



MINISTERIO
DE EDUCACIÓN

Matemática 6



Cuaderno de ejercicios
Segunda edición

ESMATE



6

segunda edición

Matemática

Cuaderno de ejercicios



MINISTERIO
DE EDUCACIÓN

Matemática 6



Cuaderno de ejercicios
Segunda edición

ESMATE



Carla Evelyn Hananía de Varela
Ministra de Educación, Ciencia y Tecnología

Ricardo Cardona Alvarenga
Viceministro de Educación

Wilfredo Alexander Granados Paz
Director Nacional de Educación Media (III Ciclo y Media)
Interino Ad Honorem

Janet Lorena Serrano de López
Directora Nacional de Educación Básica
Interina Ad Honorem

Santiago Alfredo Flores Amaya
Director Nacional de Prevención y Programas Sociales
Interino Ad Honorem

Gorka Iren Garate Bayo
Director Nacional de Educación en Ciencia, Tecnología e Innovación
Interino Ad Honorem

Roberto Alejandro Rivera Campos
Gerente de Educación en Ciencia, Tecnología e Innovación

Félix Abraham Guevara Menjívar
Jefe del Departamento de Educación en Ciencia,
Tecnología e Innovación (Matemática)

Gustavo Antonio Cerros Urrutia
Jefe del Departamento de Especialistas en Currículo
de Educación Media

Equipo técnico autoral del Ministerio de Educación

Primera edición
Doris Cecibel Ochoa Peña
María Dalila Ramírez Rivera
Wendy Stefanía Rodríguez Argueta
Inés Eugenia Palacios Vicente
Alejandra Natalia Regalado Bonilla
Vilma Calderón Soriano de Alvarado
Norma Yolibeth López de Bermúdez
Ruth Abigail Melara Viera
Marta Rubidia Gamero de Morales
Liseth Steffany Martínez de Castillo

Segunda edición
Wendy Stefanía Rodríguez Argueta
Diana Marcela Herrera Polanco
Salvador Enrique Rodríguez Hernández
Ana Ester Argueta Aranda
Ruth Abigail Melara Viera
Vitelio Alexander Sola Gutiérrez
Francisco Antonio Mejía Ramos

Equipo de diagramación
Laura Guadalupe Pérez
Judith Samanta Romero de Ciudad Real
Francisco René Burgos Álvarez

Corrección de estilo
Karen Lissett Guzmán Medrano

Cooperación Técnica de Japón a través de la Agencia de Cooperación Internacional del Japón (JICA)

Primera edición © 2018.

Segunda edición © 2019.

Derechos reservados. Prohibida su venta y su reproducción con fines comerciales por cualquier medio, sin previa autorización del MINEDUCYT.

Imagen de portada con fines educativos. Visto como una figura plana, pueden identificarse paralelogramos y hexágonos regulares de diferentes tamaños; visto como un sólido, se aprecian una serie de cubos en diferentes posiciones en el espacio que forman un cuerpo geométrico compuesto.

372.704 5

E49m Matemática 6 : cuaderno de ejercicios / Wendy Stefanía Rodríguez, Diana Marcela Herrera, Salvador Enrique Rodríguez, Ana Ester Argueta, Ruth Abigail Melara, Vitelio Alexander Sola, Francisco Antonio Mejía. -- 2ª ed. -- San Salvador, El Salv. : MINED, 2019. 240 p. : il. : 28 cm. -- (Esmate)
ISBN 978-99961-344-3-2 (impreso)
1. Matemáticas-Libros de texto. 2. Matemáticas-Ejercicios, problemas, etc. 3. Educación Primaria-Libros de texto. I. Rodríguez Argueta, Wendy Stefanía, coaut. II. Título.

BINA/jmh

Estimados estudiantes:

Nos complace darles la bienvenida a un nuevo año escolar y a una nueva oportunidad de adquirir muchos conocimientos matemáticos.

Como Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología (MINEDUCYT) a través del Proyecto de Mejoramiento de los Aprendizajes de Matemática en Educación Básica y Educación Media (ESMATE) hemos creado para ustedes diversos materiales educativos, uno de ellos es el Cuaderno de Ejercicios que tienen en sus manos.

Este libro contiene múltiples problemas y actividades con los que podrán desarrollar su razonamiento y mejorar las capacidades matemáticas que les serán muy útiles para resolver situaciones de la vida diaria.

Por ello, les invitamos a abordar cada actividad que contiene este libro como un reto a vencer y contamos con que pondrán todo su esfuerzo y dedicación para convertirse en ciudadanos ejemplares que contribuyan al desarrollo de nuestro querido país.

Carla Evelyn Hananía de Varela
Ministra de Educación, Ciencia y Tecnología

Ricardo Cardona Alvarenga
Viceministro de Educación

Conozcamos el Cuaderno de ejercicios

Secciones

Generalmente, en tu Cuaderno de ejercicios encontrarás una página por cada clase desarrollada.



Número de la lección
Número de la clase en la lección

1.2 Título de la clase

Recuerda

Plantea ejercicios de dos clases anteriores para que repases.

Comprende

Destaca los aspectos más importantes sobre lo desarrollado en la clase.

Resuelve

Contiene actividades para que ejercites lo que realizaste durante la clase.

Firma de un familiar: _____

3

Un familiar debe firmar al completar la tarea

Unidad 1

Unidad a la que pertenece la clase (su ubicación puede variar según el número de la unidad)

En la mayoría de las clases la sección Comprende del Cuaderno de ejercicios coincide con la del Libro de texto, en todo caso siempre se brindará la información necesaria para que puedas realizar los ítems.



Clases especiales

2.4 Autoevaluación de lo aprendido

Presenta un cuadro con ejercicios o problemas para que realices, y luego marques con una "x" la casilla que consideres adecuada de acuerdo a lo que aprendiste.

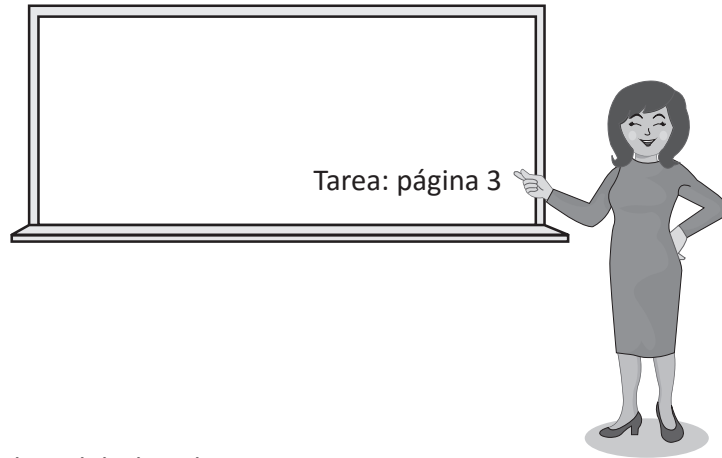
Problemas de aplicación

Presenta ejercicios en los que podrás aplicar la matemática en diversas situaciones; que además, te permitirán adquirir nuevos conocimientos.

¿Cómo usar el Cuaderno de ejercicios?

Pasos para utilizar el Cuaderno de ejercicios:

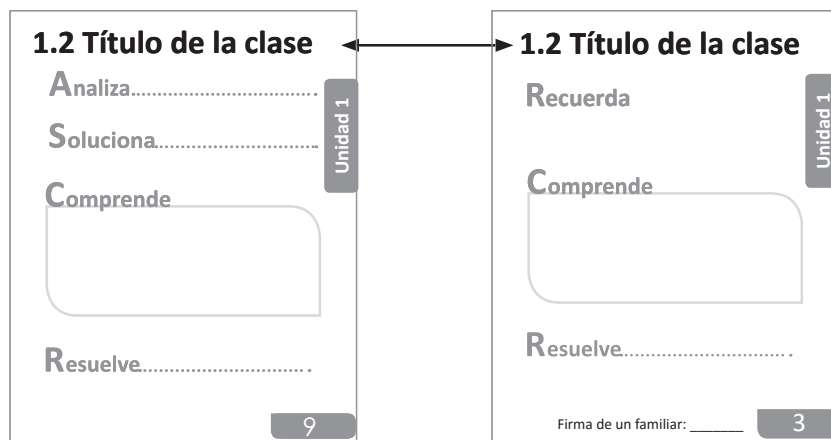
1. Ubica la página del Cuaderno de ejercicios correspondiente a la página del Libro de texto de la clase que se desarrolló, para esto tienes dos opciones:
 - a. A partir del número de página que tu profesor escribió en el apartado de tarea en la pizarra.



- b. Por el título de la clase del Libro de texto.

Libro de texto
(clase desarrollada)

Cuaderno de
ejercicios



2. Una vez ubicada la página, realiza primero los ejercicios de la sección Recuerda y luego los de la sección Resuelve, apoyándote del Comprende. Escribe los procesos en el espacio que corresponde.
3. Al terminar la tarea, pide a un familiar que revise si está completa y que firme al final de la página en el espacio que se proporciona.

Firma de un familiar: _____

4. En la siguiente clase de Matemática, presenta la tarea a tu profesor.

Índice

Unidad 1			
Operaciones con fracciones	07	Unidad 7	
Lección 1: Multiplicación de fracciones y números mixtos por números naturales	08	Análisis de datos	131
Lección 2: División de fracciones y números mixtos entre números naturales	14	Lección 1: Media aritmética	132
Lección 3: Multiplicación de fracciones	19	Lección 2: Moda y mediana	139
Unidad 2		Unidad 8	
Cantidades variables y números romanos	31	Volumen de cubos y prismas rectangulares	145
Lección 1: Cantidades variables	32	Lección 1: Volumen de cubos y prismas rectangulares	146
Lección 2: Números romanos	42	Unidad 9	
Unidad 3		Conversión de otros sistemas al sistema internacional	157
División de fracciones y operaciones combinadas	49	Lección 1: Conversiones	158
Lección 1: División de fracción con fracción	50	Unidad 10	
Lección 2: Operaciones combinadas	59	Traslaciones, simetrías y rotaciones	163
Unidad 4		Lección 1: Traslaciones y simetrías	164
Razones y porcentajes	69	Lección 2: Simetría puntual	171
Lección 1: Razones	70	Lección 3: Simetría de figuras planas y polígonos regulares	177
Lección 2: Porcentajes	78	Unidad 11	
Unidad 5		Formas de contar y ordenar objetos	181
Proporcionalidad	91	Lección 1: Formas de ordenar los objetos	182
Lección 1: Proporciones	92	Lección 2: Probabilidad	187
Lección 2: Proporcionalidad directa	104	Repaso	191
Lección 3: Proporcionalidad inversa	112	Autoevaluación de los trimestres	195
Unidad 6		Solucionario	199
Longitud de una circunferencia y área del círculo	121		
Lección 1: Longitud de la circunferencia	122		
Lección 2: Área del círculo	125		



Unidad 1

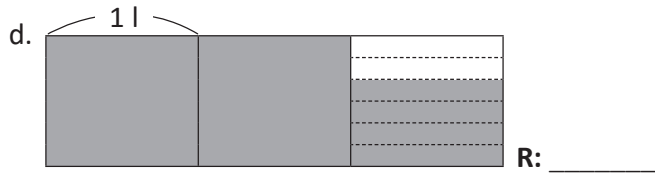
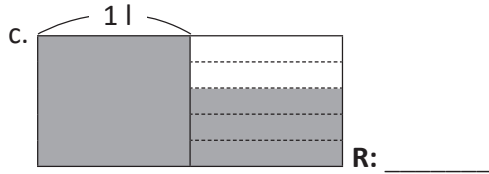
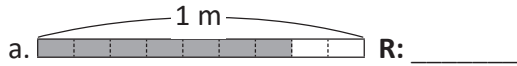
Operaciones con fracciones

En esta unidad aprenderás a

- Multiplicar fracciones por números naturales
- Multiplicar números mixtos por números naturales
- Multiplicar fracciones por fracciones
- Dividir fracciones entre números naturales
- Simplificar multiplicaciones de fracciones
- Encontrar el recíproco de un número

1.1 Practica lo aprendido

1. Escribe en cada literal la fracción que está representada en los gráficos:



2. Encuentra tres fracciones equivalentes por simplificación:

a. $\frac{24}{60}$

b. $\frac{120}{150}$

3. Simplifica las siguientes fracciones hasta su mínima expresión:

a. $\frac{24}{36}$

b. $\frac{16}{48}$

4. Convierte las siguientes fracciones impropias en números mixtos, o viceversa:

a. $\frac{11}{6}$

b. $1\frac{3}{4}$

c. $\frac{19}{4}$

d. $3\frac{4}{5}$

5. Escribe el resultado de las siguientes multiplicaciones:

$2 \times 3 =$

$3 \times 3 =$

$4 \times 3 =$

$5 \times 3 =$

$2 \times 4 =$

$3 \times 4 =$

$4 \times 4 =$

$5 \times 4 =$

$2 \times 5 =$

$3 \times 5 =$

$4 \times 5 =$

$5 \times 5 =$

$2 \times 6 =$

$3 \times 6 =$

$4 \times 6 =$

$5 \times 6 =$

$2 \times 7 =$

$3 \times 7 =$

$4 \times 7 =$

$5 \times 7 =$

$2 \times 8 =$

$3 \times 8 =$

$4 \times 8 =$

$5 \times 8 =$

$2 \times 9 =$

$3 \times 9 =$

$4 \times 9 =$

$5 \times 9 =$

$6 \times 3 =$

$7 \times 3 =$

$8 \times 3 =$

$9 \times 3 =$

$6 \times 4 =$

$7 \times 4 =$

$8 \times 4 =$

$9 \times 4 =$

$6 \times 5 =$

$7 \times 5 =$

$8 \times 5 =$

$9 \times 5 =$

$6 \times 6 =$

$7 \times 6 =$

$8 \times 6 =$

$9 \times 6 =$

$6 \times 7 =$

$7 \times 7 =$

$8 \times 7 =$

$9 \times 7 =$

$6 \times 8 =$

$7 \times 8 =$

$8 \times 8 =$

$9 \times 8 =$

$6 \times 9 =$

$7 \times 9 =$

$8 \times 9 =$

$9 \times 9 =$

1.2 Introducción a la multiplicación de fracciones con números naturales

Recuerda

Encuentra, para cada caso, dos fracciones equivalentes por simplificación:

a. $\frac{25}{100}$

b. $\frac{36}{48}$

Comprende

Para multiplicar una fracción por un número natural:

- ① Se multiplica el numerador por el número natural.
- ② Se deja el mismo denominador.

Por ejemplo, $\frac{3}{7} \times 2$:

$$\begin{aligned} \frac{3}{7} \times 2 &= \frac{3 \times 2}{7} \\ &= \frac{6}{7} \end{aligned}$$

Lo anterior se presenta en el siguiente esquema:

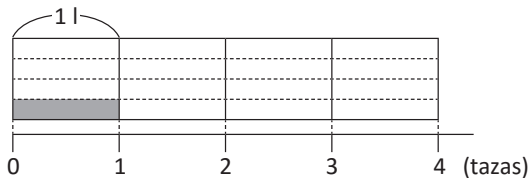
$$\frac{\triangle}{\square} \times \bullet = \frac{\triangle \times \bullet}{\square}$$

▲, ■, ● representan cualquier número natural.

Resuelve

1. Encuentra la equivalencia en litros de las siguientes medidas en tazas. Utiliza el gráfico y el esquema para verificar que obtienes la misma respuesta:

a. 4 tazas

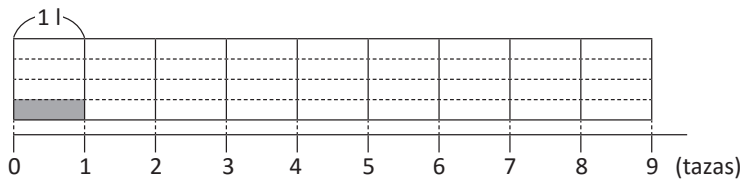


Comprueba con el algoritmo:

$$\frac{1}{4} \times 4 = \frac{\triangle \times \circ}{\square} =$$

R: _____

b. 9 tazas



Comprueba con el algoritmo:

$$\frac{1}{4} \times 9 = \frac{\triangle \times \circ}{\square} =$$

R: _____

2. Efectúa, utilizando el procedimiento descrito en la parte de la sección Comprende:

a. $\frac{2}{5} \times 2$

b. $\frac{1}{9} \times 4$

c. $\frac{2}{7} \times 3$

d. $\frac{3}{10} \times 3$

1.3 Multiplicación de fracciones con números naturales

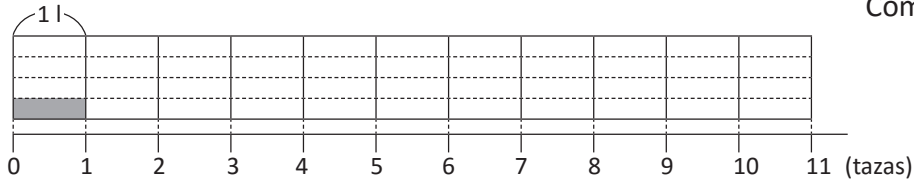
Recuerda

1. Convierte las siguientes fracciones impropias en números mixtos, o viceversa:

a. $\frac{10}{7}$

b. $2\frac{3}{8}$

2. Encuentra la equivalencia en litros de 11 tazas:



Comprueba con el algoritmo:

$$\frac{1}{4} \times 11 =$$

R: _____

Comprende

Si el resultado de una multiplicación es una fracción impropia, entonces este se puede convertir a número mixto.

Ejemplo:

$$\frac{4}{7} \times 5 = \frac{4 \times 5}{7} = \frac{20}{7} \left(= 2\frac{6}{7} \right)$$

Resuelve

1. Efectúa las siguientes multiplicaciones:

a. $\frac{1}{3} \times 5$

b. $\frac{4}{7} \times 3$

c. $\frac{5}{7} \times 4$

d. $\frac{3}{2} \times 7$

e. $\frac{2}{9} \times 7$

f. $\frac{3}{5} \times 6$

2. Para hacer una camisa Carmen utiliza $\frac{3}{2}$ yardas de tela. ¿Cuántas yardas utilizará para hacer 3 camisas? Expresa tu respuesta como número mixto.



PO: _____

R: _____

1.4 Interpretación de las gráficas de doble recta numérica

Recuerda

1. Encuentra la equivalencia de 5 botellas en litros:

2. Efectúa las siguientes multiplicaciones:

a. $\frac{2}{9} \times 4$

b. $\frac{2}{15} \times 6$

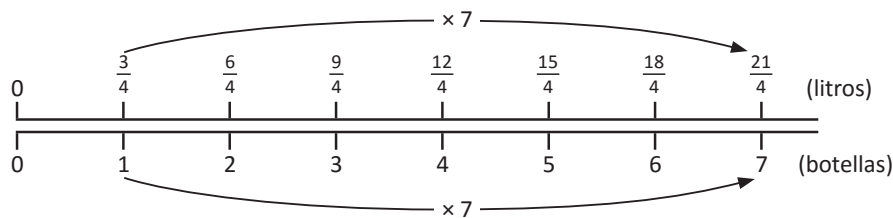
c. $\frac{3}{28} \times 5$

d. $\frac{7}{22} \times 7$

Comprende

Las gráficas de doble recta numérica se usan para representar la relación entre dos cantidades que varían. Mientras una aumenta de 1 en 1, la otra puede aumentar en una cantidad diferente.

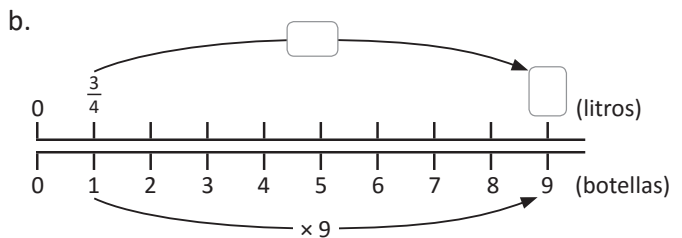
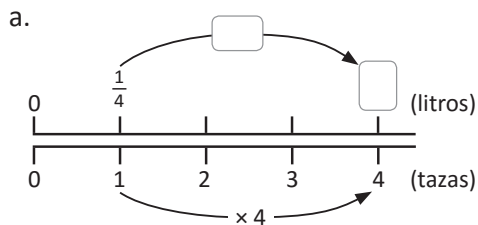
Por ejemplo, 7 botellas equivalen a $\frac{3}{4} \times 7$ litros; usando la gráfica de doble recta numérica:



Las botellas aumentan de 1 en 1; mientras que los litros de $\frac{3}{4}$ en $\frac{3}{4}$. Luego, contamos 7 veces $\frac{3}{4}$. Así, 7 botellas equivalen a $\frac{21}{4}$ litros.

Resuelve

1. Completa las gráficas para encontrar las equivalencias de tazas o botellas a litros, según sea el caso:



2. ¿Cómo encontrarías el resultado de $\frac{3}{7} \times 3$ usando la gráfica de doble recta numérica?

R: _____

Firma de un familiar: _____

1.5 Multiplicación de números mixtos por números naturales

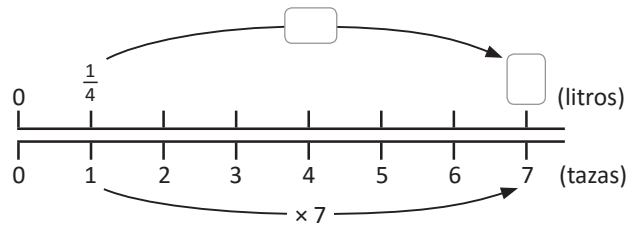
Recuerda

1. Efectúa las siguientes multiplicaciones:

a. $\frac{3}{19} \times 6$

b. $\frac{4}{27} \times 7$

2. Completa la gráfica para encontrar las equivalencias de tazas a litros:



Comprende

Para multiplicar números mixtos con números naturales se realiza lo siguiente:

- ① Se convierte el número mixto en fracción impropia.
- ② Se multiplica la fracción impropia por el número natural.
- ③ Si el resultado es otra fracción impropia, se puede convertir a número mixto.

Por ejemplo, $1\frac{1}{4} \times 3$:

$$\begin{aligned} 1\frac{1}{4} \times 3 &= \frac{5}{4} \times 3 \\ &= \frac{5 \times 3}{4} \\ &= \frac{15}{4} \left(= 3\frac{3}{4} \right) \end{aligned}$$

Resuelve

1. Efectúa:

a. $1\frac{1}{2} \times 5$

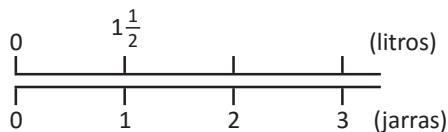
b. $1\frac{2}{7} \times 3$

c. $2\frac{1}{9} \times 2$

d. $3\frac{1}{5} \times 2$

2. Se necesitan $1\frac{1}{2}$ litros de jugo para llenar una jarra. ¿Cuántos litros de jugo se necesitarán para llenar 3 jarras?

PO: _____



R: _____

1.6 Simplificación de multiplicación de fracciones por números naturales

Recuerda

1. ¿Cómo encontrarías el resultado de $\frac{2}{9} \times 5$ usando la gráfica de doble recta numérica?

2. Efectúa las siguientes multiplicaciones:

a. $1\frac{2}{3} \times 4$

b. $2\frac{1}{5} \times 3$

c. $3\frac{5}{7} \times 2$

Comprende

Simplificar antes de efectuar la multiplicación evita realizar cálculos más grandes. Se seleccionan parejas de números, uno en el numerador y otro en el denominador, y se dividen ambos entre su MCD. El resultado del cálculo debe estar en su mínima expresión.

Por ejemplo:

$$\begin{aligned} \frac{5}{12} \times 8 &= \frac{5 \times \cancel{8}^2}{\cancel{12}_3} \text{ el MCD de 8 y 12 es 4} \\ &= \frac{5 \times 2}{3} \\ &= \frac{10}{3} \left(= 3\frac{1}{3} \right) \end{aligned}$$



Recuerda que, para simplificar también puedes dividir un numerador y un denominador por un mismo valor tantas veces hasta que ya no sea posible.

Resuelve

1. Efectúa (simplifica antes de multiplicar):

a. $\frac{1}{8} \times 4$

b. $\frac{5}{12} \times 8$

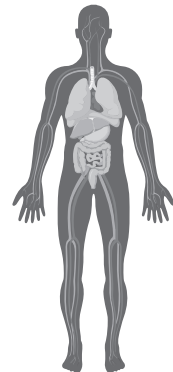
c. $\frac{2}{15} \times 10$

d. $\frac{3}{14} \times 7$

2. El cuerpo humano necesita consumir $\frac{4}{5}$ gramos de proteína por cada kilogramo de peso. ¿Cuántos gramos de proteína debe consumir una persona que pesa 45 kilogramos?

PO: _____

R: _____



Firma de un familiar: _____

2.1 Introducción a la división de fracciones entre números naturales

Recuerda

1. Los estudiantes de sexto grado prepararán refresco de horchata. Si para hacer un galón de refresco necesitan $1\frac{1}{4}$ libras de polvo, ¿cuántas libras de polvo de horchata necesitan para preparar 5 galones de refresco?

PO: _____



R: _____

2. Efectúa (simplifica antes de multiplicar):

a. $\frac{4}{9} \times 3$

b. $\frac{13}{24} \times 10$

c. $\frac{9}{14} \times 8$

Comprende

Cuando se divide una fracción entre un número natural, si es posible, se divide el numerador entre el divisor y se deja el mismo denominador.

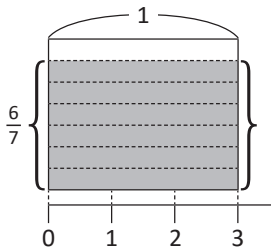
Por ejemplo, $\frac{4}{5} \div 2$:

$$\frac{4}{5} \div 2 = \frac{4 \div 2}{5} = \frac{2}{5}$$

Resuelve

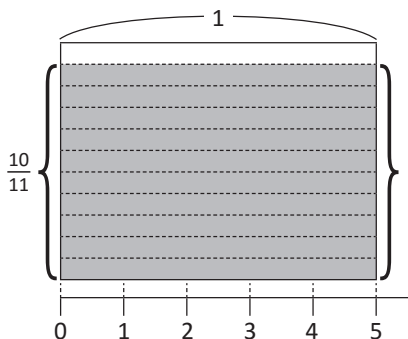
Encuentra el resultado de las siguientes divisiones, tanto de forma gráfica como aplicando lo descrito en la parte del Comprende:

a. $\frac{6}{7} \div 3$



R: _____

b. $\frac{10}{11} \div 5$



R: _____

2.2 División de fracciones entre números naturales

Recuerda

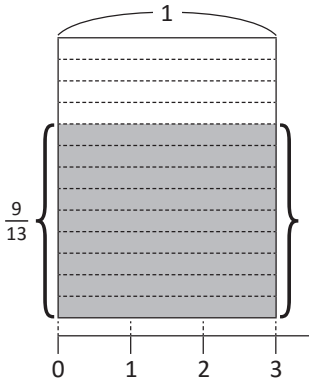
1. Efectúa (simplifica antes de multiplicar):

a. $\frac{5}{8} \times 8$

b. $\frac{9}{50} \times 10$

c. $\frac{8}{27} \times 36$

2. Encuentra el resultado de la división $\frac{9}{13} \div 3$.



Algoritmo:

R: _____

Comprende

Para dividir una fracción entre un número natural:

- ① Se deja el mismo numerador.
- ② Se multiplica el denominador por el número natural.

$$\frac{\triangle}{\square} \div \bullet = \frac{\triangle}{\square \times \bullet}$$

△, □, ● representan cualquier número natural.

Resuelve

1. Efectúa:

a. $\frac{2}{5} \div 5$

b. $\frac{3}{8} \div 2$

c. $\frac{2}{9} \div 3$

d. $\frac{4}{7} \div 11$

e. $\frac{5}{9} \div 6$

f. $\frac{3}{10} \div 4$

2. Se reparten $\frac{7}{9}$ litros de refresco en 4 vasos con cantidades iguales. ¿Cuántos litros de refresco quedan en cada vaso?

PO: _____

R: _____



Firma de un familiar: _____

2.3 División de números mixtos entre números naturales

Recuerda

Efectúa:

a. $\frac{10}{7} \div 2$

b. $\frac{12}{11} \div 4$

c. $\frac{18}{13} \div 6$

d. $\frac{7}{8} \div 3$

e. $\frac{4}{9} \div 5$

f. $\frac{7}{10} \div 8$

Comprende

Para dividir números mixtos entre números naturales:

- ① Se convierte el número mixto en fracción impropia.
- ② Se divide la fracción impropia entre el número natural usando el mismo procedimiento de la clase anterior, es decir, se deja el numerador y se multiplica el denominador por el número natural (si el resultado es fracción impropia, se puede convertir a número mixto).

Por ejemplo, $3\frac{2}{5} \div 2$:

$$\begin{aligned} 3\frac{2}{5} \div 2 &= \frac{17}{5} \div 2 \\ &= \frac{17}{5 \times 2} \\ &= \frac{17}{10} \left(= 1\frac{7}{10} \right) \end{aligned}$$

Resuelve

1. Efectúa:

a. $4\frac{1}{5} \div 2$

b. $2\frac{1}{8} \div 3$

c. $5\frac{2}{5} \div 4$

d. $3\frac{2}{7} \div 5$

e. $4\frac{3}{5} \div 4$

f. $3\frac{3}{8} \div 2$

2. En una receta para preparar atol de piña, se utilizan $7\frac{1}{2}$ litros de agua y 3 piñas medianas. ¿Cuántos litros de agua se necesitan al tener solo una piña?

PO: _____

R: _____

2.4 Simplificación de divisiones

Recuerda

Efectúa:

a. $\frac{5}{11} \div 4$

b. $\frac{4}{9} \div 9$

c. $\frac{13}{10} \div 6$

d. $3\frac{2}{3} \div 4$

e. $2\frac{2}{5} \div 5$

f. $3\frac{4}{9} \div 2$

Comprende

Simplificar una división antes de multiplicar es útil ya que se evitan cálculos más grandes. Para hacerlo, se divide el numerador y el número natural entre su MCD.

Por ejemplo, $\frac{3}{4} \div 9$:

$$\begin{aligned} \frac{3}{4} \div 9 &= \frac{\cancel{3}^1}{4 \times \cancel{9}_3} \\ &= \frac{1}{4 \times 3} \\ &= \frac{1}{12} \end{aligned}$$



Algunas divisiones con números mixtos también se pueden simplificar al convertir el número mixto a fracción impropia. Por ejemplo:

$$\begin{aligned} 2\frac{4}{5} \div 6 &= \frac{14}{5} \div 6 \\ &= \frac{\cancel{14}^7}{5 \times \cancel{6}_3} \\ &= \frac{7}{5 \times 3} \\ &= \frac{7}{15} \end{aligned}$$

Resuelve

1. Efectúa (simplifica antes de multiplicar):

a. $\frac{2}{3} \div 4$

b. $\frac{4}{5} \div 6$

c. $\frac{3}{8} \div 12$

d. $\frac{10}{11} \div 4$

e. $\frac{15}{14} \div 5$

f. $\frac{21}{5} \div 18$

2. Julia tiene $\frac{12}{7}$ litros de jugo y lo reparte a sus tres hijos. Si el jugo se reparte en partes iguales, ¿qué cantidad de jugo le dio a cada uno de sus hijos?

PO: _____

R: _____



Firma de un familiar: _____

2.5 Autoevaluación de lo aprendido

Resuelve y marca con una "x" la casilla que consideres adecuada, de acuerdo a lo que aprendiste. Sé consciente con lo que respondas.

Ítem	Sí	Podría mejorar	No	Comentario
1. Realizo multiplicaciones como: a. $\frac{4}{13} \times 2$ b. $\frac{10}{3} \times 7$				
2. Realizo multiplicaciones como: a. $1\frac{1}{9} \times 3$ b. $2\frac{1}{3} \times 4$				
3. Realizo multiplicaciones como: a. $\frac{2}{25} \times 10$ b. $\frac{5}{18} \times 20$				
4. Realizo divisiones como: a. $\frac{4}{9} \div 5$ b. $\frac{8}{11} \div 9$				
5. Realizo divisiones como: a. $4\frac{2}{7} \div 6$ b. $5\frac{1}{4} \div 8$				
6. Realizo divisiones como: a. $\frac{12}{5} \div 6$ b. $\frac{9}{20} \div 12$				
7. Resuelvo situaciones como la siguiente: encontrar cuántos metros recorre un caracol en 25 minutos, si en 1 minuto recorre $\frac{23}{30}$ metros.				
8. Resuelvo situaciones como la siguiente: calcular la cantidad total de agua (en litros) que hay en 10 jarras con capacidad $4\frac{1}{8}$ litros cada una.				
9. Resuelvo situaciones como la siguiente: encontrar el precio de un chocolate, si al comprar 6 de ellos se gastaron $\frac{24}{5}$ dólares.				
10. Resuelvo situaciones como la siguiente: calcular la cantidad de arroz (en libras) utilizada por José en un día, si compró $4\frac{2}{3}$ libras para una semana y cada día cocina la misma cantidad.				

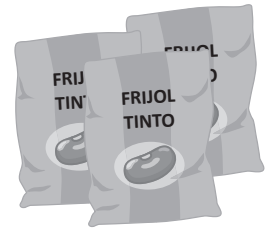
3.1 Multiplicación por fracciones unitarias

Recuerda

1. Beatriz compró 7 libras de frijol tinto y pagó $10\frac{1}{2}$ dólares en total. ¿Cuál era el precio de una libra de frijol tinto?

PO: _____

R: _____



2. Efectúa:

a. $\frac{12}{5} \div 8$

b. $\frac{24}{7} \div 16$

Comprende

Una multiplicación por una fracción unitaria equivale a una división entre número natural, donde el denominador de la fracción unitaria es el divisor.

$$\frac{\triangle}{\square} \times \frac{1}{\bullet} = \frac{\triangle}{\square} \div \bullet = \frac{\triangle}{\square \times \bullet}$$

▲, ■, ● representan cualquier número natural.

Por ejemplo:

$$\begin{aligned} \frac{2}{5} \times \frac{1}{9} &= \frac{2}{5} \div 9 \\ &= \frac{2}{5 \times 9} \\ &= \frac{2}{45} \end{aligned}$$

Resuelve

Completa aplicando la equivalencia de multiplicación por fracción unitaria y división entre número natural; luego efectúa:

a. $\frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{2}{3} \div \square$

b. $\frac{3}{7} \times \frac{1}{5} = \frac{3}{7} \square 5$

c. $\frac{4}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{4}{5} \div \square$

d. $\frac{6}{7} \times \frac{1}{7} = \frac{6}{7} \square 7$

e. $\frac{9}{11} \times \frac{1}{4} = \frac{9}{11} \div \square$

f. $\frac{8}{13} \times \frac{1}{9} = \frac{8}{13} \square 9$

3.2 Multiplicación con fracciones

Recuerda

1. Si $\frac{9}{10}$ litros de leche se distribuyen a 6 estudiantes y cada uno bebe la misma cantidad, ¿cuántos litros de leche le corresponden a cada estudiante?

PO: _____

R: _____



2. Completa y resuelve aplicando la equivalencia de multiplicación por fracción unitaria y división entre número natural; luego efectúa:

a. $\frac{5}{8} \times \frac{1}{3} = \frac{5}{8} \div \square$

b. $\frac{7}{10} \times \frac{1}{11} = \frac{7}{10} \square 11$

Comprende

Multiplicar una fracción por otra fracción se puede interpretar como calcular una fracción de otra fracción y, para calcular el resultado, se reescribe la multiplicación de la siguiente forma:

$$\frac{\triangle}{\square} \times \frac{\diamond}{\bullet} = \left(\frac{\triangle}{\square} \times \frac{1}{\bullet} \right) \times \diamond$$

▲, ■, ◆, ● representan cualquier número natural.

Resuelve

1. Efectúa:

a. $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \left(\frac{\triangle}{\square} \times \frac{1}{\bullet} \right) \times \diamond$

b. $\frac{3}{5} \times \frac{3}{4} = \left(\frac{\triangle}{\square} \times \frac{1}{\bullet} \right) \times \diamond$

c. $\frac{2}{9} \times \frac{2}{5}$

d. $\frac{4}{7} \times \frac{2}{9}$

2. La capacidad de 1 botella es $\frac{3}{4}$ litros. ¿Cuántos litros hay en $\frac{9}{10}$ botellas?

PO: _____

R: _____



3.3 Algoritmo de la multiplicación

Recuerda

1. Completa aplicando la equivalencia de multiplicación por fracción unitaria y división entre número natural; luego efectúa:

a. $\frac{8}{9} \times \frac{1}{9} = \frac{8}{9} \div \square$

b. $\frac{5}{7} \times \frac{1}{3} = \frac{5}{7} \square 3$

2. Resuelve las siguientes multiplicaciones:

a. $\frac{2}{9} \times \frac{2}{7} = \left(\frac{\triangle}{\square} \times \frac{1}{\circ}\right) \times \diamond$

b. $\frac{3}{8} \times \frac{9}{10} =$

Comprende

En resumen, para multiplicar una fracción por otra fracción:

- ① Se multiplican los numeradores.
- ② Se multiplican los denominadores.

Si el resultado es una fracción impropia, puede convertirse a número mixto.

Por ejemplo, $\frac{2}{3} \times \frac{2}{5}$:

$$\frac{2}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{2 \times 2}{3 \times 5} = \frac{4}{15}$$

Para multiplicar números naturales por fracciones, multiplica el número natural por el numerador y deja el mismo denominador.



$$\frac{\triangle}{\square} \times \frac{\diamond}{\circ} = \frac{\triangle \times \diamond}{\square \times \circ}$$

△, □, ◇, ● representan cualquier número natural.

También, siempre que aparezcan números naturales en una multiplicación con fracciones, puedes escribir un 1 como denominador al número natural y multiplicar como si fuesen dos fracciones. Por ejemplo:

$$\begin{aligned} \frac{3}{5} \times 4 &= \frac{3}{5} \times \frac{4}{1} \\ &= \frac{3 \times 4}{5} \\ &= \frac{12}{5} \end{aligned}$$

Resuelve

1. Resuelve las siguientes multiplicaciones:

a. $\frac{1}{2} \times \frac{5}{8}$

b. $\frac{4}{9} \times \frac{1}{5}$

c. $\frac{3}{7} \times \frac{4}{5}$

d. $\frac{8}{3} \times \frac{5}{11}$

e. $3 \times \frac{2}{13}$

f. $4 \times \frac{5}{9}$

2. Un grifo deposita en un barril $\frac{3}{4}$ gal de agua en una hora. ¿Qué cantidad de agua depositará en $\frac{3}{5}$ de una hora?

PO: _____

R: _____



Firma de un familiar: _____

3.4 Simplificación de multiplicación de fracciones

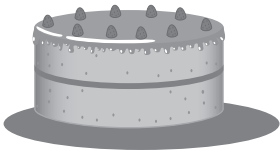
Recuerda

1. Resuelve las siguientes multiplicaciones:

a. $\frac{5}{12} \times \frac{3}{4}$

b. $\frac{7}{10} \times \frac{11}{10}$

2. Para hacer un pastel se necesitan $\frac{4}{5}$ libras de harina. Si se prepararán $\frac{2}{3}$ de la receta, ¿qué cantidad de harina se utilizará?



PO: _____

R: _____

Comprende

Cuando sea posible, es mejor simplificar antes de multiplicar. Puede simplificarse cualquier numerador con cualquier denominador.

¿Qué pasaría?

También puedes simplificar de la siguiente forma:

$$\frac{\overset{2}{\cancel{10}}}{\underset{3}{\cancel{3}}} \times \frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{1}{\cancel{1}}} = \frac{2}{3} \times \frac{1}{1} = \frac{2}{3}$$

Resuelve

1. Efectúa (simplifica antes de realizar el cálculo):

a. $\frac{2}{9} \times \frac{5}{8}$

b. $\frac{3}{5} \times \frac{10}{7}$

c. $\frac{4}{7} \times \frac{21}{20}$

d. $\frac{8}{15} \times \frac{25}{28}$

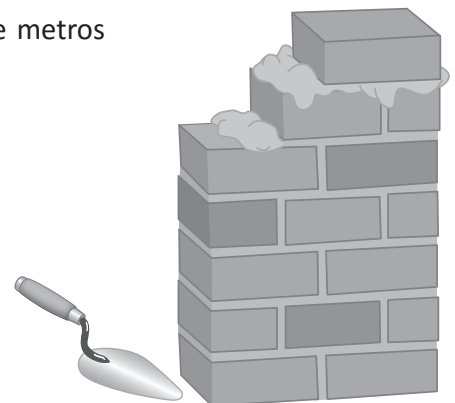
e. $5 \times \frac{2}{35}$

f. $\frac{7}{36} \times 6$

2. Carmen construye $\frac{8}{15}$ m² de un muro en 1 hora. ¿Qué cantidad de metros cuadrados construirá en $\frac{3}{4}$ horas?

PO: _____

R: _____



3.5 Multiplicación con números mixtos

Recuerda

1. Resuelve las siguientes multiplicaciones (simplifica antes de multiplicar cuando sea posible):

a. $\frac{7}{6} \times \frac{5}{6}$

b. $\frac{12}{5} \times \frac{10}{27}$

c. $8 \times \frac{3}{22}$

d. $6 \times \frac{7}{5}$

2. Completa el siguiente esquema:

$$\frac{3}{\square} \times \frac{\square}{4} = \frac{9}{20}$$

Comprende

Para multiplicar con números mixtos:

- ① Se convierten los números mixtos en fracciones impropias.
- ② Si es posible simplificar, se simplifica.
- ③ Se multiplica numerador por numerador y denominador por denominador. Si el resultado es una fracción impropia, se puede convertir a número mixto.

Por ejemplo:

$$\begin{aligned} \frac{2}{5} \times 5\frac{1}{4} &= \frac{2}{5} \times \frac{21}{4} \\ &= \frac{1}{5} \times \frac{21}{2} \\ &= \frac{1 \times 21}{5 \times 2} \\ &= \frac{21}{10} \left(= 2\frac{1}{10} \right) \end{aligned}$$

Resuelve

1. Resuelve las siguientes multiplicaciones:

a. $1\frac{1}{2} \times 1\frac{1}{3}$

b. $2\frac{1}{4} \times 1\frac{2}{5}$

c. $2\frac{2}{3} \times 2\frac{3}{4}$

d. $3\frac{1}{2} \times 1\frac{6}{7}$

e. $2\frac{3}{5} \times \frac{4}{7}$

f. $4 \times 1\frac{2}{7}$

2. Para preparar 1 litro de limonada, Antonio utiliza $\frac{1}{4}$ kilogramos de azúcar. ¿Cuántos kilogramos de azúcar utilizará para preparar $3\frac{1}{2}$ litros de limonada?

PO: _____

R: _____



Firma de un familiar: _____

3.6 Propiedades conmutativa y asociativa en fracciones

Recuerda

Resuelve las siguientes multiplicaciones:

a. $\frac{8}{15} \times \frac{5}{12}$

b. $\frac{21}{4} \times \frac{6}{7}$

c. $1\frac{3}{7} \times 2\frac{2}{5}$

d. $3\frac{5}{6} \times 4$

Comprende

- Propiedad conmutativa: al multiplicar dos fracciones, no importa en qué orden se haga, el resultado es el mismo. Es decir, si \blacktriangle y \blacksquare representan fracciones entonces:

$$\blacktriangle \times \blacksquare = \blacksquare \times \blacktriangle$$

- Propiedad asociativa: para multiplicar tres o más fracciones se puede ir multiplicando de dos en dos. Es decir, si \blacktriangle , \blacksquare y \bullet representan fracciones, entonces:

$$(\blacktriangle \times \blacksquare) \times \bullet = \blacktriangle \times (\blacksquare \times \bullet)$$

Resuelve

1. Comprueba la propiedad conmutativa en las siguientes multiplicaciones:

a. $\frac{2}{7} \times \frac{5}{9}$

b. $\frac{4}{9} \times \frac{2}{3}$

c. $\frac{6}{11} \times 3$

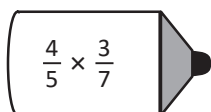
2. Comprueba la propiedad asociativa en las siguientes multiplicaciones:

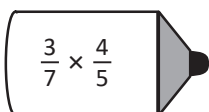
a. $\frac{4}{5} \times \frac{1}{3} \times \frac{3}{4}$

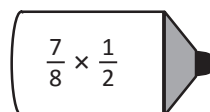
b. $\frac{1}{6} \times \frac{5}{4} \times \frac{3}{5}$

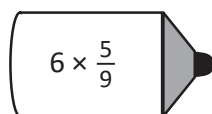
c. $3 \times \frac{4}{9} \times \frac{3}{8}$

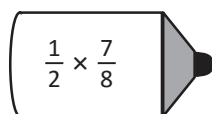
3. Colorea (del mismo color) las parejas de lápices que tienen multiplicaciones con igual resultado. Analiza si es necesario efectuar las multiplicaciones:

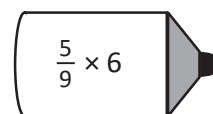

$$\frac{4}{5} \times \frac{3}{7}$$


$$\frac{3}{7} \times \frac{4}{5}$$


$$\frac{7}{8} \times \frac{1}{2}$$


$$6 \times \frac{5}{9}$$


$$\frac{1}{2} \times \frac{7}{8}$$


$$\frac{5}{9} \times 6$$

3.7 Aplicaciones de las propiedades conmutativa y asociativa

Recuerda

1. Ana agrega $1\frac{1}{4}$ cucharadas de consomé por cada taza de arroz. Si cocinará 4 tazas y media de arroz, ¿cuántas cucharadas de consomé utilizará?

PO: _____

R: _____



2. Une con una línea las multiplicaciones con igual resultado (no calcules los productos):

$$\frac{3}{10} \times \frac{7}{11}$$

$$2\frac{3}{4} \times 9$$

$$1\frac{1}{9} \times 2\frac{5}{8}$$

$$2\frac{5}{8} \times 1\frac{1}{9}$$

$$\frac{7}{11} \times \frac{3}{10}$$

$$9 \times 2\frac{3}{4}$$

Comprende

Las propiedades conmutativa y asociativa se utilizan en las multiplicaciones de tres o más fracciones. El cálculo puede realizarse de las siguientes formas:

- Cambiar el orden de las fracciones y asociar de manera conveniente para evitar realizar cálculos muy grandes y simplificar antes de multiplicar.
- Simplificar las parejas de números (numerador con denominador) para reducir las fracciones a su mínima expresión. Luego, efectuar el producto de los numeradores y el de los denominadores.

Resuelve

1. Aplica las propiedades conmutativa y asociativa para calcular el resultado de:

a. $\frac{9}{4} \times \frac{1}{5} \times \frac{8}{27}$

b. $\frac{11}{21} \times \frac{2}{3} \times \frac{7}{33}$

c. $\frac{4}{9} \times \frac{6}{7} \times \frac{3}{8}$

d. $\frac{12}{7} \times \frac{14}{15} \times 10$

2. Realiza la siguiente multiplicación: $\frac{8}{9} \times \frac{7}{8} \times \frac{6}{7} \times \frac{5}{6}$

3.8 Propiedad distributiva

Recuerda

1. Une con una línea los productos con igual resultado (no calcules las operaciones):

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{9}$$

$$8 \times \frac{2}{5} \times \frac{4}{11}$$

$$3 \times 2\frac{1}{2} \times \frac{7}{2}$$

$$\frac{1}{9} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$$

$$\frac{7}{2} \times 2\frac{1}{2} \times 3$$

$$8 \times \frac{4}{11} \times \frac{2}{5}$$

2. Aplica las propiedades conmutativa y asociativa para calcular el resultado de:

a. $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} \times \frac{6}{7}$

b. $\frac{1}{5} \times \frac{7}{4} \times \frac{5}{3}$

Comprende

Propiedad distributiva: Si \blacktriangle , \blacksquare y \bullet representan fracciones se tienen las siguientes igualdades:

- Propiedad distributiva de la multiplicación sobre la suma:

$$(\blacksquare + \bullet) \times \blacktriangle = \blacksquare \times \blacktriangle + \bullet \times \blacktriangle$$

$$\blacktriangle \times (\blacksquare + \bullet) = \blacktriangle \times \blacksquare + \blacktriangle \times \bullet$$

- Propiedad distributiva de la multiplicación sobre la resta:

$$(\blacksquare - \bullet) \times \blacktriangle = \blacksquare \times \blacktriangle - \bullet \times \blacktriangle$$

$$\blacktriangle \times (\blacksquare - \bullet) = \blacktriangle \times \blacksquare - \blacktriangle \times \bullet$$

Resuelve

1. Colorea (del mismo color) las parejas de rectángulos cuyos cálculos son iguales:

$$\left(\frac{5}{6} + \frac{7}{6}\right) \times \frac{3}{4}$$

$$\left(\frac{6}{7} - \frac{3}{7}\right) \times \frac{2}{3}$$

$$\frac{2}{5} \times \left(\frac{3}{8} + \frac{7}{8}\right)$$

$$\frac{5}{6} \times \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2}\right)$$

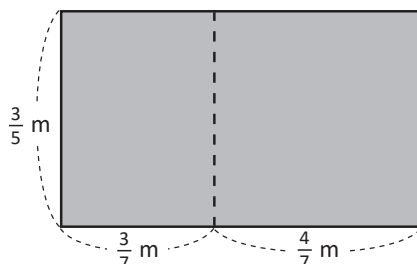
$$\frac{5}{6} \times \frac{3}{4} - \frac{5}{6} \times \frac{1}{2}$$

$$\frac{2}{5} \times \frac{3}{8} + \frac{2}{5} \times \frac{7}{8}$$

$$\frac{6}{7} \times \frac{2}{3} - \frac{3}{7} \times \frac{2}{3}$$

$$\frac{5}{6} \times \frac{3}{4} + \frac{7}{6} \times \frac{3}{4}$$

2. Encuentra el área del rectángulo de dos maneras distintas:



3.9 Relación entre el multiplicador y el producto

Recuerda

1. Efectúa:

a. $1\frac{1}{6} \times \frac{9}{14} \times \frac{8}{5}$

b. $\frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \frac{5}{6} \times \frac{6}{7}$

2. Resuelve las siguientes operaciones aplicando la propiedad distributiva:

a. $\left(\frac{8}{15} + \frac{2}{5}\right) \times \frac{3}{4}$

b. $\frac{7}{4} \times \left(2 - \frac{2}{7}\right)$

Comprende

multiplicador < 1 → resultado < multiplicando
 multiplicador > 1 → resultado > multiplicando

En una multiplicación:

- Cuando el multiplicador es menor que 1, el resultado es menor que el multiplicando. Por ejemplo: $60 \times \frac{2}{3} = 40$ y $40 < 60$
- Cuando el multiplicador es igual a 1, el resultado es igual al multiplicando. Por ejemplo: $60 \times 1 = 60$
- Cuando el multiplicador es mayor que 1, el resultado es mayor que el multiplicando. Por ejemplo: $60 \times 1\frac{1}{3} = 80$ y $80 > 60$



Resuelve

1. Estima cuáles de los siguientes productos son menores a 40, iguales a 40 o mayores a 40:

a. $40 \times \frac{1}{7}$

b. $40 \times \frac{9}{5}$

c. $40 \times \frac{3}{3}$

d. 40×1

e. $40 \times 1\frac{2}{3}$

f. $40 \times \frac{10}{11}$

2. Estima cuáles de los siguientes productos son menores a $\frac{3}{4}$, iguales a $\frac{3}{4}$ o mayores a $\frac{3}{4}$:

a. $\frac{3}{4} \times 2\frac{1}{6}$

b. $\frac{3}{4} \times 1$

c. $\frac{3}{4} \times \frac{13}{12}$

d. $\frac{3}{4} \times \frac{9}{9}$

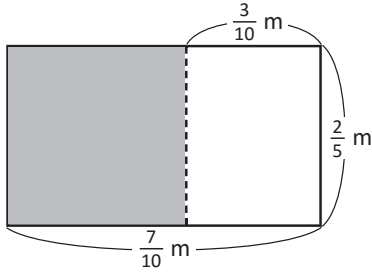
e. $\frac{3}{4} \times \frac{1}{4}$

f. $\frac{3}{4} \times \frac{7}{8}$

3.10 Números recíprocos

Recuerda

1. Encuentra el área del rectángulo sombreado:



2. Escribe en cada caja la multiplicación según su resultado:

$45 \times \frac{7}{4}$

$45 \times \frac{1}{4}$

$45 \times \frac{4}{4}$

mayor a 45

igual a 45

menor a 45

Comprende

Cuando el producto de dos números es **1**, a estos números se les llama **recíprocos**. Se dice de cada uno que es el número recíproco del otro. Por ejemplo:

$\frac{2}{5}$ es el número recíproco de $\frac{5}{2}$; y $\frac{5}{2}$ es el número recíproco de $\frac{2}{5}$.

$\frac{1}{7}$ es el número recíproco de 7; y 7 es el número recíproco de $\frac{1}{7}$.

Observa que, los recíprocos de algunas fracciones son números naturales. Por eso, no hablamos de "fracciones recíprocas" sino, de manera más general, de "números recíprocos".



A los **números recíprocos** también se les llama **números inversos**.

Dado un número, su recíproco se encuentra intercambiando numerador con denominador. Si es un número natural, recuerda escribirlo con denominador 1:



Número dado Número recíproco

Se puede comprobar que dos números son recíprocos, si al multiplicarlos el resultado es 1.

