Unidad 6

Teorema de Pitágoras

Sección 1 Teorema de Pitágoras

Sección 2 Aplicaciones del Teorema de Pitágoras en geometría

Contenido 1 Cálculo de la hipotenusa de un triángulo rectángulo

Aprendizajes esperados

Calcula el valor de la hipotenusa de un triángulo rectángulo.

▪ Secuencia:

En grados y unidades anteriores se establecieron criterios para la congruencia y semejanza de triángulos. En esta unidad se estudia el Teorema de Pitágoras y sus aplicaciones.

En esta clase se calcula el valor de la hipotenusa de un triángulo rectángulo a partir del área de un cuadrado.

▪ Puntos esenciales:

Recordar los criterios de congruencia, la definición y área de un triángulo rectángulo y de un cuadrado.

Destacar que áreas de triángulos congruentes son iguales.

Notar que el área de un cuadrado que tiene por lado la hipotenusa de un triángulo rectángulo es igual al cuadrado de dicha hipotenusa.

Sección 1: Teorema de Pitágoras

Contenido 1: Cálculo de la hipotenusa de un triángulo rectángulo

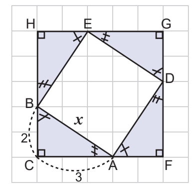
P En la figura, el cuadrilátero CFGH es cuadrado y los triángulos ABC, DAF, EDG y BEH son triángulos rectángulos y congruentes.

a) Calcule el área del cuadrado CFGH.

b) Calcule el área del cuadrilátero ADEB.

c) Verifique que el cuadrilátero ADEB es un cuadrado constatando que sus ángulos internos son rectos.

d) Calcule la medida de $\overline{AB}$.



S

a) Como CF = 2 + 3 = 5, el área del cuadrado CFGH es $CF^2 = 5^2 = 25$.

b) El área del cuadrilátero ADEB
$= $ (área del cuadrado CFGH) − (4 veces el área de ΔABC)
$= 25 - (4)\left[\frac{(2)(3)}{2}\right]$
$= 25 - 12$
$= 13.$

En la figura, los cuatro triángulos sombreados son congruentes, de modo que:
área de ΔACB
= área de ΔAFD
= área de ΔGED
= área de ΔHEB

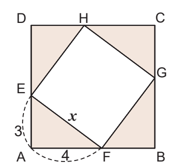
c) $\measuredangle BAD = 180° - (\measuredangle CAB + \measuredangle DAF)$
$= 180° - (\measuredangle CAB + \measuredangle ABC)$
$= 180° - 90° = 90°.$

De forma similar se obtiene que $\measuredangle ADE = \measuredangle DEB = \measuredangle EBA = 90°$. Por esto, y en vista de que los lados del cuadrilátero ADEB tienen igual medida AD = DE = EB = BA, este es un cuadrado.

d) Como el área del cuadrado es AB^2, por el inciso b) se tiene que
$AB^2 = 13$
y en consecuencia, $AB = \sqrt{13}$ por ser la longitud de segmentos un número positivo.

La diferencia entre las áreas de los cuadrados CFGH y ADEB es igual a cuatro veces el área del triángulo rectángulo ACB cuya hipotenusa es $\sqrt{13}$ y sus catetos 2 y 3, es decir $(\sqrt{13})^2 = 2^2 + 3^2$.

E En la siguiente figura, calcule el valor de x:



124

U6: Teorema de Pitágoras
S1: Teorema de Pitágoras
C1: Cálculo de la hipotenusa de un triángulo rectángulo

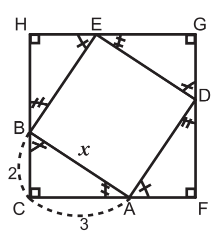
(P) $CFGH$ es un cuadrado y los triángulos ABC, DAF, EDG y BEH son rectángulos y congruentes.

a) Calcule el área de $CFGH$.

b) Calcule el área de $ADEB$.

c) Verifique que $ADEB$ es un cuadrado constatando que sus ángulos internos son rectos.

d) Determine AB.



(S) a) Como $CF = 2 + 3 = 5$, el área de $CFGH$ es
$$CF^2 = 5^2 = 25$$

b) Área de ADEB = (área de CFGH)−(4 veces el área de Δ ABC)
$$= 25 - 4\left[\frac{(2)(3)}{2}\right] = 25 - 12 = 13$$

c) $\measuredangle BAD = 180° - (\measuredangle CAB + \measuredangle DAF)$
$= 180° - (\measuredangle CAB + \measuredangle ABC)$
$= 180° - 90° = 90°$

$\measuredangle ADE = \measuredangle DEB = \measuredangle EBA = 90°$.

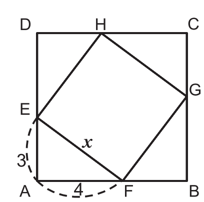
Por lo tanto, $ADEB$ es un cuadrado.

d) Como el área de $ADEB$ es AB^2, por b):
$AB^2 = 13 \implies AB = \sqrt{13}$

(E) En la figura, calcule el valor de x:

$EFGH$ es un cuadrado.

Suma de las áreas de los triángulos:
$$4\left[\frac{(4)(3)}{2}\right] = 24$$



Área de $ABCD$: $(4 + 3)^2 = 7^2 = 49$
Área de $EFGH$: $x^2 = 49 - 24 = 25$

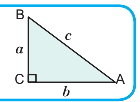
Por lo tanto, $x = \sqrt{25} = 5$

Contenido 2 Teorema de Pitágoras

Contenido 2: Teorema de Pitágoras

P

En la figura mostrada a la derecha, el ΔACB es triángulo rectángulo con $\measuredangle BCA = 90°$, si $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$. Demuestre que $a^2 + b^2 = c^2$.

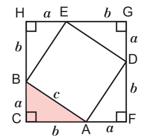


S

Dado el triángulo rectángulo ACB se construye el cuadrado ADEB sobre la hipotenusa de este.

Se construyen los triángulos BHE, EGD y DFA, prolongando los catetos del ΔACB y trazando segmentos perpendiculares como aparece en la figura. Estos tres triángulos son congruentes con el ΔACB por AAA y además son rectángulos con la misma área igual a: $\frac{1}{2}ab$,

El cuadrado formado CFGH tiene lado $a + b$ y área $(a + b)^2$. Así mismo el cuadrado ADEB tiene lado c y área c^2. También,



Área del cuadrado ADEB = (área del cuadrado CFGH) − (4 veces el área del ΔACB),

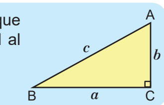
$$c^2 = (a + b)^2 - (4)\left(\frac{1}{2}ab\right) = (a^2 + 2ab + b^2) - 2ab = a^2 + b^2$$

Por tanto, $c^2 = a^2 + b^2$.

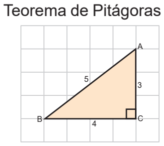
C

Teorema de Pitágoras: En todo triángulo rectángulo se cumple que la suma de los cuadrados de las longitudes de sus catetos es igual al cuadrado de la longitud de la hipotenusa.

$$a^2 + b^2 = c^2$$



Ejemplo Verifique que se cumple el Teorema de Pitágoras para el triángulo rectángulo de la figura.



En el caso del triángulo dado se tiene que $b = 3$, $a = 4$ y $c = 5$, de modo que

$$c^2 = 5^2 = 25$$

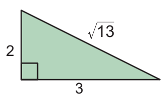
$$a^2 + b^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25$$

Por lo anterior vemos que $4^2 + 3^2 = 5^2$

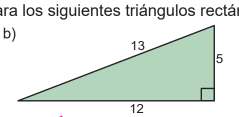
E

Verifique el Teorema de Pitágoras para los siguientes triángulos rectángulos:

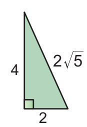
a)



b)



c)



Aprendizajes esperados

Demuestra el Teorema de Pitágoras realizando una interpretación geométrica del mismo.

Secuencia:

En la clase anterior se calculó el valor de la hipotenusa de un triángulo rectángulo a partir del área de un cuadrado, esta misma idea se utiliza en esta clase para demostrar el Teorema de Pitágoras.

Puntos esenciales:

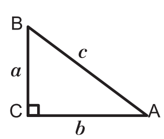
Recordar la idea utilizada para encontrar el valor de la hipotenusa de un triángulo rectángulo a partir del área de un cuadrado.

Resaltar que el Teorema de Pitágoras sólo es válido en triángulos rectángulos.

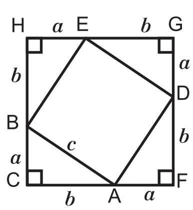
Notar que el recíproco del Teorema de Pitágoras es válido también. Es decir, si el cuadrado de un lado de un triángulo es igual a la suma de los cuadrados de los otros dos lados, entonces el triángulo es un triángulo rectángulo, con su ángulo recto opuesto al lado más largo.

C2: Teorema de Pitágoras

P Dada la figura, demuestre que $a^2 + b^2 = c^2$.



S



El área de $CFGH$ es $(a + b)^2$.

Y el área de cada uno de los triángulos es $\frac{1}{2}ab$.

Como el lado de $ADEB$ es c, su área es c^2.

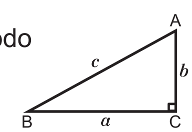
Área de $ADEB$ = (área de $CFGH$) − (área del $\Delta\, ACB$)

$c^2 = (a + b)^2 - 4\left(\frac{1}{2}ab\right) = (a^2 + 2ab + b^2) - 2ab = a^2 + b^2$

Por tanto, $c^2 = a^2 + b^2$

C Teorema de Pitágoras: En todo triángulo rectángulo se cumple

$$a^2 + b^2 = c^2$$



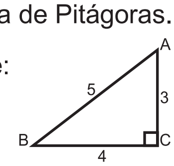
Ej Verifique que se cumple el Teorema de Pitágoras.

$a = 4,\ b = 3$ y $c = 5$, de modo que:

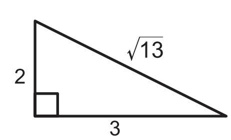
$c^2 = 5^2 = 25$

$a^2 + b^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25$.

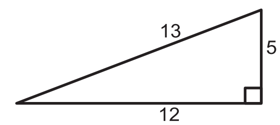
Se cumple el Teorema de Pitágoras.



E a)



b)



a) $a^2 + b^2 = 2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13$ y $c = \sqrt{13}$

b) $a^2 + b^2 = 5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169$ y $c = 13$

Los datos de ambos triángulos cumplen con el Teorema de Pitágoras

Contenido 3 Cálculo de las longitudes de los catetos e hipotenusa de un triángulo rectángulo

Aprendizajes esperados

Aplica el Teorema de Pitágoras en el cálculo de las longitudes de los catetos e hipotenusa de un triángulo rectángulo.

Secuencia:

En la clase anterior se demostró el Teorema de Pitágoras. Ahora, se aplica en el cálculo de las medidas de los catetos e hipotenusa de un triángulo rectángulo.

Puntos esenciales:

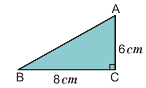
Recordar el Teorema de Pitágoras.

Realizar despejes correctamente al momento de encontrar las longitudes de los catetos.

Unidad 6: Teorema de Pitágoras

Contenido 3: Cálculo de las longitudes de los catetos e hipotenusa de un triángulo rectángulo

Ejemplo 1 En la figura, $\angle ACB$ es un ángulo recto, calcule la medida de $\overline{AB}$.



Se aplica el Teorema de Pitágoras:

$$AB^2 = BC^2 + AC^2$$
$$= 8^2 + 6^2$$
$$= 64 + 36$$
$$= 100$$

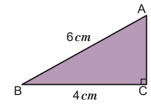
La longitud de un segmento es un número positivo.

Como $AB > 0$,

$$AB = \sqrt{100} = 10$$

Por lo tanto, la longitud de $\overline{AB}$ es **10 *cm***.

Ejemplo 2 En la figura, el $\angle ACB$ es un ángulo recto, calcule la longitud de $\overline{AC}$.



Para encontrar AC se sustituyen los valores en la fórmula del Teorema de Pitágoras, obteniéndose $AB = 6\,cm$, $BC = 4\,cm$.

$$AB^2 = BC^2 + AC^2$$
$$6^2 = 4^2 + AC^2$$
$$36 = 16 + AC^2$$
$$AC^2 = 36 - 16 = 20$$

Como $AC > 0$,

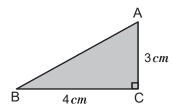
$$AC = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

Por lo tanto, la longitud de $\overline{AC}$ es $\mathbf{2\sqrt{5}\ cm}$.

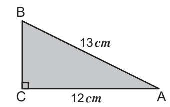
E

1. Calcule la longitud del tercer lado en cada uno de los siguientes triángulos rectángulos:

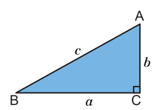
a)



b)



2. Complete la siguiente tabla sabiendo que a y b son las longitudes de los catetos, c la longitud de la hipotenusa de los triángulos rectángulos ①, ②, ③ y ④.

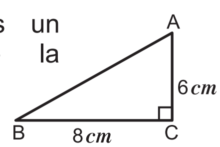


	①	②	③	④
a	6	4	$\sqrt{2}$	$3\sqrt{5}$
b		4		2
c	10		3	

126

C3: Cálculo de las longitudes de los catetos e hipotenusa de un triángulo rectángulo

Ej1 En la figura $\angle ACB$ es un ángulo recto, calcule la medida de $\overline{AB}$.

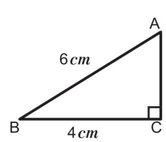


Se aplica el Teorema de Pitágoras:

$$AB^2 = BC^2 + AC^2$$
$$AB^2 = 8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100$$
$$AB = \sqrt{100} = 10$$

Por lo tanto, la longitud de $\overline{AB}$ es 10 cm.

Ej2 Calcule la medida de $\overline{AC}$.

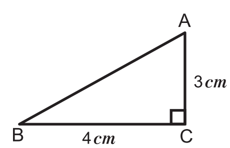


$$AB^2 = BC^2 + AC^2$$
$$6^2 = 4^2 + AC^2 \implies 36 = 16 + AC^2$$
$$AC^2 = 36 - 16 = 20 \implies AC = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

Por lo tanto, $AC = 2\sqrt{5}\ cm$.

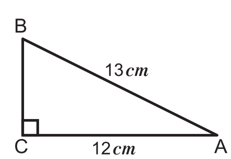
E 1. Calcule la longitud del tercer lado en cada uno de los siguientes triángulos rectángulos:

a)



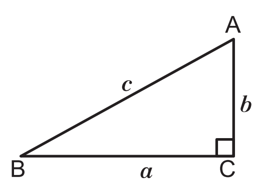
$$AB^2 = BC^2 + AC^2$$
$$AB^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25$$
$$AB = 5$$

b)



$$AB^2 = BC^2 + AC^2$$
$$13^2 = BC^2 + 12^2$$
$$169 = BC^2 + 144$$
$$BC^2 = 169 - 144 = 25$$
$$BC = \sqrt{25} = 5$$

2. Complete la información sabiendo que a y b son las longitudes de los catetos, c la longitud de la hipotenusa de los triángulos rectángulos: ①, ② ③ y ④



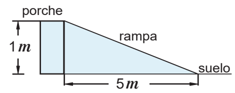
	①	②	③	④
a	6	4	$\sqrt{2}$	$3\sqrt{5}$
b	8	4	$\sqrt{7}$	2
c	10	$4\sqrt{2}$	3	7

Contenido 4 Aplicación del Teorema de Pitágoras

Contenido 4: Aplicación del Teorema de Pitágoras

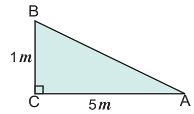
P

Roberto quiere construir una rampa que ascienda del suelo al porche de la entrada de su casa. El porche está a 1 metro sobre el suelo, y debido a regulaciones de construcción, la rampa debe empezar a 5 metros de distancia del porche. ¿Qué tan larga debe ser la rampa?



S

1. Se representa la situación planteada con el triángulo rectángulo de la derecha.
2. Se aplica el Teorema de Pitágoras, para calcular la medida del lado que no se conoce, que es la hipotenusa:



$$AB^2 = BC^2 + AC^2$$
$$= 1^2 + 5^2$$
$$= 1 + 25$$
$$= 26$$

Como la distancia es positiva, entonces $AB > 0$,

$$AB = \sqrt{26}$$

Por lo tanto, la rampa tiene $\sqrt{26}$ ***m*** de largo.

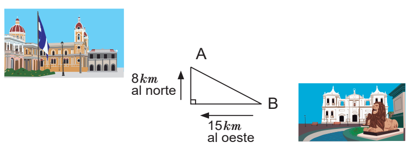
C

Para resolver problemas de situaciones del entorno con ayuda del Teorema de Pitágoras, se realizan los siguientes pasos:

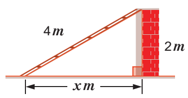
1. Se representa la situación planteada en el problema mediante un triángulo rectángulo.
2. Se aplica el Teorema de Pitágoras, sustituyendo en la fórmula los datos conocidos y resolviendo la ecuación de segundo grado resultante.

E

a) Un carro avanza 15 km al oeste de la ciudad B y luego 8 km al norte para llegar a la ciudad A. ¿Cuál es la distancia (lineal) AB entre las dos ciudades?



b) El extremo superior de una escalera de 4 metros de longitud se apoya sobre el borde superior de una pared cuya altura es de 2 metros. ¿A qué distancia está el pie de la escalera de la base de la pared?



Aprendizajes esperados

Resuelve situaciones concretas aplicando el Teorema de Pitágoras.

Secuencia:

En la clase anterior se aplicó el Teorema de Pitágoras para calcular las longitudes de los catetos e hipotenusa de un triángulo rectángulo. Aquí se aplica en situaciones del entorno.

Puntos esenciales:

Recordar el Teorema de Pitágoras.

Comprender la situación planteada.

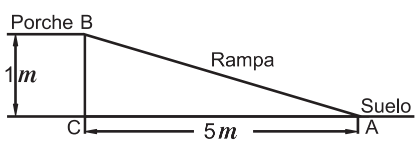
Interpretar geométricamente dicha situación.

Aplicar el Teorema de Pitágoras.

Determinar, de acuerdo a la naturaleza del problema, cuál de las posibles soluciones es correcta.

C4: Aplicación del Teorema de Pitágoras

P El porche está a 1 metro sobre el suelo y la rampa debe empezar a 5 metros de distancia del porche. ¿Qué tan larga debe ser la rampa?



S Se aplica el Teorema de Pitágoras

$$AB^2 = BC^2 + AC^2$$
$$AB^2 = 1^2 + 5^2$$
$$= 1 + 25 = 26$$

$AB > 0,\ AB = \sqrt{26}$

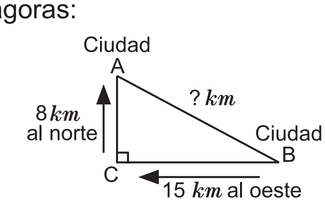
La rampa tiene $\sqrt{26}\ m$ de largo.

C *Leer en LT.*

E a) *Leer en el libro de texto.*

Aplicamos el Teorema de Pitágoras:

$$AB^2 = BC^2 + AC^2$$
$$AB^2 = 15^2 + 8^2$$
$$= 225 + 64 = 289$$
$$AB = \sqrt{289} = 17$$

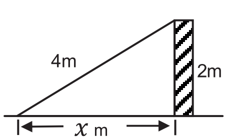


La distancia lineal entre las dos ciudades es de 17 km.

b) *Leer en el libro de texto.*

Aplicamos el Teorema de Pitágoras:

$$4^2 = x^2 + 2^2 \Rightarrow 16 = x^2 + 4$$
$$x^2 = 16 - 4 = 12 \Rightarrow x = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$



El pie de la escalera está a $2\sqrt{3}$ metros de la pared.

Contenido 1 Cálculo de la altura y volumen de un cono aplicando Teorema de Pitágoras

Aprendizajes esperados

Calcula la altura y el volumen de un cono, utilizando el Teorema de Pitágoras.

Secuencia:

En la clase anterior se aplicó el Teorema de Pitágoras en problemas del entorno. Ahora, se estudian situaciones propias de la geometría en las que es común utilizar tal resultado.

Puntos esenciales:

Recordar el Teorema de Pitágoras y la definición de cono.

Destacar que la altura de un cono es perpendicular a la base.

Trazar el triángulo rectángulo formado por la altura, la generatriz y el radio de la base del cono.

Aplicar el Teorema de Pitágoras en dicho triángulo rectángulo.

Resaltar que el volumen de un cono es un tercio del producto de su altura por el área de la base.

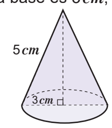
Sección 2: Aplicaciones del Teorema de Pitágoras en geometría

Sección 2: Aplicaciones del Teorema de Pitágoras en geometría

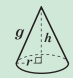
Contenido 1: Cálculo de la altura y volumen de un cono aplicando Teorema de Pitágoras

P

Calcule la altura y el volumen del cono mostrado en la figura, del cual se conoce que el radio de la base es $3\,cm$, y la longitud de su generatriz es $5\,cm$.



El volumen de un cono de radio r y altura h es $V=\frac{1}{3}\pi r^2 h$

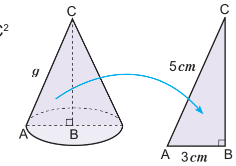


g : generatriz

S

1. Se traza la altura del cono para formar el triángulo rectángulo ABC que se muestra en la figura.
2. Para calcular BC se sustituyen en la fórmula $AC^2=AB^2+BC^2$ del Teorema de Pitágoras los datos conocidos:

$$AC^2=AB^2+BC^2$$
$$5^2=3^2+BC^2$$
$$BC^2=25-9=16$$
$$BC=\sqrt{16}=4$$



Siendo $BC=4\,cm$ la altura del cono.

3. Se calcula el volumen del cono sabiendo que $r=AB=3\,cm$ y $h=BC=4\,cm$:

$$V=\frac{1}{3}\pi r^2 h=\frac{1}{3}\pi(3^2)(4)=12\pi$$

Por lo tanto, el volumen del cono es $\mathbf{12\pi\,cm^3}$.

C

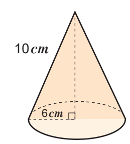
Para calcular la altura y el volumen de un cono, conocidos el radio y la generatriz de este:

1. Se traza la altura del cono para formar un triángulo rectángulo.
2. Se aplica el Teorema de Pitágoras para calcular la altura del cono.
3. Se calcula el volumen del cono a partir de la fórmula.

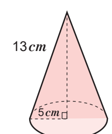
E

Calcule la altura y el volumen de los conos mostrados en las siguientes figuras:

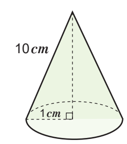
a)



b)



c)



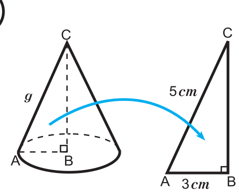
129

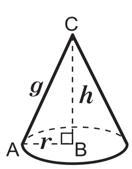
S2: Aplicaciones del Teorema de Pitágoras en geometría

C1: Cálculo de la altura y volumen de un cono aplicando Teorema de Pitágoras

P Calcule la altura y el volumen del cono, con base de radio $3\,cm$ y generatriz de longitud $5\,cm$

S





$g=$ Generatriz
$h=$ Altura
$r=$ Radio

Volumen
$V=\frac{1}{3}\pi r^2 h$

Por el Teorema de Pitágoras:

$$AC^2=AB^2+BC^2 \Longrightarrow 5^2=3^2+BC^2$$
$$BC^2=25-9=16 \Longrightarrow BC=\sqrt{16}=4$$

La altura del cono es: $4\ cm$

Como $r=AB=3\ cm$ y $h=BC=4\ cm$

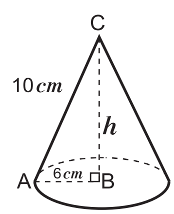
$$V=\frac{1}{3}\pi r^2 h=\frac{1}{3}\pi(3^2)(4)=12\pi$$

El volumen del cono es $12\pi cm^3$.

C *Leer en el libro de texto.*

E Calcule la medida de la altura y el volumen de los conos siguientes:

a)



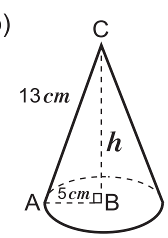
Teorema de Pitágoras para calcular BC:

$$AC^2=AB^2+BC^2$$
$$10^2=6^2+BC^2$$
$$BC^2=100-36=64$$
$$BC=\sqrt{64}=8\ cm$$

Como $r=AB=6\ cm$ y $\underline{h=BC=8\ cm}$

$$V=\frac{1}{3}\pi r^2 h=\frac{1}{3}\pi(6^2)(8)=\underline{96\pi\ cm^3}$$

b)



Teorema de Pitágoras:

$$13^2=5^2+BC^2$$
$$BC^2=169-25=144$$
$$BC=\sqrt{144}=12\ cm$$

$r=AB=5\ cm$ y $\underline{h=BC=12\ cm}$

$$V=\frac{1}{3}\pi r^2 h=\frac{1}{3}\pi(5^2)(12)=\underline{100\pi\ cm^3}$$

Contenido 2 Cálculo de la altura y volumen de una pirámide de base cuadrada aplicando Teorema de Pitágoras

Unidad 6: Teorema de Pitágoras

Contenido 2: Cálculo de la altura y volumen de una pirámide de base cuadrada aplicando Teorema de Pitágoras

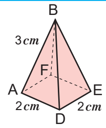
P

Para la pirámide de base cuadrada mostrada a la derecha, calcule:

a) La longitud de la diagonal del cuadrado que forma la base.

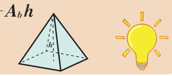
b) La longitud de la altura de la pirámide.

c) El volumen de la pirámide.



El volumen de una pirámide de base cuadrada cuya altura es h es

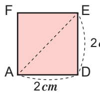
$V = \frac{1}{3}A_b h$



S

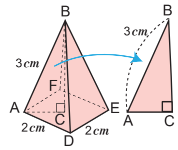
Se traza la altura de la pirámide para formar el triángulo rectángulo ABC, del cual solo se conoce la hipotenusa.

a) Se calcula la longitud de la diagonal de la base:



$AE^2 = AD^2 + DE^2 = 2^2 + 2^2 = 4 + 4 = 8$

$AE = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$



b) Como $\overline{AC}$ es la mitad de la diagonal $\overline{AE}$, y esta mide $2\sqrt{2}\ cm$, entonces

$$AC = \frac{AE}{2} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$$

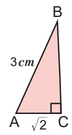
Luego, $\overline{AC}$ mide $\sqrt{2}\ cm$.

Ahora se calcula la longitud de la medida del $\overline{CB}$, cateto del triángulo rectángulo ABC y altura de la pirámide

$AB^2 = AC^2 + CB^2$

$3^2 = (\sqrt{2})^2 + CB^2$

$CB^2 = 9 - 2 = 7$



Como $CB > 0$,

$CB = \sqrt{7}$

Por lo tanto, la altura buscada es $\sqrt{7}\ cm$.

c) Para calcular el volumen de la pirámide, se determina primero el área de la base de esta A_b

$A_b =$ área del cuadrilátero ADEF $= 2^2 = 4$

de modo que: $V = \frac{1}{3}A_b CB = \frac{1}{3}(4)(\sqrt{7}) = \frac{4\sqrt{7}}{3}$

Por lo tanto, el volumen de la pirámide es $\frac{4\sqrt{7}}{3}\ cm^3$.

