm$

103.

- a) El $\triangle ABC$ es equilátero, así que todos sus ángulos internos miden 60° . Luego,
 $x + 40^\circ = 60^\circ$
 $x = 20^\circ$

$$y + 60^\circ + 40^\circ = 180^\circ$$

$$y + 100^\circ = 180^\circ$$

$$y = 80^\circ$$

- b) El $\triangle ABC$ es equilátero, así que todos sus ángulos internos miden 60° . Luego,

$$x + 20^\circ = 60^\circ$$

$$x = 40^\circ$$

$$y + 60^\circ + 20^\circ = 180^\circ$$

$$y + 80^\circ = 180^\circ$$

$$y = 100^\circ$$

Sección 4: Congruencia de triángulos rectángulos

104.

a) $BC = 4cm = EF$ $\sphericalangle B = 40^\circ = \sphericalangle E$

Por HA, $\triangle ABC \cong \triangle DEF$

b) $BC = 2,8cm = ED$ $\sphericalangle B = 45^\circ = \sphericalangle E$

Por HA, $\triangle ABC \cong \triangle FED$

105.

a) $BC = 3cm = EF$ $CA = 2cm = FD$

Por HC, $\triangle ABC \cong \triangle DEF$

b) $CB = 4cm = EF$ $BA = 3cm = FD$

Por HC, $\triangle CBA \cong \triangle FED$

Unidad 7: Paralelogramos

Sección 1: Propiedades de los paralelogramos

106.

a) $x = 150^\circ$

b) $x = 60^\circ$

$$y = 30^\circ$$

$$y = 120^\circ$$

$$z = 5cm$$

$$z = 3cm$$

$$w = 2cm$$

$$w = 4cm$$

c) $AO = \frac{6}{2} = 3cm$ d) Como $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$

$$x = 70^\circ$$

$$BO = \frac{3}{2}cm$$

$$\sphericalangle C = 180^\circ - 70^\circ$$

$$= 110^\circ$$

$$y = 110^\circ$$

107. a) $y = 2cm$

Como $AE = y$, $x + AE = 6$

$$x + 2 = 6$$

$$x = 4cm$$

b) $x = 60^\circ$

En el $\triangle BDC$

$$\sphericalangle BDC = 180^\circ - 50^\circ - 60^\circ$$

$$\sphericalangle BDC = 70^\circ$$

Como $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$

$$y = 70^\circ$$

108. a) $2x + (2)(70^\circ) = 360^\circ$

$$2x + 140^\circ = 360^\circ$$

$$2x = 220^\circ$$

$$x = 110^\circ$$

b) $2\angle A + (2)(75^\circ) = 360^\circ$

$$2\angle A + 150^\circ = 360^\circ$$

$$2\angle A = 210^\circ$$

$$\angle A = 105^\circ$$

En el $\triangle EBC$ isósceles

$$\sphericalangle ECB = 58^\circ, \text{ por lo cual}$$

$$x + 58^\circ = 105^\circ$$

$$x = 47^\circ$$

109.

a) $AC = 2AO$

$$= (2)(4)$$

$$= 8\text{cm}$$

b) $AO = \frac{10}{2}$

$$= 5\text{cm}$$

Sección 2: Condiciones para ser paralelogramo

110.

a) $x = 2\text{cm}$

$$y = 3\text{cm}$$

b) $x = 3\text{cm}$

$$y = 4\text{cm}$$

c) $\begin{cases} x + y = 4 \\ 2x + y = 7 \end{cases}$

Se resta la 1^{ra} ecuación de la 2^{da},
y se obtiene $x = 3\text{cm}$.

Luego,

$$3 + y = 4 \rightarrow y = 1$$

111.

a) Ángulos opuestos tienen la misma medida, es un paralelogramo.

b) Ángulos opuestos no tienen la misma medida, no es un paralelogramo.

112. a) $x = 135^\circ$ $y = 45^\circ$

b) $x = 100^\circ$ $y = 50^\circ$

113.

a) Es un paralelogramo porque las diagonales se cortan en su punto medio.

b) No es paralelogramo porque las diagonales no se cortan en su punto medio.

114.

a) Si los ángulos alternos internos tienen la misma medida, $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$, así que $x = 50^\circ$.

b) $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$, así debe ocurrir que

$$x = 2\text{cm}$$

Sección 3: Paralelogramos especiales

115. a) Rombo

b) Rectángulo

c) Cuadrado

116.

a) $\triangle ADC \cong \triangle ABC$, así tienen la misma área. Luego el área del rombo es el doble del área del $\triangle ADC$.

Como $\overline{DE} \perp \overline{AC}$, \overline{DE} es la altura del $\triangle ADC$ respectiva a \overline{AC} .