Ejemplo:

a. $\frac{2}{3} \times \frac{3}{2}$
 número dado número recíproco

b. $\frac{3}{1} \times \frac{1}{3}$

$\frac{3}{2} \times \frac{2}{3}$
 número dado número recíproco

$\frac{1}{3} \times \frac{3}{1}$

Comprobación: $\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{3}{2} \times \frac{2}{3} = 1$

Resuelve

Encuentra el número recíproco de los números dados:

a. $\frac{4}{9}$

b. $\frac{7}{2}$

c. $\frac{1}{8}$

d. $\frac{1}{12}$

e. 10

f. 5

Problemas de aplicación

1. El Ministerio de Medio Ambiente y Recursos Naturales (MARN) analizó los usos actuales del suelo y las limitaciones ambientales del municipio de Nuevo Cuscatlán en La Libertad. El MARN realizó la siguiente clasificación por zonas:

Zona	Descripción
Máxima protección	Zonas donde debe conservarse la cobertura forestal.
Protección y restauración	Zonas resultantes del recorrido de flujos de escombros y terrenos cercanos a ríos y quebradas.
Aprovechamiento condicionado	Zonas donde pueden obtenerse beneficios y aprovecharse estas para fines de desarrollo. Se deben establecer restricciones según los usos específicos.
Territorio edificado	Zonas donde se desarrollan actividades industriales, comerciales, habitacionales y de equipamiento.

Cuadro de datos basado en el Anexo a Decreto No. 51 Zonificación Ambiental y Usos de Suelo para el municipio de Nuevo Cuscatlán, en: www.marn.gob.sv

Debido a que las zonas son muy extensas, el MARN utiliza hectáreas para medir el área de cada una en lugar de m^2 (1 hectárea equivale a 10,000 m^2). En total, el territorio tiene 1,100 hectáreas de área. Encuentra el área de cada una de las zonas si:

- a. Las zonas de máxima protección representan $\frac{18}{55}$ del área total:
- b. Las zonas de protección y restauración representan $\frac{8}{55}$ del área total:
- c. Las zonas de aprovechamiento condicionado representan $\frac{13}{55}$ del área total:
- d. Las zonas de territorio edificado representan $\frac{16}{55}$ del área total:
2. Si $\frac{1}{20}$ del área de las zonas de aprovechamiento acondicionado corresponde a territorios con cultivos anuales de granos básicos, ¿cuál es el área donde se cultivan granos básicos?



Unidad 2

**Cantidades variables y números
romanos**

En esta unidad aprenderás a

- Distinguir la relación entre dos cantidades presentadas en una tabla
- Escribir en un PO la relación de dos cantidades que varían, con operaciones de suma, resta y multiplicación
- Expresar cantidades que varían mediante las letras x y y
- Encontrar equivalencias entre números en el sistema decimal y números romanos y viceversa

1.1 Relación de suma de un valor constante

Comprende

Se dice que dos cantidades están relacionadas si, conociendo una de ellas, es posible encontrar la otra. Dos cantidades pueden estar relacionadas mediante la suma de un valor constante, y para representar la relación pueden utilizarse figuras como ▲ o ■.

Por ejemplo, si Miguel es 10 años mayor que Ana, y la edad de Ana se representa con ▲, entonces la edad de Miguel se representa como:

$$\text{Edad de Ana} + 10 = \blacktriangle + 10$$

Resuelve

1. La longitud de un alambre debe ser 20 cm más que la longitud a cercar.

a. Encuentra la longitud del alambre, si la longitud a cercar tuviese las siguientes medidas:

Longitud a cercar (cm)	100	110	120	130	140	150	160
Longitud del alambre (cm)							

b. Si la longitud a cercar se representa con ▲, ¿cómo se representa la longitud del alambre?

2. María tenía 6 monedas de \$0.25 en su alcancía y va a agregar más monedas en ella (siempre de \$0.25).

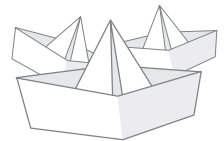
a. Encuentra el total de monedas de \$0.25 que tiene María en su alcancía, si hubiese agregado las siguientes cantidades:

Monedas que agrega	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Total de monedas										

b. Si la cantidad de monedas que agrega María se representa por ■, ¿cómo se representa el total de monedas?

3. Juan tiene 15 barcos de papel; y además elabora un barco de papel cada día que pasa.

a. ¿Cuántos barcos de papel tendrá después de 1 día?, ¿y después de 6 días?



b. Después de que han transcurrido ▲ días, ¿cuántos barcos de papel tendrá Juan?

1.2 Relación de resta de un valor constante

Recuerda

Ana estudia 10 minutos más del tiempo que mira televisión.

- a. Encuentra el tiempo que estudia, si para ver televisión Ana dedicó el siguiente tiempo:

Tiempo para ver televisión (min)	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54
Tiempo para estudiar (min)										

- b. Si Ana ha visto televisión por \blacksquare minutos, ¿cuántos minutos dedicará a estudiar?



Comprende

Dos cantidades pueden estar relacionadas mediante la resta de un valor constante.

Por ejemplo, si Carlos es 7 años menor que José y la edad de José se representa por \blacksquare , entonces la edad de Carlos se representa por: $\blacksquare - 7$.

La relación anterior también se puede escribir así:
 $\text{edad de Carlos} + 7 = \text{edad de José}$



Resuelve

1. Julia y Marta tienen la misma fecha de cumpleaños, pero Julia es 8 años menor que Marta.

- a. Determina la edad de Julia, si Marta tuviese las siguientes edades:

Edad de Marta (años)	10	20	30	40	50	60	70
Edad de Julia (años)	2						

- b. Si la edad de Marta se representa con \blacktriangle , ¿cómo se representa la edad de Julia?

2. Juan ahorra \$100 de su salario mensual.

- a. Encuentra el dinero disponible para Juan, si su salario fuese:

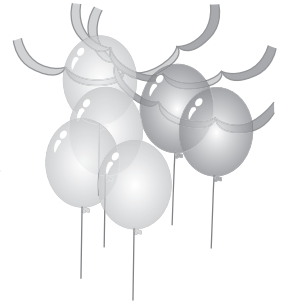
Salario	300	350	400	450	500	550	600	650	700
Dinero disponible									

- b. Si Juan tuviese un salario de \blacksquare dólares, ¿cuánto dinero tendría disponible?

- c. Escribe cuánto dinero disponible tendrá, si el salario de Juan fuese \$480.

1.3 Otras relaciones con dos cantidades

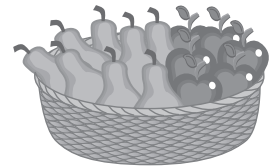
Recuerda



1. En una fiesta hay 6 globos ▲ amarillos más que verdes.
 - a. ¿Cuántos globos amarillos habrán en la fiesta, si hay 10 verdes? ¿Y si hubiesen 12 globos verdes? ¿Y si hubiesen 15?
 - b. Si en la fiesta hubiesen ▲ globos amarillos, ¿cuántos globos verdes habrán?

2. En un canasto hay 11 manzanas menos que peras.
 - a. Encuentra la cantidad de manzanas, si hubiesen las siguientes cantidades de peras:

Cantidad de peras	20	21	22	23	24	25	26
Cantidad de manzanas							



- b. Si la cantidad de peras fuese ■, ¿cuál es la cantidad de manzanas?

Comprende

En la relación de dos cantidades que involucra una resta, el valor constante puede ser el minuendo y el valor que cambia el sustraendo. Por ejemplo, si se compran 9 frutas entre manzanas y naranjas, y la cantidad de manzanas se representa con ▲, entonces la cantidad de naranjas se representa con: $9 - \blacktriangle$.

Resuelve

1. María compra paletas de los sabores fresa y piña. En total compra 15 paletas.
 - a. Determina la cantidad de paletas de piña, si hubiese comprado las siguientes cantidades de paletas de fresa:

Paletas de fresa	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Paletas de piña													

- b. Escribe cómo se representa la cantidad de paletas de piña que compró María, si la cantidad de paletas de fresa se representa con ▲.

2. Carlos compra un rollo de tela, que tiene aproximadamente 109 yardas.
 - a. ¿Cuántas yardas le quedan en el rollo, si utiliza 25?, ¿y si utilizara 50?, ¿y si utilizara 75?

- b. Si Carlos utiliza ■ yardas de tela, ¿cuántas le quedan en el rollo?

1.4 Relación de multiplicación

Recuerda

1. La estatura de Beatriz es 8 cm menos que la de Miguel.
 - a. ¿Cuál es la estatura de Beatriz, si Miguel midiese 160 cm?

 - b. Si la estatura de Miguel fuese \blacktriangle cm, ¿cuál sería la de Beatriz?

2. La suma de las edades de Mario y de Antonio es 35 años.
 - a. Encuentra la edad de Antonio, si Mario tuviese las siguientes edades:

Edad de Mario (años)	28	29	30	31	32	33	34
Edad de Antonio (años)							

- b. Si la edad de Mario es \blacksquare años, ¿cuál es la edad de Antonio?

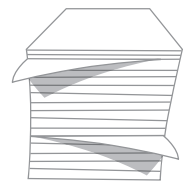
Comprende

Dos cantidades pueden estar relacionadas mediante una multiplicación, cuyo multiplicando (o multiplicador) es un valor constante. Por ejemplo, si un mecánico revisa las 4 llantas de los carros, y la cantidad de carros que llegan a su taller es \blacksquare , entonces el total de llantas revisadas es: $4 \times \blacksquare$.

Resuelve

1. Una resma de papel pesa 2 libras.
 - a. Encuentra el peso total a partir de la cantidad de resmas, en los siguientes casos:

Cantidad de resmas	1	2	3	4	5	6	7
Peso total							



- b. Si la cantidad de resmas se representa con \blacktriangle , ¿cómo se representa el peso total?

2. a. Encuentra la medida del perímetro de un cuadrado a partir de la longitud del lado, en los siguientes casos:

Lado (cm)	1	2	3	4	5	6	7
Perímetro (cm)							

- b. Escribe la medida del perímetro de un cuadrado, cuyo lado mide \blacktriangle cm.

1.5 Expresión de cantidades utilizando la variable x

Recuerda

1. En una clínica pediátrica se ha determinado que en total tienen 123 pacientes, entre niñas y niños.
 - a. Si tuviesen 55 pacientes niñas, ¿cuántos pacientes niños hay? ¿Y si fuesen 83 pacientes niñas?

b. Si en la clínica tuviesen \blacktriangle cantidad de pacientes niñas, ¿cuántos pacientes niños hay?

2. En una bodega hay cierta cantidad de cajas, con 10 libros de Lenguaje cada una.
 - a. Calcula la cantidad total de libros en la bodega, si hubiesen las siguientes cantidades de cajas:

Cantidad de cajas	10	11	12	13	14	15	16
Cantidad total de libros							

b. Si la cajas se representa con \blacktriangle , ¿cómo se representa la cantidad total de libros en la bodega?

Comprende

Para expresar cantidades que varían pueden utilizarse letras como la x en lugar de figuras. A estas letras se les llama **cantidades variables** o simplemente **variables**.

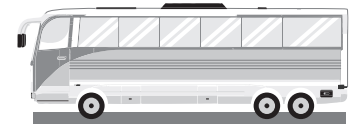
Debes diferenciar entre la “ x ” que representa una variable y la letra “ x ” que utilizamos en la escritura normal. Ten cuidado también cuando escribes el símbolo de multiplicación “ \times ”.



Resuelve

1. Un autobús hace 4 viajes cada día.
 - a. Escribe el **PO** que representa el número de viajes que habrá realizado en x días.

b. ¿Cuántos viajes hará en 8 días?



2. En una pupusería venden 3 pupusas revueltas por \$1, y 2 pupusas de queso por \$1.
 - a. Escribe el **PO** que representa la cantidad de pupusas revueltas que se pueden comprar con x dólares.

b. Escribe el **PO** que representa la cantidad de pupusas de queso que se pueden comprar con x dólares.

c. ¿Cuántas pupusas de queso se pueden comprar con \$5?



1.6 Expresión de suma y resta de variables

Recuerda

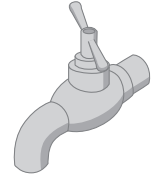
1. Un ciclista viaja a 10 km/h.
 - a. Calcula la distancia recorrida, si hubiese viajado los siguientes tiempos:



Tiempo (h)	1	2	3	4	5
Distancia recorrida (km)					

- b. Si el ciclista viaja durante horas, ¿cuántos kilómetros habrá recorrido?

2. Un grifo deposita en un barril 5 litros cada minuto. Escribe el **PO** que representa la cantidad de litros en el barril, después de transcurrir x minutos.



Comprende

Es común utilizar las letras x y y para representar cantidades variables relacionadas con sumas o restas. Por ejemplo, si la cantidad de niñas en un salón se representa con x y la cantidad de niños con y , entonces la cantidad total de estudiantes en el salón es $x + y$, mientras que la cantidad de niñas que hay más que niños es $x - y$.

Recuerda que, las letras “ x ” y “ y ” que se utilizan como variables son diferentes a las letras “ x ” y “ y ” que utilizamos en la escritura normal.



Resuelve

1. En la biblioteca nacional hay x revistas y y periódicos.
 - a. Escribe el **PO** que representa la cantidad total de revistas y periódicos.
 - b. Si hay más revistas que periódicos, escribe el **PO** que representa cuántas revistas hay más que periódicos.
2. Carlos gastó x dólares en comprar granos básicos y y dólares en comprar frutas y verduras.
 - a. Escribe el **PO** que representa la cantidad de dinero que gastó Carlos.
 - b. Si Carlos gastó más en frutas y verduras que en granos básicos, ¿cuánto más pagó por las frutas y verduras que por los granos básicos?

★Desafíate

La edad de Marta es dos años menos que la edad de Ana, y la edad de Miguel es igual a la suma de las edades de Marta y Ana. Si la edad de Ana se representa por x , ¿cómo se representan las edades de Marta y Miguel?

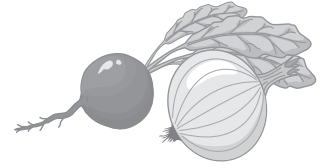
1.7 Expresiones con suma, resta y multiplicación

Recuerda

1. Una camisa cuesta \$7. Si se compran x camisas del mismo tipo, ¿cómo se representa el costo total?



2. Don José sembró cebollas y rábanos en su huerto. En la recolección obtuvo x cebollas y y rábanos.
 - a. Escribe el **PO** que representa la cantidad total de vegetales (entre cebollas y rábanos) que recolectó Don José.
 - b. Si Don José recolectó más rábanos que cebollas, ¿cuántos rábanos tiene más que cebollas?



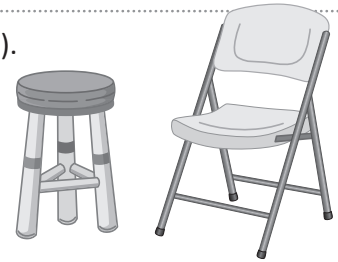
Comprende

En general, las cantidades variables pueden estar relacionadas con operaciones de suma, resta o multiplicación. Además, para representar variables se utilizan letras.

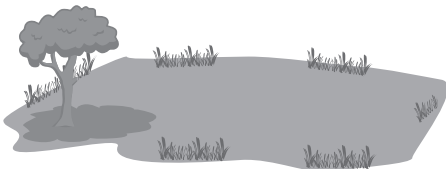
Por ejemplo, si una libra de arroz cuesta x dólares y una libra de frijoles cuesta y dólares, y se compran dos libras de arroz y tres de frijoles, entonces el costo total es: $2 \times x + 3 \times y$ dólares.

Resuelve

1. En un salón para eventos tienen sillas (con 4 patas) y banquillos (con 3 patas). Si hay x sillas y y banquillos, ¿cuántas patas podrías contar en total?



2. Un terreno tiene $x \text{ cm}^2$ de área; dos zonas de $y \text{ cm}^2$ cada una se utiliza para sembrar granos básicos, y en el resto del terreno se mantiene el ganado. ¿Cuál es el área de la zona donde se mantiene el ganado?



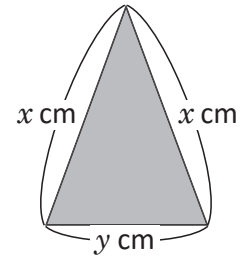
3. Dos jarras contienen x litros de jugo de naranja cada una. Se llenan 9 vasos con y litros de jugo cada uno. ¿Cuántos litros de jugo sobrarán?



1.8 Valor numérico de una expresión

Recuerda

1. A un evento se invitaron un total de x personas, y a cada una de ellas se le entregaría un refrigerio. Si solamente asistieron y invitados, ¿cuántos refrigerios sobraron?
2. En un triángulo isósceles, la longitud de uno de los lados iguales es x cm, mientras que la longitud del lado desigual es y cm. ¿Cómo se representa el perímetro del triángulo?



Comprende

Al sustituir un número en una variable, el resultado obtenido después de realizar las operaciones indicadas se llama **valor numérico de la expresión**.

Resuelve

1. Antonio es 7 años menor que Beatriz, y ambos tienen la misma fecha de cumpleaños.
 - a. Si Beatriz tiene x años, ¿cuántos años tiene Antonio?
 - b. En el contexto del problema, ¿qué significa $x = 20$? ¿Cuál serán las edades de Beatriz y Antonio?

2. Un perro adulto pequeño come una porción diaria de 85 g de alimento seco.
 - a. ¿Cuánto alimento habrá consumido el perro en x días?
 - b. En el contexto del problema, ¿qué significa $x = 7$?



3. David cuenta con x dólares para comprar paletas, las cuáles cuestan y dólares cada una.
 - a. Si compra 5 paletas, ¿cuánto dinero gastará y cuánto le sobrará?
 - b. ¿Qué significa $x = 10$ y $y = 0.5$?



1.9 Igualdades y variables

Recuerda

Julia fue al supermercado a comprar botellas con agua y galones con jugo; el precio de cada botella con agua era \$0.50, mientras que un galón con jugo costaba \$2.

a. Si compró x botellas con agua y y galones con jugo, ¿cuánto dinero gastó?



b. En el contexto del problema, ¿qué significa $x = 10$ y $y = 2$?, ¿cuánto dinero gastó?

Comprende

Cuando dos expresiones con variables representan el mismo valor, se utiliza el símbolo “=” para conectarlas.

Por ejemplo:

$x + 12 = y$, se lee “equis más doce es igual a ye”.

$3 \times x = y$, se lee “tres por equis es igual a ye”.

¿Qué pasaría?

Antonio tiene 14 trompos; de ellos, x son de color rojo y y son de color verde. La relación entre ambas cantidades se puede escribir de las siguientes formas:

$$x + y = 14$$

$$14 - x = y$$

$$14 - y = x$$

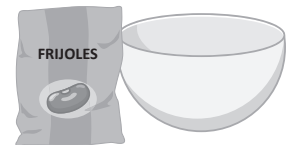
Resuelve

1. Para una fiesta se utilizan globos verdes y amarillos; hay 15 globos verdes menos que amarillos. Representa la relación entre la cantidad de globos amarillos (x) y la cantidad de globos verdes (y).



2. Miguel viaja a 15 km/h en su bicicleta. Representa la relación entre el tiempo en horas (x) y la distancia recorrida (y) en ese tiempo.

3. Pedro tiene un tazón cuyo peso es 4 onzas. Si en el tazón se colocan x onzas de frijoles, ¿cómo se representa el peso total (y)?



4. En una pupusería se preparan pupusas de maíz y de arroz. Si en total se prepararon 30 pupusas, ¿cómo se representa la relación entre la cantidad de pupusas de maíz (x) y la cantidad de pupusas de arroz (y)?

1.10 Autoevaluación de lo aprendido

Resuelve y marca con una "x" la casilla que consideres adecuada de acuerdo a lo que aprendiste. Sé consciente con lo que respondas.

Ítem	Sí	Podría mejorar	No	Comentario
<p>1. Escribo la relación de suma de un valor constante, utilizando figuras o variables:</p> <p>a. El peso total de un canasto con frijoles, si el canasto pesa 1 libra y los frijoles \triangle libras.</p> <p>b. El perímetro de un triángulo isósceles, si sus lados iguales miden 5 cm cada uno, y su lado desigual mide x cm.</p>				
<p>2. Escribo relaciones de resta, utilizando figuras o variables:</p> <p>a. La edad de Mario, si es 27 años menor que su papá, cuya edad es \blacksquare años.</p> <p>b. El número de niñas en un salón, si hay x niños y en total son 20 estudiantes.</p>				
<p>3. Escribo relaciones de multiplicación, usando figuras o variables:</p> <p>a. La cantidad de libros en una librería, si hay 20 estantes con \triangle libros cada uno.</p> <p>b. La cantidad de kilómetros recorridos por Pedro en x horas, si su velocidad es 4 km/h.</p>				
<p>4. Escribo expresiones con suma, resta y multiplicación usando variables:</p> <p>El dinero que debe Julia de una deuda de x dólares, si ha realizado tres pagos de y dólares cada uno.</p>				
<p>5. Calculo el valor numérico de una expresión:</p> <p>El significado de $x = 5$ para el área de un rectángulo de base 9 cm y altura x cm.</p>				
<p>6. Escribo relaciones de igualdad entre variables:</p> <p>La relación entre la cantidad total de palabras (y) que lee un estudiante en x minutos, si en un minuto lee 130 palabras.</p>				

2.1 Números romanos

Comprende

El sistema de numeración romano consta de siete letras mayúsculas:

Letra	I	V	X	L	C	D	M
Número natural	1	5	10	50	100	500	1000

Suelen llamarse simplemente **números romanos**. Para encontrar el número natural equivalente a un número romano, pueden sumarse las cantidades que equivalen a cada símbolo.

Por ejemplo, el número natural equivalente al número romano XXI se encuentra sumando las cantidades que equivalen a cada símbolo: X equivale a 10 y I equivale a 1, XXI \rightarrow 10 + 10 + 1 = 21.

Por lo tanto, XXI equivale al número 21.

¿Sabías que...?

Actualmente, los números romanos se utilizan, en la mayoría de los casos, con valor ordinal para:

- Indicar dinastías en ciertas culturas.
- En las series de papas, emperadores y reyes de igual nombre.
- En la numeración de volúmenes, tomos, capítulos o cualquier otra división de una obra.
- En la denominación de congresos, campeonatos, festivales, etc.
- Para indicar siglos (aquí se utiliza el valor cardinal).

Fuente: <https://goo.gl/2CajdH>

Resuelve

1. En cada caso, escribe el número natural equivalente al número romano:

a. VIII

b. XI

c. XV

d. XXV

2. ¿Cuáles de los siguientes símbolos no representan números romanos? Explica el porqué.

a. IN

b. XX

c. XXXII

d. VJ

2.2 Significado de la posición en los números romanos

Recuerda

Escribe el número natural equivalente al número romano en cada caso:

a. VIII

b. XI

Comprende

En la numeración romana:

- Un número menor colocado a la derecha de otro mayor indica suma.
- Un número menor colocado a la izquierda de uno mayor indica resta.

El símbolo I únicamente puede anteceder a V y X.
 El símbolo X únicamente puede anteceder a L y C.
 El símbolo C únicamente puede anteceder a D y de M.



Por ejemplo, los números naturales equivalentes a los números romanos VI y IV, respectivamente son:

$$VI \rightarrow 5 + 1 = 6$$

$$IV \rightarrow 5 - 1 = 6$$

¿Qué pasaría?

Los siguientes números XV y VX se forman por la composición:

$$XV \rightarrow 10 + 5 = 15$$

$$VX \rightarrow 10 - 5 = 5$$

La segunda representación no es correcta (VX), pues ya existe un símbolo para representar el número 5.

Resuelve

1. Escribe los siguientes números romanos en su equivalente número natural:

a. XIX

b. XXIV

c. XLI

d. XLVI

2. Explica si las siguientes representaciones son correctas:

a. IL

b. VL

2.3 Números naturales y números romanos

Recuerda

1. ¿Cuáles de los siguientes símbolos no representan números romanos? Explica el porqué.

a. UII

b. LI

2. Escribe los siguientes números romanos en su equivalente número natural:

a. LXV

b. XLIX

Comprende

Para encontrar el número romano equivalente a un número natural, se descompone el número natural usando los números 1, 5, 10, 50, 100, 500 o 1,000. En la descomposición, pueden aparecer tanto sumas como restas.

Por ejemplo, los números romanos equivalentes a 23 y 19 respectivamente se encuentran realizando las descomposiciones de la siguiente forma:

$$23 = \boxed{20} + \boxed{3} = \boxed{10 + 10} + \boxed{1 + 1 + 1} \rightarrow \text{XXIII}$$

$$19 = 10 + \boxed{9} = 10 + \boxed{10 - 1} \rightarrow \text{XIX}$$

Resuelve

Escribe, en cada caso, el número romano equivalente al número natural:

a. 26

b. 33

c. 39

d. 42

★Desafíate

¿Cuál es el número romano equivalente a 194?

2.4 Reglas de la numeración romana

Recuerda

- ¿Es correcta la representación de 44 como XXXXIIII? Justifica tu respuesta.
- Escribe en cada caso el número romano equivalente al número natural:
 - 49
 - 57

Comprende

En general, en la numeración romana:

- Los símbolos que se pueden repetir hasta tres veces son I, X, C y M, y los símbolos V, L y D se usan solo una vez, combinados con otros símbolos.
- Un número menor colocado a la derecha de otro mayor indica suma.
- Los números I, X o C, colocados a la izquierda de uno mayor indican resta:
 - El símbolo I únicamente se puede restar de V y de X.
 - El símbolo X únicamente se puede restar de L y C.
 - El símbolo C únicamente se puede restar de D y de M.

Por ejemplo, el número romano XVVV es incorrecto pues el símbolo V solo puede usarse una vez. Además, aparentemente se tendría:

$$XVVV \rightarrow 10 + \boxed{5 + 5} + 5 = 25$$

Lo que se encuentra encerrado en el recuadro es igual a 10 y su símbolo es X; por lo tanto, no tiene sentido escribir 5 + 5.

Resuelve

- Indica qué números cumplen con las reglas de los números romanos, y corrige las representaciones incorrectas:
 - VV
 - XVI
 - ILX
 - CCVX
- ¿Es XXVVII la representación en números romanos de 37? Justifica tu respuesta.

2.5 Autoevaluación de lo aprendido

Resuelve y marca con una "x" la casilla que consideres adecuada de acuerdo a lo que aprendiste. Sé consciente con lo que respondas.

Ítem	Sí	Podría mejorar	No	Comentario
<p>1. Encuentro el número natural equivalente a un número romano:</p> <p>a. XXVIII b. XXXIV</p> <p>c. XLV d. LIII</p>				
<p>2. Identifico si un número romano se encuentra escrito correctamente:</p> <p>a. XIII b. XXXVX</p> <p>c. XC d. VC</p>				
<p>3. Escribo el número romano equivalente a un número natural:</p> <p>a. 17 b. 36</p> <p>c. 43 d. 57</p>				

Problemas de aplicación

1. Los **XIX Juegos Centroamericanos y del Caribe** se desarrollaron en San Salvador, El Salvador, del 19 al 30 de noviembre del año 2002. En estos juegos participaron 31 naciones y alrededor de 4,301 atletas. El principal lugar donde se realizaron varios encuentros fue el Estadio Jorge “Mágico” González.

En el nombre de estos juegos hay un número romano que hace referencia al número de veces que se ha celebrado este evento. ¿Cuántas veces se desarrolló este evento, antes de que El Salvador fuera la sede?



2. Del 21 al 29 de septiembre del 2018 se desarrolló la **XXXIII Olimpiada Iberoamericana de Matemáticas**, en la Rábida (España) y Monte Gordo (Portugal). En ella participan las delegaciones de 26 países, entre ellos: El Salvador, Guatemala, Honduras, Nicaragua, México, Ecuador, Argentina, Perú, Chile, Portugal, España, Angola, entre otros.

En el nombre de esta olimpiada hay un número romano que hace referencia al número de veces que se ha celebrado este evento. ¿Qué número le correspondió a las Olimpiadas que se desarrollaron en septiembre del 2018?

3. Respecto al numeral 2, completa el espacio al lado del logo de cada edición de la Olimpiada Iberoamericana, con el número natural que le corresponde a su respectivo número romano.





Unidad 3

División de fracciones y operaciones combinadas

En esta unidad aprenderás a

- Dividir números naturales entre fracciones
- Dividir fracciones entre fracciones
- Realizar operaciones combinadas con números naturales, números decimales, fracciones y números mixtos
- Desarrollar operaciones combinadas utilizando paréntesis

1.1 Practica lo aprendido

1. Encuentra, en cada caso, el número recíproco:

a. $\frac{4}{7}$

b. $\frac{9}{2}$

c. $\frac{1}{3}$

d. $\frac{2}{5}$

e. $\frac{7}{3}$

f. $\frac{1}{6}$

g. 6

h. $1\frac{2}{3}$

i. $1\frac{1}{2}$

2. Efectúa:

a. $5 \div 1$

b. $12 \div 1$

c. $\frac{1}{4} \div 1$

d. $\frac{2}{7} \div 1$

e. $\frac{8}{5} \div 1$

f. $1\frac{2}{5} \div 1$

3. Escribe en los recuadros los datos faltantes para comprobar la propiedad de la división:

a. $\begin{array}{ccc} 8 & \div & 4 = 2 \\ \downarrow \times \square & & \downarrow \times \square \\ 40 & \div & 20 = 2 \end{array}$

b. $\begin{array}{ccc} 16 & \div & 4 = 4 \\ \downarrow \times 3 & & \downarrow \times 3 \\ \square & \div & \square = \square \end{array}$

c. $\begin{array}{ccc} 48 & \div & 6 = 8 \\ \downarrow \times \frac{1}{6} & & \downarrow \times \frac{1}{6} \\ \square & \div & \square = \square \end{array}$

d. $\begin{array}{ccc} 28 & \div & \square = \square \\ \downarrow \times \square & & \downarrow \times \square \\ 196 & \div & 14 = \square \end{array}$

1.2 División de la unidad entre una fracción unitaria

Recuerda

Efectúa:

a. $\frac{5}{9} \div 5$

b. $\frac{16}{5} \div 4$

c. $\frac{3}{8} \div 2$

d. $\frac{10}{11} \div 7$

Comprende

El resultado de dividir la unidad entre una fracción unitaria es igual al denominador de la fracción.

$$1 \div \frac{1}{d} = d$$

d representa cualquier número natural.

Por ejemplo, $1 \div \frac{1}{7}$:

$$1 \div \frac{1}{7} = 7$$

Resuelve

1. Efectúa:

a. $1 \div \frac{1}{4}$

b. $1 \div \frac{1}{9}$

c. $1 \div \frac{1}{10}$

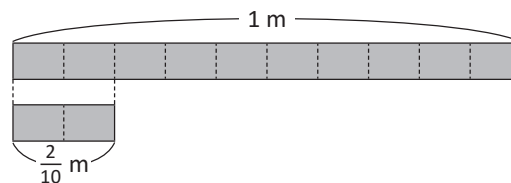
d. $1 \div \frac{1}{15}$

e. $1 \div \frac{1}{25}$

f. $1 \div \frac{1}{45}$

2. Un listón de 1 m de longitud se cortará en listoncitos de $\frac{2}{10}$ m.

a. ¿Cuántos listoncitos se obtendrán? Utiliza la gráfica para encontrar el resultado.



b. Escribe el **PO** y piensa en una forma de calcular el resultado sin usar la gráfica.

1.3 División de la unidad entre una fracción

Recuerda

1. Efectúa:

a. $1 \div \frac{1}{17}$

b. $1 \div \frac{1}{30}$

2. La longitud del lado de un cuadrado es 1 m. Se dividirá en cuadrados más pequeños cuya longitud de lado será $\frac{1}{10}$ m. ¿Cuántos cuadrados de $\frac{1}{10}$ m de lado se obtendrán?

PO: _____

R: _____

Comprende

El resultado de dividir la unidad entre una fracción es igual al recíproco de la fracción.

$$1 \div \frac{c}{d} = \frac{d}{c}$$

c y d representan cualquier número natural.

Por ejemplo, $1 \div \frac{5}{6}$:

$$1 \div \frac{5}{6} = \frac{6}{5}$$

Resuelve

Efectúa:

a. $1 \div \frac{3}{8}$

b. $1 \div \frac{5}{7}$

c. $1 \div \frac{9}{10}$

d. $1 \div \frac{8}{15}$

e. $1 \div \frac{2}{17}$

f. $1 \div \frac{6}{19}$

★Desafíate

Completa cada recuadro según corresponda:

a. $1 \div \boxed{} = \frac{9}{7}$

b. $1 \div \boxed{} = \frac{8}{5}$

c. $1 \div \boxed{} = \frac{12}{11}$

d. $1 \div \boxed{} = \frac{20}{13}$

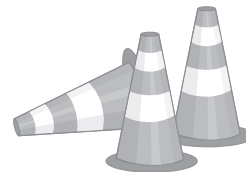
1.4 División de números naturales entre fracciones

Recuerda

1. El Ministerio de Obras Públicas (MOP) realiza trabajos de reparación en un tramo de 1 km de longitud de una calle. Si se colocan conos cada $\frac{1}{250}$ km, ¿cuántos conos se utilizarán?

PO: _____

R: _____



2. Efectúa:

a. $1 \div \frac{7}{11}$

b. $1 \div \frac{13}{16}$

Comprende

Dividir un número natural entre una fracción es igual a multiplicar el número natural por el recíproco de la fracción.

$$a \div \frac{c}{d} = a \times \frac{d}{c}$$

a , c y d representan cualquier número natural.

Recuerda simplificar antes de realizar el cálculo.



Por ejemplo, $9 \div \frac{3}{7}$:

$$\begin{aligned} 9 \div \frac{3}{7} &= 9 \times \frac{7}{3} \\ &= 3 \times 7 \\ &= 21 \end{aligned}$$

Resuelve

1. Efectúa (simplifica cuando sea posible):

a. $2 \div \frac{1}{3}$

b. $3 \div \frac{1}{5}$

c. $4 \div \frac{2}{7}$

d. $9 \div \frac{6}{11}$

e. $10 \div \frac{4}{9}$

f. $12 \div \frac{3}{10}$

2. ¿Cuántos cuadrados de $\frac{1}{2}$ cm de lado caben en un cuadrado de 3 cm?

PO: _____

R: _____

1.5 División de fracciones entre fracciones unitarias

Recuerda

1. Un listón de 1 m de longitud se cortará en listoncitos más pequeños de longitud $\frac{2}{9}$ m cada uno. ¿Cuántos listoncitos completos se obtendrán? ¿Sobraré listón?

2. Efectúa (simplifica cuando sea posible):

a. $6 \div \frac{3}{7}$

b. $14 \div \frac{6}{17}$

Comprende

Dividir una fracción entre una fracción unitaria es igual a multiplicar la fracción por el denominador de la fracción unitaria.

$$\frac{a}{b} \div \frac{1}{d} = \frac{a}{b} \times d$$

a , b y d representan cualquier número natural.

¡Recuerda simplificar antes de realizar el cálculo!



¿Qué pasaría?

¿Cuál es el resultado de $\frac{1}{6} \div \frac{1}{3}$?

$$\begin{aligned} \frac{1}{6} \div \frac{1}{3} &= \frac{1}{6} \times \frac{3}{1} \\ &= \frac{1}{2} \times 1 \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

El resultado de la división de una fracción entre una fracción unitaria puede ser otra fracción.

Resuelve

1. Efectúa (simplifica cuando sea posible):

a. $\frac{1}{3} \div \frac{1}{5}$

b. $\frac{5}{9} \div \frac{1}{3}$

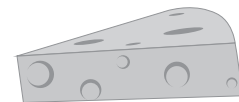
c. $\frac{10}{21} \div \frac{1}{7}$

d. $\frac{9}{16} \div \frac{1}{6}$

2. Juan compró en el mercado $\frac{7}{8}$ lb de queso duro y lo partió en trozos de $\frac{1}{8}$ lb. ¿Cuántos trozos de queso obtuvo Juan?

PO: _____

R: _____



1.6 División de fracciones entre fracciones

Recuerda

Efectúa (simplifica cuando sea posible):

a. $15 \div \frac{12}{11}$

b. $18 \div \frac{9}{13}$

c. $\frac{8}{9} \div \frac{1}{9}$

d. $\frac{5}{14} \div \frac{1}{8}$

Comprende

En general, dividir una fracción entre otra fracción equivale a multiplicar el dividendo por el recíproco del divisor.

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

a , b , c y d representan cualquier número natural.

¡Recuerda simplificar antes de realizar el cálculo!



Por ejemplo, $\frac{4}{7} \div \frac{2}{3}$:

$$\begin{aligned} \frac{4}{7} \div \frac{2}{3} &= \frac{4}{7} \times \frac{3}{2} \\ &= \frac{2 \times 3}{7 \times 1} \\ &= \frac{6}{7} \end{aligned}$$

Resuelve

Efectúa (simplifica cuando sea posible):

a. $\frac{4}{5} \div \frac{2}{9}$

b. $\frac{5}{8} \div \frac{6}{7}$

c. $\frac{7}{12} \div \frac{5}{8}$

d. $\frac{16}{21} \div \frac{8}{9}$

★Desafíate

Un rectángulo de base $\frac{9}{10}$ m y altura $\frac{4}{5}$ m se divide en rectángulos más pequeños de base $\frac{3}{10}$ m y altura $\frac{1}{5}$ m. ¿Cuántos rectángulos pequeños caben en el rectángulo grande?

1.7 División con números mixtos

Recuerda

1. Si $\frac{5}{2}$ m de listón se cortan en listoncitos de $\frac{1}{6}$ m, ¿cuántos listoncitos se obtendrán?

PO: _____

R: _____

2. Efectúa las siguientes divisiones:

a. $\frac{9}{5} \div \frac{3}{7}$

b. $\frac{2}{15} \div \frac{10}{3}$

c. $\frac{16}{21} \div \frac{18}{35}$

Comprende

Para dividir números mixtos, se convierten estos a fracciones impropias, y se utiliza el procedimiento para dividir una fracción entre otra fracción.

Por ejemplo, $2\frac{2}{3} \div 2\frac{2}{5}$:

$$\begin{aligned} 2\frac{2}{3} \div 2\frac{2}{5} &= \frac{8}{3} \div \frac{12}{5} \\ &= \frac{\cancel{8}^2}{3} \times \frac{5}{\cancel{12}_3} \\ &= \frac{2 \times 5}{3 \times 3} \\ &= \frac{10}{9} \left(= 1\frac{1}{9} \right) \end{aligned}$$

Resuelve

1. Efectúa (simplifica cuando sea posible):

a. $1\frac{1}{2} \div \frac{1}{5}$

b. $2\frac{2}{3} \div 1\frac{1}{4}$

c. $2\frac{3}{4} \div 2\frac{1}{6}$

2. En una cafetera se agregan 30 gramos de café a $1\frac{1}{2}$ litros de agua. ¿Cuántos gramos de café deben agregarse a 1 litro de agua?

PO: _____

R: _____



1.8 Relación entre el divisor y el cociente

Recuerda

1. Si $\frac{3}{2}$ gal de sorbete se reparten en porciones de $\frac{1}{4}$ gal, ¿cuántas porciones se obtienen?

PO: _____

R: _____



2. Efectúa (simplifica cuando sea posible):

a. $1\frac{1}{2} \div \frac{1}{5}$

b. $2\frac{2}{3} \div 1\frac{1}{4}$

c. $2\frac{3}{4} \div 2\frac{1}{6}$

Comprende

En una división:

- Cuando el divisor es menor que 1, el resultado es mayor que el dividendo. Por ejemplo:
 $40 \div \frac{1}{4} = 160$ y $160 > 40$
- Cuando el divisor es mayor que 1, el resultado es menor que el dividendo. Por ejemplo:
 $40 \div 1\frac{2}{3} = 24$ y $24 < 40$

Resuelve

1. Estima cuáles de los siguientes cocientes son menores a 70, y cuáles son mayores que 70:

a. $70 \div \frac{8}{3}$

b. $70 \div \frac{1}{8}$

c. $70 \div \frac{2}{7}$

d. $70 \div 2\frac{2}{9}$

e. $70 \div \frac{5}{6}$

f. $70 \div 1\frac{1}{5}$

2. Estima cuáles de los siguientes cocientes son menores a $\frac{6}{7}$ y cuáles son mayores que $\frac{6}{7}$:

a. $\frac{6}{7} \div \frac{10}{13}$

b. $\frac{6}{7} \div 1\frac{2}{3}$

c. $\frac{6}{7} \div \frac{18}{19}$

1.9 Autoevaluación de lo aprendido

Resuelve y marca con una "x" la casilla que consideres adecuada, de acuerdo a lo que aprendiste. Sé consciente con lo que respondas.

Ítem	Sí	Podría mejorar	No	Comentario
1. Realizo divisiones como: a. $1 \div \frac{11}{14}$ b. $15 \div \frac{10}{3}$				
2. Realizo divisiones como: a. $\frac{9}{8} \div \frac{1}{6}$ b. $\frac{25}{18} \div \frac{5}{12}$				
3. Realizo divisiones como: a. $1\frac{2}{5} \div 2\frac{1}{10}$ b. $1\frac{1}{14} \div 1\frac{5}{7}$				
4. Resuelvo situaciones como la siguiente: José compra 5 litros de leche. Si cada mañana bebe $\frac{1}{4}$ litros, ¿para cuántos días le alcanzarán los 5 litros?				

1.10 Autoevaluación de lo aprendido

Resuelve y marca con una "x" la casilla que consideres adecuada, de acuerdo a lo que aprendiste. Sé consciente con lo que respondas.

Ítem	Sí	Podría mejorar	No	Comentario
1. Resuelvo situaciones como la siguiente: de acuerdo con la información nutricional del zumo de naranja, $\frac{1}{10}$ kg de zumo aporta $\frac{1}{125}$ kg de azúcares. ¿Cuántos kilogramos de azúcares aporta 1 kg de zumo de naranja?				
2. Resuelvo situaciones como la siguiente: la altura de un rectángulo mide $\frac{5}{3}$ m y su área es $\frac{35}{18}$ m ² . ¿Cuánto mide la base?				
3. Resuelvo situaciones como la siguiente: el motor de un automóvil emite $2\frac{3}{5}$ kg de dióxido de carbono al quemar $\frac{1}{4}$ gal de gasolina. ¿Cuántos kilogramos de dióxido de carbono emitirá el motor al quemar 1 gal de gasolina?				
4. Determino si el resultado de una división será mayor o menor que el dividendo, como en: a. $1\frac{2}{5} \div 1\frac{1}{11}$ b. $1\frac{2}{5} \div \frac{10}{11}$				

2.1 Suma o resta de fracciones y números decimales, parte 1

Recuerda

1. El área de un rectángulo es $5\frac{1}{2}$ cm². Si la altura mide $2\frac{2}{3}$ cm, ¿cuánto mide la base?

PO: _____

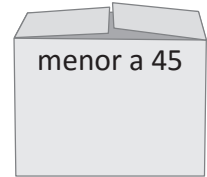
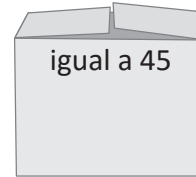
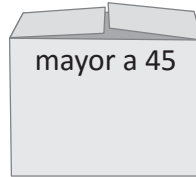
R: _____

2. Escribe en cada caja el cociente cuyo resultado sea el indicado:

$$45 \div \frac{8}{7}$$

$$45 \div \frac{6}{7}$$

$$45 \div \frac{7}{7}$$



Comprende

Para sumar o restar fracciones con números decimales se puede convertir todo a fracción o a número decimal.

Por ejemplo, $\frac{3}{4} - 0.65$:

Convirtiendo a fracción: $0.65 = \frac{13}{20}$

$$\begin{aligned}\frac{3}{4} - 0.65 &= \frac{3}{4} - \frac{13}{20} \\ &= \frac{15}{20} - \frac{13}{20} \\ &= \frac{2}{20} \\ &= \frac{1}{10}\end{aligned}$$

Convirtiendo a decimal: $\frac{3}{4} = 0.75$

$$\begin{aligned}\frac{3}{4} - 0.65 &= 0.75 - 0.65 \\ &= 0.1\end{aligned}$$

Resuelve

1. Efectúa:

a. $0.5 + \frac{1}{2}$

b. $\frac{5}{8} + 1.25$

c. $3.4 - \frac{7}{5}$

d. $1\frac{1}{4} - 0.25$

2. Miguel camina desde su casa a la tienda 10.2 m, luego camina de la tienda a la panadería $5\frac{1}{5}$ m. ¿Cuántos metros caminó en total?

PO: _____

R: _____

Firma de un familiar: _____

2.2 Suma o resta de fracciones y números decimales, parte 2

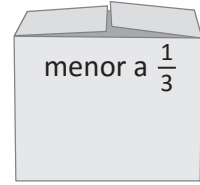
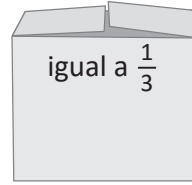
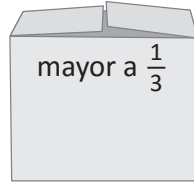
Recuerda

1. Escribe en cada caja el cociente cuyo resultado sea el indicado:

$$\frac{1}{3} \div \frac{5}{5}$$

$$\frac{1}{3} \div \frac{9}{5}$$

$$\frac{1}{3} \div \frac{2}{5}$$



2. Efectúa:

a. $0.6 + \frac{7}{5}$

b. $2\frac{4}{5} - 2.5$

Comprende

Si se suman o restan fracciones y el número decimal que corresponde a una fracción no es exacto entonces se escriben los decimales como fracciones.



Recuerda que cuando redondeamos perdemos exactitud en la respuesta.

Por ejemplo, $\frac{1}{6} - 0.1$:

$$\frac{1}{6} = 0.1666\dots$$

Así que es mejor convertir a fracción:

$$0.1 = \frac{1}{10}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{6} - 0.1 &= \frac{1}{6} - \frac{1}{10} \\ &= \frac{5}{30} - \frac{3}{30} \\ &= \frac{2}{30} \\ &= \frac{1}{15} \end{aligned}$$

Resuelve

1. Efectúa:

a. $\frac{1}{3} + 0.2$

b. $1.75 - \frac{5}{6}$

c. $1.5 + \frac{2}{9}$

d. $1\frac{5}{6} - 1.4$

2. Mario y Beatriz entrenan dos veces al día para participar en los Juegos Centroamericanos y del Caribe. En el primer entrenamiento deben correr $2\frac{2}{3}$ km y en el segundo 1.6 km. ¿Cuántos kilómetros recorren en total?

PO: _____

R: _____



2.3 Multiplicación o división de fracciones y números decimales

Recuerda

1. Marta compró una mochila cuyo precio era 12.50 dólares. Si llevaba $15\frac{1}{2}$ dólares para gastar, ¿cuánto dinero le sobró?



PO: _____

R: _____

2. Carlos y Ana están reciclando papel para recaudar fondos. Carlos reúne $\frac{5}{6}$ lb y Ana 1.25 lb ¿Cuántas libras reunieron en total?

PO: _____

R: _____



Comprende

Para multiplicar o dividir fracciones y números decimales se realiza lo siguiente:

- ① Se convierten los números decimales y mixtos a fracciones propias o impropias.
- ② Se efectúa la multiplicación o división (simplificar si es posible).

Resuelve

Efectúa:

a. $\frac{10}{21} \times 0.7$

b. $0.9 \div \frac{15}{8}$

c. $1\frac{1}{4} \div 0.65$

d. $2.5 \times \frac{7}{20}$

★Desafíate

Un panadero compra 7 sacos con harina y cada saco contiene $1\frac{1}{4}$ lb. Si cada libra de harina cuesta 0.80 centavos, ¿qué cantidad ha gastado en los 7 sacos?

PO: _____

R: _____



Firma de un familiar: _____

2.4 Combinación de multiplicación y división

Recuerda

1. Carlos preparó $2\frac{2}{9}$ litros de jugo de naranja. Si su hermana bebió 0.75 litros, ¿qué cantidad de jugo quedó?

PO: _____

R: _____



2. Efectúa:

a. $\frac{5}{8} \div 0.5$

b. $2.8 \times \frac{5}{12}$

Comprende

En operaciones combinadas de multiplicación y división con números decimales y fracciones:

- ① Se convierten los números decimales a fracciones.
- ② Las divisiones se escriben como multiplicación (por el recíproco), y se simplifica si es posible.
- ③ Se efectúa la multiplicación de izquierda a derecha.

Por ejemplo, $\frac{2}{9} \div \frac{11}{6} \div 0.4$:

$$\begin{aligned} 0.4 &= \frac{\cancel{4}}{\cancel{10}_5} = \frac{2}{5} \longrightarrow \frac{2}{9} \div \frac{11}{6} \div 0.4 = \frac{2}{9} \div \frac{11}{6} \div \frac{2}{5} \\ \frac{2}{9} \div \frac{11}{6} \div \frac{2}{5} &= \frac{2}{9} \times \frac{6}{11} \times \frac{5}{2} \\ &= \frac{1}{3} \times \frac{2}{11} \times 5 \\ &= \frac{10}{33} \end{aligned}$$

Resuelve

Efectúa las siguientes operaciones:

a. $6 \times 0.5 \div \frac{3}{4}$

b. $\frac{4}{5} \times 0.25 \div \frac{2}{7}$

c. $0.9 \div 1\frac{1}{5} \times 0.12$

d. $3.5 \div 1.25 \div 0.3$

2.5 Operaciones combinadas

Recuerda

1. En una fiesta se reparten 12.6 litros de horchata en vasos iguales de $\frac{21}{80}$ litros de capacidad. ¿Cuántos vasos con horchata se obtendrán?

PO: _____

R: _____



2. Efectúa las siguientes operaciones:

a. $0.25 \div 1\frac{1}{4} \times \frac{5}{6}$

b. $0.04 \div 0.8 \div 1.2$

Comprende

Para efectuar operaciones combinadas (suma, resta, multiplicación y división) que involucran números decimales, mixtos y fracciones, se realiza lo siguiente:

- ① Se convierten los números naturales, decimales y mixtos a fracción.
- ② Se efectúan las multiplicaciones y divisiones (simplificar si es posible).
- ③ Por último, realizar las sumas y restas de izquierda a derecha.

En el paso ① se omite convertir a fracción aquellos números naturales que no participan en ninguna multiplicación o división. En el paso ③ será necesario convertir los números naturales a fracción sólo si hay restas que realizar.



Por ejemplo $\frac{3}{4} \div 1.5 + 1$:

$$\begin{aligned}\frac{3}{4} \div 1.5 + 1 &= \frac{3}{4} \div \frac{3}{2} + 1 \\ &= \frac{\cancel{3}}{4} \times \frac{2}{\cancel{3}} + 1 \\ &= \frac{1}{2} + 1 \\ &= 1\frac{1}{2}\end{aligned}$$

Resuelve

Efectúa las siguientes operaciones:

a. $1.8 \div 0.7 + \frac{3}{7}$

b. $5 - 2.7 \times 1\frac{2}{3}$

c. $\frac{4}{9} \times 0.3 \div 0.4 + 6$

d. $2\frac{1}{3} \times 1.2 - 3.3 \div 1.5$

2.6 Operaciones con paréntesis

Recuerda

1. En el mercado, 1 libra de maíz cuesta \$0.25; si para una semana Juan gastó \$22.75 dólares en maíz, ¿cuántas libras utilizó cada día de la semana?

PO: _____

R: _____



2. Efectúa las siguientes operaciones:

a. $2.5 - \frac{7}{16} \div \frac{7}{8}$

b. $\frac{14}{15} \div 2\frac{1}{3} + \frac{9}{20} \times 4$

Comprende

En operaciones combinadas que incluyan paréntesis:

- ① Se convierten todos los números decimales y mixtos a fracción.
- ② Se realiza la operación dentro del paréntesis. Cuando se tiene el resultado, los paréntesis se quitan.
- ③ Se efectúan las multiplicaciones y divisiones (simplificar si es posible).
- ④ Se realizan las sumas y restas de izquierda a derecha. Si en este paso hay números naturales, convertirlos a fracción, solo si hay restas que realizar.

Por ejemplo:

$$\begin{aligned} 0.3 + \left(1\frac{1}{4} - 1\right) \div \frac{5}{2} &= \frac{3}{10} + \frac{1}{4} \div \frac{5}{2} \\ &= \frac{3}{10} + \frac{1}{\cancel{4}^2} \times \frac{2}{5} \\ &= \frac{3}{10} + \frac{1}{10} \\ &= \frac{\cancel{2}^2}{\cancel{10}^5} \\ &= \frac{2}{5} \end{aligned}$$

Resuelve

Efectúa las siguientes operaciones:

a. $\frac{6}{35} \div \left(\frac{9}{7} - \frac{2}{7}\right) \times 14$

b. $7.8 - 1\frac{1}{3} \times \left(0.8 - \frac{1}{5}\right)$

c. $1\frac{5}{6} - \left(1\frac{1}{2} - 0.5\right) \div 0.75$

d. $3.4 + \left(\frac{5}{6} + \frac{2}{3}\right) \times 2.4$

2.7 Operaciones con varios paréntesis

Recuerda

1. Miguel quiere comprar una bicicleta. Tiene \$12.5 y ahorra $\$1\frac{1}{2}$ durante 9 días. ¿Qué cantidad de dinero tendrá para comprar la bicicleta?

PO: _____

R: _____



2. Carmen ahorró \$0.75 los días lunes y $\$ \frac{5}{6}$ los días viernes durante 6 semanas. Si al comprar un libro gastó \$8.25, ¿cuánto dinero le sobró?