C

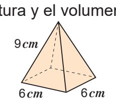
Para calcular la altura y el volumen de una pirámide de base cuadrada:

1. Se traza la altura de la pirámide para formar un triángulo rectángulo.
2. Se calcula la longitud de la diagonal de la base de la pirámide, utilizando el Teorema de Pitágoras, para luego calcular la longitud de uno de los catetos desconocidos en el triángulo rectángulo del paso anterior.
3. Se calcula la altura de la pirámide utilizando el Teorema de Pitágoras.
4. Se calcula el área de la base de la pirámide y posteriormente el volumen de este sólido.

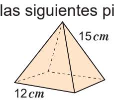
E

Calcule la altura y el volumen de cada una de las siguientes pirámides cuadradas:

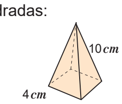
a)



b)



c)



130

Aprendizajes esperados

Calcula la altura y el volumen de una pirámide de base cuadrada, utilizando el Teorema de Pitágoras.

Secuencia:

En la clase anterior se utilizó el Teorema de Pitágoras para calcular la altura de un cono. Aquí se utiliza para calcular la altura de una pirámide cuadrada.

Puntos esenciales:

Recordar el Teorema de Pitágoras y la definición de pirámide.

Destacar que la altura de una pirámide es perpendicular a la base.

Resaltar que el volumen de una pirámide es un tercio del producto de su altura y el área de la base.

C2: Cálculo de la altura y volumen de una pirámide de base cuadrada aplicando Teorema de Pitágoras

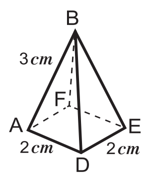
P Calcule:

a) La longitud de la diagonal de la base

b) La longitud de la altura de la pirámide.

c) El volumen de la pirámide:

$$\boxed{V = \frac{1}{3}A_b h}$$

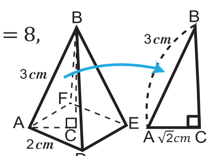


S Tracemos la altura de la pirámide para formar el triángulo rectángulo ABC.

a) Se calcula AE

$AE^2 = AD^2 + DE^2 = 2^2 + 2^2 = 4 + 4 = 8,$

$AE = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}\ cm$



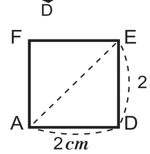
b) Como $AC = \frac{AE}{2} \Rightarrow AC = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}\ cm$

Medida de $\overline{CB}$:

$AB^2 = AC^2 + CB^2$

$3^2 = (\sqrt{2})^2 + CB^2 \Rightarrow CB^2 = 9 - 2 = 7$

$\Rightarrow CB = \sqrt{7}\ cm$



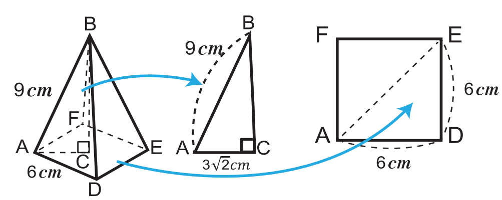
c) Área de $ADEF = 2^2 = 4(cm^2)$

$V = \frac{1}{3}A_b CB = \frac{1}{3}(4)(\sqrt{7}) = \frac{4\sqrt{7}}{3}$ El volumen es $\frac{4\sqrt{7}}{3}\ cm^3$.

C *Leer en el libro de texto.*

E Calcule la altura y el volumen de la siguiente pirámide cuadrada:

a)



Se traza CB como altura de la pirámide:

$AE^2 = AD^2 + DE^2 = 6^2 + 6^2 = 72$

$AE = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}\ cm$

Como $AC = \frac{AE}{2} \Rightarrow AC = \frac{6\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}cm$

Se calcula la medida CB:

$AB^2 = AC^2 + CB^2 \Rightarrow 9^2 = (3\sqrt{2})^2 + CB^2$

$CB^2 = 81 - 18 = 63$ La altura es $CB = 3\sqrt{7}\ cm$

Área de $ADEF = 6^2 = 36(cm^2)$

$V = \frac{1}{3}A_b CB = \frac{1}{3}(36)(3\sqrt{7}),\ V = 36\sqrt{7}cm^3$

Contenido 3 Cálculo de la longitud de la diagonal de un prisma rectangular aplicando Teorema de Pitágoras

Aprendizajes esperados

Calcula la longitud de la diagonal de un prisma recto aplicando el Teorema de Pitágoras.

Secuencia:

En la clase anterior se aplicó el Teorema de Pitágoras para calcular la altura de una pirámide cuadrangular. Aquí se aplica para calcular la medida de la diagonal de un ortoedro.

Puntos esenciales:

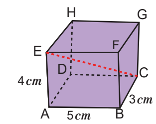
Recordar el Teorema de Pitágoras.

Destacar que un ortoedro es un prisma rectangular recto.

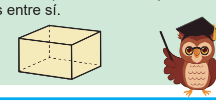
Notar que el cuadrado de la diagonal de un ortoedro es igual a la suma de los cuadrados de sus dimensiones.

Contenido 3: Cálculo de la longitud de la diagonal de un prisma rectangular aplicando Teorema de Pitágoras

P Calcule la longitud de la diagonal $\overline{EC}$ del prisma rectangular siguiente:

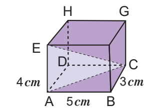


Un ortoedro es un prisma recto cuyas caras forman entre sí ángulos rectos y tiene la característica de que las caras opuestas son iguales entre sí.

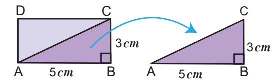


S

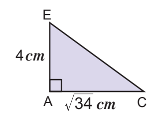
1. Se forma el triángulo rectángulo EAC con la diagonal $\overline{EC}$, la arista $\overline{EA}$ y la diagonal $\overline{AC}$ del rectángulo ABCD, el cual es la base del prisma rectangular.



2. Se calcula la longitud de la diagonal $\overline{AC}$ del rectángulo ABCD, utilizando el Teorema de Pitágoras en el triángulo rectángulo ABC.
   $AC^2 = AB^2 + BC^2 = 5^2 + 3^2 = 25 + 9 = 34$
   Por lo tanto, $AC = \sqrt{34}$



3. Como se conocen las medidas de $\overline{AC}$ y $\overline{AE}$, al utilizar nuevamente el Teorema de Pitágoras en el triángulo rectángulo EAC, se puede calcular la longitud de $\overline{EC}$:
   $EC^2 = AC^2 + AE^2 = (\sqrt{34})^2 + 4^2 = 34 + 16 = 50$
   Como $EC > 0$,
   $EC = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$

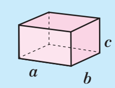


Por lo tanto, la longitud de la diagonal $\overline{EC}$ del prisma rectangular es $\mathbf{5\sqrt{2}\,cm}$.

C

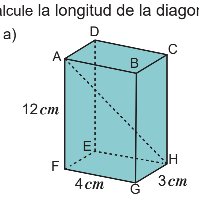
Para encontrar la longitud de una diagonal de un prisma rectangular:

1. Se forma un triángulo rectángulo con la diagonal cuya longitud se quiere determinar, la diagonal del rectángulo que es la base del prisma rectangular y una arista de este sólido.
2. Se calcula la longitud de la diagonal de la base del prisma rectangular utilizando el Teorema de Pitágoras.
3. Se calcula la diagonal del prisma rectangular a partir de la información obtenida en el paso anterior, y utilizando de nuevo el Teorema de Pitágoras.

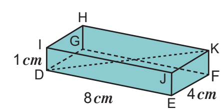


E Calcule la longitud de la diagonal de cada uno de los siguientes prismas rectangulares:

a)

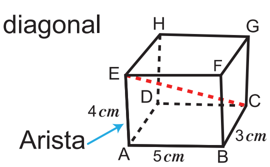


b)

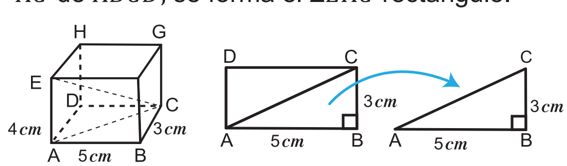


C3: Cálculo de la longitud de la diagonal de un prisma rectangular aplicando Teorema de Pitágoras

P Calcule la longitud de la diagonal $\overline{EC}$:

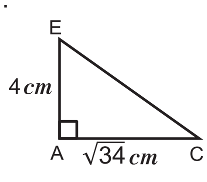


S 1. Con la diagonal $\overline{EC}$, la arista $\overline{EA}$ y la diagonal $\overline{AC}$ de $ABCD$, se forma el ΔEAC rectángulo.



2. Determinar la medida de $\overline{AC}$:

$AC^2 = AB^2 + BC^2 = 5^2 + 3^2$
$AC^2 = 25 + 9 = 34$
$AC = \sqrt{34}\ cm$



3. Como $AC = \sqrt{34}\ cm$ y $AE = 4$, se utiliza el Teorema de Pitágoras en el $\Delta\, ACE$:

$EC^2 = AC^2 + AE^2 = \left(\sqrt{34}\right)^2 + (4)^2 = 34 + 16 = 50$
$EC = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$

Así, la longitud de le diagonal del prisma es $5\sqrt{2}\ cm$

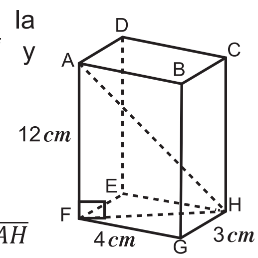
C *Leer en LT.*

E a) 1. Se forma ΔFHA con la diagonal $\overline{AH}$, arista $\overline{AF}$ y diagonal $\overline{FH}$

2. Se determina FH
$FH^2 = FG^2 + GH^2$
$= (4)^2 + (3)^2 = 25$
$FH = 5$

3. Se calcula la longitud de $\overline{AH}$
$AH^2 = AF^2 + FH^2$
$= (12)^2 + (5)^2$
$= 144 + 25 = 169$
$AH = \sqrt{169} = 13$

La longitud de la diagonal del prisma es $13\ cm$



Contenido 4 Cálculo del área de un triángulo equilátero aplicando Teorema de Pitágoras

Unidad 6: Teorema de Pitágoras

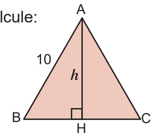
Contenido 4: Cálculo del área de un triángulo equilátero aplicando Teorema de Pitágoras

P

Dado el triángulo equilátero ABC, calcule:

a) La longitud de la altura $\overline{AH}$

b) El área A del ΔABC.



En todo triángulo equilátero ABC con altura $\overline{AH}$ se cumple:

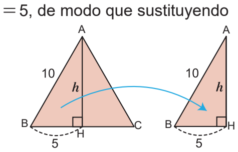
AB = AC = BC

$\overline{AH} \perp \overline{BC}$, BH = HC

S

a) La altura h forma en el triángulo equilátero ABC dos triángulos rectángulos : BHA y CHA.
En el ΔBHA, $\overline{AH}$ es un cateto, y se tiene que AB = 10, BH = 5, de modo que sustituyendo los datos en AB² = BH² + AH²
y con AH = h, resulta

$$10^2 = 5^2 + h^2$$
$$h^2 = 100 - 25 = 75$$
$$h = \sqrt{75} = 5\sqrt{3}$$



b) El área del ΔABC es

$$A = \frac{bh}{2} = \frac{(BC)(AH)}{2} = \frac{(10)(5\sqrt{3})}{2} = 25\sqrt{3}$$

Área del triángulo ABC

$$A = \frac{(base)(altura)}{2}$$

El área del ΔABC es por tanto **$25\sqrt{3}$ cm^2**.

C

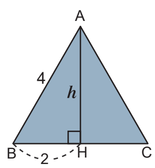
Para encontrar el área de un triángulo equilátero:

1. Se traza la altura del triángulo equilátero, formando dos triángulos rectángulos.
2. En los triángulos rectángulos del paso anterior, la altura del triángulo equilátero es un cateto de estos, y la longitud de este se calcula aplicando el Teorema de Pitágoras.
3. Se determina el área del triángulo equilátero utilizando la altura encontrada en el paso anterior y la base correspondiente.

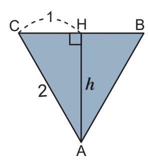
E

Calcule el área de cada triángulo equilátero:

a)



b)



132

Aprendizajes esperados

Cálcula la altura de un triángulo equilátero aplicando el Teorema de Pitágoras.

Secuencia:

En la clase anterior se aplicó el Teorema de Pitágoras para calcular la medida de la diagonal de un ortoedro. Ahora se aplica para calcular la altura de un triángulo equilátero.

Puntos esenciales:

Recordar el Teorema de Pitágoras y la definición de triángulo equilátero.

Trazar el triángulo rectángulo formado por la altura, uno de los lados y la mitad del lado que se esté considerando como la base del triángulo.

Aplicar el Teorema de Pitágoras en dicho triángulo rectángulo.

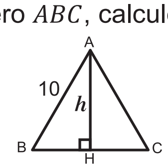
Notar que el cuadrado de la altura de un triángulo equilátero es igual a los tres cuartos del cuadrado de su lado.

C4: Cálculo del área de un triángulo equilátero aplicando Teorema de Pitágoras

(P) Dado el triángulo equilátero ABC, calcule:

a) La altura AH.

b) El área A del ΔABC.

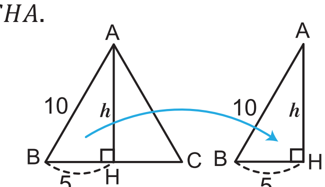


(S) En el ΔABC se forman dos triángulos rectángulos: BHA y CHA.

$AB = 10,\ BH = 5,$
de modo que:

$AB^2 = BH^2 + AH^2$

Como $AH = h$,
entonces, $10^2 = 5^2 + h^2$



$h^2 = 100 - 25 = 75 \implies h = \sqrt{75} = 5\sqrt{3}$

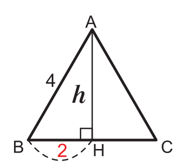
El área del ΔABC es:

$$A = \frac{bh}{2} = \frac{(BC)(AH)}{2} = \frac{(10)(5\sqrt{3})}{2} = 25\sqrt{3}$$

El área es por tanto $25\sqrt{3}\ cm^2$

(C) *Leer en LT.*

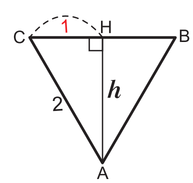
(E) a)



Como $AH = h \implies AB^2 = BH^2 + h^2$
$4^2 = 2^2 + h^2 \implies h^2 = 16 - 4 = 12$
$h = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

$$\text{Área de } \Delta ABC = \frac{(BC)(AH)}{2} = \frac{(4)(2\sqrt{3})}{2} = 4\sqrt{3}\ cm^2$$

b)



Como $AH = h \implies AC^2 = CH^2 + h^2$
$2^2 = 1^2 + h^2 \implies h^2 = 4 - 1 = 3 \implies h = \sqrt{3}$

$$\text{Área de } \Delta ABC = \frac{(BC)(AH)}{2} = \frac{(2)(\sqrt{3})}{2} = \sqrt{3}\ cm^2$$

Contenido

5 Cálculo del área de un hexágono regular aplicando Teorema de Pitágoras

Aprendizajes esperados

Cálcula la apotema de un hexágono regular aplicando el Teorema de Pitágoras.

Secuencia:

En la clase anterior se aplicó el Teorema de Pitágoras para calcular la altura de un triángulo equilátero. Aquí se aplica para calcular la medida de la apotema de un hexágono regular y a partir de esta, el área del mismo.

Puntos esenciales:

Recordar el Teorema de Pitágoras y la definición de hexágono regular, así como sus elementos.

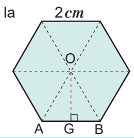
Destacar que la perpendicular trazada desde el centro del polígono regular a cualquiera de sus lados se llama apotema.

Resaltar que todo polígono regular puede inscribirse en una circunferencia.

Notar que cualquier polígono regular se puede dividir en triángulos isósceles.

Contenido 5: Cálculo del área de un hexágono regular aplicando Teorema de Pitágoras

P Calcule el área del hexágono regular de la derecha.



En un polígono regular se cumple que todos sus lados tienen igual longitud, y todos los ángulos interiores tienen igual medida.

S

1. Se calcula la altura de uno de los triángulos que forman el hexágono, la cual es la apotema del polígono, sustituyendo los datos proporcionados en la fórmula del Teorema de Pitágoras.

   $OB^2 = OG^2 + GB^2$

   de donde resulta

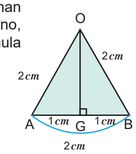
   $2^2 = OG^2 + 1^2$

   $OG^2 = 2^2 - 1^2 = 4 - 1 = 3$

   Como $OG > 0$,

   $OG = \sqrt{3}$

   OG es $\sqrt{3}$ cm



2. Se calcula el área del triángulo equilátero ABO:

   $$A = \frac{(AB)(OG)}{2} = \frac{(2)(\sqrt{3})}{2} = \sqrt{3}$$

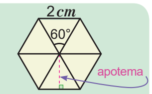
   Luego, $A = \sqrt{3}$.

   A es $\sqrt{3}$ cm^2.

3. El área del hexágono regular es 6 veces el área del ΔABO.

   Área del Hexágono $= (6)(\sqrt{3}) = 6\sqrt{3}$

   Por lo tanto, el área del hexágono regular es **$6\sqrt{3}$ cm^2**.



Un hexágono regular está formado por 6 triángulos equiláteros congruentes.

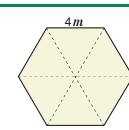
La perpendicular trazada desde el centro de un polígono regular a cualquiera de sus lados, recibe el nombre de **apotema**.

En el problema dado la altura $\overline{OG}$ coincide con la apotema del hexágono regular.

C Para calcular el área de un hexágono regular:

1. Se descompone el hexágono en 6 triángulos equiláteros congruentes.
2. Se encuentra la altura de uno de los triángulos equiláteros del paso 1 (que es la apotema del polígono) utilizando el Teorema de Pitágoras.
3. Se calcula el área del triángulo del paso anterior.
4. El área del hexágono regular es 6 veces el área del triángulo del paso 3.

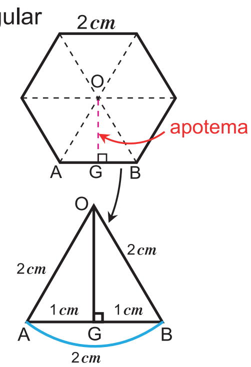
E Encuentre el área del hexágono de la figura:



C5: Cálculo del área de un hexágono regular aplicando Teorema de Pitágoras

P Calcule el área del siguiente hexágono regular

Un hexágono regular queda dividido en 6 triángulos equiláteros congruentes.



S 1. Calculamos la apotema del polígono utilizando el teorema de Pitágoras.

$OB^2 = OG^2 + GB^2$

$2^2 = OG^2 + 1^2$

$OG^2 = 2^2 - 1^2 = 4 - 1 = 3.$

Como $OG > 0,\ OG = \sqrt{3}\,cm.$

2. Calculamos el área de ΔABO.

$$A = \frac{(AB)(OG)}{2} = \frac{(2)(\sqrt{3})}{2} = \sqrt{3}$$

El área es $\sqrt{3}\,cm^2$.

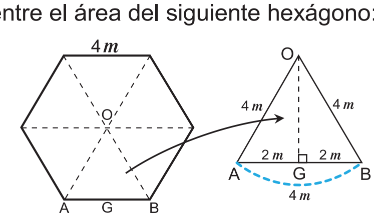
3. El área del hexágono regular es 6 veces el área de ΔABO.

Área del Hexágono $= 6($área de $\Delta ABO)$

$= (6)(\sqrt{3}) = 6\sqrt{3}\,(cm^2)$

C *Leer en el libro de texto.*

E Encuentre el área del siguiente hexágono:



1. Se calcula la apotema del polígono:

   $OB^2 = OG^2 + GB^2$

   $4^2 = OG^2 + 2^2$

   $OG^2 = 4^2 - 2^2 = 16 - 4 = 12$

   $OG = 2\sqrt{3}$

2. Área de $\Delta ABO = \frac{(AB \cdot OG)}{2} = \frac{(4)(2\sqrt{3})}{2} = 4\sqrt{3}\,m^2$

3. Área del Hexágono $= 6($área de $\Delta ABO)$

   $= (6)(4\sqrt{3}) = 24\sqrt{3}$

   El área del hexágono regular es $24\sqrt{3}\,m^2$.

Prueba de Matemática 9no (30min)   Fecha:________
Unidad 6 : Teorema de Pitágoras

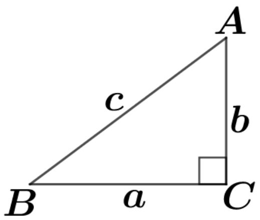
/20

Nombre:________________________________Sección:________
Sexo: M / F

1. Complete la siguiente tabla sabiendo que a y b son las longitudes de los catetos, c la longitud de la hipotenusa de los triángulos rectángulos ①, ② y ③.

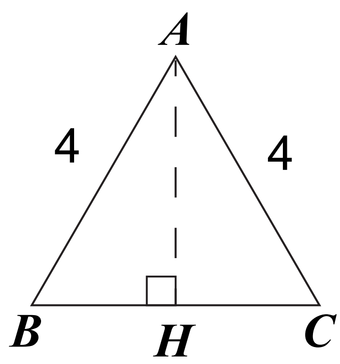
(2 puntos cada uno)

	①	②	③
a	4	6	
b	4		$\sqrt{2}$
c		10	3



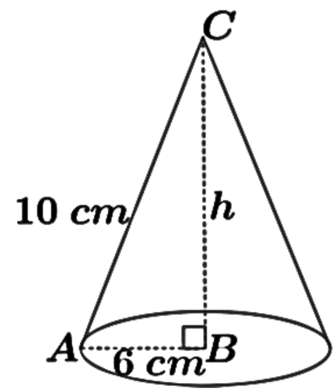
2. Dado el triángulo equilátero ABC, calcule:
   a) La altura $\overline{\mathrm{AH}}$.   (3 puntos)

   b) El área del $\Delta\mathrm{ABC}$.   (2 puntos)



3. Dado el cono de la derecha, calcule:

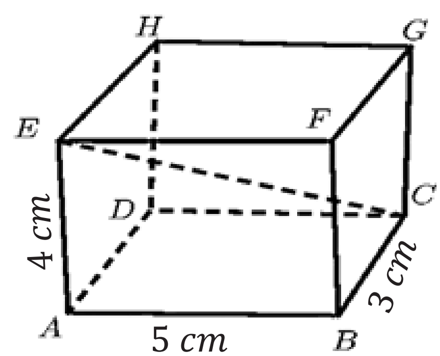
a) La longitud de la altura $\overline{BC}$. (3 puntos)



b) El volumen del cono. (2 puntos)

4. Dado el prisma rectangular de la derecha, calcule: (2 puntos×2=4)

a) La longitud de la diagonal $\overline{AC}$.



b) La longitud de la diagonal $\overline{EC}$.

Nombre: ______________________________

Unidad 7

Circunferencia

Sección 1 Ángulos inscritos

Sección 2 Aplicaciones de ángulos inscritos

Contenido 1 Elementos y rectas notables de una circunferencia

Aprendizajes esperados

Reconoce los elementos y rectas notables de una circunferencia.

Secuencia:

En 7mo grado se estudió la circunferencia y sus elementos.

En esta clase se reconocen los elementos y rectas notables en una circunferencia.

Puntos esenciales:

Recordar la definición de: circunferencia, cuerda, diámetro, arco, recta tangente y secante.

Identificar los elementos y rectas notables en una circunferencia a partir de ejemplos concretos.

Notar que ninguna circunferencia contiene tres puntos alineados.

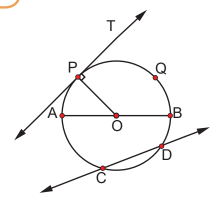
Resaltar que cada cuerda determina una secante, y cada secante contiene una cuerda.

Destacar que toda circunferencia tiene una tangente en cada uno de sus puntos.

Sección 1: Ángulos inscritos

Contenido 1: Elementos y rectas notables de una circunferencia

Ejemplo Identifique los elementos y rectas notables de la siguiente circunferencia.



La circunferencia es una línea curva cerrada formada por todos los puntos del plano que están a una misma distancia de un punto fijo llamado centro

De acuerdo con la figura, los elementos y rectas que se pueden identificar en la circunferencia son:

- ✓ Centro O: Punto equidistante de todos los puntos de la circunferencia.
- ✓ Radio $\overline{OP}$: Segmento que une el centro con un punto de la circunferencia.
- ✓ Cuerda $\overline{CD}$: Segmento que une dos puntos cualesquiera de la circunferencia.
- ✓ Diámetro $\overline{AB}$: Cuerda que pasa por el centro de la circunferencia y su medida es el doble de la longitud del radio.
- ✓ Arco $\overset{\frown}{PQ}$: Porción de la circunferencia comprendida entre dos puntos.
- ✓ Recta tangente $\overleftrightarrow{PT}$: Recta que corta a la circunferencia en un único punto, llamado punto de tangencia. La recta y el radio trazado al punto de tangencia son perpendiculares entre sí.
- ✓ Recta Secante $\overleftrightarrow{CD}$: Recta que corta a la circunferencia en dos puntos distintos.

E

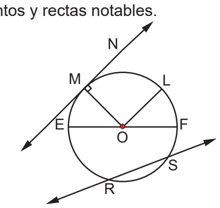
Dada la siguiente circunferencia, nombre cada uno de sus elementos y rectas notables.

O __________ $\overset{\frown}{ML}$ __________

$\overline{OM}$ __________ $\overleftrightarrow{MN}$ __________

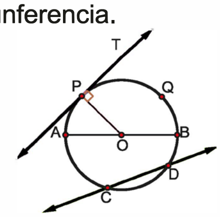
$\overline{RS}$ __________ $\overleftrightarrow{RS}$ __________

$\overline{EF}$ __________



U7: Circunferencia
S1: Ángulos inscritos
C1: Elementos y rectas notables de una circunferencia

P Identifique los elementos y rectas notables de la siguiente circunferencia.



S Centro O: Punto equidistante de todos los puntos de la circunferencia

Radio $\overline{OP}$: Segmento que une el centro con un punto de la circunferencia

Cuerda $\overline{CD}$: Segmento que une dos puntos cualesquiera de la circunferencia

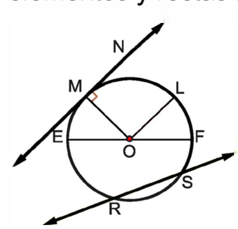
Diámetro $\overline{AB}$: Cuerda que pasa por el centro de la circunferencia y su medida es el doble de la longitud del radio

Arco $\overset{\frown}{PQ}$: Porción de la circunferencia comprendida entre dos puntos

Recta tangente $\overleftrightarrow{PT}$: Recta que corta a la circunferencia en un único punto. La recta y el radio trazado al punto de tangencia son perpendiculares entre sí.