Luego el área de este triángulo es

$$\frac{(6)(2)}{2} = 6(\text{cm}^2)$$

Por tanto, el área buscada es

$$(2)(6) = 12(\text{cm}^2)$$

b) $\triangle DCB \cong \triangle BAD$, así tienen la misma área. Luego el área del rectángulo es el doble del área del $\triangle DCB$.

Como $DB = AC = 5\text{cm}$, y la altura respectiva a \overline{DB} mide $2,4\text{cm}$, el área del $\triangle DCB$ es

125.

- a) $V = \pi(3^2)(7) = 63\pi(\text{cm}^3)$
 b) $V = \pi(6^2)(5) = 180\pi(\text{cm}^3)$
 c) $V = \pi(2^2)(6) = 24\pi(\text{cm}^3)$

126.

- a) $A = \pi(2^2) + \pi(2)(7)$
 $= 4\pi + 14\pi$
 $= 18\pi(\text{cm}^2)$
 b) $A = \pi(3^2) + \pi(3)(5)$
 $= 9\pi + 15\pi$
 $= 24\pi(\text{cm}^2)$
 c) $A = \pi(3^2) + \pi(3)(4)$
 $= 9\pi + 12\pi$
 $= 21\pi(\text{cm}^2)$

127.

- a) $V = \frac{1}{3}\pi(2^2)(7) = \frac{28}{3}\pi(\text{cm}^3)$
 b) $V = \frac{1}{3}\pi(3^2)(4) = 12\pi(\text{cm}^3)$
 c) $V = \frac{1}{3}\pi(3^2)(6) = 18\pi(\text{cm}^3)$

128.

- a) $A = 4\pi(6^2) = 144\pi(\text{cm}^2)$
 b) $A = 4\pi(7^2) = 196\pi(\text{cm}^2)$
 c) $A = 4\pi(8^2) = 256\pi(\text{cm}^2)$

129.

- a) $V = \frac{4}{3}\pi(3^3) = 36\pi(\text{cm}^3)$
 b) $V = \frac{4}{3}\pi(6^3) = 288\pi(\text{cm}^3)$
 c) $V = \frac{4}{3}\pi(9^3) = 972\pi(\text{cm}^3)$

130.

- a) Como el diámetro es 8cm , el radio es 4cm , luego
 $A = 2\pi(4)(10) + 2\pi(4^2)$
 $= 80\pi + 32\pi$
 $= 112\pi(\text{cm}^2)$
 b) $V = \frac{1}{3}\pi(10^2)(16)$
 $= \frac{1600}{3}\pi(\text{cm}^3)$

Unidad 1: Operaciones con polinomios

EA1.

$$\begin{aligned} \text{a) } x - \frac{1}{2}y - \frac{1}{3}x + 2y & \\ &= x - \frac{1}{3}x + 2y - \frac{1}{2}y \\ &= \frac{3x - x}{3} + \frac{4y - y}{2} = \frac{2x}{3} + \frac{3y}{2} \\ &= \frac{2}{3}x + \frac{3}{2}y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } 5(x - 6) + 2(x - 2) & \\ &= 5x - 30 + 2x - 4 \\ &= 7x - 34 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } 4(x^2 + x + 3) - 2x(2x + 6) & \\ &= 4x^2 + 4x + 12 - 4x^2 - 12x \\ &= -8x + 12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } \frac{1}{4}(4x - 8y) - \frac{1}{2}(6x + 2y) & \\ &= \frac{4}{4}x - \frac{8}{4}y - \frac{6}{2}x - \frac{2}{2}y \\ &= x - 2y - 3x - y \\ &= -2x - 3y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e) } 6\left(\frac{a - 2b}{3} + \frac{a + 2b}{2}\right) & \\ &= 6\left(\frac{a - 2b}{3}\right) + 6\left(\frac{a + 2b}{2}\right) \\ &= 2(a - 2b) + 3(a + 2b) \\ &= 2a - 4b + 3a + 6b \\ &= 5a + 2b \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{f) } (6x^2y)(-2x)^2 \div 4xy & \\ &= (6x^2y)(4x^2) \div 4xy \\ &= 24x^4y \div 4xy = 6x^3 \end{aligned}$$

EA2.

El área sombreada se encuentra restando al área del círculo de radio $r + 2$ el área del círculo de radio r , es decir:

$$\begin{aligned} \pi(r + 2)^2 - \pi r^2 & \\ &= \pi(r + 2)(r + 2) - \pi r^2 \\ &= \pi r^2 + 4\pi r + 4\pi - \pi r^2 \\ &= 4\pi r + 4\pi \end{aligned}$$

Lo anterior indica que el grado del polinomio que representa el área de la región sombreada es 1.

EA3.

