エルサルバドル政府
教育省

算数 7

練習帳
第二版

教育省執筆・レイアウト専門チーム

Ana Ester Argueta Aranda
Erick Amílcar Muñoz Deras
Diana Marcela Herrera Polanco
Reina Maritza Pleitez Vásquez
Francisco Antonio Mejía Ramos
Norma Elizabeth Lemus Martínez
Salvador Enrique Rodríguez Hernández
César Omar Gómez Juárez

レイアウトチーム
Francisco René Burgos Álvarez

文体修正
Marlene Elizabeth Rodas Rosales
Ana Esmeralda Quijada Cárdenas

国際協力機構（JICA）を通じた日本の技術協力

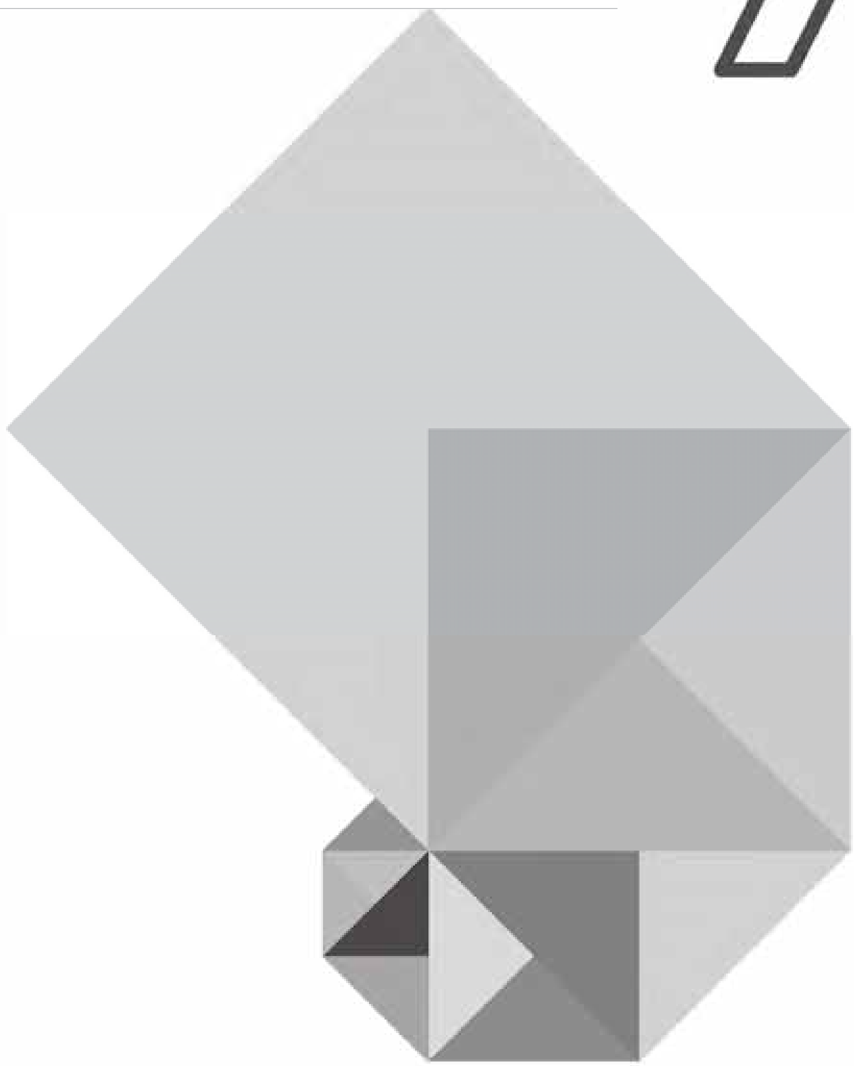
表紙の絵は教育目的をもって描かれたものです。図の変形、比率、数の累乗があらわされています。この絵は連なる正方形から成っています。

372.704 5
M425 算数 7：練習帳／執筆チーム Ana Ester Argueta、Erick Amílcar Muñoz、
Diana Marcela Herrera、Reina Maritza Pleitez、Francisco Antonio Mejía、
Norma Elizabeth Lemus、Salvador Enrique Rodríguez、César Omar Gómez；
レイアウト Francisco René Burgos Álvarez；文体修正 Marlene Elizabeth Rodas
-- 第1版 -- サンサルバドル、エルサルバドル：MINED、2018年。185ページ：図解入り、
28 cm. -- （Esmate）
ISBN 978-99961-70-66-9（印刷）
1. 算数-問題、練習など。2. 算数-教科書。3. 算数-教授。
I. Argueta Aranda、Ana Ester、1991年 共著。II. 表題

BINA/jmh

エルサルバドル政府
教育省

算数 7



練習帳
第二版

生徒の皆さんへ：

新しい学年に皆さんをお迎えし、皆さんがこれから算数のさらなる知識を得る機会を得ることを喜ばしく思います。

教育・科学技術省（MINEDUCYT）では、初等教育及び中等教育における算数教育向上計画（ESMATE）を通じ、皆さんのために様々な教育教材を開発してきました。その中のひとつが、いま皆さんが手にされている「練習帳」です。

この練習帳には、皆さんが考える力を強化し、算数の能力を伸ばせるような問題やアクティビティがたくさん含まれています。そうした能力は、日常生活の問題を解決するために役に立つものです。

ですから、この練習帳にある問題を一つ一つに、挑戦だと思って取り組んでみてください。皆さんが、私たちの国の発展に貢献してくれる模範的な市民となるために、この練習帳にすべての力を注いで取り組むことを期待しています。

Carla Evelyn Hananía de Varela
教育・科学技術大臣

Ricardo Cardona Alvarenga
教育副大臣

練習帳の紹介

練習帳は教科書の内容を補うものですが、教科書とは違い、この練習帳では生徒の皆さんが学校で学んだ内容を毎日家で練習するためのものです。これにより、算数の知識を強固なものとし、教育省が公式に定めている能力に達することが期待されます。

教科書と練習帳の関係に基づき、教科書の一授業に対して練習帳の一課が対応する形になっています。

アイコン

Rの文字は**復習しよう**を示しています。このセクションではそれまでの授業二つ分の問題と練習が示されており、その授業の内容を学習する前に復習ができるようになっています。

Cの文字は**結論**を示し、内容の説明がなされています。大部分において、この結論は教科書の内容と同じものになっていますが、一部においては生徒たちによりわかりやすくするように、各解答について例が付け加えられています。

鉛筆のマークは、問題と練習の部分を示しています。

補足情報

この本では、内容の習得を容易にするために事前知識やヒント、追加情報を記載しています。これは次のように示されています：

補足情報

授業配分

この本は8つの教材ユニットから成っています。各ユニットは複数のレッスンから成り、さらに各レッスンは複数の授業で成っています。各授業の番号の振り方については、一つ目の数字がレッスン番号を示し、二つ目の数字が授業番号を示しています。例えば、この本のユニット2におけるレッスン2の授業1は次のように表示されています：

レッスン番号を表示します。

2.1 正の数または負の数の引き算

授業番号を表示します。

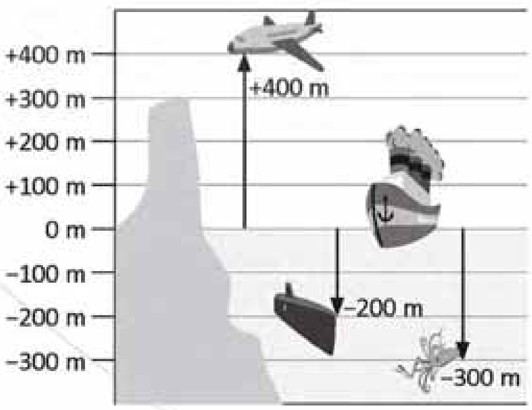
ユニット番号は奇数ページの側部ラベルに示されています。

目次

ユニット 1

正の数、負の数と0

古代の主要な経済活動は、商業でした。そのため、数を数えるために役立つ記数法の創造と維持を必要としました。こうした歴史的背景の中、「掛け」または「負債」が発生する状況における前述の記数法での解釈を知る必要性が生じました。そのため、7世紀には、インドの数学者ブラフマグプタが、負の数の法則と規則を導入しました。この概念は、レオンハルト・オイラーが、この記数法に関するいくつかの理論的基礎を確立した18世紀終わりまで、数学者に受け入れられました。



高さを表すための負の数の応用。

こうした一般的な理解や、0よりも小さい値、負の無限大よりも大きい値などの数学的基礎から、これらの数は、温度の測定、反作用、山の高さまたは海の深さ、電荷値の測定、日常生活の状況をモデル化する方程式の解法、負債(概念の起源)など、科学の分野でも使用されてきました。

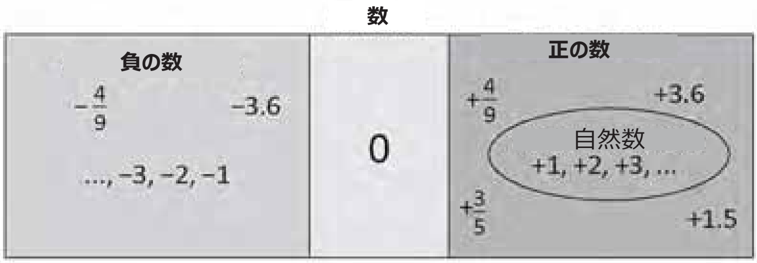
このユニットでは、負の数、正の数及び0の概念と定義、及び数値線上の幾何学的表現と、絶対値の概念について学びます。

1.1 温度の正の数、負の数と0

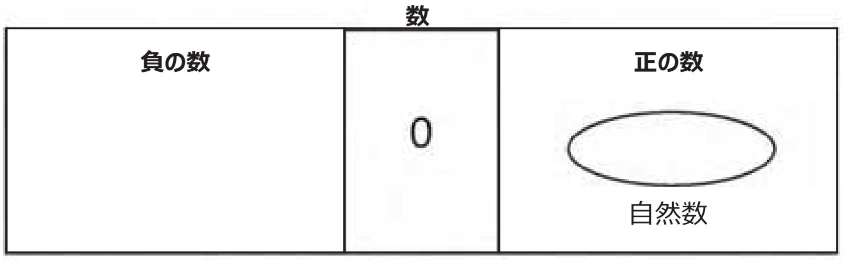
温度を測定するには、0°Cを基準点とします。0°C以上の温度は、例えば「+12°Cのように、数字の前にプラス記号 (+) を付けて表し、この場合、「摂氏プラス12度」と読みます。0°C以下の温度は、数字の前に記号（-）を付けて表示します。例えば
–5°Cは「摂氏マイナス5度」と読みます。

+12のように、(+)記号が前に付く数字を**正の数**、-12のように、(–) 記号が前に付く数字を**負の数**と呼びます。数字の0は、正でも負でもありません。

-5など、負の数についてわかったので、**数**と言う場合は、**正の数**、
0、**負の数が含めます。**正の数は、(+)記号の有無にかかわらず表すことができます。例えば
+5と5や、6と+6のように、どちらで表しても両者はそれぞれ同等です。負の数を書くためには、(–)記号の書き方を絶対に省略してはいけないことを明確にしておきましょう。そのため、数字の
+1、+2、+3、+4、+5...は既知の**自然数**と同じです。 0を最初の自然数と考える著者もいますが、本書では、1を最初の自然数とします。 小数や分数も負の数になることがあります。



1. 次の正と負の数を、適切なグループに配置しましょう。
$+6,\ -7,\ +\frac{1}{10},\ -1.3,\ -\frac{4}{7},$
$+12, -6, -5, -1.5, +3.75, +2.$



2.このグラフは、三月某日のヨーロッパのいくつかの都市の天気予報を表しています。次の問いに答えましょう。

a) ローマの最高気温と最低気温を答えましょう。
b) ウィーンの最高気温と最低気温を答えましょう。
c) 最低気温が記録された都市を答えましょう。
d) 最高気温が記録された都市を答えましょう。

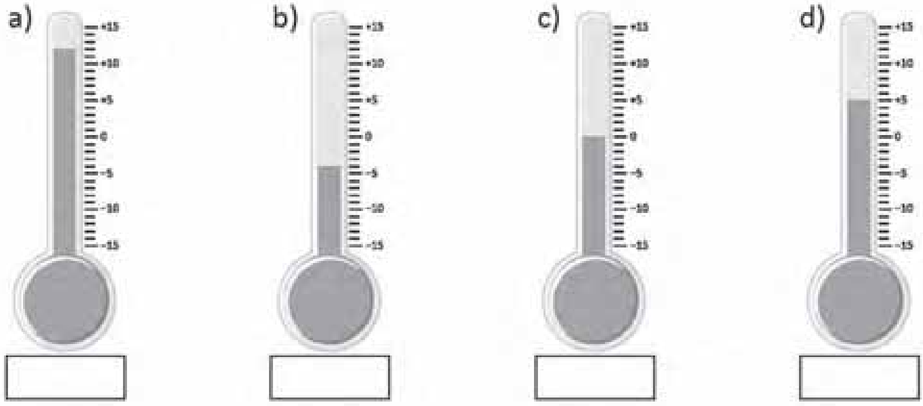
3. 次の温度を、適切な正負の符号で表しなさい。

a) 0°C以上の1°C
b) 0°C以下の6°C
c) 0°C以上の35.7°C
d) 0°C以下の7.3°C
e) 0°C以下の9°C
f) 0°C以上の12.3°C

解答にどのくらいの時間がかかりましたか?

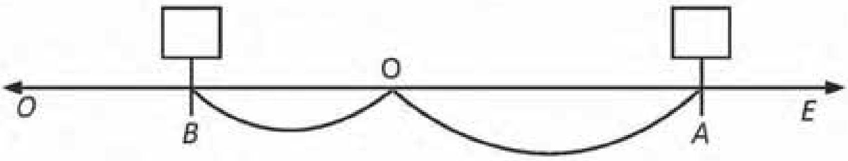
1.2 基準点を基にした位置

それぞれの温度計が示す気温を、
+と–の記号を用いて該当する欄に記入しましょう。



基準点を定義する場合で、その点によって位置が異なる対象が存在する場合、それらの位置に正の数(+)または負の数(–)を割り当てることができます。

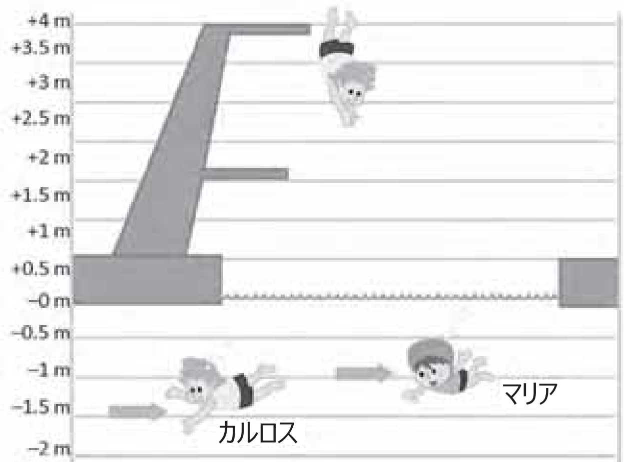
1. 道路上の基準点をO、西への方角(E)を正の数(+)、東への方角(O)を負の数(–)とした場合。



a) O点から3 km西になる**A**点の位置をどのように表しますか。
b) また、2 km東に位置する**B**点はどのように表しますか。
c) **–7.5 km**先に別の**C**点が位置する場合、C点はO点に対してどの方角にあるか、また、その距離を答えましょう。

2. 紀元後(A.C.)の時間をプラスとし、紀元前(B.C.)の時間をマイナスとした場合、次の時間をどのように表すかを答えましょう。
a) 西暦50年
b) 紀元前25年
c) 紀元前123年

3. 次の図を見てください。プールの水位を参考にして、
a) 水位に対して最も高いスロープの位置を答えましょう。
b) 次の子どもたちの水位に対する身長を答えましょう。
カルロス ____________
マリア ______________
c) 水深2.5 mで人が泳いでいた場合、その深さをどのように表すか答えましょう。



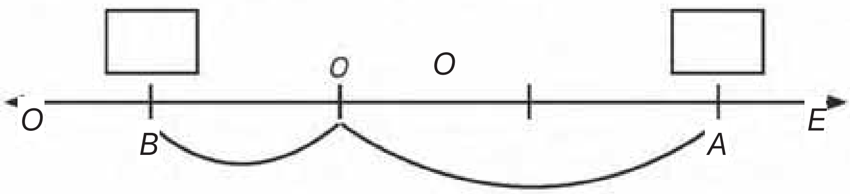
解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

1.3 他の基準量との量の差

1. 次の温度を、適切な正負の符号で表しなさい。

a) 0°C以上の15°C　　b) 0°C以下の3°C　　c) 0°C以上の15.6°C
d) 0°C以下の9.4°C　　e) 0°C以下の1°C　　f) 0°C以上の12.25°C

2. 道路が東に続く場合の方角をプラス記号(+)、また、西に続く場合の方角をマイナス記号(–)とします。基準点をOとすると：



a) O点から**12 km**東にある**A**点の位置をどのように表しますか。
b) また、**6 km**西に位置する**B**点はどのように表しますか。
c) **–3.6 km**先に別の点**C**が位置する場合、C点はO点に対してどの方角に位置しているか、また、その距離を答えましょう。

基準値に対して、多い量の差、または少ない量の差を表すには、正の数または負の数を用います。

例：　基準量より10多いときは、**+10**と表します。
　　　基準量より3少ないときは、**–3**と表します。

1. 基準量に対するそれぞれの差を正または負の数で表しましょう。

a)「理想体重」よりも8ポンド重い　　b)「許容体重」よりも3キロ軽い

c)「許容身長」よりも10 cm高い　　d)「設定速度」よりも時速5キロ速い

2. テレビの製造会社は、一日あたり200台のテレビを製造することを目標にしています。目標を達成したデータをプラスとして、次の表を完成させましょう。

	月	火	水	木	金
テレビの台数	199	201	197	200	205
目標との差			–3		

3. カルロスは、学校で行われるトーナメントの試合ごとに3ゴールを獲得することを目標に掲げ、目標との差を記録しています。表を完成させましょう。

	1試合目	2試合目	3試合目	4試合目	5試合目
ゴール数	2	5	1	0	3
目標との差					

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

1.4 数直線

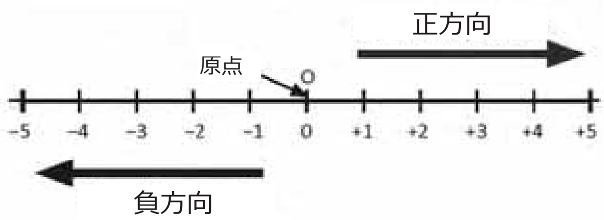
1. 私が現在いる位置から右へのステップをプラス、また、左へのステップをマイナスとします。次の動きをどのように表すか答えましょう。

a) 右に5歩：　b) 左に3歩　c) 左に6歩　d) 動かない

2. マルコは、毎日学校へ通うごとに10セントを節約する目標を立てました。また、目標との差を表に記録しました。マルコが表を完成させるのを手伝いましょう。

	月	火	水	木	金
節約したセント	15セント	5セント	10セント	20セント	8セント
目標との差	+5セント				

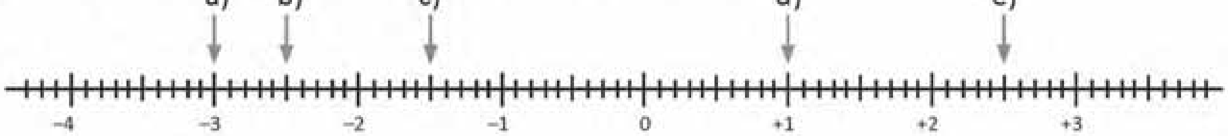
- 数直線上では、マイナスの数字はゼロの左に、プラスの数字はゼロの右に配置されます。
- ゼロに該当する点は原点と呼ばれ、Oという文字で表します。
- 右に向かう方向を正方向といいます。
- 左に向かう方向を負方向といいます。



1. 次の数字を数直線上に配置し、該当する箇所に印をつけましょう。

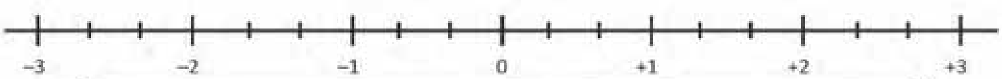
a) −1.2　b) −2.5　c) +3　d) +2.5

2. 各矢印が指している数字を識別し、記しましょう。



3. 次の数直線の各部分は三等分されています。以下の数を数値線上で示しましょう。

a) $-\frac{2}{3}$　b) $-\frac{1}{3}$　c) $+\frac{3}{3}$　d) $+\frac{4}{3}$



解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

2.1 正の数と負の数の比較

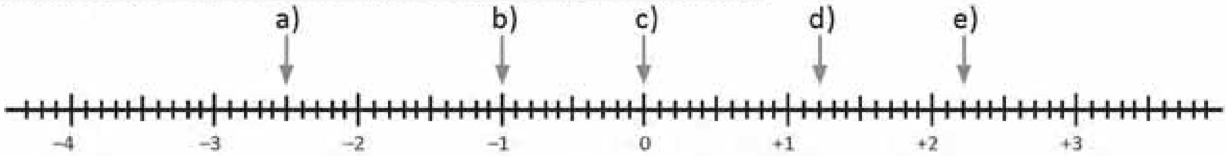
1. 表には、あるエルサルバドルの家族の、過去6カ月の電気消費量がワット数で表されています。条件として、プロパンガスの補助金を維持するためには、消費量を200 kwh以下にしなければなりません。この条件を超える、または満たない消費量(kwh)で表を完成させましょう。