Recta Secante $\overleftrightarrow{CD}$: Recta que corta a la circunferencia en dos puntos distintos

E Dada la siguiente circunferencia, nombre cada uno de sus elementos y rectas notables.



O: centro
$\overline{OM}$: radio
$\overline{RS}$: cuerda
$\overline{EF}$: diámetro
$\overset{\frown}{ML}$: arco
$\overleftrightarrow{MN}$: recta tangente
$\overleftrightarrow{RS}$: recta secante

Contenido 2 Medida de un ángulo inscrito con uno de sus lados como diámetro

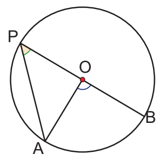
Contenido 2: Medida de un ángulo inscrito con uno de sus lados como diámetro

P

Complete la siguiente demostración para asegurar que en una circunferencia cualquiera se cumple que

$\measuredangle APB = \frac{1}{2} \measuredangle AOB$

donde el $\angle APB$ tiene el vértice P en la circunferencia, $\angle AOB$ es ángulo central y ambos ángulos subtienden el mismo $\widehat{AB}$.



Ángulo Central: ángulo que tiene su vértice en el centro de la circunferencia. En la figura $\angle AOB$ es un ángulo central correspondiente al $\widehat{AB}$.

Demostración

De inicio AO = OP, por ser radios de la circunferencia, entonces ΔOAP es triángulo isósceles. Luego, por el teorema del triángulo isósceles

$\measuredangle OAP =$ ______ ①

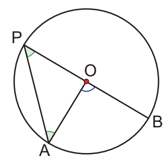
Además, por el teorema del ángulo externo en el mismo ΔOAP,

$\measuredangle AOB = \measuredangle OAP +$ ______ ②

Así que, $\measuredangle AOB = 2$ ______ ③

Pero, $\measuredangle OPA = \measuredangle APB$

Por lo tanto, $\measuredangle APB = \frac{1}{2}$ ______ ④



S

① $\measuredangle OAP = \measuredangle$ **OPA**

② $\measuredangle AOB = \measuredangle OAP +$ **$\measuredangle$OPA**

③ $\measuredangle AOB = 2$ **$\measuredangle$OPA**

④ $\measuredangle APB = \frac{1}{2}$ **$\measuredangle$AOB**

Se consideran los ángulos asociados a una circunferencia: centrales, inscritos y semiinscritos, como la unión de segmentos con un origen común.

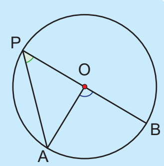
C

Sea el $\angle APB$ correspondiente al $\widehat{AB}$, formado por un diámetro $\overline{PB}$ de la circunferencia y una cuerda $\overline{PA}$ cualquiera, y con vértice P en la circunferencia. Sea además el ángulo central $\angle AOB$ correspondiente al $\widehat{AB}$. Entonces se cumple la igualdad.

$$\measuredangle APB = \frac{1}{2} \measuredangle AOB$$

Donde el $\angle AOB$ es ángulo central y ambos ángulos comparten el mismo $\widehat{AB}$.

Es decir, la medida de un ángulo que tiene un diámetro de la circunferencia como uno de sus lados y el otro es una cuerda, y cuyo vértice está en la circunferencia, es la mitad de la medida del ángulo central correspondiente.



137

Aprendizajes esperados

Calcula la medida de un ángulo inscrito con uno de sus lados como diámetro.

Secuencia:

En la clase anterior se reconocieron los elementos y rectas notables en una circunferencia. Aquí se establece la medida de un ángulo inscrito que tiene por uno de sus lados un diámetro.

Puntos esenciales:

Recordar la definición de cada uno de los elementos de una circunferencia.

Resaltar que, en un triángulo isósceles, los ángulos basales tienen la misma medida.

Indicar que la medida de un ángulo externo de un triángulo es igual a la suma de las medidas de los ángulos interiores no adyacentes a él.

Destacar que un ángulo central tiene su vértice en el centro de la circunferencia.

C2: Medida de un ángulo inscrito con uno de sus lados como diámetro

P Complete la siguiente demostración para asegurar que en una circunferencia cualquiera se cumple que

$$\measuredangle APB = \frac{1}{2} \measuredangle AOB.$$

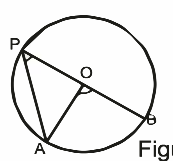


Figura 1.

D $AO = OP$, por ser radios, entonces ΔOAP es isósceles. Así que, por el teorema del triángulo isósceles:

① $\measuredangle OAP = \underline{\measuredangle OPA}$

Además, por el teorema del ángulo externo en el mismo $\Delta\, OAP$,

② $\measuredangle AOB = \measuredangle OAP + \underline{\measuredangle OPA}$

③ $\measuredangle AOB = 2\, \underline{\measuredangle OPA}$

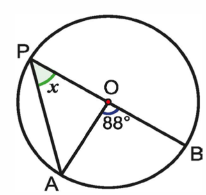
$\measuredangle OPA = \measuredangle APB$

④ $\measuredangle APB = \frac{1}{2}\, \underline{\measuredangle AOB}$

C De acuerdo con la figura 1.

$$\measuredangle APB = \frac{1}{2} \measuredangle AOB$$

Ej Determine el valor de x



$$x = \frac{1}{2} \measuredangle AOB = \frac{1}{2}(88°) = 44°$$

Contenido 2 Medida de un ángulo inscrito con uno de sus lados como diámetro

Aprendizajes esperados

Calcula la medida de un ángulo inscrito con uno de sus lados como diámetro.

Secuencia:

En la clase anterior se reconocieron los elementos y rectas notables en una circunferencia. Aquí se establece la medida de un ángulo inscrito que tiene por uno de sus lados un diámetro.

Puntos esenciales:

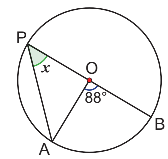
Recordar la definición de cada uno de los elementos de una circunferencia.

Resaltar que, en un triángulo isósceles, los ángulos basales tienen la misma medida.

Indicar que la medida de un ángulo externo de un triángulo es igual a la suma de las medidas de los ángulos interiores no adyacentes a él.

Destacar que un ángulo central tiene su vértice en el centro de la circunferencia.

Ejemplo A partir de la figura de la derecha, determine el valor de x aplicando la conclusión anterior.



El $\angle$AOB es ángulo central y el $\angle$APB cumple las condiciones de la conclusión anterior y son correspondientes al $\overset{\frown}{AB}$. Así que, $\measuredangle APB = \frac{1}{2}\measuredangle AOB$, es decir,

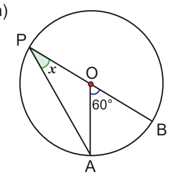
$$x = \measuredangle APB = \left(\frac{1}{2}\right)(88°) = 44°,$$

de donde $\boldsymbol{x = 44°}$.

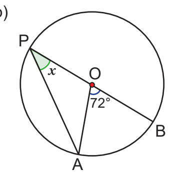
E

Calcule el valor de x de acuerdo a cada figura.

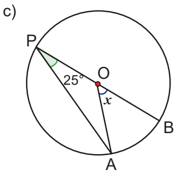
a)



b)

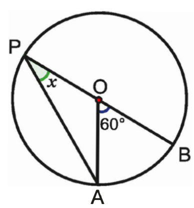


c)

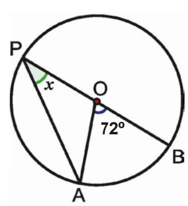


(E) Calcule el valor de x de acuerdo a cada figura.

a) $x = \frac{1}{2}(60°) = 30°$



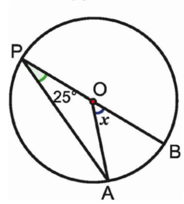
b) $x = \frac{1}{2}(72°) = 36°$



c) $25° = \frac{1}{2}x$

$x = 2(25°)$

$= 50°$

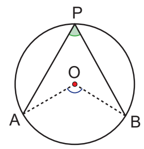


Contenido 3 Medida de un ángulo inscrito

Contenido 3: Medida de un ángulo inscrito

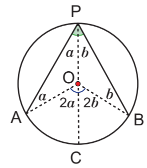
P Complete la siguiente demostración para asegurar que en una circunferencia cualquiera si $\angle APB$ es un ángulo inscrito, $\angle AOB$ es el ángulo central y subtienden el $\widehat{AB}$, entonces

$$\measuredangle APB = \frac{1}{2}\measuredangle AOB$$



Demostración

Se traza el diámetro $\overline{PC}$ como se muestra en la figura de la derecha.



Sea $\measuredangle APC = a$, $\measuredangle BPC = b$. Como AO = OP = OB, por ser radios de la circunferencia, entonces ΔOAP y ΔOBP son isósceles. Así que, por el teorema del triángulo isósceles.

$\measuredangle OAP =$ ______ $= a$ ①

$\measuredangle OBP =$ ______ $= b$ ②

Además, por el teorema del ángulo externo al ΔOAP,

$\measuredangle AOC = \measuredangle OAP +$ ______ $= 2a$ ③

$\measuredangle BOC = \measuredangle BPO +$ ______ $= 2b$ ④

Por otra parte, $\measuredangle APB =$ ______ $+$ ______ $= a + b$ ⑤

$\measuredangle AOB = \measuredangle AOC + \measuredangle BOC = 2a + 2b = 2(a + b)$,

de donde, $\measuredangle AOB = 2$ ______. ⑥

Por lo tanto, $\measuredangle APB =$ ______ . ⑦

S

① $\measuredangle OAP = \underline{\measuredangle OPA} = a$

② $\measuredangle OBP = \underline{\measuredangle OPB} = b$

③ $\measuredangle AOC = \measuredangle OAP + \underline{\measuredangle OPA} = 2a$

④ $\measuredangle BOC = \measuredangle BPO + \underline{\measuredangle OPB} = 2b$

⑤ $\measuredangle APB = \underline{\measuredangle OPA} + \underline{\measuredangle OPB} = a + b$

⑥ $\measuredangle AOB = 2\underline{\measuredangle APB}$

⑦ $\measuredangle APB = \frac{1}{2}\underline{\measuredangle AOB}$.

Aprendizajes esperados

Calcula la medida de un ángulo inscrito en una circunferencia a partir de la medida del ángulo central correspondiente.

Secuencia:

En la clase anterior se obtuvo la expresión para la medida de un ángulo inscrito que tiene por uno de sus lados un diámetro. Ahora, se demuestra la expresión para la medida de un ángulo inscrito de manera general.

Puntos esenciales:

Recordar la idea de la demostración hecha en la clase anterior haciendo hincapié en los resultados que se utilizaron.

Notar que los lados de un ángulo inscrito son rectas secantes que tienen en común el vértice del ángulo (punto sobre la circunferencia).

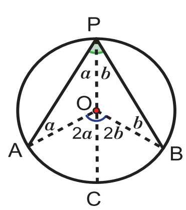
Destacar que dos ángulos cualesquiera inscritos en el mismo arco tienen la misma medida.

Indicar que un ángulo cualquiera inscrito en una semicircunferencia es un ángulo recto.

C3: Medida de un ángulo inscrito

P Dada la figura, demuestre que:

$$\measuredangle APB = \frac{1}{2}\measuredangle AOB.$$



S Sea $\measuredangle APC = a$, $\measuredangle BPC = b$. Como $AO = OP = OB$,

① $\measuredangle OAP = \measuredangle OPA = a$

② $\measuredangle OBP = \measuredangle OPB = b$

Por el teorema del ángulo externo al ΔOAP

③ $\measuredangle AOC = \measuredangle OAP + \measuredangle OPA = 2a$

④ $\measuredangle BOC = \measuredangle BPO + \measuredangle OPB = 2b$

⑤ $\measuredangle APB = \measuredangle OPA + \measuredangle OPB = a + b$

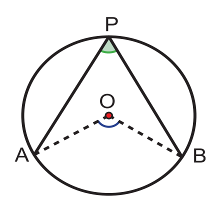
$\measuredangle AOB = \measuredangle AOC + \measuredangle BOC = 2a + 2b = 2(a + b)$,

⑥ $\measuredangle AOB = 2\measuredangle APB$

Por lo tanto, $\measuredangle APB = \frac{1}{2}\measuredangle AOB$.

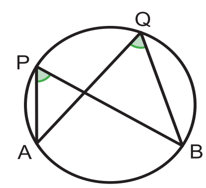
C Al $\angle APB$ se le llama <u>ángulo inscrito</u> correspondiente al $\widehat{AB}$

$$\measuredangle APB = \frac{1}{2}\measuredangle AOB$$



Además,

$$\measuredangle APB = \measuredangle AQB$$



Contenido 3 Medida de un ángulo inscrito

Aprendizajes esperados

Calcula la medida de un ángulo inscrito en una circunferencia a partir de la medida del ángulo central correspondiente.

Secuencia:

En la clase anterior se obtuvo la expresión para la medida de un ángulo inscrito que tiene por uno de sus lados un diámetro. Ahora, se demuestra la expresión para la medida de un ángulo inscrito de manera general.

Puntos esenciales:

Recordar la idea de la demostración hecha en la clase anterior haciendo hincapié en los resultados que se utilizaron.

Notar que los lados de un ángulo inscrito son rectas secantes que tienen en común el vértice del ángulo (punto sobre la circunferencia).

Destacar que dos ángulos cualesquiera inscritos en el mismo arco tienen la misma medida.

Indicar que un ángulo cualquiera inscrito en una semicircunferencia es un ángulo recto.

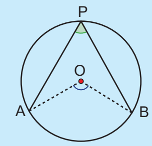
Unidad 7: Circunferencia

C

Al $\angle APB$ se le llama **ángulo inscrito** correspondiente al $\overset{\frown}{AB}$, pues su vértice es un punto sobre la circunferencia y sus lados son cuerdas de la misma. Su medida está dada por

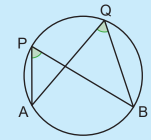
$$\measuredangle APB = \frac{1}{2}\measuredangle AOB$$

Es decir, la medida de un ángulo inscrito es la mitad de la medida del ángulo central correspondiente.

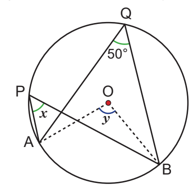


Además, todos los ángulos inscritos correspondientes a un mismo arco tienen la misma medida, es decir,

$$\measuredangle APB = \measuredangle AQB$$



Ejemplo Calcule haciendo uso de la figura los valores de x y y.



$\angle AQB$ y $\angle APB$ son ángulos inscritos correspondientes al $\overset{\frown}{AB}$. En consecuencia,

$\measuredangle AQB = \measuredangle APB$, de donde $x = $ **50°**.

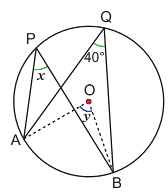
Además, el $\angle AOB$ es central y el $\angle AQB$ es inscrito, ambos correspondientes al $\overset{\frown}{AB}$.

Así que, $\measuredangle AOB = 2\measuredangle AQB$, es decir, $y = 2(50°) = $ **100°**.

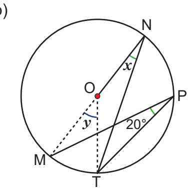
E

Calcule los valores de x y y de acuerdo a la figura dada en cada inciso.

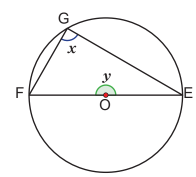
a)



b)

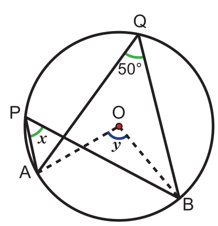


c)



140

Ej Calcule los valores de x y y.



$\angle AQB$ y $\angle APB$ son ángulos inscritos correspondientes al $\overset{\frown}{AB}$,

$\measuredangle AQB = \measuredangle APB$, de donde $x = 50°$

$\angle AOB$ es central y el $\angle AQB$ es inscrito, ambos correspondientes al $\overset{\frown}{AB}$

$\measuredangle AOB = 2\measuredangle AQB$, es decir, $y = 2(50°) = 100°$

E a) $\measuredangle APB = \measuredangle AQB, \quad x = 40°$

$y = \measuredangle AOB = 2\measuredangle AQB = 2(40°) = 80°$

b) $\measuredangle MNT = \measuredangle TPM, \quad x = 20°$

$y = \measuredangle MOT = 2\measuredangle MNT = 2(20°) = 40°$

c) $y = \measuredangle EOF = 180°$

$x = \measuredangle EGF = \frac{1}{2}\measuredangle EOF = \frac{1}{2}(180°) = 90°$

Contenido 1 Ángulo semiinscrito

Unidad 7: Circunferencia

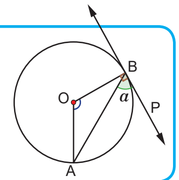
Sección 2: Aplicaciones de ángulos inscritos

Contenido 1: Ángulo semiinscrito

P

Complete la siguiente demostración para justificar que en una circunferencia cualquiera se cumple que la medida de un ángulo con vértice en B, formado por una recta tangente $\overleftrightarrow{BP}$ a la circunferencia en el punto B y una cuerda de la misma, es igual a mitad de la medida del ángulo central ∡AOB. En símbolos

$$∡ABP = \frac{1}{2}∡AOB$$



Demostración

Sea ∡ABP $= a$ y $\overleftrightarrow{BP}$ una recta tangente a la circunferencia en el punto B. Así que, $\overline{OB}$ y $\overleftrightarrow{BP}$ son perpendiculares, lo cual significa que

∡OBP = _______ ①

∡ABO = 90° − a

Como AO = OB, por ser radios de la circunferencia, entonces el ΔOAB es isósceles. En consecuencia

∡ABO = _______ = 90° − a ②

Además, en el ΔAOB se cumple que

∡AOB + ∡ABO + ∡BAO = _______ ③

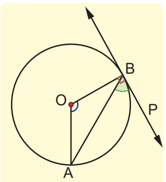
∡AOB + (90° − a) + _______ = 180° ④

∡AOB + 180° − _______ = 180° ⑤

∡AOB = 2a

∡AOB = 2_______ ⑥

Por lo tanto, **∡ABP = $\frac{1}{2}$ ∡AOB**



S

① ∡OBP = **90°**

② ∡ABO = **∡BAO** = 90° − a

③ ∡AOB + ∡ABO + ∡BAO = **180°**

④ ∡AOB + (90° − a) + **(90° − a)** = 180°

⑤ ∡AOB + 180° − **2a** = 180°

⑥ ∡AOB = 2**∡ABP**

142

Aprendizajes esperados

Determina la medida de un ángulo semiinscrito en una circunferencia a partir de la medida del ángulo central correspondiente.

Secuencia:

En las clases anteriores se estudiaron la circunferenciá y sus elementos. También se estableció a qué es igual la medida de un ángulo inscrito.

En esta clase se determina a qué es igual la medida de un ángulo semiinscrito.

Puntos esenciales:

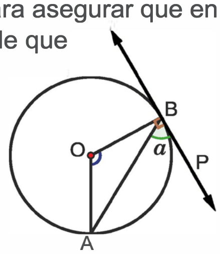
Resaltar que toda tangente a una circunferencia es perpendicular al radio trazado por el punto de tangencia.

Destacar que los lados de un ángulo semiinscrito son una secante y una tangente que tienen en común el vértice del ángulo (punto sobre la circunferencia).

S2: Aplicaciones de ángulos inscritos
C1: Ángulo semiinscrito

(P) Complete la siguiente demostración para asegurar que en una circunferencia cualquiera se cumple que

$$∡ABP = \frac{1}{2}∡AOB$$



(S) Sea $∡ABP = a$ y $\overleftrightarrow{BP}$ una recta tangente en el punto B.

① $∡OBP = 90°$

$AO = OB$, entonces el ΔOAB es isósceles.

② $∡ABO = ∡BAO = 90° - a$

③ $∡AOB + ∡ABO + ∡BAO = 180°$

④ $∡AOB + (90° - a) + (90° - a) = 180°$

⑤ $∡AOB + 180° - 2a = 180°$

⑥ $∡AOB = 2a = 2∡ABP$

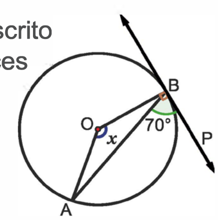
$∡ABP = \frac{1}{2} = ∡AOB$

(C) *Leer en el libro de texto.*

(Ej) Calcule el valor de x.

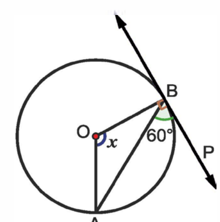
Como el $∡ABP$ es semiinscrito a la circunferencia, entonces

$$∡ABP = \frac{1}{2}∡AOB$$
$$70° = \frac{1}{2}x$$
$$x = 140°$$



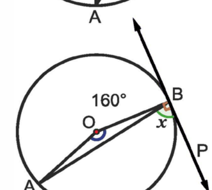
(E) a) $∡ABP = \frac{1}{2}∡AOB$

$$60° = \frac{1}{2}x$$
$$x = 120°$$



b) $∡ABP = \frac{1}{2}∡AOB$

$$x = \frac{1}{2}(160°)$$
$$x = 80°$$



Contenido 2 Ángulo interior

Aprendizajes esperados

Calcula la medida de un ángulo interior a partir de las medidas de los ángulos centrales correspondientes.

Secuencia:

En la clase anterior se estableció a qué es igual la medida de un ángulo semiinscrito. Aquí se demuestra a qué es igual la medida de un ángulo interior.

Puntos esenciales:

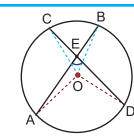
Recordar el teorema del ángulo exterior a un triángulo y a qué es igual la medida de un ángulo inscrito.

Notar que el vértice de un ángulo interior es un punto en el interior de la circunferencia y sus lados son secantes.

Contenido 2: Ángulo interior

P Complete la siguiente demostración para justificar que en cualquier circunferencia se cumple que

$$\measuredangle AED = \frac{1}{2}(\measuredangle AOD + \measuredangle BOC)$$



Demostración

Se traza el segmento $\overline{AC}$ para formar el ΔAEC y los radios de la circunferencia con respecto a los puntos A, B, C y D como se muestra en la figura de la derecha.

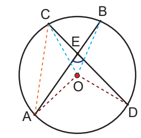
Por ser el AED un ángulo exterior al ΔAEC, se tiene que

$\measuredangle AED = \measuredangle ACE +$ ______ ①

Por otra parte los $\angle EAC$ y $\angle ACE$ son inscritos, así que

$\measuredangle EAC = \frac{1}{2}$ ______ ②

$\measuredangle ACE = \frac{1}{2}$ ______ ③



Si se sustituye ② y ③ en ①, tenemos que:

$\measuredangle AED = \frac{1}{2}\measuredangle AOD + \frac{1}{2}\measuredangle BOC$

Por lo tanto $\measuredangle AED = \frac{1}{2}($______ $+$ ______$)$ ④

S

① $\measuredangle AED = \measuredangle ACE + \underline{\measuredangle EAC}$

② $\measuredangle EAC = \frac{1}{2}\underline{\measuredangle BOC}$

③ $\measuredangle ACE = \frac{1}{2}\underline{\measuredangle AOD}$

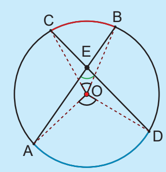
④ $\measuredangle AED = \frac{1}{2}(\underline{\measuredangle AOD} + \underline{\measuredangle BOC})$

C

Al ángulo AED se le llama **ángulo interior**, pues su vértice es un punto interior de la circunferencia y sus lados son partes de dos cuerdas. Su medida está dada por

$$\measuredangle AED = \frac{1}{2}(\measuredangle AOD + \measuredangle BOC)$$

Es decir, la medida de un ángulo interior es la semisuma de las medidas de los ángulos centrales correspondientes.



144

C2: Ángulo interior

P Complete la siguiente demostración para justificar que en cualquier circunferencia se cumple que

$$\measuredangle AED = \frac{1}{2}(\measuredangle AOD + \measuredangle BOC)$$

D Se traza el segmento AC.

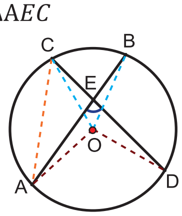
Por ser el AED un ángulo exterior al ΔAEC

①$\measuredangle AED = \measuredangle ACE + \measuredangle EAC$

$\angle EAC$ y $\angle ACE$ son inscritos, así que

②$\measuredangle EAC = \frac{1}{2}\measuredangle BOC$

③$\measuredangle ACE = \frac{1}{2}\measuredangle AOD$



Si se sustituye ② y ③ en ①,

$\measuredangle AED = \frac{1}{2}\measuredangle BOC + \frac{1}{2}\measuredangle AOD$

④$\measuredangle AED = \frac{1}{2}(\measuredangle AOD + \measuredangle BOC)$

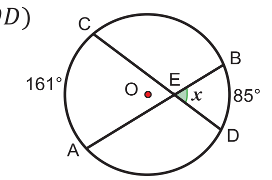
C *Leer en el libro de texto.*

Ej Calcule el valor de x.

Se sustituye $\measuredangle DEB = x$, $\measuredangle AOC = 161°$, $\measuredangle BOD = 85°$ en $\measuredangle DEB = \frac{1}{2}(\measuredangle AOC + \measuredangle BOD)$

$x = \frac{1}{2}(161° + 85°)$

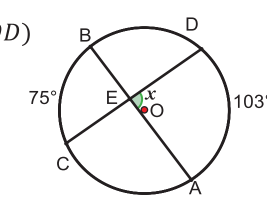
$x = 123°$



E a) $\measuredangle AED = \frac{1}{2}(\measuredangle BOC + \measuredangle AOD)$

$x = \frac{1}{2}(75° + 103°)$

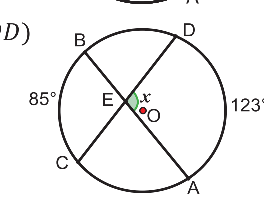
$x = 89°$



b) $\measuredangle AED = \frac{1}{2}(\measuredangle BOC + \measuredangle AOD)$

$x = \frac{1}{2}(85° + 123°)$

$x = 104°$



Contenido 3 Ángulo exterior

Unidad 7: Circunferencia

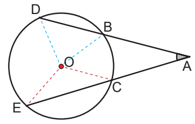
Contenido 3: Ángulo exterior

P

Complete la siguiente demostración para asegurar que en cualquier circunferencia se cumple que

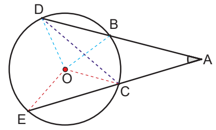
$$\measuredangle DAE = \frac{1}{2}(\measuredangle DOE - \measuredangle BOC)$$

donde $\angle DOE$ y $\angle BOC$ son los ángulos centrales.



Demostración

Se trazan los radios de la circunferencia con respecto a los puntos B, C, D y E y el $\overline{DC}$ para formar el ΔACD como se muestra en la figura.