El grado es la suma de los grados de los polinomios que se están multiplicando, es decir

$$2 + 1 + 3 = 6.$$

EA4.

$$\begin{array}{r} x^2 + bx + (9b - 1) \quad \Big| \quad x + 4 \\ - x^2 - 4x \qquad \qquad \qquad x + (b - 4) \\ \hline (b - 4)x + (9b - 1) \\ - (b - 4)x - 4(b - 4) \\ \hline 5b + 15 \end{array}$$

Dado que $x + 4$ es un divisor de $x^2 + bx + (9b - 1)$, el residuo de la división debe ser cero, por lo cual

$$\begin{aligned} 5b + 15 &= 0 \\ 5b &= -15 \\ b &= -3 \end{aligned}$$

Unidad 2: Sistemas de ecuaciones de primer grado

EA5.

$$\text{a) } \begin{cases} x + y = 5 & \textcircled{1} \\ y + z = 3 & \textcircled{2} \\ x + z = 4 & \textcircled{3} \end{cases}$$

De ② se tiene que:

$$y = 3 - z \quad (4)$$

De ① y ④):

$$x + y = 5$$

$$x + 3 - z = 5$$

$$x - z = 5 - 3$$

$$x - z = 2 \quad (5)$$

Sumando las ecuaciones ③ y ⑤)

$$\begin{array}{r} x + z = 4 \quad (3) \\ x - z = 2 \quad (5) \\ \hline 2x = 6 \\ x = 3 \end{array}$$

Como

$$x + y = 5 \quad (1) \quad x + z = 4 \quad (3)$$

$$3 + y = 5 \quad 3 + z = 4$$

$$y = 2 \quad z = 1$$

Por lo tanto, $(x, y, z) = (3, 2, 1)$

$$b) \begin{cases} 2x + 4y + z = -20 & (1) \\ x + z = 2 & (2) \\ x - 3y + z = 8 & (3) \end{cases}$$

De ② se tiene que:

$$z = 2 - x \quad (4)$$

De ③ y ④),

$$x - 3y + 2 - x = 8$$

$$-3y = 8 - 2$$

$$-3y = 6$$

$$y = -2$$

De ① y ④),

$$2x + 4y + 2 - x = -20$$

$$x + 4y = -20 - 2$$

$$x + 4y = -22 \quad (5)$$

Como $y = -2$,

$$x + 4(-2) = -22$$

$$x - 8 = -22$$

$$x = -14$$

Luego, de ④)

$$z = 2 - (-14) = 16$$

Por lo tanto, $(x, y, z) = (-14, -2, 16)$ **EA6.**El valor numérico para $x = 1$ es 12, así que $1^2 + b(1) + c = 12$, de lo cual

$$b + c = 11$$

Por otro lado, c es una unidad mayor que b , es decir $c = b + 1$.

Se forma el sistema

$$\begin{cases} b + c = 11 \\ c = b + 1 \end{cases}$$

Resolviendo el sistema por el método de sustitución se tiene

$$b + b + 1 = 11$$

$$2b = 10$$

$$b = 5$$

$$c = b + 1$$

$$c = 5 + 1$$

$$c = 6$$

El polinomio buscado es

$$x^2 + 5x + 6.$$

EA7.Sea x la cifra de las decenas y y la cifra de las unidades.

$$\begin{cases} x + y = 9 \\ 10x + y = (10y + x) + 9 \end{cases}$$

La segunda ecuación se puede reescribir como

$$9x - 9y = 9$$

Se multiplica por 9 la primera ecuación y se obtiene

$$9x + 9y = 81$$

Luego,

$$9x - 9y = 9$$

$$+) \quad 9x + 9y = 81$$

$$\hline 18x = 90$$

$$x = 5$$

Sustituyendo el valor de x en la primera ecuación, se tiene

$$5 + y = 9$$

$$y = 4$$

El número buscado es **54**.

EA8.

El sistema se reescribe como

$$\begin{cases} 2\left(\frac{1}{u+4}\right) + 3\left(\frac{1}{v-3}\right) = 13 \\ 5\left(\frac{1}{u+4}\right) - 2\left(\frac{1}{v-3}\right) = 4 \end{cases}$$

Se hace

$$x = \frac{1}{u+4} \quad y = \frac{1}{v-3}$$

Luego, resulta

$$\begin{cases} 2x + 3y = 13 \\ 5x - 2y = 4 \end{cases}$$

Al resolver el sistema anterior se obtiene

$$x = 2 \quad y = 3,$$

es decir

$$2 = \frac{1}{u+4} \quad 3 = \frac{1}{v-3}$$

de donde

$$\begin{aligned} 2u + 8 &= 1 & 3v - 9 &= 1 \\ u &= -\frac{7}{2} & v &= \frac{10}{3} \end{aligned}$$