月	7月	8月	9月	10月	11月	12月
毎月のkwh	125	150	210	200	185	225
差						

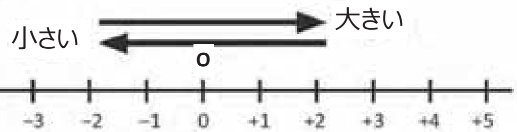
2. 次の数字を数直線上に配置し、該当する箇所に印をつけましょう。

a) -4　　b) -2.5　　c) -0.5　　d) $+1.5$

3. 各矢印が指している数字を識別し、記しましょう。

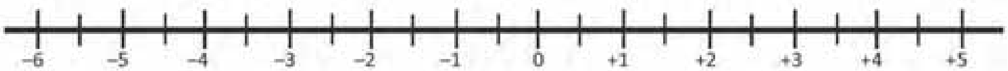


直線上では、右に行くほど数が大きくなり、左に行くほど数が小さくなります。



前記によれば、直線上では、-5よりも-3の方が右にあるので、-3と-5の順序関係は、-5<-3、または-3>-5と表されます。

1. 以下の数を数直線上に示しましょう：+2.5、+3、0、-2.5、-3、-1、-1.5、-0.5、+1.5、+2。

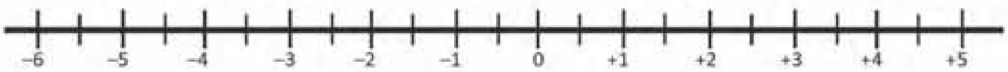


2. 数を大きい順に並べましょう。

a) $+12$　　b) -6　　c) -10　　d) $+3$　　e) 0　　f) $+2$

3. 以下の > と < 記号の数を比較しましょう。数直線上に示しましょう。

a) $-5, -8$　　b) $+5, +8$　　c) $0, +5, -4$　　d) $-\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}$



4. 各項の、最大の数を答えましょう。

a) $-1, -1.2$　　b) $-\frac{1}{4}, -\frac{1}{3}$　　c) $-\frac{3}{5}, -0.6$

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

2.2 絶対値

R

1. 次の数字を数直線上に配置し、該当する箇所に印をつけましょう。

a) +1.6　　b) −1.6　　c) +3.2　　d) −2.8

2. 以下の > と < 記号の数を比較しましょう。

a) −7, −3　　b) +6, −2　　c) −3, +2, 0　　d) $-\frac{1}{3}, -\frac{1}{5}$

C

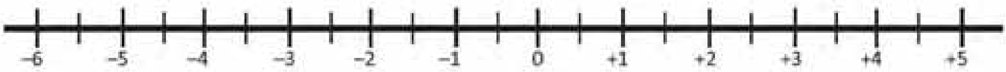
「0」を基準点としたときの、「0」と他の数との距離を絶対値と呼び、| |の記号で表されます。例：

|-5|= 5は、-5の絶対値が5であることを意味します。（0と-5の距離が5であることを意味します）
|+2|= 2は、+2の絶対値が2であることを意味します。（0と+2の距離が2であることを意味します）
|−2|= 2は、−2の絶対値が2であることを意味します（0と−2の距離が2であることを意味します）。

|−2|=|+2|=2であることがわかります。+2と0の間の距離は、-2と0の間の距離と同じです。|-2|=2のような式は、「マイナス2の絶対値は2に等しい」と読みます。

符号が異なり、絶対値が同じである数のペアは、**反数**として知られています。

1. 数直線を使って、次の数の絶対値を求めましょう。また、それらの反数を答えましょう。



2. 次の数の絶対値を求めましょう。

a) −12　　b) +3　　c) $+\frac{3}{5}$　　d) $-\frac{1}{5}$

3. 次の項では、対になる反数を丸で囲みましょう。数直線上に示しましょう。

a) −1, +1　　b) −4.5, +4.5　　c) −3, +3　　d) −3, +2

4. 対になる反数を矢印で繋ぎましょう。

+2,　$-\frac{1}{3}$,　0,　$+\frac{3}{4}$,　+3,　−2,　+0.3,　$-\frac{1}{4}$,　+5,　$-\frac{3}{4}$,　−0.3,　−0.2

5. 次の問題では、間違い(F)または正しい(V)かを答えましょう。

a) |−6| = |+6| ______　　b) |−5| > 0 ______

c) 0は、すべての正の数の最大数である。______　　d) −10及び+10は、0からの距離が等しい。___

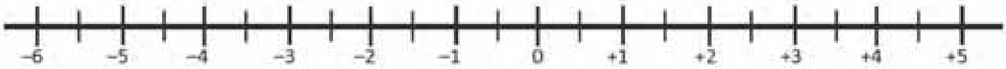
e) $+\frac{1}{2}$及び-0.5は、0からの距離が等しい。　　f) |+4| > |−4| ______

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

2.3 負の数の大小関係とその絶対値

1. 以下の > と < 記号の数を比較しましょう。数直線上に示しましょう。

a) +2, −3　　b) −2, −3　　c) 0, −1, −4　　d) −1.5, − 2.5



2. 数直線を使って、次の数の絶対値を答えましょう。

a) −4　　b) +3　　c) −3　　d) −4.5

3. 状況に応じて、該当する間違い(F)または正しい(V)かを答えましょう。

a) $|+2| > |-2|$ ____　　b) $|+2.5| > |+3|$ ____　　c) $|+4| < |-5|$ ____

d) $|+1| < |+3|$ ____　　e) $|+\frac{1}{2}| < |+\frac{1}{3}|$ ____　　f) $|-0.8| < |-0.5|$ ____

負の数の比較では、2つの数のうち、より大きな絶対値を持つ数がより小さな値になります。

1. 絶対値と<または>の記号を用いて、次の数の最大数及び最小数を表しましょう。

a) −6, −4　　b) −1, −3　　c) −0.5, −1.5　　d) $-\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}$

2. 次の数のリストを比較するために、絶対値と< または>の記号を用いましょう。

a) −4, −2, −5　　b) $-6, -\frac{1}{3}, -2$　　c) −0.2, −0.02, −0.002

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

2.4 直線上の移動

R

1. 次の数の絶対値を求めましょう。

a) −9　　b) −18　　c) $+\frac{1}{4}$　　d) −0.75

2. 絶対値を用いて、該当する< または>の記号で表しながら、次の最大数または最小数を求めましょう。

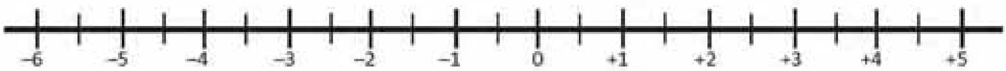
a) −6_____−4　　b) −1_____−6

c) −0.2 _____ −0.4　　d) $-\frac{1}{2}$_____ $-\frac{1}{3}$

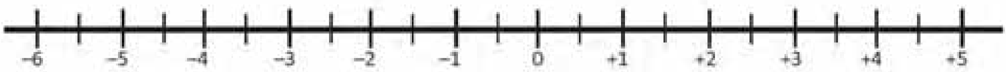
C

数直線上の数の位置と左右の移動を用いることで、決められた数よりも大きい、または小さい数を求められます。

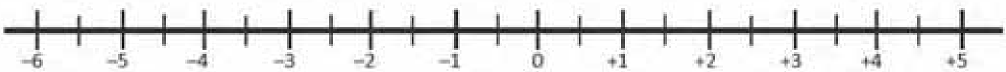
1. 数直線を用いて、+3より7小さい数を求めましょう。



2. 数直線を用いて、-5より8大きい数を求めましょう。



3. 数直線を用いて答えましょう。
   a) −3に比べて+4は何マス大きいですか？
   b) −3に比べて−5は何マス小さいですか？
   c) −3に比べて−1は何マス大きいですか？

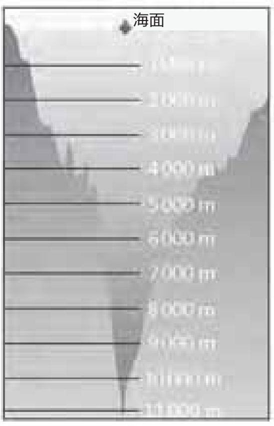


4. 数直線を用いずに答えましょう。
   a) +3に比べて+16は何マス大きいですか？
   b) −3に比べて−16は何マス小さいですか？

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

応用問題

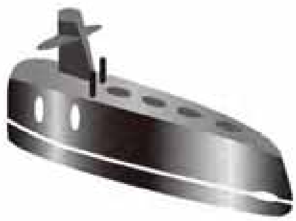
1. ヒトの聴覚の限界は、約0デシベルです。これ以下でも音は存在しますが、ヒトには感受できません。
マイクロソフトは、音波や電磁波の屈折を吸収することで、完全に音を遮断できる無響室の開発を担いました。この無響室は、アメリカのレドモンドにある本社のビル87にあり、開発中の新機器のテストをする際に使用されています。さらに2015年には、-20.6デシベルでこの場所が、無響部門で世界記録を更新しました。無響室の吸音力によって正の数または負の数で表されます。



2. マリアナ海溝は、最も水深の深い海溝として知られ、地殻の中で最も深い場所です。グアム近くの、マリアナ諸島の南東、北西太平洋の底に位置しています。海溝の深さは、水深11kmです。

大洋底を基準点として、それぞれの海溝の深さを、正の数または負の数で表しましょう。

3. 1985年、潜水艦K-278コムソモレツは、水深1027mという潜水の世界記録を打ち立てました。コムソモレツは原子炉の緊急停止を引き起こした火災により沈没しました。正または負の数で、コムソモレツの潜水力を表しましょう。



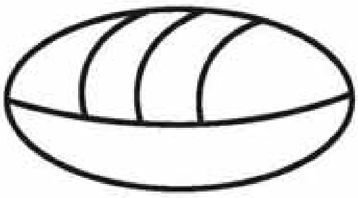
4. エベレスト山は、東南アジアのインド亜大陸と他のアジアの地域の間に位置するヒマラヤ山脈にある山です。ネパールとチベット(中国)の国境上にあり、標高約8,848mに達し、三面ピラミッドのような形をしています。その山頂または頂上は、増減することのある雪の層で覆われており、気温は季節によって変化します。一月には、摂氏マイナス36度まで下がることもありますが、真夏の七月には、摂氏マイナス19度くらいになります。これまでの情報をふまえて、以下の測定値を、状況に応じて、正または負の数で表しましょう。

a) エベレスト山の標高。
b) エベレスト山頂の一月の気温。
c) エベレスト山頂の七月の気温。

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

ユニット 2

正の数・負の数・0の足し算と引き算



マヤ人が「*0*」を意味する記号として用いた貝殻の絵

負の数の足し算と引き算の性質と法則を一番はじめに見つけた数学者は、インドのブラーマグプタです。彼はその他にも、0を数として認識しその存在を証明するなどの功績を残しています。しかし数としての0に関しては、紀元前36年ごろからマヤ文化など別の文化ですでに発見され使用されていました。

負の数を足したり引いたりする法則は、借金や代金の立替など商取引を行う中で確立されました。今日の私たちが知っている商取引ともかなり通じるところがあり、借金が2つ合わされば借金はより多くなり、またいくらか返済すれば、残りはより小さくなります。こういった計算は、方程式や代数式などを使って行う商売にとって基本となる部分です。また電荷の計算をしたり、回転の方向を求めたり、温度を計ったりするときにもこの知識を活用することができます。

同符号の数の足し算や異符号の数の足し算の仕方とともに、足し算の性質をここでは学習します。また、引き算を足し算と同様のものとして導入し、混合計算を解きます。

1.1 同符号の数の足し算

同符号の2つの数を足すには、その符号を書き、絶対値を足します。

例えば、(+5) + (+3) と (–5) + (–3)の足し算は、以下のように計算します。

$$(+5) + (+3)$$
$$(+5) + (+3) = +(5 + 3)$$
$$= +8$$

$$(-5) + (-3)$$
$$(-5) + (-3) = -(5 + 3)$$
$$= -8$$

次の足し算をしましょう。

a) (+2) + (+3)　　b) (–2) + (–4)　　c) (–6) + (–3)　　d) (–3) + (–4)

e) (+3) + (+8)　　f) (–4) + (–9)　　g) (–8) + (–5)　　h) (–6) + (–7)

i) (+21) + (+7)　　j) (–6) + (–24)　　k) (+32) + (+8)　　l) (–12) + (–24)

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

1.2 異符号の数の足し算

R 次の足し算をしましょう。

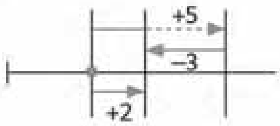
a) $(+2)+(+3)$　　b) $(-4)+(-3)$　　c) $(-3)+(-6)$　　d) $(-8)+(-7)$

C 異なる符号と絶対値から成る2つの数を足し算するには：

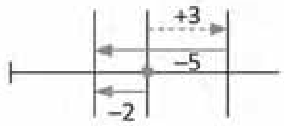
1. 絶対値が大きい方の数の符号を書きます。
2. 小さい方の絶対値を、大きい方から引きます。

例：

a) $(+5)+(-3)=+(5-3)$
$=+2$

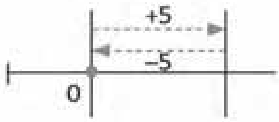


b) $(+3)+(-5)=-(5-3)$
$=-2$



2つの反数を足すと0になります。例：

$(+5)+(-5)=0$



次の足し算をしましょう。

a) $(+6)+(-2)$　　b) $(-6)+(+2)$　　c) $(+3)+(-5)$　　d) $(-3)+(+5)$

e) $(-5)+(+7)$　　f) $(+5)+(-7)$　　g) $(-8)+(+4)$　　h) $(+8)+(-4)$

i) $(+12)+(-9)$　　j) $(+7)+(-13)$　　k) $(+9)+(-9)$　　l) $(-13)+(+13)$

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

1.3 0を含む足し算

次の足し算をしましょう。

a) (−5) + (−4)　　b) (−2) + (−4)　　c) (+3) + (+5)　　d) (−9) + (−2)

e) (+3) + (−6)　　f) (−4) + (+7)　　g) (+7) + (−4)　　h) (−8) + (+4)

i) (+16) + (−8)　　j) (+11) + (−13)　　k) (−15) + (+7)　　l) (−30) + (+30)

0を含む足し算には、次の2つのケースがあります。

1. ある数に0を足すと、答えは同じ数になります。例：

$$(-3) + 0 = -3$$

2. ある数を0に足す場合、答えはその数になります。例：

$$0 + (-4) = -4$$

次の足し算をしましょう。

a) (+4) + 0　　b) (−5) + 0　　c) 0 + (+6)　　d) 0 + (−3)

e) 0 + (+18)　　f) 0 + (−20)　　g) (+25) + 0　　h) 0 + (−27)

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

1.4 正と負の小数または正と負の分数の足し算

R 次の足し算をしましょう。

a) $(+4)+(-2)$　b) $(+6)+(-8)$　c) $(-3)+(+9)$　d) $(-7)+(+4)$

e) $(+10)+(-1)$　f) $(-12)+(+3)$　g) $0+(-3)$　h) $(-10)+0$

C

2つの正負の数を足すとき、その数が小数または分数であっても、計算の法則は過去3回の授業で学んだ法則と同じです。

1. 同符号の2つの数を足すには、その符号を書き、絶対値を足します。

2. 異なる符号と絶対値から成る2つの数を足し算するには、絶対値が大きい方の数の符号を書き、小さい方の絶対値を大きい方から引きます。2つの数が反数の場合、合計は0になります。

3. ある数に0を足すと、答えはその数になり、ある数を0に足すと、答えはその数になります。

例：

a) $(-2.5)+(-3.4)=-(2.5+3.4)$
$=-5.9$

b) $\left(+\frac{4}{5}\right)+\left(-\frac{3}{5}\right)=+\left(\frac{4}{5}-\frac{3}{5}\right)$
$=+\frac{1}{5}$

次の足し算をしましょう。

a) $(+0.1)+(-0.2)$　b) $(+0.4)+(-0.3)$　c) $(-0.5)+(-0.3)$　d) $(-0.5)+(-0.2)$

e) $\left(+\frac{2}{5}\right)+\left(+\frac{1}{5}\right)$　f) $\left(+\frac{2}{3}\right)+\left(-\frac{1}{3}\right)$　g) $\left(-\frac{3}{7}\right)+\left(-\frac{2}{7}\right)$　h) $\left(-\frac{2}{5}\right)+\left(+\frac{1}{5}\right)$

i) $0+(+3.2)$　j) $(-2.3)+0$　k) $0+\left(+\frac{5}{7}\right)$　l) $\left(-\frac{2}{3}\right)+0$

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

1.5 足し算の交換法則と結合法則

R 次の足し算をしましょう。

a) $(-3)+0$　　b) $0+(-8)$　　c) $(-0.4)+(-0.3)$　　d) $(+0.2)+(-0.1)$

e) $(-0.9)+(+0.3)$　　f) $\left(+\frac{1}{7}\right)+\left(-\frac{6}{7}\right)$　　g) $\left(-\frac{1}{3}\right)+\left(-\frac{1}{3}\right)$　　h) $\left(-\frac{3}{7}\right)+0$

C

2つの正負の数の和は、足し算の順序には影響されません。これを**交換法則**といいます。

$$a+b=b+a$$

複数の正負の数の和は、それらの並び順には影響されません。これを**結合法則**といいます。

$$(a+b)+c=a+(b+c)$$

一つの計算の中で、すでに括弧が使用してある部分にさらにグループ化記号が必要になる場合は、中括弧を使用します。

交換法則や結合法則を用いて、次の足し算の数字の順序を変えましょう。その後、計算しましょう。

a) $(+7)+(-4)+(+1)+(-3)$　　b) $(+4)+(-6)+(+5)+(-2)$　　c) $(-2)+(+3)+(+1)+(-4)$

d) $(+7)+(-4)+(-3)+(+5)$　　e) $(-0.4)+(+0.3)+(-0.2)+(+0.1)$　　f) $\left(-\frac{2}{9}\right)+\left(-\frac{5}{9}\right)+\left(+\frac{4}{9}\right)+\left(-\frac{1}{9}\right)$

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

1.6 学習内容の自己評価

問題を解いて学習した内容を振り返り、当てはまる欄に "×" を入れましょう。正直に答えましょう。

項目	はい	改善できます	いいえ	コメント
1.次のような足し算ができます。 a) $(+4)+(+3)$　b) $(-2)+(-3)$ c) $(+0.4)+(+0.3)$　d) $(-0.5)+(-0.2)$ e) $\left(+\frac{1}{5}\right)+\left(+\frac{3}{5}\right)$　f) $\left(-\frac{2}{7}\right)+\left(-\frac{3}{7}\right)$				
2.次のような足し算ができます。 a) $(-5)+(+2)$ b) $(+4)+(-7)$ c) $(+0.4)+(-0.5)$ d) $\left(-\frac{1}{5}\right)+\left(+\frac{3}{5}\right)$				
3. 交換法則と結合法則を踏まえて足し算の中の数字の順序を変え、計算をより簡単に解くことができます。 a) $(+4)+(-2)+(+4)+(-5)$ b) $(-0.3)+(+0.2)+(-0.5)+(+0.4)$ c) $\left(+\frac{1}{7}\right)+\left(-\frac{2}{7}\right)+\left(+\frac{3}{7}\right)+\left(-\frac{4}{7}\right)$				

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

2.1 正の数または負の数の引き算

R 1. 次の足し算をしましょう。

a) $(-0.8) + (-0.1)$ b) $\left(+\frac{1}{5}\right) + \left(-\frac{2}{5}\right)$ c) $(+0.2) + (-0.6)$ d) $\left(-\frac{3}{8}\right) + 0$

2. 交換法則や結合法則を用いて、次の足し算の数字の順序を変えましょう。その後、計算しましょう。

a) $(+2) + (-5) + (-4) + (+3)$ b) $(-0.2) + (+0.3) + (+0.6) + (-0.5)$ c) $\left(-\frac{1}{7}\right) + \left(+\frac{4}{7}\right) + \left(-\frac{3}{7}\right) + \left(-\frac{2}{7}\right)$

C ある数を引くことは、その数の反数を足すことと同じです。

次の引き算をしましょう。

a) $(+3) - (+2)$ b) $(+5) - (-3)$ c) $(-2) - (+4)$ d) $(+6) - (+8)$

e) $(+2) - (-1)$ f) $(+4) - (-5)$ g) $(-3) - (-5)$ h) $(-8) - (-4)$

i) $(-0.3) - (-0.2)$ j) $(+0.3) - (-0.4)$ k) $\left(-\frac{1}{5}\right) - \left(-\frac{2}{5}\right)$ l) $\left(+\frac{1}{7}\right) - \left(+\frac{4}{7}\right)$

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

2.2 0を含む引き算

R 1. 交換法則や結合法則を用いて、次の足し算の数字の順序を変えましょう。その後、計算しましょう。

a) $(+1)+(-3)+(-4)+(+7)$　b) $(-5)+(+3)+(+4)+(-2)$　c) $(+7)+(-4)+(+2)+(-3)$

d) $(-3)+(+2)+(-6)+(+5)$　e) $(-0.1)+(+0.4)+(+0.3)+(-0.6)$　f) $\left(-\frac{2}{5}\right)+\left(+\frac{1}{5}\right)+\left(-\frac{2}{5}\right)+\left(-\frac{3}{5}\right)$

2. 次の引き算をしましょう。

a) $(+3)-(-2)$　b) $(+3)-(+7)$　c) $(-4)-(+2)$　d) $(+8)-(-16)$

e) $(-9)-(-4)$　f) $(-0.7)-(-0.4)$　g) $\left(-\frac{3}{5}\right)-\left(+\frac{1}{5}\right)$　h) $\left(-\frac{3}{7}\right)-\left(-\frac{1}{7}\right)$

C

0を含む引き算には、次の2つのケースがあります。

1. 0からある数を引くと、その差は減数の反数となります。例：

$$0-(+4)=-4$$

2. ある数からゼロを引くと、その差は被減数になります。例：

$$(-4)-0=-4$$

次の引き算をしましょう。

a) $(+5)-0$　b) $(-10)-0$　c) $0-(+5)$　d) $0-(-2)$

e) $0-(-0.5)$　f) $0-(+0.8)$　g) $0-\left(+\frac{1}{3}\right)$　h) $0-\left(-\frac{2}{3}\right)$

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

3.1 正負の数の加減混合計算 (1)

次の引き算をしましょう。

a) $(-3)-(+4)$　b) $(-3)-(-8)$　c) $(+5)-(-3)$　d) $(-8)-(-2)$

e) $(+0.4)-(-0.2)$　f) $\left(-\frac{3}{5}\right)-\left(-\frac{4}{5}\right)$　g) $(-80)-0$　h) $0-\left(-\frac{17}{25}\right)$