Como $\angle DCE$ es un ángulo exterior al ΔACD se sigue que:

$\measuredangle DCE =$ ______ $+ \measuredangle DAC$ ①

de donde $\measuredangle DAC =$ ______ $- \measuredangle CDA$ ②

Por otro lado, $\angle DCE$ y $\angle CDA$ son ángulos inscritos, así que

$\measuredangle DCE = \frac{1}{2}$ ______ ③

$\measuredangle CDA = \frac{1}{2}$ ______ ④

Si se sustituye ③ y ④ en ②, resulta:

$\measuredangle DAC = \frac{1}{2}\measuredangle DOE - \frac{1}{2}\measuredangle BOC)$

$\measuredangle DAC = \frac{1}{2}($ ______ $-$ ______ $)$ ⑤

______ $= \frac{1}{2}(\measuredangle DOE - \measuredangle BOC)$ ⑥

Por lo tanto, $\boldsymbol{\measuredangle DAE = \frac{1}{2}(\measuredangle DOE - \measuredangle BOC)}$.

S

① $\measuredangle DCE = \boldsymbol{\measuredangle CDA} + \measuredangle DAC$

② $\measuredangle DAC = \boldsymbol{\measuredangle DCE} - \measuredangle CDA$

③ $\measuredangle DCE = \frac{1}{2}\boldsymbol{\measuredangle DOE}$

④ $\measuredangle CDA = \frac{1}{2}\boldsymbol{\measuredangle BOC}$

⑤ $\measuredangle DAC = \frac{1}{2}(\boldsymbol{\measuredangle DOE - \measuredangle BOC})$

⑥ $\boldsymbol{\measuredangle DAE} = \frac{1}{2}(\measuredangle DOE - \measuredangle BOC)$

146

Aprendizajes esperados

Calcula la medida de un ángulo exterior a partir de las medidas de los ángulos centrales correspondientes.

Secuencia:

En la clase anterior se estableció a qué es igual la medida de un ángulo interior. Aquí se demuestra a qué es igual la medida de un ángulo exterior.

Puntos esenciales:

Recordar el teorema del ángulo exterior a un triángulo y a qué es igual la medida de un ángulo inscrito.

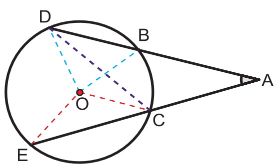
Notar que el vértice de un ángulo exterior es un punto en el exterior de la circunferencia y sus lados son secantes.

C3: Ángulo exterior

P Complete la siguiente demostración para asegurar que en cualquier circunferencia se cumple que

$$\measuredangle DAE = \frac{1}{2}(\measuredangle DOE - \measuredangle BOC)$$

D Como $\angle DCE$ es un ángulo exterior al ΔACD



① $\measuredangle DCE = \measuredangle CDA + \measuredangle DAC$

② $\measuredangle DAC = \measuredangle DCE - \measuredangle CDA$

$\angle DCE$ y $\angle CDA$ son ángulos inscritos, así que

③ $\measuredangle DCE = \frac{1}{2}\measuredangle DOE$

④ $\measuredangle CDA = \frac{1}{2}\measuredangle BOC$

Se sustituye ③ en ④ y ②

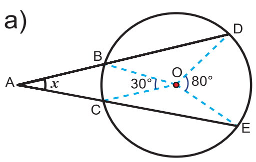
⑤ $\measuredangle DAC = \frac{1}{2}(\measuredangle DOE - \measuredangle BOC)$

⑥ $\measuredangle DAE = \frac{1}{2}(\measuredangle DOE - \measuredangle BOC)$

C *Leerlo en el libro de texto.*

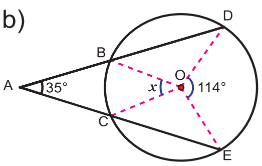
Ej Calcule el valor de x.

a)



$\measuredangle BOC = 30°$, $\measuredangle DOE = 80°$

b)



$\measuredangle BOC = x$, $\measuredangle DOE = 114°$

Como el $\measuredangle DAE$ es ángulo exterior, entonces

$\measuredangle DAE = \frac{1}{2}(\measuredangle DOE - \measuredangle BOC)$.

a) $x = \frac{1}{2}(80° - 30°)$

$x = 25°$

b) $35° = \frac{1}{2}(114° - x)$

$x = 114° - 2(35°) = 44°$

E Calcule el valor de x *(Ver gráficos en LT).*

a) $\measuredangle BOC = 50°, \measuredangle EOD = 138°$

$x = \frac{1}{2}(138° - 50°)$

$x = 44°$

c) $\measuredangle BOC = x, \measuredangle DOE = 109°$

$43° = \frac{1}{2}(109° - x)$

$x = 109° - 2(43°)$

$x = 23°$

Prueba de Matemática 9no (30min) **Fecha:___________**

Unidad 7: Circunferencia

Nombre_________________________________ **Sección:___________** /20

Sexo: M / F

1. Dada la siguiente circunferencia, nombre cada uno de sus elementos y las rectas notables. (1 punto×6=6)

O :

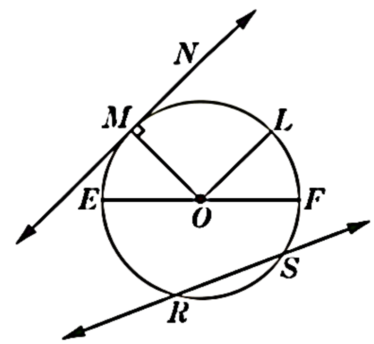
$\widehat{\mathrm{ML}}$:

$\overline{\mathrm{OM}}$:

$\overleftrightarrow{\mathrm{MN}}$:

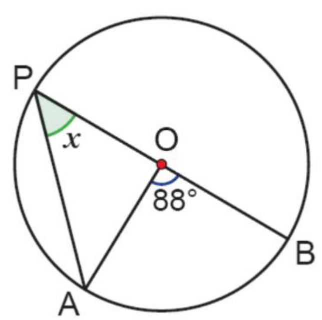
$\overline{\mathrm{RS}}$:

$\overleftrightarrow{\mathrm{RS}}$



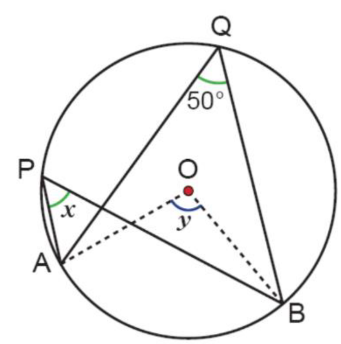
2. Calcule el valor de x y y de acuerdo a la figura dada: (2 puntos×7=14)

a) $x =$

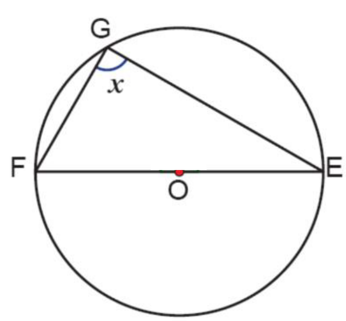


b) $x =$

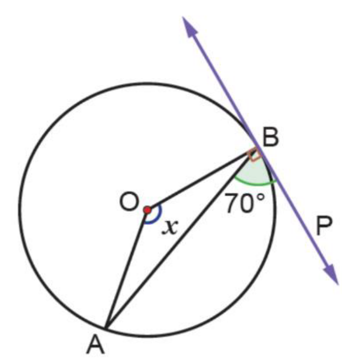
$y =$



c) $x =$

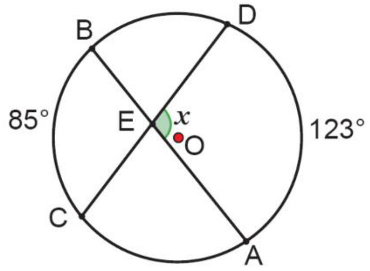


d) $x =$



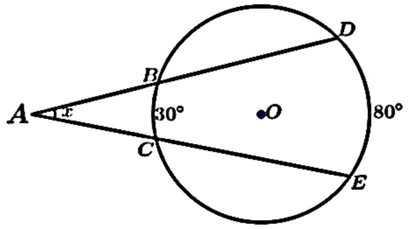
e) ∡BOC=85°, ∡AOD=123°

$x =$



f) ∡BOC=30°, ∡DOA=80°

$x =$



Nombre: ______________________________

Unidad 8

Estadística

Sección 1 Presentación de tablas y gráficas

Contenido 1 Conceptos básicos de estadística

Aprendizajes esperados

Define población, muestra e individuo en determinadas situaciones y clasifica variables estadísticas.

Secuencia:

Los conceptos básicos de estadística que se abordan en esta unidad han sido tratados en educación primaria.

En esta clase se identifican tales conceptos a partir de diversas situaciones.

Puntos esenciales:

Recordar las definiciones dadas en primaria de los conceptos básicos que se abordan.

Ejemplificar los conceptos de: población, muestra, individuo y variables estadísticas a través de situaciones concretas.

Diferenciar variables cuantitativas de variables cualitativas.

Unidad 8: Estadística

Sección 1: Presentación de tablas y gráficas

Contenido 1: Conceptos básicos de estadística

Conceptos Básicos

- ✓ **Estadística:** Es la ciencia que se encarga de recopilar, organizar, procesar, analizar e interpretar datos numéricos con el fin de deducir las características de una población, para una toma de decisiones más efectiva.
- ✓ **Población:** Es un grupo de personas u objetos que se quiere examinar para extraer conclusiones.
- ✓ **Muestra:** Es la parte de una población que se toma como representativa de esta.

- ✓ **Individuo:** Es cada uno de los elementos de una población.
- ✓ **Variable estadística:** Característica observable de interés en un estudio. Las variables se clasifican en cualitativas y cuantitativas.
  - **Variable cuantitativa:** Sus valores son numéricos.

    Ejemplo:
    Número de mascotas que hay en los hogares de Managua.
  - **Variable cualitativa:** Sus valores no son números.

    Ejemplo:
    Género de los estudiantes de 9no grado.

P Para determinar cuál es la clase favorita de los 50 estudiantes de 9no grado de un Centro Educativo de Managua, se entrevistó a 12 estudiantes.
En esta situación, ¿cuál es la población, la muestra y cuáles los individuos?

S La población en este estudio son los 50 estudiantes de 9no grado, la muestra la conforman los 12 estudiantes entrevistados y un individuo es cada uno de los estudiantes.

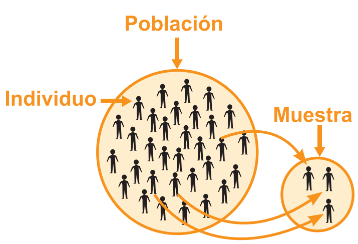
E
1. Indique en las siguientes situaciones propuestas la población, muestra e individuo:
   a) Una encuesta aplicada a 100 personas de las 500 que entraron a una tienda en un día determinado.
   b) Los estudiantes de 7mo grado del Centro Rigoberto López Pérez son 45 y se entrevista a 6 de ellos para conocer las causas más frecuentes de inasistencias a clases.
   c) En un día cualquiera acuden 900 personas a un hospital y se entrevista a 300 de ellas para conocer las causas más frecuentes para asistir al hospital.

2. Identifique en cada situación cuál es la variable y qué tipo de variable es.
   a) Color de ojos de los estudiantes de 9no grado del Instituto Maestro Gabriel.
   b) Edad de los estudiantes de 7mo grado del Instituto Camilo Zapata.

150

U8: Estadística
S1: Presentación de tablas y gráficas
C1: Conceptos básicos de estadística

Explicar conceptos básicos de estadística utilizando la figura.



(P) Para determinar la clase favorita de 50 estudiantes de 9no grado, de un colegio se entrevistó a 12 estudiantes. ¿Cuál es la población, la muestra y cuáles son los individuos?

(S) Población: Los 50 estudiantes de 9no grado.
Muestra: Los 12 estudiantes entrevistados.
Individuo: Cada uno de los estudiantes.

(E) 1. Indique la población, muestra e individuo:
   a) *Leer enunciado en LT.*
   Población: Las 500 personas.
   Muestra: Las 100 personas encuestadas.
   Individuo: Cada una de las personas.

   b) *Leer enunciado en LT.*
   Población: Los 45 estudiantes.
   Muestra: Los 6 estudiantes entrevistados.
   Individuo: Cada uno de los estudiantes.

2. *Leer en LT.*
   a) Color de los ojos de los estudiantes.
   Color de los ojos: Variable Cualitativa.

   b) Edad de los estudiantes.
   Edad: Variable Cuantitativa.

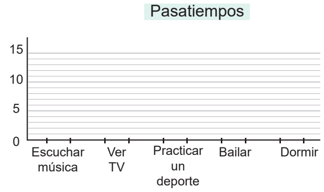
Contenido 2 Tabla de categoría, frecuencia absoluta (f_i) y gráfica de barras

Contenido 2: Tabla de categoría, frecuencia absoluta (f_i) y gráfica de barras

P

Complete la siguiente tabla en la que se registra información de 30 estudiantes acerca de sus pasatiempos favoritos. En la figura de la derecha dibuje un rectángulo con el ancho dado por cada categoría y altura igual al número de estudiantes que disfrutan el pasatiempo.

Pasatiempos	Conteo	N° de estudiantes
Escuchar música	𝍸	5
Ver TV	𝍸 𝍸 //	
Practicar un deporte	////	4
Bailar	𝍸 /	
Dormir	///	
Total		30

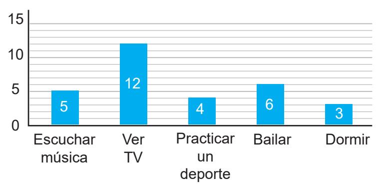


S

Se termina de llenar la tabla contando las plecas de la columna de conteo.

Pasatiempos	Conteo	N° de estudiantes
Escuchar música	𝍸	5
Ver TV	𝍸 𝍸 //	**12**
Practicar un deporte	////	4
Bailar	𝍸 /	**6**
Dormir	///	**3**
Total		30

Como el ancho de los rectángulos por construir está determinado, se utilizan las frecuencias como altura. Por ejemplo, a la categoría escuchar música le corresponde un rectángulo de altura 5 unidades.



Los pasatiempos Escuchar música, Ver TV, Practicar un deporte, Bailar y Dormir se llaman categorías. El número de veces que ocurre una categoría se llama frecuencia absoluta f_i y el gráfico con los rectángulos que aparece en la parte superior se llama gráfica de barras.

Aprendizajes esperados

Construye e interpreta tablas de categorías y gráficas de barras.

Secuencia:

En la clase anterior se estudiaron los conceptos básicos de la estadística y se identificaron variables cuantitativas y cualitativas. Ahora, se representan datos usando gráfica de barra.

Puntos esenciales:

Recordar las definiciones de los conceptos básicos.

Destacar que las representaciones gráficas de datos deben describirse por sí mismas por eso incluyen un título descriptivo, la identificación de variables, categorías y cantidades.

Notar que las gráficas de barras muestran la cantidad de datos (frecuencia absoluta) que pertenecen a cada una de las categorías como un área rectangular de tamaño proporcional.

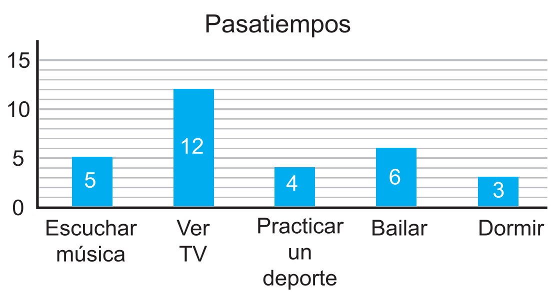
Interpretar y construir correctamente diagramas de barras.

C2: Tabla de categoría, frecuencia absoluta (f_i) y gráfica de barras

P La tabla registra información de 30 estudiantes acerca de sus pasatiempos favoritos. Complete la tabla y dibuje una gráfica de barras.

S

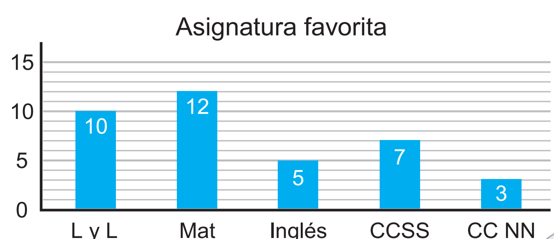
Pasatiempos	Conteo	N° estudiantes
Escuchar música	𝍸	5
Ver TV	𝍸 𝍸 //	12
Practicar un deporte	////	4
Bailar	𝍸 /	6
Dormir	///	3
Total		30



C Una categoría es una característica que se define para agrupar la información.
f_i: es el número de veces que aparece un valor.

E a) Información sobre la asignatura favorita de 37 estudiantes. Complete la tabla y construya una gráfica de barras.

Asignatura Favorita	Conteo	N° estudiantes (f_i)
L y L	𝍸 𝍸	10
Mat	𝍸 𝍸 //	12
Inglés	𝍸	5
CCSS	𝍸 //	7
CC NN	///	3
Total		37



Contenido 3 Tabla de frecuencia relativa y porcentual

Aprendizajes esperados

Construye e interpreta tablas de frecuencias relativas y porcentuales.

Secuencia:

En la clase anterior se graficaron diagramas de barras. Aquí se resume la información usando tablas de distribuciones de frecuencias.

Puntos esenciales:

Destacar que la frecuencia relativa se obtiene dividiendo la frecuencia absoluta de cada grupo entre el número total de observaciones.

Resaltar que la frecuencia relativa puede expresarse en forma decimal o como una fracción común.

Notar que la frecuencia porcentual es una representación de la frecuencia relativa en porcentajes.

Contenido 3: Tabla de frecuencia relativa y porcentual

P La siguiente tabla muestra la estatura de estudiantes de la escuela Josefa Toledo. Calcule los valores que faltan.

Estatura (m)	f_i	$\frac{f_i}{200}$	$\left(\frac{f_i}{200}\right)100$
1,41 - 1,50	20		
1,51 - 1,60	60		
1,61 - 1,70	90	0,45	
1,71 - 1,80	30		15
Total	200		

La notación 1,41 - 1,50 se refiere a la agrupación de las alturas que oscilan entre 1,41 m y 1,50 m, siendo en este caso 20. Tal agrupación se conoce como **clase o intervalo**.

S Según lo indicado en el encabezado de la tercera columna, se debe encontrar los cocientes $\frac{f_i}{200}$: $\frac{20}{200}$, $\frac{60}{200}$, $\frac{90}{200}$ y $\frac{30}{200}$; luego se multiplica cada uno de estos resultados por 100 para llenar la última columna.

Estatura (m)	f_i	$\frac{f_i}{200}$	$\left(\frac{f_i}{200}\right)100$
1,41 - 1,50	20	**0,1**	**10**
1,51 - 1,60	60	**0,3**	**30**
1,61 - 1,70	90	0,45	**45**
1,71 - 1,80	30	**0,15**	15
Total	200	**1**	**100**

C El número decimal que se obtiene dividiendo la frecuencia absoluta de cada categoría entre el número total de individuos se llama **frecuencia relativa** y se denota por f_r. Si esta se multiplica por 100, se obtiene el porcentaje de ocurrencia o **frecuencia porcentual**, denotado por $f_r\%$.

E La siguiente tabla muestra las edades de 20 estudiantes de 10mo grado del Centro Público Rigoberto López Pérez.

Complete la tabla:

Edad	f_i	f_r	$f_r\%$
14 años	2		
15 años	4		
16 años	5		
17 años	5		
18 años	3		
19 años	1		
Total	20		

C3: Tabla de frecuencia relativa y porcentual

P La siguiente tabla muestra la estatura de estudiantes de una escuela. Complete la tabla.

S

Estatura (m)	f_i	$\frac{f_i}{200}$	$\left(\frac{f_i}{200}\right)100$
$1{,}41 - 1{,}50$	20	$\frac{20}{200} = 0{,}1$	$(0{,}1)(100) = 10$
$1{,}51 - 1{,}60$	60	$\frac{60}{200} = 0{,}3$	$(0{,}3)(100) = 30$
$1{,}61 - 1{,}70$	90	0,45	$(0{,}45)(100) = 45$
$1{,}71 - 1{,}80$	30	$\frac{30}{200} = 0{,}15$	15
Total	200	$\frac{200}{200} = 1$	$(1)(100) = 100$

C frecuencia relativa: $f_r = \dfrac{f_i}{\text{total de datos}}$

frecuencia porcentual: $f_r\% = (f_i)(100)$

E La siguiente tabla muestra las edades de 20 estudiantes.

Edad (años)	f_i	f_r	$f_r\%$
14	2	$\frac{2}{20} = 0{,}1$	$(0{,}1)(100) = 10$
15	4	$\frac{4}{20} = 0{,}2$	$(0{,}2)(100) = 20$
16	5	$\frac{5}{20} = 0{,}25$	$(0{,}25)(100) = 25$
17	5	$\frac{5}{20} = 0{,}25$	$(0{,}25)(100) = 25$
18	3	$\frac{3}{20} = 0{,}15$	$(0{,}15)(100) = 15$
19	1	$\frac{1}{20} = 0{,}05$	$(0{,}05)(100) = 5$
Total	20	$\frac{20}{20} = 1$	$(1)(100) = 100$

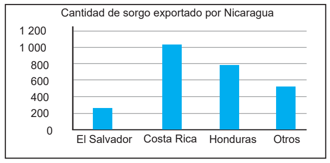
Contenido 4 Gráfica de faja e interpretación

Contenido 4: Gráfica de faja e interpretación

P

La siguiente tabla y su respectiva gráfica de barra muestra la cantidad de sorgo exportado por Nicaragua, hacia algunos países.

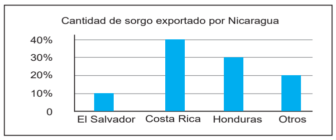
País	Sorgo (qq)	f_r	f_r%
El Salvador	260	0,1	10
Costa Rica	1 040	0,4	40
Honduras	780	0,3	30
Otros	520	0,2	20
Total	2 600	1	100



¿Cómo se puede visualizar la razón (en porcentaje) de la cantidad de sorgo exportada a cada destino mencionado, utilizando la gráfica de barra que corresponda a la tabla dada?

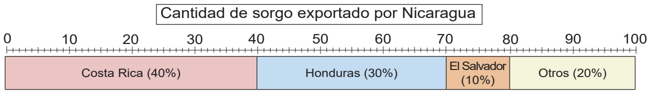
S

Las alturas de las barras del diagrama dado se pueden llevar a la escala porcentual (%)



y luego se juntan estas cintas de mayor a menor hasta obtener la siguiente faja

Cantidad de sorgo exportado por Nicaragua



La figura construida se denomina gráfica de faja y permite visualizar la relación entre la cantidad de sorgo exportado a cada país, expresada en porcentajes, y el número total de quintales de sorgo, considerado en este caso como el 100%.

C

Una **gráfica de faja** es un recurso estadístico que facilita la apreciación visual de la relación entre la frecuencia porcentual de cada categoría y el total de individuos, considerado como el 100%. Para construir una gráfica de faja se coloca en una recta horizontal el rectángulo que corresponde a la frecuencia porcentual de cada categoría ubicándose de mayor a menor, de izquierda a derecha. Si aparece la categoría Otros, esta se ubica al final sin importar el porcentaje de esta.

E

La tabla de la derecha muestra el número de pacientes según enfermedad.

a) Complete la tabla.
b) Construya una gráfica de faja.

Enfermedad	f_i	f_r	f_r%
Dengue	450		
Zika	360		
Enfermedades digestivas	540		
Enfermedades respiratorias	180		
Otros	270		
Total	1 800		

Aprendizajes esperados

Construye e interpreta gráficas de fajas.

Secuencia:

En la clase anterior se calcularon frecuencias relativas y porcentuales; estas últimas ahora se representan en gráfica de faja.

Puntos esenciales:

Establecer diferencias entre la gráfica de barras y la de fajas.

Utilizar la percepción visual para apreciar la relación que se muestra en una gráfica de faja entre la frecuencia porcentual de cada categoría y el total de individuos.

Interpretar y construir correctamente gráficas de faja.

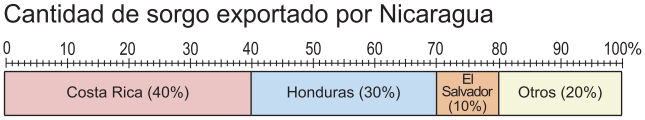
C4: Gráfica de faja e interpretación

P La tabla muestra la cantidad de sorgo exportado por Nicaragua hacia algunos países.

País	Sorgo (qq)	f_r	f_r%
El Salvador	260	0,1	10
Costa Rica	1 040	0,4	40
Honduras	780	0,3	30
Otros	520	0,2	20
Total	2 600	1	100

¿Cómo se puede visualizar la razón (en porcentaje) de la cantidad de sorgo exportada a cada destino, haciendo uso de su respectiva gráfica de barra?

S Cantidad de sorgo exportado por Nicaragua



La figura construida se denomina gráfica de faja.

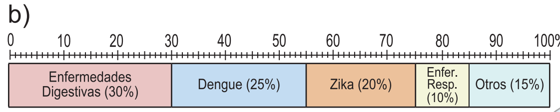
C *Leer en el libro de texto.*

E La tabla muestra el número de pacientes según enfermedad.

a) Complete la tabla.

Enfermedad	f_i	f_r	f_r%
Dengue	450	$\frac{450}{1\,800} = 0{,}25$	25
Zika	360	$\frac{360}{1\,800} = 0{,}2$	20
Enfermedades digestivas	540	$\frac{540}{1\,800} = 0{,}3$	30
Enfermedades respiratorias	180	$\frac{180}{1\,800} = 0{,}1$	10
Otros	270	$\frac{270}{1\,800} = 0{,}15$	15
Total	1 800	$\frac{1800}{1\,800} = 1$	100

b)



Contenido 5 Aplicación de gráfica de faja

Aprendizajes esperados

Interpreta gráficas de fajas en situaciones del entorno.

Secuencia:

En la clase anterior se construyeron gráficas de faja. Ahora se muestra una aplicación donde a partir de la gráfica de faja se debe calcular la frecuencia porcentual y la frecuencia absoluta de las categorías involucradas.

Puntos esenciales:

Recordar cómo se construye una gráfica de faja y lo que indica tal recurso estadístico.

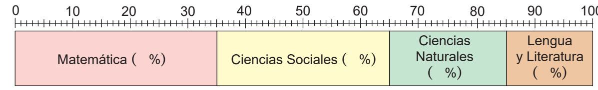
Interpretar correctamente la información brindada por una gráfica de faja.

Señalar que el número total de individuos correspondientes a cada categoría involucrada en el gráfico de faja no es más que la frecuencia absoluta de cada una de ellas.

Construir correctamente gráficas de fajas.

Contenido 5: Aplicación de gráfica de faja

P La siguiente gráfica de faja muestra los porcentajes de las preferencias de 40 estudiantes por las asignaturas básicas de 9no grado.



a) Encuentre la frecuencia relativa correspondiente a cada asignatura preferida.
b) Calcule el número de estudiantes correspondientes a cada categoría.

S

a) Leyendo la información reflejada en la gráfica de faja se puede ver que el % de Matemática es **35%**, el de Ciencias Sociales **30%**, Ciencias Naturales **20%** y Lengua y Literatura **15%**.
b) El número de estudiantes correspondientes a cada asignatura es:

Matemática: $(40)\left(\frac{35}{100}\right)=\mathbf{14}$, Ciencias Sociales: $(40)\left(\frac{30}{100}\right)=\mathbf{12}$,

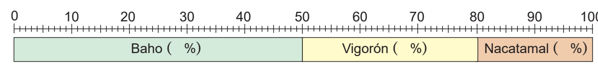
Ciencias Naturales: $(40)\left(\frac{20}{100}\right)=\mathbf{8}$, Lengua y Literatura: $(40)\left(\frac{15}{100}\right)=\mathbf{6}$

C

A partir de una gráfica de faja se identifica la parte que ocupa el porcentaje de cada categoría y su relación con el porcentaje total o longitud de la faja.