La solución del sistema es

$$\left(-\frac{7}{2}, \frac{10}{3}\right).$$

Unidad 3: Funciones de primer grado**EA9.**

Para $x = 1$, $y = \frac{2}{1} = 2$

Para $x = 4$, $y = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

Los puntos en común de las dos gráficas son

$$(1, 2) \text{ y } \left(4, \frac{1}{2}\right)$$

Dado que estos son puntos de la recta, la pendiente es

$$a = \frac{2 - \frac{1}{2}}{1 - 4} = \frac{\frac{3}{2}}{-3} = -\frac{1}{2}$$

Al sustituir $a = -\frac{1}{2}$, $x = 1$ y $y = 2$ en $y = ax + b$, resulta

$$2 = \left(-\frac{1}{2}\right)(1) + b$$

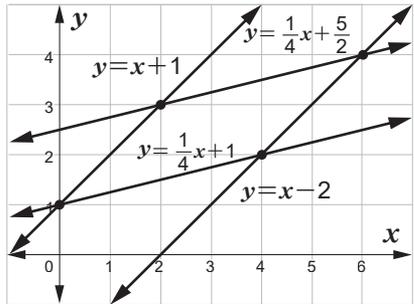
$$b = 2 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

Por tanto, la función buscada es

$$y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$$

EA10.

Las gráficas se muestran en la siguiente figura:



El cuadrilátero que se forma es un paralelogramo porque las rectas que forman los lados opuestos tienen la misma pendiente, es decir, son paralelas.

EA11.

La pendiente de $4x + 2y = 6$ es

$$a = -\frac{4}{2} = -2.$$

Como la ecuación de la recta buscada es paralela a $4x + 2y = 6$, entonces tiene pendiente $a = -2$.

Dado que pasa por $(2, 5)$, entonces

$$\begin{aligned} 5 &= (-2)(2) + b \\ b &= 5 + 4 = 9 \end{aligned}$$

Por tanto, la ecuación buscada es $y = -2x + 9$ o equivalentemente $2x + y = 9$.

EA12.

El punto de intersección de las gráficas de $-2x + 3y = 4$ y $-5x + 2y = -12$

se encuentra resolviendo el sistema

$$\begin{cases} -2x + 3y = 4 \\ -5x + 2y = -12 \end{cases}$$

La solución de este sistema es $(4, 4)$.

Dado que la pendiente de la recta requerida es -2 y pasa por $(4, 4)$, entonces

$$4 = (-2)(4) + b$$

$$b = 4 + 8 = 12$$

La ecuación buscada es $y = -2x + 12$.

EA13.

a) La base del triángulo está dada por las coordenadas del eje x :

$$8 - (-2) = 10.$$

Sean las coordenadas del punto $P(0, y)$, entonces la altura está dada por y .

Luego,

$$\left(\begin{array}{c} \text{Área} \\ \text{de} \\ \Delta PBC \end{array} \right) = \frac{10y}{2} = 5y$$

Según los datos del problema:

$$5y = 10, \quad y = 2$$

Por lo tanto, las coordenadas del punto P son $(x, y) = (0, 2)$.

b) Se tienen los puntos $P(0, 2)$ y $B(-2, 0)$.

Hacemos uso de la ecuación de una recta:

$$y = ax + b$$

Se calcula la pendiente de la recta:

$$a = \frac{2 - 0}{0 - (-2)} = \frac{2}{2} = 1$$

Sustituyendo las coordenadas del punto $P(0, 2)$ y el valor de la pendiente $a = 1$ en la ecuación de una recta:

$$2 = (1)(0) + b$$

$$b = 2$$

Por lo tanto, la ecuación de la recta es:

$$y = x + 2$$

c) Se encuentra la pendiente de la recta que pasa por los puntos A y C .

$$a = \frac{0 - 8}{8 - 0} = \frac{-8}{8} = -1$$

Tiene intercepto con eje y en $A(0, 8)$.

Por lo tanto la recta que pasa por los puntos A y C : $y = -x + 8$

Para encontrar el punto de intersección Q igualamos:

$$y = x + 2 \quad y \quad y = -x + 8$$

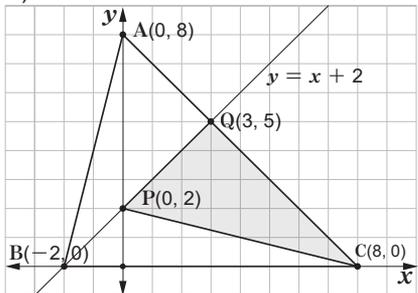
$$x + 2 = -x + 8$$

$$2x = 6$$

$$x = 3, \quad y = 3 + 2 = 5$$

Las coordenadas del punto Q son $(3, 5)$.

d)