通常、正負の数の足し算と引き算が組み合わさった計算式において、その数の括弧が省略されているとき、その式を正負の数の足し算として表すことができます。

つまり、計算式 $5-6+8-4$... ① は、$(+5)+(-6)+(+8)+(-4)$ ... ②　と表すことができます

計算式 $5-6+8-4$ において、数字 $+5$、-6、$+8$、-4 を**項**といいます。

②では表記されている括弧と+の記号が①では省略されていることに注目しましょう。また、式の1番はじめの項が正の数のときは、符号が付かないことにも注意しましょう。括弧表記を省略することを、一般に**括弧の削除**といい、括弧の前に+記号がある場合に限り可能です。そうでない場合は、過去2回の授業で習った法則に従って、引き算を足し算に変える必要があります。

1. ①の表し方で次の計算式を書き、項をいいましょう。

a) $(-3)+(+2)-(+7)$　b) $(-8)-(-6)-(-5)-(+1)$

2. ②の表し方で次の計算式を書き、項をいいましょう。

a) $5-2-3$　b) $-4-5+3$

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

3.2 正負の数の加減混合計算 (2)

R 1. 次の引き算をしましょう。

a) $(+56)-0$　　b) $(-1.8)-0$　　c) $0-\left(+\frac{3}{4}\right)$　　d) $0-\left(-\frac{2}{3}\right)$

2. 前のページにある①の表し方で次の計算式を書き、項をいいましょう。

a) $(-3)-(-8)-(+4)+(+6)$　　b) $(-10)-(+32)-(-8)-(+15)$

3. 前のページにある②の表し方で次の計算式を書き、項をいいましょう。

a) $2-1-4-5$　　b) $-3+4-2+6$

C 項に括弧を使用していない正負の数の加減混合計算では、加法の交換法則と結合法則を応用します。つまり、足す数 ◯ と引く数 ◯ をそれぞれまとめてから、計算を行います。

$$
\begin{aligned}
9-6+7-8 &= 9+7-6-8 \\
&= 16-14 \\
&= 2
\end{aligned}
$$

次の計算をしましょう。

a) $-3+2-4$　　b) $-1+5-2$　　c) $5+2-3+1$　　d) $5+1-3-2$

e) $-4-1-2+3$　　f) $-2-3+4-1$　　g) $0.7-0.3-0.5$　　h) $-\frac{2}{7}-\frac{1}{7}-\frac{3}{7}+\frac{4}{7}$

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

3.3 正負の数の加減混合計算 (3)

1. ①の表し方で次の計算式を書き、項をいいましょう。

a) $(+5)-(-2)-(+8)+(-4)$　　b) $(-3)+(+2)-(-1)+(-5)-(+7)$

2. ②の表し方で次の計算式を書き、項をいいましょう。

a) $7+1-4+2$　　b) $-2-3+5+4$

3. 次の計算をしましょう。

a) $3-2+4-6$　　b) $2-3+5-4$　　c) $0.2-0.1+0.3-0.4$　　d) $\frac{1}{9}-\frac{3}{9}+\frac{2}{9}-\frac{4}{9}$

計算式に括弧がある場合は、最初に括弧を削除してから計算をする必要があります。例：

$$\begin{aligned}5-8+(-4)-(-3) &= 5-8+(-4)+(+3)\\ &= 5-8-4+3\\ &= 5-8+3-4\\ &= 5+3-8-4\\ &= 8-12\\ &= -4\end{aligned}$$

引き算を−3の反数の和に変換します。括弧を外します。
交換法則を使い、そのあと結合法則を適用します。

次の加減混合計算を括弧を外して計算しましょう。

a) $3+(-5)-(-2)$　　b) $5+(-6)-(-1)$　　c) $-3-(-6)+(-4)+2$　　d) $3-2-(-5)-1$

e) $-2+0-(-6)+1$　　f) $-3-4-(-2)-0$　　g) $0.5+(-0.2)-(-0.3)$　　h) $\frac{1}{5}-\left(-\frac{2}{5}\right)-\frac{3}{5}$

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

3.4 学習内容の自己評価

問題を解いて学習した内容を振り返り、当てはまる欄に "×" を入れましょう。正直に答えましょう。

項目	はい	改善できます	いいえ	コメント
1. 次のような引き算ができます。 a) $(+5)-(+3)$　b) $(+3)-(-6)$ c) $(-0.1)-(+0.5)$　d) $\left(-\frac{1}{5}\right)-\left(+\frac{2}{5}\right)$				
2. 次のような引き算ができます。 a) $(+4)-0$　b) $0-(+8)$　c) $(-0.9)-0$ d) $0-(-0.7)$　e) $\left(+\frac{1}{2}\right)-0$　f) $0-\left(-\frac{5}{8}\right)$				
3. • 次のように、①の表し方で計算式を書き、項をいうことができます。 a) $(-3)+(+5)+(-2)$　b) $(+0.2)-(+0.3)-(-0.4)$ • 次のように、②の表し方で計算式を書き、項をいうことができます。 a) $4+3-1$　b) $-1+5-7$				
4. 次のような計算ができます。 a) $-5+2-4+6$　b) $0.6-0.2+0.1-0.4$ c) $\frac{1}{11}-\frac{4}{11}+\frac{6}{11}+\frac{2}{11}$				
5. 次のような計算ができます。 a) $-4+6-5$　b) $3+(-2)-(-4)$				

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

応用問題

1. 70年代にソビエト連邦によって開発された潜水艦艦級「アクラ」 (ロシア語でサメ) は、世界最大の潜水艦としてギネス記録を今もなお保持しています。現在ロシア連邦海軍北方艦隊には、潜航深度550メートルのアクラ級潜水艦が2隻あります。ある演習で、アクラ級潜水艦が1回目に330メートル、2回目に370メートル海に潜る計画がされています。次の各項に答えましょう。

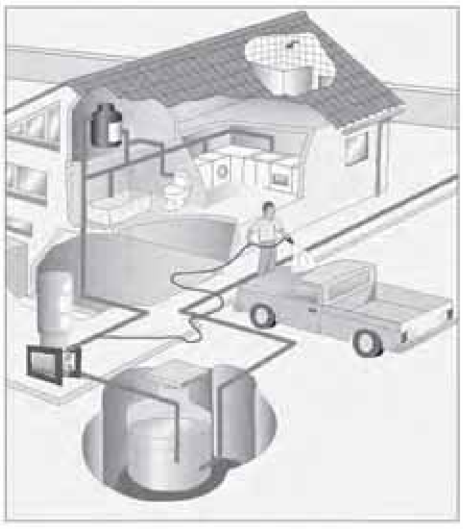
   a) 1回目の潜水を負の数を使って表しましょう。
   b) 2回目の潜水を負の数を使って表しましょう。
   c) a) と b) で出した数で式を立て、アクラ級艦が今回の演習を実行できるかどうか答えましょう。

2. 航空工学において限界高度とは、客室の与圧システムが乗客・乗務員へ十分な酸素を与えられるレベルを保てる最高高度のことで、限界高度を過ぎると気圧の差が大きくなりすぎてしまい、与圧された機内に高い圧力がかかってしまいます。旅客機やビジネスジェット (民間機・プライベート機) の大半の最高高度は、12,800メートルです。ある旅客機が高度10,800メートルを飛行するとき、以下の質問に答えましょう。

   a) 機体は最高高度からどれくらいの高さを飛行していますか。計算式を立て、その差を求めましょう。
   b) 嵐が発生しました。それを回避するため、機長は高度を +3,200メートル変更しようとしています。実際に機長はその操作を実行することができるでしょうか。できない場合は、嵐を回避するために機長は最大どれくらい高度を変更できるか答えましょう。

3. 水工設備では、地下タンクから水を吸い上げるため、水圧を上げるハイドロニューマチックシステムを使っています。この基本システムは、加圧水タンク (鋼もしくはガラス繊維)、ポンプ、圧力計、圧力スイッチで構成されています。水タンクから水を吸い上げるために午前中に2回このシステムを利用するとき、タンク内の水量について次の各項にある量を正負の数を使って表しましょう。注： 水タンクは満杯とします。

   a) ハイドロニューマチックシステムを使い、1回目は25リットルの水を吸い上げます。
   b) 2回目は33リットルの水を吸い上げます。
   c) 2回にわたってシステムを使い吸い上げた水量の合計
   d) 2回の吸い上げのあと、水タンクには142リットルの水が残っているとします。c) で得た数字を使って計算式を考え、このタンクの最大容量を計算しましょう。



解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

ユニット 3

正の数、負の数、0の掛け算と割り算

掛け算と割り算の規則の正式な発表は、スイスの数学者レオンハルト・オイラーによって初めて確立されました。また、掛け算の規則の証明は、マクローリン、ラプラス、ダランベール、ラクロワ、クラインなど、様々な数学者によって再記述され、1985年クローリーとダンにより、数値パターンから証明されました。

日常の問題解決のために、負の数の掛け算の規則から、代数の演算を容易にしたり、身近な状況のモデル化が行われました。

学習していく内容は、正の数、負の数、0を含む基本的な四則演算の混合計算に取り組むことに加えて、異符号を含む数の掛け算や、負の数同士の掛け算、掛け算の法則、累乗の概念、累乗を含む演算があります。

$(-4) \times (+3) = -12$

$(-4) \times (+2) = -8$

$(-4) \times (+1) = -4$

$(-4) \times 0 = 0$

$(-4) \times (-1) = \boxed{}$

$(-4) \times (-2) = \boxed{}$

$(-4) \times (-3) = \boxed{}$

クローリーとダンの
数値パターンのモデル

$$1^3 + 12^3 = 9^3 + 10^3$$

二つの立方体の和として表すことのできる最小数は、
1,729です。（ラマヌジャン、20世紀のインド人数学者）

1.1 異符号の数の掛け算

異符号の数の掛け算は次のステップで行います。

1. 符号(-)を書きます。
2. 数の絶対値の積を入れます。

例：

a) $(+2) \times (-3) = -(2 \times 3)$
$= -6$

b) $(-2) \times (+3) = -(2 \times 3)$
$= -6$

次の掛け算を解きましょう。

a) $(+2) \times (-3)$　b) $(-2) \times (+3)$　c) $(+4) \times (-3)$　d) $(-5) \times (+3)$

e) $(+6) \times (-2)$　f) $(-3) \times (+5)$　g) $(+6) \times (-7)$　h) $(-8) \times (+6)$

i) $(-6) \times (+1)$　j) $(-17) \times (+3)$　k) $(+5) \times (-5)$　l) $(-8) \times (+8)$

m) $(+0.2) \times (-3)$　n) $(-0.3) \times (+3)$　ñ) $(+0.4) \times (-0.3)$　o) $(-0.8) \times (+2)$

p) $\left(+\frac{2}{3}\right) \times \left(-\frac{4}{5}\right)$　q) $\left(-\frac{3}{7}\right) \times \left(+\frac{5}{2}\right)$　r) $\left(-\frac{3}{4}\right) \times (+6)$　s) $\left(+\frac{2}{9}\right) \times \left(-\frac{9}{8}\right)$

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

1.2 同符号の数の掛け算

R 次の掛け算を解きましょう。

a) $(+3) \times (-5)$　b) $(-4) \times (+6)$　c) $(+6) \times (-2)$　d) $(-5) \times (+3)$

e) $(+2) \times (-0.4)$　f) $(-0.3) \times (+0.7)$　g) $\left(+\frac{3}{7}\right) \times \left(-\frac{3}{5}\right)$　h) $(-6) \times \left(+\frac{2}{5}\right)$

C 同符号の掛け算は次のステップで行います。

1. 符号(+)を書きます。
2. 数の絶対値の積を入れます。

負の数を0で掛けたときの積は0になります。

次の掛け算を解きましょう。

a) $(+5) \times (+2)$　b) $(-4) \times (-2)$　c) $(+3) \times (+4)$　d) $(-3) \times (-4)$

e) $(+8) \times (+5)$　f) $(-7) \times (-6)$　g) $(+0.6) \times (+0.3)$　h) $\left(-\frac{5}{9}\right) \times \left(-\frac{1}{2}\right)$

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

1.3 -1、0、1を含む掛け算

R 次の掛け算を解きましょう。

a) $(+7) \times (-9)$　b) $(-6) \times (+5)$　c) $(-3) \times (-8)$　d) $(-6) \times (-4)$

e) $(+0.5) \times (-0.3)$　f) $(-0.2) \times (+0.3)$　g) $(+0.6) \times (-0.4)$　h) $(-0.2) \times (+0.7)$

i) $\left(+\frac{1}{2}\right) \times (-9)$　j) $\left(+\frac{1}{3}\right) \times (-6)$　k) $(-5) \times \left(-\frac{4}{3}\right)$　l) $(-7) \times \left(-\frac{4}{7}\right)$

C 数を-1、0、1で掛けると以下のようになります。

- $0 \times a = 0$
- $a \times 0 = 0$
- $1 \times a = a$
- $a \times 1 = a$
- $(-1) \times a = -a$
- $a \times (-1) = -a$

*a*は任意の数です。

足し算や引き算と同じように、掛け算でも、正の数の+の符号は省略することができます。また、負の数であっても、演算のはじめの数の括弧も省略することができます。

次の掛け算を解きましょう。

a) -1×9　b) $3 \times (-1)$　c) $-1 \times (-4)$　d) $-2 \times (-1)$

e) $0 \times (-5)$　f) 10×0　g) $1 \times (-12)$　h) -3×1

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

1.4 掛け算の交換法則と結合法則

R 次の掛け算を解きましょう。

a) $-2 \times (-6)$　b) $-4 \times (-5)$　c) $-7 \times (-2)$　d) $-3 \times (-3)$

e) $-0.3 \times (-4)$　f) -0.4×0.2　g) $-\frac{3}{5} \times \left(-\frac{2}{7}\right)$　h) $-\frac{7}{5} \times \left(-\frac{3}{4}\right)$

i) -1×10　j) $4 \times (-1)$　k) -6×0　l) -4×1

C 足し算と同じように掛け算もまた、「交換法則」と「結合法則」を満たします。

一般的に

- $a \times b = b \times a$
- $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$

これらの法則を用いることで、負の数を含む掛け算であっても、複数の数の積はどのような順序でも計算することができます。

次の掛け算を計算しやすくするために、交換法則及び結合法則を用いましょう。

a) $5 \times 3 \times (-2)$　b) $-7 \times 10 \times 5$　c) $25 \times 3 \times (-4)$

d) $-15 \times 3 \times 4$　e) $0.5 \times (-3) \times (-2)$　f) $-21 \times \left(-\frac{2}{5}\right) \times \frac{2}{7}$

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

1.5 掛け算の因数に応じた積の符号

1. 次の掛け算を解きましょう。

a) $13 \times (-1)$ b) $-1 \times \left(-\frac{11}{15}\right)$ c) $-\frac{13}{2} \times 0$ d) $0 \times (-31.2)$ e) -0.3×1 f) $1 \times \left(-\frac{2}{5}\right)$

2. 次の掛け算を計算しやすくするために、交換法則及び結合法則を用いましょう。

a) $20 \times (-15) \times 5$ b) $2.5 \times 13 \times (-4)$ c) $-32 \times 10 \times \left(-\frac{3}{8}\right)$ d) $-55 \times \left(-\frac{4}{3}\right) \times \left(-\frac{2}{5}\right)$

以下のことを強調することが重要です。

- 掛け算に負の数が偶数個あるとき、積の符号は(+)になります。
- 掛け算に負の数が奇数個あるとき、積の符号は(-)になります。

次の掛け算を解きましょう。

a) $2 \times (-4) \times 3$ b) $-2 \times 3 \times (-2) \times (-1)$ c) $-5 \times 4 \times 10 \times (-3)$

d) $-10 \times (-3) \times (-2) \times (-5)$ e) $-3 \times 2 \times (-1) \times 3 \times (-10)$ f) $\frac{7}{3} \times (-6) \times \left(-\frac{5}{7}\right)$

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

1.6 累乗

1. 次の掛け算を計算しやすくするために、交換法則及び結合法則を用いましょう。

a) $-5 \times 9 \times 2$　　b) $4 \times (-7) \times 5$　　c) $-54 \times (-5) \times \frac{1}{6}$　　d) $-35 \times \left(-\frac{3}{2}\right) \times \left(-\frac{1}{5}\right)$

2. 次の掛け算を解きましょう。

a) $-5 \times (-3) \times (-2) \times (-4)$　　b) $-7 \times 3 \times (-5) \times 2 \times (-4)$　　c) $\frac{11}{15} \times (-5) \times \left(-\frac{3}{11}\right)$

同じ数を2度掛けると、その数は2乗となり、3度掛けると、3乗になります。

数式$(-4)^2$及び$(-4)^3$の^{2}や^{3}は指数と呼ばれ、掛け算の中で、因数として-4が出てくる回数を表します。

例：

$$(-4)^{3} = \overbrace{(-4) \times (-4) \times (-4)}^{\text{因数(-4)の3倍}}$$

ある数の2乗のことを**平方**、3乗のことを**立方**と呼びます。例えば、$(-4)^2$は「-4の平方」、$(-4)^3$は「-4の立方」と読みます。

1. 次の掛け算を累乗で表しましょう。

a) 6×6　　b) $6 \times 6 \times 6$　　c) $(-2) \times (-2) \times (-2)$　　d) $-(2 \times 2)$

e) $\left(-\frac{1}{7}\right) \times \left(-\frac{1}{7}\right)$　　f) $\frac{2}{5} \times \frac{2}{5} \times \frac{2}{5}$　　g) $(-0.9) \times (-0.9)$　　h) $-(0.6 \times 0.6)$

2. 次の累乗を計算しましょう。

a) $(-7)^2$　　b) -7^2　　c) $(-2)^3$　　d) $(-3)^3$　　e) $(-1)^3$

f) $(-0.4)^2$　　g) $\left(-\frac{1}{2}\right)^3$　　h) $(3 \times 2)^2$　　i) $(2 \times 5)^3$

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

1.7 累乗を含む掛け算

R

1. 次の掛け算を解きましょう。

a) $3 \times (-2) \times (-7)$　　b) $-3 \times (-2) \times (-5) \times (-10)$　　c) $-\frac{36}{17} \times \frac{17}{6} \times 8$

2. 次の掛け算を累乗で表しましょう。

a) $(-2) \times (-2)$　　b) $(-2) \times (-2) \times (-2)$　　c) $-\frac{1}{2} \times \left(-\frac{1}{2}\right)$　　d) $-(30 \times 30)$

3. 次の累乗を計算しましょう。

a) $(-10)^2$　　b) -10^2　　c) $(5 \times 4)^2$

d) $(3 \times 2)^3$　　e) $\left(-\frac{7}{9}\right)^2$　　f) $\left(-\frac{2}{3}\right)^3$

C

少なくとも1つの累乗を含む掛け算は次のように行います。

1. 累乗を計算します。
2. 掛け算をします。

例：　$(-3)^2 \times (-4) = 9 \times (-4)$
$= -36$

次の掛け算を解きましょう。

a) $2^3 \times 4$　　b) $5 \times (-2)^2$　　c) -3×2^3　　d) $(-2)^3 \times 3$

e) $5^2 \times 2^2$　　f) $2^3 \times (-3)^2$　　g) $(-3)^2 \times 2^3$　　h) $(-1)^3 \times (-2)^2$

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

1.8 正の整数、負の整数と0の割り算

R 1. 次の掛け算を累乗で表しましょう。

a) $(-7) \times (-7)$　　b) $-(5 \times 5)$　　c) $\left(-\frac{2}{3}\right) \times \left(-\frac{2}{3}\right)$　　d) $\left(-\frac{2}{3}\right) \times \left(-\frac{2}{3}\right) \times \left(-\frac{2}{3}\right)$

2. 次の累乗を計算しましょう。

a) $(-6)^2$　　b) -6^2　　c) $(4 \times 2)^2$　　d) $(5 \times 2)^3$　　e) $\left(-\frac{9}{10}\right)^2$　　f) $\left(-\frac{3}{5}\right)^3$

3. 次の掛け算を解きましょう。

a) $5 \times (-2)^2$　　b) -3×2^3　　c) $(-3)^2 \times 2^2$　　d) $(-1)^2 \times (-2)^3$

C 次の表では、以下の状況に応じた被除数と除数の符号による、商の符号と絶対値を示しています。

被除数と除数の符号	商の符号	商の絶対値
同じ	+	それぞれの数の絶対値の商
異なる	−	

割り算では、掛け算同様、+符号と括弧を用いた方法を適用します。

例：

a) $(+6) \div (+2) = +(6 \div 2)$
$= +3$
$= 3$

b) $(-6) \div (-2) = +(6 \div 2)$
$= +3$
$= 3$

c) $(-6) \div (+2) = -(6 \div 2)$
$= -3$

d) $(+6) \div (-2) = -(6 \div 2)$
$= -3$

以下の割り算を解きましょう。

a) $27 \div (-3)$　　b) $-15 \div 5$　　c) $36 \div (-9)$

d) $-49 \div (-7)$　　e) $0 \div (-10)$　　f) $3 \div (-1)$

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

1.9 負の分数

R

1. 次の掛け算を解きましょう。

a) $2^3 \times (-6)$　　b) $(-3)^2 \times 4$　　c) $(-2)^3 \times (-5)^2$　　d) $(-10)^3 \times (-3)^3$

2. 以下の割り算を解きましょう。

a) $9 \div (-3)$　　b) $-42 \div 7$　　c) $40 \div (-5)$　　d) $-12 \div (-6)$　　e) $-15 \div (-5)$

C

分子または分母に、(–)記号を含むすべての分数には、分数の前に(–)記号を書きます。つまり：

$\frac{-a}{b} = \frac{a}{-b} = -\frac{a}{b}$

負の分数がある場合は常に、a及びbが正の数を表す$-\frac{a}{b}$の形で示します。

1. 次の割り算を負の分数で表しましょう。

a) $-7 \div 13$　　b) $5 \div (-9)$　　c) $-(12 \div 11)$

2. 次の分数を$-\frac{a}{b}$の形で表しましょう。

a) $\frac{-2}{3}$　　b) $\frac{1}{-4}$

3. 次の問題の空欄を埋めましょう。

a) $-\frac{4}{5} = \boxed{} \div 5 = 4 \div \boxed{} = -(4 \div 5)$　　b) $-\frac{7}{8} = \boxed{} \div 8 = 7 \div \boxed{} = -(7 \div 8)$

c) $-\frac{9}{11} = \boxed{} \div 11 = 9 \div \boxed{} = -(9 \div 11)$　　d) $-\frac{14}{13} = \boxed{} \div 13 = 14 \div \boxed{} = -(14 \div 13)$