E

1. La siguiente gráfica de faja muestra los datos porcentuales que se obtuvieron al preguntar a un grupo de estudiantes de 9no grado sobre su comida típica favorita.



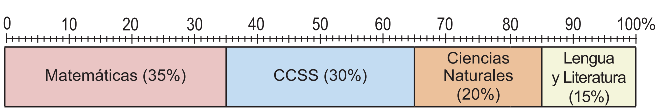
Identifique el porcentaje que corresponde a cada comida. Encuentre el número de estudiantes que prefieren cada comida típica.

2. La siguiente tabla muestra el inventario de los artículos en una tienda.
   a) Complete la tabla con los valores correspondientes de las frecuencias relativas.
   b) Construya una gráfica de faja.

Artículos	f_i	f_r	$f_r\%$
Pantalón	306		
Camiseta	153		
Vestido	207		
Falda	234		
Total	900		

C5: Aplicación de gráfica de faja

(P) La gráfica de faja muestra los porcentajes de las preferencias de 40 estudiantes por las asignaturas básicas de 9no grado.



(S) a) Encuentre la frecuencia relativa porcentual correspondiente a cada asignatura preferida.

b) Calcule el número de estudiantes correspondientes a cada categoría.

Matemática: $40\left(\frac{35}{100}\right)=14$ CCSS: $40\left(\frac{30}{100}\right)=12$

CCNN: $40\left(\frac{20}{100}\right)=8$ L y L: $40\left(\frac{15}{100}\right)=6$

(C) *Leer en el libro de texto.*

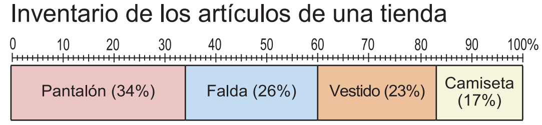
(E) 2. La siguiente tabla muestra el inventario de los artículos en una tienda.

a) Complete la tabla.

Artículos	f_i	f_r	$f_r\%$
Pantalón	306	0,34	34
Camiseta	153	0,17	17
Vestido	207	0,23	23
Falda	234	0,26	26
Total	900	1	100

c) Construya una gráfica de faja.

Inventario de los artículos de una tienda



Contenido 6 Gráfica de sectores circulares

Unidad 8: Estadística

Contenido 6: Gráfica de sectores circulares

P La siguiente tabla muestra los pasatiempos favoritos de un grupo de jóvenes, y el círculo es un recurso visual que se usará para representar por medio de trozos los valores de $fr\%$:

Pasatiempo Favorito	f_i	$f_r\%$	Ángulo
Escuchar música	90	45	
Ver TV	30	15	
Redes Sociales	60	30	
Leer	20	10	
Total	200	100	

Pasatiempo Favorito

a) Calcule la medida del ángulo que corresponde al 1% de 360º.
b) Complete la última columna de la tabla referida a los ángulos centrales.
c) Divida el círculo dado en porciones según los porcentajes encontrados.
d) Señale el pasatiempo más común en el grupo total de jóvenes.

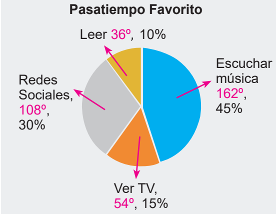
S

a) Se considera el ángulo 360° como el 100%, de modo que el 1% corresponde a $\frac{360°}{100} = \mathbf{3{,}6°}$.

b) Para dibujar cada ángulo central del círculo correspondiente a cada porcentaje, se multiplica 3,6º por cada frecuencia porcentual.

Pasatiempo Favorito	f_i	$f_r\%$	Ángulo
Escuchar música	90	45	$(3{,}6°)(45) = \mathbf{162°}$
Ver TV	30	15	$(3{,}6°)(15) = \mathbf{54°}$
Redes Sociales	60	30	$(3{,}6°)(30) = \mathbf{108°}$
Leer	20	10	$(3{,}6°)(10) = \mathbf{36°}$
Total	200	100	**360º**

Pasatiempo Favorito



c) El círculo dado aparece a la derecha indicando el porcentaje y el ángulo central de cada categoría.
d) El pasatiempo favorito es Escuchar música, porque tiene la mayor frecuencia absoluta.

C Las **gráficas de sectores circulares** pueden representar frecuencias absolutas o relativas y se usan para variables cualitativas. El procedimiento para diseñar una gráfica de sector circular:

1. Se encuentra la frecuencia porcentual de cada categoría.
2. Se multiplica cada frecuencia porcentual por 3,6°.
3. Se dibuja en un círculo el ángulo central que corresponde a cada número obtenido en el paso 2.

E La tabla de la derecha muestra un inventario de libros de textos de una biblioteca.

a) Complete la tabla con los valores correspondientes.
b) Construya la gráfica de sector circular.

Libros	f_i	$f_r\%$	Ángulo
Historia	210		
Literatura	280		
Matemática	70		
Química	140		
Total	700		

156

Aprendizajes esperados

Construye e interpreta gráficas de sectores circulares.

Secuencia:

En la clase anterior se estudiaron algunas aplicaciones de las gráficas de fajas. Aquí se construirán gráficas de sectores circulares o diagramas de pastel.

Puntos esenciales:

Destacar que las gráficas de sectores circulares (diagramas de pastel) muestran la cantidad de datos que pertenecen a cada una de las categorías como parte proporcional de un círculo.

Establecer diferencias entre una gráfica de faja y una de sectores circulares.

Interpretar y construir correctamente gráficas de sectores circulares.

C6: Gráfica de sectores circulares

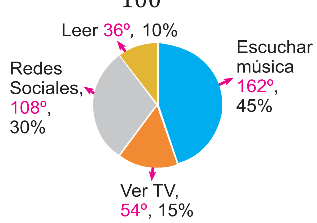
(P) La siguiente tabla muestra los pasatiempos favoritos de 20 jóvenes.

(S)

Pasatiempo favorito	f_i	$f_r\%$	Ángulo
Escuchar música	90	45	$(3{,}6°)(45) = 162°$
Ver TV	30	15	$(3{,}6°)(15) = 54°$
Redes Sociales	60	30	$(3{,}6°)(30) = 108°$
Leer	20	10	$(3{,}6°)(10) = 36°$
Total	200	100	$(3{,}6°)(100) = 360°$

a) Medida del ángulo que corresponde al 1% de 360°:

1% corresponde a $\frac{360°}{100} = 3{,}6°$



d) Señale el pasatiempo más común de los jóvenes.
Es escuchar música

(C) *Leer en libro de texto.*

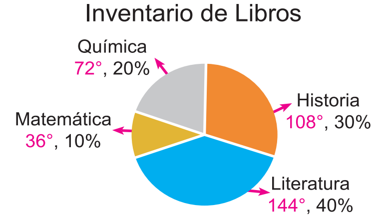
(E) La siguiente tabla muestra el inventario de libros de una biblioteca.

a) Complete la tabla con los valores correspondientes.

Libros	f_i	$f_r\%$	Ángulo
Historia	210	30	$(3{,}6°)(30) = 108°$
Literatura	280	40	$(3{,}6°)(40) = 144°$
Matemática	70	10	$(3{,}6°)(10) = 36°$
Química	140	20	$(3{,}6°)(20) = 72°$
Total	700	100	$(3{,}6°)(100) = 360°$

b) Construya la gráfica de sector circular.

Inventario de Libros



Contenido 7 Representación de la frecuencia acumulada mediante ojivas

Aprendizajes esperados

Construye ojivas para la interpretación de la frecuencia acumulada.

Secuencia:

En las clases anteriores se estudiaron las frecuencias: absoluta, relativa y porcentual utilizando gráficos de barra, de fajas y de sectores circulares para su representación. Aquí se representa la frecuencia acumulada de un conjunto de datos mediante ojiva.

Puntos esenciales:

Destacar que la frecuencia acumulada representa la suma de las frecuencias absolutas de todos los valores iguales o inferiores al valor considerado.

Resaltar que la ojiva permite ver cuántas observaciones se encuentran por encima o por debajo de ciertos valores, en lugar de solo exhibir las frecuencias asignadas a cada clase.

Interpretar y construir correctamente ojivas.

Contenido 7: Representación de la frecuencia acumulada mediante ojivas

P La tabla contiene el registro de libras de sal vendidas durante la semana, realice lo siguiente:

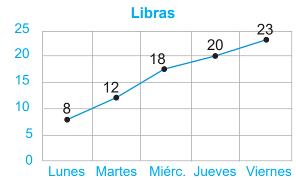
a) Complete el dato de frecuencia acumulada (F_i).
b) Grafique una ojiva con estos datos.
c) ¿Cuál fue el día que se vendió más sal?

Días	f_i	F_i
Lunes	8	8
Martes	4	12
Miércoles	6	
Jueves	2	20
Viernes	3	
Total	23	

S a) La casilla del Miércoles se completa con la suma del valor F_i de Martes, que es 12 con el valor f_i de Miércoles, 6, es decir, $12+6=18$. Se procede igual con las demás:

Días	f_i	F_i
Lunes	8	8
Martes	4	12
Miércoles	6	**18**
Jueves	2	20
Viernes	3	**23**
Total	23	

b) Se trazan dos ejes perpendiculares: El horizontal para los días y el vertical para la cantidad acumulada de libras. Cada punto se ubica a la mitad del ancho de la categoría y a una altura dada por F_i.



c) El día de mayor venta fue el Lunes.

C En una categoría, la suma de las frecuencias absolutas de categorías precedentes y la actual se conoce como **frecuencia acumulada**, denotada por F_i.

La gráfica que representa los valores de F_i por categoría se llama **ojiva**, y se construye de la siguiente manera:

1. Se trazan dos ejes perpendiculares entre sí, designando al eje horizontal para las categorías y al eje vertical para la frecuencia acumulada.
2. Se marca el punto medio de cada segmento que representa una categoría.
3. Los puntos que generarán el gráfico se ubican tomando como referencia las marcas hechas en 2.y las frecuencias acumuladas que funcionarán como altura, luego se unen estos puntos con segmentos.

E La tabla de la derecha contiene el registro de las libras de queso vendidas durante una semana:

a) Complete los datos que faltan en la tabla.
b) Grafique una ojiva.

Días	f_i	F_i
Lunes	5	
Martes	4	
Miércoles	6	
Jueves	3	
Viernes	5	
Total	23	

C7: Representación de la frecuencia acumulada mediante ojivas

P La tabla contiene el registro de libras de sal vendidas durante la semana.

Días	f_i	F_i
Lunes	8	8
Martes	4	12
Miércoles	6	$12+6=18$
Jueves	2	20
Viernes	3	$20+3=23$
Total	23	

S a) Complete el dato de frecuencia acumulada (F_i).
b) Grafique una ojiva con estos datos.

c) ¿Cuál fue el día que se vendió más sal?
Lunes.

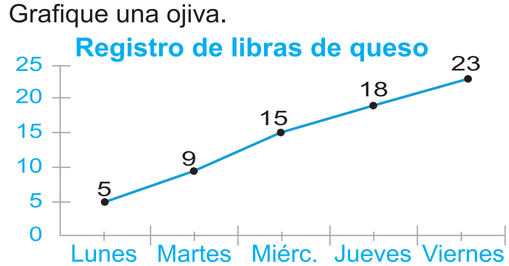
C *Leer en el libro de texto.*

E La tabla contiene el registro de las libras de queso vendidas durante una semana.

a) Complete la tabla.

Días	f_i	F_i
Lunes	5	5
Martes	4	$5+4=9$
Miércoles	6	$9+6=15$
Jueves	3	$15+3=18$
Viernes	5	$18+5=23$
Total	23	

b) Grafique una ojiva.



Prueba de Matemática 9no (30min) **Fecha:__________**

Unidad 8: Estadística

Nombre:______________________________ **Sección:___________** /20

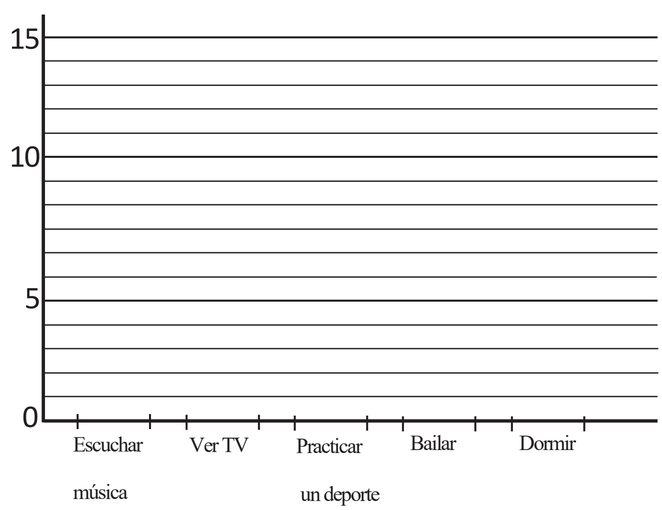
Sexo: M / F

1. Complete la siguiente tabla en la que se registra información de 30 estudiantes acerca de sus pasatiempos:

   a) Llene las casillas vacías de la tabla. (1 puntos×3=3)

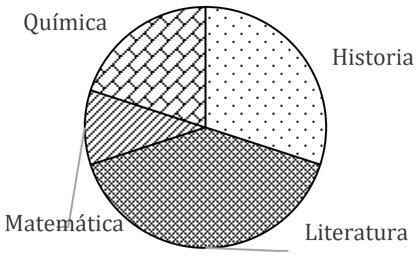
Pasatiempos	Conteo	No. de estudiantes fi
Escuchar música	~~////~~	5
Ver TV	~~////~~ ~~////~~ //	
Practicar un deporte	////	4
Bailar	~~////~~ /	
Dormir	///	
Total		30

   b) Construya una gráfica de barras. (5 puntos)



2. La tabla de la derecha muestra un inventario de libros de texto de una biblioteca. Complete la tabla a partir de la gráfica de sectores circulares que se muestra.

(2 puntos×6=12)



Libros	fi	$fr\%$	Ángulo
Historia	210		
Literatura	280		
Matemática	70	10	36°
Química	140		
Total	700	100	360°

Nombre: ______________________________________

Anexos

Anexo 1	Solucionarios de las pruebas de cada unidad
Anexo 2	Solucionarios del libro de texto
Anexo 3	Diferencias del LT entre la versión para docentes y para estudiantes

Prueba de Matemática 9no Solucionario

Unidad 1: Productos Notables y Factorización (1)

1. (2 punto×9=18)

a) $x(x+3) = \boldsymbol{x^2 + 3x}$

b) $(x-3)(y+4) = \boldsymbol{xy + 4x - 3y - 12}$

c) $(x+2)(x+y+3)$

Forma vertical:

$$\begin{array}{rl} & x \;+y+3 \\ \times & x \;+2 \\ \hline & x^2 + xy + 3x \\ & \qquad 2x + 2y \\ & \qquad\quad +6 \\ \hline & \boldsymbol{x^2 + xy + 5x + 2y + 6} \end{array}$$

d) $(x-3)(x-2) = \boldsymbol{x^2 - 5x + 6}$

e) $(2x+1)(3x-2) = \boldsymbol{6x^2 - x - 2}$

f) $(x+5)^2 = \boldsymbol{x^2 + 10x + 25}$

g) $(x-5)^2 = \boldsymbol{x^2 - 10x + 25}$

h) $(x+3)(x-3) = \boldsymbol{x^2 - 9}$

i) $\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)^2 = 2 - 2\sqrt{6} + 3 = \boldsymbol{5 - 2\sqrt{6}}$

2. (2 puntos)

$$\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \left(\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}\right)\left(\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}\right)$$

$$= \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{3-2}$$

$$= \boldsymbol{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$$

Unidad 1: Productos Notables y Factorización (2)

1. (2 puntos×10=20)

a) $x^2 + 3x = \boldsymbol{x(x+3)}$

b) $n(x+2) - (x+2) = \boldsymbol{(n-1)(x+2)}$

c) $x^2 - 4 = \boldsymbol{(x+2)(x-2)}$

d) $x^2 + 2x + 1 = \boldsymbol{(x+1)^2}$

e) $x^2 - 12x + 36 = \boldsymbol{(x-6)^2}$

f) $x^2 + 3x + 2 = \boldsymbol{(x+1)(x+2)}$

g) $x^2 - 7x + 12 = \boldsymbol{(x-3)(x-4)}$

h) $x^2 + 2x - 15 = \boldsymbol{(x+5)(x-3)}$

i) $2x^2 + 7x + 3 = \boldsymbol{(2x+1)(x+3)}$

j) $2x^2 - x - 3 = \boldsymbol{(2x-3)(x+1)}$

Unidad 2: Ecuaciones de Segundo Grado

1. (2 puntos×2=4)

a) $x^2 - 9 = 0$

$x^2 = 9$

$x = \pm 3$

$\boldsymbol{x = 3}, \quad \boldsymbol{x = -3}$

b) $(x-1)^2 - 2 = 0$

$(x-1)^2 = 2$

$x - 1 = \pm\sqrt{2}$

$x = 1 \pm \sqrt{2}$

$\boldsymbol{x = 1 + \sqrt{2}}, \quad \boldsymbol{x = 1 - \sqrt{2}}$

2. (2 puntos×2=4)

a) $x^2 + 5x + 5 = 0$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{25-20}}{2} = \frac{-5 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$\boldsymbol{x = \frac{-5+\sqrt{5}}{2}}, \qquad \boldsymbol{x = \frac{-5-\sqrt{5}}{2}}$$

b) $2x^2 - 5x + 1 = 0$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25-8}}{4} = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{4}$$

$$\boldsymbol{x = \frac{5+\sqrt{17}}{4}}, \qquad \boldsymbol{x = \frac{5-\sqrt{17}}{4}}$$

3. (2 puntos×3=6)

a) $x^2 + 3x + 2 = 0$

$(x+1)(x+2) = 0$

$\boldsymbol{x = -1}, \quad \boldsymbol{x = -2}$

b) $x^2 + 5x = 0$

$x(x+5) = 0$

$\boldsymbol{x = 0}, \quad \boldsymbol{x = -5}$

c) $x^2 - 8x + 16 = 0$

$(x-4)^2 = 0$

$\boldsymbol{x = 4}$

4. (2 puntos×2=4)

a) $x^2 - 6x + 9 = 0$

$D = 36 - 36 = 0$

Tiene una solución en los números reales

b) $x^2 + 4x - 1 = 0$

$D = 16 + 4 = 20 > 0$

Tiene dos soluciones en los números reales

5. (2 puntos)

$b = -(2+3) = -5, \qquad c = (2)(3) = 6$

Por lo tanto, $\boldsymbol{x^2 - 5x + 6 = 0}$

Unidad 3: Fuciones de Segundo Grado

1. (2 puntos×4=10)

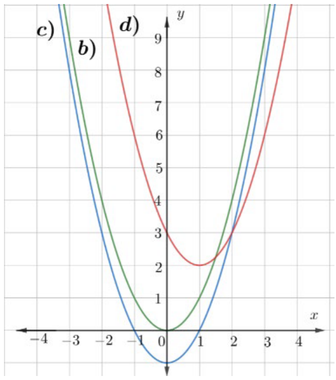
a)

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	**9**	**4**	**1**	**0**	**1**	**4**	**9**

b)

c)

d)



2. a) (2 puntos)

$y = x^2 + 2x - 3$
$y = (x+1)^2 - 1 - 3$
$\boldsymbol{y = (x+1)^2 - 4}$

b) (1 punto × 3 = 3)

Vértice: $(\mathbf{-1}, \mathbf{-4})$
Eje de simetría: $\boldsymbol{x = -1}$
Intercepto con el eje y: $(\mathbf{0}, \mathbf{-3})$

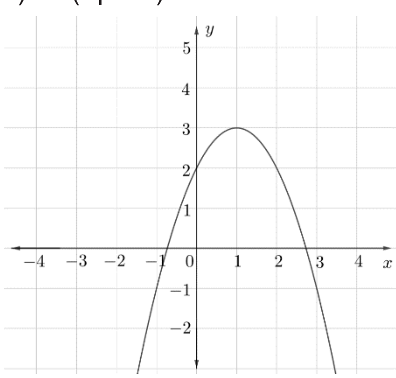
c) (2 puntos)

Como la gráfica es cóncava hacia arriba, tiene minimo en $\boldsymbol{y = -4}$

3.a) (2 puntos)

$y = -x^2 + 2x + 2$
$y = -(x^2 - 2x + 1) + 2 + 1$
$\boldsymbol{y = -(x-1)^2 + 3}$

b) (1 punto)



c) (2 puntos)

Si $x = -1$,
entonces $y = -(-1)^2 + (2)(-1) + 2$
$= -1 - 2 + 2 = -1$

Si $x = 2$,
entonces $y = -2^2 + (2)(2) + 2$
$= -4 + 4 + 4 = 2$

Por lo tanto, **el valor máximo es 3 y el valor mínimo es − 1**

Unidad 4: Proporcionalidad de Segmentos

1. (2 puntos×3=6)

a) $\mathrm{d} = 7 - 3 = \mathbf{4}$

b) $\mathrm{d} = (-2) - (-8) = -2 + 8 = \mathbf{6}$

c) $\mathrm{d} = 4 - (-3) = 4 + 3 = \mathbf{7}$

2. (2 puntos)

$$\frac{\mathrm{AB}}{\mathrm{CD}} = \frac{2}{8} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}}$$

3. (2 puntos)

$$\frac{5}{3} = \frac{10}{x}$$

$5x = (3)(10)$
$\boldsymbol{x = 6}$

4. (2 puntos×2=4)

a) $m = 2, n = 1, a = 2, b = 8$

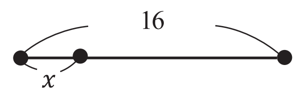
$$p = \frac{na + mb}{m+n} = \frac{(1)(2) + (2)(8)}{2+1} = \frac{18}{3} = \mathbf{6}$$

b) $p = \dfrac{a+b}{2} = \dfrac{2+8}{2} = \dfrac{10}{2} = \mathbf{5}$

5. (3 puntos×2=6)

a) Sea $\mathrm{AP} = x$, luego $\mathrm{PB} = 16 - x$

$$\frac{x}{16 - x} = \frac{3}{5}$$



$5x = 3(16 - x)$
$5x = 48 - 3x$
$8x = 48$
$x = 6$
$16 - x = 16 - 6 = 10$
AP es 6 $\boldsymbol{cm}$, PB es 10 $\boldsymbol{cm}$

b) Sea $\mathrm{AP} = x$, luego $\mathrm{PB} = x - 8$

$$\frac{\mathrm{AP}}{\mathrm{PB}} = \frac{3}{1}$$

$$\frac{x}{x-8} = \frac{3}{1}$$

$3(x - 8) = x$
$3x - 24 = x$
$2x = 24$
$x = 12$
$x - 8 = 12 - 8 = 4$

Por lo tanto, **la longitud de $\overline{\mathrm{AP}}$ es 12 $\boldsymbol{cm}$, la longitud de $\overline{\mathrm{PB}}$ es 8 $\boldsymbol{cm}$.**

Unidad 5: Semejanza

1. (2 Puntos×4=8)

$\frac{AC}{DF}=\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}, DE=\mathbf{6}\ cm, \measuredangle A=\measuredangle D, \measuredangle B=\measuredangle \boldsymbol{E}, \measuredangle \boldsymbol{C}=\measuredangle F$

2. (3 puntos×2=6)

a) $h^2=(4)(9)=36$
$h>0,\text{es decir } h=\mathbf{6}\ (\boldsymbol{cm})$

b) $a^2=(9)(13)=117$
$a>0,\text{es decir } a=\sqrt{117}=\ \mathbf{3\sqrt{13}}\ (\boldsymbol{cm})$

3. (3 puntos)

$MN=\frac{1}{2}BC=\left(\frac{1}{2}\right)(4)=2$

La longitud del lado $\overline{\mathbf{MN}}$ es 2 $\boldsymbol{cm}$.

4. (3 puntos)

$\frac{AB}{BC}=\frac{DE}{EF}$

$\frac{6}{2}=\frac{DE}{3}$

$2DE=(6)(3)$
$2DE=18$
$DE=9$

La longitud de $\overline{\mathbf{DE}}$ es 9 cm.

Unidad 6: Teorema de Pitágoras

1. (2 puntos×3=6)

	①	②	③
a	4	6	$\mathbf{\sqrt{7}}$
b	4	**8**	$\sqrt{2}$
c	$\mathbf{4\sqrt{2}}$	10	3

① $c^2=a^2+b^2=4^2+4^2=16+16=32$
$c>0, c=\sqrt{32}=4\sqrt{2}$

② $100=36+b^2$
$b^2=64$
$b>0, b=8$

③ $a^2+2=9$
$a^2=7$
$a>0, a=\sqrt{7}$

2. a) (3 puntos)

$AB^2=BH^2+AH^2$
$4^2=2^2+h^2$
$h^2=16-4=12$
$h>0 \text{ por lo tanto}, h=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$
La altura $\overline{\mathbf{AH}}$ es $\mathbf{2\sqrt{3}}$ $\boldsymbol{cm}$.

b) (2 puntos)

$A=\frac{(4)(2\sqrt{3})}{2}=4\sqrt{3}$

El área del $\triangle$ABC es $\mathbf{4\sqrt{3}}$ $\boldsymbol{cm^2}$.

3. a) (3 puntos)

$AC^2=AB^2+BC^2$
$10^2=6^2+h^2$
$h^2=100-36=64$
$h>0 \text{ por lo tando}, h=8$
La altura $\overline{\mathbf{BC}}$ es 8 $\boldsymbol{cm}$.

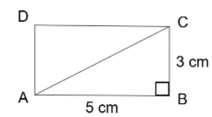
b) (2 puntos)

$V=(6)^2\pi(8)\left(\frac{1}{3}\right)=96\pi$

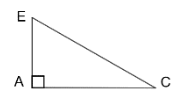
El volumen del cono es 96π $\boldsymbol{cm^3}$.

4. (2 puntos×2=4)

a) $AC^2=5^2+3^2$
$=25+9=34$
$AC>0, \text{entonces } AC=\sqrt{34}$
La longitude de $\overline{\mathbf{AC}}$ es $\mathbf{\sqrt{34}}$ $\boldsymbol{cm}$.



b) $EC^2=AE^2+AC^2$
$=4^2+\left(\sqrt{34}\right)^2=16+34$
$=50$
$EC>0, \text{entonces } EC=\sqrt{50}=5\sqrt{2}.$
La longitud de $\overline{\mathbf{EC}}$ es $\mathbf{5\sqrt{2}}$ $\boldsymbol{cm}$.