El área del ΔPQC está dada por:

$$\left(\begin{array}{c} \text{Área} \\ \text{de} \\ \Delta PQC \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \text{Área} \\ \text{de} \\ \Delta BQC \end{array} \right) - \left(\begin{array}{c} \text{Área} \\ \text{de} \\ \Delta PBC \end{array} \right)$$

$$\left(\begin{array}{c} \text{Área} \\ \text{de} \\ \Delta BQC \end{array} \right) = \frac{(10)(5)}{2} = 25$$

Luego,

$$\left(\begin{array}{c} \text{Área} \\ \text{de} \\ \Delta PQC \end{array} \right) = 25 - 10 = 15$$

Unidad 4: Radicales**EA14.**

$$\sqrt{(-5)^2} = \sqrt{25}, \quad 3\sqrt{3} = \sqrt{27}$$

$$\frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{6} = \sqrt{24}$$

Número mayor: Número menor:

$$3\sqrt{3} \qquad \frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

EA15.

a) $x = 0,11111111 \dots$

$10x = 1,11111111 \dots \quad \textcircled{1}$

$-x = -0,11111111 \dots \quad \textcircled{2}$

Sumando $\textcircled{1}$ y $\textcircled{2}$

$9x = 1, \quad x = \frac{1}{9}$

b) $x = 0,45454545 \dots$

$100x = 45,454545 \dots \quad \textcircled{1}$

$-x = -0,45454545 \dots \quad \textcircled{2}$

Sumando $\textcircled{1}$ y $\textcircled{2}$

$99x = 45, \quad x = \frac{45}{99} = \frac{5}{11}$

c) $x = 0,233333333 \dots$

$10x = 2,33333333 \dots$

$100x = 23,33333333 \dots \quad \textcircled{1}$

$-10x = -2,33333333 \dots \quad \textcircled{2}$

Sumando $\textcircled{1}$ y $\textcircled{2}$

$90x = 21, \quad x = \frac{21}{90} = \frac{7}{30}$

EA16.

a) $\frac{25}{\sqrt{5}} + \sqrt{5} = \frac{(25)(\sqrt{5})}{(\sqrt{5})(\sqrt{5})} + \sqrt{5}$

$= 5\sqrt{5} + \sqrt{5} = 6\sqrt{5}$

b) $\sqrt{3} \times 3\sqrt{2} - \frac{7\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{6} - \frac{7\sqrt{6}}{2}$
 $= -\frac{\sqrt{6}}{2}$

c) $\sqrt{5} \div \left(\frac{10}{\sqrt{15}} - \frac{\sqrt{15}}{3} \right) - \sqrt{12}$

$= \sqrt{5} \div \left(\frac{10\sqrt{15}}{15} - \frac{\sqrt{15}}{3} \right) - 2\sqrt{3}$

$= \sqrt{5} \div \frac{\sqrt{15}}{3} - 2\sqrt{3}$

$= \frac{3}{\sqrt{3}} - 2\sqrt{3} = \sqrt{3} - 2\sqrt{3} = -\sqrt{3}$

EA17.Se sabe que $AB = EF + 2 \text{ cm}$. Luego,

$(EF + 2)^2 + 12 = 28$

$(EF + 2)^2 = 16$

$EF + 2 = \pm 4$

Por lo cual,

$EF = 4 - 2 = 2$

$EF = -4 - 2 = -6$

Como EF es medida de un lado, no puede ser negativo, así que

$EF = 2 \text{ cm.}$

EA18.Sean x y y dichos números. Luego,

$$\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = 8\sqrt{3} \\ \sqrt{x} - \sqrt{y} = 2\sqrt{3} \end{cases}$$

Al sumar ambas ecuaciones resulta

$2\sqrt{x} = 10\sqrt{3}$

$\sqrt{x} = 5\sqrt{3}$

$\sqrt{x} = \sqrt{(5^2)(3)} = \sqrt{75}$

De modo que $x = 75$.Como $\sqrt{x} = 5\sqrt{3}$, entonces

$5\sqrt{3} + \sqrt{y} = 8\sqrt{3}$

$\sqrt{y} = 8\sqrt{3} - 5\sqrt{3}$

$\sqrt{y} = 3\sqrt{3}$

$\sqrt{y} = \sqrt{(3^2)(3)} = \sqrt{27}$

En consecuencia, $y = 27$.

EA19.

$$\frac{10x^2 + 7\sqrt{5}x + 6}{-10x^2 - 4\sqrt{5}x} \cdot \frac{\sqrt{5}x + 2}{2\sqrt{5}x + 3}$$

$$\frac{3\sqrt{5}x + 6}{-3\sqrt{5}x - 6}$$

$$\frac{\quad}{0}$$

Unidad 5: Paralelismo

EA20.