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

1.10 逆数

1. 以下の割り算を解きましょう。

a) $-15 \div (-3)$　　b) $-54 \div 6$　　c) $12 \div (-3)$　　d) $-100 \div (-10)$　　e) $0 \div (-97)$

2. 次の割り算を負の分数で表しましょう。

a) $-4 \div 5$　　b) $16 \div (-21)$　　c) $-(19 \div 27)$

3. 次の分数を$-\frac{a}{b}$の形で表しましょう。

a) $\frac{-5}{8}$　　b) $\frac{16}{-7}$

4. 次の問題の空欄を埋めましょう。

a) $-\frac{8}{9} = \boxed{} \div 9 = 8 \div \boxed{} = -(8 \div 9)$

b) $-\frac{13}{19} = \boxed{} \div 19 = 13 \div \boxed{} = -(13 \div 19)$

c) $-\frac{22}{23} = \boxed{} \div 23 = 22 \div \boxed{} = -(22 \div 23)$

d) $-\frac{7}{29} = \boxed{} \div 29 = 7 \div \boxed{} = -(7 \div 29)$

両方の数を掛けたときの積が1になる場合、この数はもう一つの数の**逆数**です。

aが0以外であるとき、$\frac{1}{a} \times 1 = 1$が成り立つため、この数の逆数は$\frac{1}{a}$になります。

同様に$\frac{1}{a}$の逆数はaです。概して$\frac{a}{b}$の逆数は$\frac{b}{a}$です。

次の数の逆数を求めましょう。

a) $\frac{3}{5}$　　b) $-\frac{13}{8}$　　c) $-\frac{1}{5}$　　d) 3

e) -8　　f) 0.2　　g) -0.5　　h) -0.25

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

1.11 掛け算を使った割り算

1. 次の割り算を負の分数で表しましょう。

a) $-5 \div 2$　　b) $7 \div (-3)$　　c) $-(8 \div 3)$

2. 次の分数を$-\frac{a}{b}$の形で表しましょう。

a) $\frac{-11}{9}$　　b) $\frac{23}{-30}$

3. 次の問題の空欄を埋めましょう。

a) $-\frac{5}{14} = \boxed{} \div 14 = 5 \div \boxed{} = -(5 \div 14)$

b) $-\frac{18}{13} = \boxed{} \div 13 = 18 \div \boxed{} = -(18 \div 13)$

4. 次の数の逆数を求めましょう。

a) $\frac{3}{8}$　　b) $-\frac{13}{15}$　　c) $-\frac{1}{11}$　　d) 10　　e) -12　　f) 0.3　　g) -0.4

ある数を別の数で割ることは、その数に除数の逆数を掛けることと同じことです。したがって、割り算を行う場合、被除数と除数の逆数の掛け算に置き換えることができます。

例：

a) $12 \div (-3) = -(12 \div 3)$
$= -4$

b) $12 \times \left(-\frac{1}{3}\right) = -\left(\overset{4}{\cancel{12}} \times \frac{1}{\underset{1}{\cancel{3}}}\right)$
$= -4$

次の割り算を掛け算に置き換えて計算しましょう。

a) $-20 \div 5$　　b) $\frac{2}{3} \div \left(-\frac{7}{5}\right)$　　c) $\frac{3}{7} \div \left(-\frac{9}{28}\right)$

d) $-\frac{4}{5} \div (-12)$　　e) $-\frac{55}{3} \div \left(-\frac{11}{9}\right)$　　f) $-15 \div \frac{3}{4}$

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

1.12 学習内容の自己評価

問題を解いたら、学んだ内容に応じて、適切だと思う欄に「×」印を記しましょう。明確に回答しましょう。

項目	はい	改善できます	いいえ	コメント
1. 以下のような掛け算を行います。 a) $5 \times (-6)$　b) -4×2　c) $-\frac{1}{2} \times \frac{3}{5}$				
2. 以下のような掛け算を行います。 a) $-3 \times (-2)$　b) $-0.1 \times (-0.2)$　c) $-\frac{3}{5} \times \left(-\frac{4}{7}\right)$				
3. 以下のような掛け算を行います。 a) 4×1　b) 0×1.3　c) $\frac{2}{5} \times (-1)$				
4. 以下のような掛け算の計算をしやすくするために交換法則と結合法則を用います。 a) $5 \times (-6) \times 4$　b) $-24 \times 10 \times \left(-\frac{1}{8}\right)$　c) $-4 \times \left(-\frac{7}{11}\right) \times \left(-\frac{1}{2}\right)$				
5. 以下のような掛け算では、因数に応じた積の符号を明確にします。 a) $-2 \times 2 \times 3 \times (-1)$　b) $\frac{5}{4} \times (-8) \times \left(-\frac{3}{5}\right)$				
6. 以下のような累乗の計算をします。 a) $(-6)^2$　b) -6^2　c) $\left(-\frac{3}{3}\right)^3$　d) 0.1^2　e) $(2 \times 3)^2$				
7. 以下のような掛け算を行います。 a) $2^2 \times 3^2$　b) $2^3 \times (-3)^2$　c) $(-1)^3 \times 2$　d) $(-3)^3 \times (-1)^2$				
8. 以下のような割り算を行います。 a) $14 \div 2$　b) $-24 \div 3$　c) $18 \div (-2)$　d) $-30 \div (-5)$　e) $0 \div (-7)$				
9. 以下のような割り算を負の分数で表します。 a) $-2 \div 3$　b) $3 \div (-7)$　c) $-(2 \div 5)$				
10. 以下のような数の逆数を示します。 a) $\frac{4}{7}$　b) $-\frac{7}{3}$　c) $\frac{1}{3}$　d) 2　e) -5　f) 0.25　g) -0.6				
11. 割り算を、以下のような掛け算に置き換えます。 a) $-16 \div 4$　b) $\frac{2}{5} \div \left(-\frac{4}{15}\right)$　c) $-\frac{2}{3} \div (-8)$　d) $-10 \div \frac{2}{5}$				

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

2.1 掛け算と割り算を用いた演算

R 1. 次の数の逆数を求めましょう。

a) $\frac{5}{7}$　b) $-\frac{2}{3}$　c) $-\frac{1}{5}$　d) 7　e) -8　f) 0.3　g) -0.2

2. 次の割り算を掛け算に置き換えて計算しましょう。

a) $-27 \div 9$　b) $\frac{8}{15} \div \left(-\frac{3}{2}\right)$　c) $-12 \div \frac{6}{5}$

C

掛け算と割り算の混合計算を行うには、除数を逆数に置き換えて、掛け算のみの演算にします。その後計算をしやすくするため、掛け算の前に分数を約分しておきましょう。基本的に計算は左から右に演算をします。

例：

$$
\begin{aligned}
6 \div \left(-\frac{15}{7}\right) \times (-5) &= 6 \times \left(-\frac{7}{15}\right) \times (-5) \\
&= \left(\overset{2}{\cancel{6}} \times \frac{7}{\underset{\underset{1}{\cancel{5}}}{\cancel{15}}} \times \overset{1}{\cancel{5}}\right) \\
&= 2 \times 7 \times 1 \\
&= 14
\end{aligned}
$$

次の掛け算と割り算を含む混合計算を行いましょう。

a) $-15 \div 5 \times 6$　b) $-\frac{25}{7} \div \frac{10}{7} \times \frac{2}{3}$　c) $\frac{12}{5} \times (-3) \div \frac{3}{2}$

d) $(-2)^2 \times (-1) \div 2$　e) $(-3)^3 \div 18 \times \left(-\frac{4}{5}\right)$　f) $(-6^2) \times \left(-\frac{2}{7}\right) \div 8$

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

2.2 混合計算

1. 次の割り算を掛け算に置き換えて計算しましょう。

a) $\frac{2}{3} \div \left(-\frac{4}{15}\right)$ b) $-\frac{27}{32} \div \left(-\frac{9}{8}\right)$ c) $-15 \div \frac{3}{4}$

2. 次の掛け算と割り算を含む混合計算を行いましょう。

a) $\frac{18}{7} \times \frac{9}{8} \div \left(-\frac{3}{4}\right)$ b) $\frac{15}{7} \div \left(-\frac{6}{11}\right) \times \frac{14}{5}$ c) $(-4)^2 \times (-2) \div 8$ d) $(-5^2) \times (-4) \div 10$

正の数や負の数を含む、足し算、引き算、掛け算、割り算、括弧内に別の演算を含む計算を行う場合(混合計算)、正の数と同じように計算します。以下の順に計算します。

1. (括弧がある場合は)括弧内の演算
2. 掛け算と割り算
3. 足し算と引き算

例：

a) $10 + 5 \times (-3) = 10 + (-15)$
$= 10 - 15$
$= -5$

b) $40 \div (-10 + 5) = 40 \div (-5)$
$= -8$

次の計算をしましょう。

a) $4 + 3 \times 2$ b) $-2 - 15 \div 3$ c) $2 \times (-3) - 1$ d) $-18 \div (-2) - 5$

e) $-3 \times 5 - 2 \times (-7)$ f) $15 \div 5 + (-24) \div 6$ g) $-35 \div 5 + 4 \times 3$ h) $3 \times (-2) - 48 \div 6$

i) $(9 - 6) \times (-4)$ j) $-7 \times (7 - 4)$ k) $(-5 - 3) \div 2$ l) $-35 \div (-3 - 2)$

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

2.3 累乗を含む混合計算

R

1. 次の掛け算と割り算を含む混合計算を行いましょう。

a) $\frac{7}{2} \div \left(-\frac{35}{26}\right) \times \left(-\frac{10}{9}\right)$ b) $-\frac{9}{14} \times \left(-\frac{7}{15}\right) \div \left(-\frac{4}{3}\right)$ c) $(-2^3) \div 4 \times (-2)^3$ d) $(-5)^2 \times (-2)^3 \div 20$

2. 次の計算をしましょう。

a) $-8 - (-6) \times (-2)$ b) $3 + (-18) \div (-2)$ c) $(-6 - 3) \times (-8)$ d) $(-10 - 6) \div (-8)$

C

演算に累乗、掛け算または割り算、足し算または引き算が含まれている場合、演算は以下の順で行います。

1. （括弧がある場合は）括弧内の計算
2. 累乗
3. 掛け算と割り算
4. 足し算と引き算

次の計算をしましょう。

a) $8 + (-5) \times (-2)^2$ b) $25 - 5 \times (-3^2)$ c) $8^2 \div (-4) + 6$

d) $-2 \times (2 - 5)^3 + 4^2$ e) $10^2 + (-3)^3 \div (13 - 4)$ f) $(4 + 5)^2 - (-2)^2 \times (13 + 7)$

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

2.4 掛け算の分配法則

R 次の計算をしましょう。

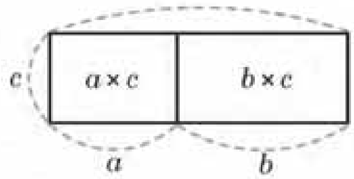
a) $-80 \div (-8) + (-10) \times (-2)$　　b) $-6 \times (-5 - 15)$　　c) $(-73 + 8) \div 13$

d) $-17 + 9^2 \div 3$　　e) $-3 \times 10^3 + 100^2$　　f) $-4 \times (40 - 45)^3 - 20^2$

C *a*、*b*、*c*のいずれの数でも、以下が成り立ちます。

上記のことは、**分配法則**として知られています。

分配法則は、面積によって
グラフに表すことができます。



$(a + b) \times c$の掛け算に分配法則を用いると、か括弧は消えて、$a \times c + b \times c$の式になります。分配法則によって括弧を除くことを**括弧をはずす**ともいいます。

分配法則を用いて次の掛け算を解きましょう。

a) $(4 + 25) \times 2$　　b) $-4 \times (40 + 2)$　　c) $\left(\frac{2}{3} + \frac{4}{5}\right) \times 15$　　d) $-21 \times \left(\frac{5}{7} + \frac{1}{3}\right)$

e) $18 \times 2 + 12 \times 2$　　f) $-3 \times 25 - 3 \times 15$　　g) $61 \times (-4)$　　h) 6×78

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

2.5 数の集合

R 1. 次の計算をしましょう。

a) $-75 + 4 \times (-5)^2$

b) $7 + 4^2 \div 2$

c) $-10 \times (-2)^3 - 9^2$

2. 分配法則を用いて次の掛け算を解きましょう。

a) $(30 - 1) \times 7$

b) $-22 \times \left(-\frac{1}{2} + \frac{4}{11}\right)$

c) $-3 \times 25 + (-3) \times 15$

d) $5 \times (-68)$

e) $[(-20) + (-2)] \times 8$

f) $(-26) \times \left(-\frac{11}{13} - \frac{1}{2}\right)$

C

要素、数、あるいは物体の群を**集合と**呼びます。たとえば、自然数の群は、**自然数の集合**と呼びます。一般に数の集合を数の集合と呼びます。自然数の集合では、解が必ずしも自然数にはならないため、どんな場合でも引き算や割り算ができるわけではありません。したがって、自然数の集合を広げる必要があります。

数の集合から：**1) 自然数、2) 整数、3) 分数として表すことのできる数** 各問題で提案された演算に使用できる集合を選び、答えましょう。

a) $15 + 4$

b) $9 - 19$

c) 0.9×2

d) $11 \div (-13)$

e) $16 \div 4$

f) $-13 + 13$

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

2.6 学習内容の自己評価

問題を解いたら、学んだ内容に応じて、適切だと思う欄に「×」印を記しましょう。明確に回答しましょう。

項目	はい	改善できます	いいえ	コメント
1. 以下のような掛け算と割り算の混合計算を行います。 a) $-12 \div 6 \times (-4)$　b) $(-2)^3 \times (-3) \div (-6)$				
2. 以下のような演算を行います。 a) $7 - 4 \times (-5)$　b) $5 \times (-2) - 16 \div 8$　c) $(-7 - 8) \div (-5)$				
3. 以下のような演算を行います。 a) $5 - 4 \times (-3^2)$　b) $4^2 + (-2)^3 \div (-9 + 5)$				
4. 分配法則を用いて掛け算を行います。 a) $-21 \times 2 + (-4) \times 2$　b) $60 \times \left(\frac{5}{3} - \frac{1}{2}\right)$　c) $96 \times (-15)$				
5. 各問題で提案された演算に使用できる数の集合を答えます。 a) $8 + 2$　b) $10 - 12$　c) $-5 \div 6$				

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

3.1 最小公倍数と最大公約数

1. 分配法則を用いて次の掛け算を解きましょう。

a) $-4 \times 13 - 6 \times 13$　　b) $-7 \times (-68)$　　c) $-37 \div 4^2 - 43 \div 4^2 - (-48 + 46)^3$

2. 数の集合から：1) 自然数、2) 整数、3) 分数として表すことのできる数 各問題で提案された演算に使用できる集合を選び、答えましょう。

a) $12 + (-4)$　　b) -0.36×0.1　　c) 7×3　　d) $0.5 + 2.0$　　e) $-42 \div (-6)$　　f) $12 - 4$

2つ以上の数の最小の公倍数を、**最小公倍数**といい、**LCM**と略されます。

計算順序は：

1. それぞれの数の倍数を答えましょう。
2. 公倍数を求めましょう。
3. 最小の公倍数を求めましょう。

2つ以上の数の最大の公約数を、**最大公約数**といい、**GCD**と略されます。

計算順序は：

1. それぞれの数のすべての約数を答えましょう。
2. 公約数を求めましょう。
3. 最大の公約数を求めましょう。

1. 各問題の数のLCMを求めましょう。

a) 4と6　　b) 6と18　　c) 2と10　　d) 4と5

e) 2, 3と4　　f) 2, 6と8　　g) 4, 8と12　　h) 3, 5と10

2. 各問題の数のGCDを求めましょう。

a) 4と8　　b) 6と9　　c) 21と28　　d) 32と48

e) 3, 9と12　　f) 15, 20と25　　g) 30, 42と60　　h) 30, 42と70

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

3.2 ある数の倍数と約数の関係

1. 数の集合から：1) 自然数、2) 整数、3) 分数として表すことのできる数 各問題で提案された演算に使用できる集合を選び、答えましょう。

a) $-25-5$　b) $24 \div 8$　c) $2 \div 3$　d) $22-2$　e) $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$　f) $-25 \div 5$

2. 各問題の数のLCMを求めましょう。

a) 2と7　b) 6と10　c) 2, 4と10

3. 各問題の数のGCDを求めましょう。

a) 12と24　b) 35と49　c) 18, 42と60

ある数の倍数と約数、及び2つ以上の数のLCMとGCDに関しては、次の事が成り立ちます。

- ある数が別の数の倍数にある場合、その数は最初の数の約数です。
- あらゆる数は1の倍数であり、1はあらゆる数の約数です。
- ある数は、その数自体の倍数であり約数でもあります。
- LCMはGCDの倍数です。

完成させたら、答えましょう。

1. 5は15の約数です。よって、15は5の____________です。

2. 12 は 3 の倍数です。よって、3は12の____________です。

3. あらゆる数は以下の倍数です：_________。

4. ____はあらゆる数の約数です。

5. 13は13の倍数ですか？理由を説明しましょう。

6. 6は6の約数ですか？理由を説明しましょう。

7. 前回の授業の練習問題1の問題では、LCMはGCDの倍数として表しています。

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

3.3 素数と合成数

1. 各問題の数のLCMを求めましょう。

a) 6と7　　b) 4, 13と26　　c) 5, 7と10

2. 各問題の数のGCDを求めましょう。

a) 21と56　　b) 12, 20と28　　c) 24, 56と80

3. 以下の各問題の数のLCM及びGCDを求めましょう。次に、LCMをGCDの倍数として表しましょう。

a) 30と45　　b) 20と25

c) 12, 18と24　　d) 10, 30と40

約数を2つしか持たない数（1及びその数自身）を**素数**といいます。

2つ以上の約数を持つ数を**合成数**といいます。

1の約数は1だけです。1は素数でも合成数でもありません。

次の数を素数と合成数に分けましょう。

7、10、25、29、32、35、40、43、48、52、58、61、67、73、89。

素数：

合成数：

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

3.4 素因数分解

1. 以下の各問題の数のLCM及びGCDを求めましょう。次に、LCMをGCDの倍数として表しましょう。

a) 42 y 63

b) 28 y 49

c) 15, 45 y 60

d) 10, 16 y 40

2. 次の数を素数と合成数に分けましょう。

3、5、9、13、34、38、44、56、64、75、87、90、93、99。

素数：

合成数：

すべての合成数は、素数の積として表すことができます。この工程を**素因数分解**といいます。

次の数を素因数分解しましょう：

a) 45

b) 27

c) 63

d) 105

e) 77

f) 102

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

3.5 素因数分解による最大公約数

1. 次の数を素数と合成数に分けましょう。

11、12、17、19、22、28、37、42、50、51、53、63、70、100

素数：

合成数：

2. 次の数を素因数分解しましょう。

a) 52　　b) 63　　c) 75　　d) 90

2の数のGCDを求めるとき、次の順に行います。

1. 2つの数を素因数分解する。
2. 可能であれば、分解する度に、素数の累乗の積を数で表す。
3. 最小の指数のある両方の分解では、共通する素数の累乗を掛けます。

素因数分解により、それぞれ対になった数のGCDを求めましょう。

a) 20と15　　b) 4と8　　c) 3と6　　d) 25と35　　e) 27と45

f) 10と14　　g) 12と30　　h) 14と8　　i) 15と105　　j) 25と45

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

3.6 素因数分解による最小公倍数

R 1. 次の数を素因数分解しましょう。

a) 48　　b) 66　　c) 72　　d) 98

2. 素因数分解により、それぞれ対になった数のGCDを求めましょう。

a) 13と26　　b) 42と54　　c) 7と77　　d) 56と98

C 二つの数のLCMを求めるためには

1. 2つの数を素因数分解する。
2. 可能であれば、分解する度に、素数の累乗の積を数で表す。
3. 分解したもので共通しない素因数を掛け合わせます。共通素数がある場合には指数が大きい方の累乗を選びます（もし共通する指数で同じものがある場合はひとつだけとります）。

素因数分解により、それぞれ対になった数のLCMを求めましょう。

a) 20と50　　b) 4と8　　c) 27と45　　d) 16と20　　e) 21と28

f) 10と35　　g) 7と21　　h) 8と10　　i) 5と35　　j) 20と25

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

3.7 LCMとGCDの応用

R

1. 素因数分解により、それぞれ対になった数のGCDを求めましょう。

a) 6と21　　b) 8と22　　c) 5と65　　d) 44と110

2. 素因数分解により、それぞれ対になった数のLCMを求めましょう。

a) 30と50　　b) 4と5　　c) 8と20　　d) 12と18　　e) 7と11

C

身近な問題解決のために、GCDやLCMを用いることができます。

次の各問題の質問に答えましょう。

1. エルサルバドルのある植林活動のために、それぞれ49本のバルサムの木と、294本のマキリシュアットの木が購入されました。各種の木が同じ本数ある、よりグループを作りたいと考えています。いくつのグループができるでしょうか。できたグループには、それぞれの種類の木が何本ずつあるでしょうか。

2. あるお店のオーナーは、各商品の品数が同じになるように、一週間分のクッキーとジュースを仕入れようとしています。クッキーは8個セットで、ジュースは10個セットになります。各商品の品数の総数はいくつでしょうか？各商品、何セットずつ購入する必要がありますか？

3. チェスのトーナメントに、A校からは45名、B校からは105名、C校からは75名の生徒が参加しました。各学校から同じ生徒数で、できるだけ多くのグループを作りたい場合、いくつのグループを作ることができるでしょうか？また、1つのグループにつき、各学校の生徒が何名ずついるでしょうか？