PO: _____

R: _____

Comprende

Así como en la clase anterior, en operaciones combinadas (suma, resta, multiplicación o división) con números naturales, decimales o fracciones que incluyen paréntesis, se realiza lo siguiente:

- ① Se convierten todos los números decimales y mixtos a fracción.
- ② Se realizan las operaciones dentro de los paréntesis.
- ③ Se efectúan las multiplicaciones y divisiones (se simplifica si es posible).
- ④ Se realizan las sumas y restas de izquierda a derecha. Si en este paso hay números naturales, convertirlos a fracción, solo si hay restas que realizar.

Resuelve

Efectúa las siguientes operaciones:

a. $(0.75 - \frac{1}{6}) \div (\frac{1}{3} + 0.5)$

b. $(3 + 0.2) \times (2.25 - 1\frac{3}{4}) + 2\frac{1}{5}$

c. $3 + \frac{14}{25} \div (1.6 - \frac{1}{5}) \div (0.9 - \frac{1}{5})$

d. $\frac{8}{21} \times (\frac{1}{8} + 0.75) \div (\frac{5}{6} + 1.5) + 1$

2.8 Autoevaluación de lo aprendido

Resuelve y marca con una "x" la casilla que consideres adecuada, de acuerdo a lo que aprendiste. Sé consciente con lo que respondas.

Ítem	Sí	Podría mejorar	No	Comentario
1. Realizo sumas o restas de fracciones y números decimales: a. $\frac{7}{6} + 0.3$ b. $4.3 - 1\frac{1}{10}$				
2. Realizo multiplicaciones o divisiones de fracciones y números decimales: a. $0.8 \times 1\frac{1}{8}$ b. $\frac{18}{35} \div 1.05$				
3. Realizo operaciones como: $33 \div 5.5 \div 0.3$				
4. Realizo operaciones como: $1\frac{1}{4} + 1.75 \times \frac{2}{7}$				
5. Realizo operaciones como: $\frac{21}{25} \div (0.8 + 1\frac{3}{10}) \div 1.5$				
6. Resuelvo situaciones como la siguiente: un barril contiene 10.5 litros de agua; si se agregan $2\frac{1}{2}$ litros más, ¿cuántos litros de agua hay en el barril?				
7. Resuelvo situaciones como la siguiente: un automóvil consume $\frac{5}{12}$ galones de gasolina por cada kilómetro recorrido. ¿Cuántos galones de gasolina consumirá si recorre 12.2 km?				
8. Resuelvo situaciones como la siguiente: Julia compra $3\frac{3}{8}$ libras de harina para hacer 9 pastelitos. Si cada libra cuesta \$0.80, ¿cuál es el costo de la harina por pastelito?				

Problemas de aplicación

1. El fruto de la palmera cocotera tiene forma y tamaño parecido a un melón. Es un fruto seco (es decir que no posee una textura blanda cuando está maduro) cuya parte comestible se llama pulpa. Esta pulpa es aceitosa, aromática y tiene color blanco, y es lo que comúnmente llamamos simplemente “coco”.



Este fruto aporta agua, calorías, carbohidratos, proteínas y grasas. Por cada 100 gramos, el coco tiene:

Nutriente	Contenido (en gramos)
agua	$\frac{23}{50}$
carbohidratos	$\frac{3}{20}$
proteínas	$\frac{1}{25}$
grasas	$\frac{17}{50}$

Cuadro de datos basado en la información nutricional del coco, en: www.botanical-online.com

- a. ¿Cuántos gramos de cada nutriente aportan 350 gramos de coco?
- b. Al consumir determinada cantidad de coco, Carlos obtuvo 0.09 gramos de proteína. ¿Cuántos gramos de coco comió Carlos?
- c. Investiga otros alimentos derivados del coco y la cantidad de nutrientes que aporta cada uno de ellos.

Problemas de aplicación

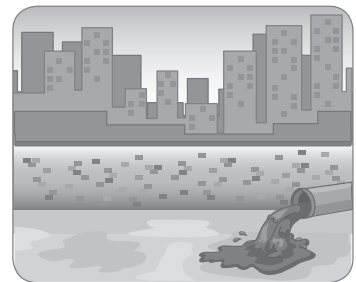
2. Los lubricantes para motores evitan que las piezas metálicas entren en contacto, es decir, previenen el roce entre ellas y que se desgasten dentro del motor. Sin embargo, los lubricantes llevan incorporadas sustancias altamente contaminantes como restos de gasolina, polvo, partículas metálicas, etc.



Se ha calculado que 1 litro de lubricante usado y vertido en el sistema de tuberías puede contaminar $\frac{5}{6}$ millones de litros de agua dulce. Esta cantidad de agua, también, es la que corresponde a la necesidad anual de líquidos que se recomiendan para 10 personas.

Datos basados en el Estudio sobre el Mercado Potencial del Reciclaje en El Salvador, en: www.marn.gob.sv

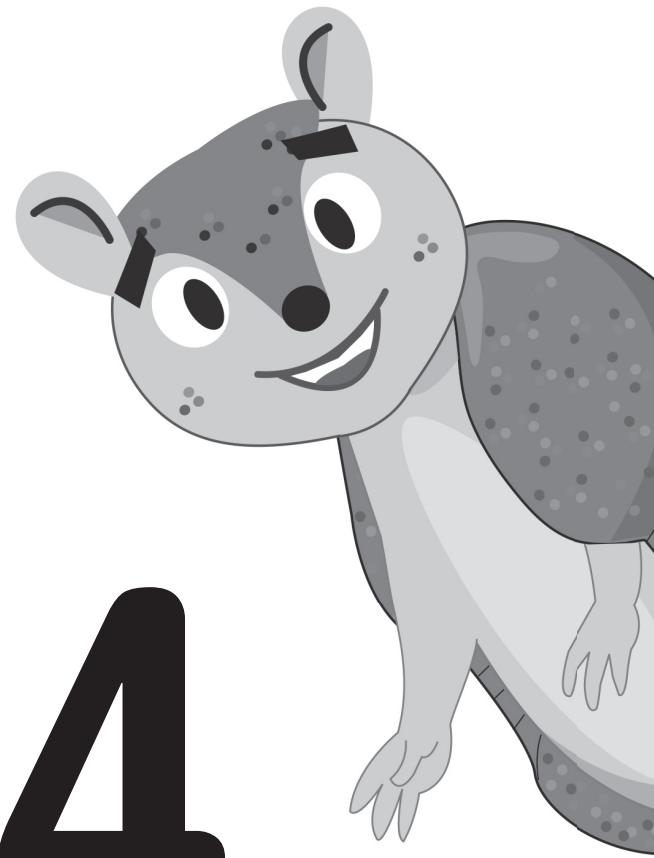
- a. Una persona derrama cierta cantidad de litros de lubricante usado en las tuberías, y debido a eso podrían contaminarse 3 millones de litros de agua dulce. ¿Qué cantidad de litros de lubricante derramó?



- b. ¿Cuántas personas se verán afectadas por el derrame anterior?

- c. El agua es un recurso natural indispensable para el ser humano. Investiga qué acciones puede tomar la comunidad donde vives para evitar contaminar el agua con lubricante usado.





Unidad 4

Razones y porcentajes

En esta unidad aprenderás a

- Determinar la razón entre dos cantidades
- Calcular el valor de la razón
- Utilizar diferentes notaciones para expresar razones
- Resolver problemas que involucran el cálculo de porcentajes

1.1 Comparación entre cantidades: cantidad de veces

Comprende

Una cantidad de veces también es una comparación entre cantidades, a través del cociente entre estas; puede ser un número natural, un número decimal o una fracción.

La cantidad de veces que es una cantidad con respecto a otra se calcula:

$$\text{cantidad de veces} = \text{cantidad a comparar} \div \text{cantidad base}$$

Resuelve

1. María ha calculado que con 10 litros de leche puede elaborar 3.25 libras de queso de capita. También, con 10 litros de leche, puede elaborar 3 libras de queso fresco. ¿Cuántas veces es la cantidad de libras de queso de capita que se elaboran con 10 litros de leche, con respecto a la cantidad de libras de queso fresco?

PO: _____

R: _____



2. Carlos compró una licuadora que le costó \$40, y la revendió a \$45. ¿Cuántas veces es el precio original de la licuadora con respecto al precio de reventa?



PO: _____

R: _____

3. En una tienda se venden 3 litros de jugo de piña y 9 litros de jugo de naranja. ¿Cuánta veces es la cantidad de jugo de naranja con respecto a la de jugo de piña?

PO: _____

R: _____



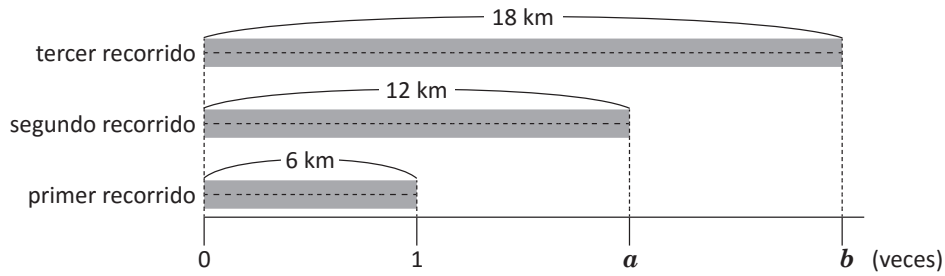
★Desafiate

La estatura de Juan es 1.08 veces la de Ana, mientras que la estatura de Carlos es 1.05 veces la de Juan. ¿Cuántas veces es la estatura de Carlos con respecto a la de Ana? Justifica tu respuesta.

1.2 Cálculo de la cantidad a comparar

Recuerda

En una carrera se hacen tres recorridos; el primero de 6 km, el segundo de 12 km y el último de 18 km.



a. ¿Cuántas veces es el segundo recorrido con respecto al primero?

PO: _____

R: _____

b. ¿Cuántas veces es el tercer recorrido con respecto al primero?

PO: _____

R: _____

Comprende

Cuando se conoce la cantidad base y la cantidad de veces, entonces la cantidad a comparar se calcula:

$$\text{cantidad a comparar} = \text{cantidad base} \times \text{cantidad de veces}$$

Resuelve

1. Un foco incandescente tiene una potencia de 60 W, mientras que un foco de bajo consumo tiene una potencia de 0.2 veces la del foco incandescente. ¿Cuál es la potencia del foco de bajo consumo?



PO: _____

R: _____

2. Miguel y José trabajan en la misma empresa; José vive a 2 km de ella y la distancia a la que vive Miguel de la empresa es 5.5 veces la distancia a la que vive José. ¿A cuántos kilómetros vive Miguel de la empresa?

PO: _____

R: _____

Firma de un familiar: _____

1.3 Cálculo de la cantidad base

Recuerda

1. Para asistir a la escuela, Antonio camina 6 km, mientras que Carmen camina 2 km. ¿Cuántas veces es la distancia que recorre Antonio con respecto a la de Carmen?

PO: _____

R: _____

2. Un agricultor siembra arroz en 5 manzanas de su terreno. Si el área que destina para sembrar frijol es 1.2 veces el área para sembrar arroz, ¿cuántas manzanas tiene la parte donde siembra frijol?

PO: _____

R: _____



Comprende

Cuando se conoce la cantidad a comparar y la cantidad de veces, entonces la cantidad base se calcula:

$$\text{cantidad base} = \text{cantidad a comparar} \div \text{cantidad de veces}$$

Por ejemplo, si Carmen recorrió 9 km y esto es 1.5 veces lo que recorrió Antonio entonces, los 9 km recorridos por Carmen corresponden a la cantidad a comparar y la cantidad de veces es 1.5. Así, lo recorrido por Antonio es la cantidad base y puede calcularse realizando:

$$9 \div 1.5 = 6$$

Por lo tanto, Antonio recorrió 6 km.

Resuelve

1. En un municipio, la cantidad total de basura es 1.8 veces la cantidad de material reciclable. Si en total se producen 9 toneladas de basura, ¿cuántas toneladas de material reciclable se producen?

PO: _____

R: _____



2. Una terreno cuenta con una zona de reforestación. Si el área de la zona de reforestación mide 10 ha, y esto es 0.7 veces el área total del terreno, ¿cuántas hectáreas tiene el terreno?



PO: _____

R: _____

1.4 Razón y valor de razón

Recuerda

1. La longitud de una vara de madera es 4 m. Si la longitud de una vara de acero es 1.25 veces la de una vara de madera, ¿cuánto mide la vara de acero?

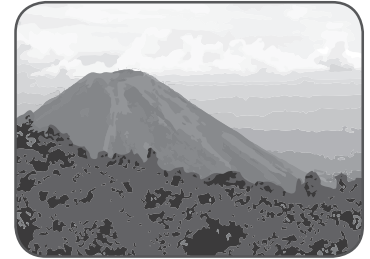
PO: _____

R: _____

2. La altura (sobre el nivel del mar) del volcán de Izalco es aproximadamente 1.6 veces la del volcán de Conchagua. Si la altura del volcán de Izalco es 1,950 m sobre el nivel del mar, ¿cuál es la del volcán de Conchagua?

PO: _____

R: _____



Comprende

En general, a la comparación entre dos cantidades, utilizando el cociente entre ellas se le llama **razón**. Si se tienen dos cantidades a y b , la **razón entre a y b** (en ese orden) se representa como $a : b$.

Al número que resulta de calcular el cociente $a \div b$ se le llama **valor de la razón**, este puede ser un número natural, un número decimal o una fracción (si se escribe como $\frac{a}{b}$).

Cuando las cantidades que se comparan tienen la misma unidad, entonces el valor de la razón indica la cantidad de veces que es una, respecto a la otra.

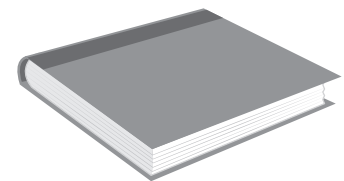


Resuelve

1. Mario compró 2 litros de leche y Beatriz compró 3 litros. Escribe la razón entre la cantidad de litros de leche comprada por Mario y la cantidad comprada por Beatriz, y calcula el valor de la razón. ¿Cómo interpretas este resultado utilizando la cantidad de veces?



2. Carlos ha leído 26 páginas de un libro, mientras Marta ha leído 20 páginas del mismo libro. Escribe la razón entre la cantidad de páginas leídas por Carlos y las leídas por Marta, y calcula el valor de la razón. ¿Qué interpretación tiene este resultado usando la cantidad de veces?



Firma de un familiar: _____

1.5 Razón entre cantidades heterogéneas

Recuerda

1. La altura de un rectángulo es 0.45 veces la base del mismo. Si la altura mide 18 cm, ¿cuánto mide la base?

PO: _____

R: _____



2. En una hora, la máquina A elaboró 12 llaves y la máquina B elaboró 10. Escribe la razón entre la cantidad de llaves elaboradas por la máquina A y las elaboradas por la máquina B. Calcula el valor de la razón. Interpreta este resultado usando la cantidad de veces.



Comprende

Las cantidades que se comparan en una razón también pueden estar en diferentes unidades de medida. Cuando las unidades de la cantidad a y la cantidad b son diferentes, el valor de la razón $a : b$ indica cuántas unidades hay de la cantidad a por cada unidad de la cantidad b , es decir, cuántos elementos hay de a por cada unidad de b (cantidad por unidad).

Por ejemplo, si Miguel recorrió 33 m en 6 segundos entonces, la razón entre los metros recorridos y el tiempo es $33 : 6$, mientras que el valor de la razón es $33 \div 6 = 5.5$; esto indica que Miguel recorrió 5.5 metros por cada segundo.

Resuelve

1. Una persona adulta realiza 200 flexiones en 5 minutos.
 - a. Escribe la razón entre la cantidad de flexiones y el tiempo en minutos, y calcula el valor de la razón.
 - b. ¿Cómo se interpreta el resultado del literal a.?
2. Para un experimento de Ciencias, Ana disuelve 15 g de bicarbonato de sodio en 500 ml de agua.
 - a. Escribe la razón entre la cantidad de gramos de bicarbonato y la cantidad de mililitros de agua utilizados por Ana, y calcula el valor de la razón.
 - b. ¿Cómo se interpreta el resultado del literal a.?



1.6 Antecedente y consecuente

Recuerda

1. El precio de un pantalón es \$40, mientras que el de un vestido es \$20. Escribe la razón entre el precio del pantalón y el precio del vestido, y calcula el valor de la razón. ¿Qué interpretación tiene este resultado usando la cantidad de veces?
2. En una tienda se vendieron 12 lb de azúcar el día lunes y 15 lb de azúcar el martes.
 - a. Escribe la razón entre la cantidad de libras de azúcar vendida el lunes y la cantidad vendida el martes, y calcula el valor de la razón.



b. ¿Cómo se interpreta el resultado del literal a.?

Comprende

En una razón $a : b$, a la cantidad a se le llama antecedente y a la cantidad b se le llama consecuente. Además, se cumple que:

$$\text{antecedente} = \text{consecuente} \times \text{valor de la razón}$$



Observa que, calcular el antecedente es similar a calcular la cantidad a comparar:

$$\text{cantidad a comparar} = \frac{\text{cantidad}}{\text{base}} \times \text{cantidad de veces}$$

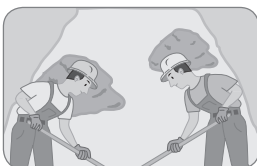
En lugar de la cantidad base se escribe el consecuente, y en lugar de la cantidad de veces se escribe el valor de la razón.

Resuelve

1. José elabora jabones artesanales, y para la mezcla utiliza una razón entre cucharadas de aceite de oliva y cucharadas de esencia de jazmín de 3 : 4. Si para una mezcla utilizó 12 cucharadas de esencia de jazmín, ¿cuántas utilizó de aceite de oliva?



2. Un grupo de trabajadores pavimentan una carretera. La razón entre el tiempo (en horas) y la longitud del tramo pavimentado (en metros) es 6 : 625. Si los trabajadores pavimentaron un tramo de 1,000 m de longitud, ¿cuántas horas se tardaron?



Firma de un familiar: _____

1.7 Cálculo del consecuente

Recuerda

1. En un evento internacional se encuentra la bandera de Japón, cuyas dimensiones son 6 m de alto y 9 metros de largo. Escribe la razón entre la longitud del alto de la bandera y la longitud del largo, calcula el valor de la razón e interpreta este resultado usando la cantidad de veces.



2. El cacao soluble en polvo es el que se añade a la leche para darle un sabor a chocolate. Se estima que la razón entre la cantidad de cucharaditas de cacao soluble y gramos de azúcar que aporta es 2 : 15. Para 45 g de azúcar, ¿cuántas cucharaditas de cacao soluble se utilizaron?



Comprende

En una razón se cumple que:

$$\text{consecuente} = \text{antecedente} \div \text{valor de la razón}$$

Calcular el consecuente es similar a calcular la cantidad base:

$$\text{cantidad base} = \frac{\text{cantidad a comparar}}{\text{cantidad de veces}}$$

En lugar de la cantidad a comparar se escribe el antecedente; y en lugar de la cantidad de veces se escribe el valor de la razón.



Resuelve

1. En cada caso, calcula el consecuente:

a. Antecedente = 15, valor de la razón = $\frac{5}{3}$

b. Antecedente = 7, valor de la razón = $\frac{1}{4}$

c. Antecedente = 16, valor de la razón = 4

d. Antecedente = 9, valor de la razón = $\frac{3}{11}$

2. Un estudio determinó que la razón entre mililitros de refresco de cola y gramos de azúcar aportados es 10 : 1; ¿cuántos gramos de azúcar aporta una bebida de cola de 550 ml?



1.8 Autoevaluación de lo aprendido

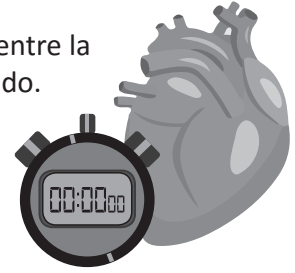
Resuelve y marca con una "x" la casilla que consideres adecuada, de acuerdo a lo que aprendiste. Sé consciente con lo que respondas.

Ítem	Sí	Podría mejorar	No	Comentario
1. Calculo la cantidad de veces que es una cantidad con respecto a otra, por ejemplo: La cantidad de veces que es la estatura de Miguel (166 cm) con respecto a la de Julia (158 cm).				
2. Calculo la cantidad a comparar, por ejemplo: La capacidad en litros de una botella, si es 3 veces la de una taza de $\frac{1}{4}$ litros.				
3. Calculo la cantidad base: La cantidad de libros recolectados por Beatriz, si Mario recolectó 20 libros que corresponden a 0.8 veces lo que recolectó Beatriz.				
4. Calculo el valor de una razón e interpreto el resultado como cantidad de veces, por ejemplo: La razón entre el peso de un perro recién nacido (400 g) y el peso luego de 4 semanas (3,200 g).				
5. Calculo el valor de una razón e interpreto el resultado como cantidad por unidad, por ejemplo: La razón entre la distancia recorrida por un automóvil (302 km) y el tiempo que tardó en recorrerla (5 horas).				
6. Calculo el antecedente de una razón usando el consecuente y el valor de la razón, por ejemplo: a. Consecuente = 10, valor de la razón = $\frac{3}{5}$ b. Consecuente = 22, valor de la razón = $\frac{7}{2}$				
7. Calculo el consecuente de una razón usando el antecedente y el valor de la razón, por ejemplo: a. Antecedente = 16, valor de la razón = $\frac{4}{3}$ b. Antecedente = 8, valor de la razón = $\frac{1}{5}$				

2.1 Tanto por ciento o porcentaje

Recuerda

Carmen estima que su corazón realiza 72 latidos en 60 segundos. Escribe la razón entre la cantidad de latidos y el tiempo, calcula el valor de la razón e interpreta este resultado.



Comprende

El **tanto por ciento** o **porcentaje** se obtiene multiplicando el valor de una razón por 100, es decir:

$$\text{porcentaje} = \text{valor de razón} \times 100$$

Al final del número que indica el porcentaje, se escribe el símbolo “%”. Por ejemplo, si el valor de la razón entre el número de goles y el número de intentos (en el primer entrenamiento) se multiplica por 100, se obtiene:

$$\text{porcentaje} = 0.5 \times 100 = 50$$

Se escribe “50 %” y se lee “cincuenta por ciento”. Este número indica que se aciertan 50 de cada 100 intentos.

Resuelve

La tabla muestra las cantidades de arreglos florales vendidos en una tienda y los elaborados, de cada tipo:

Arreglo floral (tipo)	Vendidos	Elaborados
lirios	10	25
rosas	12	24
margaritas	6	15

a. Para cada tipo de arreglo, encuentra la razón entre las cantidades de arreglos vendidos y los elaborados.



b. ¿Qué porcentaje de arreglos se vendió, según cada tipo?, ¿cómo se interpretan estos resultados?



c. Entre los arreglos de lirios y rosas, ¿cuál tiene el mayor porcentaje de venta?



2.2 Relación entre razones y porcentajes

Recuerda

Una prueba tiene un puntaje máximo de 15 puntos. Un estudiante obtiene 10 de los 15 puntos.

a. Determina la razón entre la cantidad de puntos obtenidos por el estudiante y el puntaje máximo de la prueba.

b. ¿Qué porcentaje de la prueba obtuvo el estudiante?



Comprende

En general:

- Al multiplicar por 100 el valor de razón, se obtiene el porcentaje:

$$\text{porcentaje} = \text{valor de razón} \times 100$$

- Al dividir entre 100 el porcentaje, se obtiene el valor de la razón:

$$\text{valor de razón} = \text{porcentaje} \div 100$$

Por ejemplo:

- El porcentaje que representa el valor de razón 0.35 es:

$$0.35 \times 100 = 35, \text{ es decir, } 35 \%$$

- El valor de razón que corresponde al 95 % es:

$$95 \div 100 = 0.95$$

Resuelve

1. Encuentra el porcentaje que representan los siguientes valores de razones:

a. 0.05

b. 0.23

c. 0.32

d. 0.5

2. Encuentra el valor de la razón que corresponde a cada uno de los siguientes porcentajes:

a. 12 %

b. 1 %

c. 70 %

d. 85 %

★Desafíate

Si el valor de razón es 1.2:

a. ¿Cuál es el porcentaje correspondiente?

b. ¿Cómo interpretas este porcentaje, de acuerdo a las cantidades que se comparan (antecedente y consecuente)?

2.3 Porcentajes mayores al 100 %

Recuerda

- Una empresa fabrica 250 computadoras de las cuáles, 20 salieron defectuosas.
 - Calcula la razón entre la cantidad de computadoras defectuosas y las fabricadas por la empresa.



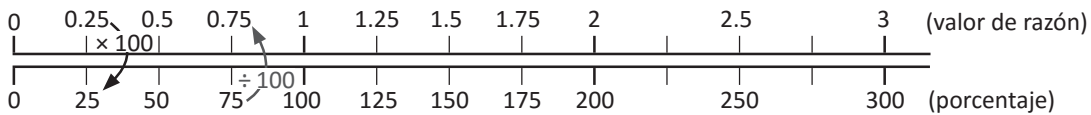
- ¿Qué porcentaje de computadoras resultaron defectuosas?, ¿cómo interpretas esta información?

- Une con una línea el valor de razón con el porcentaje correspondiente:

0.67	0.29	0.15	0.07
29 %	7 %	15 %	67 %

Comprende

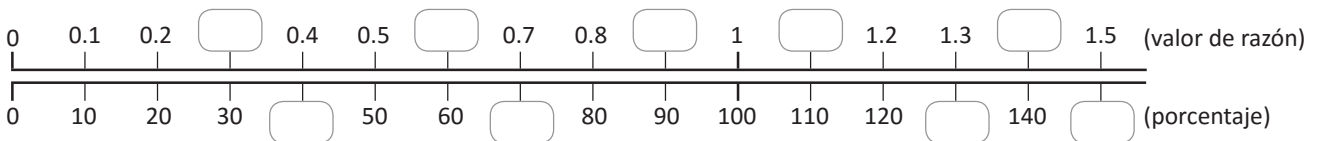
Cuando el antecedente es mayor que el consecuente, el porcentaje que se obtiene es mayor al 100 %. Esto se debe a que el valor de la razón es mayor que 1. La siguiente gráfica muestra algunas relaciones entre el valor de la razón y el porcentaje correspondiente:



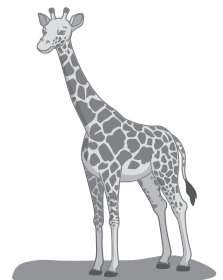
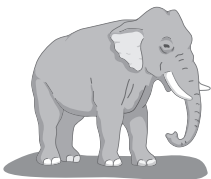
Por ejemplo, el valor de razón 0.75 corresponde al 75 %, y el valor de razón 1.25 corresponde al 125 %.

Resuelve

- Completa los recuadros de razón o porcentajes faltantes en el gráfico:



- El periodo de gestación de un elefante es de 24 meses, mientras que el de una jirafa es de 15 meses. ¿Cuál es el porcentaje de meses de gestación del elefante con respecto a la jirafa?



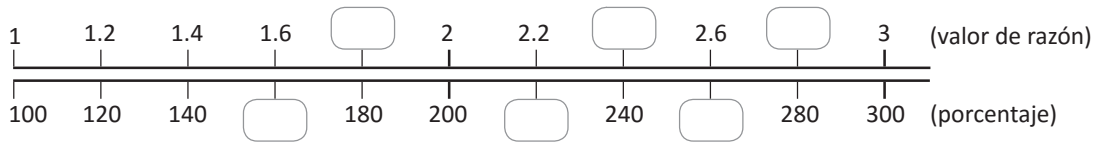
2.4 Cálculo del antecedente usando porcentajes menores al 100 %

Recuerda

1. Completa la tabla con el porcentaje o el valor de razón correspondiente:

Valor de razón	0.02		0.59		0.86
Porcentaje		33 %		71 %	

2. Completa los recuadros de razón o porcentajes faltantes en el gráfico:



Comprende

En general:

- Calcular el valor correspondiente al porcentaje de una cantidad es equivalente a calcular el antecedente de la razón.
- Cuando se conoce el consecuente y el porcentaje, y se quiere encontrar el antecedente, se pueden seguir los siguientes pasos:
 - ① Encontrar el valor de la razón a partir del porcentaje: $\text{valor de razón} = \text{porcentaje} \div 100$.
 - ② Encontrar el antecedente: $\text{antecedente} = \text{consecuente} \times \text{valor de razón}$.

Resuelve

1. Calcula:

a. 10 % de 20 litros.

b. 30 % de 50 litros.

c. 60 % de \$200.

d. 45 % de \$110.

2. El 22 % de la carne de res es proteína. En 5 lb de carne, ¿cuántas libras serán de proteína?



3. El 55 % del peso corporal de un hombre adulto se debe al agua que hay en su organismo. Si un hombre pesa 70 kg, ¿cuántos kilogramos de agua tiene su cuerpo?



Firma de un familiar: _____

2.5 Cálculo del antecedente usando porcentajes mayores al 100 %

Recuerda

1. El Parque Nacional El Imposible cuenta con 7 especies de ranas y 4 especies de sapos. Calcula el porcentaje de la cantidad de especies de ranas con respecto a la cantidad de especies de sapos.



2. Calcula el 35 % de 80 g.

Comprende

En situaciones que involucran incrementos al porcentaje, y se quiere encontrar el antecedente de la razón, se realiza lo siguiente:

- ① Encontrar el porcentaje total: $100\% + \text{porcentaje de incremento}$.
- ② Calcular el valor de la razón: $\text{porcentaje} \div 100$.
- ③ Calcular el antecedente: $\text{antecedente} = \text{consecuente} \times \text{valor de la razón}$.

Resuelve

1. Un restaurante recibió a 200 personas el viernes y el sábado a un 15% más que el viernes, ¿cuántas personas llegaron el sábado?



2. Don José debe pagar una multa de \$34. Si no paga la multa en la fecha estipulada deberá cancelar 5 % más. ¿Cuánto será el total a cancelar, si excede la fecha estipulada?



2.6 Cálculo de precios con IVA

Recuerda

1. El continente americano cuenta con 35 países de los cuáles, aproximadamente, el 57.15 % tienen como idioma oficial el español. ¿Cuántos países hablan español en el continente americano?



2. Un recipiente contiene originalmente 200 ml de jugo, y en una promoción se le agrega 20 % más. ¿Cuánto jugo tendrá en total cuando se encuentra en promoción?



Comprende

El Impuesto al Valor Agregado (IVA) es un impuesto que se paga al momento de realizar una compra. En El Salvador, el IVA corresponde al 13 % sobre el precio original, y puede calcularse de dos maneras:

Primera forma:

- ① Calcular el valor de la razón correspondiente al 113 % (este porcentaje se encontró sumándole al 100 % el 13 % de IVA).
- ② Calcular el nuevo precio, multiplicando el precio original por el valor de la razón).

Segunda forma:

- ① Calcular el 13 % del precio original.
- ② Sumar, al precio original, la cantidad encontrada en el paso ①.

En la primera forma, el valor de la razón correspondiente al 113 % es 1.13; entonces, puede realizar un solo paso multiplicando el precio original por 1.13.



Resuelve

Para cada uno de los siguientes productos, calcula su precio con IVA.

- a. Utilizando la **primera forma**:

Un litro de leche entera: \$5 sin IVA.



Una botella de aceite: \$5.50 sin IVA.



- b. Utilizando la **segunda forma**:

Un tarro de miel: \$4 sin IVA.



Un paquete con 6 jugos: \$3.10 sin IVA.



Firma de un familiar: _____

2.7 Cálculo de precios con descuentos

Recuerda

1. Un autobús cuenta con 60 asientos. Cierta día, la cantidad de personas en el autobús excedió a la cantidad de asientos en un 35 %. ¿Cuántas personas se transportaban en el autobús?



2. Si el precio, sin IVA, de una cocina es \$230, ¿cuál será su precio con IVA incluido?



Comprende

Para encontrar el precio, luego de aplicar descuentos, se puede realizar de dos maneras:

Primera forma:

- ① Calcular el porcentaje del precio con descuento:
 $100\% - \text{porcentaje de descuento}$
- ② Calcular el valor de la razón correspondiente al porcentaje encontrado en ①.
- ③ Encontrar el precio con descuento, multiplicando el valor de la razón por el precio original.

Segunda forma:

- ① Calcular el valor de la razón correspondiente al porcentaje de descuento.
- ② Calcular la cantidad correspondiente al descuento.
- ③ Restar la cantidad encontrada en ② del precio original.

Resuelve

Para cada uno de los siguientes productos, encuentra el precio al aplicar el descuento indicado.

a. Utilizando la **primera forma**:

Peluche tamaño jumbo: \$30
15 % de descuento

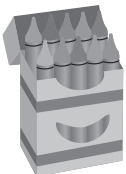


Un par de calcetines: \$1.50
10 % de descuento



b. Utilizando la **segunda forma**:

Una caja de crayones: \$3
25 % de descuento



Una lámpara de noche: \$24
12 % de descuento



2.8 Cálculo del consecuente usando porcentajes

Recuerda

El precio, sin IVA, de una bicicleta es \$50.

a. Calcula cuál será el precio al incluir el IVA.



b. Tomando como base el precio con IVA, si la bicicleta tuviese un descuento del 25 %, ¿cuánto costaría?

Comprende

Cuando se conoce la cantidad cuyo porcentaje es mayor al 100 % (antecedente) y se desea encontrar la cantidad original (consecuente), se realiza lo siguiente:

1. Calcular el valor de la razón: **valor de la razón = porcentaje \div 100**
2. Calcular el consecuente, que es la cantidad original: **consecuente = antecedente \div valor de la razón**

Resuelve

1. El informe de un proyecto de reforestación de un bosque indica que la cantidad de árboles plantados este año fue un 110 %, respecto al año anterior. Si este año se plantaron 165 árboles, ¿cuántos se plantaron el año anterior?



2. Para este año, la profesora Ana tiene 36 estudiantes. Si esta cantidad es un 120 % respecto a la del año pasado, ¿cuántos estudiantes tenía la profesora Ana el año pasado?



2.9 Cálculo del porcentaje y del consecuente

Recuerda

1. Una guitarra cuesta \$70. ¿Cuál será el precio, si se encuentra con el 15 % de descuento?



2. José compra un bote con pintura azul y otro con pintura verde. El bote con pintura azul contiene 12 gal, mientras que el de pintura verde contiene 150 % respecto a lo que contiene el de pintura azul. ¿Cuántos galones contiene el recipiente con pintura verde?



Comprende

En los problemas donde el porcentaje aumenta, se conoce la cantidad correspondiente a ese aumento (antecedente) y se desconoce la cantidad original (consecuente), se realiza lo siguiente:

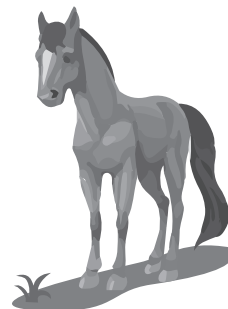
- 1 Encontrar el porcentaje total correspondiente al aumento: $100\% + \text{porcentaje de aumento}$
- 2 Calcular el valor de la razón: $\text{porcentaje total} \div 100$
- 3 Calcular la cantidad original (consecuente): **consecuente = antecedente \div valor de la razón**

Resuelve

1. Un arreglo de rosas cuesta \$24; esto es 50 % más que los arreglos de lirios. ¿Cuánto cuestan los arreglos de lirios?



2. Un caballo puede cargar aproximadamente un 20 % más que su peso. Si un caballo carga 300 kg, ¿cuál podría ser su peso?



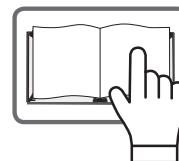
2.10 Cálculo del consecuente usando porcentajes menores al 100 %

Recuerda

1. A un taller de lectura asistieron 150 personas; esto representa el 125 % respecto a la cantidad de personas que estuvieron el año anterior. ¿Cuántas personas participaron en el taller de lectura el año pasado?



2. Miguel compra un libro en un sitio web; al precio del libro debe agregarle el 8 % de impuesto por el envío a su casa. Si al final pagó \$27, ¿cuál era el precio del libro sin el impuesto?



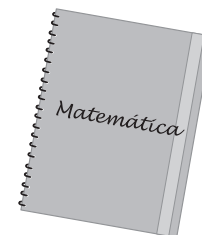
Comprende

Aunque el porcentaje sea menor al 100 %, el consecuente siempre se calcula con la fórmula:

$$\text{consecuente} = \text{antecedente} \div \text{valor de la razón}$$

Resuelve

1. Carmen tardó 20 minutos en hacer su tarea; esto representa el 80 % del tiempo que tardó José. ¿Cuánto tiempo tardó José?



2. Ana compró una tostadora de pan que tenía el 35 % de descuento. Si al aplicarle el descuento pagó \$14 menos, ¿cuál era el precio original de la tostadora?



★Desafíate

Al calcular el 25 % del 20 % de un número, se obtuvo 40, ¿cuál era el número original?

2.12 Autoevaluación de lo aprendido

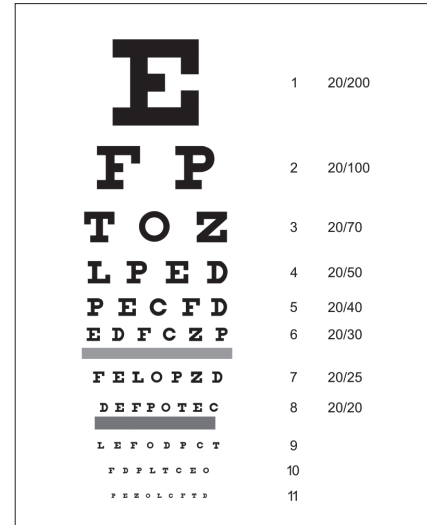
Resuelve y marca con una "x" la casilla que consideres adecuada, de acuerdo a lo que aprendiste. Sé consciente con lo que respondas.

Ítem	Sí	Podría mejorar	No	Comentario
1. Calculo el precio con IVA de un artículo; por ejemplo: El precio con IVA de una cafetera, que sin incluirle el impuesto cuesta \$69.				
2. Resuelvo problemas como el siguiente: Calcular el precio de una camisa al aplicarle un descuento del 15 %, si cuesta \$6 sin el descuento.				
3. Resuelvo problemas como el siguiente: Calcular la estatura de Miguel cuando tenía 7 años, si su estatura actual, 120 cm, representa 125 % de su estatura a los 7.				
4. Resuelvo problemas como el siguiente: Determinar la cantidad de estudiantes matriculados en una escuela el año pasado, si este año se matricularon 354, lo que representa un aumento del 18 % de estudiantes.				
5. Resuelvo problemas como el siguiente: Determinar cuánto gastó en total Juan cuando fue al mercado, si en lácteos pagó \$20, que representa el 32 % del gasto total.				

Problemas de aplicación

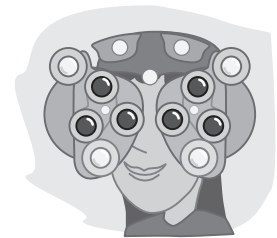
- Una cartilla de agudeza visual mide la nitidez de la visión; la más utilizada se llama cartilla de Snellen y consta de 11 líneas de letras mayúsculas. La primera línea tiene una letra muy grande, las líneas siguientes contienen más letras, que van disminuyendo gradualmente su tamaño.

Para utilizarla, el paciente se coloca a 20 pies de la cartilla, se cubre uno de los ojos y lee la línea de letras más pequeñas que pueda. Observa que cada línea tiene una fracción, esta representa la razón entre la distancia en pies del paciente a la cartilla y la distancia en pies a la cual una persona con visión normal puede leer la misma línea que el paciente; entre mayor sea la razón entre estas cantidades, mejor es la visión de una persona.



Un paciente con visión 20/20 puede ver lo que una persona promedio puede ver en la cartilla cuando se encuentra a 20 pies de distancia de la misma, es lo que se considera “agudeza visual normal”; un paciente con visión 20/15 tiene una visión más aguda, puede ver a 20 pies lo que una persona normal ve a 15 pies. Se considera ciega una persona cuya visión es 20/200.

Si Carmen y Beatriz se sometieron a un examen visual, y los resultados de Carmen fueron 20/30 y los de Beatriz 20/15, ¿quién de ellas tiene la mejor visión? Encuentra razones equivalentes y justifica tu respuesta.



- El impuesto sobre la renta (ISR) es catalogado como una de las principales fuentes de ingreso para la economía del país. Lo pagan las personas que obtienen sus ingresos directamente de actividades como la venta, renta de inmuebles o por la prestación de servicios y, por lo general, se toma directamente de las ganancias obtenidas.

El porcentaje de pago de este impuesto depende de varios factores, entre ellas el salario. Por ejemplo una persona cuyo salario es menor a \$472 no tiene porcentaje de descuento, es decir, no paga renta; mientras que otra persona con un salario desde \$472.01 a \$895.25 se le realiza un porcentaje de descuento automático a su salario o pago del 10 %. ¿Cuánto dinero se le descuenta, por el pago de renta, a una persona cuyo salario es de \$700?



Unidad 5

Proporcionalidad

En esta unidad aprenderás a

- Identificar si dos razones forman una proporción
- Aplicar las propiedades de las proporciones para encontrar razones equivalentes
- Encontrar la cantidad desconocida en una proporción
- Identificar cantidades directamente proporcionales
- Identificar cantidades inversamente proporcionales

1.1 Variación de cantidades para obtener la misma razón

Comprende

Cuando se tiene una razón entre dos cantidades $a : b$, la cual se quiere mantener para conservar el mismo sabor, tono, consistencia etc., se pueden aumentar los números a y b en la misma cantidad de veces hasta encontrar las cantidades que se necesitan.

Ejemplo: Para preparar salsa rosa se utilizan 2 cucharadas de ketchup y 3 de mayonesa. ¿Cuántas cucharadas de mayonesa se necesitan si se utilizan 10 cucharadas de ketchup?

Recuerda que, en una razón $a : b$, a la cantidad a se le llama antecedente y a la cantidad b se le llama consecuente.



	Ketchup	Mayonesa	
$\times 5$	2 cucharadas	3 cucharadas	$\times 5$
	10 cucharadas	x cucharadas	

En 10 cucharadas de ketchup hay 5 veces 2 cucharadas. Entonces de mayonesa son 5 veces 3 cucharadas, es decir, $x = 15$

R: 15 cucharadas.

Resuelve

1. En cada literal, encuentra la cantidad x para que la receta tenga el mismo sabor:

a.

	Chocolate	Leche	
\times	5 tazas	4 tazas	\times
	15 tazas	x tazas	

b.

	Agua	Jugo de limón	
\times	5 vasos	2 vasos	\times
	x vasos	12 vasos	

2. Una receta de atol indica que la relación entre cucharadas de leche y cucharadas de avena es $5 : 3$; si se utilizan 15 cucharadas de leche, ¿cuántas de avena se necesitan?



★Desafiate

Encuentra la cantidad x para que la receta tenga el mismo sabor:

	Leche en polvo	Azúcar	
\times	2 cucharadas	$\frac{1}{2}$ cucharada	\times
	x vasos	3 cucharadas	

1.2 Razones equivalentes y proporciones

Recuerda

Encuentra la cantidad x para que la receta tenga el mismo sabor:

	Harina	Azúcar
	4 tazas	3 tazas
\times	x tazas	18 tazas

Comprende

- Cuando dos razones tienen el mismo valor de la razón se les llama **razones equivalentes**.
- A la igualdad entre dos razones equivalentes se le llama **proporción**. Es decir, si la razón $a : b$ es equivalente a la razón $c : d$ entonces la proporción se escribe:

$$a : b = c : d$$

y se lee “ a es a b como c es a d ”; a , b , c y d representan cualquier número.

Por ejemplo, las razones $3 : 4$ y $6 : 8$ son equivalentes porque su valor de razón es $\frac{3}{4}$ (o 0.75). Puede escribirse la proporción $3 : 4 = 6 : 8$

¿Sabías que...?

Una proporción también puede escribirse utilizando el símbolo “ $::$ ” en lugar del símbolo “ $=$ ”. Así, $3 : 4 :: 6 : 8$ representa una proporción.

Resuelve

1. ¿Son equivalentes las razones dadas en cada literal? En caso de serlo, escríbelas en forma de proporción.

a. $3 : 4$ $12 : 16$

b. $15 : 6$ $5 : 2$

c. $4 : 9$ $20 : 45$

d. $72 : 63$ $8 : 7$

2. Una receta para preparar arroz en leche indica utilizar 150 g de arroz y 4 tazas de leche. Si Juan mezcla 300 g de arroz y 8 tazas de leche, ¿obtendrá el mismo sabor? Justifica tu respuesta.



1.3 Razón equivalente más simple

Recuerda

1. Carlos compró 3 libras de maíz y 2 de arroz. Si Pedro ha comprado 12 libras de maíz, ¿cuántas libras de arroz debe comprar para mantener la razón?

2. Une con una línea las razones equivalentes; luego, escribe las proporciones:

$$9 : 7$$

$$8 : 12$$

$$25 : 55$$

$$13 : 10$$

$$26 : 20$$

$$5 : 11$$

$$36 : 28$$

$$4 : 6$$

Comprende

Encontrar una razón equivalente con números menores es **simplificar el valor de la razón**; cuando se obtiene la razón equivalente con los números naturales menores posibles se obtiene la **razón equivalente más simple** o **simplificada**.

Por ejemplo, para las razones $6 : 10$ y $9 : 15$, su razón equivalente más simple es $3 : 5$, pues si se simplifican los valores de las razones $\frac{6}{10}$ y $\frac{9}{15}$ se obtiene $\frac{3}{5}$, que corresponde a la razón $3 : 5$.

¿Qué pasaría?

Para calcular la razón equivalente más simple de $12 : 30$, se simplifica el valor de la razón hasta su mínima expresión:

$$\frac{\overset{2}{\cancel{12}}}{\underset{5}{\cancel{30}}} = \frac{2}{5}$$

Por lo tanto, la razón equivalente más simple de $12 : 30$ es $2 : 5$.

Resuelve

1. Para cada razón, encuentra la razón equivalente más simple:

a. $10 : 8$

b. $9 : 12$

c. $24 : 42$

d. $45 : 27$

2. Un museo tiene dos salones para conferencias. El área del salón A es 100 m^2 y el del salón B es 125 m^2 . En un mismo día, en el salón A habían 44 personas, mientras que en el salón B habían 55. ¿Cuál salón se encontraba más lleno?

1.4 Proporciones que incluyen números decimales

Recuerda

1. El profesor de Julia mezcla 2 botes de pintura amarilla con 3 de pintura azul para obtener un color verde oscuro. Julia necesita mucha pintura de color verde oscuro, entonces mezcla 14 botes de pintura amarilla con 21 botes de pintura azul. ¿Obtendrá el mismo tono que su profesor?
2. En cada caso, encuentra la razón equivalente más simple:
 - a. $15 : 24$
 - b. $100 : 20$

Comprende

Una razón expresada con números decimales, se puede convertir en una razón equivalente con números naturales. Cuando los números solo tienen una cifra decimal se realiza lo siguiente:

- ① Multiplicar el antecedente y el consecuente por 10, para encontrar una razón equivalente con números naturales.
- ② Encontrar la razón equivalente más simple de la razón obtenida en ①, si es posible.

Por ejemplo, para encontrar una razón equivalente a la razón $2.4 : 3$ que contenga solo números naturales, se multiplican el antecedente y el consecuente por 10:

$$2.4 : 3 = (2.4 \times 10) : (3 \times 10) \\ = 24 : 30$$

La razón equivalente más simple de $24 : 30$ es $4 : 5$; por lo tanto,

$$2.4 : 3 = 4 : 5$$

Resuelve

1. Encuentra la razón equivalente más simplificada, donde el antecedente y el consecuente sean números naturales:
 - a. $0.2 : 0.3$
 - b. $0.7 : 0.5$
 - c. $0.9 : 2.4$
 - d. $1.2 : 0.4$
2. ¿Cuál es la razón equivalente más simplificada con números naturales, a la razón $1.05 : 0.5$?

★Desafiate

En una receta salvadoreña, para elaborar empanadas de leche se necesitan 5 plátanos maduros, 0.25 litros de leche y 0.5 tazas de maicena. Si únicamente puedes medir litros completos y tazas completas, ¿qué cantidades de cada ingrediente utilizarías?

1.5 Proporciones que incluyen fracciones

Recuerda

1. Encuentra la razón equivalente más simple a la razón $120 : 180$

2. Une con una línea las razones equivalentes (justifica tu respuesta):

$$0.6 : 1$$

$$1.4 : 0.8$$

$$2.2 : 3.4$$

$$1.8 : 3.6$$

$$2 : 3$$

$$3 : 5$$

$$11 : 17$$

$$7 : 4$$

Comprende

Una razón expresada con fracciones se puede convertir en una razón equivalente con números naturales siguiendo los pasos:

- 1 Multiplicar el antecedente y el consecuente por el mcm de los denominadores, para encontrar una razón equivalente con números naturales.
- 2 Encontrar la razón equivalente más simple de la razón obtenida en 1, si es posible.

Por ejemplo, para encontrar una razón equivalente a la razón $\frac{6}{5} : \frac{1}{2}$ que contenga números naturales, se multiplican el antecedente y el consecuente 10,

$$\begin{aligned}\frac{6}{5} : \frac{1}{2} &= \left(\frac{6}{5} \times \frac{10}{1}\right) : \left(\frac{1}{2} \times \frac{10}{1}\right) \\ &= (6 \times 2) : (1 \times 5) \\ &= 12 : 5\end{aligned}$$

Por lo tanto, $\frac{6}{5} : \frac{1}{2} = 12 : 5$

Resuelve

1. Encuentra la razón equivalente más simple, donde el antecedente y el consecuente sean números naturales.

a. $\frac{2}{5} : \frac{1}{4}$

b. $\frac{1}{2} : \frac{3}{2}$

c. $\frac{5}{6} : \frac{4}{7}$

d. $\frac{7}{10} : \frac{9}{10}$

2. En una receta para la elaboración de un pastel, se indica que deben utilizarse $\frac{13}{10}$ tazas de mantequilla y $\frac{21}{5}$ tazas de harina. Para elaborar 10 pasteles, ¿cuántas tazas de mantequilla y harina deben utilizarse?



1.6 Relación de aspecto

Recuerda

1. El día lunes, una motociclista recorría 0.75 km en 1 minuto; mientras que el día martes recorría 3 km en 4 minutos. ¿Qué día iba más rápido?



2. Encuentra la razón equivalente más simple, donde el antecedente y el consecuente sean números naturales.

a. $\frac{5}{8} : \frac{7}{4}$

b. $\frac{21}{12} : \frac{11}{6}$

Comprende

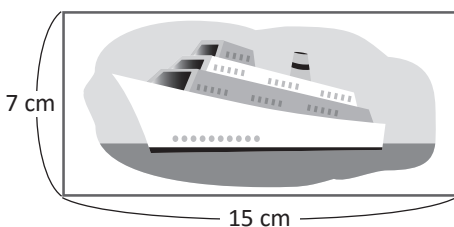
Se llama **relación de aspecto de una imagen** a la razón entre las medidas de su base y su altura. Dos imágenes tienen **la misma forma** si sus relaciones de aspecto forman una proporción.

Aunque las dimensiones en los televisores sean distintas, la imagen se ve igual ya que la relación de aspecto es la misma. En televisiones tradicionales, la relación de aspecto es 4 : 3, y en los panorámicos es 16 : 9



Resuelve

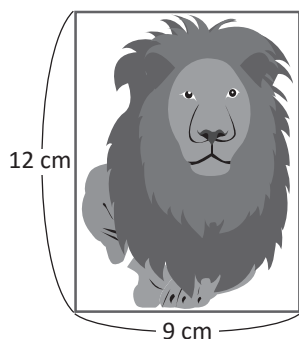
1. Si se amplía la fotografía del barco, determina cuáles de las siguientes medidas pueden utilizarse para mantener la forma:



a. Base 15 cm, altura 10 cm

b. Base 45 cm, altura 21 cm

2. Si se amplía la fotografía del león, determina cuáles de las siguientes medidas pueden utilizarse para mantener la relación de aspecto:



a. Base 21 cm, altura 28 cm

b. Base 18 cm, altura 27 cm

1.7 Propiedad de las proporciones

Recuerda

1. Une con una línea las razones equivalentes, y escríbelas en forma de proporción.

$$\frac{9}{7} : \frac{4}{5}$$

$$4 : \frac{3}{8}$$

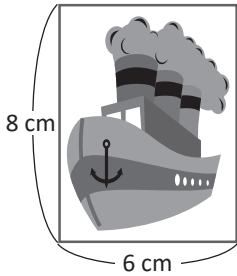
$$\frac{5}{12} : \frac{3}{10}$$

$$25 : 18$$

$$45 : 28$$

$$32 : 3$$

2. ¿Cuáles de las siguientes medidas mantienen la relación de aspecto de la fotografía?



a. Base 24 cm, altura 32 cm.

b. Base 15 cm, altura 20 cm.

Comprende

Cuando el antecedente y el consecuente de una razón se multiplican por el mismo número se obtiene una razón equivalente, y por tanto, una proporción.