- a) $\angle DCE$ y $\angle ABC$ son correspondientes entre paralelas, así que

$$\angle DCE = \angle ABC = 52^\circ$$

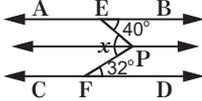
$\angle DCE$ y $\angle CGF$ son correspondientes entre paralelas, así que

$$\angle CGF = \angle DCE = 52^\circ$$

$\angle x$ y $\angle CGF$ son suplementarios, así:

$$x = 180^\circ - 52^\circ = 128^\circ$$

- b) Al trazar una paralela a \overline{AB} , esta también lo es a \overline{CD} .

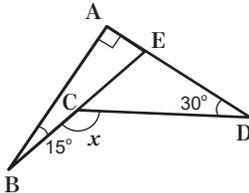


Observe que $\angle x$ es dividido en dos ángulos (uno alterno interno a $\angle PEB$ y otro a $\angle PFD$). Esto significa que

$$x = 40^\circ + 32^\circ = 72^\circ$$

EA21.

- a) Se prolonga \overline{BC} de forma que corte a \overline{AD} en E . Observe que $\angle CED$ es externo al $\triangle BEA$, así por el teorema del ángulo externo

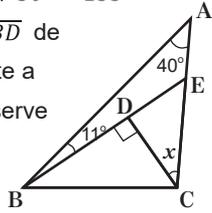


$$\angle CED = 90^\circ + 15^\circ = 105^\circ$$

$\angle x$ es externo al $\triangle CED$, por lo cual

$$x = 105^\circ + 30^\circ = 135^\circ$$

- b) Se prolonga \overline{BD} de forma que corte a \overline{AC} en E . Observe que $\angle DEC$ es externo al $\triangle BEA$, así $\angle DEC = 40^\circ + 11^\circ = 51^\circ$
 $\angle BDC$ es externo al $\triangle DEC$, por lo cual



$$x = 90^\circ - 51^\circ = 39^\circ$$

EA22.

Por definición de bisectriz

$$\angle FEG = \frac{1}{2} \angle FEB \quad \angle EFG = \frac{1}{2} \angle EFD$$

En el $\triangle EFG$, se tiene que

$$x = 180^\circ - (\angle EFG + \angle FEG)$$

$$x = 180^\circ - \left(\frac{1}{2} \angle EFD + \frac{1}{2} \angle FEB \right)$$

$$x = 180^\circ - \frac{1}{2} (\angle EFD + \angle FEB)$$

Como $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$, se tiene que

$$\angle EFD + \angle FEB = 180^\circ,$$

por lo cual

$$x = 180^\circ - \frac{1}{2} (180^\circ)$$

$$x = 180^\circ - 90^\circ$$

$$x = 90^\circ$$

EA23.

Por definición de bisectriz

$$\angle DBC = \frac{1}{2} \angle B \quad \angle DCB = \frac{1}{2} \angle C$$

En el $\triangle BDC$, se tiene:

$$\angle BDC = 180^\circ - (\angle DBC + \angle DCB)$$

$$\angle BDC = 180^\circ - \left(\frac{1}{2} \angle B + \frac{1}{2} \angle C \right)$$

$$\angle BDC = 180^\circ - \frac{1}{2} (\angle B + \angle C)$$

En el $\triangle ABC$, se tiene:

$$\sphericalangle B + \sphericalangle C = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$$

Luego,

$$\sphericalangle BDC = 180^\circ - \frac{1}{2}(100^\circ)$$

$$\sphericalangle BDC = 180^\circ - 50^\circ$$

$$\sphericalangle BDC = 130^\circ$$

EA24.

$\sphericalangle EFJ$ es externo al $\triangle FBD$, por lo cual

$$\sphericalangle EFJ = \sphericalangle B + \sphericalangle D$$

$\sphericalangle EJF$ es externo al $\triangle JCA$, por lo cual

$$\sphericalangle EJF = \sphericalangle A + \sphericalangle C$$

En el $\triangle FEJ$

$$\sphericalangle EJF + \sphericalangle EFJ + \sphericalangle E = 180^\circ$$

así que

$$\sphericalangle A + \sphericalangle C + \sphericalangle B + \sphericalangle D + \sphericalangle E = 180^\circ$$

Unidad 6: Congruencia

EA25.

Pasos	Justificación
1. $ABCD$ es un cuadrado	Hipótesis
2. $AB = BC$	Def. de cuadrado
3. $\sphericalangle ABC = \sphericalangle C$ $= 90^\circ$	Def. de cuadrado
4. $\sphericalangle BAE$ $= 90^\circ - \sphericalangle ABF$	$\sphericalangle BAE + \sphericalangle ABF = 90^\circ$ en el $\triangle ABF$
5. $\sphericalangle CBG$ $= 90^\circ - \sphericalangle ABF$	$\sphericalangle CBG$ y $\sphericalangle ABF$ son complementarios
6. $\sphericalangle BAE = \sphericalangle CBG$	Pasos 4 y 5
7. $\triangle ABE \cong \triangle BCG$	ALA en 2, 3 y 5

EA26.