4. ある図書館に、代数、幾何学、統計の本のセットが購入されます。それぞれのセットは、代数の本が12冊、幾何学の本が10冊、統計の本が14冊セットになります。それぞれの本の数が同じになるように、最小数の本が購入されます。それぞれの本ごとの総数はいくつになるでしょうか？それぞれの本のセットを何セットずつ購入する必要がありますか？

5. アナの父親は5日間働き、6日目に休みます。アントニオの父親は8日間働き、9日目に休みます。彼らの仕事が火曜日に始まる場合、2人の休みが月曜日に重なるには、何日間働く必要があるでしょうか？

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

3.8 学習内容の自己評価

問題を解いたら、学んだ内容に応じて、適切だと思う欄に「×」印を記しましょう。明確に回答しましょう。

項目	はい	改善できます	いいえ	コメント
1. 次の問題の数のLCMを求めます： a) 6と9　b) 5と10　c) 2と3と9 次の問題の数のGCDを求めましょう： a) 6と9　b) 12と18　c) 10と15と30				
2. 完成させ、答えます： a) 4 は20の約数です。よって、20は4の＿＿＿＿＿＿です。 b) 6は6の倍数ですか？理由を説明しましょう。				
3. 次の数を素数と合成数に分けましょう。 5、9、21、23、26、27、30、31、33、35、36、41、49、53				
4. 次の数を素因数分解しましょう。 a) 12　b) 30　c) 50　d) 64				
5. 素因数分解により、それぞれ対になった数のGCDを求めましょう。 a) 12と15　b) 12と16　c) 6と8				
6. 素因数分解により、それぞれ対になった数のLCMを求めましょう。 a) 12と18　b) 12と16　c) 6と8				
7. 次の練習問題を解きましょう。 全員が同じ数のノートと鉛筆を受け取ることができるように、できるだけ多くの子どもたちに、90冊のノートと72本の鉛筆が配られます。何人の子どもに配ることができますか？子どもたちはそれぞれ何冊のノートと何本の鉛筆を受け取ることができますか？				

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

応用問題

1. アクラ潜水艦の潜水速度は毎秒-13.9 mで、最高潜航深度は水深-400 mにまで達します。

a) 海面にいるアクラが潜水し始めてから10秒経過した時の、アクラの位置の変化はどのくらいになるでしょうか。

b) アクラは、50秒間潜水し続けることは可能でしょうか。

c) 潜水中のアクラが潜水を止めた時間を0とした場合、現在地から20分前は何メートル離れていたでしょうか。

2. 世界で最速の3機のヘリコプターは、
ユーロコプターX3、フランスとドイツのハイブリッドヘリコプター実証機。2270馬力のガスタービンとターボシャフトの2基のエンジンが搭載されているおかげで、2013年6月7日に、ヘリコプターの最高速度である472 km/hを記録しました。

AH-64Dアパッチ、アメリカ：速度365 km/h。攻撃ヘリコプターの改造型AH-64Dは、1989年、アメリカのパナマ侵攻中に初めて戦闘で使用されました。その後、これらの戦闘機は、中東のイラクで様々なオペレーションに参戦しました。

カモフKa-52アリゲーター、ロシア：速度350 km/h。2人乗りのヘリコプター、カモフKa-52は、諜報活動や攻撃任務のために考案され、重装甲で、両方の操縦席に、射出座席を装備しています。

ユーロコプターX3の
最高速度：472 km/h。

AH-64Dアパッチの
最高速度：365 km/h。

カモフKa-52アリゲーターの
最高速度：350 km/h。

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

応用問題

a) 飛行時間が3時間のときの、ユーロコプターX3の飛行距離を答えましょう。

b) AH-64Dアパッチが飛行途中に、垂直を維持するために停止した時間を0分とした場合、現在地から3時間前は、何km地点にいたでしょうか？

c) カモフKa-52アリゲーターが、4分間に34.8 km移動し、垂直を維持するために停止したとします。停止した時間を0分としたとき、現在地から1分前は何kmにいたでしょうか？

3.セミは生涯の大半の時間を地中で過ごし、生涯の最後の春にだけ、交尾と繁殖のために現れます。マジカダとして知られる北米種のセミの生活環は、13から17年という非常に長いものです。

それぞれのセミの巣には、独自の新年と生活環があります。カンザス州にはマジカダの巣が2つだけあります。1998年に初めて現れた1番目の巣は、17年の生活環を有します。2011年に初めて現れた2番目の巣は、13年の生活環を有します。

両方の巣が同時に現れるには、現在から何年かかるでしょうか？

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

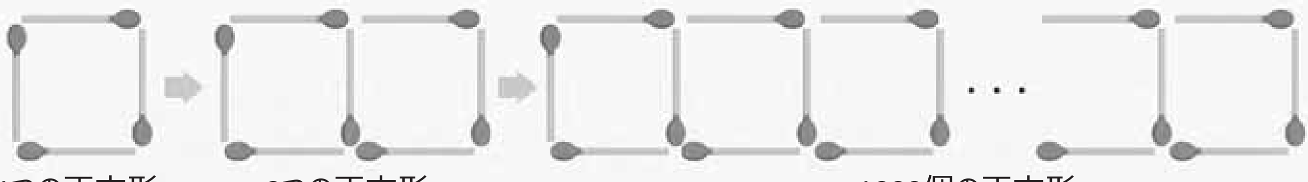
ユニット 4

符号を使った表現

初めの代数の貢献は、アーリヤバタなどのインドの数学者によりなされました。しかしながら、インドやギリシャ数学の貢献をアラブ世界へと導いたアラブ数学者はアブー・アブドゥッラー・ムハンマド・イブン・ムーサー(アル-フワーリズミー)でした。彼は、今日私たちが代数として理解していることを、自身の著書「代数、数、アルゴリズム」の中で、教義的に体系化しました。

代数は、商取引、物の配布、遺産、掛け、工学の作業などに関する状況を判断するために、現実の状況をモデル化するの便利なツールとして誕生し、今に受け継がれています。

このユニットのテーマの発展は、規則性を理解し、数学的言語からそれらを表し、日常の様々な状況をモデル化することから始まります。その後、形式言語(代数)を学んでいく必要があります。次に、こうした言語での演算や、代数式から口語(または一般的な言語)への変換を学んでいきます。深さは、変数を含む演算に焦点をあてているため、このユニットでは、一次方程式の解のために、基本的な代数の扱い方が保証されています。



1つの正方形
4本のマッチ棒

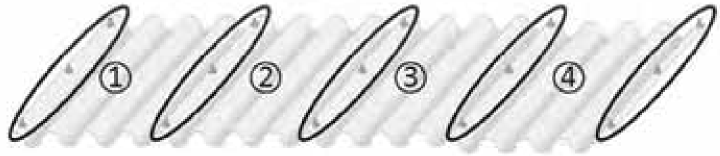
2つの正方形
7本のマッチ棒

1000個の正方形
マッチ棒何本でしょうか？

この図は、規則性を決めるための条件を表しています。そのために、
*1000*個の正方形を作るために必要なマッチ棒の数を求めます。

1.1 数の規則性

特定の条件における規則性を示す数式を作ることができます。例：
4枚のシートを置くために必要なピンの数を求めるために、次のような方法で数式を表すことができます。(ピンはシートの両端に3本あるとします)



シートの数ごとに、それぞれのシートの左側にあるピンを数え、最後のシートの右側にある最後の3本を足します。したがって、以下の式で表すことができます。
3 × 4 + 3 = 15　答え：15本のピン

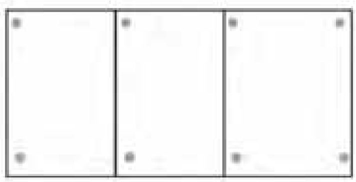
または次のようにもできます：

各列のピンを見ると、それぞれの列には、シートの数と同じ数のピン＋1あることがわかります。3列ある場合、次の式が成り立ちます：3 × (4 + 1) = 15　答え：15本のピン

したがって、次の式からピンの数を求めることができます：

3 × (シートの数) + 3 または **3 × (シートの数 + 1)**

1. 図のように、画鋲を用いて紙を繋げます。5枚の紙を繋げるために必要な画鋲の数を求めましょう。

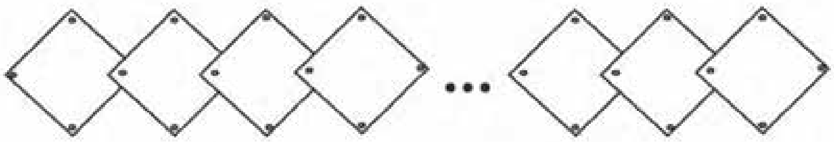


2. 次の図を見てください。1つの円周ごとに三角形がある値、足されます。7つの円周の後、いくつの三角形が図に足されるかを求めましょう。

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

1.2 数の規則性の一般化

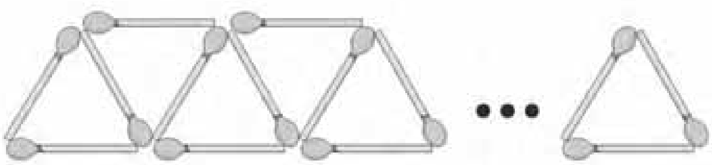
1. 図のように、画鋲を用いて紙を繋げます。10枚の紙を繋げるために必要な画鋲の数を求めましょう。



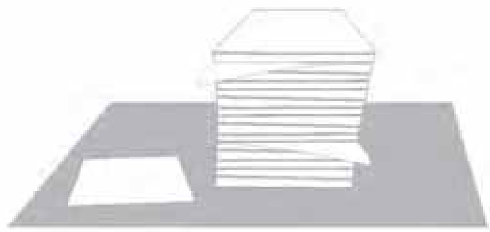
2. 図のように、洗濯物を干すために洗濯ばさみを使用します。10着の服を干すために必要な洗濯ばさみの数を求めるための数式を答えましょう。

様々な数量で演算を行う場合、演算でこれらの数量を表すために、□ を用います。

1. マッチ棒で、複数の三角形を交互に作りましょう。作った三角形の数が □ で表される場合、何本のマッチ棒が必要になりましたか？



2. 再生紙の一連の価格は、$4.00です。ホセは、父親のコピー機の事業のために □ 連購入しました。次の問題に答えましょう：
   a) 紙一連にいくら払ったでしょうか？
   b) $50札で支払った場合、お釣りはいくらになりますか？



解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

1.3 変数の代数式

1. シートの配置の問題では、以下の数のシートを置きたい場合、何本のピンが必要になるでしょうか？
   a) 2枚のシート　　b) 9枚のシート　　c) 20枚のシート

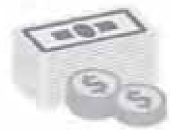
2. 板チョコを作るには、カカオ1ポンドに対し3ポンドの砂糖を加えます。ココアを□ポンド使用する場合、何ポンドの砂糖が必要になるでしょうか？

変数の値を表すために枠を使用しましたが、通常こうした値を指す場合、文字を使用します。例えば、式10 ×は、10 × *a*のように表します。*a*の代わりに他の文字を使用することもできます。

10 × *a* のような数式を**代数式**といいとます。不定の数値を表す文字を**変数**といいます。代数式 10 × *a*内の文字*a*は変数です。
代数式とは、数、変数及び演算を組み合わせたものです。

1. 次の各問題に該当する代数式を答えましょう。

   a) アントニオは、一月から毎月*n*ドル貯金しています。アントニオは、年末までにいくら貯金できるでしょうか？



   b) ジュリアは7つの鶏小屋を所持していて、各鶏小屋には*t*羽のヒヨコがいます。ジュリアは全部で何羽のヒヨコを飼っているでしょうか？

   c) サンサルバドルからチャラテナンゴの間には72kmの距離があります。アナが北トロンカル高速道路に沿って車を運転し、*b*km走行した場合、チャラテナンゴまでどのくらいの時間を要しますか？

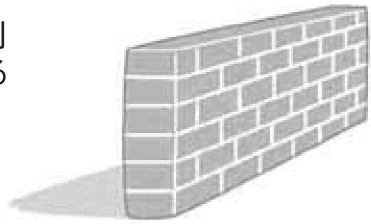
2. 円の半径は、*r*で表されます。この半径を用いて円の面積を表しましょう。

3. カルロスは、一本の木を植えるのに5分かかります。カルロスは、*x*分の間に何本の木を植えることができるでしょうか？

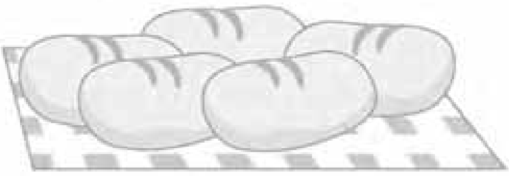
解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

1.4 多変数の代数式

1. カルメンは建築現場で煉瓦工として働いています。建てている壁には一列ごとに10個の煉瓦を置きます。壁に列が□ある場合、カルメンが壁を建てるのに使用する煉瓦の数を求めましょう。



2. ミゲルはn個のパンを持っていて、朝食時に5人の友達に分けたいと考えています。均等に分けた場合、一人当たりに分けられるパンの個数を表しましょう。

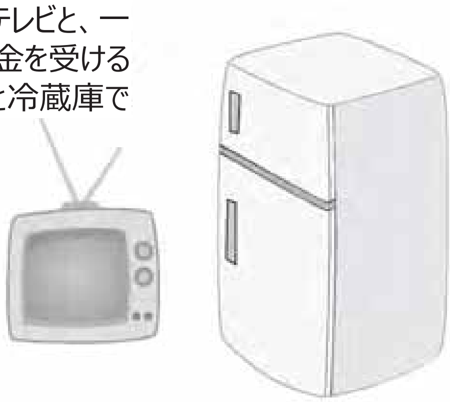


代数式は、複数の変数と複数の演算を組み合わせることができます。

1. ある飲料メーカーは、オレンジジュースを一缶当たり\$0.35、チェリージュースを一缶当たり\$0.45で販売します。売上高はいくらになるでしょうか？

2. ベアトリスは、サンサルバドル国立劇場からモゾテ平和・和解記念碑まで、時間を60 km/hで、時間を80 km/hで車で移動します。2つの記念碑の間の距離は何kmあるかを求めましょう。

3. マリオと彼の家族の家には、一時間当たり0.12 kWの電力を消費するテレビと、一時間当たり0.2 kWの電力を消費する冷蔵庫があります。電気の補助金を受けるために、テレビをm時間、冷蔵庫をn時間つけたままにしました。テレビと冷蔵庫で合計何kWh消費したでしょうか？



解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

1.5 ×記号のない代数式の表記

1. xページある本のうち、アナは3分の1を読みました。アナが本を読み終えるまで、あと何ページ残っているでしょうか？

2. フアンのパソコンのハードディスクには、260ギガバイト(GB)の空き容量があり、そこに、それぞれ約aGBのファイルを3つと、それぞれ約bGBのファイルを7つ保存する必要があります。保存後に、フアンのパソコンに何ギガバイトの空き容量が残るかを表しましょう。

1つ以上の変数または代数式を含む掛け算を表すには、

1. 掛け算記号である×を省略しなければなりません。
2. 括弧内の変数または代数式を掛ける場合、先に数を書きましょう。
3. 積が2つ以上の変数の場合、アルファベット順に変数を並べましょう。

2つの数の掛け算の場合、別の方法で掛け算を表さない限り、×記号を省略することはできません。

1. ×記号を用いずに、次の代数式の変数を並べましょう。

a) $6 \times x =$　b) $y \times 8 =$　c) $s \times t =$　d) $z \times y =$　e) $-4 \times a =$

f) $n \times (-a) =$　g) $\frac{3}{4} \times x =$　h) $m \times (-\frac{2}{5}) =$　i) $9 \times y \times z =$　j) $b \times 5 \times a =$

k) $-6 \times n \times m =$　l) $p \times q \times (-7) =$　m) $4 \times (7 + a) =$　n) $(x + 5) \times (-4) =$　ñ) $-7 \times (4 - t) =$

2. ×記号を用いて、次の代数式を表しましょう。

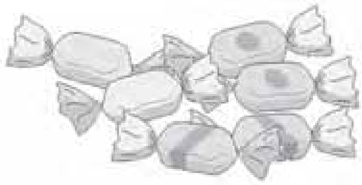
a) $5n = 5 \times$ ＿＿＿　b) $-8b =$ ＿＿＿ × ＿＿＿　c) $\frac{4}{7}st =$

d) $-9xy =$　e) $-\frac{5}{6}(m + n) =$　f) $-10(t - 5) =$

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

1.6 1または–1を掛けた代数式

1. マリアは、すべての友人にお菓子を購入しました。彼女は、1つ$1するココナッツのお菓子を$m$個と、1つ$2するコーヒーのお菓子をn個買いました。
10ドル札で支払った場合、マリアが受け取るおつりはいくらになるでしょうか？



2.×記号を用いずに、次の代数式の変数を並べましょう。

a) $4 \times n =$　　b) $t \times (-y) =$　　c) $a \times (-\frac{3}{7}) =$　　d) $s \times 9 \times t =$　　e) $-4 \times (x - y) =$

変数または代数式に1を掛ける場合、掛け算の記号と1は省略されます。
例えば：

$$1 \times a = 1a = a \qquad 1 \times (a + 3) = 1(a + 3) = a + 3$$

1を掛けてもその積の数は変わらないため、1aではなくaと書きます。

(–1)を掛けた変数または代数式の積では、掛け算の記号と1は省略し、(–)記号だけを書きます。例：

$$-1 \times a = -1a = -a \qquad -1 \times (a + 3) = -1\ (a + 3) = -(a + 3)$$

1. ×記号を用いずに、1または-1の掛け算を含む次の代数式を表しましょう。

a) $1 \times t =$　　b) $n \times 1 =$　　c) $(-1) \times x =$　　d) $a \times (-1) =$　　e) $1 \times n \times m =$

f) $y \times 1 \times z =$　　g) $a \times b \times 1 =$　　h) $-1 \times t \times s =$　　i) $x \times (-1) \times z =$　　j) $b \times a \times (-1) =$

k) $n \times t \times (-1) =$　　l) $a \times (-1) \times x =$　　m) $1 \times (q + 1) =$　　n) $(a + b) \times (1) =$　　ñ) $-1 \times (z - 7) =$

2. ×記号を用いて、次の代数式を表しましょう。1または–1による掛け算を用います。

a) $a =$　　b) $-x =$　　c) $n + m =$　　d) $-(4 - b) =$

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

1.7 代数式の累乗

R 1. ×記号を用いずに、次の代数式の変数を並べましょう。

a) $-2 \times (-a) =$　　b) $y \times x =$　　c) $b \times (-\frac{5}{6}) =$　　d) $r \times (-2) \times z =$　　e) $-5 \times (2 - t) =$

2. ×記号と1を用いずに、1または-1の掛け算を含む次の代数式を表しましょう。

a) $1 \times s =$　　b) $n \times (-1) =$　　c) $1 \times t \times u =$　　d) $a \times (-1) \times b =$　　e) $(y + x) \times 1 =$

C 同じ変数、または同じ代数式の積は、指数を用いて表します。例： $a \times a$ cm² はa^2 cm²

1. ×記号を用いずに、次の代数式を表しましょう。

a) $b \times b =$　　b) $a \times a \times a =$　　c) $t \times t \times s =$

d) $m \times n \times n =$　　e) $y \times x \times y \times x =$　　f) $z \times t \times t \times z \times t \times z =$

g) $1 \times t \times t =$　　h) $x \times 3 \times x =$　　i) $n \times n \times 8 =$

j) $-4 \times y \times y =$　　k) $z \times (-1) \times z =$　　l) $q \times q \times (-1) =$

m) $b \times b \times a \times (-4) =$　　n) $q \times (-3) \times p \times p =$　　ñ) $y \times (-4) \times x \times x =$

o) $-4 \times z \times x \times x \times z =$　　p) $s \times t \times (-1) \times t \times s =$

2. ×記号を用いて、次の代数式を表しましょう。

a) $7c^2 =$　　b) $-5x^3 =$　　c) $7s^2t^2 =$　　d) $-9a^2b =$

e) $3m^3n =$　　f) $-2p^3q^2 =$　　g) $a^3b^3 =$　　h) $-s^3t^2 =$

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

1.8 割り算を含む代数式

R

1. ×記号と1を用いずに、1または-1の掛け算を含む次の代数式を表しましょう。

a) $t \times 1 =$　b) $-1 \times n =$　c) $a \times 1 \times b =$　d) $t \times (-1) \times s =$　e) $(x + y) \times (1) =$

2. ×記号を用いずに、次の代数式を表しましょう。

a) $t \times t =$　b) $x \times y \times y =$　c) $a \times (-1) \times a =$

d) $n \times n \times m \times (-4) =$　e) $p \times q \times (-1) \times q \times p =$

C

変数または代数式の割り算は、(÷)記号を省略した分数の形で書きます。被除数は分数の分子になり、除数は分母になります。

代数式の中では、(×)や(÷)とは違い、(+)や(−)記号は省略できません。

1. (÷)記号を省略して、次の代数式を表しましょう。

a) $n \div 5 =$　b) $a \div (-6) =$　c) $(y - x) \div 6 =$　d) $(t + s) \div (-7) =$

e) $a \div b =$　f) $9 \div z =$　g) $-2 \div m =$　h) $-5 \div (n - m) =$

2. (÷)記号を用いて、次の代数式を表しましょう。

a) $\frac{1}{7}y = \frac{y}{7} = y \div 7$　b) $-\frac{1}{3}x = \frac{x}{-3} = x \div$ _____　c) $-\frac{t}{9} =$ _____ $\div (-9)$

d) $\frac{z}{12} =$ _____ $\div$ _____　e) $-\frac{w}{4} =$　f) $\frac{n-m}{6} =$

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

1.9 掛け算と割り算を含む代数式

R

1. (×)記号を用いずに、次の代数式を表しましょう。

a) $x \times x =$　b) $a \times a \times b =$　c) $n \times n \times (-1) =$　d) $t \times (-8) \times s \times t =$　e) $z \times (-1) \times z \times y \times y =$

2. (÷)記号を省略して、次の代数式を表しましょう。

a) $b \div 2 =$　b) $(a-b) \div (-5) =$　c) $n \div m =$　d) $-9 \div t =$　e) $-2 \div (n+t) =$