Resuelve

1. Encuentra el valor del número x para que se forme una proporción.

a. $3 : 10 = 12 : x$

b. $7 : 2 = 14 : x$

c. $36 : 6 = 6 : x$

d. $50 : 110 = 50 : x$

e. $8 : 9 = x : 63$

f. $\frac{1}{2} : 4 = x : 8$

2. Encuentra el valor del número y para que se forme una proporción.

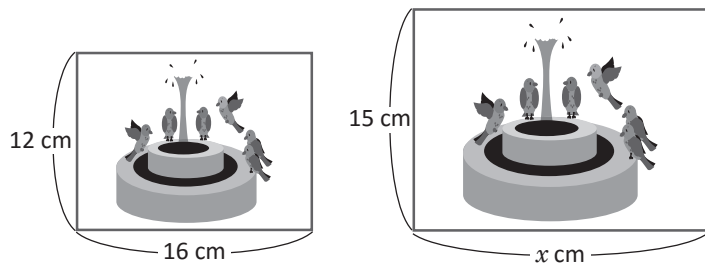
a. $4 : 11 = 0.04 : y$

b. $\frac{3}{4} : \frac{2}{5} = y : \frac{1}{5}$

1.8 Proporciones con un dato desconocido

Recuerda

1. Determina el valor del número x para que ambas fotografías tengan la misma relación de aspecto.



2. Encuentra el valor del número x para que se forme una proporción.

a. $24 : 16 = x : 2$

b. $0.9 : 1.2 = 3 : x$

Comprende

Para encontrar un dato desconocido en una proporción se puede utilizar la propiedad de las proporciones, identificando la cantidad de veces que se ha aumentado uno de los datos.

Resuelve

1. Encuentra el valor de la cantidad que hace falta.

a.

Harina (g)	Vainilla (g)
7	4
350	x

b.

Leche (ml)	Chocolate (ml)
5	4
x	360

c.

Distancia (m)	Tiempo (s)
1.6	3
x	24

d.

Agua (l)	Arroz (tazas)
0.25	1.5
1	x

2. En una tienda se venden bolsas con chibolas rojas y verdes. La razón entre la cantidad de chibolas rojas y verdes en cada bolsa siempre debe ser $10 : 7$; si una bolsa tiene 35 chibolas verdes, ¿cuántas rojas contendrá?

1.9 Propiedad fundamental de las proporciones

Recuerda

1. Encuentra el valor del número y para que se forme una proporción $\frac{5}{18} : \frac{7}{12} = y : \frac{7}{2}$

2. La base de una fotografía mide 18 cm, y su altura mide 11 cm. Encuentra el valor de la cantidad que hace falta, si se amplía la fotografía.

Base (cm)	Altura (cm)
18	11
x	77

Comprende

Propiedad fundamental de las proporciones

En una proporción, el producto del antecedente de la primera razón por el consecuente de la segunda es igual al producto del consecuente de la primera razón por el antecedente de la segunda. Es decir, para la proporción $a : b = c : d$ se cumple

$$a \times d = b \times c$$

a , b , c y d representan cualquier número.

¿Sabías que...?

En una proporción $a : b = c : d$, a los números a y d también se les conoce como "extremos" y, a b y c como "medios". Entonces, la propiedad de las proporciones indica que el producto de los extremos es igual al producto de los medios, refiriéndose a que $a \times d = b \times c$.

Resuelve

1. Comprueba la propiedad fundamental de las proporciones en los siguientes casos.

a. $4 : 5 = 16 : 20$

b. $9 : 2 = 18 : 4$

c. $30 : 35 = 6 : 7$

d. $24 : 18 = 8 : 6$

2. Comprueba la propiedad fundamental de las proporciones en los siguientes casos.

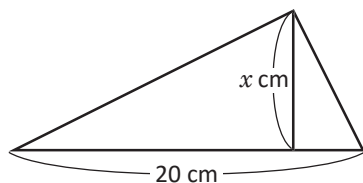
a. $0.8 : 0.5 = 1.6 : 1$

b. $\frac{5}{6} : \frac{3}{7} = \frac{10}{6} : \frac{6}{7}$

1.10 Resolución de problemas aplicando proporciones

Recuerda

1. Las medidas de la base y la altura de un triángulo se encuentran en una razón de 5 : 2. Para dibujar otro triángulo que mantenga la misma proporción y cuya base mida 20 cm, ¿cuál debería ser la medida de la altura?



2. Comprueba la propiedad fundamental de las proporciones.
 - a. $15 : 30 = 5 : 10$
 - b. $1.4 : 2.1 = 7 : 10.5$

Comprende

Para resolver problemas de proporciones donde se desconoce algún dato y no es fácil identificar la cantidad de veces que aumenta una de las cantidades, se puede utilizar la propiedad fundamental de las proporciones.

Resuelve

1. Para crear cierto tono de color verde se deben mezclar 6 botes de pintura azul y 4 de pintura amarilla. Si se utilizan 10 botes de pintura amarilla, ¿cuántos deben usarse de pintura azul para conservar el tono de verde?
2. Carlos debe elaborar un plano de su casa; para ello es necesario que su dibujo conserve las razones entre las medidas de las habitaciones. El espacio para la sala tiene forma rectangular, el largo mide 4 m y el ancho mide 2.75 m; si en su dibujo el largo de la sala mide 8 cm, ¿cuánto debe medir el ancho?

1.11 Reparto proporcional

Recuerda

1. Comprueba la propiedad fundamental de las proporciones para la proporción $\frac{9}{10} : \frac{8}{15} = 5\frac{2}{5} : 3\frac{1}{5}$

2. En 200 ml de agua de mar hay 7 g de sal. ¿Cuántos gramos de sal habrá en 700 ml de agua de mar?

Comprende

Para resolver problemas donde una cantidad debe repartirse en una razón determinada $a : b$, se puede utilizar un segmento dividido en $a + b$ partes iguales, encontrar el valor que representa cada parte y encontrar, ya sea a o b .

Resuelve

1. La razón entre las cantidades de dinero ahorradas por Beatriz y su hermano Juan están en razón 4 : 5. Si en total los dos tienen \$63, ¿cuánto dinero ahorró cada uno?

2. La receta para una medicina indica diluir 10 ml de la misma en 25 ml de agua. En una solución de 105 ml, ¿cuántos corresponden a la medicina y cuántos al agua?



★Desafíate

Las longitudes del largo y ancho de un rectángulo están a razón 9 : 4. Si el perímetro del rectángulo es 52 cm, ¿cuáles son las medidas del largo y del ancho?

1.12 Autoevaluación de lo aprendido

Resuelve y marca con una "x" la casilla que consideres adecuada, de acuerdo a lo que aprendiste. Sé consciente con lo que respondas.

Ítem	Sí	Podría mejorar	No	Comentario
1. Identifico razones equivalentes para formar proporciones. Por ejemplo, en los siguientes casos a. $7 : 3$ y $42 : 18$ b. $5 : 6$ y $35 : 36$				
2. Calculo la razón equivalente más simple. Por ejemplo, para la razón $45 : 36$				
3. Encuentro razones equivalentes, que involucren solo números naturales, a razones con números decimales o fracciones. Por ejemplo, para los siguientes casos a. $2.4 : 1.4$ b. $\frac{3}{8} : \frac{1}{6}$				
4. Encuentro la cantidad desconocida en una razón, para formar una proporción. Por ejemplo, en los siguientes casos (el valor de x) a. $24 : 16 = 6 : x$ b. $9 : 15 = 36 : x$				

1.13 Autoevaluación de lo aprendido

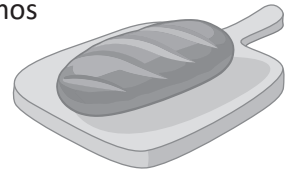
Resuelve y marca con una "x" la casilla que consideres adecuada, de acuerdo a lo que aprendiste. Sé consciente con lo que respondas.

Ítem	Sí	Podría mejorar	No	Comentario
1. Utilizo las propiedades de las proporciones para calcular valores desconocidos. Por ejemplo, en los siguientes problemas a. La razón entre la altura de un árbol y la longitud de su sombra (en cierta hora del día) es $3 : 2$; si la altura del árbol es 12 metros, ¿cuánto mide su sombra? b. Las dimensiones de una fotografía son 12 cm de ancho por 18 cm de largo. Si se reduce el tamaño de tal forma que el largo mida 15 cm, ¿cuánto medirá el ancho?				
2. Encuentro las cantidades involucradas en una repartición proporcional. Por ejemplo, en el siguiente problema Se repartió cierta cantidad de dinero a dos personas, en una razón $5 : 6$. Si la cantidad distribuida fue \$110, ¿cuánto le corresponde a cada persona?				

2.1 Relación de proporcionalidad directa

Recuerda

Una receta para hacer pan utiliza 700 g de harina y 14 g de levadura. ¿Cuántos gramos de levadura se necesitarán, si se utilizan 1,000 g de harina?



Comprende

Cuando dos cantidades a y b cumplen que al multiplicarse a por 2, por 3, etc., la cantidad b también se multiplica por 2, por 3, etc., respectivamente, entonces se dice que las cantidades son **directamente proporcionales** y a esta relación se le llama **proporcionalidad directa**.

Por ejemplo, la tabla muestra la relación entre el tiempo transcurrido después de abrir un chorro, y la altura que alcanza el agua que cae sobre un recipiente. Si el tiempo aumenta de 1 a 2 minutos, entonces la altura aumenta de 5 a 10 cm, es decir, ambas cantidades se multiplican por 2.

Tiempo (min)	1	2	3	4	...
Altura (cm)	5	10	15	20	...

Diagram illustrating direct proportionality with arrows and multipliers:

- From 1 to 2 (Time): multiplier $\times 2$
- From 5 to 10 (Height): multiplier $\times 2$
- From 1 to 3 (Time): multiplier $\times 3$
- From 5 to 15 (Height): multiplier $\times 3$

Resuelve

La tabla muestra la relación entre la cantidad de bandejas que tiene una panadería y la cantidad de donas que hornea; estas cantidades son directamente proporcionales.

a. Completa la tabla con la cantidad de donas horneadas al variar el número de bandejas:

Cantidad de bandejas	1	2	3	4	5	...
Cantidad de donas horneadas	12	24				...

b. ¿Cuántas donas se hornearán en 6 bandejas?



c. ¿Cuántas donas se hornearán en 8 bandejas?



2.2 Propiedad de la proporcionalidad directa

Recuerda

Un establecimiento cobra \$20 por el alquiler de una docena de sillas.

- a. Completa la tabla con el precio a pagar por el alquiler de sillas, al variar la cantidad de docenas que se solicitan:

Cantidad de docenas	1	2	3	4	5	...
Precio por el alquiler (\$)	20	40				...



- b. ¿Cuánto cuesta el alquiler de 6 docenas de sillas?, ¿y el de 10 docenas?

Comprende

Propiedad de la proporcionalidad directa

Cuando dos cantidades son directamente proporcionales, el cociente siempre resulta el mismo número.

Por ejemplo, la tabla muestra la relación entre el tiempo transcurrido después de abrir un chorro, y la altura que alcanza el agua que cae sobre un recipiente. Al calcular el cociente de la altura entre el tiempo, el resultado siempre es igual a 5.

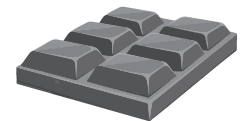
Tiempo (min)	1	2	3	4	5	6	...
Altura (cm)	5	10	15	20	25	30	...
Cociente	5	5	5	5	5	5	

$5 \div 1$ $10 \div 2$ $15 \div 3$

Resuelve

1. Una empresa empaqueta chocolates en cajas para su distribución; la tabla muestra la relación entre la cantidad de cajas y la cantidad de chocolates:

Cantidad de cajas	1	2	3	4	5	...
Cantidad de chocolates	15	30	45	60	75	...
Cociente						



- a. Encuentra el cociente entre la cantidad de chocolates y la cantidad de cajas; completa la tabla.
- b. ¿Cuántos chocolates hay en una caja?
2. La tabla muestra la relación entre la cantidad de entradas para el cine y el precio total que debe pagarse por ellas:

Cantidad de entradas	1	2	3	4	5	...
Precio (\$)	4	8	12	16	20	...
Cociente						



- a. Encuentra el cociente entre la cantidad de entradas y el precio a pagar; completa la tabla.
- b. ¿Cuál es el precio de una entrada para el cine?

2.3 Identificación de cantidades directamente proporcionales

Recuerda

La tabla muestra la cantidad de meses transcurridos y el dinero ahorrado por Ana durante ese tiempo.

a. Completa la tabla con el dinero ahorrado, al variar la cantidad de meses:

Cantidad de meses transcurridos	1	2	3	4	5				...
Dinero ahorrado (\$)	5	10	15						...

b. ¿Cuánto dinero tendrá Ana al cabo de 10 meses?, ¿y al cabo de un año?

c. Encuentra el cociente entre el dinero ahorrado y la cantidad de meses transcurridos. ¿Cuánto dinero ahorra Ana cada mes?

Comprende

Para identificar si dos magnitudes son directamente proporcionales se puede verificar una de las siguientes condiciones:

- Cuando una de ellas se multiplica por 2, por 3, por 4, etc., la otra también se multiplica por 2, por 3, por 4 respectivamente.
- El cociente entre las dos cantidades siempre resulta un mismo número (propiedad de la proporcionalidad directa).

Resuelve

En cada caso, identifica si las cantidades son directamente proporcionales, coloca ✓ si las cantidades son directamente proporcionales o coloca ✗ si no lo son; justifica tu respuesta.

a. El dinero (en dólares) y la cantidad de pupusas que se pueden comprar:

Cantidad de dinero (\$)	1	2	3	4	5	...
Cantidad de pupusas	3	6	9	12	15	...

b. Las edades de José y Miguel, si Miguel es un año mayor que José:

Edad de José (años)	8	9	10	11	12	...
Edad de Miguel (años)	9	10	11	12	13	...

c. El tiempo transcurrido y el número de vueltas que da una rueda en ese tiempo:

Tiempo (min)	1	2	3	4	5	...
n.º de vueltas	11	22	33	44	55	...

2.4 Otras cantidades directamente proporcionales

Recuerda

La tabla muestra la relación entre el tiempo transcurrido y la distancia recorrida por una motocicleta.

Tiempo (horas)	1	2	3	4	5	6	...
Distancia (km)	55	110	165	220	275	330	...

- Calcula el cociente entre la distancia recorrida y el tiempo. ¿Qué distancia recorre la motocicleta cada hora?
- ¿Son cantidades directamente proporcionales?, ¿por qué?



Comprende

La expresión $y = 5 \times x$ representa la relación entre dos cantidades directamente proporcionales; en este caso se dice que y es **directamente proporcional a x** , o simplemente que y es **proporcional a x** . Otros ejemplos de relaciones entre cantidades directamente proporcionales son $y = 2 \times x$, $y = 3 \times x$, etc.

Resuelve

Para calcular el perímetro de un cuadrado se multiplica la longitud de su lado por 4.

- Completa la tabla escribiendo la medida del perímetro cuando la longitud del lado del cuadrado es 1 cm, 2 cm, 3 cm, etc.:

Lado x (cm)	1	2	3	4	5	6	...
Perímetro y (cm)							...

- Representa la relación entre la longitud del lado (x cm) y la medida del perímetro (y cm).

★Desafíate

La longitud de la base de un triángulo es 10 cm.

- Completa la tabla escribiendo el área del triángulo cuando su altura mide 1 cm, 2 cm, 3 cm, etc.:

Altura x (cm)	1	2	3	4	5	6	...
Área y (cm)							...

- Utilizando la fórmula para calcular el área de un triángulo, representa la relación entre la altura x y el área y .

2.5 Expresión $y = \text{constante} \times x$

Recuerda

1. La tabla muestra la relación entre la cantidad de agua que se extrae de un barril y la cantidad que queda en él:

Cantidad de agua que se extrae (litros)	1	2	3	4	5	...
Cantidad que queda en el barril (litros)	158	157	156	155	154	...

¿Son las cantidades directamente proporcionales?, ¿por qué?

2. Una persona camina con una rapidez de 5 km por hora.
a. Completa la tabla con la distancia recorrida después de cierto tiempo:

Tiempo transcurrido x (cm)	1	2	3	4	...
Distancia recorrida y (cm)					...

- b. Representa la relación entre el tiempo transcurrido x y la distancia recorrida y .

Comprende

Cuando y es directamente proporcional a x , el cociente de $y \div x$ es siempre el mismo valor; a este valor se le llama **constante**. Cuando esto sucede, la relación entre x y y se puede expresar:

$$y = \text{constante} \times x$$

Algunas relaciones entre cantidades son de la forma $x + \text{constante} = y$, $\text{constante} - x = y$; pero estas cantidades no son directamente proporcionales.



Resuelve

1. La tabla muestra los minutos que se ha retrasado un reloj después de cierta cantidad de años:

Años transcurridos x	1	2	3	4	5	...
Minutos y	6	12	18	24	30	...
Cociente $y \div x$						

- a. Completa la fila con el cálculo del cociente $y \div x$.
b. Representa la relación entre los años transcurridos (x) y la cantidad de minutos que se ha retrasado el reloj (y).

2. La tabla muestra la cantidad de vasos que se obtienen con cierto número de litros de jugo de naranja:

Litros de jugo x	1	2	3	4	5	...
Cantidad de vasos y	8	16	24	32	40	...
Cociente $y \div x$						

- a. Completa la fila con el cálculo del cociente $y \div x$.
b. Representa la relación entre los litros de jugo (x) y la cantidad de vasos (y).

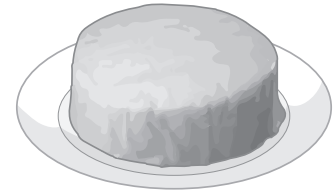
2.6 Aplicaciones de cantidades directamente proporcionales

Recuerda

Una libra de queso cuesta \$2.

a. Completa la tabla:

Libras de queso x	1	2	3	4	5	...
Precio y en dólares						...
Cociente $y \div x$						



b. Representa la relación entre la cantidad de libras de queso (x) y el precio (y).

Comprende

Para empacar un paquete de 300 hojas (aproximadamente) de papel bond sin contarlas una a una, puede utilizarse la siguiente información:

- El peso es directamente proporcional al número de hojas.
- La altura es directamente proporcional al número de hojas.

Si la altura de 100 hojas es 1 cm, entonces la altura (b cm) de 300 hojas será el triple de la de 100 hojas, o sea, 3 cm ($b = 3$). Se puede preparar un paquete que mida 3 cm de altura.

n.º de hojas	100	300
Altura (cm)	1	b

$\xrightarrow{\times 3}$
 $\xleftarrow{\times 3}$

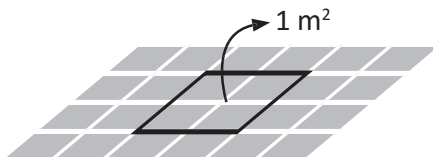
Resuelve

1. Al pesar 6 cajas de tachuelas se obtiene como resultado 450 g. ¿Cómo se pueden preparar 200 cajas de tachuelas sin contarlas una a una?



n.º de cajas	6	200
Peso (g)	450	a

2. Al embaldosar un piso se utilizan 4 baldosas por metro cuadrado. ¿Cuántos metros cuadrados cubrirán 36 ladrillos?



n.º de ladrillos	4	36
Metros cuadrados	1	b

2.7 Proporcionalidad directa con un dato desconocido

Recuerda

1. La tabla muestra la cantidad de cajas de bombones que se compran y el total de bombones que se obtienen:

Cantidad de cajas x	1	2	3	4	5	...
Cantidad de bombones y	25	50	75	100	125	...
Cociente $y \div x$						



- a. Completa la fila con el cálculo del cociente $y \div x$.
 b. Representa la relación entre la cantidad de cajas de bombones (x) y la cantidad de bombones (y).
2. Si 10 tarjetas de invitación para una graduación tienen una altura de 4 cm, ¿cómo se puede preparar un paquete de 110 tarjetas sin contarlas una a una?



n.º de tarjetas	10	110
Altura (cm)	4	b

Comprende

Aplicando la definición o la propiedad de proporcionalidad directa, se puede encontrar un valor desconocido de dos cantidades que son directamente proporcionales.

Resuelve

1. Carmen compró 2.5 yardas de tela y pagó \$7.50 en total. Mario fue a comprar la misma tela, al mismo lugar, y pagó \$30 en total. ¿Cuántas yardas de tela compró Mario?

Cantidad de tela (yardas)	2.5	a
Precio (dólares)	7.5	30

2. Se colocaron 20 cajas de botones en una báscula, resultando 1,480 g. Si después se colocó otra cantidad de cajas en la misma báscula y pesaron 370 g, ¿cuántas cajas de botones se colocaron la segunda vez?

Cantidad de cajas	a	20
Peso (g)	370	1,480

2.8 Autoevaluación de lo aprendido

Resuelve y marca con una "x" la casilla que consideres adecuada, de acuerdo a lo que aprendiste. Sé consciente con lo que respondas.

Ítem	Sí	Podría mejorar	No	Comentario																								
<p>1. Calculo los valores correspondientes a cantidades directamente proporcionales. Por ejemplo, en el siguiente caso: cantidad de mesas y la cantidad de personas en un salón.</p> <table border="1"> <tr> <td>Cantidad de mesas</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>Cantidad de personas</td> <td>12</td> <td>24</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table>	Cantidad de mesas	1	2	3	4	5	Cantidad de personas	12	24																			
Cantidad de mesas	1	2	3	4	5																							
Cantidad de personas	12	24																										
<p>2. Identifico si dos cantidades son directamente proporcionales. Por ejemplo, en los siguientes casos:</p> <p>a. Meses transcurridos y los meses que faltan por transcurrir (en 1 año).</p> <table border="1"> <tr> <td>Meses transcurridos</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>Meses que faltan</td> <td>11</td> <td>10</td> <td>9</td> <td>8</td> <td>7</td> </tr> </table> <p>b. Número de pasajeros y costo del pasaje.</p> <table border="1"> <tr> <td>n.º de pasajeros</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>Costo (dólares)</td> <td>0.25</td> <td>0.5</td> <td>0.75</td> <td>1</td> <td>1.25</td> </tr> </table>	Meses transcurridos	1	2	3	4	5	Meses que faltan	11	10	9	8	7	n.º de pasajeros	1	2	3	4	5	Costo (dólares)	0.25	0.5	0.75	1	1.25				
Meses transcurridos	1	2	3	4	5																							
Meses que faltan	11	10	9	8	7																							
n.º de pasajeros	1	2	3	4	5																							
Costo (dólares)	0.25	0.5	0.75	1	1.25																							
<p>3. Escribo la relación de proporcionalidad directa entre dos cantidades, usando las variables x y y. Por ejemplo, en el siguiente caso: la relación entre los litros de agua (x) y los gramos de café (y).</p> <table border="1"> <tr> <td>Litros de agua (x)</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>Gramos de café (y)</td> <td>60</td> <td>120</td> <td>180</td> <td>240</td> <td>300</td> </tr> </table>	Litros de agua (x)	1	2	3	4	5	Gramos de café (y)	60	120	180	240	300																
Litros de agua (x)	1	2	3	4	5																							
Gramos de café (y)	60	120	180	240	300																							
<p>4. Calculo el dato desconocido en situaciones sobre proporcionalidad directa. Por ejemplo, en el siguiente caso: determinar cuántas libras de carne compró Miguel si pagó \$36 por ellas, mientras que Juan compró 4 libras en el mismo lugar y pagó \$12.</p>																												

3.1 Relación de proporcionalidad inversa

Comprende

Cuando dos cantidades x y y cumplen que al multiplicarse una por 2, por 3, por 4, etc., la otra cantidad se multiplica por $\frac{1}{2}$, por $\frac{1}{3}$, por $\frac{1}{4}$, etc., respectivamente, se dice que las cantidades son **inversamente proporcionales** y a esta relación se le llama **proporcionalidad inversa**.

Por ejemplo, la tabla muestra la relación entre las medidas de la base y la altura de un rectángulo de área 12 cm^2 . Si la base aumenta de 1 a 3 centímetros (se multiplica por 3) entonces la altura disminuye de 12 a 4 centímetros (se multiplica por $\frac{1}{3}$).

Base (cm)	1	2	3	4	5	6	...
Altura (cm)	12	6	4	3	2.4	2	...

Resuelve

1. Completa la tabla sobre la relación entre las longitudes de la base y la altura de un paralelogramo de área 30 cm^2 ; estas cantidades son inversamente proporcionales:

Base (cm)	1	2	3	4	5	6	...
Altura (cm)	30						...

2. En una carrera se deben recorrer 600 metros, con la opción de que sea un solo competidor o un grupo de competidores que recorran la misma distancia hasta completar los 600 metros. Completa la tabla sobre la relación entre la cantidad de competidores y la distancia que debe completar cada uno (las cantidades son inversamente proporcionales):

Cantidad de competidores	1	2	3	4	5	6	...
Distancia (m)	600						...

3. Tres litros de jugo se reparten equitativamente en recipientes con diferentes medidas de capacidad. Completa los espacios en la siguiente tabla sobre la relación entre la cantidad de recipientes y la cantidad de jugo que contendrá cada uno (las cantidades son inversamente proporcionales):

Cantidad de recipientes	1	2	3	4	5	6	...
Cantidad de jugo (ml)	3,000						...

3.2 Propiedad de la proporcionalidad inversa

Recuerda

Un terreno tiene 48 manzanas de área. Completa la tabla con los datos sobre la relación entre la cantidad de mozos y el número de manzanas que le corresponde trabajar a cada uno cuando, se reparten equitativamente:

Cantidad de mozos	1	2	3	4	5	6	...
n.º de manzanas	48						...

Comprende

Propiedad de la proporcionalidad inversa

Cuando dos cantidades son inversamente proporcionales, el producto de estas cantidades siempre resulta el mismo número.

Por ejemplo, la tabla muestra la relación entre las medidas de la base y la altura de un rectángulo cuya área es 12 cm^2 . Debido a lo anterior, el producto de la base y la altura siempre resultará en 12.

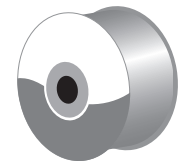
Base x (cm)	1	2	3	4	5	6	...
Altura y (cm)	12	6	4	3	2.4	2	...
Producto $x \times y$	12	12	12	12	12	12	

12×1 6×2 4×3

Resuelve

Una cinta de cierta medida de largo se divide en listones de igual tamaño. La tabla contiene la relación entre la cantidad de listones que pueden elaborarse y la medida (en centímetro) de cada uno:

Cantidad de listones	2	3	4	5	6	...
Longitud de cada listón (cm)	60	40				...



- Completa los espacios que hacen falta en la tabla.
- ¿Cuál es la medida del largo de la cinta?
- ¿Son la cantidad de listones y la longitud de cada listón inversamente proporcionales?, ¿por qué?
- Si la cantidad de listones fuera 10, ¿cuál sería la longitud de cada uno?, ¿y si fuera 100?

3.3 Identificación de cantidades inversamente proporcionales

Recuerda

- En una tienda deben descargarse 24 cajas de un camión. Completa la tabla con la relación entre la cantidad de trabajadores y la cantidad de cajas que deberá descargar cada uno, si se distribuyen equitativamente (son cantidades inversamente proporcionales):

Cantidad de trabajadores	1	2	3	4	...
Cantidad de cajas a descargar					...

- La tabla contiene la relación entre las medidas de la altura y la base de un paralelogramo (ambas en centímetros):

Altura (cm)	3	4	5	6	7	...
Base (cm)	140					...

- Completa los espacios que hacen falta en la tabla.
- ¿Cuál es el área del paralelogramo?, ¿por qué?
- ¿Son la altura y la base inversamente proporcionales?, ¿por qué?

Comprende

Para identificar si dos magnitudes son inversamente proporcionales se puede verificar una de las siguientes condiciones:

- Cuando una de ellas se multiplica por 2, por 3, por 4, ..., la otra se multiplica por $\frac{1}{2}$, por $\frac{1}{3}$, por $\frac{1}{4}$, ..., respectivamente.
- El producto de las dos cantidades siempre resulta un mismo número (propiedad de la proporcionalidad inversa).

Resuelve

Identifica si las cantidades son inversamente proporcionales, coloca ✓ si las cantidades son inversamente proporcionales o coloca ✗ si no lo son y justifica tu respuesta.

- El número de pupusas y la cantidad de calorías consumidas.



n.º de pupusas	1	2	3	4	5	...
Cantidad de calorías	300	600	900	1,200	1,500	...

- El número de porciones de un pastel y la cantidad de azúcar que contiene cada porción.



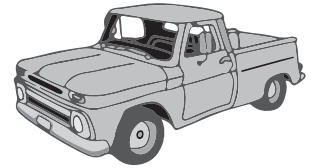
n.º de porciones	2	3	4	5	6	...
Cantidad de azúcar (g)	105	70	52.5	42	35	...

3.4 Expresión $x \times y = \text{constante}$

Recuerda

1. Un automóvil debe recorrer cierta distancia. La tabla contiene la relación entre la rapidez del automóvil y el tiempo que tardará en recorrer dicha distancia:

Rapidez (km/h)	3	6	12	24	48	...
Tiempo (h)	24	12				...



a. Completa los espacios en blanco. ¿Son cantidades inversamente proporcionales?, ¿por qué?

b. ¿Cuánto tardaría si la rapidez fuera 36 km/h?

2. Identifica si las cantidades son inversamente proporcionales, coloca \checkmark si las cantidades son inversamente proporcionales o coloca \times si no lo son y justifica tu respuesta: número de bolsitas de té y valor energético que aportan.



n.º de bolsitas de té	1	2	3	4	5	...
Valor energético (kcal)	2	4	6	8	10	...

Comprende

Cuando x y y son cantidades inversamente proporcionales, el producto $x \times y$ es constante (siempre es el mismo valor). La relación entre x y y se puede representar como:

$$x \times y = \text{constante} \quad \text{o} \quad y = \text{constante} \div x$$

Se dice que y es **inversamente proporcional** a x .

Resuelve

Un vendedor de perfumes tiene depósitos de distintas capacidades. La tabla muestra la cantidad de mililitros que contiene un depósito y la cantidad de depósitos que puede obtener de 1 litro de perfume.

Capacidad x (ml)	1,000	500	250	200	125	...
Cantidad de depósitos y	1	2	4	5	8	...
Producto $x \times y$						



a. Completa la tabla.

b. Representa la relación entre la capacidad del depósito (x) y la cantidad de depósitos (y).

Firma de un familiar: _____

3.5 Proporcionalidad inversa con un dato desconocido

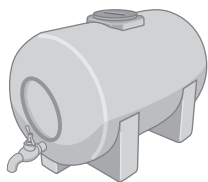
Recuerda

1. Determina si las cantidades son o no, inversamente proporcionales, justifica tu respuesta: el número de cuadraditos que se pueden formar de un cuadrado de 100 cm^2 de área, y el área de cada cuadradito.

n.º de cuadraditos	1	2	4	5	8	...
Área (cm^2)	100	50	25	20	12.5	...

2. Para llenar un tanque se verterá en él cierta cantidad de agua. La tabla muestra la relación entre la cantidad de agua por minuto que se vierte en el tanque y el tiempo que tardará en llenarse:

Cantidad de agua x (litros/min)	180	360	540	720	900	...
Tiempo y (min)	720	360	240	180	144	...
Producto $x \times y$						



- a. Completa la última fila de la tabla. ¿Cuál es la capacidad del tanque?

- b. Representa la relación entre la cantidad de agua que se vierte por minuto (x) y el tiempo (y).

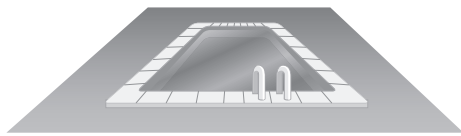
Comprende

Se puede encontrar un valor desconocido en situaciones sobre proporcionalidad inversa, utilizando la definición o la propiedad de proporcionalidad inversa.

Resuelve

El complejo turístico A tiene 5 piscinas que se llenan con 90 barriles con agua. Además, se construirá el complejo turístico B de manera que utilice la misma cantidad total de agua, pero que tenga 15 piscinas. ¿Con cuántos barriles con agua se llenarán las piscinas?

Cantidad de piscinas	5	15
Cantidad de barriles con agua	90	a
Producto		



3.6 Autoevaluación de lo aprendido

Resuelve y marca con una "x" la casilla que consideres adecuada, de acuerdo a lo que aprendiste. Sé consciente con lo que respondas.

Ítem	Sí	Podría mejorar	No	Comentario																								
<p>1. Calculo los valores correspondientes a cantidades inversamente proporcionales. Por ejemplo, en el siguiente caso: cantidad de bodegas que pueden construirse en un terreno de 120 m², y el área para cada bodega.</p> <table border="1"> <tr> <td>Cantidad de bodegas</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>Área (m²)</td> <td>120</td> <td>60</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table>	Cantidad de bodegas	1	2	3	4	5	Área (m ²)	120	60																			
Cantidad de bodegas	1	2	3	4	5																							
Área (m ²)	120	60																										
<p>2. Identifico si dos cantidades son inversamente proporcionales. Por ejemplo, en los siguientes casos:</p> <p>a. Las edades de Miguel y Laura.</p> <table border="1"> <tr> <td>Edad de Miguel</td> <td>8</td> <td>9</td> <td>10</td> <td>11</td> <td>12</td> </tr> <tr> <td>Edad de Laura</td> <td>10</td> <td>11</td> <td>12</td> <td>13</td> <td>14</td> </tr> </table> <p>b. La cantidad de ladrillos necesarios para cubrir un piso de 3,000 cm² y el área de cada ladrillo.</p> <table border="1"> <tr> <td>Cantidad de ladrillos</td> <td>50</td> <td>75</td> <td>100</td> <td>120</td> <td>150</td> </tr> <tr> <td>Área (cm²)</td> <td>60</td> <td>40</td> <td>30</td> <td>25</td> <td>20</td> </tr> </table>	Edad de Miguel	8	9	10	11	12	Edad de Laura	10	11	12	13	14	Cantidad de ladrillos	50	75	100	120	150	Área (cm ²)	60	40	30	25	20				
Edad de Miguel	8	9	10	11	12																							
Edad de Laura	10	11	12	13	14																							
Cantidad de ladrillos	50	75	100	120	150																							
Área (cm ²)	60	40	30	25	20																							
<p>3. Escribo la relación de proporcionalidad inversa entre dos cantidades, usando las variables x y y. Por ejemplo, en el siguiente caso: la relación entre la base (x) y la altura (y) de un rectángulo de 3,600 cm² de área.</p> <table border="1"> <tr> <td>Base x (cm)</td> <td>90</td> <td>100</td> <td>120</td> <td>150</td> <td>160</td> </tr> <tr> <td>Altura y (cm)</td> <td>40</td> <td>36</td> <td>30</td> <td>24</td> <td>22.5</td> </tr> </table>	Base x (cm)	90	100	120	150	160	Altura y (cm)	40	36	30	24	22.5																
Base x (cm)	90	100	120	150	160																							
Altura y (cm)	40	36	30	24	22.5																							
<p>4. Calculo el dato desconocido en situaciones sobre proporcionalidad inversa. Por ejemplo, en el siguiente caso: calcular el tiempo que se tardaría un motociclista en llegar a su destino al manejar a una rapidez de 100 km/h, si tarda 3 horas cuando maneja a 50 km/h.</p>																												

3.7 Proporcionalidad directa e inversa

Comprende

Se puede identificar si dos cantidades son directamente proporcionales, inversamente proporcionales o ninguna de las dos, verificando si el producto o el cociente es constante.

Por ejemplo:

- a. La rapidez de un auto y el tiempo que tarda en recorrer 120 km de distancia son cantidades inversamente proporcionales, porque el producto siempre resulta en 120.

Rapidez x (km/h)	20	40	60	80	...
Tiempo y (horas)	6	3	2	1.5	...
Producto $x \times y$	120	120	120	120	

- b. La longitud de un alambre y su peso son cantidades directamente proporcionales, porque el cociente siempre resulta en 9.

Longitud x (m)	2	4	6	8	...
Peso y (g)	18	36	54	72	...
Cociente $y \div x$	9	9	9	9	

Resuelve

Identifica si las cantidades x y y son directamente proporcionales, inversamente proporcionales o ninguna de las dos. En caso de ser directamente o inversamente proporcionales, representa la relación entre x y y :

- a. La cantidad de mecánicos y la cantidad de motores que revisa cada uno, si se distribuyen el trabajo equitativamente:

Cantidad de mecánicos x	4	7	8	16	28	...
Cantidad de motores y	56	32	28	14	8	...



- b. La cantidad de máquinas embotelladoras y la cantidad de botellas que se obtienen:



Cantidad de máquinas x	1	3	6	8	10	...
Cantidad de botellas y	50	150	300	400	500	...

- c. La cantidad de perros y los días para los que alcanza su comida:

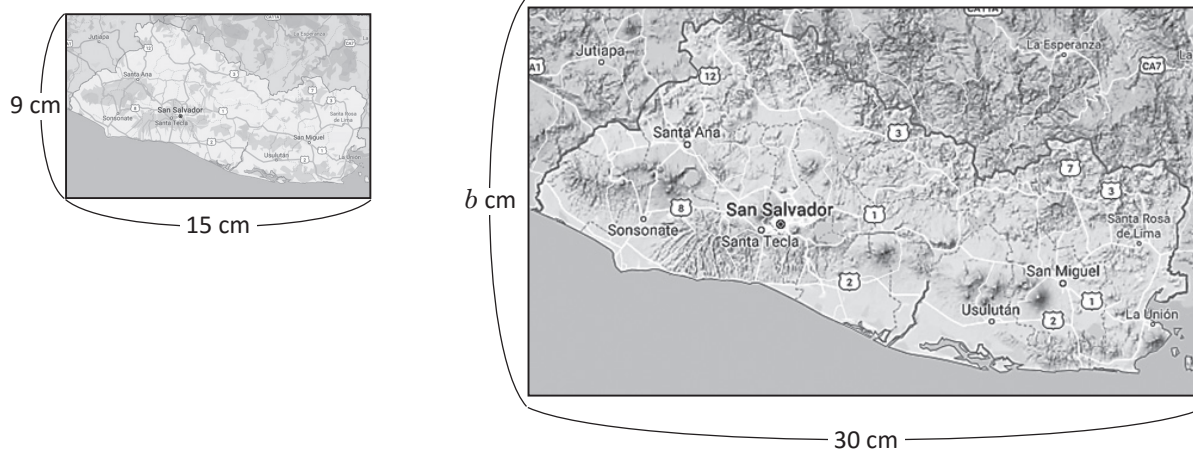
Cantidad de perros x	2	4	23	46	...
Cantidad de días y	46	23	4	2	...



Problemas de aplicación

1. La **Cartografía** es el estudio y la práctica de la elaboración de mapas; la persona encargada de hacer esto se llama **cartógrafo**. De una forma más específica, la cartografía se considera el arte, la ciencia y la tecnología de la elaboración de mapas y el estudio de ellos como documentos científicos y obras de arte. En general, los mapas muestran la información de cierto territorio y son de utilidad para localizar una ciudad, encontrar un sitio en ella o ubicarse uno mismo.

Los mapas mantienen la forma del lugar que ha sido representado en ellos, sin importar el tamaño que posea; por lo tanto, se puede decir que las dimensiones de El Salvador en dos mapas diferentes forman una proporción. Observa los mapas de nuestro país, ¿cuánto debe ser el valor del número b para que los mapas mantengan la relación de aspecto?



2. En la ciudad de Estocolmo, Suecia, construyeron un sistema solar a escala 1 : 20 millones. El edificio conocido como "Globe" funciona como el centro del sistema solar, es decir, El Sol; a 2.9 km del Globe se encuentra la maqueta de Mercurio con 25 cm de diámetro, y a 300 km del Globe se encuentra Plutón, cuya maqueta tiene 65 cm de diámetro.

María y Juan desean elaborar una maqueta del sistema solar, guardando la proporción de las distancias desde el Sol a Mercurio, y del Sol a Plutón. Encuentra el dato faltante en la proporción $2.9 : 300 = a : 0.001$





Unidad 6

Longitud de una circunferencia y
área del círculo

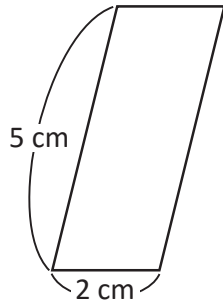
En esta unidad aprenderás a

- Calcular la longitud de una circunferencia a partir de su radio o su diámetro
- El significado de π y su uso
- Calcular el área de un círculo
- Calcular el área de regiones en figuras diversas

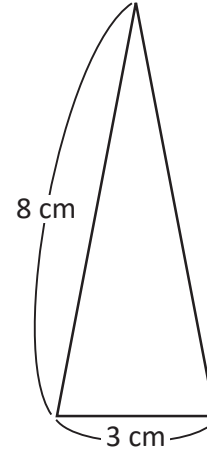
1.1 Practica lo aprendido

Calcula el perímetro de las siguientes figuras.

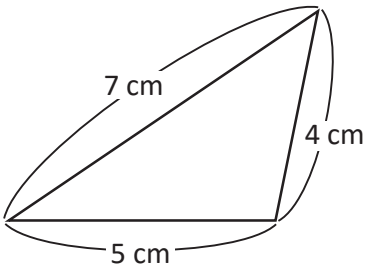
a. Paralelogramo



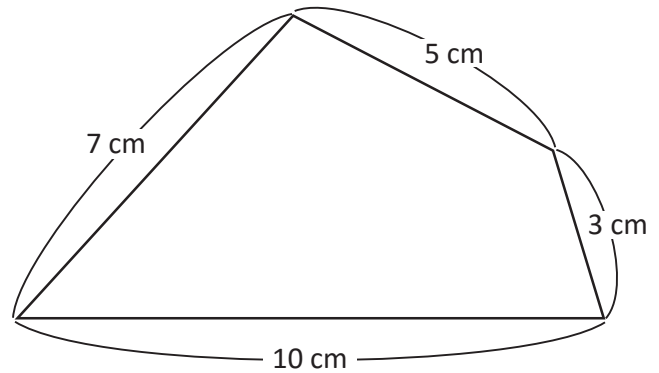
b. Triángulo isósceles



c. Triángulo escaleno



d. Cuadrilátero



1.2 Relación entre la longitud de la circunferencia y el diámetro

Recuerda

¿Cómo se llama el contorno de un círculo?

Comprende

El cociente **longitud de la circunferencia ÷ diámetro** no depende del diámetro. Se denota este número con letra griega π y se lee "pi":

$$\text{longitud de la circunferencia} \div \text{diámetro} = \pi$$

Redondeando a la centésima π es aproximadamente igual a 3.14 y se utiliza este valor en el cálculo.

Por ejemplo, en la tabla se presentan una serie de objetos para los cuáles se han tomado las medidas de la longitud de la circunferencia y su diámetro:

Objeto	Longitud de la circunferencia (cm)	Diámetro (cm)	Longitud ÷ Diámetro (aproximación)
base de una taza	25	8	$25 \div 8 = 3.13$
tirro	33.1	10.5	$33.1 \div 10.5 = 3.15$
tazón	46.8	14.9	$46.8 \div 14.9 = 3.14$

Al calcular el cociente de la longitud entre el diámetro, el resultado es aproximadamente 3.14

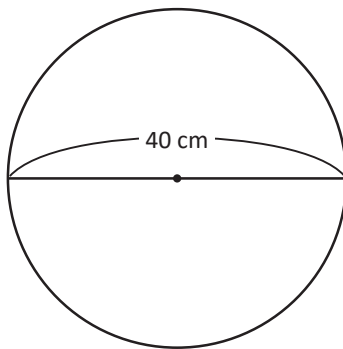
Resuelve

En cada caso, con los datos de la circunferencia de la ilustración realiza el cociente:

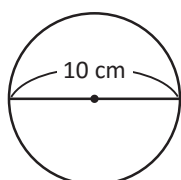
$$\text{longitud de la circunferencia} \div \text{diámetro}$$

y verifica que se cumple la relación.

- a. Longitud de la circunferencia: 125.66 cm



- b. Longitud de la circunferencia: 31.42 cm



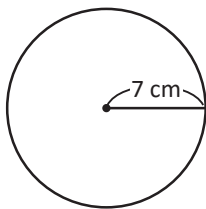
1.3 Cálculo de la longitud de una circunferencia

Recuerda

1. Responde lo siguiente:
 - a. Sin importar el tamaño de la circunferencia, ¿cuál es (aproximadamente) el resultado de dividir la longitud de la circunferencia entre su diámetro?
 - b. ¿Con qué letra griega se denota el número del literal anterior?

2. Verifica que, para la siguiente circunferencia, se cumple la relación:
longitud de la circunferencia \div diámetro = π

Longitud de la circunferencia: 43.98 cm



Comprende

Si se conoce el diámetro de una circunferencia, su longitud se calcula efectuando lo siguiente:

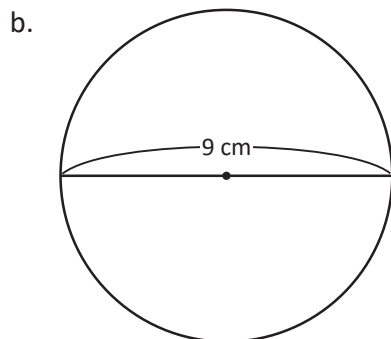
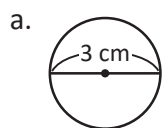
$$\text{longitud de la circunferencia} = \text{diámetro} \times 3.14$$

La longitud de una circunferencia es proporcional al diámetro.



Resuelve

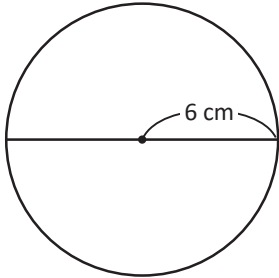
Encuentra la longitud de cada circunferencia:



2.1 Comparación del área del círculo con el área de cuadrados

Recuerda

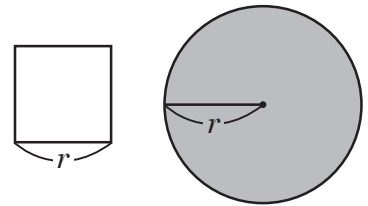
1. Verifica la relación longitud de la circunferencia \div diámetro = π , para una circunferencia de diámetro 100 cm y longitud 314.16 cm.
2. Calcula la longitud de la siguiente circunferencia:



Comprende

El área del círculo de radio r cumple lo siguiente:

- Es mayor que dos veces el área del cuadrado de lado r .
- Es menor que cuatro veces el área del cuadrado de lado r .



Resuelve

1. Completa lo siguiente:

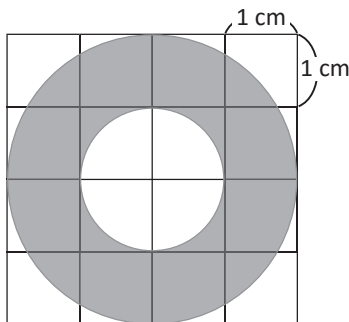
- ① 2 veces el área del cuadrado de lado 4 cm es: _____ cm^2 .
- ② 4 veces el área del cuadrado de lado 4 cm es: _____ cm^2 .
- ③ Por lo tanto, el área del círculo de radio 4 cm está entre _____ cm^2 y _____ cm^2 .

2. Completa lo siguiente:

- ① 2 veces el área del cuadrado de lado 15 cm es: _____ cm^2 .
- ② 4 veces el área del cuadrado de lado 15 cm es: _____ cm^2 .
- ③ Por lo tanto, el área del círculo de radio 15 cm está entre _____ cm^2 y _____ cm^2 .

★Desafiate

Estima entre cuáles valores se encuentra el área sombreada:



Firma de un familiar: _____

2.2 Fórmula del área de un círculo

Recuerda

1. Calcula la longitud de la circunferencia cuyo radio mide 12 cm.

2. Completa lo siguiente:

- ① 2 veces el área del cuadrado de lado 11 cm es: _____ cm^2 .
- ② 4 veces el área del cuadrado de lado 11 cm es: _____ cm^2 .
- ③ Por lo tanto, el área del círculo de radio 11 cm está entre _____ cm^2 y _____ cm^2 .

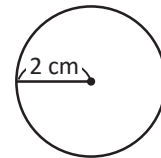
Comprende

El área del círculo se calcula:

$$\begin{aligned}\text{área del círculo} &= \text{radio} \times \text{radio} \times \pi \\ &= \text{radio} \times \text{radio} \times 3.14\end{aligned}$$

Por ejemplo, el área de un círculo de radio 2 cm se calcula realizando:

$$\begin{aligned}\text{área del círculo} &= 2 \times 2 \times 3.14 \\ &= 4 \times 3.14 \\ &= 12.56\end{aligned}$$

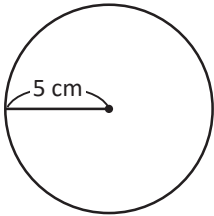


El área es 12.56 cm^2 .

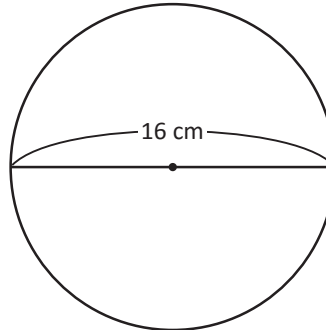
Resuelve

Encuentra el área de los siguientes círculos utilizando el valor 3.14

a.

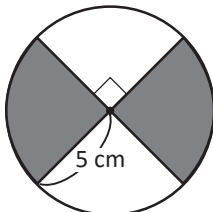


b.



★Desafiate

Calcula el área de la región sombreada en el siguiente círculo:

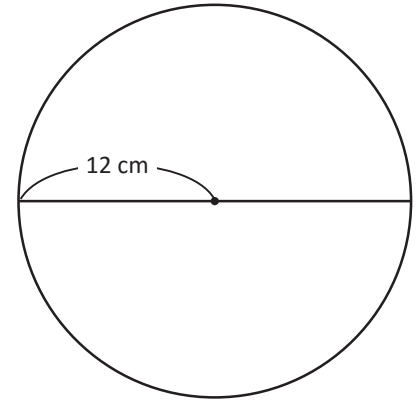


2.3 Cálculo de áreas con círculos

Recuerda

La medida del radio de un círculo es 12 cm.

- Estima entre cuáles valores se encuentra su área (justifica tu respuesta).
- Calcula el área utilizando el valor de 3.14 y verifica que cumple con la información del literal anterior.



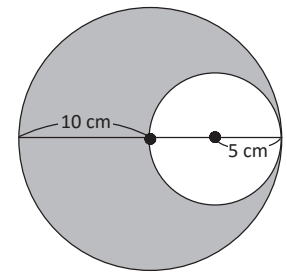
Comprende

Para calcular el área de una región se pueden identificar las figuras involucradas, calcular sus áreas y luego restarlas como corresponda.

Por ejemplo, para calcular el área sombreada de la figura de la derecha debe restarse el área del círculo de radio 5 cm, al área del círculo de radio 10 cm:

$$\begin{aligned}
 \text{Área sombreada} &= 10 \times 10 \times 3.14 - 5 \times 5 \times 3.14 \\
 &= 100 \times 3.14 - 25 \times 3.14 \\
 &= (100 - 25) \times 3.14 \\
 &= 75 \times 3.14 \\
 &= 235.5
 \end{aligned}$$

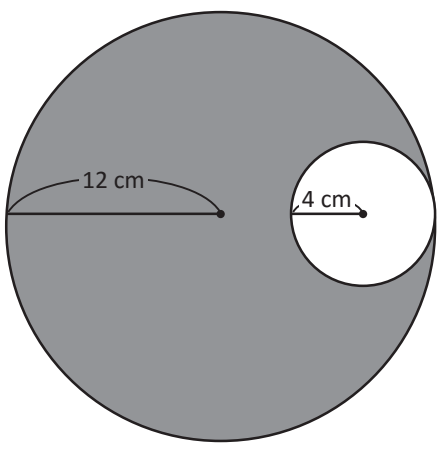
El área sombreada es 235.5 cm².



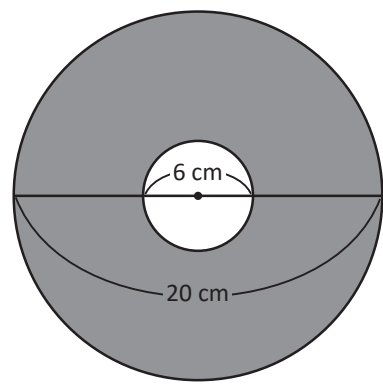
Resuelve

Calcula el área de la región sombreada en cada uno de los siguientes círculos:

a.



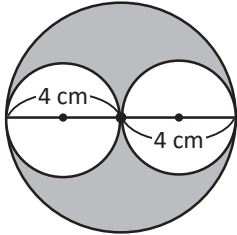
b.



2.4 Cálculo de áreas de regiones diversas

Recuerda

1. Calcula el área de un círculo de radio 2.5 cm.
2. Calcula el área de la región sombreada en el siguiente círculo:

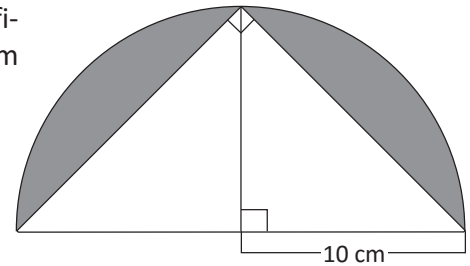


Comprende

Para calcular el área de figuras diversas, puedes encontrar el área de cada figura conocida y luego sumar o restar según la necesidad.