Como $BM = CM$, entonces

$$\sphericalangle MCB = \sphericalangle CBM$$

Similarmente, al ser $CM = AM$ se tiene

$$\sphericalangle ACM = \sphericalangle CAM$$

Por otra parte,

$$\sphericalangle ACB = \sphericalangle ACM + \sphericalangle MCB$$

Luego,

$$\sphericalangle CBM + \sphericalangle ACB + \sphericalangle CAM = 180^\circ$$

$$\sphericalangle MCB + \sphericalangle ACB + \sphericalangle ACM = 180^\circ$$

$$\sphericalangle ACB + \sphericalangle ACB = 180^\circ$$

$$2 \sphericalangle ACB = 180^\circ$$

$$\sphericalangle ACB = 90^\circ$$

EA27.

Pasos	Justificación
1. $BE = CE$	Hipótesis
2. $\sphericalangle EBC = \sphericalangle ECB$	Rec. del teorema del triángulo isósceles
3. $\sphericalangle EBA = 180^\circ - \sphericalangle EBC$	Son ángulos suplementarios
4. $\sphericalangle ECD = 180^\circ - \sphericalangle ECB$	Son ángulos suplementarios
5. $\sphericalangle ECD = 180^\circ - \sphericalangle EBC$	Pasos 2 y 4
6. $\sphericalangle EBA = \sphericalangle ECD$	Pasos 3 y 5
7. $AB = DC$	Hipótesis
8. $\triangle EBA \cong \triangle ECD$	LAL en 1, 6 y 7
9. $EA = ED$	Def. de congruencia de triángulos
10. $\triangle AED$ es isósceles	Paso 9

EA28.

En el $\triangle PAB$ y $\triangle QCA$, se tiene:

$$\sphericalangle APB = \sphericalangle CQA = 90^\circ \quad (1)$$

$$AB = CA \quad (2)$$

Por otro lado,

$$\sphericalangle ABP = 180^\circ - \sphericalangle APB - \sphericalangle PAB$$

$$= 180^\circ - 90^\circ - \sphericalangle PAB$$

$$= 90^\circ - \sphericalangle PAB$$

$$\sphericalangle CAQ = 180^\circ - \sphericalangle BAC - \sphericalangle PAB$$

$$= 180^\circ - 90^\circ - \sphericalangle PAB$$

$$= 90^\circ - \sphericalangle PAB$$

Luego, $\sphericalangle ABP = \sphericalangle CAQ$ (3)

Por HA en (1), (2) y (3), resulta

$$\triangle PAB \cong \triangle QCA$$

De la congruencia anterior,

$$BP = AQ \quad AP = CQ$$

Luego,

$$BP + CQ = AQ + AP = PQ$$

Unidad 7: Paralelogramos

EA29.

En $\triangle ABE$ y $\triangle CDF$, se tiene que:

$\sphericalangle AEB$ y $\sphericalangle CFD$ son rectos (1)

$AB = CD$ porque son lados opuestos de un paralelogramo (2)

$\sphericalangle ABE = \sphericalangle CDF$ por ser alternos internos y $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ (3)

Por HA en (1), (2) y (3)

$$\triangle ABE \cong \triangle CDF$$

En consecuencia, $AE = CF$.

EA30.

Como P , Q , R y S son los puntos medios respectivos de \overline{AB} , \overline{BC} , \overline{CD} y \overline{DA} resulta que:

$$AB = 2AP = 2BP$$

$$BC = 2BQ = 2CQ$$

$$CD = 2CR = 2DR$$

$$AD = 2DS = 2AS$$

En el paralelogramo $ABCD$ se tiene que

$AB = CD$ y $BC = AD$, así que

$$2AP = 2CR \rightarrow AP = CR \quad (1)$$

$$2BP = 2DR \rightarrow BP = DR \quad (2)$$

$$2BQ = 2DS \rightarrow BQ = DS \quad (3)$$

$$2CQ = 2AS \rightarrow CQ = AS \quad (4)$$

Los ángulos opuestos tienen la misma medida, así que

$$\sphericalangle A = \sphericalangle C \quad (5)$$

$$\sphericalangle B = \sphericalangle D \quad (6)$$

Por ALA en (1), (4) y (5)

$$\triangle PAS \cong \triangle RCQ$$

Por lo cual $PS = RQ$ (*)

Por ALA en (2), (3) y (6)

$$\triangle PBQ \cong \triangle RDS$$

Por lo cual $PQ = RS$ (**)

De (*) y (**) los lados opuestos del cuadrilátero $PQRS$ tienen la misma medida, lo que significa que es un paralelogramo.