C

掛け算及び割り算の演算では、掛け算と割り算の両方を含む代数式である場合、(×)と(÷)記号は省略できます。

1. (×)と(÷)記号を省略して、次の代数式を書いてみましょう。

a) $3 \times a - 5 \times b =$　b) $-3 \times n + m \div t =$

c) $(x-y) \div 7 - (a+b) \div 4$　d) $\frac{3}{4} \times t - (m+n) \div 7 =$

e) $-2 \div (n+m) - b \times b \times b =$　f) $z \times z \times 6 - x \times x \times (-1) \times (-1) =$

g) $5 \times y \times y \times 2 - (a+b) \div (-1) =$　h) $t \times (-6) \times n - (p-q) \div (-1) =$

2. (×)及び(÷)記号を用いて、次の代数式を書いてみましょう。

a) $80 - 10x =$　b) $\frac{3}{5}(a-y) - 7n =$　c) $n^2 - m^3 =$

d) $\frac{a+b}{5} + \frac{c}{4} =$　e) $-6(4-z) + t^2 s^3 =$　f) $-\frac{(y-9)}{6} + (a-z) =$

g) $\frac{ab}{c}$　h) $\frac{mn}{p}$　i) $\frac{z}{xy}$

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

1.10 口語から代数への変換、パート1

R

1. (÷)記号を省略して、次の代数式を表しましょう。

a) $z \div 7 =$　b) $(x+y) \div (-6) =$　c) $a \div b =$　d) $-5 \div s =$　e) $-4 \div (m+n) =$

2. (×)及び(÷)記号を省略して、次の代数式を書きましょう。

a) $6 \times p + (-1) \times q =$　b) $-8 \times y + x \div z =$

c) $(n-m) \div 7 - (t-s) \div 6 =$　d) $-\frac{3}{4} \div (a+b) - t \times t \times t =$

3.(×)及び(÷)記号を用いて、次の代数式を書きましょう。

a) $\frac{a(b-3)}{c}$　b) $\frac{p}{m(3+n)}$

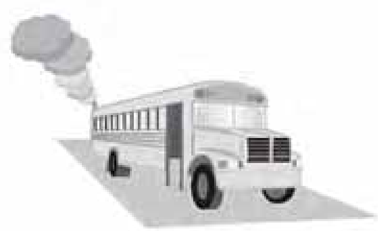
C

代数的言語とは、演算を通して、口語を関連する変数や数値に変換することです。

次の式を、口語から代数言語へ変換しなさい。

a) 保健の講演に、*n*人の若者が参加し、そのうち15人が講演後にHIV検査を受けました。講演参加者のうち、検査を受けなかった人数を表しましょう。

b) 環境汚染の酷い3台のバスを買い替えるために、1台当たり*x*ドルの費用がかかる場合。



c) マリオは、敬老の日を祝うために、介護施設の高齢者*y*人に、同じケーキを5台購入しました。すべての高齢者に均等にケーキが配られた場合の、一人当たりに配られるケーキの割合を表しましょう。

d) ある子どもが、6週間の間、1週間当たり*m*ドル貯金し、さらに3週間の間、1週間当たり*n*ドル貯金した場合の合計貯金額を表しましょう。

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

1.11 口語から代数への変換、パート2

R

1. (×)と(÷)記号を省略して、次の代数式を書いてみましょう。

a) $-2 \times t + (-5) \times s =$

b) $-1 \times a - b \div t =$

c) $(n + a) \div 3 - (b + m) \div 7 =$

d) $-\frac{3}{8} \div (n + m) - x \times x \div t =$

2. 次の式を口語言語から代数言語へ変換しなさい。

アナの友人仲間で5ドルを集め、1本当たりaドルのジュースを10本と、1個当たりbドルのビスケットを10個購入しました。5ドル札で支払った場合、受け取るお釣りの金額を表しましょう。

C

口語で表現された距離、速度、時間の条件は、代数言語に変換することもできます。

次の式を、口語から代数言語へ変換しなさい。

a) xメートルの距離を10分間歩いた時の分速を答えましょう。

b) アナは、分速60 mで、aメートル歩きました。アナは何分間歩いたでしょうか？

c) アントニオはバスで、サンタ・アナからサンサルバドルまでt時間、速度 55 km/hで移動しました。移動距離は何kmでしょうか？

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

1.12 口語から代数への変換、パート3

次の数式を、口語から代数言語へ変換しましょう。

a) モンテクリスト国立公園の入園券は、大人\$3.00、外国人\$6.00です。先週の入場者数が、国民*m*人、外国人*n*人だった場合の、先週の総収入を表しましょう。

b) ベアトリスは、少年少女が競うレースに参加し、分速*x*メートルで6分間、さらに分速*y*メートルで4分間走り、一位を獲得しました。レースで走った距離を表しましょう。

数量の*x*%は、$\frac{x}{100}$ × **数量**のように表されます：

a) **領域**の*x*%は、$\frac{x}{100}$ × **領域**です。

b) **原価**の割引の*y*%は、$\frac{y}{100}$ × **原価**です。

c) *z*%割引した商品の価格は、$\frac{(100-z)}{100}$ × **原価**です。

1. 豆とトウモロコシの植え付けを目的としたb km^2の土地があり、そのうち70%にトウモロコシが植え付けられる場合、以下を代数言語で表しましょう。
   a) 総面積のうち、何km^2がトウモロコシに相当するでしょうか？
   b) 何km^2 が豆に相当するでしょうか？

2. 10%割引されていた原価*x*ドルのテレビを購入するための支払金額はいくらでしょうか？

3. アナは、25%割引されていた原価*x*ドルのノートパソコンと、15%割引されていた原価yドルのリュックを購入しました。アナの支払金額はいくらでしょうか？

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

1.13 口語から代数言語への変換

次の数式を、口語から代数言語へ変換しましょう。

a) 健康上の緊急事態では、推定時間t分で患者を搬送する必要があります。最寄りの医療センターから3,000メートル離れている場合、推定時間内に到着するために出さなければならない速度を表しましょう。

b) ミゲル家は、価格zドルの住宅を購入しました。一年後に住宅の価格が5%上昇するとして、ミゲル家の住宅の現在の価格を表しましょう。

代数的言語から口語へ変換するとは、代数式に文脈に応じた解釈を与えることです。

ある本屋では、ノートが1冊mドル、ペンが1本nドルで売られています。答えましょう。

a) 代数式$m + n$は、何を表しているでしょうか？

b) 代数式$3m + 5n$は、何を表しているでしょうか？

c) 代数式$10 - 3m$は、何を表しているでしょうか？

d) 代数式$10 - 6m - 2n$は、何を表しているでしょうか？

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

1.14 代数式の値、パート1

1. 次の数式を、口語から代数言語へ変換しましょう。

   マリオは、自動車整備士の母親にプレゼントを購入したいと考えています。ツールボックス1箱の価格はxドルで、ネジのセットは1つyドルします。マリオは、ツールボックスが40%、ネジのセットが50%割引している時に購入することにしました。母親に両方プレゼントするために、マリオがしなければならない貯金額を表しましょう。

2. ある工場では、Sサイズのシャツを作るためにaヤードの生地を、Lサイズのシャツを作るためにbヤードの生地を使用しています。答えましょう。

   a) 代数式$18a + 35b$は何を表しているでしょうか？

   b) 代数式$b - a$は何を表しているでしょうか？

変数に数を代入してから演算して求めた解を、**式の値**といいます。例えば$x = 6$のとき、$3x + 3$の式の値を計算する場合、次のように行います。

$$\begin{aligned} 3x + 3 &= 3 \times x + 3 \\ &= 3 \times 6 + 3 \\ &= 18 + 3 \\ &= 21 \end{aligned}$$

1. 代数式$p + 3$のとき、次の場合の式の値を求めましょう。

   a) $p = 4$　　b) $p = 9$　　c) $p = 15$　　d) $p = 21$

2. 代数式$6z - 2$のとき、次の場合の式の値を求めましょう：

   a) $z = 3$　　b) $z = 5$　　c) $z = 2$　　d) $z = 0$

3. 代数式$7 - 2t$のとき、次の場合の式の値を求めましょう：

   a) $t = 2$　　b) $t = 3$　　c) $t = 4$　　d) $t = 7$

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

1.15 代数式の値、パート2

1. パン1個の供給カロリーがmカロリー、肉100gの供給カロリーがnカロリーであるとき、代数式$3m + 4n$は何を表しているでしょうか？

2. 代数式$-2y - 5$のとき、次の場合の式の値を求めましょう。

a) $y = 1$　　b) $y = 4$　　c) $y = 7$　　d) $y = 0$

代数式では、負の値や分数を代入することもできます。

代数式で数を代入する場合、例えば次のようなときは括弧で囲む必要があります：
- 数が負の数であるとき。
- 数が分数で、代数式が分数の形であるとき。

計算ミスを避けるために、示された演算を行う前に、変数の前の符号に注意し、分数を約分しましょう。

1. 代数式$2 - 4q$のとき、次の場合の数値を求めましょう。

a) $q = -2$　　b) $q = \frac{1}{4}$　　c) $q = -\frac{1}{2}$　　d) $q = \frac{1}{3}$

2. 代数式 $-t$のとき、次の場合の式の値を求めましょう。
事例：
a) $t = -3$　　b) $t = -1$　　c) $t = 0$　　d) $t = \frac{2}{3}$　　e) $t = -\frac{3}{5}$

3.代数式 $\frac{x}{6}$ のとき、次のような場合の式の値を求めましょう。

a) $x = 2$　　b) $x = -\frac{1}{2}$　　c) $x = \frac{3}{5}$

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

1.16 代数式の値、パート3

R 1. 代数式$-1-3n$のとき、次のような場合の式の値を求めましょう。

a) $n=3$　　b) $n=5$　　c) $n=8$

2. 代数式 $-\frac{x}{12}$のとき、次の場合の数値を求めましょう。

a) $x=24$　　b) $x=-3$　　c) $x=\frac{1}{2}$　　d) $x=0$

C 分数が決められた指数であることをふまえれば、分数の分母に変数を含む代数式の値を求められます。
例：

$$\frac{2}{x}=2\div x$$

掛け算の基本として、指数が、因数が出てくる回数を決めることを知っていれば、累乗を含む代数式の値を計算することができます。
例：

$$x^3=x\times x\times x$$

次の式の数値を求めましょう。

a) $y=6$ y 及び $=-5$のとき、$-\frac{3}{y}$

b) $\frac{6}{x}$及び $x=\frac{1}{3}$のとき、$x=-2$

c) $m=2$及び$m=-2$のとき、m^2

d) $z=-4$のとき、$-z^2$

e) $w=-7$のとき、$(-w)^2$

f) p^2 及び $P=\frac{1}{3}$、$P=-\frac{2}{5}$

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

ユニット4

1.17 代数式の値、パート4

1. 代数式 $-\frac{m}{15}$のとき、次の場合の数値を求めましょう。

a) $m = 30$ b) $m = -5$ c) $m = \frac{1}{3}$ d) $m = 0$

2. 次の式の数値を求めましょう。

a) $-\frac{7}{r}$及び $\mathrm{r} = \frac{1}{2}$のとき、$\mathrm{r} = \frac{1}{2}$ b) $s = -6$のとき、$-s^2$ c) $i = -8$のとき、$(-i)^2$

式の値を求めるには、1つ以上の値を置き換える必要がある場合があります。置き換えられる値の数は、代数式に含まれる変数の数によります。

1. 代数式$3a + 2b$のとき、次の場合の式の値を求めましょう。

a) $a = 5$と$b = 2$ b) $a = -4$と$b = 5$ c) $a = -\frac{2}{3}$と$b = -\frac{5}{2}$

2. 代数式$-m - 2n$のとき、次の場合の式の値を求めましょう。

a) $m = -7$と$n = 3$ b) $m = \frac{3}{5}$と$n = \frac{7}{10}$ c) $m = -\frac{1}{3}$と$n = -\frac{5}{6}$

3. 代数式$6x - 4y$のとき、次の場合の式の値を求めましょう。

a) $x = 5$と$y = 6$ b) $x = -4$と$y = -6$ c) $x = -\frac{5}{18}$と$y = \frac{1}{6}$ d) $x = -\frac{5}{14}$と$y = -\frac{9}{28}$

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

1.18 学習内容の自己評価

問題を解き、学習した内容について適切だと思うところに「X」印を入れましょう。正直に答えましょう。

項目	はい	改善できます	いいえ	コメント
1. 次のようなケースを (×) と (÷) を省略して代数式で書くことができます。 $-3 \div (c+d) - a \times a \times a; a \times a \times 3 - b \times (-1) \times b.$				
2. 文字で表された問題を、変数を特定して代数式に書き換えることができます。				
3. 変数の特定や速さの解釈をしっかりと行って、速さに関する問題を代数式に書き換えることができます。				
4. 変数を見つけ割合の向きを理解し、割合や割引、利子についての問題を代数式に書き換えることができます。				
5. 実際の問題を表している代数式を問題文に書き換えることができます。				
6. $t = 2$ を代入して $7 - 2t$ を解くなどのように、負ではない整数を使って代数式の数値を求めることができます。				
7. $x = 5$ を代入して $3x + 5$ を解くなどのように、代数式の数値を求めることができます。				
8. $\frac{y}{6}$に $y = -4$、$y = 0$ や $y = \frac{2}{3}$ を代入して解くなどのように、代数式の数値を求めることができます。				
9. $\frac{12}{x}$や x_2 に $x = -3$ や $x = -\frac{1}{2}$を代入して解くなどのように、代数式の数値を求めることができます。				
10. $n = -3$、$p = 2$ を代入して $2n + 5p$ を解くなどのように、2つの変数を用いた代数式の数値を求めることができます。				

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

2.1 代数式の項と係数

代数式 $3a + (-7)$ は $3a$ と -7 の和を表しています。この代数式において、符号(+)で結ばれた各部分を代数式の**項**といい、$3a$ は $3 \times a$ を表しています。この場合、3を a の**係数**といいます。

$a + (-5)$ と $a + (-5b) + (-2)$ で考えてみます。

a) $\underbrace{\overset{\text{係数}}{1}a}_{\text{項}} + \underbrace{(-5)}_{\text{項}}$

b) $a - 5b - 2 = \underbrace{\overset{\text{係数}}{1}a}_{\text{項}} + \underbrace{(\overset{\text{係数}}{-5}b)}_{\text{項}} + \underbrace{(-2)}_{\text{項}}$

1. それぞれの代数式にある項をすべて書きましょう。

a) $4z + 8$

b) $5a + 7b$

c) $-2x - 2$

d) $n + 8m - 3$

e) $-9t - 2s - 1$

f) $\frac{2}{3}x - \frac{3}{5}y + 6$

g) $\frac{4}{7}y - \frac{1}{8}z - 4$

h) $\frac{a}{3} - \frac{b}{5}$

2. 次の項の係数を書きましょう。

a) $7h$

b) $-5a$

c) $-xv$

d) y

e) $\frac{1}{2}b$

f) $-\frac{5}{6}n$

g) $\frac{z}{5}$

h) $-\frac{3a}{7}$

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

2.2 単項式と数の掛け算

R 各代数式のすべての項と、変数を含む項の係数を書きましょう。

a) $6x + 2y$　　b) $-3t - 5s - 9$　　c) $\frac{6}{7}n - \frac{5}{8}m + 3$　　d) $\frac{a}{4} - \frac{2b}{3}$

C 代数式と数の掛け算では、交換法則を使い、その数と代数式の係数を掛けます。
例：

a) $2x \times 3 = 6x$　　b) $3y \times (-4) = -12y$　　c) $\frac{3}{5}m \times (-2) = -\frac{6}{5}m$

次の代数式と数の掛け算を解きましょう。

a) $5a \times 4$　　b) $2x \times (-6)$　　c) $-4y \times 7$　　d) $-3t \times (-8)$

e) $z \times 5$　　f) $-b \times 9$　　g) $4h \times \left(-\frac{1}{4}\right)$　　h) $-\frac{3}{4}x \times \frac{2}{9}$

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

2.3 単項式と数の割り算

R

1. 各代数式のすべての項と、変数を含む項の係数を書きましょう。

a) $a-3b$　　b) $2x+7y-5$　　c) $\frac{2}{3}h-\frac{5}{6}p+\frac{2}{7}$　　d) $\frac{2n}{7}-\frac{4m}{9}$

2. 次の代数式と数の掛け算をしましょう。

a) 2×7　　b) $-5y\times 5$　　c) $6z\times\left(-\frac{5}{3}\right)$　　d) $-\frac{4}{7}a\times\left(-\frac{3}{8}\right)$

C

代数式を数で割るには、これまでに学んだように割り算を掛け算に変換します。そして交換法則を使って代数式の係数を乗数で掛けます。例：

$$\begin{aligned}27x\div 3 &= 27x\times\frac{1}{3}\\ &= \overset{9}{\cancel{27}}\times\frac{1}{\underset{1}{\cancel{3}}}\times x\\ &= 9\times 1\times x\\ &= 9x\end{aligned}$$

次の手順でも解くことができます。

$$\begin{aligned}27x\div 3 &= \frac{27x}{3}\\ &= \frac{\overset{9}{\cancel{27}}x}{\underset{1}{\cancel{3}}}\\ &= 9x\end{aligned}$$

次の代数式と数の割り算をしましょう。

a) $32x\div 4$　　b) $-30t\div 6$　　c) $-15n\div(-5)$　　d) $36\div(-9)$

e) $7m\div\frac{7}{8}$　　f) $-3b\div\frac{3}{5}$　　g) $-5s\div\left(-\frac{10}{7}\right)$　　h) $-3x\div\left(-\frac{6}{11}\right)$

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

2.4 2つの項から成る代数式と数の掛け算

1. 次の代数式と数の掛け算をしましょう。

a) $3t \times 9$　　b) $-y \times 7$　　c) $4a \times \left(-\frac{3}{2}\right)$　　d) $-\frac{2}{5}n \times \left(-\frac{5}{6}\right)$

2. 次の代数式と数の割り算をしましょう。

a) $28y \div 2$　　b) $-35t \div (-7)$　　c) $-12n \div \frac{4}{7}$　　d) $-5x \div \left(-\frac{5}{7}\right)$

項が2つ以上ある代数式と数の掛け算は、分配法則を使って行います。

$$a(x + y) = ax + ay \quad \text{o} \quad (x + y) \times a = ax + ay$$

次の掛け算をしましょう。

a) $4(5x + 6)$　　b) $-5(-3n - 7)$　　c) $(2h - 1) \times 4$

d) $(-3n - 7) \times (-5)$　　e) $-(5t + 1)$　　f) $-(-5a - 8)$

g) $\frac{5}{2}(4m + 2)$　　h) $15(-\frac{4}{5}b - 5)$　　i) $\frac{1}{6}(\frac{12}{5}z - 24)$

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

2.5 2つの項から成る代数式と数の割り算

R 1. 次の代数式と数の割り算をしましょう。

a) $42x \div 6$　b) $-20x \div (-10)$　c) $-32x \div \frac{8}{3}$　d) $-6x \div \left(-\frac{3}{5}\right)$

2. 次の掛け算をしましょう。

a) $(-4+1) \times 2$　b) $(-3+2) \times (-3)$　c) $-(7-6)$　d) $6(\frac{1}{3}-5)$　e) $\frac{2}{3}(-6-9)$

C 項が2つ以上ある代数式と数の割り算は、例1のように、代数式と除数の逆数との掛け算に変換して行います。2のような形で計算することもできます。

1.
$$\begin{aligned}(8x+12) \div 4 &= (8x+12) \times \frac{1}{4}\\ &= 8x \times \frac{1}{4} + 12 \times \frac{1}{4}\\ &= \overset{2}{\cancel{8}} \times \frac{1}{\underset{1}{\cancel{4}}} \times x + \overset{3}{\cancel{12}} \times \frac{1}{\underset{1}{\cancel{4}}}\\ &= 2 \times 1 \times x + 3 \times 1\\ &= 2x+3\end{aligned}$$

2.
$$\begin{aligned}(8x+12) \div 4 &= \frac{8x+12}{4}\\ &= \frac{\overset{2}{\cancel{8x}}}{\underset{1}{\cancel{4}}} + \frac{\overset{3}{\cancel{12}}}{\underset{1}{\cancel{4}}}\\ &= \frac{2x}{1} + \frac{3}{1}\\ &= 2x+3\end{aligned}$$

次の割り算をしましょう。

a) $(5x+15) \div 5$　b) $(-24t+6) \div 3$　c) $(-16n-8) \div 4$　d) $(12z-8) \div (-2)$

e) $(-18x+42) \div (-6)$　f) $(-27x-45) \div (-3)$　g) $(-9x+21) \div \left(-\frac{3}{2}\right)$　h) $(2y+14) \div \left(-\frac{2}{5}\right)$

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

2.6 2つの項を含む代数式と数の掛け算

1. 次の掛け算をしましょう。

a) $(-5t-4)\times(-4)$　　b) $-(-2n-9)$　　c) $10(-\frac{3}{5}x+1)$　　d) $\frac{2}{7}(14z-21)$

2. 次の割り算をしましょう。

a) $(45x+9)\div 9$　　b) $(-25n-15)\div 5$　　c) $(-18x-30)\div(-6)$　　d) $(4y+20)\div\left(-\frac{4}{3}\right)$

分数の代数式を計算するときは、可能な限り分母を簡略化してから掛け算をします。

例：

$$\begin{aligned}\frac{4x+2}{3}\times 6 &= \frac{4x+2}{\cancel{3}_{1}}\times \cancel{6}^{2}\\ &= \frac{4+2}{1}\times 2\\ &= (4x+2)\times 2\\ &= 8x+4\end{aligned}$$

次の掛け算をしましょう。

a) $\frac{4n+3}{2}\times 4$　　b) $\frac{-2a+4}{4}\times 12$　　c) $24\times\frac{7t-5}{6}$　　d) $18\times\frac{-5z-8}{9}$

e) $\frac{t+5}{3}\times(-15)$　　f) $\frac{-4h-7}{4}\times(-36)$　　g) $-18\times\frac{4y-5}{3}$　　h) $-25\times\frac{-6x-4}{5}$