Por ejemplo, para encontrar el área de la región sombreada de la figura de la derecha debe restarse el área del triángulo de base 20 cm y altura 10 cm, al área de la mitad del círculo de radio 10 cm:

$$\begin{aligned}
 \text{área sombreada} &= \text{área de la mitad del círculo} - \text{área del triángulo} \\
 &= (10 \times 10 \times 3.14) \div 2 - (20 \times 10) \div 2 \\
 &= 314 \div 2 - 200 \div 2 \\
 &= 157 - 100 \\
 &= 57
 \end{aligned}$$

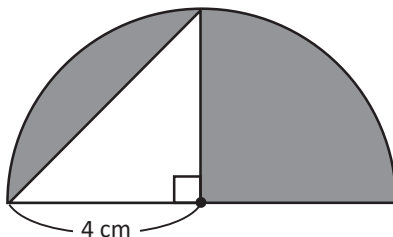


El área sombreada es 57 cm².

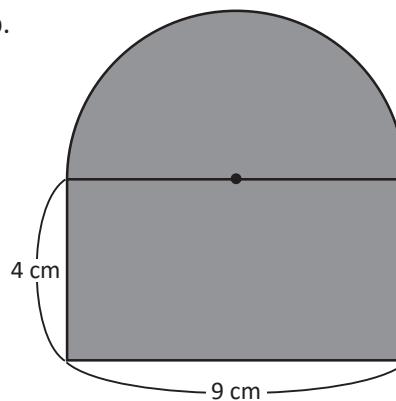
Resuelve

En cada caso, calcula el área de la región sombreada:

a.

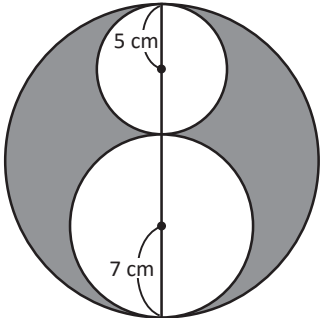
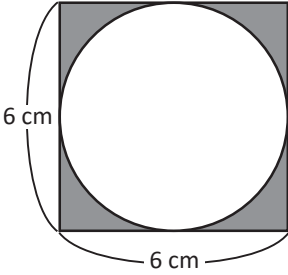


b.



2.5 Autoevaluación de lo aprendido

Resuelve y marca con una "x" la casilla que consideres adecuada, de acuerdo a lo que aprendiste. Sé consciente con lo que respondas.

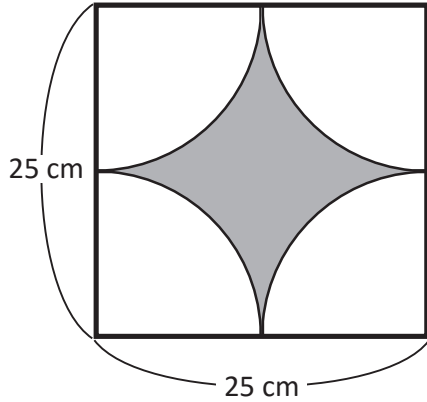
Ítem	Sí	Podría mejorar	No	Comentario
<p>1. Calculo la longitud de una circunferencia a partir de la medida de su diámetro o su radio. Por ejemplo, en los siguientes casos:</p> <p>a. Diámetro: 18 cm b. Radio: 13 cm</p>				
<p>2. Estimo los valores entre los que se encuentra el área de un círculo a partir de su radio. Por ejemplo, en los siguientes casos:</p> <p>a. Radio: 7 cm b. Radio: 25 cm</p>				
<p>3. Calculo el área de un círculo a partir de la medida de su radio o su diámetro, utilizando el valor 3.14. Por ejemplo, en los siguientes casos:</p> <p>a. Radio: 9 cm b. Diámetro: 30 cm</p>				
<p>4. Calculo áreas que se forman con círculos. Por ejemplo, el área de la región sombreada en la siguiente figura:</p> 				
<p>5. Calculo el área de regiones diversas. Por ejemplo, el área de la región sombreada en la siguiente figura:</p> 				

Problemas de aplicación

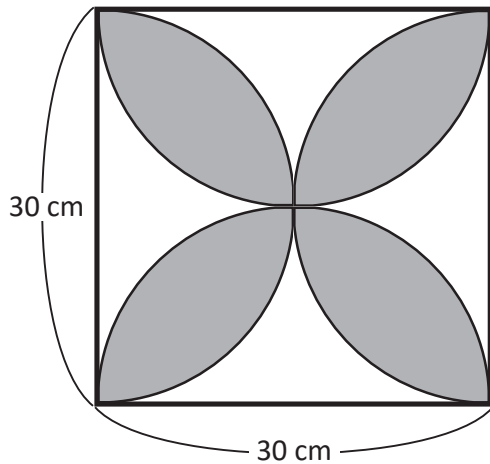
Algunas baldosas que recubren el piso o paredes tienen diseños creados con círculos; estas formas pueden ser, no solo entretenidas a la vista, sino también ayudan a meditar, esperar o a buscar otras figuras dentro de ellas.

En cada uno de los siguientes casos, calcula el área de la región sombreada de las siguientes baldosas:

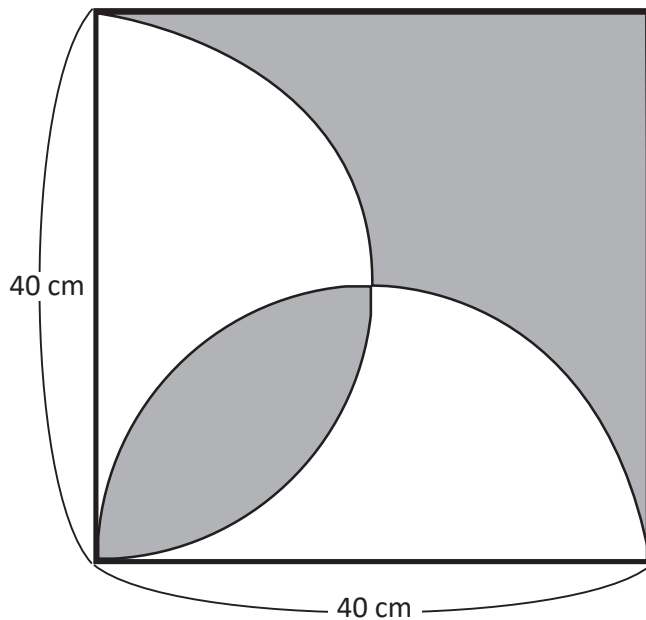
a.



b.



c.





Unidad 7

Análisis de datos

En esta unidad aprenderás a

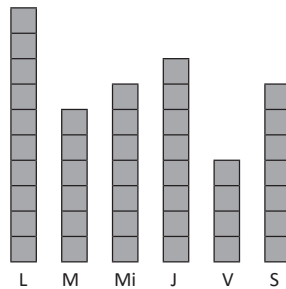
- Calcular la media aritmética de un conjunto de datos
- Encontrar la moda de un conjunto de datos
- Encontrar la mediana de un conjunto de datos


1.1 La media aritmética

Comprende

En general, la **media aritmética** es el número que resulta al emparejar cantidades. Por ejemplo, en la tabla y la gráfica se muestra la cantidad de cocinas vendidas en un almacén de San Salvador, durante seis días de la semana:

Día	Cocinas
lunes (L)	10
martes (M)	6
miércoles (Mi)	7
jueves (J)	8
viernes (V)	4
sábado(S)	7



Cada  de la gráfica representa una cocina.




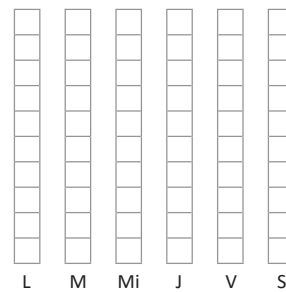
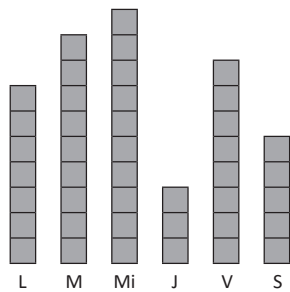
Al emparejar el largo de la cinta en cada día, repartiendo equitativamente la cantidad de cocinas entre todos los días, resultan 7 cocinas cada día:

Resuelve


Una librería vende cajas de lapiceros y plumones. Cada día, vende las siguientes cantidades:

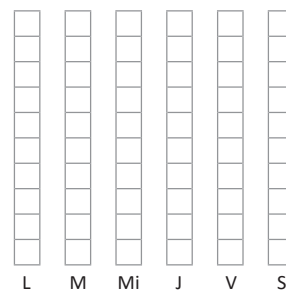
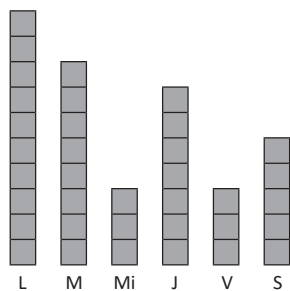
Días	Lunes (L)	Martes (M)	Miércoles (Mi)	Jueves (J)	Viernes (V)	Sábado (S)
cajas de lapiceros	7	9	10	3	8	5
cajas de plumones	10	8	3	7	3	5

a. Encuentra la media aritmética de la cantidad de cajas de lapiceros vendidas durante la semana, emparejando las cantidades en una nueva gráfica (cada  representa una caja de lapiceros).



R: _____


b. Encuentra la media aritmética de la cantidad de cajas de plumones vendidas durante la semana, emparejando las cantidades en una nueva gráfica (cada  representa una caja de plumones):



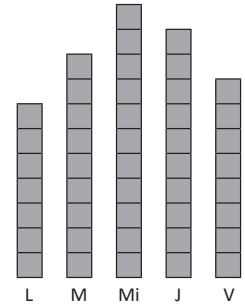
R: _____

1.2 Fórmula de la media aritmética

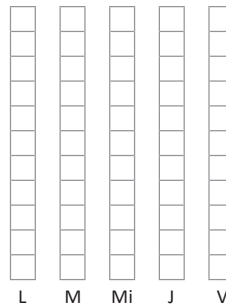
Recuerda

Antonio registra en una tabla el tiempo que tardó en llegar a su escuela, durante una semana. Elabora, además, una gráfica donde cada  representa un minuto.

Día	Tiempo (min)
lunes (L)	7
martes (M)	9
miércoles (Mi)	11
jueves (J)	10
viernes (V)	8



Encuentra la media aritmética del tiempo, emparejando las cantidades en una nueva gráfica.



R: _____

Comprende

Para calcular la media aritmética se puede utilizar la siguiente fórmula:

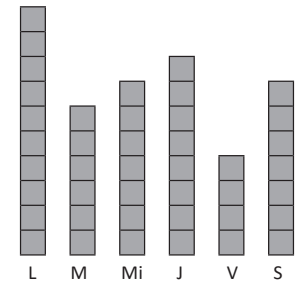
$$\text{suma de los datos} \div \text{cantidad de datos} = \text{media aritmética}$$

Por ejemplo, la media aritmética de la cantidad de cocinas vendidas en un almacén de San Salvador, durante seis días de la semana se calcula realizando:

$$(10 + 6 + 7 + 8 + 4 + 7) \div 6 = 7$$

Por lo tanto, la media aritmética es 7 cocinas.

Cantidad de cocinas vendidas



Resuelve

- Los estudiantes de sexto grado participaron en una carrera. Cada uno de ellos anotó el tiempo que tardaron en finalizarla: 3 min, 6 min, 5 min, 6 min, 7 min, 3 min, 6 min, 4 min. ¿Cuál es la media aritmética del tiempo utilizado por los estudiantes para finalizar la carrera?

PO: _____

R: _____

- Una profesora pregunta a sus estudiantes sobre la cantidad de personas que viven en sus casas, obteniendo los siguientes datos: 4, 5, 5, 4, 3, 7, 6, 4, 8, 4. ¿Cuál es la media aritmética de la cantidad de personas que viven en los hogares de los estudiantes?

PO: _____

R: _____

Firma de un familiar: _____

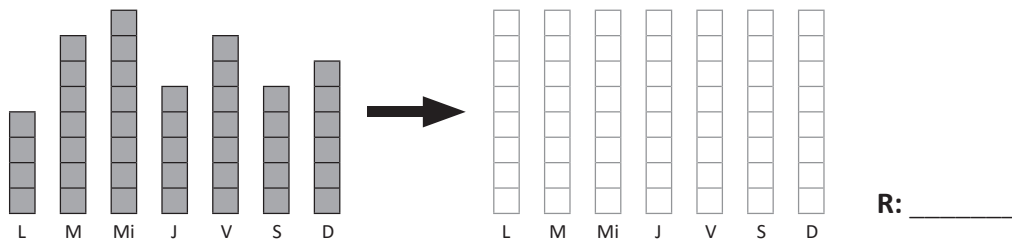
1.3 Cálculo de la media aritmética cuando alguno de los datos es cero

Recuerda

Don Miguel registra la cantidad de libras de arroz que vende en su tienda, durante una semana:

Día	lunes (L)	martes (M)	miércoles (Mi)	jueves (J)	viernes (V)	sábado (S)	domingo (D)
Cantidad	4	7	8	5	7	5	6

- a. Encuentra la media aritmética de la cantidad de libras de arroz vendidas durante la semana, emparejando las cantidades en una nueva gráfica (cada  representa una libra de arroz).



- b. Calcula la media aritmética utilizando la fórmula y verifica el resultado del literal anterior.

Comprende

Cuando uno o varios de los datos son iguales a cero, el cálculo de la media aritmética es el mismo y siempre se toman en cuenta para realizar las operaciones.

Resuelve

1. La dueña de una tienda realiza un inventario y determina las cantidades de latas de jugos que tiene por cada sabor:

Jugo	Manzana	Melocotón	Pera	Piña	Naranja	Mango
Cantidad	8	15	12	20	0	11

Calcula la media aritmética de la cantidad de latas de jugos.

PO: _____

R: _____

2. Desde el 10 hasta el 20 de Junio de 2017 se registraron las siguientes cantidades de sismos (sentidos) en el territorio salvadoreño:

Fecha	10 Jun	11 Jun	12 Jun	13 Jun	14 Jun	15 Jun	16 Jun	17 Jun	18 Jun	19 Jun	20 Jun
Cantidad	0	0	1	1	2	1	0	2	2	0	2

Calcula la media aritmética de la cantidad de sismos sentidos durante ese periodo.

PO: _____

R: _____

1.4 Cálculo de la suma de datos

Recuerda

1. La tabla muestra las causas y las cantidades de accidentes de tránsito registradas hasta julio de 2019. Calcula la media aritmética.

PO: _____

Causas	Cantidad
Distracción del conductor	2,132
Invadir carril	2,094
No respetar señal de prioridad	1,564
No guardar distancia de seguridad	1,550

R: _____

2. En un torneo de fútbol, el equipo A, anotó las siguientes cantidades de goles: 3, 3, 2, 0, 4, 0. Calcula la media aritmética.

PO: _____



R: _____

Comprende

Para calcular la suma de los datos, conociendo la media aritmética por día, se utiliza la siguiente fórmula:

$$\text{media aritmética} \times \text{cantidad de datos} = \text{suma de los datos}$$

Por ejemplo, si la media aritmética de la cantidad de vasos con agua que bebió Marta durante 5 días fue 8, entonces el total de vasos con agua que bebió en los 5 días (suma de los datos) se encuentra realizando:

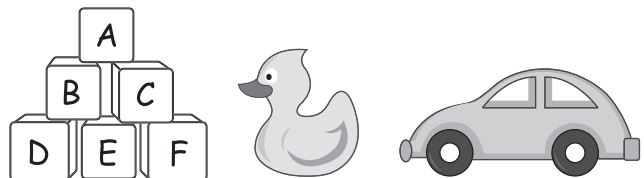
$$8 \times 5 = 40$$

Es decir, Marta bebió 40 vasos con agua durante los 5 días.

Resuelve

1. En una fábrica de juguetes, la media aritmética de la cantidad diaria de juguetes defectuosos es 5. ¿Cuántos juguetes defectuosos se obtendrán en 7 días?

R: _____



2. En un restaurante, la media aritmética de la cantidad de postres que se venden cada día es 11. ¿Cuántos postres se venderán en 15 días?

R: _____

Firma de un familiar: _____

1.5 Aplicación de la media aritmética

Recuerda

1. Calcula la media aritmética del siguiente conjunto de datos: 11, 12, 15, 0, 13, 0, 9, 17, 0, 14.

PO: _____

R: _____

2. La media aritmética de la ganancia diaria en una librería es \$445. ¿Cuánto será la ganancia en un mes? Haz el cálculo de un mes con 30 días.

R: _____

Comprende

En algunos casos no se tiene el valor de todos los datos, pero conociendo la media aritmética pueden calcularse los que se desconocen. Pasos:

- ① Calcular el valor total de los datos.
- ② Establecer la relación entre los datos y el valor total.
- ③ Restar el valor de los datos que se conocen.

Resuelve

1. La tabla muestra la cantidad de camisas confeccionadas por Carmen, según la talla:

Talla	XS	S	M	L	XL
Cantidad	12	14	15	17	x

Si la media aritmética de la cantidad de camisas es 12, ¿cuántas camisas talla XL confeccionó Carmen?

2. Una tienda vende paletas de 6 sabores: fresa, mango, chocolate, coco, arrayán y nance. Los dueños de la tienda han determinado las siguientes cantidades por sabor: 6 de fresa, 11 de mango, 25 de chocolate, 7 de coco y 15 de arrayán. Si la media aritmética de la cantidad de paletas es 13, ¿cuál es la cantidad de paletas de nance?

1.6 Cálculo de nuevas medias aritméticas

Recuerda

1. La media aritmética del gasto semanal de Carlos es \$16.50; ¿cuál es el gasto de Carlos en 3 meses? Asume que cada mes tiene 4 semanas.

R: _____

2. Cinco de seis niños tienen las siguientes edades: 7 años, 4 años, 11 años, 6 años y 2 años. Si la media aritmética de la edad de los seis niños es 6, ¿cuál es la edad del niño faltante?

Comprende

En algunos casos se conoce la media aritmética para cierta cantidad de datos; al incrementar uno de los datos, la nueva media aritmética se calcula realizando lo siguiente:

- ① Se calcula el valor total de los datos.
- ② Se suma el valor en que se ha incrementado uno de los datos.
- ③ Se calcula el nuevo valor de la media aritmética.

Resuelve

1. En cinco días, la media aritmética de la cantidad diaria de galones de gasolina consumidos por el auto de Beatriz fue 0.92, si en el sexto día el auto consumió 1.4 galones de gasolina, ¿cuál será la media aritmética de los galones consumidos en los 6 días?

R: _____

2. La media aritmética de la cantidad de pupusas consumidas por una persona desde enero a noviembre es 16. Si en diciembre consume 20 pupusas, ¿cuál será la media aritmética de la cantidad de pupusas consumidas en los 12 meses?

R: _____

Firma de un familiar: _____

1.7 Autoevaluación de lo aprendido

Resuelve y marca con una "x" la casilla que consideres adecuada, de acuerdo a lo que aprendiste. Sé consciente con lo que respondas.

Ítem	Sí	Podría mejorar	No	Comentario
<p>1. Calculo la media aritmética de un conjunto de datos. Por ejemplo, en los siguientes casos:</p> <p>a. La media aritmética del tiempo que tarda Antonio en llegar a su trabajo, si en 10 días ha registrado los siguientes: 33 min, 25 min, 35 min, 30 min, 25 min, 38 min, 40 min, 37 min, 45 min, 32 min.</p> <p>b. La media aritmética de la cantidad de niñas y niños atendidos en una unidad de salud por quemaduras, durante 8 días: 5, 0, 7, 8, 6, 2, 0, 4.</p>				
<p>2. Calculo la suma de los datos a partir de su media aritmética. Por ejemplo, en el siguiente caso: Un centro escolar tiene 4 secciones de sexto grado. Si la media aritmética de la cantidad de estudiantes en las 4 secciones es 27, ¿cuántos estudiantes de sexto grado hay en la escuela?</p>				
<p>3. Resuelvo problemas como el siguiente: La media aritmética de las tarifas mensuales de alcantarillado aplicadas en seis hogares es \$5. Si en cinco, de los seis hogares, las tarifas aplicadas son \$7.50, \$3, \$4, \$4 y \$4, ¿cuál es la tarifa del sexto hogar?</p>				
<p>4. Resuelvo problemas como el siguiente: Cinco competidoras entre 13 y 14 años de edad participaron en una prueba de natación de 300 metros libres, y la media aritmética del tiempo que tardaron en finalizar la prueba fue 67 segundos. Si una sexta competidora logró un tiempo de 73 segundos, ¿cuál es la media aritmética del tiempo de las seis competidoras?</p>				

2.1 Moda

Comprende

La **moda** es el valor, objeto o característica que más se repite en los datos.

Por ejemplo, en la tabla se muestra la cantidad de estudiantes que prefieren determinada fruta:

Frutas	n.º de estudiantes que la prefieren	Frutas	n.º de estudiantes que la prefieren
jocote	4	nance	1
papaya	4	piña	2
mango	5	sandía	1
níspero	2	marañón	1
anona	1		

De la tabla identifico que la fruta preferida por más estudiantes es el mango, pues la cantidad de estudiantes que la prefieren es la mayor de todas.

¿Sabías que...?

Cuando hay dos modas en un conjunto de datos, se dice que el conjunto es **bimodal**.

Resuelve

- Un profesor pregunta el color favorito a sus estudiantes de tercer grado y recoge la siguiente información: rojo, verde, rosado, rojo, café, azul, amarillo, morado, verde, rosado, verde, rojo, azul, morado, azul, azul, verde, rosado, rojo, café, verde, negro.

a. Completa la siguiente tabla:

Color	n.º de estudiantes que lo prefieren	Color	n.º de estudiantes que lo prefieren
amarillo		verde	
rojo		rosado	
morado		café	
azul		negro	

b. ¿Cuál es la moda de los datos?

- Una tienda tiene en existencia las siguientes cantidades de jugos: 25 de manzana, 15 de pera, 5 de tomate, 35 de piña, 30 de melocotón y 20 de naranja.

a. Completa la siguiente tabla:

Jugo	Cantidad
manzana	
pera	
tomate	
piña	
melocotón	
naranja	

b. ¿Cuál es la moda de los datos?

2.2 Mediana de una cantidad impar de datos

Recuerda

En una clínica dental se registra la edad en que las niñas y los niños perdieron sus molares: 10 años, 12 años, 10 años, 11 años, 12 años, 12 años, 11 años, 10 años, 10 años, 11 años, 11 años, 10 años, 10 años.

a. Completa la siguiente tabla:

Edad en que perdieron los molares	Cantidad
10 años	
11 años	
12 años	



b. ¿Cuál es la moda de los datos?

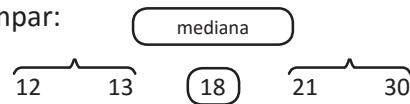
Comprende

Cuando se tiene una cantidad impar de datos y se ordenan de menor a mayor, o de mayor a menor, el **valor** que queda en la posición central se llama **mediana**.

Para encontrar la mediana, cuando la cantidad de datos es impar:

① Se ordenan los datos.

② Se encuentra el dato que ocupa la posición central.



Resuelve

1. Los pesos en kilogramos de 11 estudiantes de sexto grado son los siguientes: 38 kg, 35 kg, 38 kg, 38 kg, 36 kg, 39 kg, 37 kg, 39 kg, 36 kg, 37 kg y 37 kg. Encuentra la mediana de los pesos.

R: _____

2. En una semana, Carlos mide el tiempo que tarda en llegar de su casa a la escuela, obteniendo los siguientes datos: 15 minutos, 19 minutos, 16 minutos, 15 minutos, 17 minutos. Encuentra la mediana del tiempo.



R: _____

2.3 Mediana de una cantidad par de datos

Recuerda

1. En los exámenes de Matemática, los estudiantes tienen las siguientes calificaciones: 8, 7, 7, 10, 9, 7, 8, 9, 7, 7, 8, 10, 7, 7, 7, 9, 7, 8, 7, 9, 9, 7, 7. Completa la tabla y encuentra la moda.

Calificación	Cantidad
7	
8	
9	
10	

2. En un hospital se mide la estatura de siete recién nacidos, obteniendo los siguientes datos: 47 cm, 50 cm, 48 cm, 52 cm, 53 cm, 48 cm, 50 cm. Encuentra la mediana de las estaturas.

R: _____

Comprende

Cuando la cantidad de datos sea par, entonces al ordenar los datos de menor a mayor (o de mayor a menor), la mediana será el valor que se encuentra entre los dos datos centrales.

Para encontrar la mediana, cuando la cantidad de datos es par:

- ① Se ordenan los datos.
- ② Se calcula la media aritmética de los dos datos centrales.

12 13 18 mediana 20 21 30

La mediana es la media aritmética de 18 y 20.

¿Qué pasaría?

Si las edades de 6 estudiantes de sexto grado son: 11, 12, 11, 12, 13, 12, ¿cuál es la mediana? Ordenando las edades 11, 11, 12, 12, 12, 13 en este caso, la cantidad de datos es par, pero los dos datos en el centro son 12, así que la mediana es 12.

Resuelve

1. En un juego se anotaron los siguientes puntos para los equipos A y B:

Equipo A	25	56	104	64	72	38
Equipo B	45	17	35	28	57	110

Encuentra la mediana de los puntos de cada equipo.

2. En una carrera de relevos, se corrieron las siguientes distancias: 10 m, 20 m, 30 m, 15 m, 25 m, 35 m. Encuentra la mediana.

Firma de un familiar: _____

2.4 Autoevaluación de lo aprendido

Resuelve y marca con una "x" la casilla que consideres adecuada, de acuerdo a lo que aprendiste. Sé consciente con lo que respondas.

Ítem	Sí	Podría mejorar	No	Comentario
<p>1. Encuentro la moda de un conjunto de datos. Por ejemplo, en los siguientes casos:</p> <p>a. Frascos de pintura de diferentes colores: verde, azul, azul, rojo, amarillo, azul, rojo, azul, verde, rojo, azul, amarillo, azul, rojo, amarillo, azul, amarillo, rojo, azul, amarillo azul.</p> <p>b. Precios de los cuadernos en una librería: \$0.80, \$0.95, \$1.10, \$1.25, \$1.50, \$2, \$2.50, \$3.</p>				
<p>2. Encuentro la mediana de un conjunto impar de datos. Por ejemplo, en el siguiente caso: Magnitudes de sismos, en la escala Richter, registrados por el Ministerio de Medio Ambiente y Recursos Naturales (MARN): 2.9, 2.8, 2.9, 3, 2.6, 2.7, 2.8, 3, 5.</p>				
<p>3. Encuentro la mediana de un conjunto par de datos. Por ejemplo, en el siguiente caso: Temperaturas registradas en 8 días: 24 °C, 24 °C, 25 °C, 24 °C, 23 °C, 23 °C, 24 °C, 26 °C.</p>				

Problemas de aplicación

1. El virus del Zika fue detectado en el continente americano en el último trimestre de 2015. La enfermedad se transmite a través de la picadura de los mosquitos aedes aegypti y tiene un período de incubación que va de tres a doce días. El cuadro presenta la cantidad de casos con sospecha de Zika registrada en 5 departamentos de El Salvador:

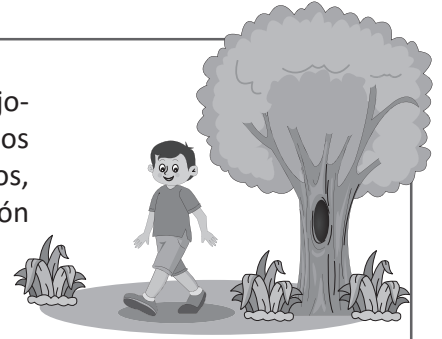
Departamento	Cantidad de casos
Chalatenango	45
Santa Ana	23
San Salvador	60
La Paz	11
Cuscatlán	11

Cuadro de datos basados en el Boletín epidemiológico semana 35 (del 26 de agosto al 1 de septiembre de 2018), en: www.salud.gob.sv

- ¿Cuál es la media aritmética de la cantidad de casos con sospecha de Zika de los 5 departamentos?
- En el departamento de Sonsonate se registraron 18 casos con sospecha de Zika. ¿Cuál es la nueva media aritmética de las cantidades de casos en los 6 departamentos?
- La media aritmética de la cantidad de casos en los 6 departamentos anteriores, más el departamento de San Vicente, es 26. ¿Cuál es la cantidad de casos con sospecha de Zika en San Vicente?
- Investiga: ¿qué acciones pueden tomar en tu escuela y en tu comunidad para prevenir el Zika?

Problemas de aplicación

2. Aunque resulte increíble, caminar por treinta minutos al día puede mejorar la vida de cada persona. Entre los beneficios de esta actividad están los siguientes: puede ayudar a que dejemos de tomar tantos medicamentos, mejora nuestra capacidad mental, reduce el riesgo de ataques al corazón y reduce el cansancio.



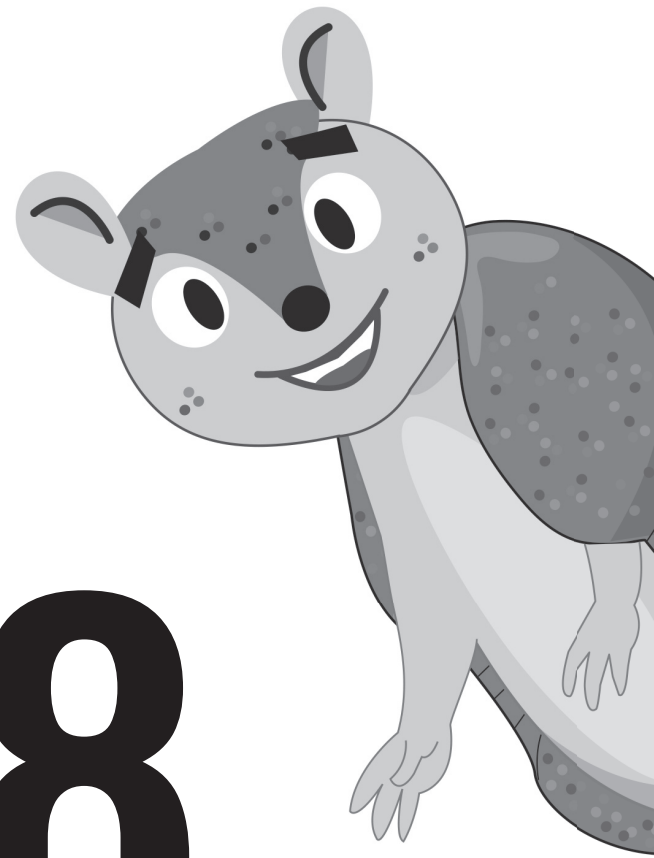
Miguel sale a caminar junto a sus padres durante 10 días y lleva el registro del tiempo en cada uno de ellos: 30 minutos, 25 minutos, 25 minutos, 25 minutos, 30 minutos, 35 minutos, 45 minutos, 25 minutos, 30 minutos, 40 minutos.

- a. ¿Cuál es la media aritmética del tiempo que utiliza Miguel y sus padres para caminar?
- b. ¿Durante cuánto tiempo deben caminar Miguel y sus padres en el onceavo día, para que la media aritmética del tiempo de la actividad en los 11 días sea 30 minutos?
3. El Ministerio de Salud (MINSAL) registró los siguientes casos de neumonía en los 4 departamentos del oriente del país:

Departamento	Cantidad de casos
San Miguel	2,800
La Unión	1,466
Morazán	970
Usulután	1,689

Cuadro de datos basados en el Boletín epidemiológico semana 35 (del 26 de agosto al 1 de septiembre de 2018), en: www.salud.gob.sv

- a. Calcula la media aritmética de la cantidad de casos de neumonía de los 4 departamentos.
- b. Investiga: ¿cómo se puede prevenir la neumonía?



Unidad 8

Volumen de cubos y prismas rectangulares

En esta unidad aprenderás a

- Calcular el volumen de cubos y prismas rectangulares
- Utilizar el centímetro cúbico y el metro cúbico como unidades de medida de volumen
- Calcular el volumen de cuerpos geométricos compuestos
- Utilizar la relación entre volumen y capacidad

1.1 Volumen

Comprende

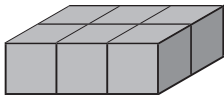
- La medida del espacio que ocupa un cuerpo geométrico recibe el nombre de **volumen**; así, el cuerpo geométrico de mayor volumen es aquel que ocupa más espacio.
- El volumen de un cuerpo geométrico se mide a través del número de cubos de arista 1 cm que lo forman.
- Dos cuerpos geométricos con diferente forma pueden tener el mismo volumen.

Resuelve

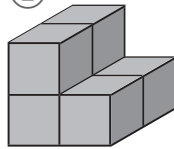
Los siguientes cuerpos geométricos se han construido utilizando cubos de arista 1 cm. En cada literal, ¿cuál es la relación entre las medidas de los volúmenes de los cuerpos geométricos ① y ②?

a.

①

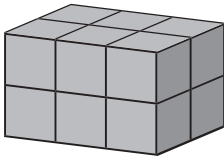


②

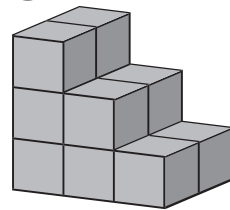


b.

①

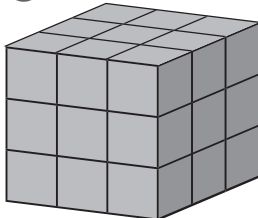


②

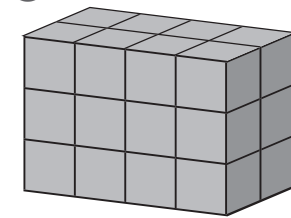


c.

①

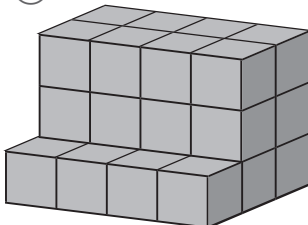


②

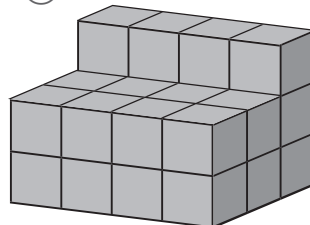


d.

①



②

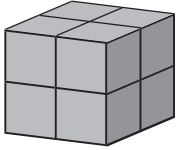


1.2 El centímetro cúbico

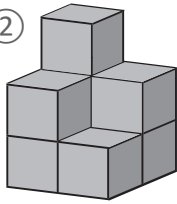
Recuerda

Los siguientes cuerpos geométricos se han construido utilizando cubos de arista 1 cm. ¿Cuál es la relación entre las medidas de los volúmenes de los cuerpos geométricos ① y ②?

①



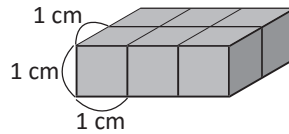
②



Comprende

- El volumen de un cuerpo es la cantidad de cubos de volumen 1 cm^3 que caben en él.
- Si el cuerpo no está compuesto por cubos completos se pueden acomodar las partes para formar cubos de volumen 1 cm^3 .

Por ejemplo, en el siguiente cuerpo geométrico caben 6 cubos de volumen 1 cm^3 :

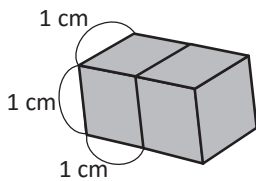


Por lo tanto, el volumen del cuerpo es 6 cm^3 . A partir de este momento siempre que se hable del lado de un cubo, se interpretará como la medida del lado del cuadrado en la cara del cubo.

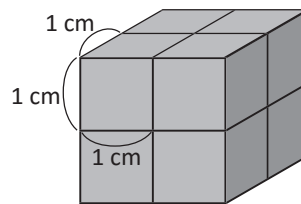
Resuelve

Encuentra el volumen de los siguientes cubos y prismas rectangulares:

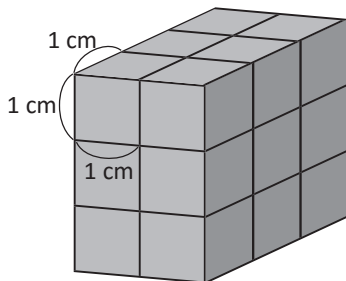
a.



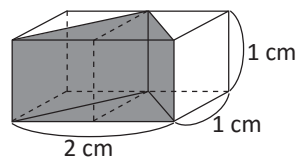
b.



c.



d.

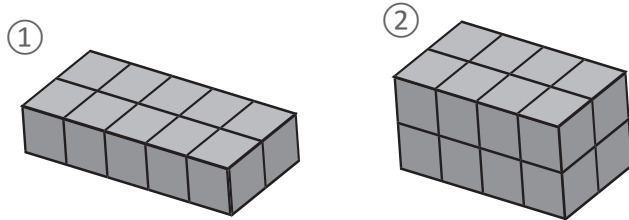


1.3 Volumen de un prisma, parte 1

Recuerda

Los siguientes cuerpos geométricos se han construido utilizando cubos del mismo tamaño.

a. ¿Cuál es la relación entre las medidas de los volúmenes de los cuerpos geométricos ① y ②?



b. Si la medida del lado de los cubos utilizados en los cuerpos geométricos ① y ② es 1 cm, ¿cuál es el volumen, en centímetros cúbicos, de cada cuerpo?

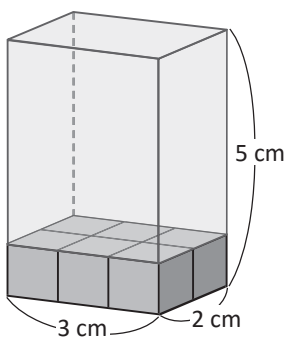
Comprende

Para determinar el volumen de un prisma rectangular o un cubo, no es necesario contar todos los cubos que lo forman, basta con multiplicar el número de cubos de 1 cm de lado de la primera capa por el número de capas.

volumen del prisma rectangular = número de cubos en la primera capa × número de capas

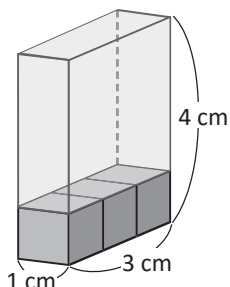
Resuelve

1. Observa el prisma rectangular y responde:



- ¿Cuántos cubos de 1 cm de lado hay en la primera capa?
- ¿Cuántas capas hay?
- ¿Cuál es el volumen del prisma?

2. Observa el prisma rectangular y responde:

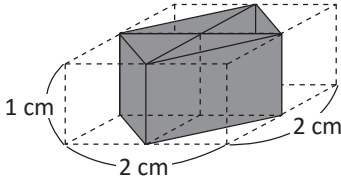


- ¿Cuántos cubos de 1 cm de lado hay en la primera capa?
- ¿Cuántas capas hay?
- ¿Cuál es el volumen del prisma?

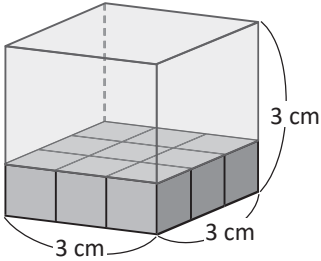
1.4 Volumen de un prisma, parte 2

Recuerda

1. Encuentra el volumen del siguiente prisma rectangular:



2. Observa el cubo y responde:



a. ¿Cuántos cubos de 1 cm de lado hay en la primera capa?

b. ¿Cuántas capas hay?

c. ¿Cuál es el volumen del prisma?

Comprende

Para calcular el volumen de un prisma rectangular se puede utilizar lo siguiente:

$$\text{volumen del prisma rectangular} = \text{área de la base del prisma} \times \text{altura del prisma}$$

Por lo que se puede calcular directamente el volumen con la relación:

$$\text{volumen del prisma rectangular} = \text{largo} \times \text{ancho} \times \text{altura}$$

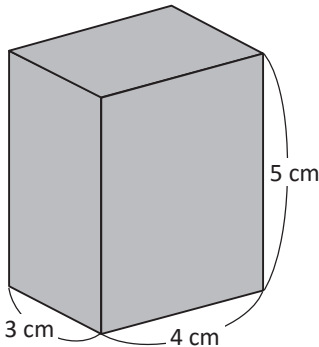
El cubo también es un prisma rectangular, por lo que su volumen se calcula con esta misma fórmula; pero como los lados de un cubo son de igual longitud, la fórmula para encontrar su volumen se puede escribir así:

$$\text{volumen del cubo} = \text{lado} \times \text{lado} \times \text{lado}$$

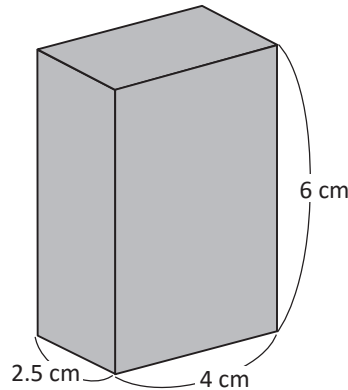
Resuelve

Calcula el volumen de los siguientes prismas rectangulares:

a.



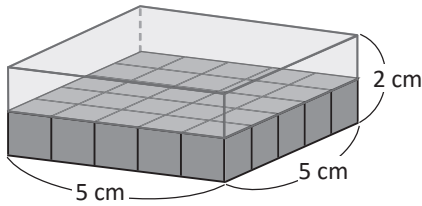
b.



1.5 Volumen de cuerpos geométricos compuestos (descomponiendo)

Recuerda

Con el prisma rectangular realiza lo siguiente:



a. Calcula el volumen usando el número de cubos de la primera capa y el número de capas.

b. Calcula el volumen usando las medidas del largo, ancho y alto. Compara el resultado con el del literal anterior.

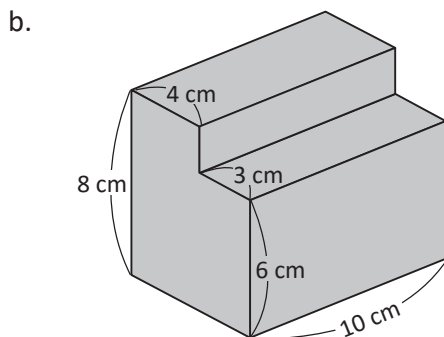
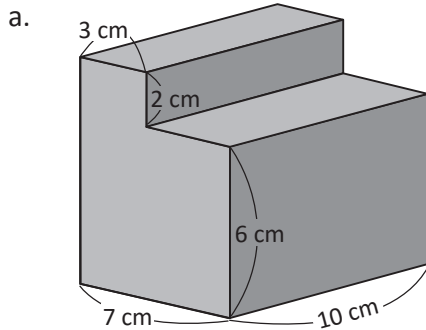
Comprende

Para calcular el volumen de cuerpos geométricos compuestos, se puede:

- 1 Separar en prismas rectangulares y calcular sus volúmenes.
- 2 Sumar los volúmenes.

Resuelve

Calcula el volumen de los siguientes cuerpos geométricos compuestos:

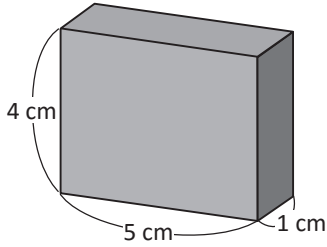


1.6 Volumen de cuerpos geométricos compuestos (completando)

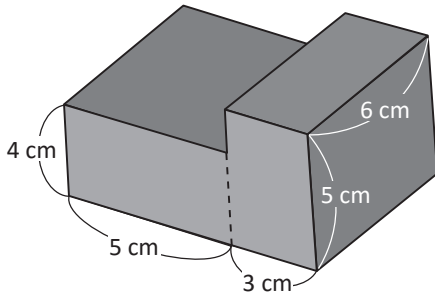
Recuerda

Calcula el volumen de los siguientes cuerpos geométricos:

a.



b.



Comprende

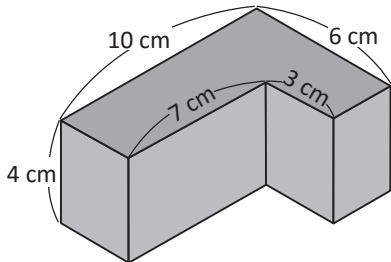
Para calcular el volumen de cuerpos geométricos compuestos, se puede:

- ① Completar un prisma rectangular y calcular el volumen del cuerpo completo y luego del cuerpo agregado.
- ② Del volumen completo restar el volumen agregado.

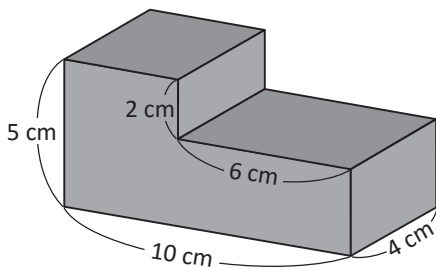
Resuelve

Calcula el volumen de los siguientes cuerpos geométricos compuestos completando un cubo o un prisma rectangular:

a.



b.

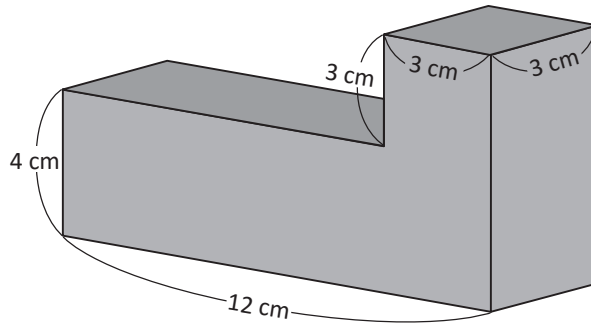


1.7 Volúmenes en metros cúbicos

Recuerda

Calcula el volumen del siguiente cuerpo geométrico compuesto de dos formas:

a. Separándolo en prismas rectangulares.



b. Completando un cubo o un prisma rectangular.

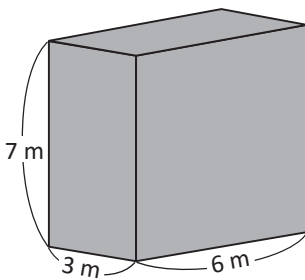
Comprende

- El volumen de un cubo de 1 m de lado se le llama “un metro cúbico” y se escribe 1 m^3 .
- Para calcular volúmenes grandes se utiliza el metro cúbico como unidad de medida.
- Además, se tiene la siguiente relación: $1 \text{ m}^3 = 1,000,000 \text{ cm}^3$.

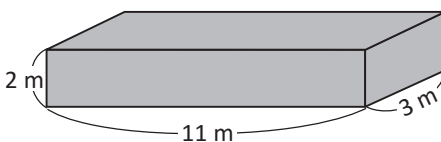
Resuelve

Calcula el volumen de los siguientes cuerpos geométricos en m^3 :

a.



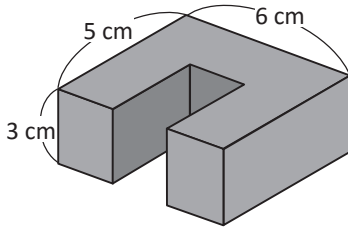
b.



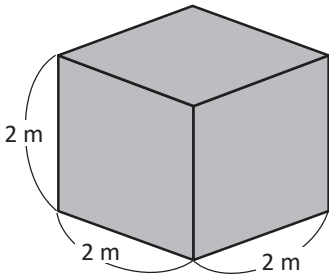
1.8 Relación entre volumen y capacidad

Recuerda

1. Calcula el volumen del siguiente cuerpo geométrico compuesto, completando un cubo o un prisma rectangular:



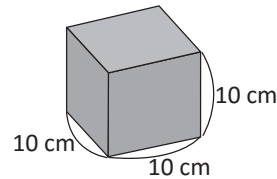
2. Calcula el volumen del siguiente cubo en m^3 y en cm^3 :



Comprende

La capacidad es el volumen que puede contener un recipiente en su interior.

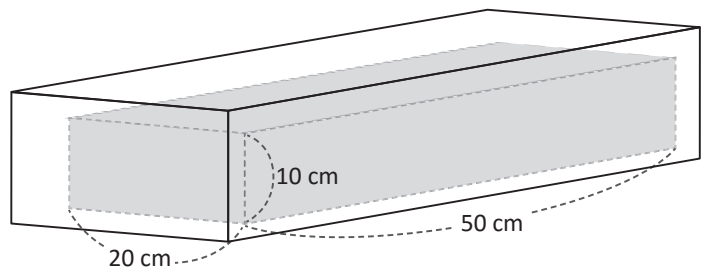
- Relación entre centímetros cúbicos y litros:
 $1,000 \text{ cm}^3 = 1 \text{ litro}$
- Como $1 \text{ litro} = 1,000 \text{ ml}$, entonces:
 $1 \text{ cm}^3 = 1 \text{ ml}$



Resuelve

Dadas las longitudes interiores del depósito:

- a. Calcula el volumen.

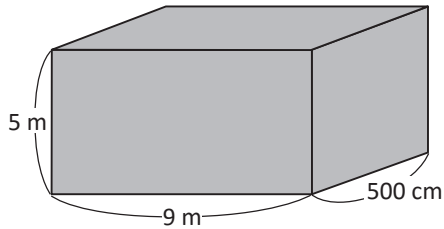


- b. Calcula la capacidad en litros.

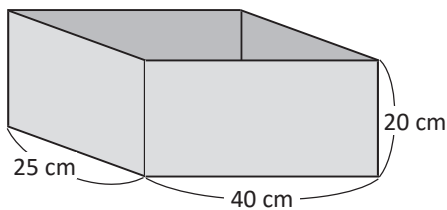
1.9 Equivalencias entre las unidades de capacidad y de volumen

Recuerda

1. Calcula el volumen del siguiente prisma rectangular en m^3 :



2. Calcula el volumen y la capacidad (en litros) del siguiente recipiente que tiene forma de un prisma rectangular:



Comprende

- $1 m^3 = 1,000$ litros.
- Para convertir de m^3 a litros se multiplica por 1,000; y para convertir de litros a m^3 se divide entre 1,000.

Por ejemplo, si una cisterna tiene un volumen de $12 m^3$ entonces su capacidad en litros se calcula efectuando $1,000 \times 12 = 12,000$; es decir, la capacidad de la cisterna es 12,000 litros.

Por otro lado, si una pila tiene capacidad de 2,000 litros entonces para calcular su volumen en m^3 se realiza $2,000 \div 1,000 = 2$; es decir, el volumen de la pila es $2 m^3$.

Resuelve

1. ¿Cuántos litros de agua caben en una cisterna de $7 m^3$?

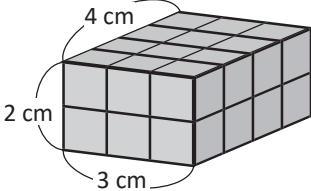
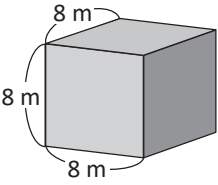
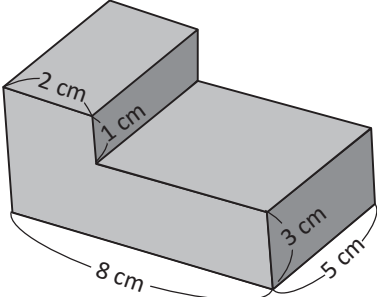
R: _____

2. Un tanque tiene una capacidad de 15,000 litros. ¿Cuál es el volumen que puede contener?

R: _____

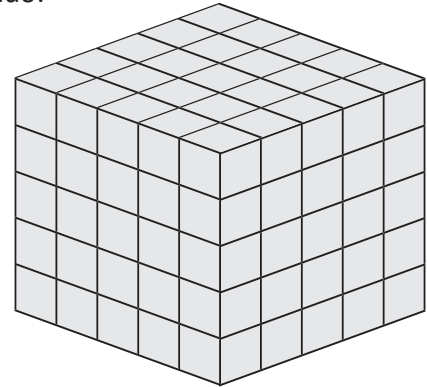
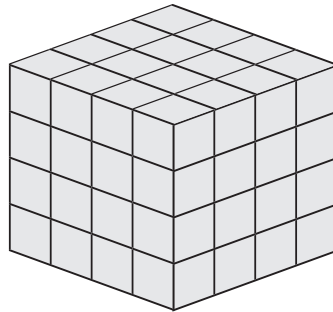
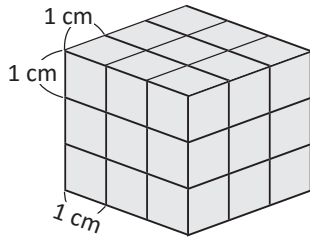
1.10 Autoevaluación de lo aprendido

Resuelve y marca con una "x" la casilla que consideres adecuada, de acuerdo a lo que aprendiste. Sé consciente con lo que respondas.

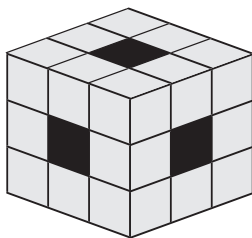
Ítem	Sí	Podría mejorar	No	Comentario
<p>1. Calculo el volumen de prismas rectangulares a partir de la cantidad de cubos de volumen 1 cm^3 que que caben en él. Por ejemplo, para el siguiente prisma:</p> 				
<p>2. Calculo el volumen de un prisma rectangular o un cubo en cm^3 o m^3, utilizando la fórmula. Por ejemplo, en el siguiente caso:</p> 				
<p>3. Calculo el volumen de un cuerpo geométrico compuesto:</p> 				
<p>4. Realizo la equivalencia entre volumen y capacidad. Por ejemplo, en los siguientes casos:</p> <p>a. La capacidad en litros de un tanque de 20 m^3.</p> <p>b. El volumen que puede contener un recipiente de 4,500 litros.</p>				

Problemas de aplicación

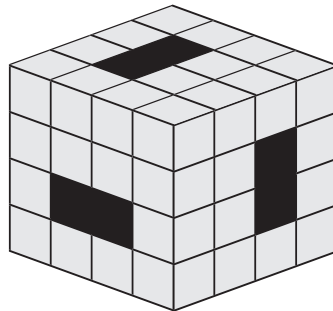
Con cubos de 1 cm de lado se construyen cubos de 3, 4 y 5 cm de lado:



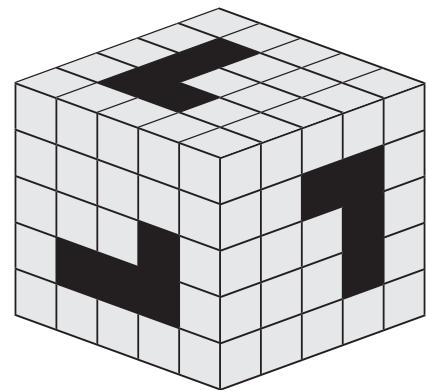
Cada uno de ellos es atravesado completamente por tres "túneles" de la siguiente forma (la zona en negro es un túnel que llega hasta la cara opuesta):



①



②



③

Calcula el volumen en cm^3 de los cuerpos geométricos ①, ② y ③.