Unidad 7: Circunferencia

1. (1 Punto×6=6)

O	**Centro**	$\widehat{ML}$	**Arco**
$\overline{OM}$	**Radío**	$\overleftrightarrow{MN}$	**Recta tangente**
$\overline{RS}$	**Cuerda**	$\overleftrightarrow{RS}$	**Recta secante**

2. (2 Punto×6=12)

a) $\boldsymbol{x}=\mathbf{44°}$ b) $\boldsymbol{x}=\mathbf{50°}, \boldsymbol{y}=\mathbf{100°}$
c) $\boldsymbol{x}=\mathbf{90°}$ d) $\boldsymbol{x}=\mathbf{140°}$
e) $\boldsymbol{x}=\mathbf{104°}$ f) $\boldsymbol{x}=\mathbf{25°}$

$\left(\frac{1}{2}\right)(85+123)$ $\left(\frac{1}{2}\right)(80-30)$

$=\left(\frac{1}{2}\right)(208)$ $=\left(\frac{1}{2}\right)(50)$

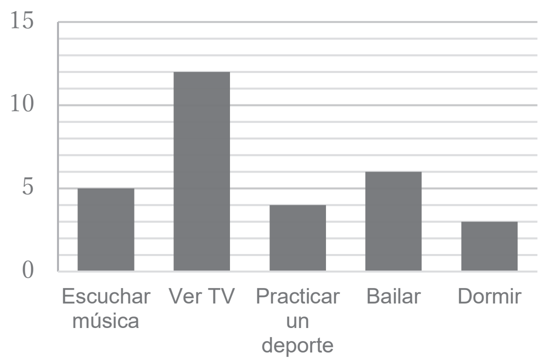
$=104$ $=25$

Unidad 8: Estadística

1. a) (1 Punto×3=3)

Pasatiempos	Conteo	No. de estudiantes fi
Escuchar música	~~////~~	5
Ver TV	~~////~~ ~~////~~ //	**12**
Practicar un deporte	////	4
Bailar	~~////~~ /	**6**
Dormir	///	**3**
Total		30

b) (5 puntos)



2. (2 puntos×6=12)

Libros	fi	$fr\%$	**Ángulo**
Historia	210	**30**	**108°**
Literatura	280	**40**	**144°**
Matemática	70	10	36°
Química	140	**20**	**72°**
Total	700	100	360°

UNIDAD 1

Seccion 1 Contenido 1 (S1C1)

E

a) $x(x+5)=x^2+5x$

b) $x(4x-3)=4x^2-3x$

c) $2x(x+3)=2x^2+6x$

d) $3x(2x-1)=6x^2-3x$

e) $-x(x+2)=-x^2-2x$

f) $-3x(x-1)=-3x^2+3x$

g) $(x-6)x=x^2-6x$

h) $(3x+5)(4x)=12x^2+20x$

i) $(2x-7)(-5x)=-10x^2+35x$

S1C2

E

a) $(x+4)(y+5)$
$=xy+5x+4y+20$

b) $(x+2)(y-3)$
$=xy-3x+2y-6$

c) $(x+6)(3y+1)$
$=3xy+x+18y+6$

d) $(x+7)(5y-6)$
$=5xy-6x+35y-42$

e) $(x+3y)(2x+5y)$
$=2x^2+11xy+15y^2$

f) $(5x+4y)(7x-3y)$
$=35x^2+13xy-12y^2$

S1C3

E

a) $(x+4)(x+y+5)$
$=x^2+xy+9x+4y+20$

b) $(x+3)(x+y-7)$
$=x^2+xy-4x+3y-21$

c) $(3x+1)(2x+y+9)$
$=6x^2+3xy+29x+y+9$

d) $(3x-1)(2x-y+6)$
$=6x^2-3xy+16x+y-6$

S1C4

E

a) $(x+1)(x+y+5)$

$$\begin{array}{r}
x\ +y+5\\
\times\ \ x\ +1\\ \hline
x^2+xy+5x\qquad\qquad\\
+\ \ x\ +y+5\\ \hline
x^2+xy+6x+y+5
\end{array}$$

b) $(x+5)(x+y-3)$

$$\begin{array}{r}
x\ +y-3\qquad\qquad\\
\times\ \ x\ +5\qquad\qquad\\ \hline
x^2+xy-3x\qquad\qquad\\
+5x\ +5y-15\\ \hline
x^2+xy+2x\ +5y-15
\end{array}$$

c) $(x-4)(x-3y+7)$

$$\begin{array}{r}
x-3y+7\qquad\qquad\\
\times\ x\ -4\qquad\qquad\\ \hline
x^2-3xy+7x\qquad\qquad\\
-\ 4x\ +12y-28\\ \hline
x^2-3xy\ +3x\ +12y-28
\end{array}$$

d) $(x-6)(x-4y-8)$

$$\begin{array}{r}
x-4y-8\qquad\qquad\\
\times\ \ x-6\qquad\qquad\\ \hline
x^2-4xy-8x\qquad\qquad\\
-6x\ \ +24y+48\\ \hline
x^2-4xy\ -14x+24y+48
\end{array}$$

S1C5

E1

a) $x(x+7)=x^2+7x$

b) $3x(4x+5)=12x^2+15x$

c) $-x(x-2)=-x^2+2x$

d) $-5x(2x-7)=-10x^2+35x$

E2

a) $(x+3)(y+5)$
$=xy+5x+3y+15$

b) $(x+2)(y-4)$
$=xy-4x+2y-8$

c) $(x+8)(4y-6)$
$=4xy-6x+32y-48$

d) $(2x-1)(4y+9)$
$=8xy+18x-4y-9$

E3

a) $(x+5)(x+y+8)$
$=x^2+xy+13x+5y+40$

b) $(x-1)(x+2y-3)$
$=x^2+2xy-4x-2y+3$

c) $(2x+5y)(7x+8y+9)$
$=14x^2+51xy+18x+40y^2+45y$

d) $(3x-4y)(5x-6y+2)$
$=15x^2-38xy+6x+24y^2-8y$

E4

a) $(x+5)(x+y+9)$

$$\begin{array}{r} x+y+9 \\ \times\ x+5 \\ \hline x^2+xy+9x \\ +5x+5y+45 \\ \hline x^2+xy+14x+5y+45 \end{array}$$

b) $(x-7)(x-6y+8)$

$$\begin{array}{r} x-6y+8 \\ \times\ x-7 \\ \hline x^2-6xy+8x \\ -7x+42y-56 \\ \hline x^2-6xy+x+42y-56 \end{array}$$

S2C1

E

a) $(x+5)(x+8)=x^2+13x+40$

b) $(x+6)(x+2)=x^2+8x+12$

c) $(y+4)(y+3)=y^2+7y+12$

d) $(y+7)(y+9)=y^2+16y+63$

e) $\left(x+\frac{1}{4}\right)\left(x+\frac{3}{4}\right)=x^2+x+\frac{3}{16}$

f) $\left(y+\frac{2}{3}\right)\left(y+\frac{5}{6}\right)=y^2+\frac{3}{2}y+\frac{5}{9}$

S2C2

E

a) $(x+5)(x-7)=x^2-2x-35$

b) $(y+2)(y-3)=y^2-y-6$

c) $(x-6)(x+4)=x^2-2x-24$

d) $(y-9)(y+5)=y^2-4y-45$

e) $(x-7)(x-6)=x^2-13x+42$

f) $(y-8)(y-5)=y^2-13y+40$

S2C3

E

a) $(3x+1)(x+4)=3x^2+13x+4$

b) $(2x+3)(4x+1)=8x^2+14x+3$

c) $(2x-1)(x+5)=2x^2+9x-5$

d) $(2x+3)(3x-5)=6x^2-x-15$

e) $(3x-1)(x-4)=3x^2-13x+4$

f) $(2x-3)(3x-4)=6x^2-17x+12$

S2C4

E

a) $(x+4)^2=x^2+8x+16$

b) $(x+2)^2=x^2+4x+4$

c) $(x+6)^2=x^2+12x+36$

d) $(x+m)^2=x^2+2mx+m^2$

e) $(x+\frac{1}{4})^2=x^2+\frac{1}{2}x+\frac{1}{16}$

f) $(x+\frac{1}{3})^2=x^2+\frac{2}{3}x+\frac{1}{9}$

S2C5

E

a) $(x-m)^2=x^2-2mx+m^2$

b) $(x-4)^2=x^2-8x+16$

c) $(x-5)^2=x^2-10x+25$

d) $(x-6)^2=x^2-12x+36$

e) $(x-\frac{1}{2})^2=x^2-x+\frac{1}{4}$

f) $(x-\frac{1}{3})^2=x^2-\frac{2}{3}x+\frac{1}{9}$

S2C6

E

a) $(x+4)(x-4)=x^2-16$

b) $(x+m)(x-m)=x^2-m^2$

c) $(x+5)(x-5)=x^2-25$

d) $(x+6)(x-6)=x^2-36$

e) $\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{1}{2}\right)=x^2-\frac{1}{4}$

f) $(x+\frac{1}{3})(x-\frac{1}{3})=x^2-\frac{1}{9}$

S2C7

E1

a) $(x+8)(x+3)=x^2+11x+24$

b) $(x+9)(x-5)=x^2+4x-45$

c) $(2x-7)(3x+2)=6x^2-17x-14$

d) $(x-4)(x-6)=x^2-10x+24$

e) $\left(x+\frac{1}{3}\right)\left(x+\frac{2}{3}\right)=x^2+x+\frac{2}{9}$

f) $\left(x-\frac{4}{5}\right)\left(x+\frac{3}{4}\right)=x^2-\frac{1}{20}x-\frac{3}{5}$

E2

a) $(x+7)^2=x^2+14x+49$

b) $(x-9)^2=x^2-18x+81$

c) $(x+\frac{3}{4})^2=x^2+\frac{3}{2}x+\frac{9}{16}$

d) $(x-\frac{2}{3})^2=x^2-\frac{4}{3}x+\frac{4}{9}$

e) $(2x+5)^2=4x^2+20x+25$

f) $(4x-3)^2=16x^2-24x+9$

E3

a) $(y+7)(y-7)=y^2-49$

b) $(y+6)(y-6)=y^2-36$

c) $\left(y+\frac{3}{4}\right)\left(y-\frac{3}{4}\right)=y^2-\frac{9}{16}$

d) $(xy+4)(xy-4)=x^2y^2-16$

e) $(2x+5)(2x-5)=4x^2-25$

f) $(3x+7)(3x-7)=9x^2-49$

Desafío

E

a) $(x+y+3)^2$
$=x^2+y^2+2xy+6x+6y+9$

b) $(x+y+2z)^2$
$=x^2+y^2+4z^2+2xy+4xz+4yz$

c) $(a+b-4)^2$
$=a^2+b^2+2ab-8a-8b+16$

d) $(x+2y-z)^2$
$=x^2+4y^2+z^2+4xy-2xz-4yz$

e) $(3x-y+z)^2$
$=9x^2+y^2+z^2-6xy+6xz-2yz$

f) $(2x-y-4z)^2$
$=4x^2+y^2+16z^2-4xy-16xz+8yz$

Desafío

E

a) $(2x+1)(2x+8)=4x^2+18x+8$

b) $(3x+5)(3x+7)=9x^2+36x+35$

c) $(4x+6)(4x-9)=16x^2-12x-54$

d) $(5x+7)(5x-4)=25x^2+15x-28$

e) $(6x-11)(6x-9)=36x^2-120x+99$

f) $(7x-3)(7x-8)=49x^2-77x+24$

Desafío

E

a) $(x+1)^3=x^3+3x^2+3x+1$

b) $(x-2)^3=x^3-6x^2+12x-8$

c) $(x+3)^3=x^3+9x^2+27x+27$

d) $(x-2y)^3=x^3+6x^2y+12xy^2-8y^3$

S2C8

E

a) $\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)^2=8+\sqrt{15}$

b) $\left(\sqrt{7}-\sqrt{6}\right)^2=13-2\sqrt{42}$

c) $(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})=2$

d) $\left(\sqrt{3}+2\right)^2=7+4\sqrt{3}$

e) $\left(\sqrt{2}-3\right)^2=11-6\sqrt{2}$

f) $(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)=1$

S2C9

E

a) $\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{3}$

b) $\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}=\sqrt{3}+\sqrt{2}$

c) $\frac{2}{\sqrt{3}+1}=\sqrt{3}-1$

d) $\frac{3}{\sqrt{2}-1}=3\sqrt{2}+3$

e) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{10}-\sqrt{6}}{2}$

f) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{10}+2}{3}$

S2C10

E1

a) $\left(\sqrt{2}+\sqrt{5}\right)^2=7+2\sqrt{10}$

b) $\left(\sqrt{5}+6\right)^2=41+12\sqrt{5}$

c) $\left(2\sqrt{3}+1\right)^2=13+4\sqrt{3}$

d) $\left(4\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)^2=35+8\sqrt{6}$

E2

a) $\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^2=5+2\sqrt{6}$

b) $\left(\sqrt{5}-3\right)^2=14-6\sqrt{3}$

c) $\left(3\sqrt{2}-1\right)^2=19-6\sqrt{2}$

d) $\left(2\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)^2=11-4\sqrt{6}$

E3

a) $\left(\sqrt{7}+\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{7}-\sqrt{2}\right)=5$

b) $\left(\sqrt{3}+1\right)\left(\sqrt{3}-1\right)=2$

c) $\left(\sqrt{11}+2\right)\left(\sqrt{11}-2\right)=7$

d) $\left(2\sqrt{5}+3\right)\left(2\sqrt{5}-3\right)=11$

E4

a) $\frac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

b) $\frac{2}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}=2\sqrt{3}+2\sqrt{2}$

c) $\frac{2}{\sqrt{7}+\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{7}-\sqrt{3}}{2}$

d) $\frac{5}{\sqrt{3}-1}=\frac{5\sqrt{3}+5}{2}$

e) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = 3+\sqrt{6}$

f) $\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1} = 3-2\sqrt{2}$

g) $\frac{\sqrt{3}+2}{\sqrt{3}-2} = -7-4\sqrt{3}$

S3C1

E

a) $3x+9 = 3(x+3)$

b) $4x+12 = 4(x+3)$

c) $8x+12 = 4(2x+3)$

d) $2x-10 = 2(x-5)$

e) $3x-30 = 3(x-10)$

f) $12x-15 = 3(4x-5)$

S3C2

a) $x^2+2x = x(x+2)$

b) $x^2+5x = x(x+5)$

c) $x^2-4x = x(x-4)$

d) $x^2-x = x(x-1)$

e) $3a^2-9a = 3a(a-3)$

f) $2m^2-6m = 2m(m-3)$

g) $15a^2-15a = 15a(a-1)$

h) $3x^2+6xy = 3x(x+2y)$

S3C3

E

a) $x(n-3)+y(n-3)$
$= (n-3)(x+y)$

b) $2(x-1)+y(x-1)$
$= (x-1)(2+y)$

c) $x(a-2)-(a-2)$
$= (a-2)(x-1)$

d) $m(3a+b)-(3a+b)$
$= (3a+b)(m-1)$

e) $3x(a-b)+2(a-b)$
$= (a-b)(3x+2)$

f) $4x(a+b-2)-5(a+b-2)$
$= (a+b-2)(4x-5)$

S3C4

E

a) $x^2-9 = (x+3)(x-3)$

b) $x^2-16 = (x+4)(x-4)$

c) $x^2-\frac{1}{9} = (x+\frac{1}{3})(x-\frac{1}{3})$

d) $x^2-\frac{1}{16} = (x+\frac{1}{4})(x-\frac{1}{4})$

e) $4x^2-9 = (2x+3)(2x-3)$

f) $9x^2-25 = (3x+5)(3x-5)$

S3C5

E1

a) $m^2-mn = m(m-n)$

b) $a^2-ab = a(a-b)$

c) $2ax-3ay = a(2x-3y)$

d) $4ax+2a = 2a(2x+1)$

e) $ax+bx+cx = x(a+b+c)$

f) $ab+4a^2b^2 = ab(1+4ab)$

g) $8a^2b-4b^2 = 4b(2a^2-b)$

h) $3x^2-12xy+6y = 3(x^2-4xy+2y)$

E2

a) $x(a+b)+y(a+b)$
$= (a+b)(x+y)$

b) $a(n+2)+(n+2)$
$= (n+2)(a+1)$

c) $x(a+1)-(a+1)$
$= (a+1)(x-1)$

d) $x(a+5)-3(a+5)$
$= (a+5)(x-3)$

e) $2x(n-1)+3y(n-1)$
$= (n-1)(2x+3y)$

f) $4a(x+y)-5b(x+y)$
$= (x+y)(4a-5b)$

E3

a) $x^2-36 = (x+6)(x-6)$

b) $x^2-100 = (x+10)(x-10)$

c) $x^2-\frac{4}{9} = (x+\frac{2}{3})(x-\frac{2}{3})$

d) $x^2-\frac{9}{16} = (x+\frac{3}{4})(x-\frac{3}{4})$

e) $4x^2-25 = (2x+5)(2x-5)$

f) $9x^2-49 = (3x+7)(3x-7)$

S3C6

E

a) $x^2+10x+25 = (x+5)^2$

b) $x^2+14x+49 = (x+7)^2$

c) $x^2+18x+81 = (x+9)^2$

d) $x^2 - 8x + 16 = (x - 4)^2$

e) $x^2 - 12x + 36 = (x - 6)^2$

f) $x^2 - 16x + 64 = (x - 8)^2$

S3C7

E

a) $x^2 + 5x + 6 = (x + 2)(x + 3)$

b) $x^2 + 7x + 12 = (x + 3)(x + 4)$

c) $x^2 + 8x + 15 = (x + 3)(x + 5)$

d) $y^2 + 9y + 18 = (y + 3)(y + 6)$

e) $y^2 + 9y + 14 = (y + 2)(y + 7)$

f) $x^2 + 7x + 10 = (x + 2)(x + 5)$

S3C8

E

a) $x^2 - 6x + 8 = (x - 2)(x - 4)$

b) $x^2 - 11x + 18 = (x - 2)(x - 9)$

c) $x^2 + x - 6 = (x + 3)(x - 2)$

d) $x^2 + 2x - 15 = (x + 5)(x - 3)$

e) $x^2 - x - 12 = (x - 4)(x + 3)$

f) $x^2 - 5x - 14 = (x - 7)(x + 2)$

S3C9

E

a) $3x^2 + 8x + 5 = (3x + 5)(x + 1)$

b) $7x^2 + 10x + 3 = (7x + 3)(x + 1)$

c) $4x^2 + 5x + 1 = (4x + 1)(x + 1)$

d) $2x^2 + 7x + 6 = (2x + 3)(x + 2)$

e) $3x^2 + 8x + 4 = (3x + 2)(x + 2)$

f) $6x^2 + 11x + 3 = (2x + 3)(3x + 1)$

S3C10

E

a) $2x^2 - 3x + 1 = (x - 1)(2x - 1)$

b) $2x^2 - 5x + 2 = (x - 2)(2x - 1)$

c) $3x^2 + x - 2 = (x + 1)(3x - 2)$

d) $3x^2 + 2x - 5 = (3x + 5)(x - 1)$

e) $5x^2 - 2x - 3 = (x - 1)(5x + 3)$

f) $6x^2 - x - 2 = (3x - 2)(2x + 1)$

S3C11

E1

a) $x^2 + 4x + 4 = (x + 2)^2$

b) $x^2 + 12x + 36 = (x + 6)^2$

c) $x^2 + 20x + 100 = (x + 10)^2$

d) $x^2 - 6x + 9 = (x - 3)^2$

e) $x^2 - 10x + 25 = (x - 5)^2$

f) $x^2 - 14x + 49 = (x - 7)^2$

E2

a) $x^2 + 9x + 20 = (x + 4)(x + 5)$

b) $x^2 + 10x + 24 = (x + 4)(x + 6)$

c) $x^2 - 11x + 28 = (x - 7)(x - 4)$

d) $x^2 - 10x + 21 = (x - 3)(x - 7)$

e) $x^2 + 4x - 12 = (x + 6)(x - 2)$

f) $x^2 - 3x - 28 = (x - 7)(x + 4)$

E3

a) $5x^2 + 7x + 2 = (5x + 2)(x + 1)$

b) $7x^2 + 15x + 2 = (7x + 1)(x + 2)$

c) $3x^2 - 10x + 7 = (3x - 7)(x - 1)$

d) $2x^2 - 9x + 7 = (2x - 7)(x - 1)$

e) $4x^2 + x - 3 = (4x - 3)(x + 1)$

f) $7x^2 - 2x - 5 = (7x + 5)(x - 1)$

E4

a) $6x^2 - 24 = 6(x - 2)(x + 2)$

b) $3x^2 - 48 = 3(x - 4)(x + 4)$

c) $2ax^2 + 12ax + 18a = 2a(x + 3)^2$

d) $3ax^2 + 15ax + 18a = 3a(x + 2)(x + 3)$

e) $2nx^2 - 2nx - 24n = 2n(x - 4)(x + 3)$

f) $6ax^2 + 21ax + 9a = 3a(2x + 1)(x + 3)$

Desafío

E

a) $2x^2 - 18 = 2(x + 3)(x - 3)$

b) $3x^2 - 12 = 3(x + 2)(x - 2)$

c) $2m^2n - 8mn + 8n = 2n(m - 2)^2$

d) $3x^2 + 9x + 6 = 3(x + 2)(x + 1)$

Desafío

E

a) $(x + 2)(x^2 - 2x + 4) = x^3 + 8$

b) $x^3 - 8 = (x - 2)(x^2 + 2x + 4)$

c) $x^3 + 27 = (x + 3)(x^2 - 3x + 9)$

d) $64x^3 - y^3 = (4x - y)(16x^2 + 4xy + y^2)$

UNIDAD 2

S1C1

E

a) $3x + 7 = 13$

$3x = 13 - \boxed{7}$

$3x = \boxed{6}$

$x = \frac{\boxed{6}}{3}$

$x = \boxed{2}$

b) $-5x - 3 = 12$

$-5x = 12 + \boxed{3}$

$-5x = \boxed{15}$

$x = \frac{\boxed{15}}{-5}$

$x = \boxed{-3}$

c) $\frac{x}{4} - 2 = 3$

$\frac{x}{4} = 3 + \boxed{2}$

$\frac{x}{4} = \boxed{5}$

$x = \boxed{5}(4)$

$x = \boxed{20}$

E2

a) $x = 1$ b) $x = 6$ c) $x = -4$

S1C2

E1

Maíz: $x^2 = 36$

Frijoles: $5x^2 = 80$

Tomates: $20x^2 = 20$

E2

a), c) y e)

S1C3

E

a) $-3{,}3$ b) $-2{,}2$

c) 3 d) -2

S1C4

E1

$8\ m$

E2

a) $x = \pm 3$ b) $x = \pm\sqrt{5}$ c) $x = \pm 4$

S1C5

E

a) $x = 1, \quad x = -3$

b) $x = 5, \quad x = -1$

c) $x = -5 - \sqrt{3}, \quad x = -5 + \sqrt{3}$

d) $x = 7, \quad x = -1$

e) $x = 1, \quad x = -9$

f) $x = 6 - \sqrt{5}, \quad x = 6 + \sqrt{5}$

S1C6

E1

a) $x = \pm 2$ b) $x = \pm 5$

c) $x = \pm\frac{2}{5}$ d) $\pm 2\sqrt{2}$

E2

a) $x = 4, \quad x = -2$

b) $x = 1, \quad x = -3$

c) $x = 3 + \sqrt{5}, \quad x = 3 - \sqrt{5}$

d) $x = -3 + \sqrt{15}, \quad x = -3 - \sqrt{15}$

E3

Longitud de ancho: $x\ m$

Longitud de largo: $2x\ m$

Área de cancha: $2x^2 = 162$

$x = \pm 9$

$x > 0$, entonces $x = 9$

Respuesta:

Ancho: $9\ m$, Largo: $18\ m$

E4

Lado de terreno: $x\ m$

Área de terreno: $(x-2)^2 = 49$

$x = 9, -5$

$x > 0$, entonces $x = 9$

Respuesta:

$9\ m$

S2C1

E

a) $x^2 + 2x + 5 = (x+1)^2 + 4$

b) $x^2 + 10x - 7 = (x+5)^2 - 32$

c) $x^2 - 4x - 1 = (x-2)^2 - 5$

d) $x^2 + 4x = (x+2)^2 - 4$

S2C2
E
a) $2x^2 + 4x + 3 = 2(x+1)^2 + 1$
b) $3x^2 + 6x + 5 = 3(x+1)^2 + 2$
c) $4x^2 - 8x + 7 = 4(x-1)^2 + 3$
d) $5x^2 - 10x + 6 = 5(x-1)^2 + 1$
e) $2x^2 - 8x - 9 = 2(x-2)^2 - 17$
f) $3x^2 - 12x - 8 = 3(x-2)^2 - 20$

S2C3
E
a) $x = -4, \quad x = 2$
b) $x = -6, \quad x = 2$
c) $x = 3, \quad x = 5$
d) $x = 1 + \sqrt{2}, \quad x = 1 - \sqrt{2}$

S2C4
a) $x = -5, \quad x = 1$
b) $x = -6, \quad x = 2$
c) $x = -1, \quad x = 15$
d) $x = -1, \quad x = 3$

Desafío
a) $2x^2 + 8x - 3 = 0$

$$x^2 + 4x - \frac{3}{2} = 0$$

$$x^2 + 4x + 4 = \frac{3}{2} + 4$$

$$(x+2)^2 = \frac{11}{2}$$

$$x = \frac{\sqrt{22}}{2} - 2, x = -2 - \frac{\sqrt{22}}{2}$$

c) $x = \frac{\sqrt{39}}{3} - 2, x = -2 - \frac{\sqrt{39}}{3}$

S2C5
E
a) $x = \frac{5+\sqrt{5}}{2}, \quad x = \frac{5-\sqrt{5}}{2}$
b) $x = \frac{-7+\sqrt{41}}{2}, \quad x = \frac{-7-\sqrt{41}}{2}$
c) $x = \frac{5+\sqrt{17}}{4}, \quad x = \frac{5-\sqrt{17}}{4}$
d) $x = \frac{3+\sqrt{3}}{3}, \quad x = \frac{3-\sqrt{3}}{3}$

S2C6
E
a) $x = 2, \quad x = -3$
b) $x = 3, \quad x = 5$
c) $x = -5, \quad x = 1$
d) $x = -6, \quad x = 2$
e) $x = -15, \quad x = 1$
f) $x = -1, \quad x = 3$

S2C7
E
a) $x = 0, \ x = -5$
b) $x = 0, \ x = 3$
c) $x = 0, \ x = 3$
d) $x = -2$
e) $x = -3$
f) $x = 4$

S2C8
E1
a) $x = -10, \ x = 2$
b) $x = 2 + \sqrt{2}, \ x = 2 - \sqrt{2}$
c) $x = -7, \ x = 1$
d) $x = 5 + \sqrt{2}, \ x = 5 - \sqrt{2}$

E2
a) $x = -1, \ x = -\frac{2}{3}$
b) $x = -1, \ x = \frac{1}{2}$
c) $x = \frac{3+\sqrt{5}}{4}, \ x = \frac{3-\sqrt{5}}{4}$
d) $x = \frac{1+\sqrt{3}}{2}, \ x = \frac{1-\sqrt{3}}{2}$

E3
a) $x = -2, \ x = -8$
b) $x = 5, \ x = -9$
c) $x = 1, \ x = 5$
d) $x = -4, \ x = 6$
e) $x = 0, \quad x = -7$
f) $x = 0, \ x = 4$
g) $x = \ -5$
h) $x = 6$

S3C1

E

a) $x^2+3x-5=0$

Como $\mathrm{D}>0$, la ecuación tiene dos soluciones en los números reales.

b) $x^2+2x+1=0$

Como $\mathrm{D}=0$, la ecuación tiene una solución en los números reales.

c) $x^2+3x+5=0$

Como $\mathrm{D}<0$, la ecuación no tiene solución en los números reales.

d) $2x^2+3x-2=0$

Como $\mathrm{D}>0$, la ecuación tiene dos soluciones en los números reales.

e) $4x^2+12x+9=0$

Como $\mathrm{D}=0$, la ecuación tiene una solución en los números reales.

f) $3x^2-2x+4=0$

Como $\mathrm{D}<0$, la ecuación no tiene solución en los números reales.