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

2.7 代数式を簡単にする

1. 次の割り算をしましょう。

a) $(42y + 7) \div 7$ b) $(-56t - 16) \div 8$ c) $(-20n - 18) \div (-2)$ d) $(24y + 6) \div \left(-\frac{3}{5}\right)$

2. 次の掛け算をしましょう。

a) $\frac{5t + 9}{4} \times 12$ b) $\frac{-3y - 5}{6} \times (-24)$ c) $15 \times \frac{-z - 3}{5}$ d) $-21 \times \frac{2a + 5}{7}$

与えられた代数式を簡単にするには、分配法則を使います。

a) $5x + 3x = (5 + 3)\,x$
$= 8x$

b) $5x - 3x = (5 - 3)\,x$
$= 2x$

同じ変数を含む項がある代数式を簡単にしましょう。

a) $7t + 5t$ b) $7n + n$ c) $9a - 5a$ d) $-6z + 2z$ e) $-3x - x$

f) $-y - y$ g) $b - b$ h) $-2.3h - 1.5h$ i) $-\frac{4}{7}z + \frac{6}{7}z$ j) $\frac{2}{5}y - \frac{6}{5}y$

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

2.8 同類項をまとめる

1. 次の掛け算をしましょう。

a) $\frac{3x+4}{6} \times 30$　　b) $\frac{-t-4}{4} \times (-32)$　　c) $21 \times \frac{-3a-5}{7}$　　d) $-27 \times \frac{5a+4}{9}$

2. 同じ変数の項を含む代数式を簡単にしましょう。

a) $4a + 2a$　　b) $3t - 5t$　　c) $-4x + 3x$　　d) $-5y - 3y$　　e) $-1.5b + 1.9b$　　f) $-\frac{5}{6}z + \frac{1}{6}z$

代数式は項の種類によっては簡単にすることができます。

- 同じ変数がある項
- 数字だけの項 (変数がない)

例：

a) $6x - 5 - 4x + 1 = 6x - 4x - 5 + 1$
$= (6 - 4)x - 5 + 1$
$= 2x - 4$

b) $-x + 7 - x - 6 = -x - x + 7 - 6$
$= (-1 - 1)x + 7 - 6$
$= -2x + 1$

変数が等しい項を**同類項**といいます。例えば、式 $6x + 5 - 4x + 1$ では、$6x$ と $-4x$ が同類項です。

次の代数式の同類項をまとめましょう。

a) $5t + 6 + 6t + 9$　　b) $n - 6 - 3n + 8$　　c) $7y + 3 - 4y - 6$　　d) $-a + 4 - a - 2$

e) $-6x - 8 + 9x - 3$　　f) $2z - 4 - 6z + 4$　　g) $-5h + 5 - h - 3$　　h) $-2m + 9 - m - 6$

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

2.9 代数式の足し算

R

1. 同じ変数の項を含む代数式を簡単にしましょう。

a) $2x+6x$ b) $5a-8a$ c) $-3y+6y$ d) $-h-7h$ e) $-1.1b+2.3b$ f) $-\frac{1}{4}x+\frac{5}{4}x$

2. 次の代数式の同類項をまとめましょう。

a) $4n+5-7n+4$ b) $x-6+3x+3$ c) $3a+5-2a-7$ d) $-3y+5-y-7$

C

2つの代数式、例えば $2a+10$ と $3a+15$ を足すには、次のように行います。

1. 最初の式を書きます。 $2a+10$
2. 和の記号 (+) を書きます。 $2a+10+$
3. 2つ目の式を書き、負の符号がある場合や項が2つ以上ある場合は、括弧で囲みます。 $2a+10+(3a+15)$
4. 括弧を外します。 $2a+10+3a+15$
5. 同類項をまとめます。 $5a+25$

次の代数式の足し算をしましょう。

a) $4y$と$6y+7$をたす b) $6n$と$-2n+5$をたす c) $-2a$と$-a+5$をたす d) $-7t$と$6t-8$をたす

e) $-4x-7$と$-2x-5$をたす f) $5z-3$と$-7z+8$をたす g) $5b+4$と$5b-4$をたす h) $3h+6$と$-3h+6$をたす

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

2.10 2つの代数式の引き算

R 1. 次の代数式の同類項をまとめましょう。

a) $7x+6-9x+9$　b) $t-2+8t+6$　c) $4n+3-4n-2$　d) $-7h+2-7h-6$

2. 次の代数式の足し算をしましょう。

a) $9a$と$2a-5$をたす　b) $7t$と$-t+10$をたす　c) $7x-8$と$-5x-6$をたす　d) $2y+2$と$-5y+4$をたす

C 2つの代数式の引き算は、次のように行います。

1. 被減数を書きます。　$3x+1$
2. 引き算の記号 (–) を書きます。　$3x+1-$
3. 減数を書き、負の符号がある場合や項が複数ある場合は、括弧で囲みます。
   $3x+1-(2x-3)$
4. 被減数の項の符号を変えて、引き算を足し算にします。
5. 括弧を外します。　$3+1+(-2+3)$
6. 同類項をまとめます。　$3+1-2+3$
   $3-2+1+3=+4$

次の代数式の引き算をしましょう。

a) $5a+9$ から $2a+7$ を引く　b) $2z+9$ から $7z+7$ を引く　c) $2h+4$ から $h-6$ を引く

d) $-4y-8$ から $-4y-5$ を引く　e) $-b+3$ から $-5b-3$ を引く　f) $-2m+3$ から $-7m+3$ を引く

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

2.11 混合計算

1. 次の代数式の足し算をしましょう。

a) $6x$と$9x-7$をたす　b) $6n$と$-3n+5$をたす　c) $3y-4$と$-7y-9$をたす　d) $4a+5$と$-5a+6$をたす

2. 次の代数式の引き算をしましょう。

a) $4b-16$から$9b+8$をひく　b) $3t+2$から$5t-1$をひく　c) $6x+5$から$-4x+6$をひく

混合計算のやり方：

1. 分配法則を使って、括弧を取ります。
2. 交換法則を使い、変数に応じて項を並べ替えます。
3. 同類項をまとめます。

上のような混合計算で分配法則を使うときには、符号に特に注意が必要です。

次の混合計算をしましょう。

a) $12(x+1)+3(2x+3)$　b) $5(-3y-4)+6(3y-3)$　c) $3(2x-5)-(x+3)$

d) $3(n-5)-4(3n+2)$　e) $-4(-a+4)-7(a-2)$　f) $7(-2t-5)-(-3t-9)$

g) $\frac{3}{4}(8h-4)-3(h+3)$　h) $-\frac{1}{2}(6z-18)+\frac{3}{5}(-5z+15)$　i) $-\frac{5}{6}(10h-18)+\frac{5}{9}(3h-6)$

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

2.12 学習内容の自己評価

問題を解き、学習した内容について適切だと思うところに「X」印を入れましょう。
正直に答えましょう。

項目	はい	改善できます	いいえ	コメント
1. 次のような、代数式と数の掛け算をすることができます。 $5a\times4,\ 4a\times\left(-\frac{3}{2}\right),\ -5(-3n-7),\ \frac{5}{2}(4m+2).$				
2. 次のような、代数式と数の割り算をすることができます。 $(-27x-6)\div(-3),\ -12n\div\frac{4}{7},\ -15n\div(-5).$				
3. 掛け算と割り算が混ざった $\frac{4n+3}{2}\times4,\ \frac{-3a-5}{7}\times21$ のような、代数式と数の混合計算をすることができます。				
4. 次のような、変数が同じ項がある代数式を簡単にすることができます。$4a+2a$、$9a-5a$				
5. $5t+6+6t+9$、$4n+3-4n-2$ のような代数式で、同類項を正しくまとめることができます。				
6. $-2a$ と $-a+5$ を足したり、$4a+5$ と $-5a+6$ を足すような、2つの代数式の足し算を正しく行うことができます。				
7. $3t+2$ から $5t+1$ を引いたり、$5a+9$ から $-8a+7$ を引くような、2つの代数式の引き算を正しく行うことができます。				
8. 足し算と引き算が混ざった $3(2x-5)-(x+3)$ y $-\frac{1}{4}(4a-12)+\frac{5}{2}(4a-6)$ のような代数式の混合計算を正しく行うことができます。				

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

3.1 等しい関係を表す

同じ値を表す2つの代数式は、記号 (=) で結ばれます。同じ値を表す2つの数式の関係を**等式**といいます。

等式 $4x = y$ では：

$4x = y$

左辺　　右辺

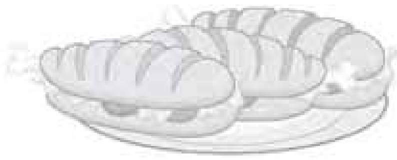
等式の例：

等式	読み方
a) 10 = 10	10 **イコール** 10
b) 5 + 2 = 7	5 + 2 **イコール** 7
c) 3 + 4 = 6 + 1	3 + 4 **イコール** 6 + 1

1. 次の問題を読み、各問について等式を書きましょう。

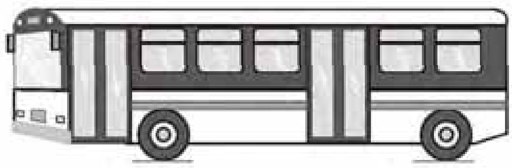
a) フアンはx歳で、マリオはy歳です。フアンはマリオよりも4歳年上です。

b) チキンサンドを2ドルで買います。チキンサンドはひとつyドルです。



c) 国際女性デーのお祝いにaドルのケーキを買いました。bドル札で支払ったら、おつりは4ドルでした。

d) 時速 n kmで走る自動車と、時速 m kmで走るバスが27 km進むとき、発生する時間の差は1時間です。



2. 次の等式で、どちらが左辺でどちらが右辺かをノートに書きましょう。

a) $3 \times 6 = 18$　　b) $7 + 5 = 3 + 9$　　c) $7a = 4b$　　d) $7 - 5n = m + 5$

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

3.2 等しくない関係を表す

R マルタは分速 y mで走り、アントニオは分速 x mで走ります。マルタがアントニオより2倍の速さで走るとき、その関係を等式を使って表しましょう。

C 記号 $<$ または $>$ は、異なる数量の関係を表すのに用います。記号 $<$ は「**小なり**」と読み、$>$ は「**大なり**」と読みます。

記号 $\leq$ または $\geq$ は、2つの等しい数量または異なる数量の関係を表すのに用いられます。記号 $\leq$ は **小なりイコール** と読み、$\geq$ は **大なりイコール** と読みます。これらの記号を用いた2つの数式の関係を、**不等式**といいます。

不等式 $5x \leq 65$ では：

$$5x \leq 65$$

左辺　　右辺

不等式の例：

不等式	読み方
a) $x < 8$	x **小なり** 8
b) $10 \leq x$	10 **小なりイコール** x
c) $x > 4$	x **大なり** 4
d) $x \geq 7$	x **大なりイコール** 7

不等を表すとき、「小なり」や「大なり」などの表現ではなく、「より少ない」や「より多い」などの代替表現を使って表されることがあります。

1. 次の問題を不等式で表しましょう。
   a) ある教科の合格ラインは6点です。カルロスは t 点で合格しました。

   b) サン・ビセンテにあるチャパラスティーケ火山へ行くには、**少なくとも**8ドルかかります。先週アナは、x ドルを持って火山へ出かけました。

   c) カルロスの体重は n ポンドで、理想体重です。106ポンド**より多く**122ポンド**より少ない**のが彼の年齢の理想体重です。

2. 1 kWhあたりの電気料金は0.16ドルで、1立方メートルあたりの水道料金は0.30ドルです。ホセの家では、電気を a kWh、水を b 立方メートル消費します。月1と月2について、次の不等式はどんなことを表しているのか答えましょう。

   a) $0.16a + 0.3b \leq 25$　　　b) $0.16a + 0.3b \geq 10$

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

応用問題

1. タイル張りの2階建て家屋を建設中です。次の問題に答えましょう。

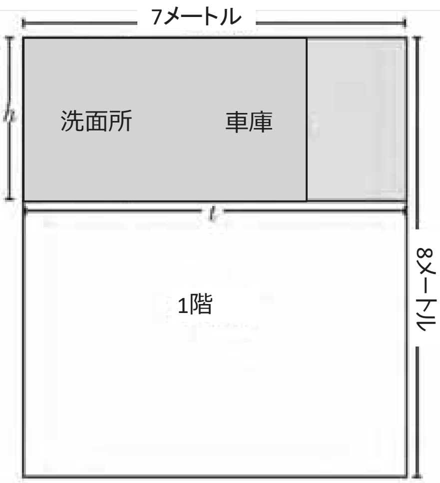
   a) 横 x cm、縦 y cmの長方形タイルを20枚張るとき、タイルで覆うことのできる面積を代数式で表しましょう。

   b) 翌日、タイル職人はさらにタイルを張っていきます。次の場合、2日間でタイル張りになる面積の合計を代数式で表しましょう。

      i) 横 x cm、縦 y cmのタイルを30枚張った場合

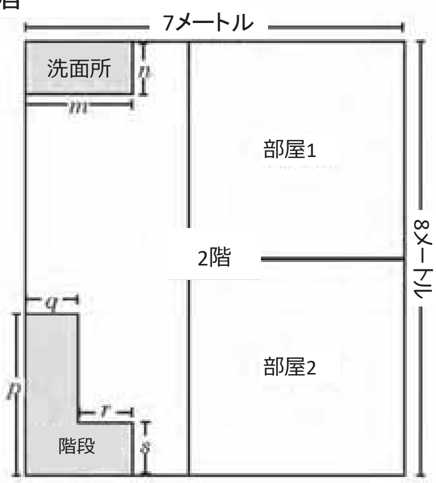
      ii) 横 a cm、縦 b cmのタイルを40枚張った場合

2. 見積書を出すにあたり、階ごとの費用を計算します。各問にある情報を踏まえて、それぞれの階の費用を代数式で表しましょう。
   a) 1階



黒くなっている部分にはタイルを張りません。

   b) 2階



   c) タイルを 1 m^2 張るのにかかる費用は2.5ドルです。家全体をタイル張りにするにはいくらかかりますか。

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

ユニット 5

一次方程式

歴史的にみて、一次方程式は、人間が活動する中で直面する問題を解決するのに非常に有用な道具となってきました。例えばエジプト人は、仮定法という方法を用いていましたが、これは $3x + 5x = 16$ のような方程式を解くのに、(例として) $x = 4$ のような値を代入して、$3 \times 4 + 5 \times 4 = 32$ という結果を得て、これに帰一算を使用して、真の解である $x = \frac{4 \times 16}{32} = 2$ を算出するというものでした。

金融数学の分野では、方程式の応用が非常に重要です。

一次方程式の一般的解法は、古代に、インドのような国で提起され、その学術各分野での使用と応用は、自動車工学での速度や距離の計算、百分率や割引額の計算、遺産の計算、報酬と給料の計算、システム工学その他の関わり合いの中で、今日まで非常に重要なものであり続けてきました。それゆえに、これが多くの職業、専門で使用されているために、根本的に重要なものになっています。

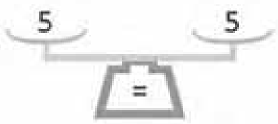
このユニットは、同等性の概念とその性質、未知数が1つの一次方程式の解法と、生活環境で生じるさまざまな問題解決におけるその応用について、比例や他前提知識を組み入れて進行していきます。

1.1 2つの数式の同等性

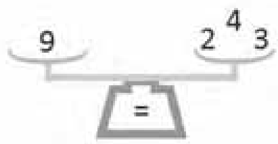
記号 (=) は2つの数式が等しいことを示すための数学記号であることを覚えておきましょう。

1. 以下に示す天秤を観察して、それぞれで表されている同等性について書き表しましょう。

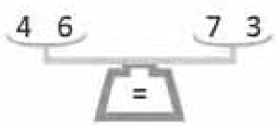
a)



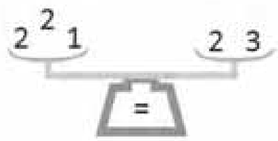
b)



c)



d)



2.数学的同等性が満たされるようにして、空白を埋めましょう。

a) 8 + ___ = 16　　b) 5 + ___ = 13

c) 3 + ___ = 4 + 6　　d) 7 − ___ = 3

e) 6 − ___ = −4　　f) ___ − 5 = 5

g) 17 − ___ = 20 − 10　　h) 19 − 4 = 5 + ___

3.数学的同等性が満たされるようにして、空白 □ を埋めましょう。

a) □ = 25　　b) □ = −5

c) □ − 12 = 10　　d) 25 − □ = 20

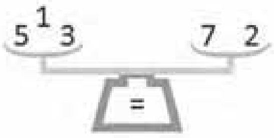
e) 8 − □ = −10　　f) □ − 15 = −5

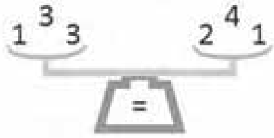
g) 10 − □ = 4 − 9　　h) 18 − 6 = □ − 12

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

1.2 2つの代数式の同等性

1. 以下の天秤の皿の上にある数式の同等性を書き表しましょう。

a)


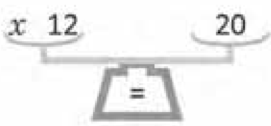
b)


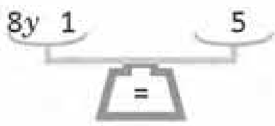
2. 数学的同等性が満たされるようにして、空白を埋めましょう。

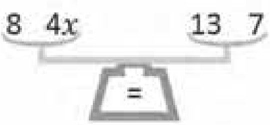
a) ___ – 1 = 26　　b) 30 – ___ = 20 – 8　　c) 40 – 35 = ___ – 45

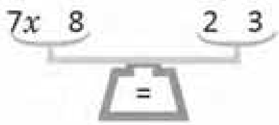
2つの代数式が同じ値を表していることを記号を用いて記述する際にも、記号 (=) を用います。

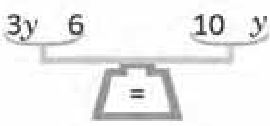
以下の天秤の上にある数式の数学的同等性を書き表しましょう。

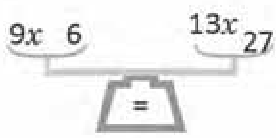
a)


b)


c)


d)


e)


f)


解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

2.1 方程式の解

1. 空欄を、同等性が保てるような数で埋めましょう。

a) $9 + \_\_\_\_\_ = 17$　　b) $\_\_\_\_\_ + 2 = 7$　　c) $4 + 2 = 3 + \_\_\_\_\_$

d) $8 - \_\_\_\_\_ = 5$　　e) $3 - \_\_\_\_\_ = -2$　　f) $6 - \_\_\_\_\_ = 4 - 3$

2. 数学的同等性が満たされるようにして、空白 $\square$ を埋めましょう。

a) $\square + 3 = 5$　　b) $-4 - \square = -7$　　c) $33 + 33 = 3 + \square$　　d) $14 - 4 = \square + 12$

3. 次の天秤の皿の上にある数式の数学的同等性を書き表しましょう。

a)


b)


1つの変数を含む2つの数式の等式を**方程式**と呼びます。
ある方程式で、変数で表される未知の値を**未知数**と呼びます。
等式を満たす未知数の値を、**方程式の解**と呼び、解を求める過程のことを**方程式を解く**と言います。

例：
31, 32, 33, 34, 35, 36 から、方程式 $\mathbf{5x + 300 = 470}$ の解を求めましょう。

x の値	左辺 $5x + 300$	右辺の結果
$x = 31$ の場合	$5 \times 31 + 300$	455
$x = 32$ の場合	$5 \times 32 + 300$	460
$x = 33$ の場合	$5 \times 33 + 300$	465
$x = 34$ の場合	$5 \times 34 + 300$	470
$x = 35$ の場合	$5 \times 35 + 300$	475
$x = 36$ の場合	$5 \times 36 + 300$	480

x の値が 34 のとき、左辺の値は右辺の値と等しくなり、よって、方程式が定める数学的同等性が満たされます。

1. 次の方程式の内、3 という値が解になるのはどれですか?（それぞれの方程式で値を代入して、答えを求めましょう）

a) $2x + 4 = 10$　　b) $3x - 7 = 2$　　c) $8x + 5 = 21$　　d) $4x - 8 = 4$

2. 次のどの方程式が、値 -4 を解としてもちますか?（それぞれの方程式で値を代入して、答えを求めましょう）

a) $x - 5 = -9$　　b) $2x + 3 = 5$　　c) $3x + 6 = -6$　　d) $5x + 20 = 2$

3. 次のどの方程式が、値 0.5 を解としてもちますか?（それぞれの方程式で値を代入して、答えを求めましょう）

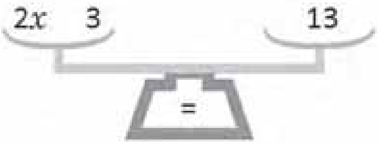
a) $2x - 3 = -1$　　b) $x + 2.5 = 3$　　c) $3x - 3.5 = -2.6$　　d) $-3x + 4.5 = 3$

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

2.2 等式の性質

R 1. 次の天秤の皿の上にある数式の数学的同等性を書き表しましょう。

a)



b)

2. 次のどの方程式が、値 7 を解としてもちますか?(それぞれの方程式で値を代入して、答えを求めましょう).

a) $3x + 3 = 27$　　b) $3x - 8 = 10$　　c) $5x + 9 = 44$

C

未知数について解くためには、以下の等式の性質を適用します。

次の場合に、数学的同等性が保たれます：
1. 両辺に、同じ数または数式を足した場合。もし A = B であれば、A + C = B + C.
2. 両辺から、同じ数または数式を引いた場合。もし A = B であれば、A − C = B − C.
3. 両辺に、同じ数または数式を掛けた場合。もし A = B であれば、A × C = B × C.
4. 両辺を、(0でない) 同じ数または数式で割った場合。もし A = B で、C が0でなければ、A ÷ C = B ÷ C.
5. 左辺と右辺を交換する場合。もし A = B であれば、B = A.