En los túneles no hay cubos.





Unidad 9

Conversión de otros sistemas al sistema internacional

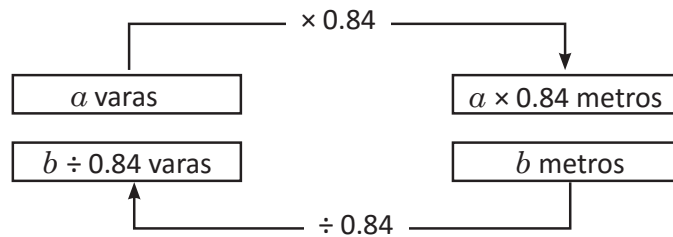
En esta unidad aprenderás a

- Realizar conversiones entre varas y metros
- Realizar conversiones entre varas cuadradas y metros cuadrados

1.1 Conversión entre metros y varas

Comprende

Para convertir varas a metros, o metros a varas se hace lo siguiente:



Ejemplos:

¿Cuántos metros hay en 15 varas?

$$15 \times 0.84 = 12.6$$

R: 12.6 m

¿Cuántas varas hay en 3.36 m?

$$3.36 \div 0.84 = 4$$

R: 4 v

Resuelve

1. Para cada literal, completa con el valor que le corresponde:

a. $10 \text{ v} = \text{ m}$

b. $50 \text{ v} = \text{ m}$

c. $67.2 \text{ m} = \text{ v}$

2. José y Beatriz tienen un trozo de lana cada uno. El trozo de lana de José mide 17 m de largo, mientras que el de Beatriz mide 20 varas, ¿quién tiene el trozo de lana más largo?

3. Miguel colocará trozos de alambre en su patio para colgar su ropa; en total, requiere de 9 m. Al llegar a la ferretería, el vendedor le indica que el alambre que necesita solo lo venden por varas. ¿Cuántas varas (completas) debe comprar Miguel, como mínimo?

★Desafíate

Responde (aproxima a las décimas):

a. ¿A cuántas varas equivale 1 km?

b. ¿A cuántas varas equivale 42 cm?

1.2 Conversión entre metros cuadrados y varas cuadradas

Recuerda

Para cada literal, completa con el valor que le corresponde:

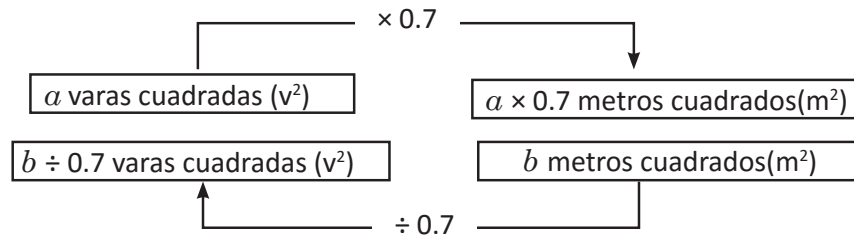
a. $25 \text{ v} = \text{ m}$

b. $126 \text{ m} = \text{ v}$

c. $92.4 \text{ m} = \text{ v}$

Comprende

- La vara cuadrada es una unidad de medida de área.
- $1 \text{ v}^2 = 0.7 \text{ m}^2$



Ejemplos:

¿Cuántos metros cuadrados hay en una área de 4 v^2 ?

$$4 \times 0.7 = 2.8$$

R: 2.8 m^2

¿Cuántas varas cuadradas hay en una área de 4.2 m^2 ?

$$4.2 \div 0.7 = 6$$

R: 6 v^2

Resuelve

1. Para cada literal, completa con el valor que le corresponde.

a. $30 \text{ v}^2 = \text{ m}^2$

b. $45 \text{ v}^2 = \text{ m}^2$

c. $63 \text{ m}^2 = \text{ v}^2$

2. La casa de Ana tiene un terreno de $1,500 \text{ v}^2$ y la casa de David tiene un terreno de $1,000 \text{ m}^2$. ¿Cuál terreno tiene mayor área?

★Desafíate

En El Salvador se usa una unidad de medida de área llamada manzana; una manzana es equivalente a $10,000 \text{ v}^2 (= 100 \text{ v} \times 100 \text{ v})$. ¿A cuántos metros equivale 1 manzana?

1.3 Autoevaluación de lo aprendido

Resuelve y marca con una "x" la casilla que consideres adecuada, de acuerdo a lo que aprendiste. Sé consciente con lo que respondas.

Ítem	Sí	Podría mejorar	No	Comentario
<p>1. Realizo la conversión de varas (v) a metros (m):</p> <p>a. $60 \text{ v} = \square \text{ m}$ b. $75 \text{ v} = \square \text{ m}$</p>				
<p>2. Realizo la conversión de metros (m) a varas (v):</p> <p>a. $109.2 \text{ m} = \square \text{ v}$ b. $210 \text{ m} = \square \text{ v}$</p>				
<p>3. Realizo la conversión de varas cuadradas (v^2) a metros cuadrados (m^2):</p> <p>a. $50 \text{ v}^2 = \square \text{ m}^2$ b. $125 \text{ v}^2 = \square \text{ m}^2$</p>				
<p>4. Realizo la conversión de metros cuadrados (m^2) a varas cuadradas (v^2):</p> <p>a. $49 \text{ m}^2 = \square \text{ v}^2$ b. $77 \text{ m}^2 = \square \text{ v}^2$</p>				
<p>5. Resuelvo situaciones como la siguiente: Julia tiene un trozo de alambre de 160 varas de longitud, mientras que Antonio tiene uno de 140 metros. ¿Quién tiene el trozo de alambre más corto?</p>				
<p>6. Resuelvo situaciones como la siguiente: la abuelita de Pedro tiene dos terrenos, el primero de $3,000 \text{ v}^2$ y el segundo de $2,100 \text{ m}^2$. ¿Cuál terreno es el más grande?</p>				

Problemas de aplicación

Comparación de precios de terreno

Don Jorge planea ampliar su finca y está analizando 6 opciones de oferta de terrenos. Elaboró una tabla de comparación para decidir cual compraría:

	Precio	Área
opción 1	\$19,000	4.5 manzanas
opción 2	\$17,500	350 a
opción 3	\$30,000	4 ha
opción 4	\$18,000	35,000 m ²
opción 5	\$20,000	5 manzanas
opción 6	\$18,000	45,000 v ²

a. ¿Cuál de las opciones es más económica?, ¿por qué?

1 a = 100 m²
1 ha = 10,000 m²



b. ¿Cuál de las opciones es menos económica?



Unidad 10

Traslaciones, simetrías y rotaciones

En esta unidad aprenderás a

- Trasladar una figura
- Determinar si una figura es simétrica respecto a una recta
- Determinar si una figura es simétrica respecto a un punto
- Construir figuras simétricas
- Caracterizar las figuras planas y polígonos regulares según el tipo de simetría que poseen

1.1 Traslación de figuras

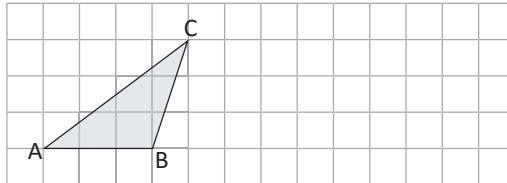
Comprende

La **traslación** es un movimiento que consiste en desplazar todos los puntos de una figura a una misma distancia, de manera que la figura resultante tenga la misma forma y orientación que la original.

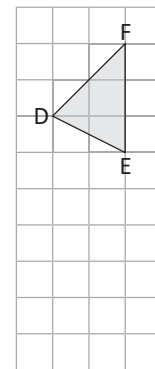
Resuelve

Realiza lo siguiente:

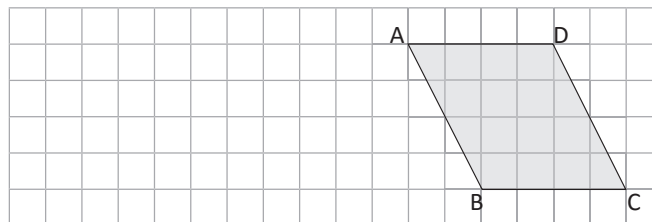
- a. Traslada el triángulo de vértices A, B y C, 8 espacios en forma horizontal hacia la derecha.



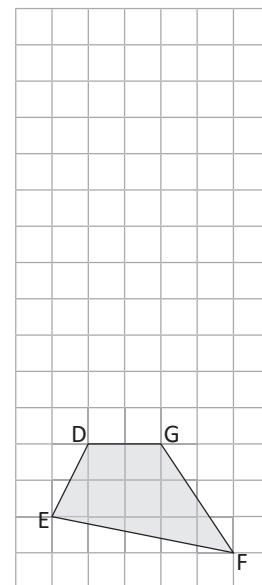
- b. Traslada el triángulo de vértices D, E y F, 5 espacios en forma vertical hacia abajo.



- c. Traslada el cuadrilátero de vértices A, B, C y D, 10 espacios en forma horizontal hacia la izquierda.



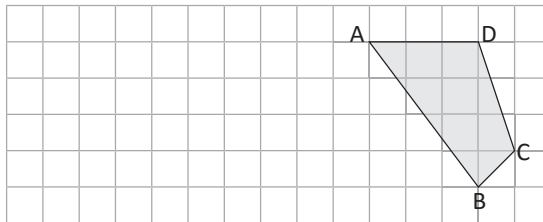
- d. Traslada el cuadrilátero de vértices D, E, F y G, 11 espacios en forma vertical hacia arriba.



1.2 Combinación de traslaciones

Recuerda

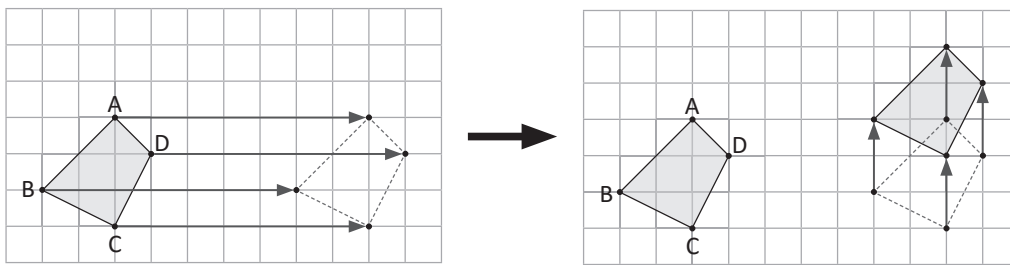
Traslada el cuadrilátero 9 espacios en forma horizontal hacia la izquierda.



Comprende

Se pueden realizar combinaciones de dos o más traslaciones horizontales y verticales; la figura resultante siempre mantiene la misma forma y orientación que la figura original.

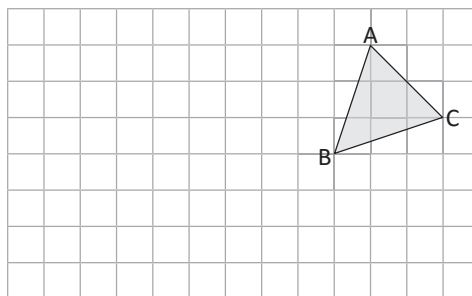
Por ejemplo, para trasladar el cuadrilátero 7 espacios en forma horizontal hacia la derecha y 2 espacios en forma vertical hacia arriba, se realiza primero la traslación en forma horizontal y luego la vertical:



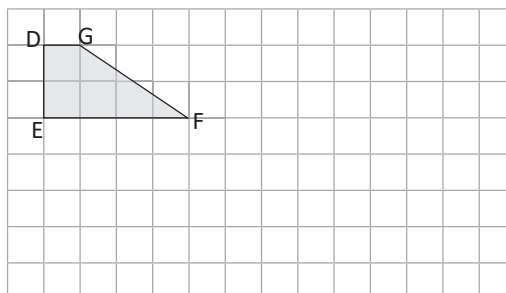
Resuelve

Realiza las siguientes combinaciones de traslaciones:

- Traslada el triángulo 8 espacios en forma horizontal hacia la izquierda y 3 espacios en forma vertical hacia abajo.



- Traslada el cuadrilátero 8 espacios en forma horizontal hacia la derecha y 4 espacios en forma vertical hacia abajo.



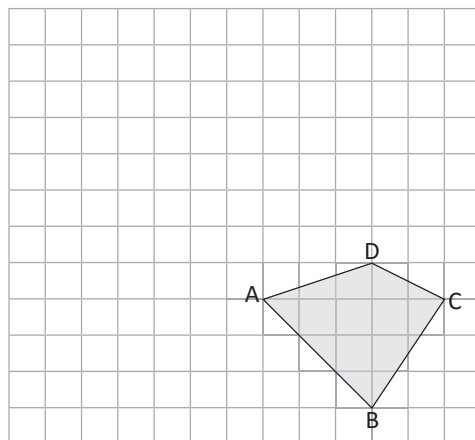
Firma de un familiar: _____

1.3 Figuras simétricas respecto a un eje

Recuerda

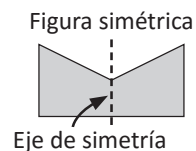
Realiza los siguiente:

- Traslada el cuadrilátero 6 espacios en forma horizontal hacia la izquierda y 6 espacios en forma vertical hacia arriba.
- Si realizas primero la traslación vertical, y luego la horizontal, ¿obtendrás el mismo resultado que en el literal anterior?



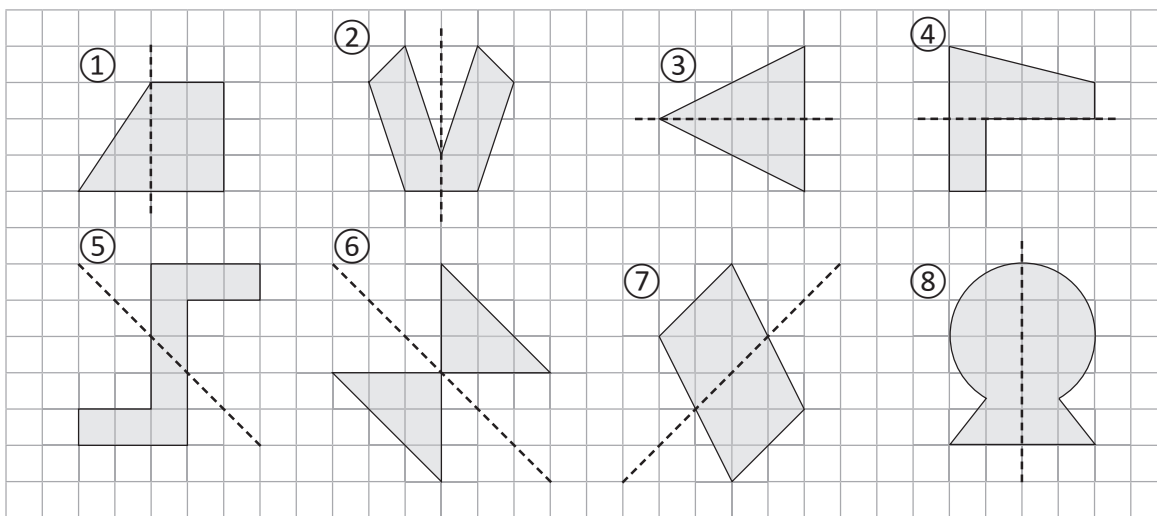
Comprende

Una **figura simétrica con respecto a un eje** (o simplemente **figura simétrica**) es aquella que puede doblarse por una línea recta de tal forma que se sobrepongan dos partes iguales. Esta línea recta recibe el nombre de **eje de simetría**.



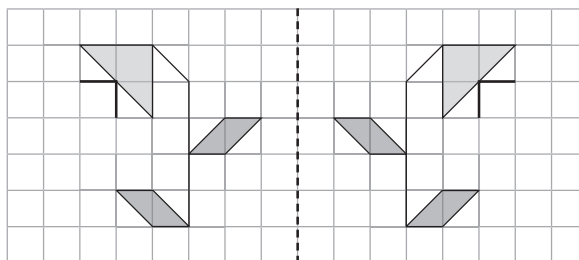
Resuelve

Determina cuál de las siguientes figuras son simétricas con respecto a la línea recta indicada en cada caso:



★Desafíate

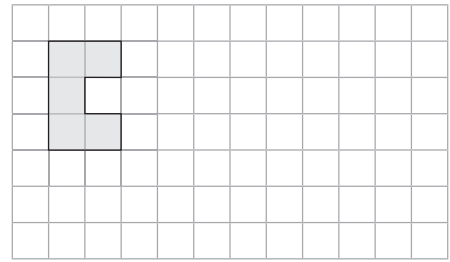
Si doblas la página de acuerdo al eje indicado, ¿se sobrepondrán las dos figuras?



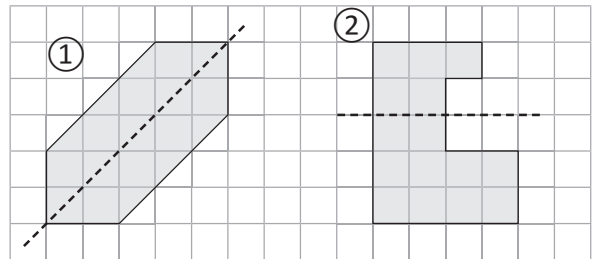
1.4 Vértices, lados y ángulos correspondientes

Recuerda

- Traslada la figura 2 espacios en forma vertical hacia abajo y 7 en forma horizontal hacia la derecha.



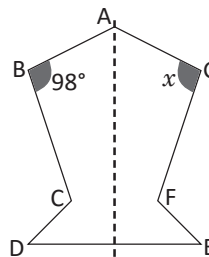
- Determina cuál de las siguientes figuras son simétricas con respecto a la línea recta indicada en cada caso.



Comprende

Al doblar una figura simétrica por su eje:

- Los vértices que se superponen se llaman **vértices correspondientes**.
- Los lados que se superponen se llaman **lados correspondientes**.
- Los ángulos que se superponen se llaman **ángulos correspondientes**.
- Los lados correspondientes tienen la misma longitud y los ángulos correspondientes tienen la misma medida.



G es el vértice correspondiente al vértice B, CD es el lado correspondiente al lado FE.

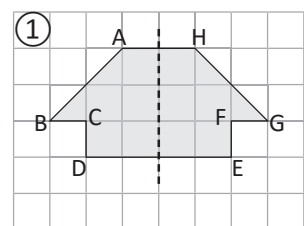


Resuelve

- Observa la figura ① (es simétrica) y encuentra lo siguiente:

a. Los vértices correspondientes a A, C y E.

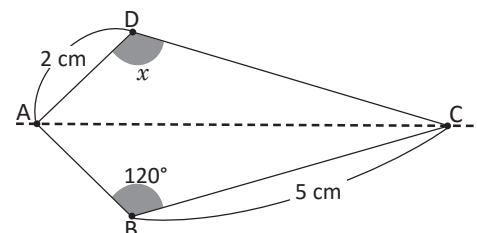
b. Los lados correspondientes a AB y FG.



- El cuadrilátero de vértices A, B, C y D es una figura simétrica con respecto a la línea punteada.

a. ¿Cuáles son las longitudes de los lados AB y CD?

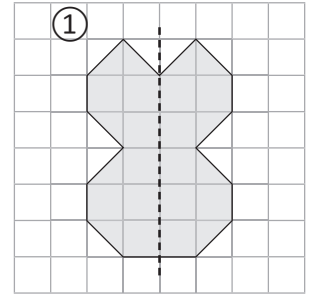
b. ¿Cuál es la medida del ángulo x ?



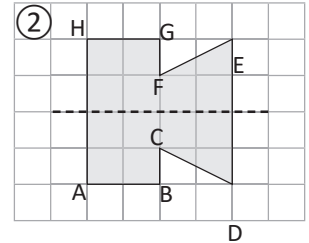
1.5 Características de las figuras simétricas

Recuerda

1. Observa la figura ① y responde: ¿es una figura simétrica con respecto a la línea punteada?



2. La figura ② es simétrica con respecto a la línea punteada.
- a. ¿Cuáles son los vértices correspondientes a B, C, E y H?



- b. ¿Cuáles son los lados correspondientes a AB y EF?

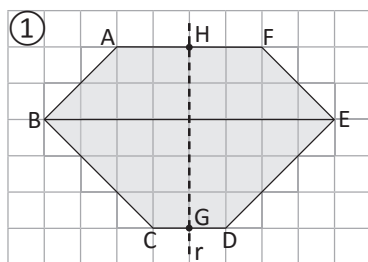
Comprende

En una figura simétrica:

- La línea que conecta dos vértices correspondientes, corta el eje de simetría perpendicularmente.
- La longitud desde esta intersección a los dos vértices correspondientes es la misma.

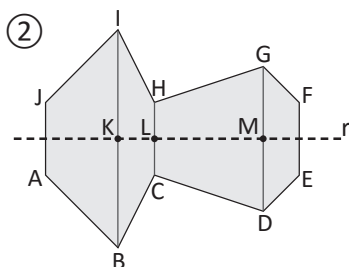
Resuelve

1. La figura ① es simétrica con respecto al eje r . Analiza y contesta:



- a. ¿Cómo se intersecan el eje de simetría y el segmento BE?
- b. ¿Qué segmento tiene la misma longitud que AH?
- c. ¿Es la longitud del segmento CG igual a la de DG?, ¿por qué?

2. La figura ② es simétrica con respecto al eje r .



- a. ¿Qué lados de la figura son perpendiculares al eje de simetría?, ¿por qué?

- b. Completa lo siguiente:

La longitud del segmento BK es igual a la del segmento: _____
 La longitud del segmento LH es igual a la del segmento: _____
 La longitud del segmento DM es igual a la del segmento: _____

1.6 Construcción de figuras simétricas

Recuerda

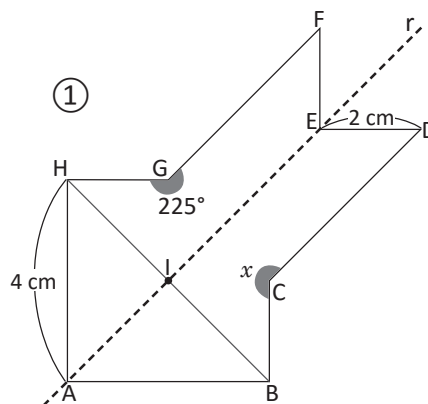
La figura ① es simétrica con respecto al eje r .

a. ¿Cuál es la longitud del lado AB ?

b. ¿Cuál es la longitud del lado EF ?

c. ¿Cuál es la medida del ángulo x ?

d. ¿Qué segmento tiene la misma longitud que BI ?, ¿por qué?



Comprende

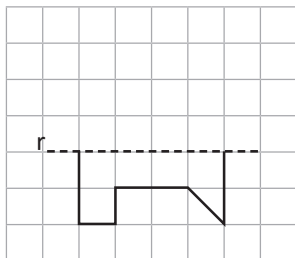
Para construir una figura simétrica dada una parte de ella y un eje de simetría:

- ① Se trazan líneas perpendiculares al eje de simetría que pasen por los vértices.
- ② Se ubican los vértices correspondientes sobre las perpendiculares y del lado opuesto del vértice, manteniendo la misma distancia al eje de simetría.
- ③ Se trazan los lados correspondientes uniendo los vértices en el orden que están en el original.

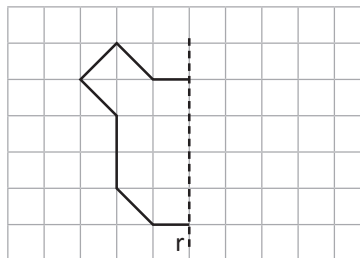
Resuelve

Completa la figura para que sea simétrica respecto al eje r :

a.

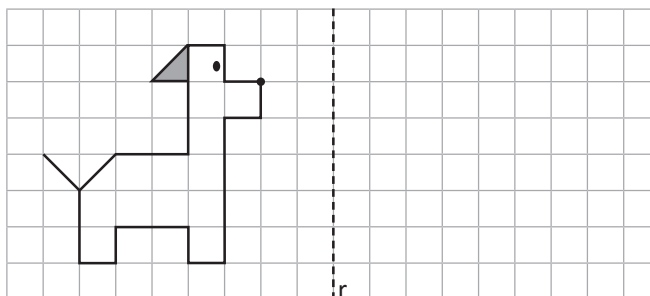


b.



★Desafiate

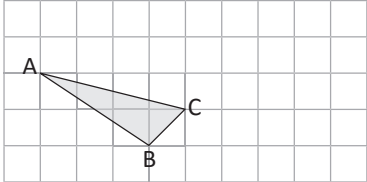
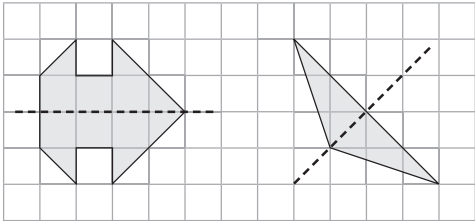
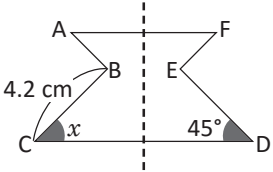
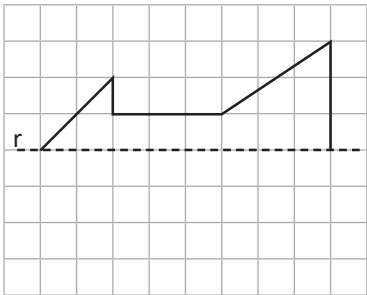
Dibuja otro perrito que tenga las mismas dimensiones al mostrado en la figura, de tal forma que al doblar la página por el eje r , ambos perritos se sobrepongan.



Firma de un familiar: _____

1.7 Autoevaluación de lo aprendido

Resuelve y marca con una "x" la casilla que consideres adecuada, de acuerdo a lo que aprendiste. Sé consciente con lo que respondas.

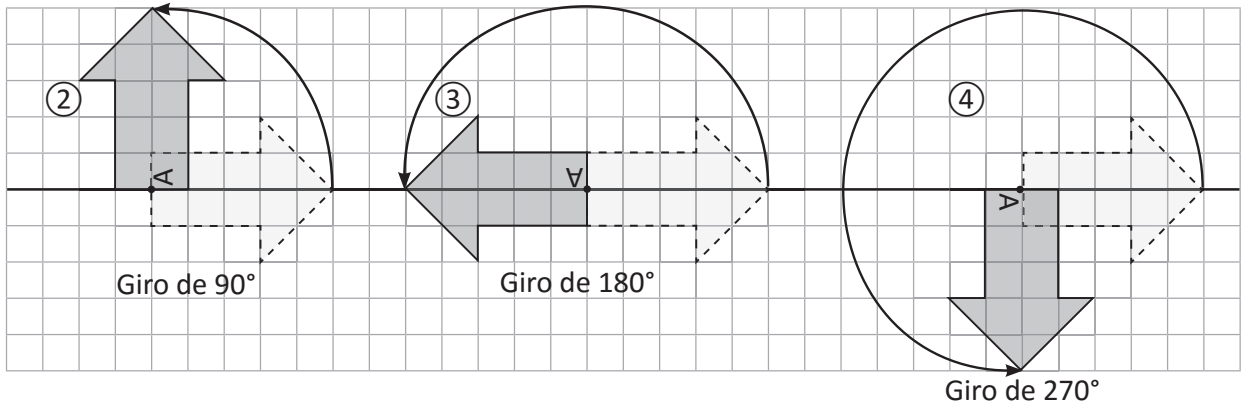
Ítem	Sí	Podría mejorar	No	Comentario
<p>1. Realizo traslaciones de figuras. Por ejemplo la siguiente: Trasladar el triángulo 4 espacios de forma horizontal hacia la izquierda y 1 de forma vertical hacia arriba.</p> 				
<p>2. Identifico si una figura es simétrica con respecto a un eje dado. Por ejemplo, si las siguientes figuras son simétricas respecto al eje mostrado:</p> 				
<p>3. Identifico vértices, lados y ángulos correspondientes; y calculo longitudes y medidas de lados y ángulos en figuras simétricas. Por ejemplo, en la siguiente figura simétrica, los vértices correspondientes a A y D, la longitud del lado DE y la medida del ángulo x:</p> 				
<p>4. Construyo figuras simétricas a partir de un eje y una parte de la figura. Por ejemplo, en el siguiente caso:</p> 				

2.1 Rotación

Comprende

La **rotación** es un movimiento que consiste en girar todos los puntos de una figura alrededor de un punto fijo llamado **centro de rotación**, y con un determinado ángulo llamado **ángulo de rotación**.

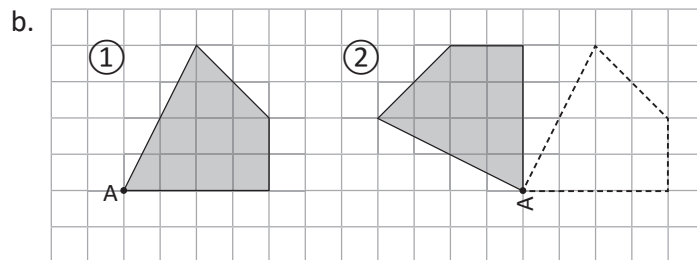
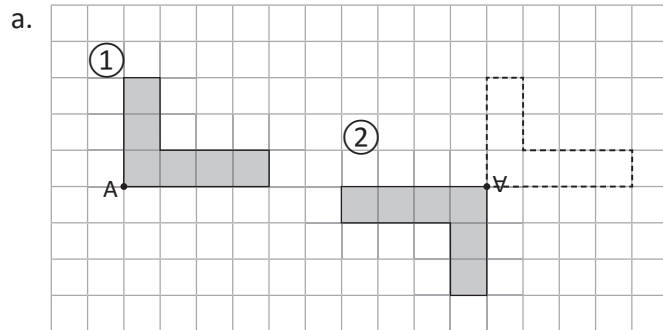
Por ejemplo, la flecha punteada rota respecto al punto fijo A (centro de rotación): en ② ha rotado 90° , en ③ ha rotado 180° y en ④ rota 270° ; todos los ángulos de rotación son en sentido antihorario.



El ángulo de rotación puede medirse en sentido horario o antihorario. Una rotación de 180° equivale a girar la figura media vuelta alrededor del centro de rotación y una rotación de 360° equivale a una vuelta completa, es decir, la figura vuelve a la posición original.

Resuelve

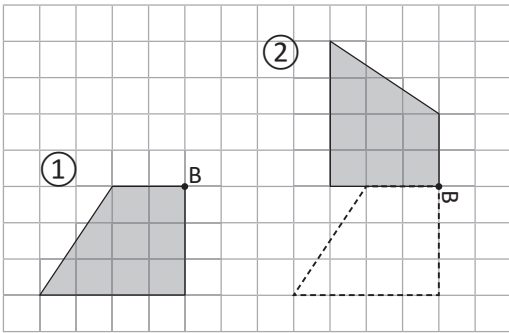
En cada literal, la figura ① se ha rotado en sentido antihorario para obtener la figura ②, con centro de rotación el punto A. Encuentra la medida del ángulo de rotación en cada caso:



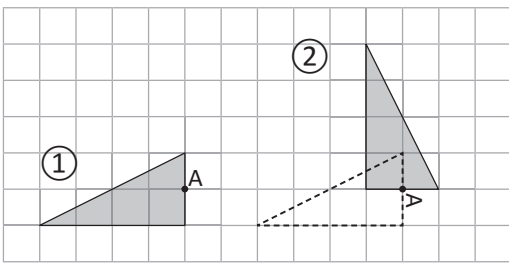
2.2 Simetría puntual

Recuerda

1. La figura ① se ha rotado en sentido antihorario para obtener la figura ②. Si el centro de rotación fue el punto B, ¿cuál fue la medida del ángulo de rotación?



2. La figura ① se rotó un ángulo menor a 180° para obtener la figura ②, y el centro de rotación fue el punto A.



a. ¿El sentido de la rotación fue horario o antihorario?

b. ¿Cuál fue la medida del ángulo de rotación?

Comprende

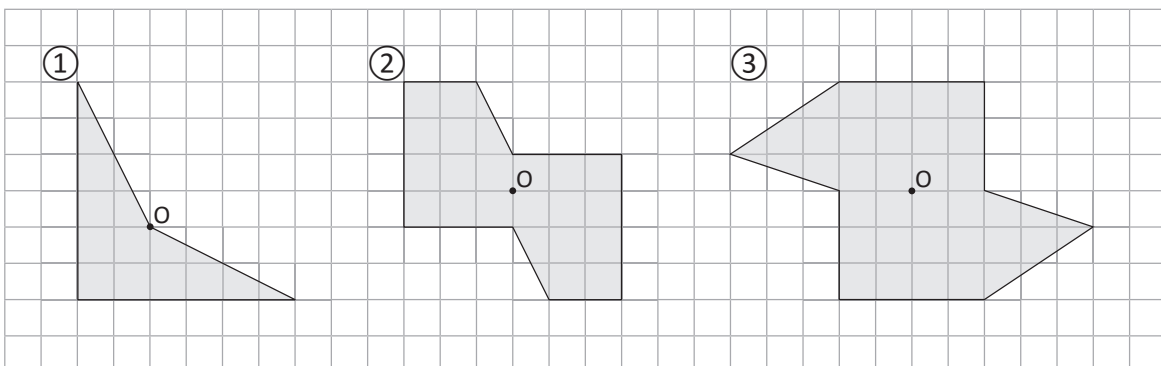
Cuando al rotar una figura 180° alrededor de un punto esta se sobrepone exactamente sobre la figura original, se dice que la figura posee **simetría puntual**. El punto fijo sobre el cual se gira se llama **centro de simetría**.

En el caso de las figuras simétricas, la figura se sobrepone al doblar por una línea recta. Para las figuras con simetría puntual, estas se sobrepone al rotar 180° respecto a un punto.



Resuelve

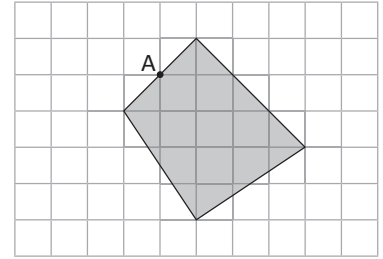
En cada caso, determina si la figura posee simetría puntual con respecto al punto O:



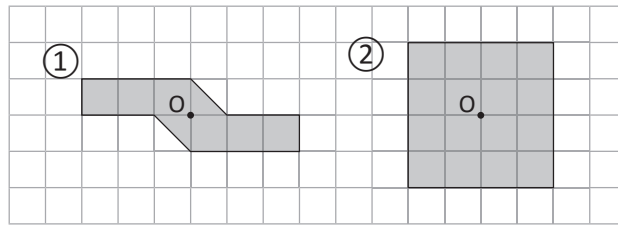
2.3 Vértices, lados y ángulos correspondientes

Recuerda

- ¿Cuál debe ser la medida del ángulo de rotación para que, al girar el cuadrilátero respecto al punto A, la figura resultante quede en la misma posición que la original?



- En cada caso, determina si la figura posee simetría puntual con respecto al punto O:

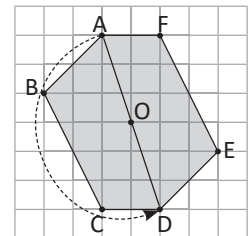


Comprende

En una figura con simetría puntual:

- Los vértices que se superponen al aplicar la simetría puntual (rotación de 180°) se llaman vértices correspondientes.
- Los lados y ángulos que se superponen al aplicar la simetría puntual se denominan lados correspondientes y ángulos correspondientes, respectivamente.

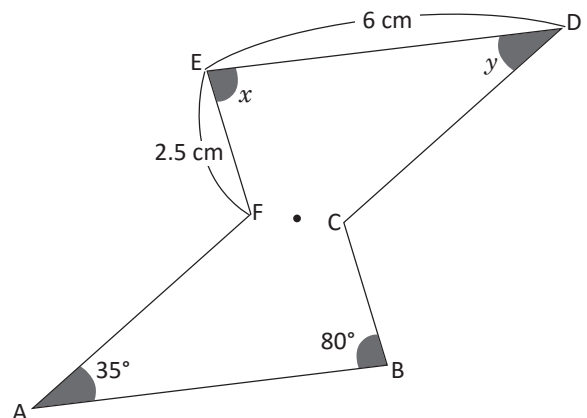
Por ejemplo, la figura de la derecha posee simetría puntual respecto al punto O. El vértice correspondiente al vértice A es D y DE es el lado correspondiente a AB.



Resuelve

La figura posee simetría puntual respecto al punto O. Encuentra lo siguiente:

- Los vértices correspondientes a A, B y C:
- Los lados correspondientes a AB y BC:
- Las longitudes de los lados AB y BC:
- La medida de los ángulos x y y :

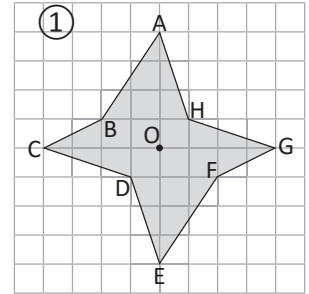


Firma de un familiar: _____

2.4 Características de figuras con simetría puntual

Recuerda

1. Observa la figura ① y responde: ¿posee simetría puntual respecto al punto O?, ¿por qué?

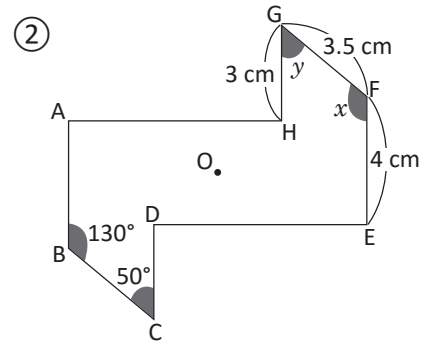


2. La figura ② posee simetría puntual respecto al punto O. Encuentra lo siguiente:

a. Los vértices correspondientes a A, B, C y D:

b. La longitud de los lados AB, BC y CD:

c. La medida de los ángulos x y y :



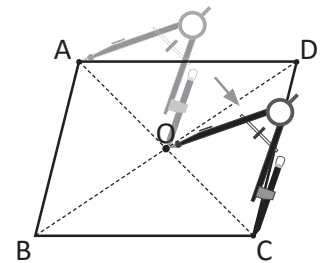
Comprende

En una figura con simetría puntual, se cumple lo siguiente:

- El segmento que une dos puntos correspondientes pasa por el centro de simetría.
- La longitud desde el centro de simetría hasta los dos puntos correspondientes es la misma.

Por ejemplo, el paralelogramo de vértices A, B, C y D posee simetría puntual respecto al punto O, C es el vértice correspondiente a A, y D es el correspondiente a B. Se observa lo siguiente:

- Los segmentos AC y BD pasan por el punto O.
- La longitud del segmento AO es igual a la de OC.
- La longitud del segmento BO es igual a la de OD.

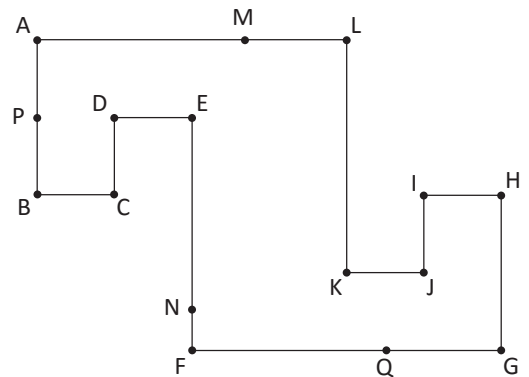


Resuelve

La figura posee simetría puntual. Encuentra lo siguiente:

a. El centro de simetría. ¿Cómo lo encontraste?

b. Los puntos correspondientes a los puntos M, N, P y Q.



2.5 Construcción de figuras con simetría puntual

Recuerda

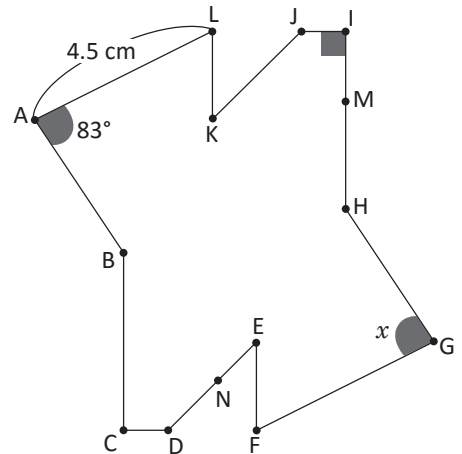
La siguiente figura posee simetría puntual. Encuentra lo siguiente:

a. El centro de simetría. ¿Cómo lo encontraste?

b. Los puntos correspondientes a M y N.

c. La longitud del lado FG.

d. La medida del ángulo x .



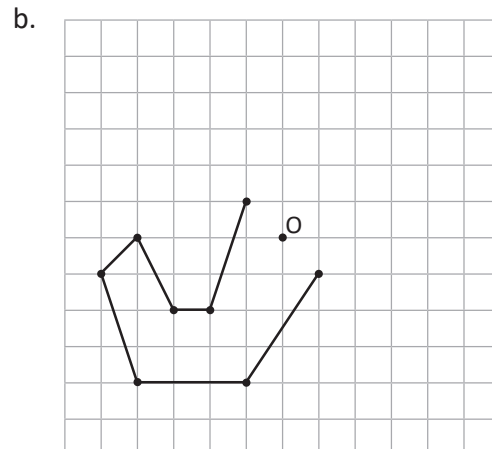
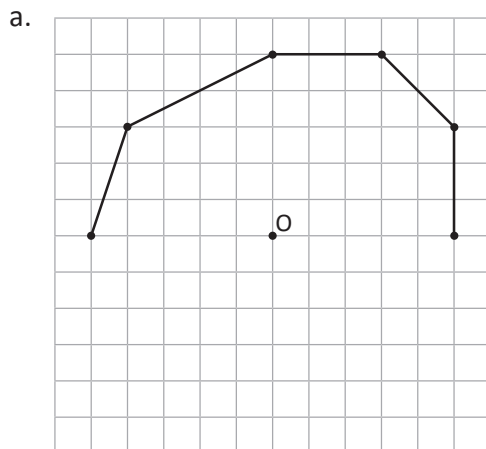
Comprende

Para construir una figura que tenga simetría puntual, dada una parte de la figura y el centro de simetría:

- ① Para cada vértice, se traza un segmento que pase por el vértice y por el centro de simetría.
- ② Se ubican los vértices correspondientes sobre el segmento y del lado opuesto del vértice, manteniendo la misma distancia al centro de simetría.
- ③ Se trazan los lados correspondientes uniendo los vértices en el orden que están en el original.

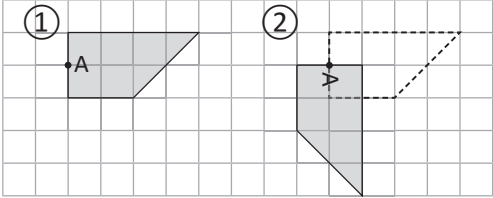
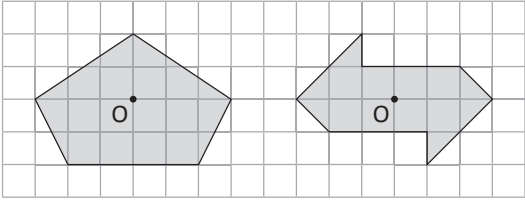
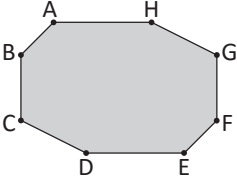
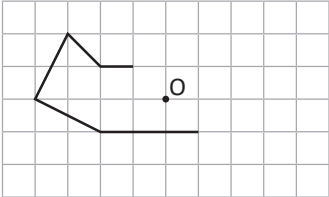
Resuelve

Completa cada figura para que tengan simetría puntual, con centro de simetría el punto O:



2.6 Autoevaluación de lo aprendido

Resuelve y marca con una "x" la casilla que consideres adecuada, de acuerdo a lo que aprendiste. Sé consciente con lo que respondas.

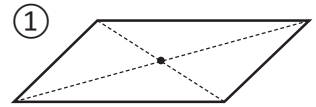
Ítem	Sí	Podría mejorar	No	Comentario
<p>1. Encuentro la medida y el sentido del ángulo de rotación de una figura, dado el centro de rotación. Por ejemplo, en el siguiente caso donde la figura ① se ha rotado para obtener la figura ②, y el centro de rotación fue el punto A:</p> 				
<p>2. Identifico si una figura posee simetría puntual con respecto a un punto. Por ejemplo, en las siguientes figuras respecto al punto O en cada caso:</p> 				
<p>3. Encuentro el centro de simetría de una figura con simetría puntual, e identifico vértices, lados y ángulos correspondientes. Por ejemplo, en el siguiente caso:</p> 				
<p>4. Construyo figuras con simetría puntual a partir de un punto y una parte de la figura. Por ejemplo, en el siguiente caso:</p> 				

3.1 Simetría de figuras planas

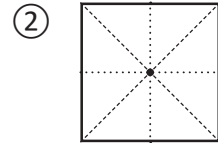
Comprende

Una figura plana puede ser simétrica (con uno o más ejes de simetría), poseer simetría puntual o no tener algún tipo de simetría.

Por ejemplo, el paralelogramo de la figura ① no es una figura simétrica, pero posee simetría puntual, el centro de simetría se encuentra en la intersección de las diagonales.



Mientras que el cuadrado de la figura ② es una figura simétrica, y pueden encontrarse 4 ejes de simetría. También posee simetría puntual, el centro de simetría se encuentra en la intersección de las diagonales.



Resuelve

- Observa las figuras ① y ②, y responde:
 - ¿Son figuras simétricas? De serlo, dibuja todos los ejes de simetría.
 - ¿Poseen ambas simetría puntual? De ser así, encuentra el centro de simetría.
 - Completa la tabla, marcando con un cheque (✓) si la figura posee ese tipo de simetría y con una equis (✗) si no la posee. Además, escribe el número de ejes de simetría.

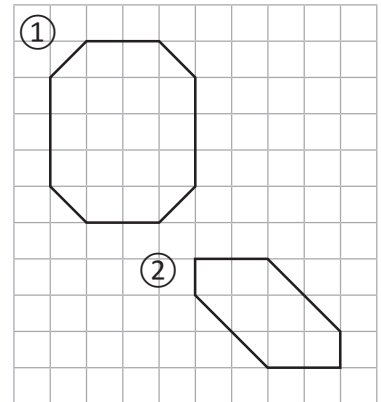


Figura	Figura simétrica	Número de ejes simetría	Simetría puntual
①			
②			

- Con la figura ③ realiza lo siguiente:
 - Determina si es una figura simétrica. En caso de serlo, dibuja todos los ejes de simetría.
 - Determina si posee simetría puntual. De ser así, encuentra el centro de simetría.
 - Completa la tabla, marcando con un cheque (✓) si la figura posee ese tipo de simetría y con una equis (✗) si no la posee.

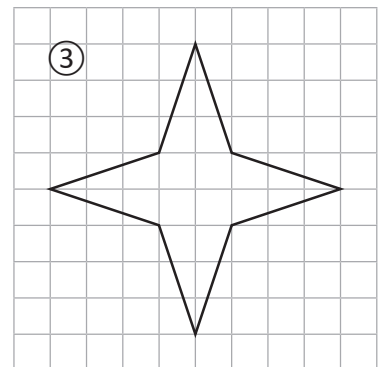


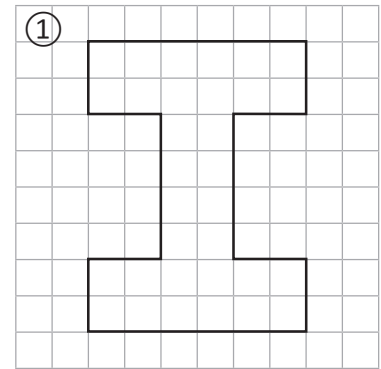
Figura simétrica	Número de ejes simetría	Simetría puntual

Firma de un familiar: _____

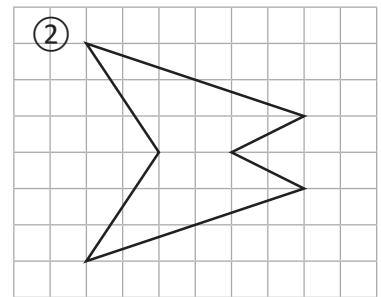
3.2 Simetría de polígonos regulares

Recuerda

1. Observa la figura ① y responde:
 - a. ¿Es una figura simétrica? En caso de serlo, dibuja todos los ejes de simetría.
 - b. ¿Posee simetría puntual? Si es así, encuentra el centro de simetría.



2. Observa la figura ② y responde:
 - a. ¿Es una figura simétrica? En caso de serlo, dibuja todos los ejes de simetría.
 - b. ¿Posee simetría puntual? Si es así, encuentra el centro de simetría.

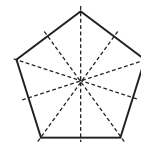


Comprende

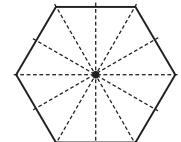
En general:

- Todos los polígonos regulares son figuras simétricas, y la cantidad de ejes de simetría es igual al número de lados del polígono.
- Si el número de lados del polígono regular es par, entonces la figura tiene simetría puntual.

Por ejemplo, un pentágono regular (5 lados) es una figura simétrica con 5 ejes de simetría. Mientras que un hexágono regular (6 lados) es una figura simétrica con 6 ejes de simetría; además, posee simetría puntual.



Pentágono regular

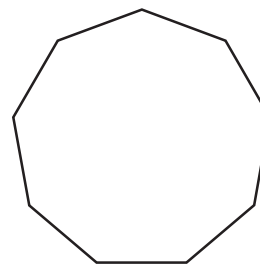


Hexágono regular

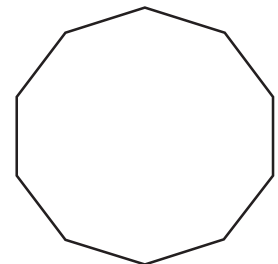
Resuelve

Responde las siguientes preguntas sobre el eneágono (9 lados) y el decágono regular (10 lados).

- a. ¿Son ambas figuras simétricas? En caso de serlo, ¿cuántos ejes de simetría tiene cada una?



Eneágono regular



Decágono regular

- b. ¿Poseen ambas simetría rotacional?

Problemas de aplicación

Las **teselaciones** son diseños elaborados con figuras geométricas para cubrir una superficie plana. Es común que se utilicen para decorar el interior o exterior de una casa o un edificio. Las teselaciones se crean a partir de los movimientos estudiados en esta unidad: traslaciones, simetrías (respecto a un eje o un punto) y rotaciones.

Los pasos para dibujar un **teselado** o **mosaico** en una página son:

1. Definir y recortar la figura con la que se elaborará el teselado, teniendo el cuidado que esta logre cubrir completamente la página sin dejar huecos.

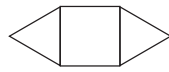
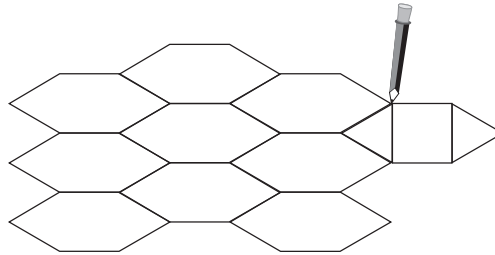


Figura elaborada con un cuadrado y dos triángulos equiláteros

2. Cubrir la página con la figura realizando cualquiera de los movimientos (traslación, simetría o rotación) y calcándola en cada caso.



3. Colorear la figura como se desee.

Elabora un teselado en el espacio del recuadro utilizando la siguiente figura:

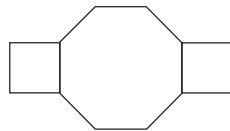


Figura elaborada con un octógono regular y dos cuadrados.

Dibuja aquí tu teselado:

Firma de un familiar: _____



Unidad 11

Formas de contar y ordenar objetos

En esta unidad aprenderás a

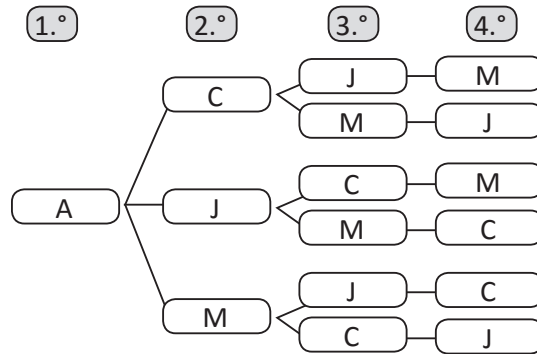
- Elaborar un diagrama de árbol
- Encontrar todas las posibles formas de ordenar un grupo de objetos
- Determinar por conteo la cantidad de formas para seleccionar objetos
- Calcular probabilidades

1.1 Ordenamientos de objetos

Comprende

Para contar todas las formas de ordenar objetos se puede utilizar una tabla, pero existe un método llamado **diagrama de árbol** que ayuda a tener menos errores al contar. El diagrama de árbol es la forma más rápida ya que se escriben menos palabras.