EA31.

Como $ABCD$ es un paralelogramo

$$\overline{EA} \parallel \overline{FC} \quad (1)$$

y

$$BE + EA = BA = DC = DF + FC$$

$$BE + EA = DF + FC$$

pero $BE = DF$ (hipótesis), así que

$$EA = CF \quad (2)$$

Por (1) y (2) el cuadrilátero $AECF$ es un paralelogramo que tiene dos lados opuestos paralelos y con la misma medida, lo que significa que es un paralelogramo.

EA32.

$ABCD$ al ser un rectángulo es un paralelogramo, y como P , Q , R y S son los puntos medios respectivos de \overline{AB} , \overline{BC} , \overline{CD} y \overline{DA} , del ejercicio 30, se garantiza que $PQRS$ es un paralelogramo.

De lo anterior se sigue que se debe probar que dos lados consecutivos tienen la misma medida.

En $\triangle SAP$ y $\triangle QBP$ se tiene que:

$SA = QB$ porque $2SA = AD = BC = 2QB$

$\sphericalangle A = \sphericalangle B$ por ser ángulos rectos

$AP = BP$ porque P es punto medio de \overline{AB}

Por lo anterior, se aplica ALA y resulta

$$\triangle SAP \cong \triangle QBP$$

Por lo cual $PS = PQ$, es decir, que dos lados consecutivos del paralelogramo $PQRS$ tienen la misma medida. Por tanto, es un rombo.

EA33.

En $\triangle AED$ y $\triangle CGB$, se tiene:

$AD = CB$ por ser $ABCD$ un paralelogramo.

$\sphericalangle DAE = \sphericalangle BCG$ y $\sphericalangle ADE = \sphericalangle CBG$ por hipótesis.

Por lo anterior se aplica ALA, y resulta

$$\triangle AED \cong \triangle CGB$$

de lo cual, $\sphericalangle E = \sphericalangle G$ (1)

Por el ejercicio avanzado 22 de la unidad de paralelismo se garantiza que

$$\sphericalangle AHB = 90^\circ = \sphericalangle DFC$$

Luego, por ángulos opuestos por el vértice

$$\sphericalangle GHE = 90^\circ = \sphericalangle GFE$$
 (2)

De (1) y (2) se obtiene que el cuadrilátero $EFGH$ tienen sus ángulos opuestos con la misma medida, lo que garantiza que sea un paralelogramo. Además por (2) sus ángulos son rectos, por lo cual, el paralelogramo $EFGH$ es un rectángulo.

Unidad 8: Sólidos**EA34.**

La altura h del prisma es la altura de los rectángulos que forman las caras laterales. Sean a y l el ancho y largo de la base del prisma.

Como el perímetro de la base es 13cm :

$$2l + 2a = 13$$
 (1)

Como la suma de las áreas de las caras laterales es 143cm^2 :

$$2lh + 2ah = 143$$

$$h(2l + 2a) = 143$$
 (2)

Al sustituir (1) en (2):

$$h(13) = 143$$

$$h = 11$$

La altura es 11cm .

EA35.

Sea S la suma de las áreas de las caras laterales. Por lo cual

$$S = (2)(5)(3) + (2)(7)(3) = 30 + 42 = 72(\text{cm}^2)$$

Sea P el perímetro de la base y h la altura del prisma, entonces

$$hP = (3)[(2)(5) + (2)(7)] = (3)(24) = 72(\text{cm}^2)$$

Por tanto, la suma de las áreas de las caras laterales del prisma es igual al producto de la altura de este por el perímetro de su base.

EA36.

Radio del cilindro: r

Altura del cilindro: h

Longitud de la base: $2\pi r = 6\pi$

Suma del radio con la altura: $r + h = 5$

Área del cilindro:

$$A = 2\pi rh + 2\pi r^2 = 2\pi r(h + r) = (6\pi)(5) = 30\pi(\text{cm}^2)$$

EA37.

Radio del cono: r , Altura del cono: $4r$

Radio de la esfera: r

$$\text{Volumen del cono} = \frac{1}{3}\pi r^2(4r) = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$\text{Volumen de la esfera} = \frac{4}{3}\pi r^3$$

Por tanto,

Volumen del cono = Volumen de la esfera

EA38.

Como los valores son iguales, resulta que

$$\frac{4}{3}\pi r^3 = 4\pi r^2$$

$$\frac{1}{3}\pi r^3 = \pi r^2$$

$$\pi r^3 = 3\pi r^2$$

$$\frac{\pi r^3}{\pi r^2} = 3$$

$$r = 3$$