S3C2

E

a) $x^2-7x+12=0$

b) $x^2+x-20=0$

c) $x^2+8x+15=0$

d) $x^2-\frac{7}{2}x+\frac{3}{2}=0$

e) $x^2-2x-1=0$

f) $x^2+2x-1=0$

S3C3

E

a) $x^2+3x-10=0$

Como $\mathrm{D}>0$, la ecuación tiene dos soluciones en los números reales.

b) $x^2-4x+4=0$

Como $\mathrm{D}=0$, la ecuación tiene una solución en los números reales.

c) $x^2+3x+7=0$

Como $\mathrm{D}<0$, la ecuación no tiene solución en los números reales.

d) $9x^2+6x+1=0$

Como $\mathrm{D}=0$, la ecuación tiene una solución en los números reales.

e) $5x^2-3x+1=0$

Como $\mathrm{D}<0$, la ecuación no tiene solución en los números reales.

f) $3x^2-4x-1=0$

Como $\mathrm{D}>0$, la ecuación tiene dos soluciones en los números reales.

E2

a) $x^2-7x+10=0$

b) $x^2-x-6=0$

c) $x^2+5x+4=0$

d) $x^2-\frac{4}{3}x+\frac{1}{3}=0$

e) $x^2-2x-2=0$

f) $x^2+2x-2=0$

S3C4

E

a) Sea x la longitud del ancho $(x>0)$

Área de la piscina: $x(x+7)=60$

$(x+12)(x-5)=0$

$x>0$, entonces $x=5$

Respuesta:

Ancho: $5\ m$, Largo: $12\ m$

b) Sea x la longitud del ancho $(x>0)$

Área del terreno: $x(x+5)=84$

$(x+12)(x-7)=0$

$x>0$, entonces $x=7$

Respuesta:

Ancho: $7\ m$, Largo: $12\ m$

c) Sea x la longitud de la altura $(x>0)$

$(x-2)(x+5)=60$

$x>0$, entonces $x=7$

Respuesta:

Altura: $7\ m$, Base: $12\ m$

S3C5

E1

a) Sea x el primer número $(x > 0)$

Sea $2x$ el segundo número

$4x^2 - x^2 = 48$

$x > 0$, entonces $x = 4$

Respuesta: 4

b) Sea x el primer número

Sea $x + 1$ el segundo número

$x^2 + (x + 1)^2 = 145$

$x = 8, -9$

Respuesta:

Si el primer número es 8, el segundo es 9.

Si el primer número es -9, el segundo es -8.

E2

a) Sea x el primer número $(x > 0)$

Sea $10 - x$ el segundo número

$x^2 + (10 - x)^2 = 58$

$x = 3, \quad x = 7$

Respuesta: 3, 7

b) Sea x la edad

$x^2 - 3x = 9x$

$x = 0, \quad x = 12$

$x \neq 0$, entonces $x = 12$

Respuesta: 12

Desafío

E

a) Sea x el lado $(x > 0)$

$4x^2 - x^2 = 147$

$x > 0$, entonces $x = 7$

Respuesta: 7 cm

b) Sea x el lado $(x > 0)$

Sea $2x$ el otro lado

$2x(x) = 128$

$x > 0$, entonces $x = 8$

Respuesta: 8 m, 16 m

c) Sea x el ancho $(x > 0)$

Sea $x + 3$ el largo

$x(x + 3) = 40$

$x > 0$, entonces $x = 5$

Respuesta: 5 m

d) Sea x el número

$3x = x^2 - 40$

$x = 8, -5$

Respuesta: 8, -5

e) Sea x el lado

$x^2 - 3x = 130$

$x = -10, 13$

Respuesta: -10, 13

f) Sea x el número

$2x^2 = x + 45$

$x = -9, 5$

Respuesta: -9, 5

g) Sea x la altura

$(x - 2)(x)(\frac{1}{2}) = 24$

$x > 0$, entonces

$x = 8$

Respuesta: 8 cm

h) Sea x el número

$x^2 + 4x = 32$

$x = -4, 8$

Respuesta: -4, 8

UNIDAD 3

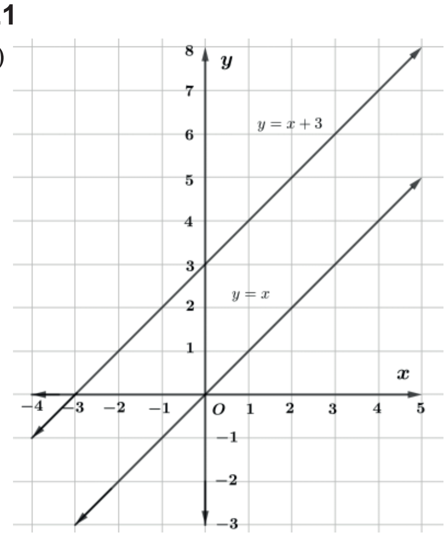
S1C1

a) I C	b) III C	c) I C	d) II C
e) III C	f) IV C	g) II C	h) I C

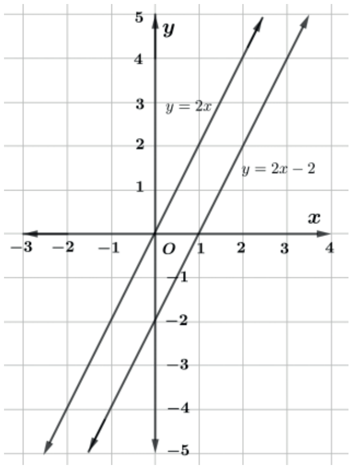
S1C2

E1

a)

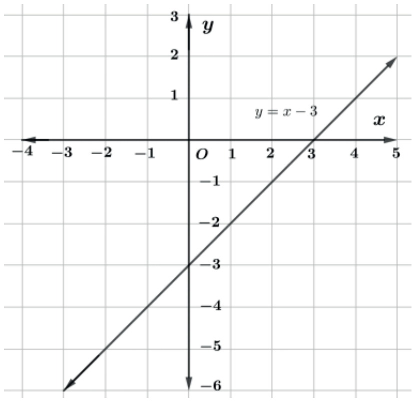


b)

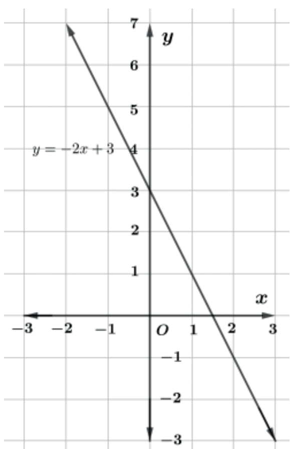


E2

a)



d)



S1C3

E

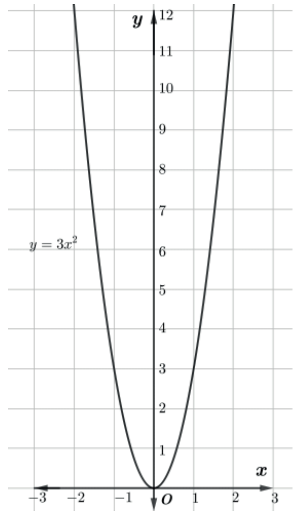
x	-5	-4	4	5
y	25	16	16	25

S1C4

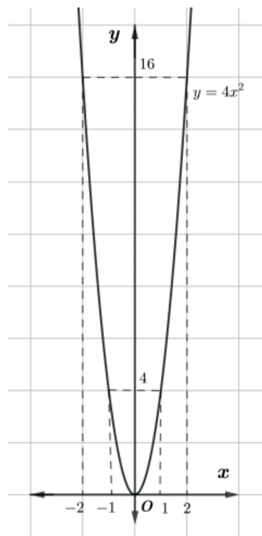
E

a)

x	-2	-1	0	1	2
$3x^2$	12	3	0	3	12



b)

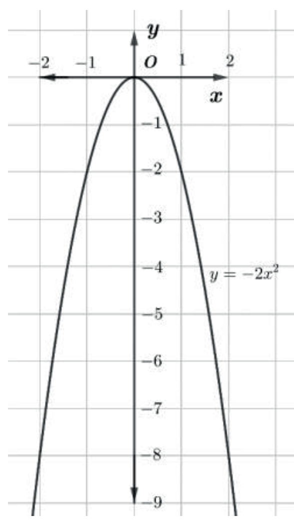


1. Vértice es el origen de coordenadas $(0, 0)$.
2. Es cóncava hacia arriba

S1C5

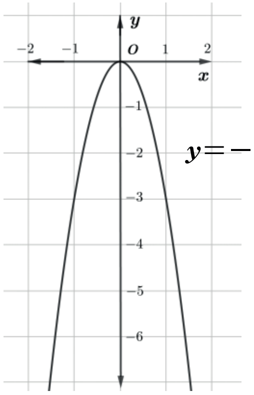
E

a)



1. Vértice es el origen de coordenadas$(0, 0)$.
2. Es cóncava hacia abajo

b)



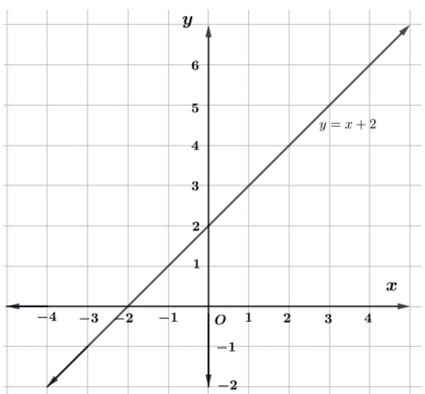
1. Vértice es el origen de coordenadas$(0, 0)$.

2. Es cóncava hacia abajo

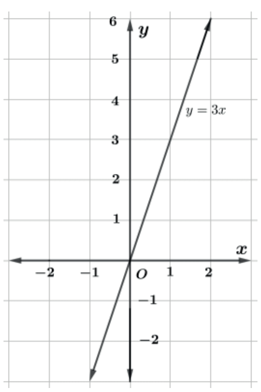
S1C6

E1

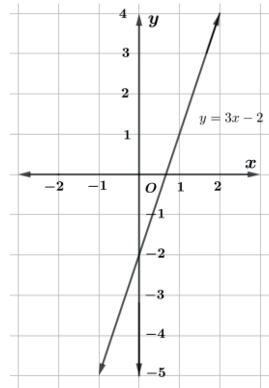
a)



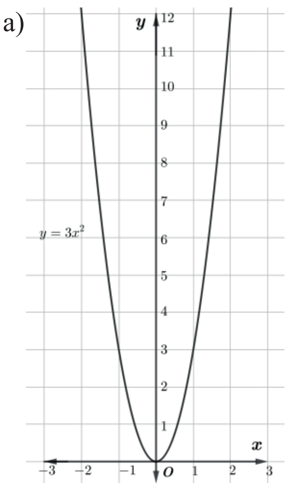
b)



c)

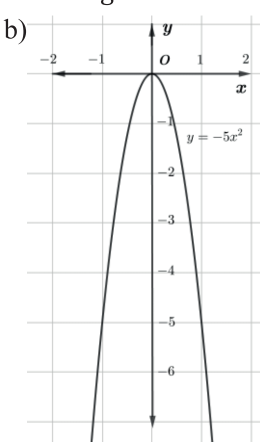


E2 a)



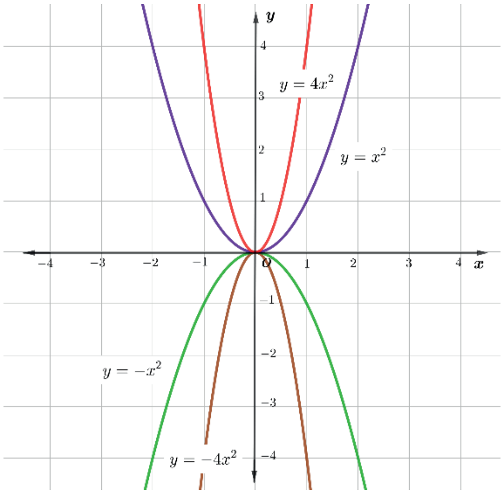
1. Vértice es el origen de coordenadas$(0, 0)$.
2. Es simétrica con respecto al eje y
3. Es cóncava hacia arriba
4. Dominio: todos los números reales
5. Rango: todos los números reales no negativos

b)



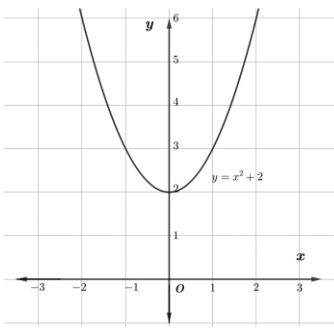
1. Vértice es el origen de coordenadas $(0, 0)$.
2. Es simétrica con respecto al eje y
3. Es cóncava hacia abajo
4. Dominio: todos los números reales
5. Rango: todos los números reales no positivos

E3 E4



S2C1 E

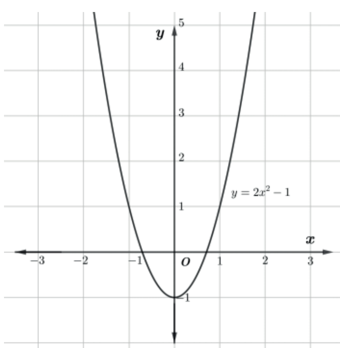
a)



1. El vértice es $(0,2)$
2. Es cóncava hacia arriba

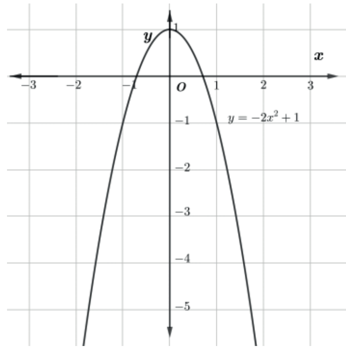
desplaza verticalmente 2 unidades hacia arriba de la gráfica de $y = x^2$.

b)



1. El vértice es $(0, -1)$
2. Es cóncava hacia arriba

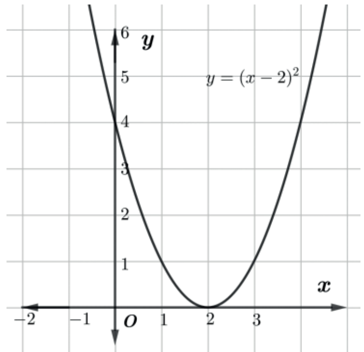
c)



1. El vértice es $(0,1)$
2. Es cóncava hacia abajo

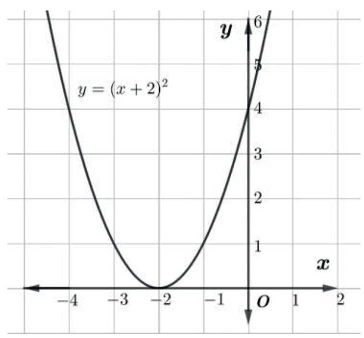
S2C2 E

a)



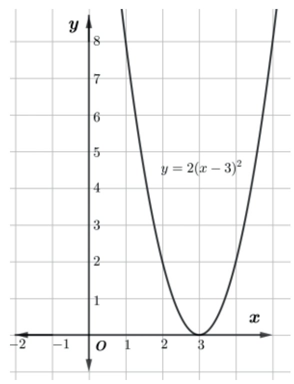
Vértice: $(2, 0)$

b)



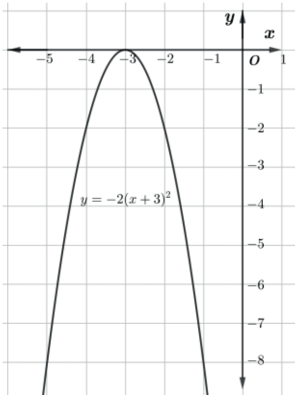
Vértice: $(-2, 0)$

c)



Vértice: $(3, 0)$

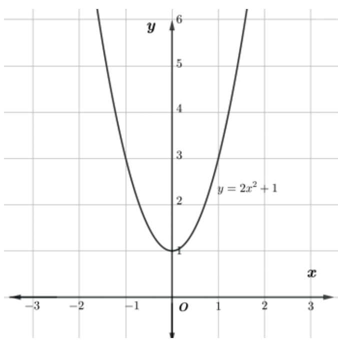
d)



Vértice: $(-3, 0)$

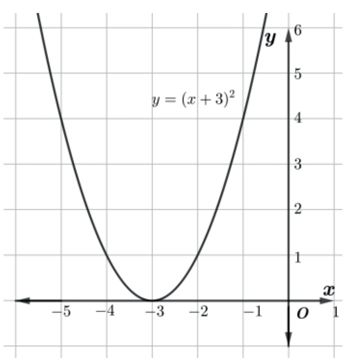
S2C3 E1

a)



Vértice: $(1, 0)$

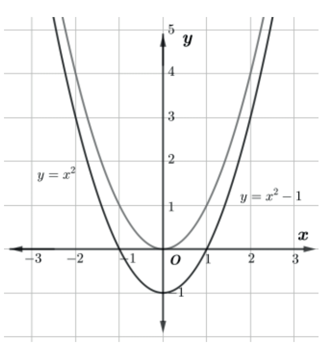
b)



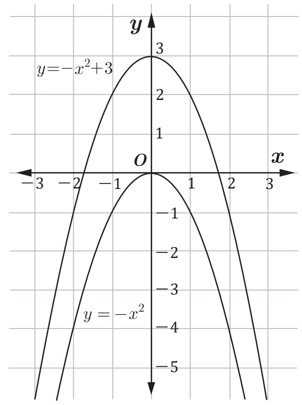
Vértice: $(-3, 0)$

E2

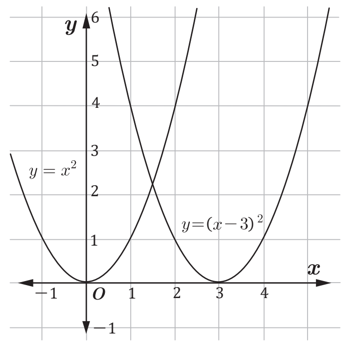
a)



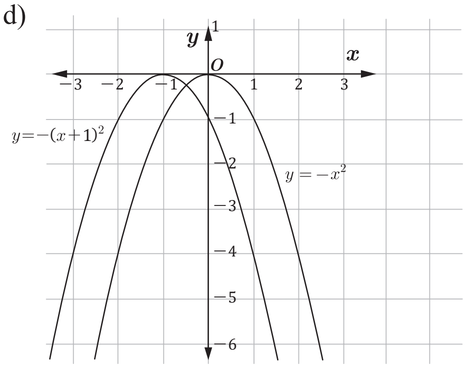
b)



c)

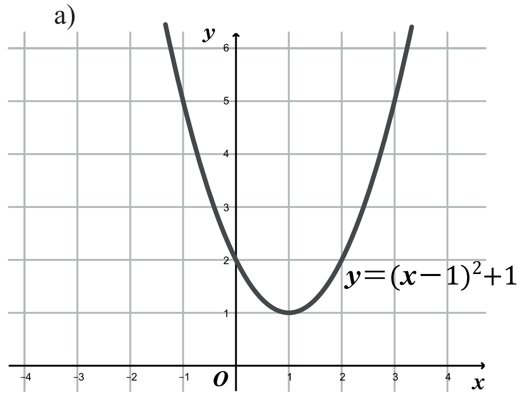


d)



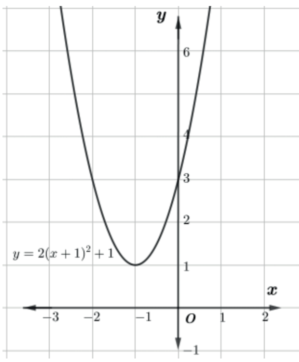
S2C4 E

a)



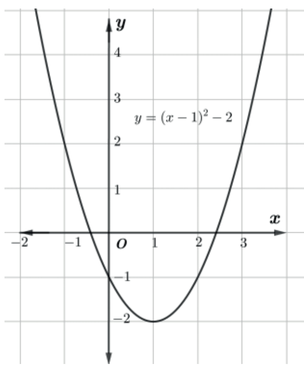
Vértice: $(1, 1)$

b)



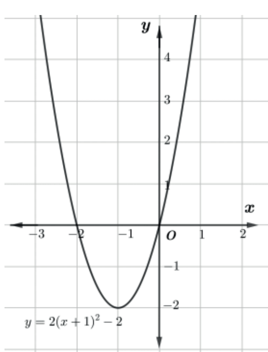
Vértice: $(-1, 1)$

c)



Vértice: $(1, -2)$

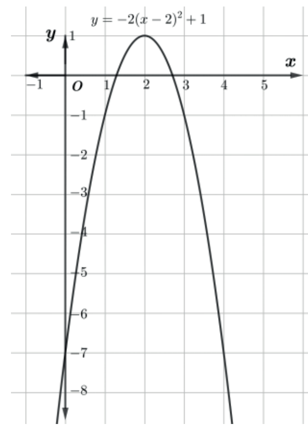
d)



Vértice: $(-1, -2)$

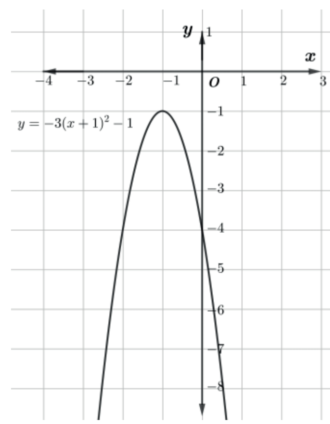
S2C5 E

a)



Vértice: $(2,1)$

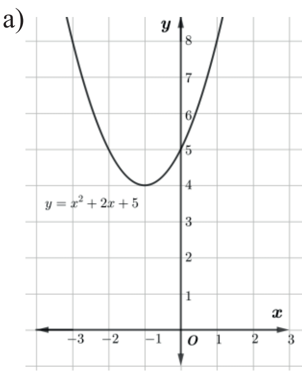
b)



Vértice: $(-1, -1)$

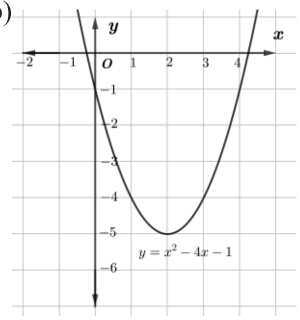
S2C6 E

a)



Vértice: $(-1, 4)$
Eje de simetría: $x = -1$
Intercepto: $(0, 5)$

b)



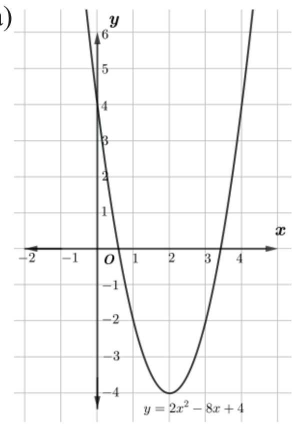
Vértice: $(2, -5)$

Eje de simetría: $x = 2$

Intercepto: $(0, -1)$

Desafío

a)

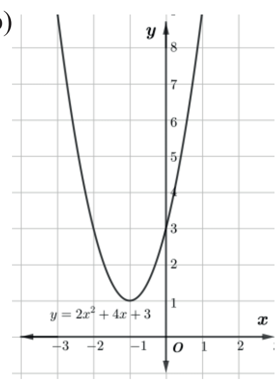


Vértice: $(2, -4)$

Eje de simetría: $x = 2$

Intercepto: $(0, 4)$

b)



Vértice: $(-1, 1)$

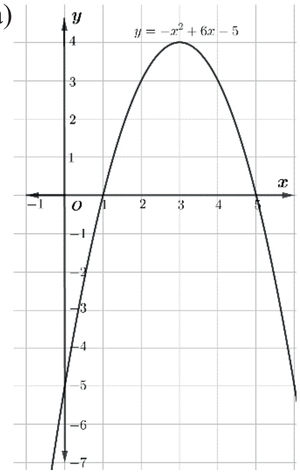
Eje de simetría: $x = -1$

Intercepto: $(0, 3)$

S2C7

E

a)

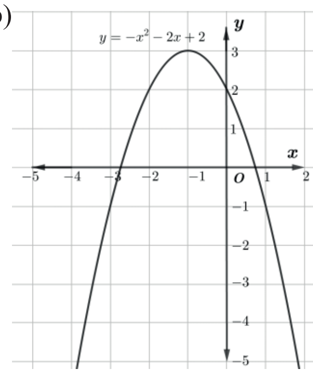


Vértice: $(3, 4)$

Eje de simetría: $x = 3$

Intercepto: $(0, -5)$

b)



Vértice: $(-1, 3)$

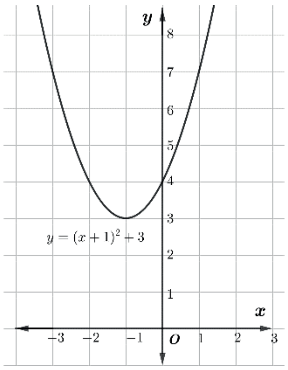
Eje de simetría: $x = -1$

Intercepto: $(0, 2)$

S2C8

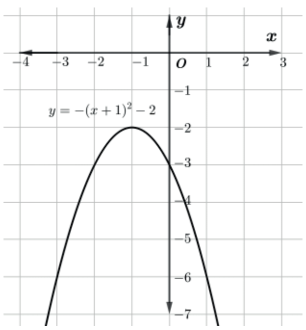
E1

a)



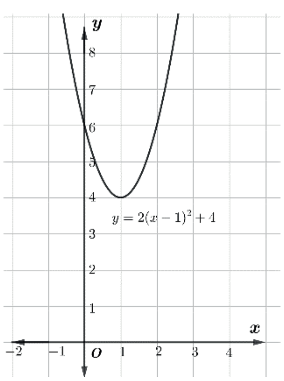
Vértice: $(-1,3)$

b)



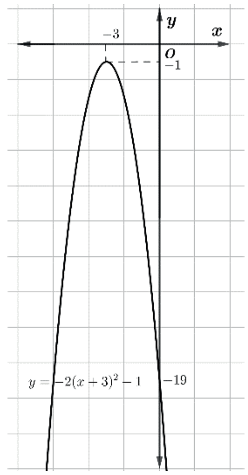
Vértice: $(-1,-2)$

c)



Vértice: $(1,4)$

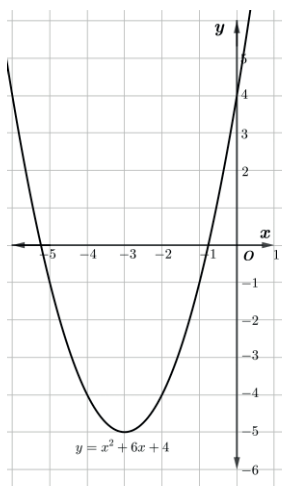
d)



Vértice: $(-3,-1)$

E2

a)

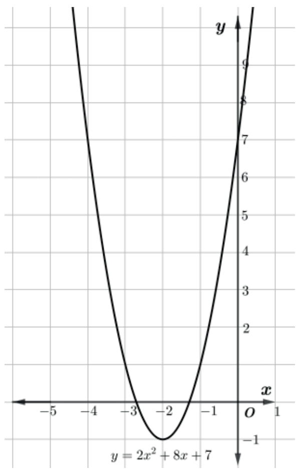


Vértice: $(-3,-5)$

Eje de simetría: $x = -3$

Intercepto: $(0,4)$

b)

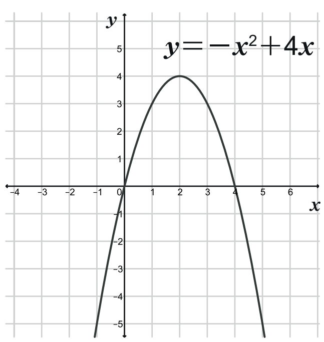


Vértice: $(-2, -1)$

Eje de simetría: $x = -2$

Intercepto: $(0, 7)$

c)



Vértice: $(2, 4)$

Eje de simetría: $x = 2$

Intercepto: $(0, 0)$

S3C1 E

a) Mínimo: $y = 4$

No existe un valor máximo para y

b) Máximo: $y = -3$

No existe un valor mínimo para y

c) Mínimo: $y = 1$

No existe un valor máximo para y

d) Máximo: $y = -2$

No existe un valor mínimo para y

S3C2 E

a) Máximo: $y = 6$ Mínimo: $y = 2$

b) Máximo: $y = 18$ Mínimo: $y = 3$

Desafío E

a) $y = 2x^2 - 4x - 3$

$y = 2(x - 1)^2 - 5$

El vértice de la parábola es $(1, -5)$, h=1 está en el intervalo $0 \leq x \leq 3$.