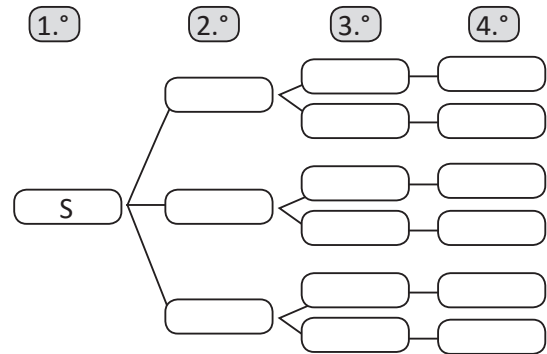
Por ejemplo, en una carrera de costales participan Ana (A), Carlos (C), José (J) y Marta (M); si Ana llega en primer lugar entonces, las diferentes maneras en el orden de llegada de los demás se presentan en un diagrama de árbol como sigue:



Cada línea del diagrama de árbol representa una forma de ordenar los elementos. Es decir, las 6 líneas del diagrama representan las 6 formas de ordenar la llegada de los niños a la meta.

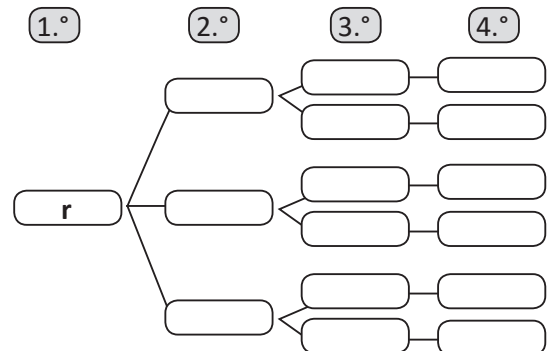
Resuelve

1. Mario colocará sus libros de Matemática (M), Lenguaje (L), Estudios Sociales (S) y Ciencias Naturales (C) en un estante. Si el primer libro que coloca es el de Estudios Sociales, ¿cuáles son las diferentes maneras de ordenar los demás libros? Completa el diagrama de árbol.



R: _____

2. Una contraseña se forma con las letras **i, n, o y r**. Si la contraseña comienza con la letra **r** y ninguna letra se repite, ¿cuántas contraseñas diferentes se pueden elaborar?

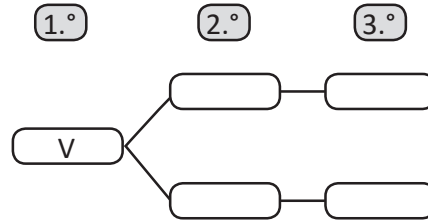


R: _____

1.2 Elaboración de diagramas de árbol

Recuerda

En las calles de una comunidad se colocarán gallardetes de colores para una celebración. Los gallardetes se ordenarán de acuerdo a 3 colores: amarillo (A), rojo (R) y verde (V). Si el primer gallardete es de color verde, ¿de cuántas formas diferentes se pueden distribuir los demás colores?



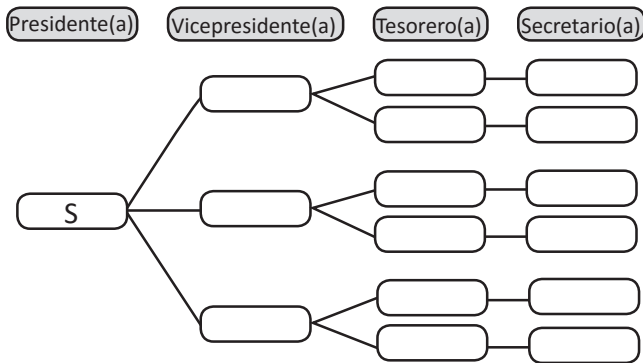
R: _____

Comprende

Se elabora el diagrama de árbol para conocer y contar todas las formas de ordenar los objetos en una situación.

Resuelve

Antonio (A), Julia (J), Carlos (C) y Marta (M) serán parte de la directiva de su grado. Los cargos a desempeñar son los siguientes: Presidente (a), Vicepresidente (a), Tesorero (a), Secretario (a). Dibuja el diagrama de árbol y responde: ¿de cuántas formas se pueden ordenar para formar la directiva del grado?



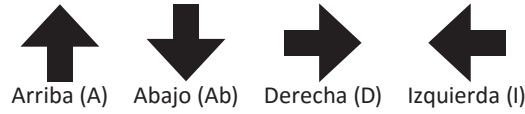
R: _____

Firma de un familiar: _____

1.3 Aplicación del diagrama de árbol

Recuerda

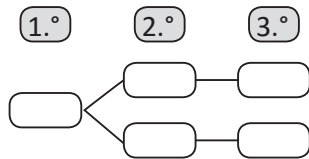
1. Se elaborará una secuencia de 4 flechas (sin repetir las) con las siguientes:



Si la primera flecha de la secuencia es la que apunta hacia abajo (Ab), ¿cuántas secuencias diferentes se pueden crear? Elabora el diagrama de árbol.

R: _____

2. Miguel (M), Beatriz (B) y Ana (A) se turnarán para pasar a recitar tres poemas de Claudia Lars. ¿De cuántas formas diferentes pueden organizarse para recitar cada uno su poema?



R: _____

Comprende

Se puede utilizar el diagrama de árbol para resolver problemas que requieren contar la cantidad total de formas para ordenar objetos. Al total de formas se les llama **casos posibles**.

Resuelve

Se escogen dos tarjetas de las que se presentan para formar números de dos cifras (no se tendrán números con dos cifras iguales). ¿Cuáles y cuántos son los casos posibles para formar dichos números?



R: _____

1.4 Combinaciones de objetos

Recuerda

Marta (M), Carlos (C) y David (D) pasarán consulta en una clínica dental.

a. ¿De cuántas formas se pueden ordenar para pasar al consultorio?

R: _____

b. ¿Cuántos son los casos posibles donde David pasa primero?

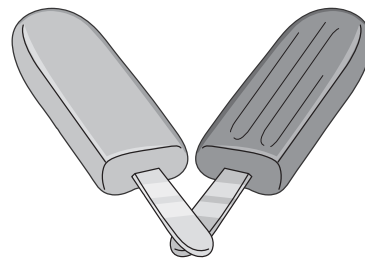
R: _____

Comprende

Para contar todas las formas de combinar objetos, se puede usar el diagrama de árbol, pero se deben eliminar algunas formas en la solución porque se consideran repetidas; en la combinación de objetos el orden de ellos no importa. Al total de formas diferentes de combinar los objetos también se les llama **casos posibles**.

Resuelve

Antonio comprará dos paletas en la tienda, de sabores diferentes. Puede escoger entre los siguientes: coco (C), mora (M), zapote (Z) y nance (N). ¿Cuántas combinaciones diferentes puede comprar?



R: _____

★Desafiate

Se formarán números de dos cifras con tarjetas del 1 al 6. ¿Cuántos números pueden formarse para que al sumar sus dígitos se obtenga 5 o 7?



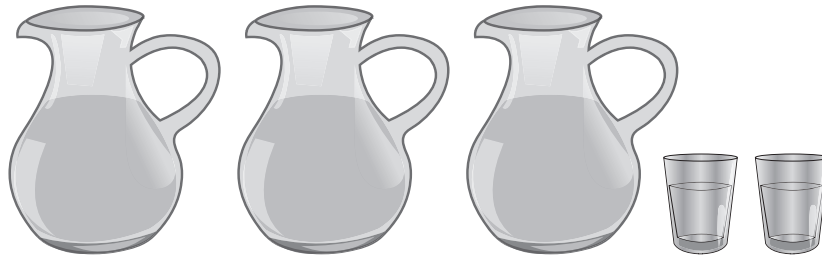
1.5 Situación de extracción de objetos

Recuerda

1. El profesor de Mario, Julia, Carlos y Ana escogerá a dos de ellos para participar en un acto cultural. La primera persona escogida recitará un poema y la segunda contará una leyenda. ¿Cuáles y cuántos son los casos posibles para la participación?

R: _____

2. Beatriz venderá dos tipos de jugos; tiene las siguientes opciones para elaborarlos: arrayán, tamarindo, jamaica o melón. ¿Cuántas combinaciones diferentes puede escoger para elaborar los jugos?



R: _____

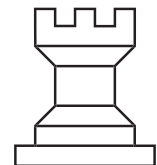
Comprende

De los casos posibles se pueden tomar algunos de ellos que cumplan una condición; a estos se les llamará **casos que cumplen la condición**.

Resuelve

Se seleccionarán dos estudiantes de sexto grado para competir en un torneo de ajedrez; los candidatos para competir son: Karen, Juan, Sara y Mario. Para tener la misma oportunidad, se escriben sus nombres en 4 trozos de papel y se introducen en una bolsa, los primeros dos nombres extraídos de la bolsa corresponderán a los que competirán en el torneo.

- a. ¿Cuántos casos posibles se pueden dar al extraer los nombres?



R: _____

- b. ¿Cuántos casos cumplen la condición de que Juan es uno de los participantes del torneo?

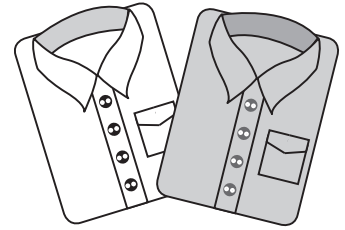
R: _____

2.1 Probabilidad

Recuerda

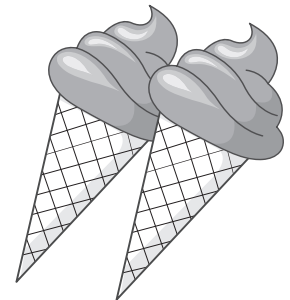
1. Una tienda venderá camisas de dos colores; las opciones para los colores son: negro, blanco y azul. ¿Cuántas combinaciones diferentes de camisas pueden venderse en la tienda?

R: _____



2. Se escogerán dos de cuatro sabores de helado: chocolate, fresa, limón y vainilla.
a. ¿Cuántos son los casos posibles en la selección de los dos sabores?

R: _____



- b. ¿Cuántos casos cumplen con la condición que se escogió chocolate?

R: _____

Comprende

El número que expresa la posibilidad de que ocurran los casos, cumpliendo una condición se le llama **probabilidad**. Para calcular la probabilidad se efectúa lo siguiente:

- ① Se encuentra el número de los casos posibles.
- ② Se encuentra el número de los casos que cumplen con la condición.
- ③ Se aplica la fórmula de la probabilidad:

$$\text{probabilidad} = \frac{\text{casos que cumplen la condición}}{\text{casos posibles}}$$

Resuelve

En una caja hay 3 bolitas con números del 1 al 4. Se extrae una de ellas, sin mirar.

- a. ¿Cuáles y cuántos casos posibles se pueden dar al extraer una bolita?

R: _____

- b. ¿En cuántos casos se cumple que en la extracción se obtiene un número par?

R: _____

- c. Utiliza la fórmula para calcular la probabilidad de obtener una bolita con un número par.

R: _____

Firma de un familiar: _____

2.2 Autoevaluación de lo aprendido

Resuelve y marca con una "x" la casilla que consideres adecuada, de acuerdo a lo que aprendiste. Sé consciente con lo que respondas.

Ítem	Sí	Podría mejorar	No	Comentario
1. Utilizo el diagrama de árbol para conocer y contar todas las formas de ordenar objetos en una situación. Por ejemplo, en la siguiente: La cantidad total de formas en que se pueden ordenar en fila Ana, Julia y Carlos.				
2. Utilizo el diagrama de árbol para contar los casos posibles en una situación. Por ejemplo, en la siguiente: Los casos posibles al formar números de tres cifras con los dígitos 1, 2, 3 y 4, si las tres cifras del número deben ser diferentes.				
3. Utilizo el diagrama de árbol para contar los casos posibles en una situación, eliminando las formas que se consideran repetidas. Por ejemplo, en la siguiente: Los casos posibles que tiene Antonio para visitar dos de tres municipios que conforman la ruta de La Paz: Jocoaitique, Arambala y Perquín.				
4. Encuentro los casos que cumplen una condición en una situación. Por ejemplo, en la siguiente: En la extracción de dos bolitas de una bolsa que contiene 5 bolitas numeradas del 6 al 10, los casos posibles en los que se obtienen dos números impares.				
5. Calculo la probabilidad de que ocurran ciertos casos en una situación. Por ejemplo, en la siguiente: En la extracción de una bolita de una bolsa que contiene 5 bolitas numeradas del 6 al 10, la probabilidad de extraer una bolita con un número par.				

Problemas de aplicación

Piedra, papel o tijera es un juego por turnos donde se utilizan las manos para realizar una de las tres formas posibles en el momento indicado. La persona que escoge la forma más fuerte es el ganador; así:

- Papel (P) vence a Piedra (R).
- Piedra (P) vence a Tijera (T).
- Tijera (T) vence a Papel (P).



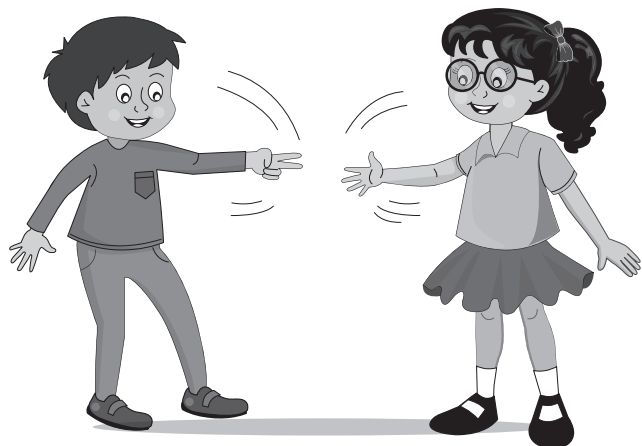
Papel (P)



Piedra (R)



Tijera (T)



Beatriz y José se preparan para jugar piedra, papel o tijera. La forma seleccionada por cada uno en un turno puede ser cualquiera de las tres opciones, es decir, cada forma tiene la misma oportunidad de ser elegida.

a. ¿Cuáles y cuántos son los casos posibles para los resultados de ambos en un turno? Por ejemplo, un caso posible es que Beatriz escoja Papel (P) y José, Tijera (T); esto es diferente a que Beatriz escoja Tijera (T) y José, Papel (P).

b. ¿Cuántos son los casos que cumplen la condición que Beatriz gane con Piedra?

c. ¿Cuántos son los casos que cumplen la condición que José gane con Tijera?

d. ¿Cuál es la probabilidad que Beatriz pierda?

e. ¿Cuál es la probabilidad que Beatriz y José queden empatados?



Repaso

A continuación se presentan una serie de ejercicios y problemas sobre los contenidos estudiados a lo largo del primer y segundo ciclo. Estos temas serán de mucha utilidad en grados posteriores.

Autoevaluación de lo aprendido

Resuelve y marca con una "x" la casilla que consideres adecuada, de acuerdo a lo que aprendiste. Sé consciente con lo que respondas.

Ítem	Sí	Podría mejorar	No	Comentario
1. Resuelvo sumas y restas con cantidades de hasta 6 cifras. Por ejemplo, las siguientes: a. $38,109 + 652,332$ b. $120,345 - 29,504$				
2. Resuelvo sumas y restas de números decimales. Por ejemplo, las siguientes: a. $2.63 + 0.57$ b. $8.1 + 3.24$ c. $5.5 - 4.25$ d. $6 - 1.2$				
3. Resuelvo multiplicaciones y divisiones de números naturales. Por ejemplo, las siguientes: a. $3,710 \times 5$ b. 525×42 c. $271 \div 6$ d. $94 \div 35$				
4. Resuelvo multiplicaciones y divisiones de números decimales. Por ejemplo, las siguientes: a. 4.7×10 b. 8.3×6.5 c. $9.2 \div 3.2$ d. $6.45 \div 2.4$				
5. Resuelvo operaciones combinadas. Por ejemplo, las siguientes: a. $28 \div (13 - 2 \times 3)$ b. $(10 + 30 \div 5) \times 9$				
6. Resuelvo operaciones con fracciones. Por ejemplo, las siguientes: a. $\frac{4}{7} + \frac{1}{3}$ b. $\frac{5}{2} - \frac{4}{3}$ c. $\frac{6}{5} \times \frac{25}{22}$ d. $\frac{15}{26} \div \frac{9}{16}$				
7. Encuentro el mínimo común múltiplo (mcm) de dos números. Por ejemplo, el mcm de 18 y 24.				
8. Encuentro el máximo común divisor (MCD) de dos números. Por ejemplo, el MCD de 16 y 32.				

Autoevaluación de lo aprendido

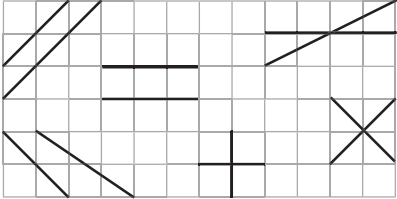
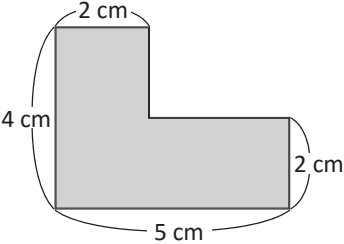
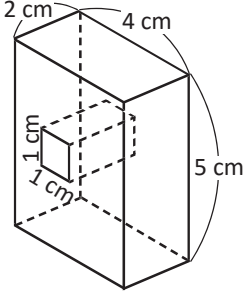
Resuelve y marca con una "x" la casilla que consideres adecuada, de acuerdo a lo que aprendiste. Sé consciente con lo que respondas.

Ítem	Sí	Podría mejorar	No	Comentario																																				
<p>1. Resuelvo problemas como el siguiente: Hay una cinta de 42 cm y otra de 5 cm.</p> <p>a. ¿Cuántas veces es la cinta de 42 cm con respecto a la de 5 cm?</p> <p>b. ¿Cuál es la cantidad a comparar, la cantidad base y la cantidad de veces?</p>																																								
<p>2. Resuelvo problemas como el siguiente: A cierta hora del día, en el parque A habían 8 personas, mientras que en el parque B habían 6. Si el área del parque A es 56 m^2 y el B es 36 m^2, ¿cuál estaba más lleno?</p>																																								
<p>3. Resuelvo problemas como el siguiente: Calcular la razón entre las estaturas de Antonio (170 cm) y su hermana Julia (160 cm).</p>																																								
<p>4. Resuelvo problemas como el siguiente: Un recipiente tiene 600 ml de capacidad, y se han depositado 400 ml de agua. Calcular el porcentaje del recipiente que se encuentra lleno de agua.</p>																																								
<p>5. Identifico cantidades que son directa o inversamente proporcionales, o ninguna de las dos. Por ejemplo, en los siguientes casos:</p> <p>a. La cantidad de pasteles y la cantidad de tazas de harina necesarias para elaborarlos.</p> <table border="1" data-bbox="277 1486 911 1570"> <tr> <td>Cantidad de pasteles</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>Tazas de harina</td> <td>3</td> <td>6</td> <td>9</td> <td>12</td> <td>15</td> </tr> </table> <p>b. La edad de José y la edad de su abuela.</p> <table border="1" data-bbox="271 1635 919 1719"> <tr> <td>Edad de José</td> <td>8</td> <td>9</td> <td>10</td> <td>11</td> <td>12</td> </tr> <tr> <td>Edad la abuela de José</td> <td>71</td> <td>72</td> <td>73</td> <td>74</td> <td>75</td> </tr> </table> <p>c. La rapidez de una persona y el tiempo que tarda en recorrer cierta distancia.</p> <table border="1" data-bbox="306 1829 881 1913"> <tr> <td>Rapidez (km/h)</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>Tiempo (h)</td> <td>12</td> <td>6</td> <td>4</td> <td>3</td> <td>2.4</td> </tr> </table>	Cantidad de pasteles	1	2	3	4	5	Tazas de harina	3	6	9	12	15	Edad de José	8	9	10	11	12	Edad la abuela de José	71	72	73	74	75	Rapidez (km/h)	1	2	3	4	5	Tiempo (h)	12	6	4	3	2.4				
Cantidad de pasteles	1	2	3	4	5																																			
Tazas de harina	3	6	9	12	15																																			
Edad de José	8	9	10	11	12																																			
Edad la abuela de José	71	72	73	74	75																																			
Rapidez (km/h)	1	2	3	4	5																																			
Tiempo (h)	12	6	4	3	2.4																																			

Firma de un familiar: _____

Autoevaluación de lo aprendido

Resuelve y marca con una "x" la casilla que consideres adecuada, de acuerdo a lo que aprendiste. Sé consciente con lo que respondas.

Ítem	Sí	Podría mejorar	No	Comentario
<p>1. Identifico rectas paralelas y rectas perpendiculares. Por ejemplo, en los siguientes casos:</p> 				
<p>2. Resuelvo problemas como el siguiente: calcular el perímetro y el área de la siguiente figura:</p> 				
<p>3. Resuelvo problemas como el siguiente: Calcular la longitud de la circunferencia y el área de un círculo cuyo diámetro mide 2 cm.</p>				
<p>4. Resuelvo multiplicaciones y divisiones de números decimales. Por ejemplo, las siguientes:</p> 				

Autoevaluación de los trimestres

En esta sección se presenta una autoevaluación que se debe realizar al finalizar cada trimestre, donde debes evaluar aspectos relacionados con tu estudio diario para esta asignatura, además, debes plantear tu compromiso para el próximo trimestre o para el próximo grado según corresponda. Existe también, un apartado donde tus padres y tu maestro de matemática pueden escribir un breve comentario sobre tu rendimiento en cada trimestre.

Autoevaluación del primer trimestre

Resuelve y marca con una "x" la casilla que consideres adecuada de acuerdo a lo que aprendiste. Sé consciente con lo que respondas.

Ítem	Siempre	Casi siempre	Casi nunca	Nunca
1. Tengo un horario diario para hacer mis tareas y estudiar.				
2. Expreso mis dudas a mi profesor, familiares, compañeros o conocidos.				
3. Me esfuerzo en cada tarea que me asignan en la escuela.				
4. La matemática, así como todas las materias, es importante para mi desarrollo integral como ciudadano.				
5. Cumpló con las fechas indicadas de mis actividades.				
6. Ayudo a mis compañeros a estudiar y comprender los contenidos.				
7. Pongo atención en clases.				
8. Respeto a mi profesor o profesora.				
9. Me esfuerzo por comprender los contenidos.				
10. Soy puntual para llegar a mi escuela.				

Escribe tu compromiso para el próximo trimestre: _____

Comentario de los padres de familia: _____

Comentario del docente: _____

Autoevaluación del segundo trimestre

Resuelve y marca con una "x" la casilla que consideres adecuada de acuerdo a lo que aprendiste. Sé consciente con lo que respondas.

Ítem	Siempre	Casi siempre	Casi nunca	Nunca
1. Tengo un horario diario para hacer mis tareas y estudiar.				
2. Expreso mis dudas a mi profesor, familiares, compañeros o conocidos.				
3. Me esfuerzo en cada tarea que me asignan en la escuela.				
4. La matemática, así como todas las materias, es importante para mi desarrollo integral como ciudadano.				
5. Cumpló con las fechas indicadas de mis actividades.				
6. Ayudo a mis compañeros a estudiar y comprender los contenidos.				
7. Pongo atención en clases.				
8. Respeto a mi profesor o profesora.				
9. Me esfuerzo por comprender los contenidos.				
10. Soy puntual para llegar a mi escuela.				

Escribe tu compromiso para el próximo trimestre: _____

Comentario de los padres de familia: _____

Comentario del docente: _____

Firma de un familiar: _____

Autoevaluación del tercer trimestre

Resuelve y marca con una "x" la casilla que consideres adecuada de acuerdo a lo que aprendiste. Sé consciente con lo que respondas.

Ítem	Siempre	Casi siempre	Casi nunca	Nunca
1. Tengo un horario diario para hacer mis tareas y estudiar.				
2. Expreso mis dudas a mi profesor, familiares, compañeros o conocidos.				
3. Me esfuerzo en cada tarea que me asignan en la escuela.				
4. La matemática, así como todas las materias, es importante para mi desarrollo integral como ciudadano.				
5. Cumplo con las fechas indicadas de mis actividades.				
6. Ayudo a mis compañeros a estudiar y comprender los contenidos.				
7. Pongo atención en clases.				
8. Respeto a mi profesor o profesora.				
9. Me esfuerzo por comprender los contenidos.				
10. Soy puntual para llegar a mi escuela.				

Escribe tu compromiso para el próximo grado: _____

Comentario de los padres de familia: _____

Comentario del docente: _____

Solucionario

En el siguiente apartado se te presentan las soluciones de todos los ítems, separados por unidad, número de página y número de clase, en algunos casos se detalla solo la respuesta y en otros se escribe también un procedimiento posible para llegar a ella. Las soluciones se dividen en las siguientes secciones:

Recuerda

Se plantea la solución de los ítems que corresponden a una o dos clases anteriores.

Resuelve

Se plantea la solución de los ítems correspondientes a la clase del día.

El objetivo del solucionario es proporcionar las respuestas correctas de cada ítem, para que puedas comparar las respuestas que has obtenido a partir de tus procedimientos, por lo que es indispensable que primero los resuelvas por tu propia cuenta; de manera que no debes solo copiar los procedimientos o respuestas del solucionario. Es necesario que te esfuerces y perseveres hasta llegar a la solución correcta en cada ítem, y así te sentirás satisfecho cuando puedas resolverlos por ti mismo.

Unidad 1

Página 8, Clase 1.1

Resuelve

1. a. $\frac{7}{9}$ b. $2\frac{2}{3}$ c. $1\frac{3}{5}$ d. $2\frac{4}{6}$

2. a. Las fracciones equivalentes son $\frac{12}{30}$, $\frac{6}{15}$ y $\frac{2}{5}$.

b. Las fracciones equivalentes son $\frac{60}{75}$, $\frac{20}{25}$ y $\frac{4}{5}$.

3. a. $\frac{2}{3}$

b. $\frac{1}{3}$

4. a. $11 \div 6 = 1$, residuo 5 $\longrightarrow \frac{11}{6} = 1\frac{5}{6}$

b. $1\frac{3}{4} = \frac{7}{4}$

c. $\frac{19}{4} = 4\frac{3}{4}$

d. $3\frac{4}{5} = \frac{19}{5}$

5. $2 \times 3 = 6$	$3 \times 3 = 9$	$4 \times 3 = 12$	$5 \times 3 = 15$
$2 \times 4 = 8$	$3 \times 4 = 12$	$4 \times 4 = 16$	$5 \times 4 = 20$
$2 \times 5 = 10$	$3 \times 5 = 15$	$4 \times 5 = 20$	$5 \times 5 = 25$
$2 \times 6 = 12$	$3 \times 6 = 18$	$4 \times 6 = 24$	$5 \times 6 = 30$
$2 \times 7 = 14$	$3 \times 7 = 21$	$4 \times 7 = 28$	$5 \times 7 = 35$
$2 \times 8 = 16$	$3 \times 8 = 24$	$4 \times 8 = 32$	$5 \times 8 = 40$
$2 \times 9 = 18$	$3 \times 9 = 27$	$4 \times 9 = 36$	$5 \times 9 = 45$

$6 \times 3 = 18$	$7 \times 3 = 21$	$8 \times 3 = 24$	$9 \times 3 = 27$
$6 \times 4 = 24$	$7 \times 4 = 28$	$8 \times 4 = 32$	$9 \times 4 = 36$
$6 \times 5 = 30$	$7 \times 5 = 35$	$8 \times 5 = 40$	$9 \times 5 = 45$
$6 \times 6 = 36$	$7 \times 6 = 42$	$8 \times 6 = 48$	$9 \times 6 = 54$
$6 \times 7 = 42$	$7 \times 7 = 49$	$8 \times 7 = 56$	$9 \times 7 = 63$
$6 \times 8 = 48$	$7 \times 8 = 56$	$8 \times 8 = 64$	$9 \times 8 = 72$
$6 \times 9 = 54$	$7 \times 9 = 63$	$8 \times 9 = 72$	$9 \times 9 = 81$

Página 9, Clase 1.2

Recuerda

a. $\frac{5}{20}$ y $\frac{1}{4}$

b. $\frac{18}{24}$ y $\frac{9}{12}$

Resuelve

1. a. $\frac{1}{4} \times 4 = \frac{1 \times 4}{4} = \frac{4}{4} = 1$

b. $\frac{9}{4}$

2. a. $\frac{2}{5} \times 2 = \frac{2 \times 2}{5} = \frac{4}{5}$

b. $\frac{4}{9}$

c. $\frac{6}{7}$

d. $\frac{9}{10}$

Página 10, Clase 1.3

Recuerda

1. a. $1\frac{3}{7}$ b. $\frac{19}{8}$

2. $\frac{11}{4} (= 2\frac{3}{4})$

Resuelve

1. a. $\frac{1}{3} \times 5 = \frac{1 \times 5}{3} = \frac{5}{3} (= 1\frac{2}{3})$ b. $\frac{12}{7} (= 1\frac{5}{7})$

c. $\frac{20}{7} (= 2\frac{6}{7})$ d. $\frac{21}{2} (= 10\frac{1}{2})$

e. $\frac{14}{9} (= 1\frac{5}{9})$ f. $\frac{18}{5} (= 3\frac{3}{5})$

2. PO: $\frac{3}{2} \times 3$

R: $\frac{9}{2} (= 4\frac{1}{2})$ yardas.

Página 11, Clase 1.4

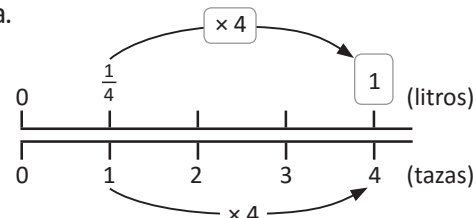
Recuerda

1. $\frac{15}{4} (= 3\frac{3}{4})$

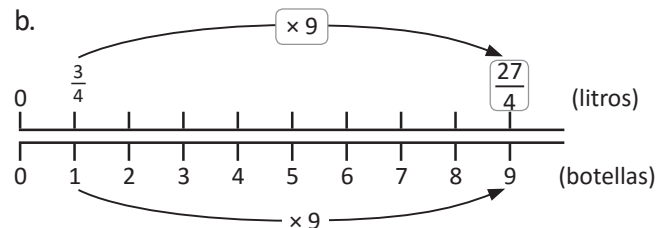
2. a. $\frac{8}{9}$ b. $\frac{12}{15}$ c. $\frac{15}{28}$ d. $\frac{49}{22}$

Resuelve

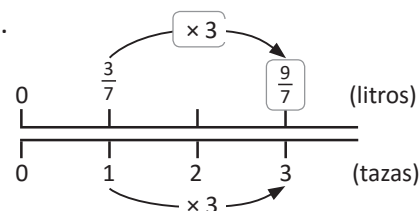
1. a.



b.



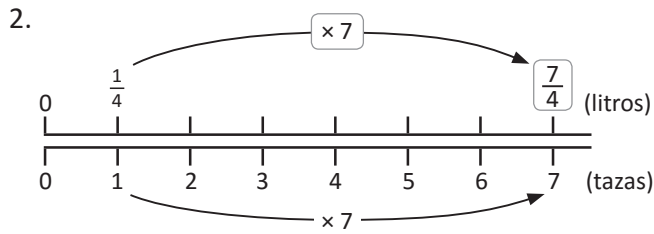
2.



Página 12, Clase 1.5

Recuerda

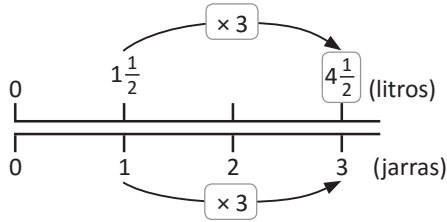
1. a. $\frac{18}{19}$ b. $\frac{28}{27}$



Resuelve

1. a. $1\frac{1}{2} \times 5 = \frac{3}{2} \times 5 = \frac{3 \times 5}{2} = \frac{15}{2} (= 7\frac{1}{2})$
 b. $\frac{27}{7} (= 3\frac{6}{7})$ c. $\frac{38}{9} (= 4\frac{2}{9})$ d. $\frac{32}{5} (= 6\frac{2}{5})$

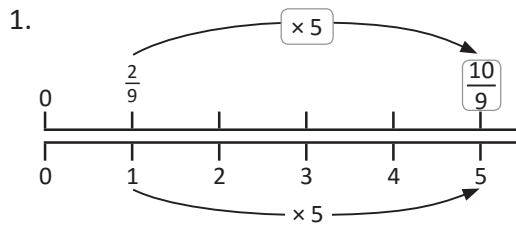
2. **PO:** $1\frac{1}{2} \times 3$



R: $4\frac{1}{2}$

Página 13, Clase 1.6

Recuerda



2. a. $\frac{20}{3} (= 6\frac{2}{3})$ b. $\frac{33}{5} (= 6\frac{3}{5})$ c. $\frac{52}{7} (= 7\frac{3}{7})$

Resuelve

1. a. $\frac{1}{8} \times 4 = \frac{1 \times \cancel{4}^1}{\cancel{8}_2} = \frac{1 \times 1}{2} = \frac{1}{2}$
 b. $\frac{10}{3} (= 3\frac{1}{3})$ c. $\frac{4}{3} (= 1\frac{1}{3})$ d. $\frac{3}{2} (= 1\frac{1}{2})$

2. **PO:** $\frac{4}{5} \times 45$

R: 36 gramos.

Página 14, Clase 2.1

Recuerda

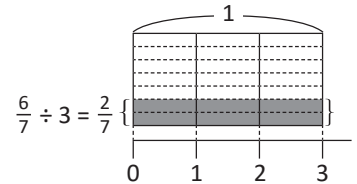
1. **PO:** $1\frac{1}{4} \times 5;$

R: $\frac{25}{4} (= 6\frac{1}{4})$

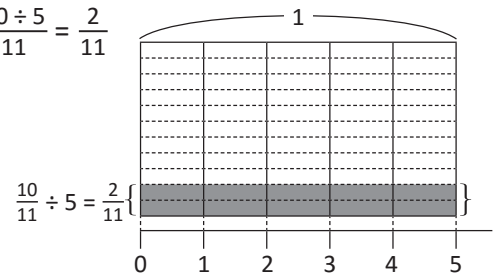
2. a. $\frac{4}{3} (= 1\frac{1}{3})$ b. $\frac{65}{12} (= 5\frac{5}{12})$ c. $\frac{36}{7} (= 5\frac{1}{7})$

Resuelve

a. $\frac{6}{7} \div 3 = \frac{6 \div 3}{7} = \frac{2}{7}$



b. $\frac{10}{11} \div 5 = \frac{10 \div 5}{11} = \frac{2}{11}$



Página 15, Clase 2.2

Recuerda

1. a. 5 b. $\frac{9}{5} (= 1\frac{4}{5})$ c. $\frac{32}{3} (= 10\frac{2}{3})$

2. **R:** $\frac{3}{13}$

Resuelve

1. a. $\frac{2}{5} \div 5 = \frac{2}{5 \times 5} = \frac{2}{25}$ b. $\frac{3}{16}$ c. $\frac{2}{27}$
 d. $\frac{4}{77}$ e. $\frac{5}{54}$ f. $\frac{3}{40}$

2. **PO:** $\frac{7}{9} \div 4$

R: $\frac{7}{36}$ litros.

Página 16, Clase 2.3

Recuerda

a. $\frac{5}{7}$ b. $\frac{3}{11}$ c. $\frac{3}{13}$
 d. $\frac{7}{24}$ e. $\frac{4}{45}$ f. $\frac{7}{80}$

Resuelve

1. a. $4\frac{1}{5} \div 2 = \frac{21}{5} \div 2 = \frac{21}{5 \times 2} = \frac{21}{10} (= 2\frac{1}{10})$

b. $\frac{17}{24}$ c. $\frac{27}{20} (= 1\frac{7}{20})$ d. $\frac{23}{35}$
 e. $\frac{23}{20} (= 1\frac{3}{20})$ f. $\frac{27}{16} (= 1\frac{11}{16})$

2. PO: $7\frac{1}{2} \div 3$

R: $\frac{5}{2} (= 2\frac{1}{2})$ litros.

Página 17, Clase 2.4

Recuerda

a. $\frac{5}{44}$ b. $\frac{4}{81}$ c. $\frac{13}{60}$
 d. $\frac{11}{12}$ e. $\frac{12}{25}$ f. $\frac{31}{18} (= 1\frac{13}{18})$

Resuelve

1. a. $\frac{2}{3} \div 4 = \frac{\frac{2}{3}}{4} = \frac{2}{3 \times 4} = \frac{1}{6}$ b. $\frac{2}{15}$ c. $\frac{1}{32}$
 d. $\frac{5}{22}$ e. $\frac{3}{14}$ f. $\frac{7}{30}$

2. PO: $\frac{12}{7} \div 3$

R: $\frac{4}{7}$ litros.

Página 19, Clase 3.1

Recuerda

1. PO: $10\frac{1}{2} \div 7$
 R: $\frac{3}{2} (= 1\frac{1}{2})$ dólares.

2. a. $\frac{3}{10}$ b. $\frac{3}{14}$

Resuelve

a. $\frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{2}{3} \div \boxed{2} = \frac{\frac{2}{3}}{2} = \frac{2}{3 \times 2} = \frac{1}{3}$
 b. $\frac{3}{7} \times \frac{1}{5} = \frac{3}{7} \div \boxed{5} = \frac{3}{35}$ c. $\frac{4}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{4}{5} \div \boxed{3} = \frac{4}{15}$
 d. $\frac{6}{7} \times \frac{1}{7} = \frac{6}{7} \div \boxed{7} = \frac{6}{49}$ e. $\frac{9}{11} \times \frac{1}{4} = \frac{9}{11} \div \boxed{4} = \frac{9}{44}$
 f. $\frac{8}{13} \times \frac{1}{9} = \frac{8}{13} \div \boxed{9} = \frac{8}{117}$

Página 20, Clase 3.2

Recuerda

1. PO: $\frac{9}{10} \div 6$
 R: $\frac{3}{20}$ litros.

2. a. $\frac{5}{8} \times \frac{1}{3} = \frac{5}{8} \div \boxed{3} = \frac{5}{24}$
 b. $\frac{7}{10} \times \frac{1}{11} = \frac{7}{10} \div \boxed{11} = \frac{7}{110}$

Resuelve

1. a. $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \left(\frac{\cancel{2}}{3} \times \frac{1}{\cancel{5}}\right) \times \boxed{4}$
 $= \left(\frac{2}{3} \div 5\right) \times 4$
 $= \frac{2}{15} \times 4$
 $= \frac{8}{15}$
 b. $\frac{3}{5} \times \frac{3}{4} = \left(\frac{\cancel{3}}{5} \times \frac{1}{\cancel{4}}\right) \times \boxed{3} = \frac{9}{20}$ c. $\frac{4}{45}$ d. $\frac{8}{63}$

2. PO: $\frac{9}{10} \times \frac{3}{4}$

R: $\frac{27}{40}$ litros.

Página 21, Clase 3.3

Recuerda

1. a. $\frac{8}{9} \times \frac{1}{9} = \frac{8}{9} \div \boxed{9} = \frac{8}{81}$
 b. $\frac{5}{7} \times \frac{1}{3} = \frac{5}{7} \div \boxed{3} = \frac{5}{21}$
 2. a. $\frac{2}{9} \times \frac{2}{7} = \left(\frac{\cancel{2}}{9} \times \frac{1}{\cancel{7}}\right) \times \boxed{2} = \frac{4}{63}$
 b. $\frac{3}{8} \times \frac{9}{10} = \frac{27}{80}$

Resuelve

1. a. $\frac{1}{2} \times \frac{5}{8} = \frac{1 \times 5}{2 \times 8} = \frac{5}{16}$ b. $\frac{4}{45}$ c. $\frac{12}{35}$
 d. $\frac{40}{33}$ e. $\frac{6}{13}$ f. $\frac{20}{9}$
 2. PO: $\frac{3}{4} \times \frac{3}{5}$
 R: $\frac{9}{20}$ galones.

Página 22, Clase 3.4

Recuerda

1. a. $\frac{5}{12} \times \frac{3}{4} = \frac{15}{48}$ b. $\frac{77}{100}$
 2. R: $\frac{8}{15}$ galones.

Resuelve

1. a. $\frac{\cancel{2}}{9} \times \frac{5}{\cancel{8}} = \frac{1 \times 5}{9 \times 4} = \frac{5}{36}$ b. $\frac{6}{7}$ c. $\frac{3}{5}$

d. $\frac{10}{21}$

e. $\frac{2}{7}$

f. $\frac{7}{6}$

2. PO: $\frac{8}{15} \times \frac{3}{4}$

R: $\frac{2}{5} \text{ m}^2$

Página 23, Clase 3.5

Recuerda

1. a. $\frac{35}{36}$ b. $\frac{8}{9}$ c. $\frac{12}{11}$ d. $\frac{42}{5}$

2. $\frac{3}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{9}{20}$

Resuelve

1. a. $1\frac{1}{2} \times 1\frac{1}{3} = \frac{2}{1} \times \frac{4}{3} = \frac{1 \times 2}{1 \times 1} = 2$

b. $\frac{63}{20} (= 3\frac{3}{20})$ c. $\frac{22}{3} (= 7\frac{1}{3})$ d. $\frac{13}{2} (= 6\frac{1}{2})$

e. $\frac{52}{35} (= 1\frac{17}{35})$ f. $\frac{36}{7} (= 5\frac{1}{7})$

2. PO: $\frac{1}{4} \times 3\frac{1}{2}$

R: $\frac{7}{8}$ kilogramos de azúcar.

Página 24, Clase 3.6

Recuerda

a. $\frac{2}{9}$ b. $\frac{9}{2} (= 4\frac{1}{2})$
 c. $\frac{24}{7} (= 3\frac{3}{7})$ d. $\frac{46}{3} (= 15\frac{1}{3})$

Resuelve

1. a. $\frac{2}{7} \times \frac{5}{9} = \frac{2 \times 5}{7 \times 9} = \frac{10}{63}$ y $\frac{5}{9} \times \frac{2}{7} = \frac{5 \times 2}{9 \times 7} = \frac{10}{63}$

b. $\frac{4}{9} \times \frac{2}{3} = \frac{8}{27}$ y $\frac{2}{3} \times \frac{4}{9} = \frac{8}{27}$

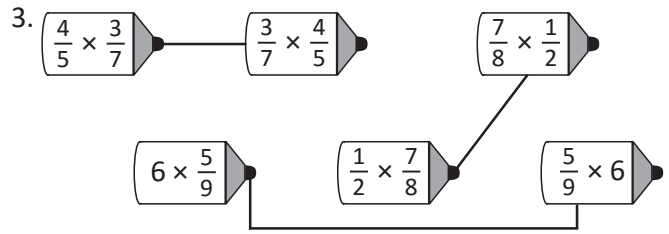
c. $\frac{6}{11} \times 3 = \frac{18}{11}$ y $3 \times \frac{6}{11} = \frac{18}{11}$

2. a. $(\frac{4}{5} \times \frac{1}{3}) \times \frac{3}{4} = (\frac{4 \times 1}{5 \times 3}) \times \frac{3}{4} = \frac{4}{15} \times \frac{3}{4} = \frac{1 \times 1}{5 \times 1} = \frac{1}{5}$

y $\frac{4}{5} \times (\frac{1}{3} \times \frac{3}{4}) = \frac{4}{5} \times (\frac{1 \times 1}{1 \times 4}) = \frac{4}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{1 \times 1}{5 \times 1} = \frac{1}{5}$

b. $(\frac{1}{6} \times \frac{5}{4}) \times \frac{3}{5} = \frac{1}{8}$ y $\frac{1}{6} \times (\frac{5}{4} \times \frac{3}{5}) = \frac{1}{8}$

c. $(3 \times \frac{4}{9}) \times \frac{3}{8} = \frac{1}{2}$ y $3 \times (\frac{4}{9} \times \frac{3}{8}) = \frac{1}{2}$

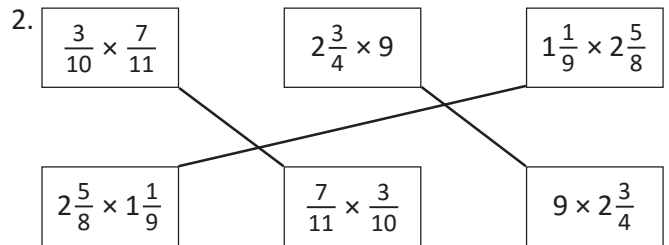


Página 25, Clase 3.7

Recuerda

1. PO: $1\frac{1}{4} \times 4\frac{1}{2}$

R: $\frac{45}{8} (= 5\frac{5}{8})$ cucharadas de consomé.



Resuelve

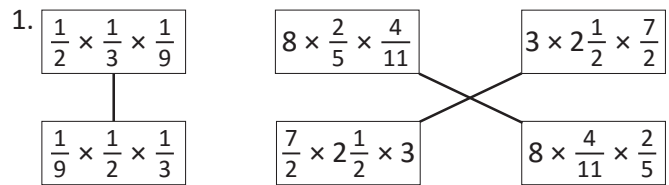
1. a. $(\frac{9}{4} \times \frac{1}{5}) \times \frac{8}{27} = \frac{9}{20} \times \frac{8}{27} = \frac{1 \times 2}{5 \times 3} = \frac{2}{15}$

b. $\frac{2}{27}$ c. $\frac{1}{7}$ d. 16

2. $\frac{5}{9}$

Página 26, Clase 3.8

Recuerda



2. a. $\frac{16}{35}$ b. $\frac{7}{12}$

Resuelve

1. $(\frac{5}{6} + \frac{7}{6}) \times \frac{3}{4} = \frac{5}{6} \times \frac{3}{4} + \frac{7}{6} \times \frac{3}{4}$

$(\frac{6}{7} - \frac{3}{7}) \times \frac{2}{3} = \frac{6}{7} \times \frac{2}{3} - \frac{3}{7} \times \frac{2}{3}$

$\frac{2}{5} \times (\frac{3}{8} + \frac{7}{8}) = \frac{2}{5} \times \frac{3}{8} + \frac{2}{5} \times \frac{7}{8}$

$\frac{5}{6} \times \frac{3}{4} - \frac{5}{6} \times \frac{1}{2} = \frac{5}{6} \times (\frac{3}{4} - \frac{1}{2})$

2. a. 84 yardas, 59 yardas y 34 yardas.

b. $109 - \blacksquare$

Página 35, Clase 1.4

Recuerda

1. a. 152 cm

b. $\blacktriangle - 8$

2. a.

Edad de Mario (años)	28	29	30	31	32	33	34
Edad de Antonio (años)	7	6	5	4	3	2	1

b. $35 - \blacksquare$

Resuelve

1. a.

Cantidad de resmas	1	2	3	4	5	6	7
Peso total	2	4	6	8	10	12	14

b. $2 \times \blacktriangle$

2. a.

Lado (cm)	1	2	3	4	5	6	7
Perímetro (cm)	4	8	12	16	20	24	28

b. $4 \times \blacktriangle$

Página 36, Clase 1.5

Recuerda

1. a. Pacientes niños, si hay 55 pacientes niñas: 68.

Pacientes niños, si hay 83 pacientes niñas: 40.

b. $123 - \blacktriangle$

2. a.

Cantidad de cajas	10	11	12	13	14	15	16
Cantidad total de libros	100	110	120	130	140	150	160

b. $10 \times \blacktriangle$

Resuelve

1. a. $4 \times x = x \times 4$

b. $4 \times 8 = 32$ viajes.

2. a. Pupusas revueltas, **PO**: $3 \times x$.

b. Pupusas de queso, **PO**: $2 \times x$.

c. 10 pupusas.

Página 37, Clase 1.6

Recuerda

1. a.

Tiempo (h)	1	2	3	4	5
Distancia recorrida (km)	10	20	30	40	50

b. $10 \times \blacksquare$

2. Cantidad de litros en el barril, **PO**: $5 \times x$.

Resuelve

1. a. **PO**: $x + y$

2. a. **PO**: $x + y$

b. **PO**: $x - y$

b. **PO**: $y - x$

★Desafíate

Edad de Marta: $x - 2$

Edad de Miguel: $x - 2 + x$

Página 38, Clase 1.7

Recuerda

1. **R**: $7 \times x$

2. a. **R**: $x + y$

b. **R**: $y - x$

Resuelve

1. **R**: $4 \times x + 3 \times y$

2. **R**: $x - 2 \times y$

3. **R**: $2 \times x - 9 \times y$

Página 39, Clase 1.8

Recuerda

1. **R**: $x - y$

2. **R**: $2 \times x + y$

Resuelve

1. a. Edad de Antonio, **R**: $x - 7$

b. $x = 20$; significa que Beatriz tiene 20 años de edad y la edad de Antonio es $20 - 7 = 13$.

2. a. **R**: $85 \times x$

b. $x = 7$; significa que han pasado 7 días, y el perro ha consumido 595 g de alimento.

3. a. Dinero gastado, **R**: $5 \times y$.

Dinero sobrante, **R**: $x - 5 \times y$.

b. $x = 10$ y $y = 0.5$; significa que David cuenta con \$10 y las paletas cuestan \$0.5, el dinero gastado es \$2.5 y le sobra \$7.5.

Página 40, Clase 1.9

Recuerda

- a. R: $0.5 \times x + 2 \times y$
- b. Compró 10 botellas de agua y 2 galones de jugo.
El dinero gastado es \$9.

Resuelve

- 1. R: $x - 15 = y$
- 2. R: $15 = \frac{y}{x}$
- 3. R: $y = 4 + x$
- 4. R: $x + y = 30$

Página 42, Clase 2.1

Resuelve

- 1. a. VIII $\rightarrow 5 + 1 + 1 + 1 = 8$
b. 11 c. 15 d. 25
- 2. a. No b. Si c. Si d. No

Página 43, Clase 2.2

Recuerda

- a. 6 b. 13

Resuelve

- 1. a. XIX $\rightarrow 10 + 10 - 1 = 19$
b. 24 c. 41 d. 46
- 2. a. No es correcta. b. No es correcta

Página 44, Clase 2.3

Recuerda

- 1. a. No es correcto. b. Si es correcto.
- 2. a. 65 b. 49

Resuelve

- a. XXVI b. XXXIII
- c. XXXIX d. XLII

★Desafíate

194 \rightarrow CXCIV

Página 45, Clase 2.4

Recuerda

- 1. No
- 2. a. XLIX b. LVII

Resuelve

- 1. a. VV $\rightarrow 5 + 5$ no es correcto, porque existe un símbolo que representa 10, no cumple las reglas.
Forma correcta: X
- b. Cumple las reglas
- c. No cumple las reglas, forma correcta: LIX
- d. No cumple las reglas, forma correcta: CCXV
- 2. No

Unidad 3

Página 50, Clase 1.1

Resuelve

- 1. a. $\frac{7}{4}$ b. $\frac{2}{9}$ c. 3 d. $\frac{5}{2}$
- e. $\frac{3}{7}$ f. 6 g. $\frac{1}{6}$ h. $\frac{3}{5}$
- i. $\frac{2}{3}$
- 2. a. 5 b. 12 c. $\frac{1}{4}$ d. $\frac{2}{7}$
- e. $\frac{8}{5}$ f. $\frac{7}{5}$

3. a. $8 \div 4 = 2$
 $\downarrow \times 5$ $\downarrow \times 5$ \uparrow
 40 \div 20 = 2

b. $16 \div 4 = 4$
 $\downarrow \times 3$ $\downarrow \times 3$ \uparrow
 48 \div 12 = 4

c. $48 \div 6 = 8$
 $\downarrow \times \frac{1}{6}$ $\downarrow \times \frac{1}{6}$ \uparrow
 8 \div 1 = 8

d. $28 \div 2 = 14$
 $\downarrow \times 7$ $\downarrow \times 7$ \uparrow
 196 \div 14 = 14

Página 51, Clase 1.2

Recuerda

- a. $\frac{1}{9}$ b. $\frac{4}{5}$ c. $\frac{3}{16}$ d. $\frac{10}{77}$

Resuelve

- 1. a. 4 b. 9 c. 10 d. 15
- e. 25 f. 45
- 2. a. En 1 m caben 5 veces $\frac{2}{10}$ m, 5 listoncitos.

b. PO: $1 \div \frac{2}{10}$; $1 \div \frac{2}{10} = 5$

R: 5 listoncitos.

$$\begin{array}{ccc} 1 & \div & \frac{2}{10} = 5 \\ \downarrow \times 10 & & \downarrow \times 10 \\ \boxed{10} & \div & \boxed{2} = \boxed{5} \end{array}$$

Página 52, Clase 1.3

Recuerda

1. a. 17 b. 30
2. Se divide el área del cuadrado grande que es 1 m^2 entre el área de los cuadrados pequeños que es $\frac{1}{100} \text{ m}^2$.

PO: $1 \div \frac{1}{100}$

R: 100 cuadrados.