Máximo: $y = 3$ Mínimo: $y = -5$

b) h=1 no está en el intervalo $2 \leq x \leq 3$

Para $x = 2, y = -3$

Para $x = 3, y = 3$

Máximo: $y = 3$ Mínimo: $y = -3$

c) h=1 no está en el intervalo $-1 \leq x \leq 0$

Para $x = -1, y = 3$

Para $x = 0, y = -3$

Máximo: $y = 3$ Mínimo: $y = -3$

S3C3 E

a) Máximo: $y = 7$ Mínimo: $y = -2$

b) Máximo: $y = 6$ Mínimo: $y = -2$

Desafío

a) Máximo: $y = 3$ Mínimo: $y = -13$

b) Máximo: $y = 5$ Mínimo: $y = -13$

c) Máximo: $y = -13$ Mínimo: $y = -67$

S3C4 E1

a) Máximo: $y = 7$ Mínimo: $y = 4$

b) Máximo: $y = 7$ Mínimo: $y = 3$

E2

a) Máximo: $y = 12$ Mínimo: $y = 3$

b) Máximo: $y = 19$ Mínimo: $y = 7$

E3

a) Máximo: $y = 1$ Mínimo: $y = -2$

b) Máximo: $y = 2$ Mínimo: $y = -2$

S3C5 E

a) Sea x la longitud de la altura.
Sea y el área.
$y = -x^2 + 8x$

b) Altura: $4\ m$, Base: $4\ m$

UNIDAD 4

S1C1 E

a) 5 b) 5 c) 9
d) 9 e) 4 f) 5

S1C2 E1

a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{5}{7}$

E2

$9\ cm$

S1C3

E1

$\frac{\text{AB}}{\text{CD}} = \frac{\text{MN}}{\text{PQ}} = \frac{1}{3}$, entonces

los segmentos AB y CD son proporcionales a los segmentos MN y PQ.

E2

a) $\frac{\text{AD}}{\text{AB}} = \frac{\text{EH}}{\text{EF}} = \frac{2}{3}$, entonces
la altura y la base del rectángulo ABCD son proporcionales a las del EFGH.

b) $\frac{\text{AD}}{\text{AB}} = \frac{4}{9}, \frac{\text{EH}}{\text{EF}} = \frac{2}{3}$, entonces
la altura y la base del rectángulo ABCD no son proporcionales a las del EFGH.

S1C4

E1

a) 6 b) 3 c) 5 d) 4

E2

a) $\frac{1}{5}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{2}{7}$

E3

a) $\frac{2}{1}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{2}{1}$ d) $\frac{1}{2}$

e) $\frac{2}{1}$

S2C1 E1

a) $\frac{2}{1}$ b) $\frac{1}{1}$ c) $\frac{1}{2}$ d) $\frac{2}{3}$

E2

S2C2 E

a) $p = \frac{20}{3}$ b) $p = 1$

c) $p = 4$

S2C3 E

a) $p = 7$ b) $p = 7$

c) $p = -12$

S2C4 E

a) $\mathrm{AP} = 6\ \mathrm{cm}, \mathrm{PB} = 21\ \mathrm{cm}$

b) $\mathrm{AP} = 20\ \mathrm{cm}, \mathrm{PB} = 5\ \mathrm{cm}$

c) $\mathrm{AP} = 28\ \mathrm{cm}, \mathrm{PB} = 21\ \mathrm{cm}$

d) $\mathrm{AP} = 12\ \mathrm{cm}, \mathrm{PB} = 4\ \mathrm{cm}$

S1C5 E1

E2

a) $p = 5$ b) $p = 3$

c) $p = -2$

E3

a) $p = 7$ b) $p = \frac{14}{3}$

c) $p = -26$ d) $p = -7$

E4

a) $\mathrm{AP} = 9\ \mathrm{cm}, \mathrm{PB} = 21\ \mathrm{cm}$

b) $\mathrm{AP} = 15\ \mathrm{cm}, \mathrm{PB} = 3\ \mathrm{cm}$

c) $\mathrm{AP} = 18\ \mathrm{cm}, \mathrm{PB} = 14\ \mathrm{cm}$

d) $\mathrm{AP} = 10\ \mathrm{cm}, \mathrm{PB} = 5\ \mathrm{cm}$

UNIDAD 5

S1C1 E

a) $\frac{\mathrm{AB}}{\mathrm{DE}} = \frac{1}{2}, \frac{\mathrm{BC}}{\mathrm{EF}} = \frac{1}{2}, \frac{\mathrm{AC}}{\mathrm{DF}} = \frac{1}{2}$

b) $\measuredangle \mathrm{A} = \measuredangle \mathrm{D}, \measuredangle \mathrm{B} = \measuredangle \mathrm{E}, \measuredangle \mathrm{C} = \measuredangle \mathrm{F}$

S1C2 E1

a) Son semejantes.

b) No son semejantes.

E2 a) $\Delta\mathrm{ABC} \sim \Delta\mathrm{DEF}$

S1C3 E1

a) Son semejantes.

b) Son semejantes.

E2 a) $\Delta\mathrm{ABC} \sim \Delta\mathrm{EDF}$

b) $\Delta\mathrm{DEF} \sim \Delta\mathrm{MNO}$

S1C4 E1

a) Son semejantes.

b) Son semejantes.

E2 a) $\Delta\mathrm{ABC} \sim \Delta\mathrm{EFD}$

b) $\Delta\mathrm{JKL} \sim \Delta\mathrm{MNO}$

S1C5 E1

a) No son semejantes.

b) Son semejantes (LLL).

$\Delta\mathrm{EDF} \sim \Delta\mathrm{XWY}$

c) Son semejantes (LAL).

$\Delta\mathrm{GHI} \sim \Delta\mathrm{JKL}$

E2 a) $\mathrm{DE} = 10\ cm, \mathrm{DF} = 14\ cm$

b) $\mathrm{EF} = 12\ cm, \mathrm{FD} = 15\ cm$

S1C6 E1

a) Hipótesis: $\overline{\mathrm{AB}} \parallel \overline{\mathrm{DE}}$

Tesis: $\Delta\mathrm{ACB} \sim \Delta\mathrm{DCE}$

b)

Pasos
1. $\overline{\mathrm{AB}} \parallel \overline{\mathrm{DE}}$
2. $\measuredangle \mathrm{A} = \measuredangle \mathrm{D}$
4. $\Delta\mathrm{ACB} \sim \Delta\mathrm{DCE}$

Justificación
3. $\angle \mathrm{C}$ es común en $\Delta\mathrm{ACB}$ y $\Delta\mathrm{DCE}$

E2

a) Hipótesis: $\measuredangle TPQ = \measuredangle S = \measuredangle Q = 90°$

Tesis: $\Delta PST \sim \Delta RQP$

b) Pasos

1. $\measuredangle S = \measuredangle Q$
2. $\measuredangle TPQ = 90°$
7. $\Delta PST \sim \Delta RQP$

Justificación

3. Por paso 2
4. $180° - \measuredangle Q = 90°$
5. Por paso 5

S1C7 E

a) Hipótesis: M y N son los puntos medios respectivos de $\overline{AC}$ y $\overline{BC}$, y $MN = \frac{1}{2}AB$

Tesis: $\Delta ABC \sim \Delta MNC$

b) Pasos

1. M punto medio de $\overline{AC}$
2. N punto medio de $\overline{BC}$
3. $MN = \frac{1}{2}AB$

Justificación

4. Por paso 2
5. Por paso 1
6. Por pasos 3,4 y 5
7. LLL en paso 6

S1C8 E

a) Hipótesis: $AC = BC, DE = EF$ y $\measuredangle C = \measuredangle F$

Tesis: $\Delta ACB \sim \Delta DFE$

b) Pasos

1. $AC = BC$
4. $\measuredangle C = \measuredangle F$
5. $\Delta ACB \sim \Delta DFE$

Justificación

2. Hipótesis
3. Por pasos 1,2

S2C1 E

a) $\Delta ACB \sim \Delta DFE$ (AA)

b) $\Delta ACB \sim \Delta DFE$ (LAL)

c) $\Delta ACB \sim \Delta DFE$ (LAL)

S2C2 E

$a = 9\sqrt{10}, b = 3\sqrt{10}$

S2C3 E

a) $h = 8\sqrt{2}\ cm$ b) $x = 45\ cm$

S2C4 E

a) $x = 6\ cm$

b) $x = 4\ cm, y = 15\ cm$

S2C5 E

a) $x = 10\ cm$ b) $x = 12\ cm$

S2C6 E

Se calculan las razones $\frac{BD}{DA}$ y $\frac{BF}{FC}$, así

$\frac{BD}{DA} = \frac{3}{4.5} = \frac{2}{3}$, $\frac{BF}{FC} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

De lo anterior, $\frac{BD}{DA} = \frac{BF}{FC} = \frac{2}{3}$

Por lo tanto, $\overline{DF} \parallel \overline{AC}$.

S2C7 E

a) $x = 3\ cm$ b) $y = 2\ cm$

S2C8 E

a) $DE = 9\ cm$

b) $BC = 9\ cm, GH = 8\ cm$

S2C9 E1

a) $9\ m$ b) $15\ m$ c) $15\ m$

S2C10 E1

a) $x = 5\ cm, y = 3\ cm$

b) $x = 10\ cm, y = 3\ cm$

c) $x = 24\ cm, y = 30\ cm$

d) $x = 7{,}5\ cm, y = 12\ cm$

E2

a) $x = 4\ cm$ b) $x = 6\ m$

E3

a) $\mathrm{AB} = 14$ b) $\mathrm{AC} = 6$

E4 $x = 4$

E5 $12\ m$

UNIDAD 6

S1C1 E

$x = 5$

S1C2 E

a) Para el triángulo dado se tiene que
$a = 3, b = 2,$ y $c = \sqrt{13}$, de modo que
$c^2 = 13$, y
$a^2 + b^2 = 13$
Por lo anterior vemos que
$a^2 + b^2 = c^2$

b) Para el triángulo dado se tiene que
$a = 12, b = 5,$ y $c = 13$, de modo que
$c^2 = 169$, y
$a^2 + b^2 = 169$
Por lo anterior vemos que
$a^2 + b^2 = c^2$

c) Para el triángulo dado se tiene que
$a = 4, b = 2,$ y $c = 2\sqrt{5}$, de modo que
$c^2 = 20$, y
$a^2 + b^2 = 20$
Por lo anterior vemos que
$a^2 + b^2 = c^2$

S1C3 E1

a) $\mathrm{AB} = 5\ cm$ b) $\mathrm{BC} = 5\ cm$

E2

	①	②	③	④
a	6	4	$\sqrt{2}$	$3\sqrt{5}$
b	8	4	$\sqrt{7}$	2
c	10	$4\sqrt{2}$	3	7

S1C4 E

a) $17\ km$ b) $2\sqrt{3}\ m$

S1C5 E1

a) $x = 2\sqrt{5}$ b) $y = 2$

c) $x = 2\sqrt{5}$

E2

a) $c = 4\sqrt{5}$ b) $a = 5\sqrt{3}$

c) $x = 2\sqrt{7}$

E3 $2\sqrt{17}$

S2C1 E

a) Altura: $8\ cm$, Volumen: $96\pi\ cm^3$

b) Altura: $12\ cm$, Volumen: $100\pi\ cm^3$

c) Altura: $3\sqrt{11}\ cm$, Volumen: $\sqrt{11}\pi\ cm^3$

S2C2 E

a) Altura: $3\sqrt{7}\ cm$, Volumen: $36\sqrt{7}\ cm^3$

b) Altura: $3\sqrt{17}\ cm$, Volumen: $144\sqrt{17}\ cm^3$

c) Altura: $2\sqrt{23}\ cm$, Volumen: $\dfrac{32\sqrt{23}}{3}\ cm^3$

S2C3 E

a) $\mathrm{AH} = 13\ cm$ b) $\mathrm{DK} = 9\ cm$

S2C4 E

a) $2\sqrt{3}$ b) $\sqrt{3}$

S2C5 E

$24\sqrt{3}\ m^2$

S2C6 E1

a) Altura: $2\sqrt{5}\ cm$, Volumen: $\dfrac{32\sqrt{5}\pi}{3}\ cm^3$

b) Altura: $3\sqrt{5}\ cm$, Volumen: $36\sqrt{5}\pi\ cm^3$

E2 $\dfrac{32\sqrt{6}}{3}\ m^2$

E3 $2\sqrt{14}\ cm^2$

E4 $96\sqrt{3}\ cm^2$

UNIDAD 7

S1C1 E

O: Centro

$\overset{\frown}{\mathrm{ML}}$: Arco

$\overline{\mathrm{OM}}$: Radio

$\overleftrightarrow{\mathrm{MN}}$: Recta tangente

$\overline{\mathrm{RS}}$: Cuerda

$\overleftrightarrow{\mathrm{RS}}$: Recta secante

$\overline{\mathrm{EF}}$: Diámetro

S1C2 E

a) $x = 30°$ b) $x = 36°$ c) $x = 50°$

S1C3 E

a) $x = 40°, y = 80°$

b) $x = 20°, y = 40°$

c) $x = 90°, y = 180°$

S1C4 E1

a) $\alpha = 60°$ b) $\alpha = 48°$

c) $\alpha = 55°$ d) $\alpha = 66°$

e) $\alpha = 27°$ f) $\alpha = 68°$

g) $\alpha = 60°$

h) $\alpha = 60°$

E2 27°

E3

$\measuredangle\mathrm{CDB} = \dfrac{1}{2}\measuredangle\mathrm{COB} = \left(\dfrac{1}{2}\right)(60°) = 30°$

S2C1 E

a) $x = 120°$ b) $x = 80°$ c) $x = 50°$

S2C2 E

a) $x = 89°$ b) $x = 104°$ c) $x = 67°$

S2C3 E

a) $x = 44°$ b) $x = 30°$

c) $x = 23°$ d) $x = 110°$

S2C4 E1

a) $\alpha = 100°, \beta = 40°$

b) $\alpha = 120°, \beta = 30°$

c) $\alpha = 48°, \beta = 96°$

E2

a) $x = 99°$ b) $x = 115°$

c) $x = 125°$ d) $x = 54°$

E3

$\alpha = 40°, \beta = 64°$

UNIDAD 8

S1C1 E1

a) Población: 500 personas que entraron a la tienda un día
Muestra: 100 personas
Individuo: Cada una de las personas

b) Población: 45 estudiantes de 7mo grado
Muestra: 6 estudientes
Individuo: Cada uno de los estudiantes

c) Población: 900 personas al hospital
Muestra: 300 personas
Individuo: Cada una de las personas

E2

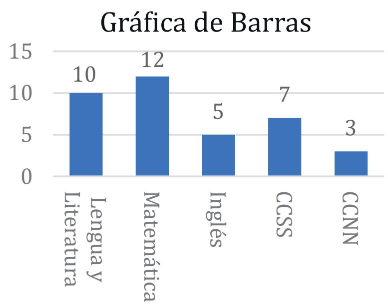
a) Color de ojos (cualitativa)

b) Edad (cuantitativa)

S1C2 E

a)

Clase Favorita	Conteo	fi
Lengua y Literatura	//// ////	10
Matemática	//// //// //	12
Inglés	////	5
CCSS	//// //	7
CCNN	///	3
Total		37



b)

Clase Favorita	Conteo	fi
Vigorón		
Baho		
Gallopinto		
Nacatamal		
Total		

S1C3 E

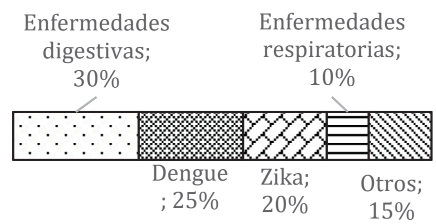
Edad	fi	fr	$fr(\%)$
14 años	2	0,1	10
15 años	4	0,2	20
16 años	5	0,25	25
17 años	5	0,25	25
18 años	3	0,15	15
19 años	1	0,05	5
Total	20	1	100

S1C4 E

a)

Enfermedad	fi	fr
Dengue	450	0,25
Zika	360	0,2
Enfermedades digestivas	540	0,3
Enfermedades respiratorias	180	0,1
Otros	270	0,15
Total	1800	1

b)



S1C5 E1

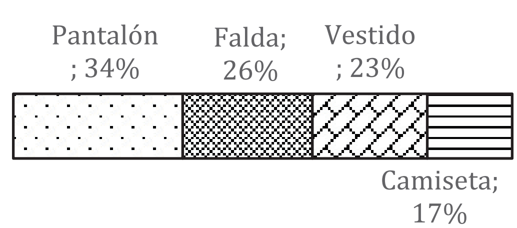
Baho: 50%,
Vigorón: 30%,
Nacatamal: 20%

E2

a)

Artículos	fi	fr
Pantalón	306	0,34
Camiseta	153	0,17
Vestido	207	0,23
Falda	234	0,26
Total	900	1

b)

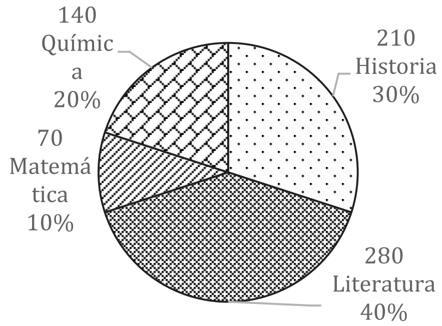


S1C6 E

a)

Libros	fi	$fr(\%)$	Ángulo
Historia	210	30	108°
Literatura	280	40	144°
Matemática	70	10	36°
Química	140	20	72°
Total	700	100	360°

b)

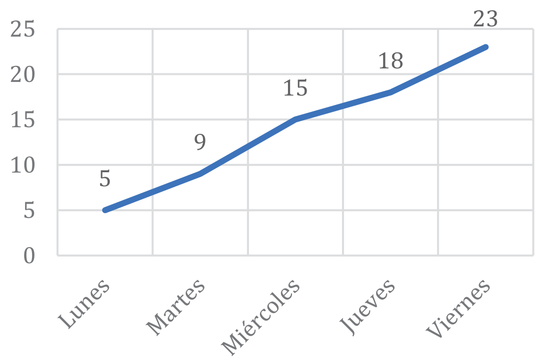


S1C7 E

a)

Días	fi	Fi
Lunes	5	5
Martes	4	9
Miércoles	6	15
Jueves	3	18
Viernes	5	23
Total	23	

b)

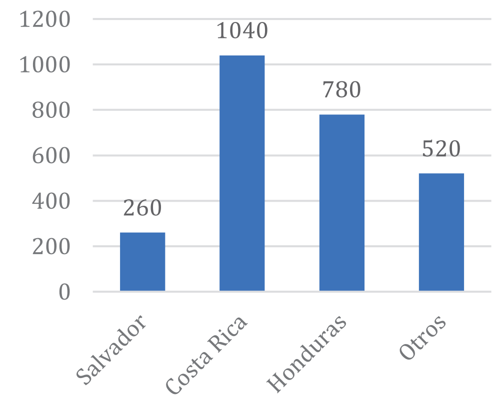


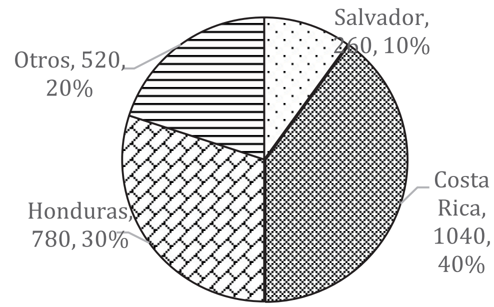
S1C8 E1

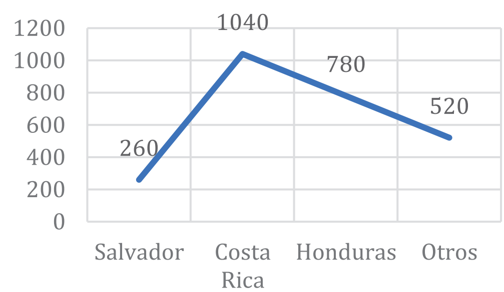
a)

País	fi	Fi	fr	Ángulo
Salvador	260	0,1	10	36°
Costa Rica	1040	0,4	40	144°
Honduras	780	0,3	30	108°
Otros	520	0,2	20	72°
Total	2600	1	100	360

b)







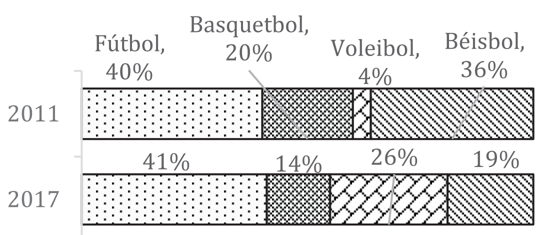
E2

a) Población: Los estudiantes de 9no grado en el áño 2011 y 2017.
Muestra: 175 estudiantes en 2011 y 200 estudiantes en 2017.
Individuo: cada uno de los estudiantes

b) El año 2011: 46.7%
El año 2017: 53.3%

c)

Deporte	2011		2017	
	fi	$fr\%$	fi	$fr\%$
Fútbol	70	40	82	41
Basquetbol	35	20	28	14
Voleibol	7	4	52	26
Béisbol	63	36	38	19
Total	175	100	200	100



Los percentajes de estudiantes que prefirieron el fútbol son casi iguales.

Diferencias del LT entre la versión para docentes y para estudiantes

No.	Página	Unidad	Sección	Contenido		Versión para docentes	Versión para estudiantes
1	23	1	3	4	Solución	$(x+2)(x-2)=x^2-2^2$	$(x+2)(x-2)=x^2-2^2=x^2-4$
2	84	3	3	5	Solución	En las últimas dos líneas: "... proporcionan la mayor área posible del terreno son $l=6-3=\mathbf{3}(m)$ de ancho y $x=\mathbf{3}(m)$ de largo."	En las últimas dos líneas: "... proporcionan la mayor área posible del terreno son $l=6-3=\mathbf{3}(m)$ de **largo** y $x=\mathbf{3}(m)$ de **ancho**."
3	88	4	1	3	Ejemplo	La razón entre las bases es $\frac{AB}{EF}=\frac{6}{3}=2$ y entre las alturas es $\frac{AD}{EH}=\frac{4}{2}=2$, de donde se sigue que $\frac{\mathbf{AB}}{\mathbf{EF}}=\frac{\mathbf{AD}}{\mathbf{EH}}$ Por lo tanto, las bases $\overline{AB}$ y $\overline{EF}$ son proporcionales a las alturas $\overline{AD}$ y $\overline{EH}$.	La razón entre $\overline{AB}$ y $\overline{AD}$ es $\frac{AB}{AD}=\frac{6}{4}=\frac{3}{2}$ y entre $\overline{EF}$ y $\overline{EH}$ es $\frac{EF}{EH}=\frac{3}{2}$, de donde se sigue que $\frac{\mathbf{AB}}{\mathbf{AD}}=\frac{\mathbf{EF}}{\mathbf{EH}}$ Por lo tanto, $\overline{AB}$ y $\overline{AD}$ son proporcionales a $\overline{EF}$ y $\overline{EH}$.
4	99	5	1	4	Solución	En la sexta línea: "... se intersecan estas rectas"	En la sexta línea: "... se intersecan la recta y el arco"
5	142	7	2	1	Problema	$\measuredangle APB=\frac{1}{2}\measuredangle AOB$	$\measuredangle ABP=\frac{1}{2}\measuredangle AOB$
6	159	Solucionario de Unidad 1, Sección 2, Contenido 10, Ejercicio 2, inciso a)				$5+2\sqrt{6}$	Cambiar el signo $+$, por el de $-$: $5-2\sqrt{6}$
7	159	Solucionario de Unidad 1, Sección 2, Contenido 10, E2 b)				$14-6\sqrt{3}$	$14-6\sqrt{5}$
8	160	Solucionario de Unidad 1, Sección 3, Contenido 5, Ejercicio 1, inciso a)				$m(m-n)$	Cambiar el signo $-$, por el de $+$: $m(m+n)$
9	160	Solucionario de Unidad 2, Sección 1, Contenido 6, Ejercicio 1, inciso c)				$x=\pm\frac{2}{5}$	$x=\pm\frac{5}{2}$
10	161	Solucionario de Unidad 2, Sección 2, Contenido, Desafío, inciso a)				$x=\frac{\sqrt{22}}{2}-2,-2-\frac{\sqrt{22}}{2}$	$x=-2+\frac{\sqrt{22}}{2},-2-\frac{\sqrt{22}}{2}$
11	161	Solucionario de U2S2 Desafío a)				$x=\frac{\sqrt{39}}{3}-2,-2-\frac{\sqrt{39}}{3}$	$x=-2+\frac{\sqrt{39}}{3}, x=-2-\frac{\sqrt{39}}{3}$