Resuelve

1. a. $\frac{8}{3}$ b. $\frac{7}{5}$ c. $\frac{10}{9}$ d. $\frac{15}{8}$
- e. $\frac{17}{2}$ f. $\frac{19}{6}$

★Desafíate

- a. $1 \div \frac{7}{9} = \frac{9}{7}$ b. $1 \div \frac{5}{8} = \frac{8}{5}$
- c. $1 \div \frac{11}{12} = \frac{12}{11}$ d. $1 \div \frac{13}{20} = \frac{20}{13}$

Página 53, Clase 1.4

Recuerda

1. PO: $1 \div \frac{1}{250}$
- R: 250 conos.

2. a. $\frac{11}{7}$ b. $\frac{16}{13}$

Resuelve

1. a. $2 \div \frac{1}{3} = 2 \times \frac{3}{1} = 6$ b. 15 c. 14
- d. $\frac{33}{2}$ e. $\frac{45}{2}$ f. 40

2. PO: $3 \div \frac{1}{2}$

R: 6 cuadrados.

Página 54, Clase 1.5

Recuerda

1. R: 4 listoncitos y sobra $\frac{1}{2}$ de listón.
2. a. 14 b. $\frac{119}{3}$

Resuelve

1. a. $\frac{1}{3} \div \frac{1}{5} = \frac{1}{3} \times 5 = \frac{1 \times 5}{3} = \frac{5}{3}$ b. $\frac{5}{3}$
- c. $\frac{10}{3}$ d. $\frac{27}{8}$

2. R: 7 trozos de queso.

Página 55, Clase 1.6

Recuerda

- a. $\frac{55}{4}$ b. 26 c. 8 d. $\frac{20}{7}$

Resuelve

- a. $\frac{4}{5} \div \frac{2}{9} = \frac{4}{5} \times \frac{9}{2} = \frac{2 \times 9}{5 \times 1} = \frac{18}{5}$
- b. $\frac{35}{48}$ c. $\frac{14}{15}$ d. $\frac{6}{7}$

★Desafíate

$\frac{9}{10} \div \frac{3}{10} = 3$ y $\frac{4}{5} \div \frac{1}{5} = 4$; así el total de rectángulos que caben es de 12.

Página 56, Clase 1.7

Recuerda

1. 15 listoncitos.
2. a. $\frac{21}{5}$ b. $\frac{1}{25}$ c. $\frac{40}{27}$

Resuelve

1. a. $1 \frac{1}{2} \div \frac{1}{5} = \frac{3}{2} \div \frac{1}{5} = \frac{3}{2} \times \frac{5}{1} = \frac{3 \times 5}{2 \times 1} = \frac{15}{2}$
- b. $\frac{32}{15}$ c. $\frac{33}{26}$

2. R: 20 gramos de café.

Página 57, Clase 1.8

Recuerda

1. R: 6 porciones.

2. a. $\frac{35}{16}$ b. $\frac{1}{8}$

Resuelve

1. a. Menor b. Mayor c. Mayor
- d. Menor e. Mayor f. Menor
2. a. Mayor b. Menor c. Mayor

Página 59, Clase 2.1

Recuerda

1. R: $\frac{33}{16}$ cm

2.

mayor a 45
 $45 \div \frac{6}{7}$

igual a 45
 $45 \div \frac{7}{7}$

menor a 45
 $45 \div \frac{8}{7}$

Resuelve

1. a. Forma 1: $0.5 + \frac{1}{2} = 0.5 + 0.5 = 1$

Forma 2: $0.5 + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$

b. $\frac{15}{8}$ (= 1.875) c. 2 d. 1

2. $\frac{77}{5}$ (= 15.4) m

Página 60, Clase 2.2

Recuerda

1.

mayor a $\frac{1}{3}$
 $\frac{1}{3} \div \frac{2}{5}$

igual a $\frac{1}{3}$
 $\frac{1}{3} \div \frac{5}{5}$

menor a $\frac{1}{3}$
 $\frac{1}{3} \div \frac{9}{5}$

2. a. 2

b. $\frac{3}{10}$

Resuelve

1. a. $\frac{1}{3} + 0.2 = \frac{1}{3} + \frac{1}{5} = \frac{8}{15}$

b. $\frac{11}{12}$ c. $\frac{31}{18}$ d. $\frac{13}{30}$

2. R: $\frac{64}{15}$ km

Página 61, Clase 2.3

Recuerda

1. R: 3 dólares.

2. R: $\frac{25}{12}$ lb

Resuelve

1. $\frac{10}{21} \times 0.7 = \frac{10}{21} \times \frac{7}{10} = \frac{1}{3}$

b. $\frac{12}{25}$ c. $\frac{25}{13}$ d. $\frac{7}{8}$

2. R: 7 dólares.

Página 62, Clase 2.4

Recuerda

1. R: $\frac{53}{36}$ (= $1\frac{17}{36}$) lt

2. a. $\frac{5}{4}$ (= 1.25) b. $\frac{7}{6}$

Resuelve

a. $6 \times 0.5 \div \frac{3}{4} = 6 \times \frac{1}{2} \div \frac{3}{4} = \frac{6}{2} \div \frac{3}{4} = \frac{6}{2} \times \frac{4}{3} = 4$

b. $\frac{7}{10}$ c. $\frac{9}{100}$ d. $\frac{28}{3}$

Página 63, Clase 2.5

Recuerda

1. R: 48 vasos.

2. a. $\frac{1}{6}$ b. $\frac{1}{24}$

Resuelve

a. $1.8 \div 0.7 + \frac{3}{7} = \frac{9}{5} \div \frac{7}{10} + \frac{3}{7} = \frac{9}{5} \times \frac{10}{7} + \frac{3}{7} = \frac{90}{35} + \frac{3}{7} = 3$

b. $\frac{1}{2}$ c. $\frac{19}{3}$ d. $\frac{3}{5}$

Página 64, Clase 2.6

Recuerda

1. R: 91 lb

2. a. 2 b. $\frac{11}{5}$

Resuelve

a. $\frac{6}{35} \div \left(\frac{9}{7} - \frac{2}{7}\right) \times 14 = \frac{6}{35} \div 1 \times 14 = \frac{6}{35} \times 14 = \frac{12}{5}$

b. 7 c. $\frac{1}{2}$ d. 7

Página 65, Clase 2.7

Recuerda

1. 26 dólares.

2. $\frac{5}{4}$ (= 1.25) dólares.

Resuelve

a. $\left(0.75 - \frac{1}{6}\right) \div \left(\frac{1}{3} + 0.5\right) = \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{6}\right) \div \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right)$
 $= \frac{7}{12} \div \frac{5}{6}$
 $= \frac{7}{12} \times \frac{6}{5}$
 $= \frac{7}{10}$

- b. $\frac{19}{5}$ c. $\frac{25}{7}$ d. $\frac{8}{7}$

Unidad 4

Página 70, Clase 1.1

Resuelve

1. **PO:** $3.25 \div 3$
R: $\frac{13}{12}$ veces.
2. **R:** 1.125 veces.
3. **R:** 3 veces.

★Desafíate

La estatura de Carlos es 1.134 veces la estatura de Ana.

Página 71, Clase 1.2

Recuerda

- a. 2 veces. b. 3 veces.

Resuelve

1. **PO:** 60×0.2
R: 12 W
2. **R:** 11 km

Página 72, Clase 1.3

Recuerda

1. 3 veces.
2. 6 manzanas.

Resuelve

1. **PO:** $9 \div 1.8$
R: 5 toneladas de material reciclable.
2. 14.28 ha

Página 73, Clase 1.4

Recuerda

1. **R:** 5 m
2. 1218.75 m sobre el nivel del mar.

Resuelve

1. **PO:** $2 \div 3$; con razón 2:3 y valor de la razón $\frac{2}{3}$.

Mario compró $\frac{2}{3}$ veces la cantidad de litros de leche que Beatriz.

- R:** $\frac{2}{3}$
2. **R:** 1.3

Página 74, Clase 1.5

Recuerda

1. **R:** 40 cm
2. **R:** 1.2

Resuelve

1. a. Razón 200 : 5, el valor de la razón es 40.
b. Se realizan 40 flexiones por minuto.
2. a. Razón 15 : 500, el valor de la razón es 0.03.
b. Ana disuelve 0.03 g de bicarbonato de sodio por cada ml de agua.

Página 75, Clase 1.6

Recuerda

1. **R:** 2; el precio del pantalón es dos veces el precio de la camisa.
2. a. Razón 12 : 15, el valor de la razón es 0.8.
b. La cantidad de azúcar vendida el día lunes es 0.8 veces la cantidad de azúcar vendida el día martes.

Resuelve

1. El valor de la razón es 0.75, utilizó $12 \times 0.75 = 9$ cucharadas de aceite de oliva.
2. **R:** 9.6 horas.

Página 76, Clase 1.7

Recuerda

1. **R:** $\frac{2}{3}$
2. **R:** 6 cucharaditas de cacao.

Resuelve

1. a. consecuente = $15 \div \frac{5}{3} = 9$
b. 28 c. 4 d. 33
2. **R:** 55 gramos.

Página 84, Clase 2.7

Recuerda

- 81 personas.
- 259.9 dólares.

Resuelve

- Porcentaje: $100\% - 15\% = 85\%$
Valor de la razón: $85 \div 100 = 0.85$
Precio con descuento: $0.85 \times 30 = 25.50$
R: \$ 25.50
 - R: \$ 1.35
- Valor de la razón: $25 \div 100 = 0.25$
Cantidad correspondiente al descuento:
 $3 \times 0.25 = 0.75$
Precio con descuento: $3 - 0.75 = 2.25$
R: \$ 2.25
 - R: \$ 21.12

Página 85, Clase 2.8

Recuerda

- R: \$ 56.50
- R: \$ 42.375

Resuelve

- Valor de la razón: $110 \div 100 = 1.10$
Consecuente = $165 \div 1.10 = 150$
R: 150 árboles.
- R: 30 estudiantes.

Página 86, Clase 2.9

Recuerda

- R: \$ 59.50
- R: 18 gal

Resuelve

- Porcentaje total: $100\% + 50\% = 150\%$
Valor de la razón: $150 \div 100 = 1.5$
Consecuente: $24 \div 1.5 = 16$
R: \$ 16
- R: 250 kg

Página 87, Clase 2.10

Recuerda

- R: 120 personas.
- R: \$ 25

Resuelve

- Consecuente = $20 \div 0.8 = 25$
R: 25 minutos.
- R: \$ 40

★Desafiate

El número original es 800

Unidad 5

Página 92, Clase 1.1

Resuelve

1. a.

Chocolate	Leche
5 tazas	4 tazas
15 tazas	x tazas

R: 12 tazas de leche.

b.

Agua	Jugo de limón
5 vasos	2 vasos
x vasos	12 vasos

R: 30 vasos de agua.

2. R: 9 cucharadas de avena.

★Desafiate

Leche en polvo	Azúcar
2 cucharadas	$\frac{1}{2}$ cucharada
x cucharadas	3 cucharadas

R: 12 cucharadas.

Página 93, Clase 1.2

Recuerda

R: 24 tazas de harina.

Resuelve

1. a.

3 : 4	12 : 16
-------	---------

Son equivalentes porque su valor de razón es $\frac{1}{3}$.
Puede escribirse la proporción $3 : 4 = 12 : 16$

- $15 : 6 = 5 : 2$
- $4 : 9 = 20 : 45$
- $72 : 63 = 8 : 7$

2. Sí

Página 94, Clase 1.3

Recuerda

- R: 8 lb de arroz.
- $9 : 7 = 36 : 28$
 - $8 : 12 = 4 : 6$
 - $25 : 55 = 5 : 11$
 - $13 : 10 = 26 : 20$

Resuelve

- a. $10 : 8$, simplifico el valor de la razón $\frac{10}{8} = \frac{5}{4}$. Por lo tanto, la razón equivalente más simple de $10 : 8$ es $5 : 4$
 - $3 : 4$
 - $4 : 7$
 - $5 : 3$
- R: Los salones se encontraban igual de llenos.

Página 95, Clase 1.4

Recuerda

- R: Sí, ya que tienen igual valor de la razón.
- a. $5 : 8$ b. $5 : 1$

Resuelve

- a. $0.2 : 0.3 = (0.2 \times 10) : (0.3 \times 10) = 2 : 3$
 - $7 : 5$
 - $3 : 8$
 - $3 : 1$
- $21 : 10$

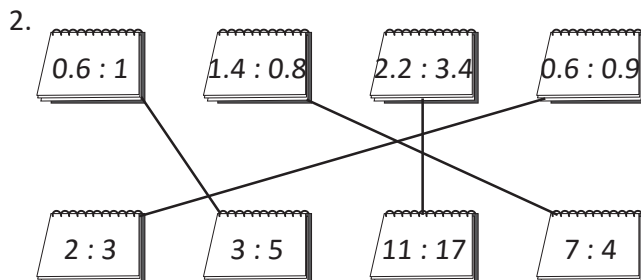
★Desafíate

R: 20 platanos, 1 lt de leche y 2 tazas de maicena.

Página 96, Clase 1.5

Recuerda

1. $\frac{2}{3}$



Resuelve

- a. $\frac{2}{5} : \frac{1}{4} = \left(\frac{2}{5} \times 20\right) : \left(\frac{1}{4} \times 20\right) = 8 : 5$
 - $1 : 3$
 - $35 : 24$
 - $7 : 9$
- R: 13 tazas de mantequilla y 42 tazas de harina.

Página 97, Clase 1.6

Recuerda

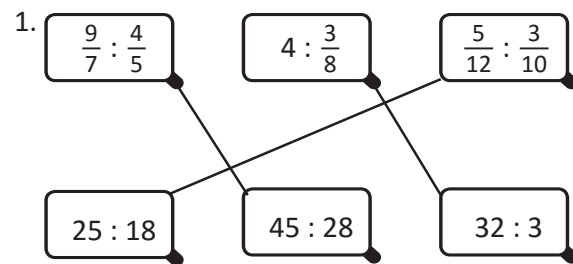
- Ambos días fue con la misma rapidez.
- a. $5 : 14$ b. $1 : 2$

Resuelve

- a. No mantiene la misma forma, ya que sus relaciones de aspecto no forman una proporción.
 - Mantiene la misma forma, puesto que el valor de la razón entre las medidas de la base y la altura es igual a $\frac{7}{15}$. Sus relaciones de aspecto forman una proporción: $7 : 15 = 21 : 45$.
- a. Sí mantienen la relación de aspecto.
 - No mantiene la relación de aspecto.

Página 98, Clase 1.7

Recuerda



- a. Mantiene la relación de aspecto.
 - Mantiene la relación de aspecto.

Resuelve

- a. $3 : 10 = 12 : x$ observo que 3 aumentó 4 veces para obtener 12 y, por lo tanto, 10 también debe aumentar 4 veces:

$$x = 10 \times 4 = 40$$
 - 4
 - 1
 - 110
 - 56
 - 1
- a. $y = \frac{11}{100}$ b. $y = \frac{3}{8}$

Página 99, Clase 1.8

Recuerda

- $x = 20$ cm
- a. $x = 3$ b. $x = 4$

Resuelve

- a. $x = 4 \times 50 = 200$

	Harina (g)	Vainilla (g)	
$\times 50$	7	4	$50 \times$
	350	x	

- b. $x = 450$ c. $x = 12.8$ d. $x = 6$
- $x = 50$ chibolas rojas.

Página 100, Clase 1.9

Recuerda

- $y = \frac{5}{3}$
- $x = 126$ cm

Resuelve

- a. $4 \times 20 = 80$
 $5 \times 16 = 80$
- b. 36 c. 210 d. 144
- a. 0.8 b. $\frac{5}{7}$

Página 101, Clase 1.10

Recuerda

- $x = 8$ cm
- a. 150 b. 14.7

Resuelve

- | | |
|--------------|------------------|
| Pintura azul | Pintura amarilla |
| 6 | 4 |
| x | 10 |

Obtenemos la proporción $6 : 4 = x : 10$. Usando la propiedad de las proporciones

$$6 \times 10 = 4 \times x$$

$$60 = 4 \times x$$

Esto quiere decir que 4 veces x es 60. Por lo tanto,
 $x = 60 \div 4 = 15$

R: 15 botes de pintura color azul.

- R:** 5.5 cm

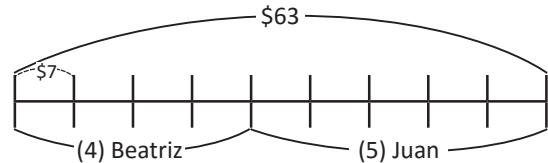
Página 102, Clase 1.11

Recuerda

- $\frac{72}{25}$
- R:** $\frac{49}{2}$ (= 24.5) gramos de sal.

Resuelve

- Cada parte representa $63 \div 9 = 7$.



Beatriz ahorró: $4 \times 7 = 28$ dólares.

Juan ahorró: $5 \times 7 = 35$ dólares.

- Medicina: 30 ml
Agua: 75 ml

★**Desafiate**

- R:** Largo: 18 cm
Ancho: 8 cm

Página 104, Clase 2.1

Recuerda

- R:** 20 g de levadura.

Resuelve

a.

Cantidad de bandejas	1	2	3	4	5	...
Cantidad de donas horneadas	12	24	36	48	60	...

- R:** 72 donas.
- R:** 96 donas.

Página 105, Clase 2.2

Recuerda

a.

Cantidad de docenas	1	2	3	4	5	...
Precio por el alquiler (\$)	20	40	60	80	100	...

- El alquiler de 6 sillas cuesta \$120.
El alquiler de 10 sillas cuesta \$200.

Resuelve

1. a.

Cantidad de cajas	1	2	3	4	5	...
Cantidad de chocolates	15	30	45	60	75	...
Cociente	15	15	15	15	15	

b. **R:** 15 chocolates.

2. a.

Cantidad de entradas	1	2	3	4	5	...
Precio (\$)	4	8	12	16	20	...
Cociente	4	4	4	4	4	4

b. **R:** 4 dólares.

Página 106, Clase 2.3

Recuerda

a.

Cantidad de meses transcurridos	1	2	3	4	5	6	7	8	...
Dinero ahorrado (\$)	5	10	15	20	25	30	35	40	...

b. Dinero ahorrado después de 10 meses \$50.

Dinero ahorrado después de 12 meses \$60.

c. Cociente 5, Ana ahorra 5 dólares cada mes.

Resuelve

a. Es directamente proporcional, ya que el cociente entre la cantidad de pupusas y la cantidad de dinero, resulta el mismo número.

Cantidad de dinero (\$)	1	2	3	4	5	...
Cantidad de pupusas	3	6	9	12	15	...

 ✓

b.

Edad de José (años)	8	9	10	11	12	...
Edad de Miguel (años)	9	10	11	12	13	...

 ✗

c.

Tiempo (min)	1	2	3	4	5	...
n.º de vueltas	11	22	33	44	55	...

 ✓

Página 107, Clase 2.4

Recuerda

a. **R:** recorre 55 km por hora.

b. Sí, su cociente es constante.

Resuelve

a.

Lado x (cm)	1	2	3	4	5	6	...
Perímetro y (cm)	4	8	12	16	20	24	...

b. $y = 4 \times x$

★Desafíate

a.

Altura x (cm)	1	2	3	4	5	6	...
Área y (cm)	5	10	15	20	25	30	...

b. $y = 5 \times x$

Página 108, Clase 2.5

Recuerda

1. No.

2. a.

Tiempo transcurrido x (km)	1	2	3	4	...
Distancia recorrida y (km)	5	10	15	20	...

b. $y = 5 \times x$

Resuelve

1. a.

Años transcurridos x	1	2	3	4	5	...
Minutos y	6	12	18	24	30	...
Cociente $y \div x$	6	6	6	6	6	...

b. $y = 6 \times x$

2. a.

Litros de jugo x	1	2	3	4	5	...
Cantidad de vasos y	8	16	24	32	40	...
Cociente $y \div x$	8	8	8	8	8	...

b. $y = 8 \times x$

Página 109, Clase 2.6

Recuerda

a.

Libras de queso x	1	2	3	4	5	...
Precio y en dólares	2	4	6	8	10	...
Cociente $y \div x$	2	2	2	2	2	...

b. $y = 2 \times x$

Resuelve

1. Peso de una caja (g): $450 \div 6 = 75$

Peso de 200 cajas(g): $200 \times 75 = 15,000$

R: Se preparará un paquete que pese 15,000 g

2.

n.º de ladrillos	4	36
Metros cuadrados	1	b

$\begin{matrix} \nearrow \times 9 \\ \searrow \times 9 \end{matrix}$

R: 9 m^2

Página 110, Clase 2.7

Recuerda

1. a.

Cantidad de cajas x	1	2	3	4	5	...
Cantidad de bombones y	25	50	75	100	125	...
Cociente $y \div x$	25	25	25	25	25	...

- b. $y = 25 \times x$
 2. **R:** 44 cm de altura.

Resuelve

1. Encuentro el cambio en el precio de la tela:
 $30 \div 7.5 = 4$, es decir, $7.5 \times 4 = 30$.

Cantidad de tela (yardas)	2.5	a
Precio (dólares)	7.5	30

$\xrightarrow{\times 4}$
 $\xleftarrow{\times 4}$

Como el precio aumenta 4 veces, la cantidad de yardas de tela también aumenta 4 veces, $2.5 \times 4 = a$
 $a = 2.5 \times 4 = 10$

- R:** 10 yardas de tela.
 2. **R:** 5 cajas de botones.

Página 112, Clase 3.1

Resuelve

- 1.
- | | | | | | | | |
|-------------|----|----|----|-----|---|---|-----|
| Base (cm) | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ... |
| Altura (cm) | 30 | 15 | 10 | 7.5 | 6 | 5 | ... |
- 2.
- | | | | | | | | |
|--------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Cantidad de competidores | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ... |
| Distancia (m) | 600 | 300 | 200 | 150 | 120 | 100 | ... |
- 3.
- | | | | | | | | |
|-------------------------|-------|-------|-------|-----|-----|-----|-----|
| Cantidad de recipientes | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ... |
| Cantidad de jugo (ml) | 3,000 | 1,500 | 1,000 | 750 | 600 | 500 | ... |

Página 113, Clase 3.2

Recuerda

Cantidad de mozos	1	2	3	4	5	6	...
n.º de manzanas	48	24	16	12	9.6	8	...

Resuelve

1. a.
- | | | | | | | |
|------------------------------|----|----|----|----|----|-----|
| Cantidad de listones | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ... |
| Longitud de cada listón (cm) | 60 | 40 | 30 | 24 | 20 | ... |

- b. **R:** 120 cm de largo.
 c. Sí.
 d. Si la cantidad de listones es 10, entonces la longitud de cada listón es 12 cm.
 Si la cantidad de listones es 100, entonces la longitud de cada listón es 1.2 cm.

Página 114, Clase 3.3

Recuerda

- 1.
- | | | | | | |
|-------------------------------|----|----|---|---|-----|
| Cantidad de trabajadores | 1 | 2 | 3 | 4 | ... |
| Cantidad de cajas a descargar | 24 | 12 | 8 | 6 | ... |

2. a.
- | | | | | | | |
|-------------|-----|-----|----|----|----|-----|
| Altura (cm) | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | ... |
| Base (cm) | 140 | 105 | 84 | 70 | 60 | ... |

- b. **R:** 420 cm^2
 c. Sí

Resuelve

- a.
- | | | | | | | |
|----------------------|-----|-----|-----|-------|-------|-----|
| n.º de pupusas | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | ... |
| Cantidad de calorías | 300 | 600 | 900 | 1,200 | 1,500 | ... |
- ✗
- b.
- | | | | | | | |
|------------------------|-----|----|------|----|----|-----|
| n.º de porciones | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ... |
| Cantidad de azúcar (g) | 105 | 70 | 52.5 | 42 | 35 | ... |
- ✓

Página 115, Clase 3.4

Recuerda

1. a. Son inversamente proporcionales.

Rapidez (km/h)	3	6	12	24	48	...
Tiempo (h)	24	12	6	3	1.5	...

- b. **R:** 2 horas.

- 2.
- | | | | | | | |
|-------------------------|---|---|---|---|----|-----|
| n.º de bolsitas de té | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | ... |
| Valor energético (kcal) | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | ... |
- ✗

Resuelve

- a.
- | | | | | | | |
|---------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-----|
| Capacidad x (ml) | 1,000 | 500 | 250 | 200 | 125 | ... |
| Cantidad de depósitos y | 1 | 2 | 4 | 5 | 8 | ... |
| Producto $x \times y$ | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | ... |

- b. $x \times y = 1,000$

Página 116, Clase 3.5

Recuerda

- Es inversamente proporcional.
- a.

Cantidad de agua x (litros/min)	180	360	540	...
Tiempo y (min)	720	360	240	...
Producto $x \times y$	129,600	129,600	129,600	

b. $x \times y = 129,600$

Resuelve

Cantidad de piscinas	5	15
Cantidad de barriles con agua	90	a
Producto	450	450

$15 \times a = 450$, es decir, $a = 450 \div 15 = 30$

R: 30 barriles.

Página 118, Clase 3.7

Recuerda

a.

Cantidad de mecánicos x	4	7	8	16	28	...
Cantidad de motores y	56	32	28	14	8	...
$x \times y$	224	224	224	224	224	...

La cantidad de mecánicos es inversamente proporcional a la cantidad de motores, porque el producto siempre resulta 224.

- Directamente proporcional.
- Inversamente proporcional.

Unidad 6

Página 122, Clase 1.1

Resuelve

- $P = 14$ cm
- $P = 19$ cm
- $P = 16$ cm
- $P = 25$ cm

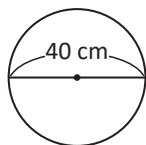
Página 123, Clase 1.2

Recuerda

R: Perímetro.

Resuelve

a. $125.66 \div 40 = 3.14$



b. 3.14

Página 124, Clase 1.3

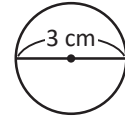
Recuerda

- a. 3.14
b. π
- 3.14

Resuelve

a. Longitud de la circunferencia = $3 \times 3.14 = 9.42$

R: 9.42 cm



b. R: 28.26 cm

Página 125, Clase 2.1

Recuerda

- 3.14
- $l = 37.68$ cm

Resuelve

1. Completa lo siguiente:

- 2 veces el área del cuadrado de lado 4 cm es: 32 cm^2 .
- 4 veces el área del cuadrado de lado 4 cm es: 64 cm^2 .
- Por lo tanto, el área del círculo de radio 4 cm está entre 32 cm^2 y 64 cm^2 .

2. Completa lo siguiente:

- 2 veces el área del cuadrado de lado 15 cm es: 450 cm^2 .
- 4 veces el área del cuadrado de lado 15 cm es: 900 cm^2 .
- Por lo tanto, el área del círculo de radio 15 cm está entre 450 cm^2 y 900 cm^2 .

★Desafíate

El área sombreada es mayor que 6 cm^2 y menor que 12 cm^2 .

Página 126, Clase 2.2

Recuerda

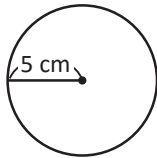
1. R: 75.26 cm

2. Completa lo siguiente:

- ① 2 veces el área del cuadrado de lado 11 cm es: 242 cm².
- ② 4 veces el área del cuadrado de lado 11 cm es: 484 cm².
- ③ Por lo tanto, el área del círculo de radio 11 cm está entre 242 cm² y 484 cm².

Resuelve

a. Área del círculo = $5 \times 5 \times 3.14$
 $= 25 \times 3.14$
 $= 78.5$



R: 78.5 cm²

b. R: 200.96 cm²

★Desafíate

El área sombreada es 39.25 cm².

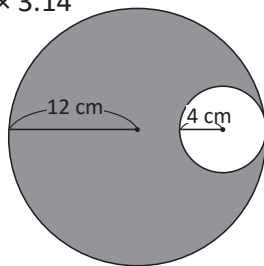
Página 127, Clase 2.3

Recuerda

- a. El área del círculo de radio 12 cm, se encuentra entre 288 cm² y 576 cm².
- b. R: 452.16 cm²

Resuelve

a. PO: Área sombreada = $12 \times 12 \times 3.14 - 4 \times 4 \times 3.14$
 Área = $12 \times 12 \times 3.14 - 4 \times 4 \times 3.14$
 $= 144 \times 3.14 - 16 \times 3.14$
 $= (144 - 16) \times 3.14$
 $= 128 \times 3.14$
 $= 401.96$



R: 401.96 cm²

b. R: 285.74 cm²

Página 128, Clase 2.4

Recuerda

1. R: 19.625 cm²
2. R: 25.12 cm²

Resuelve

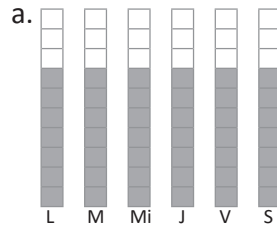
a. PO: Área sombrada = $(4 \times 4 \times 3.14) \div 2 - (4 \times 4) \div 2$
 Área = $(4 \times 4 \times 3.14) \div 2 - (4 \times 4) \div 2$
 $= 50.24 \div 2 - 16 \div 2$
 $= 25.12 - 8$
 $= 17.12$
 R: 17.12 cm²

b. R: 99.585 cm²

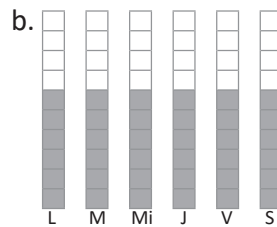
Unidad 7

Página 132, Clase 1.1

Resuelve



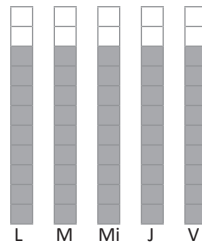
R: 7 cajas de lapiceros.



R: 6 cajas de plumones.

Página 133, Clase 1.2

Recuerda



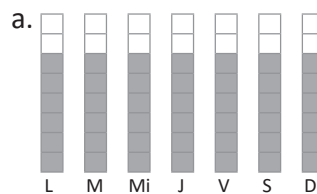
R: 9 minutos.

Resuelve

1. PO: $(3 + 6 + 5 + 6 + 7 + 3 + 6 + 4) \div 8$
 R: 5 minutos.
2. R: 5 personas.

Página 134, Clase 1.3

Recuerda



R: 6 libras de arroz.

b. R: 6 libras de arroz.

Resuelve

1. PO: $(8 + 15 + 12 + 20 + 0 + 11) \div 6$
 R: 11 latas de jugo.

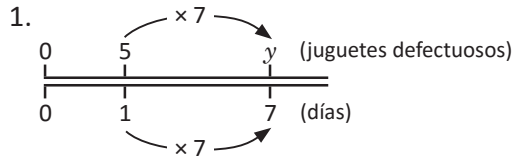
2. R: 1 sismo.

Página 135, Clase 1.4

Recuerda

- R: 1,835 accidentes.
- R: 2 goles.

Resuelve



$$5 \times 7 = 35$$

R: 35 juguetes defectuosos.

2. R: 165 postres.

Página 136, Clase 1.5

Recuerda

- R: 9.1
- \$ 13,350

Resuelve

- Total de camisas $12 \times 5 = 60$
 - $12 + 14 + 15 + 17 + x = 60$
 - Encontrando la nota: $58 + x = 60$
 $x = 60 - 58$
 $x = 2$

R: 2 camisas talla XL.

2. R: 14 paletas de nance.

Página 137, Clase 1.6

Recuerda

- R: \$198
- R: 6 años.

Resuelve

- Total de galones de gasolina que iba a utilizar:
 $0.92 \times 5 = 4.6$
 - Nuevo total de galones de gasolina:
 $4.6 + 1.4 = 6$; porque utilizó 1.4 galones más.
 - Para obtener la media de galones de gasolina por día, divido: $6 \div 5 = 1.2$. Por lo tanto, la nueva media de galones de gasolina utilizada por día es 1.2.
- R: 17 pupusas.

Página 139, Clase 2.1

Resuelve

1. a.

Color	n.º de estudiantes que lo prefieren	Color	n.º de estudiantes que lo prefieren
amarillo	1	verde	5
rojo	4	rosado	3
morado	2	café	2
azul	4	negro	1

b. R: El color verde.

2. a.

Jugo	Cantidad
manzana	25
pera	15
tomate	5
piña	35
melocotón	30
naranja	20

b. R: Jugo de piña.

Página 140, Clase 2.2

Recuerda

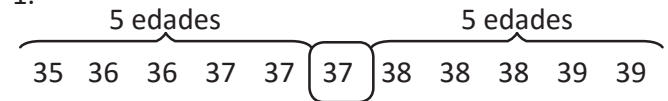
a.

Edad en que perdieron los molares	Cantidad
10 años	6
11 años	4
12 años	3

b. R: 10 años.

Resuelve

1.



R: 37 kg

2. R: 16 minutos.

Página 141, Clase 2.3

Recuerda

- R: La moda en las calificaciones es de 7.
- R: La mediana es 50 cm.

Resuelve

1. Puntajes ordenados:

Equipo A	25	38	56	64	72	104
Equipo B	17	28	35	45	57	110

Equipo A: $(56 + 64) \div 2 = 60$

Equipo B: $(35 + 45) \div 2 = 40$

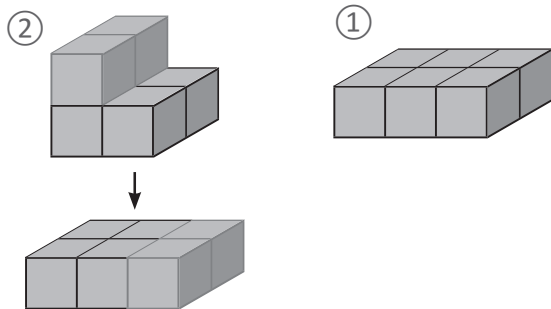
2. R: 22.5

Unidad 8

Página 146, Clase 1.1

Resuelve

a. Observar que al modificar la forma de ②, este es igual a ①. Por lo tanto tienen el mismo volumen.



- b. Tienen igual volumen.
c. Tienen diferente volumen.
d. Tienen igual volumen.

Página 147, Clase 1.2

Recuerda

Tienen igual volumen.

Resuelve

a. El número total de cubos que contiene es igual a 2.

Por lo tanto, su volumen es de 2 cm^3 .

- b. 8 cm^3 c. 18 cm^3 d. 1 cm^3

Página 148, Clase 1.3

Recuerda

a. Tienen diferente volumen.

- b. ① 10 cm^3
② 16 cm^3

Resuelve

1. a. En la primera capa caben 3 cubos a lo largo y 2 cubos a lo ancho. Entonces hay $3 \times 2 = 6$ cubos de 1 cm de lado en la primera capa.

R: 6 cubos.

b. La altura del prisma rectangular es 5 cm, entonces hay 5 capas.

R: 5 capas.

c. En la primera capa caben 6 cubitos y hay 5 capas.

Entonces:

PO: 6×5

R: 30 cm^3

2. a. R: 3 cubos.
b. R: 4 capas.
c. R: 12 cm^3

Página 149, Clase 1.4

Recuerda

1. R: 2 cm^3
2. a. R: 9 cubos.
b. R: 3 capas.
c. PO: 27 cm^3

Resuelve

- a. PO: $3 \times 4 \times 5$
R: 60 cm^3
b. R: 60 cm^3

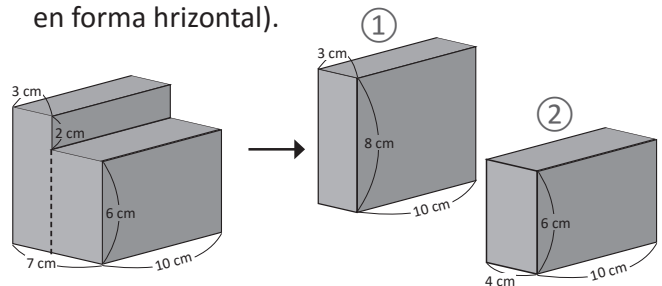
Página 150, Clase 1.5

Recuerda

- a. R: 25 cubos en la primera capa y hay 2 capas.
b. R: 50 cm^3

Resuelve

a. Descompone en dos prismas rectangulares, en forma vertical (recuerda que también lo puedes hacer en forma horizontal).



Para ①, $10 \times 3 \times 8 = 240$.

Para ②, $10 \times 4 \times 6 = 240$.

El volumen total es: $240 + 240 = 480$.

R: 480 cm^3

- b. R: 500 cm^3

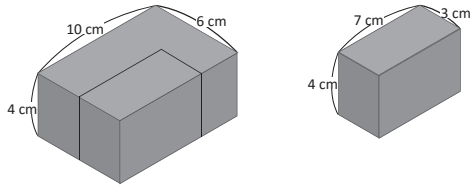
Página 151, Clase 1.6

Recuerda

- a. R: 20 cm^3
- b. R: 210 cm^3

Resuelve

1. a.



- PO: $10 \times 6 \times 4 - 7 \times 3 \times 4$
- R: 156 cm^3
- b. R: 152 cm^3

Página 152, Clase 1.7

Recuerda

- a. R: 171 cm^3
- b. R: 171 cm^3

Resuelve

- a. PO: $7 \times 3 \times 6$
- R: 126 m^3
- b. R: 66 m^3

Página 153, Clase 1.8

Recuerda

- 1. R: 72 cm^3
- 2. En m^3 : 8 m^3
En cm^3 : $8,000,000 \text{ cm}^3$

Resuelve

- a. PO: $20 \times 10 \times 50$
- R: $10,000 \text{ cm}^3$
- b. R: 10 lt

Página 154, Clase 1.9

Recuerda

- 1. R: 225 m^3
- 2. R: 20 lt

Resuelve

- a. PO: $7 \times 1,000$
- R: $7,000 \text{ lt}$
- b. R: 15 m^3

Unidad 9

Página 158, Clase 1.1

Resuelve

- 1. a. $10 \text{ v} = 8.4 \text{ m}$
 $10 \times 0.84 = 8.4$
- b. $50 \text{ v} = 42 \text{ m}$
- c. $67.2 \text{ m} = 80 \text{ v}$
- 2. R: El trozo de lana de José.
- 3. R: Debe comprar como mínimo 11 varas.

Desafíate

- a. R: $1,190.5 \text{ v}$
- b. R: 0.5 v

Página 159, Clase 1.2

Recuerda

- a. $25 \text{ v} = 21 \text{ m}$
- b. $126 \text{ m} = 150 \text{ v}$
- c. $92.4 \text{ m} = 110 \text{ v}$

Resuelve

- 1. a. $30 \text{ v}^2 = 21 \text{ m}^2$
- b. $45 \text{ v}^2 = 31.5 \text{ m}^2$
- c. $63 \text{ m}^2 = 90 \text{ v}^2$
- 2. R: La casa de Ana tiene el terreno más grande.

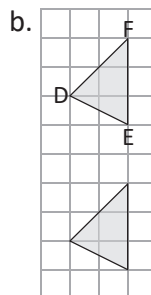
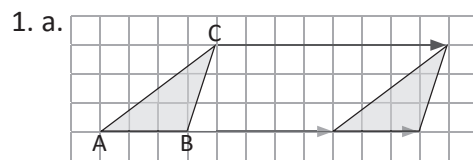
Desafíate

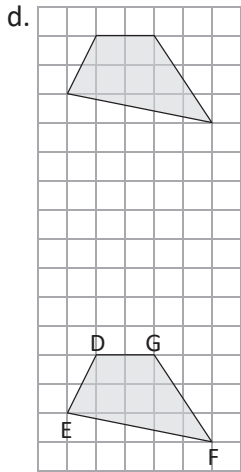
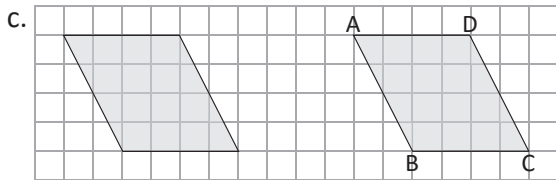
R: $7,000 \text{ m}^2$

Unidad 10

Página 164, Clase 1.1

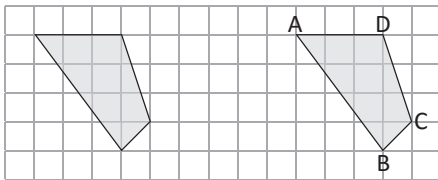
Resuelve



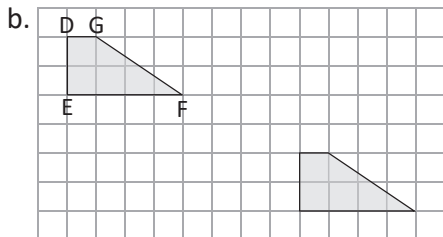
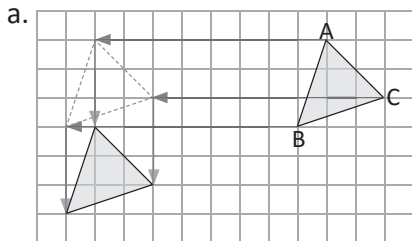


Página 165, Clase 1.2

Recuerda

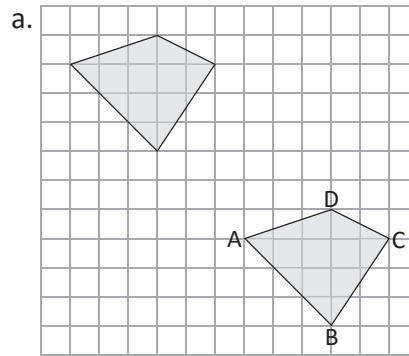


Resuelve



Página 166, Clase 1.3

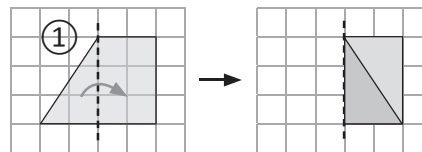
Recuerda



b. Sí

Resuelve

1. ① No es simétrica.



② Sí es simétrica.

③ Sí es simétrica.

④ No es simétrica.

⑤ No es simétrica.

⑥ Sí es simétrica.

⑦ No es simétrica.

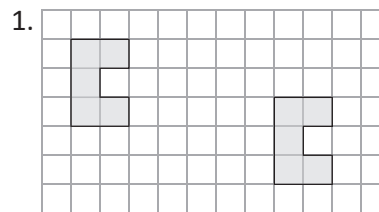
⑧ Sí es simétrica.

★Desafiate

Sí son simétricas.

Página 167, Clase 1.4

Recuerda



2. ① Sí es simétrica.

② No es simétrica.

Resuelve

1. a. El vértice A corresponde con el vértice H.
El vértice C corresponde con el vértice F.
El vértice E corresponde con el vértice D.
- b. El lado AB corresponde con el lado HG.
El lado FG corresponde con el lado CB.
2. a. $AB = 2 \text{ cm}$ y $DC = 5 \text{ cm}$
- b. La medida del ángulo x es 120° .

Recuerda

1. a. Sí es simétrica.
2. a. El vértice B corresponde con el vértice G.
El vértice C corresponde con el vértice F.
El vértice E corresponde con el vértice D.
El vértice H corresponde con el vértice A.
- b. El lado AB corresponde con el lado HG.
El lado EF corresponde con el lado DC.

Resuelve

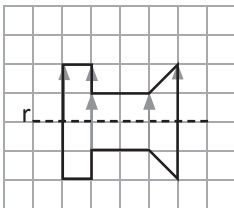
1. a. Perpendicularmente.
- b. El segmento FH.
- c. Sí, porque el vértice C corresponde con el vértice D y la longitud desde el eje de simetría es igual (utiliza un compas para comprobar).
2. a. JA, IB, HC, GD y FE.
- b. La longitud del segmento BK es igual a la del segmento: IK
La longitud del segmento LH es igual a la del segmento: LC
La longitud del segmento DM es igual a la del segmento: GM

Recuerda

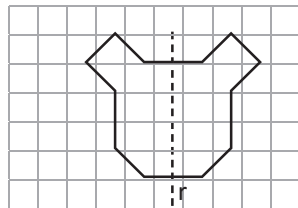
- a. El segmento AB mide 4 cm.
- b. El segmento EF mide 2cm.
- c. El ángulo x mide 225° .
- d. El segmento HI, ya que la figura es simétrica.

Resuelve

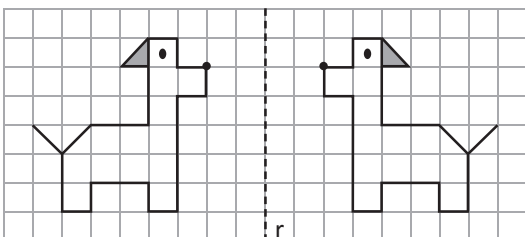
1. a.



b.

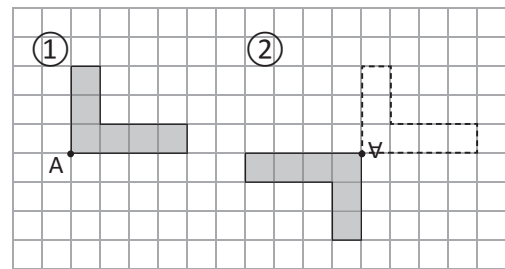


★Desafiate



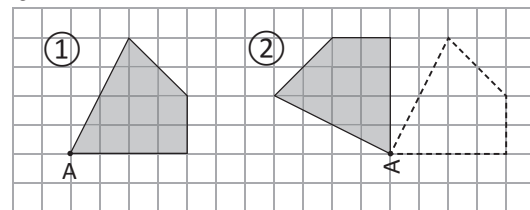
Recuerda

a.



Giro de 180°

b.



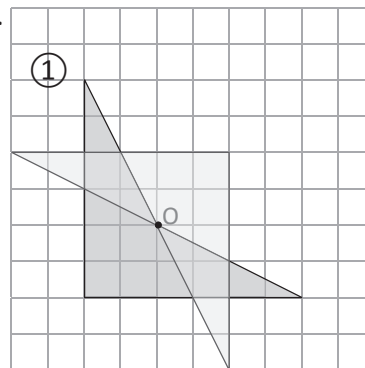
Giro de 90°

Recuerda

1. Giro de 270° .
2. a. Sentido horario.
- b. Giro de 90° .

Resuelve

a.



No posee simetría puntual, ya que al girar 180° no se obtiene la figura original.

- ② Posee simetría puntual respecto a O.
- ③ Posee simetría puntual respecto a O.

Recuerda

- a. 360°
- b. ① Sí, posee simetría puntual respecto al punto O.
- ② Sí, posee simetría puntual respecto al punto O.

Resuelve

- El vértice A corresponde con el vértice D.
El vértice B corresponde con el vértice E.
El vértice C corresponde con el vértice F.
- El lado AB corresponde con el lado DE.
El lado BC corresponde con el lado EF.
- $AB = 6 \text{ cm}$ y $BC = 2.5 \text{ cm}$
- La medida del ángulo x es de 80° .
La medida del ángulo y es de 35° .

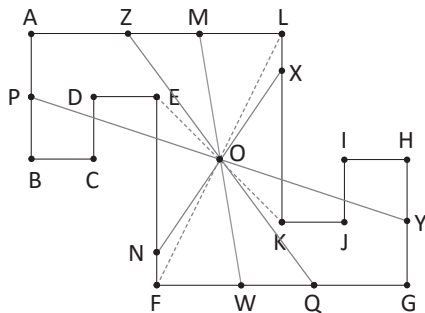
Página 174, Clase 2.4

Recuerda

- Sí, ya que al girar 180° se obtiene la figura original.
- El vértice A corresponde con el vértice E.
El vértice B corresponde con el vértice F.
El vértice C corresponde con el vértice G.
El vértice D corresponde con el vértice H.
 - $AB = 4 \text{ cm}$, $BC = 3.5 \text{ cm}$ y $CD = 3 \text{ cm}$.
 - La medida del ángulo x es de 130° .
La medida del ángulo y es de 50° .

Resuelve

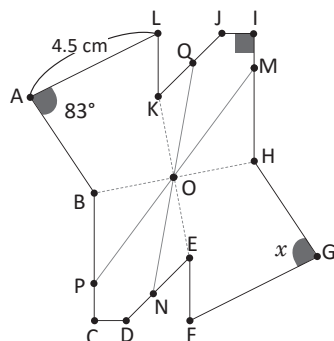
- El centro de simetría es el punto O, se encuentra en la intersección de trazar dos segmentos que unen dos vértices correspondientes.
- El punto correspondiente a M es W.
El punto correspondiente a N es X.
El punto correspondiente a P es Y.
El punto correspondiente a Q es Z.



Página 175, Clase 2.5

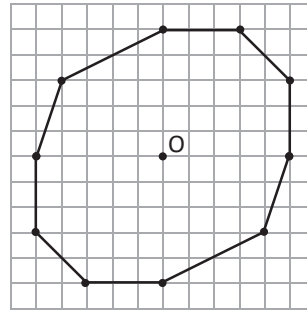
Recuerda

- El punto O.
- M corresponde P.
N corresponde Q.
- $FG = 4.5 \text{ cm}$
- 83°

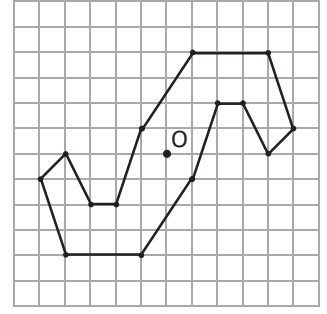


Resuelve

a.



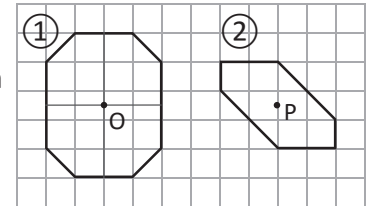
b.



Página 177, Clase 3.1

Resuelve

- Simétrica y simetría puntual.
 - Simetría puntual.



- centro el punto O.
 - centro el punto P.

Figura	Figura simétrica	Número de ejes simetría	Simetría puntual
①	✓	2	✓
②	✗	0	✓

- Es simétrica y tiene 4 ejes de simetría.
 - Posee simetría puntual.

Figura simétrica	Número de ejes simetría	Simetría puntual
✓	4	✓

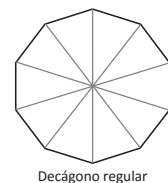
Página 178, Clase 3.2

Recuerda

- Sí, es simétrica.
 - Sí.
- Sí, es simétrica.
 - No.

Resuelve

- El eneágono no es simétrico.
El decágono es simétrico, y tiene 5 ejes de simetría.
- Sí.

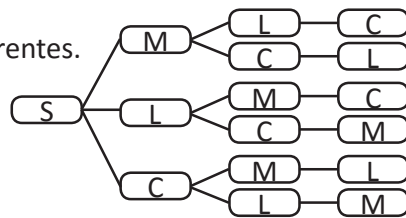


Unidad 11

Página 182, Clase 1.1

Resuelve

1. **R:** 6 maneras diferentes.



2. **R:** 6 contraseñas diferentes.

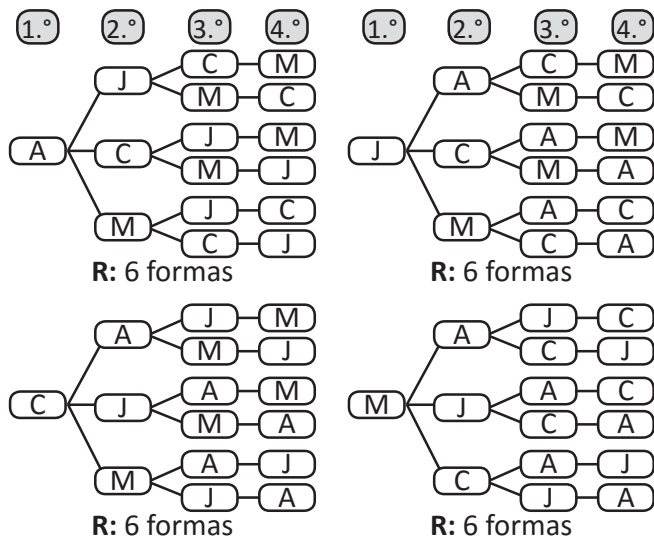
Página 183, Clase 1.2

Recuerda

R: 2 formas diferentes.

Resuelve

1.



R: 6 formas

R: 6 formas

R: 6 formas

R: 6 formas

En total se tienen $6 \times 4 = 24$ formas.

R: 24 formas.

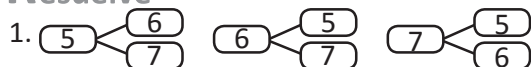
Página 184, Clase 1.3

Recuerda

1. **R:** 6 formas.

2. **R:** 6 formas.

Resuelve



R: 6 casos posibles, los números son: 56, 57, 65, 67, 75 y 76.

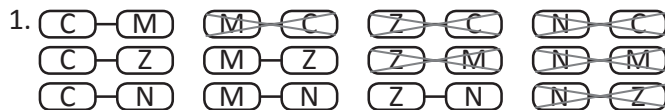
Página 185, Clase 1.4

Recuerda

a. **R:** 6 formas diferentes.

b. **R:** 2 formas en las que David pasa primero.

Resuelve



R: 6 combinaciones posibles.

★Desafiate

R: 10 números.

Página 186, Clase 1.5

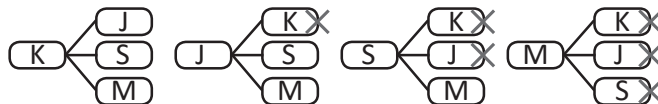
Recuerda

1. **R:** 12 maneras diferentes, las cuales son: M - J, M - C, M - A, J - M, J - C, J - A, C - M, C - J, C - A, A - M, A - J y A - C.

2. **R:** 6 combinaciones diferentes.

Resuelve

1. a.



R: 6 casos.

b. **R:** 3 casos.

Página 187, Clase 2.1

Recuerda

1. **R:** 3 combinaciones diferentes.

2. a. **R:** 6 casos posibles.

a. **R:** 3 casos.

Resuelve

a. Casos posibles son 4, los cuales son 1, 2, 3 y 4.

b. 2 casos.

c. $P = 2 \div 4 = \frac{1}{2}$