上で述べた条件は、**等式の性質** と言われます。
例：

以下で、方程式 $3x + 2 = 41$ を解くのに使用される性質を示します。

$3x + 2 = 41$

$3x + 2 - 2 = 41 - 2$ ...　性質2

$3x = 39$

$3x \div 3 = 39 \div 3$ ...　性質4

$x = 13$

次の方程式の、灰色になっている解答過程で使用されている性質の番号を、識別して記入しましょう。

a)

$8x + 2 = 42$

$8x + 2 - 2 = 42 - 2$ ...　[　　]

$8x = 40$

$8x \div 8 = 40 \div 8$ ...　[　　]

$x = 5$

b)

$\frac{1}{3}x - 2 = 8$

$\frac{1}{3}x - 2 + 2 = 8 + 2$ ...　[　　]

$\frac{1}{3}x = 10$

$\frac{1}{3}x \times 3 = 10 \times 3$ ...　[　　]

$x = 30$

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

2.3 等式の性質1を応用した方程式の解答

1. 次のどの方程式が、値 –4 を解としてもちますか?(それぞれの方程式で値を代入して、答えを求めましょう)

a) $2x + 3 = -5$　　b) $3x - 8 = 1$　　c) $8x - 3 = -35$　　d) $4x - 8 = 0$

2. 次の方程式の、灰色になっている解答過程で使用されている性質の番号を、識別して記入しましょう。

a)
$$-x - 6 = 24$$
$$-x - 6 + 6 = 24 + 6 \ldots \boxed{}$$
$$-x = 30$$
$$-x \times (-1) = 30 \times (-1) \ldots \boxed{}$$
$$x = -30$$

b)
$$5x + 2 = 7$$
$$5x + 2 - 2 = 7 - 2 \ldots \boxed{}$$
$$5x = 5$$
$$5x \div 5 = 5 \div 5 \ldots \boxed{}$$
$$x = 1$$

方程式を、等式の**性質1**を用いて解く際には、両辺に同じ数を足し、一方の辺に未知数のみが残るようにします。

いくつかの方程式の解答例：

a) $x - 3 = 2$
$x - 3 + 3 = 2 + 3$
$x = 5$
両辺に 3 を足します。

b) $-6 + x = 1$
$-6 + x + 6 = 1 + 6$
$x = 7$
両辺に 6 を足します。

c) $x - 7 = -4$
$x - 7 + 7 = -4 + 7$
$x = 3$
両辺に 7 を足します。

d) $x - 4 = -8$
$x - 4 + 4 = -8 + 4$
$x = -4$
両辺に 4 を足します。

x についての方程式を解くためには、式を x について解きます。

1. 方程式の解答過程上の空欄を埋めましょう。

a)
$$x - 5 = 12$$
$$x - 5 + \boxed{} = 12 + \boxed{}$$
$$x = 17$$

b)
$$-3 + x = 10$$
$$-3 + x \boxed{}\ 3 = 10 \boxed{}\ 3$$
$$x = 13$$

2. 次の方程式を解きましょう。

a) $x - 4 = 6$　　b) $x - 2 = 14$　　c) $-7 + x = -3$

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

2.4 等式の性質2を応用した方程式の解答

R

1. 次の方程式の、灰色になっている解答過程で使用されている性質の番号を、識別して記入しましょう。

a) $3x - 7 = -28$

$3x - 7 + 7 = -28 + 7$ ... $\boxed{}$

$3x = -21$

$3x \div 3 = (-21) \div 3$ ... $\boxed{}$

$x = -7$

b) $\frac{4}{3}x - 1 = 7$

$\frac{4}{3}x - 1 + 1 = 7 + 1$ ... $\boxed{}$

$\frac{4}{3}x = 8$

$\frac{4}{3}x \times \frac{3}{4} = 8 \times \frac{3}{4}$ ... $\boxed{}$

$x = 6$

2. 次の方程式を解きましょう。

a) $x - 10 = 4$　b) $-8 + x = 8$　c) $x - 15 = -10$　d) $x - 10 = -20$

C

前掲のような方程式を、等式の**性質2**を用いて解く際には、両辺から同じ数を引き、一方の辺に未知数のみが残るようにします。

いくつかの方程式の解答例：

a) $x + 2 = 3$

$x + 2 - 2 = 3 - 2$

$x = 1$

両辺から 2 を引きます。

b) $4 + x = 9$

$4 + x - 4 = 9 - 4$

$x = 5$

両辺から 4 を引きます。

c) $x + 7 = 4$

$x + 7 - 7 = 4 - 7$

$x = -3$

両辺から 7 を引きます。

d) $x + 4 = -8$

$x + 4 - 4 = -8 - 4$

$x = -12$

両辺から 4 を引きます。

1. 方程式の解答過程上の空欄を埋めましょう。

a) $x + 2 = 3$

$x + 2 - 2 = 3 - 2$

$x = 1$

b) $3 + x = 7$

$3 + x \boxed{} 3 = 7 \boxed{} 3$

$x = 4$

2. 次の方程式を解きましょう。

a) $x + 4 = 12$　b) $x + 6 = 13$　c) $5 + x = 8$

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

2.5 移項の方法

1. 以下の方程式の解答過程上の空欄を埋めましょう。

a)
$$x - 15 = 30$$
$$x - 15 + \square = 30 + \square$$
$$x = 45$$

b)
$$-10 + x = 20$$
$$-10 + x \,\square\, 10 = 20 \,\square\, 10$$
$$x = 30$$

2. 次の方程式を解きましょう。

a) $x - 3 = -2$

b) $x - 2 = -4$

3. 以下の方程式の解答過程上の空欄を埋めましょう。

a)
$$x + 3 = 7$$
$$x + 3 - \square = 7 - \square$$
$$x = 4$$

b)
$$5 + x = 8$$
$$5 + x \,\square\, 5 = 8 \,\square\, 5$$
$$x = 3$$

4. 次の方程式を解きましょう。

a) $x + 3 = 1$

b) $x + 5 = -4$

ある項が、一方の辺から他方の辺に符号を変えて移動することを**移項**と呼びます。

例えば、方程式 $x - 3 = 4$ を、以下のようにして移項して解きます：

$$x \boxed{-\ 3} = 4$$
$$x = 4 \boxed{+\ 3}$$
$$x = 7$$

数 3 は、左辺では引いていましたが、右辺に移って足します。

移項して、次の方程式を解きましょう：

a) $x - 7 = 3$
$$x = 3 + \square$$
$$x = \square$$

b) $x + 4 = 8$

c) $-3 + x = 3$
$$x = 3 + \square$$
$$x = \square$$

d) $7 + x = 14$

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

2.6 等式の性質3を応用した方程式の解答

R

1. 以下の方程式の解答過程上の空欄を埋めましょう。

a)
$$x + 20 = 75$$
$$x + 20 - \boxed{} = 75 - \boxed{}$$
$$x = 55$$

b)
$$11 + x = 22$$
$$11 + x \boxed{} 11 = 22 \boxed{} 11$$
$$x = 11$$

2. 次の方程式を解きましょう。

a) $x + 3 = 1$　　b) $x + 2 = -4$

3. 移項して、次の方程式を解きましょう。

a) $x - 10 = 5$
$$x = 5 + \boxed{}$$
$$x = \boxed{}$$

b) $x - 5 = 7$

c) $-9 + x = 4$
$$x = 4 + \boxed{}$$
$$x = \boxed{}$$

d) $-4 + x = 7$

C

方程式を、等式の**性質3**を用いて解く際には、両辺に未知数の係数の逆数を掛けましょう。未知数が伴う係数が分数である場合には、まず、分数と未知数の掛け算のように書き表した後に、両辺に分数の逆数を掛けます。

例えば：

$$\frac{1}{5}x = 10$$
$$\frac{1}{5}x \times 5 = 10 \times 5$$
$$x = 50$$

前掲のような事例で、未知数について解く際の実践上の決め事の一つとして、未知数を係数 1 で書き、もう一方の辺に未知数の元の係数の逆数を掛けるようにします。例えば：

$$\frac{1}{5}x = 10$$
$$x = 10 \times 5$$
$$x = 50$$

$$\frac{x}{6} = 2$$
$$\frac{1}{6}x = 2$$
$$x = 2 \times 6$$
$$x = 12$$

1. 以下の方程式の解答過程上の空欄を埋めましょう。

a)
$$\frac{1}{4}x = 3$$
$$\frac{1}{4}x \times \boxed{} = 3 \times \boxed{}$$
$$x = 12$$

b)
$$\frac{x}{7} = 3$$
$$\frac{1}{7}x = 3$$
$$\frac{1}{7}x \boxed{} 7 = 3 \boxed{} 7$$
$$x = 21$$

2. 次の方程式を解きましょう。

a) $\frac{x}{8} = 3$　　b) $\frac{1}{10}x = -4$　　c) $-\frac{x}{8} = 3$

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

2.7 等式の性質4を応用した方程式の解答

R

1. 移項して、次の方程式を解きましょう。

a) $x + 5 = 8$

$x = 8 - \boxed{}$

$x = \boxed{}$

b) $x - 1 = 5$

c) $3 + x = -7$

$x = -7 - \boxed{}$

$x = \boxed{}$

d) $-8 + x = -4$

2. 以下の方程式の解答過程上の空欄を埋めましょう。

a)

$\frac{1}{8}x = 5$

$\frac{1}{8}x \times \boxed{} = 5 \times \boxed{}$

$x = 40$

b)

$-\frac{x}{2} = 3$

$-\frac{1}{2}x = 3$

$-\frac{1}{2}x \boxed{} (-2) = 3 \boxed{} (-2)$

$x = -6$

3. 次の方程式を解きましょう。

a) $\frac{x}{3} = -4$

b) $-\frac{1}{9}x = -2$

C

方程式を、等式の**性質4**を用いて解く際には、両辺を未知数の係数で割ります。これは任意になりますが、方程式を、前回授業のように**性質3**を用いて解くことができますが、この際には方程式の両辺に未知数の係数の逆数を掛けます。例えば：

$$7x = -21$$
$$7x \div 7 = (-21) \div 7$$
$$x = -3$$

$$7x = -21$$
$$7x \times \frac{1}{7} = -\cancel{21}^{3} \times \frac{1}{\cancel{7}_{1}}$$
$$x = -\frac{3}{1}$$
$$x = -3$$

前掲のような方程式で、未知数について解く際の実践上の決め事の一つとして、未知数を係数 1 で書き、もう一方の辺を直接に未知数の係数で割るようにします。
例えば：

$$7x = -21$$
$$x = -21 \div 7$$
$$x = -3$$

1. 以下の方程式の解答過程上の空欄を埋めましょう。

a)

$3x = 9$

$3x \div \boxed{} = 9 \div \boxed{}$

$x = 3$

b)

$2x = 10$

$2x \div \boxed{} = 10 \div \boxed{}$

$x = 5$

2. 次の方程式を解きましょう。

a) $8x = -32$

b) $-7x = 42$

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

2.8 性質を1つ以上応用した方程式の解答

R 1. 次の方程式を解きましょう。

a) $\frac{x}{5} = -9$　　b) $-\frac{1}{9}x = -2$　　c) $-\frac{1}{10}x = -6$

2. 次の方程式を解きましょう。

a) $8x = -16$　　b) $-10x = 30$

C ここまでの授業で触れたような方程式を解くためには、以下をしなければなりません。

1. 既知数を右辺に移項すること。
2. 指定された計算を実行すること。
3. x について解くために、性質3または性質4を適用すること。

例えば：

a)
$$\begin{aligned} 5x + 7 &= -8 \\ 5x &= -8 - 7 \\ 5x &= -15 \\ x &= -15 \div 5 \\ x &= -3 \end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned} -2x - 6 &= 10 \\ -2x &= 10 + 6 \\ -2x &= 16 \\ x &= 16 \div (-2) \\ x &= -8 \end{aligned}$$

c)
$$\begin{aligned} \frac{x}{5} - 7 &= 3 \\ \frac{x}{5} &= 3 + 7 \\ \frac{x}{5} &= 10 \\ x &= 10 \times 5 \\ x &= 50 \end{aligned}$$

次の方程式を解きましょう。

a) $2x + 5 = 9$　　b) $\frac{1}{7}x + 2 = 5$　　c) $\frac{x}{5} - 4 = -8$　　d) $-6x - 7 = 5$

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

2.9 両辺に未知数がある方程式の解答

1. 次の方程式を解きましょう。

a) $3x = 9$　　b) $5x = -20$　　c) $-2x = 10$　　d) $-7x = -14$

2. 次の方程式を解きましょう。

a) $2x - 3 = 5$　　b) $3x + 6 = -9$　　c) $\frac{x}{3} - 1 = 1$　　d) $\frac{1}{2}x + 3 = -4$

未知数が両辺にある方程式を解くためには、次のことをしなければなりません。

1. x をもつ項を全て左辺に移項すること。
2. 全ての既知数を右辺に移項すること。
3. 指定された計算を実行すること。
4. x について解くために、性質3または性質4を適用すること。

例えば：

$3x = 4 + 2x$　…$2x$ を左辺に移項します。

$3x - 2x = 4$

$x = 4$

次の方程式を解きましょう。

a) $3x = -16 - 5x$　　b) $7x = 20 + 3x$

c) $-9x = -3x + 24$　　d) $5x - 6 = -4x + 3$

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

2.10 習得内容の自己評価

問題を解き、自分が習得したことと照らし合わせて適切と思える欄に「×」で印を付けましょう。正直に答えましょう。

項目	はい	改善できます	いいえ	コメント
1. 次のような方程式を解けます。 a) $x-4=5$　　b) $x-6=-10$				
2. 次のような方程式を解けます。 a) $x+8=13$　　b) $x+6=-10$				
3. 次のような方程式を解けます。 a) $\frac{1}{4}x=3$　　b) $\frac{1}{9}x=-2$				
4. 次のような方程式を解けます。 a) $7x=14$　　b) $-x=9$				
5. 次のような方程式を解けます。 a) $2x+1=5$　　b) $\frac{x}{2}-3=4$				
6. 次のような方程式を解けます。 a) $2x=-3+x$　　b) $8x+2=3x+7$				

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

2.11 かっこ付き方程式の解き方

1. 次の方程式を解きましょう。

a) $5-2x=9$　　b) $-3x-2=-8$　　c) $-\frac{x}{4}+10=13$　　d) $-\frac{1}{6}x-8=-11$

2. 次の方程式を解きましょう。

a) $3x+6=-4-2x$　　b) $-4x-5=9+3x$　　c) $7x-2=-22+2x$

かっこ付き方程式は、次の手順で解くことができます。

1. 分配法則を使い、かっこを外します。
2. x があるすべての項を左辺に移項し、数のみの項をすべて右辺に移項します。

3. 計算をします。
4. x を求めるには、性質3または性質4を使います。

例：

$$
\begin{aligned}
2(x+3)+4 &= 20\\
2x+2\times 3+4 &= 20\\
2x+6+4 &= 20\\
2x+10 &= 20\\
2x &= 20-10\\
2x &= 10\\
x &= 5
\end{aligned}
$$

次の方程式を解きましょう。

a) $4(x+3)+5=25$　　b) $-5(x+2)+16=26$

c) $14+3(x+4)=2$　　d) $28-(x+5)=20$

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

2.12 解が分数や小数になる方程式

R 1. 次の方程式を解きましょう。

a) $-12x + 10 = -7x - 20$

b) $-4 + 8x = 5x + 2$

c) $-7 + 6x = 10x + 5$

2. 次の方程式を解きましょう。

a) $2(x - 3) + 4 = 6$

b) $-(x - 5) + 15 = 40$

c) $-5(x - 5) + 15 = 30$

C 一次方程式の解は、正負の分数、正負の小数になることがあります。例：

a) $4x = 2$

$x = 2 \div 4$

$x = \frac{1}{2}$ o $x = 0.5$

b) $5x + 1 = -6$

$5x = -6 - 1$

$5x = -7$

$x = (-7) \div 5$

$x = -\frac{7}{5}$ o $x = -1.4$

次の方程式を解きましょう。

a) $3x = 2$

b) $4x + 3 = 5$

c) $7x + 2 = 7 - 3x$

d) $5(3x + 1) - 1 = 10$

e) $-5 = 2(5x - 2) - 10$

f) $x + 3 = 3(2 - x)$

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

2.13 小数の項・係数がある方程式

1. 次の方程式を解きましょう。

a) $-(2x+4)+6=-2$ b) $-3(2x-3)+1=16$ c) $4(2x-1)-6=14$

2. 次の方程式を解きましょう。

a) $10x+2=-13$ b) $-7x-8=3x-2$ c) $-1+2(3x-1)=1$

小数の係数と項がある方程式を解くには、整数になるよう項の一つ一つに10、100、1,000など、小数点以下の桁数に応じた10の累乗を掛けて、x を求めます。

次の方程式を解きましょう。

a) $0.3x=1.2$ b) $0.09x=-0.27$ c) $-0.25x=0.75$ d) $-0.4x=1.2$

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

2.14 分数の項・係数がある方程式

R

1. 次の方程式を解きましょう。

a) $3x + 2 = 7 - 2x$　　b) $7x + 3 = 2(2x - 3)$　　c) $3(x + 1) + 2 = 4(2x + 1) + 1$

2. 次の方程式を解きましょう。

a) $0.6x - 0.8 = 1.6$　　b) $0.52x + 1.58 = 0.02$

c) $-1.5x - 0.2 = 4.3$　　d) $1.5x - 0.5 = 2.5$

C

分数の係数と項がある方程式を解くには、項と係数の分母にその最小公倍数を掛けて整数にしてから、x を求めます。

次の方程式を解きましょう。

a) $\frac{1}{2}x - 4 = \frac{3}{2}$　　b) $\frac{4}{3}x + 3 = \frac{5}{6}x$　　c) $\frac{x}{8} - 5 = \frac{3}{4}x$

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

2.15 学習内容の自己評価

問題を解いて学習した内容を振り返り、当てはまる欄に"×" のチェックを入れましょう。正直に答えましょう。

項目	はい	改善できます	いいえ	コメント
1. 次のような方程式が解けます。 a) $2(x+4)+2=14$ b) $5-(x-4)=12$				
2. 次のような方程式が解けます。 a) $6x=2$ b) $-9=3+5(x-2)$ c) $3(2x-1)-4=3(1-x)$				
3. 次のような方程式が解けます。 a) $0.3x-0.2=1.6$ b) $0.02x+0.04=0.18-0.05x$ c) $1.1x+1.7=0.6x+0.2$				
4. 次のような方程式が解けます。 a) $\frac{1}{2}x-3=\frac{1}{4}x$ b) $\frac{3}{5}x-1=-\frac{3}{10}x$ c) $-\frac{x+5}{2}=\frac{3}{4}$				

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

3.1 等式の性質を利用した方程式の応用

R

1. 次の方程式を解きましょう。

a) $1.2x + 1 = 0.4x + 4.2$

b) $3.75x - 2.25 = 1.25x - 4.75$

c) $-1.5x - 1.4 = 2.2 - 0.3x$

d) $-2.75x + 1.5 = -1.75x - 2.5$

2. 次の方程式を解きましょう。

a) $\frac{x}{4} + 3 = \frac{5}{2}x$

b) $\frac{x-3}{2} = \frac{x}{4}$

c) $\frac{x+4}{3} = -\frac{1}{6}x$

d) $\frac{2x-3}{4} - \frac{x}{8} = \frac{3}{8}$

C

一次方程式を使って問題を解く手順は以下の通りです。

1. どの数を未知数で表すか決めます。
2. 方程式を立てます。
3. 方程式を解きます。
4. 解答を出します。

次の方程式を解きましょう。

1. アントニオはトライアスロンの大会に出場します。計22,000 mのコースは、その半分がラン、7,500 mがバイクであるとき、スイムは何メートルでしょうか。

2. 数字 x に16を足すと、–8になります。x の値を求めましょう。

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

3.2 等式の性質を複数組み合わせて利用した方程式の応用

1. 次の方程式を解きましょう。

a) $-\frac{x-3}{2}=\frac{5}{4}$　　b) $-\frac{2x+5}{3}=\frac{1}{6}$　　c) $\frac{x+4}{8}+2=\frac{1}{4}$　　d) $-\frac{x-5}{6}+2=\frac{x}{12}$

2.アントニオは月曜日、火曜日、水曜日にアイスキャンディーを売ります。月曜日の利益は3ドルでしたが、水曜日にはアイスキャンディーが売れるよう値段を安くしなくてはなりませんでしたので、2ドルの損失でした。木曜日、アイスキャンディーを売るのは利益になるのかどうか計算してみたところ、3日間で合計5ドルの損失が出ました。火曜日はどれだけの損失もしくは利益が出ましたか。

授業で解いた問題を復習しましょう。
ミゲルはパパイヤ農園を所有しています。品質の悪いパパイヤがなる木を3本切りました。残りの木は1本あたり5個のパパイヤがなります。収穫の合計は355個でした。ミゲルは最初何本のパパイヤの木を持っていましたか。

まず最初に変数を決め、次に等式が成り立つ数量の関係を立てます。ここでは、木の本数に1本の木になるパパイヤの数を掛けたものが、パパイヤの合計数に等しいことになります。なので解き方は次のようになります。

x：ミゲルが最初に持っていた木の本数

パパイヤの木の本数	x
残りのパパイヤの木の本数	$x-3$
パパイヤの数	$5(x-3)$

$$\begin{aligned}5(x-3)&=355\\5x-15&=355\\5x&=355+15\\5x&=370\\x&=74\end{aligned}$$

答え：74本

1. 周囲150 cmの長方形で、底辺が高さの2倍の長さであるとき、底辺と高さそれぞれの長さを求めましょう。

2. ある数字に4を掛け、そのあと4を足すと、24になります。ある数字とはどの数字でしょうか。

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

3.3 未知数が2つ以上の項にある方程式の応用

R 1. −2、13、−7、14 ともう一つの数字を足した数は −27 です。5つめに足した数はなんでしょうか。

2. マリアの家には、周囲が40 mの庭があります。庭の縦の長さは横の長さの3倍です。
庭の寸法を求めましょう。

C 授業で解いた問題を復習しましょう。
ホセは金物屋でパートタイムで働いています。平日 (月曜から金曜) の給料は1日4ドル、週末 (土曜と日曜) の給料は1日6ドルです。ひと月に20日働き、給料が84ドルの時、平日は何日、休日は何日働きましたか。

まず最初に変数を決め、次に等式が成り立つ数量の関係を立てます。この場合、変数はホセに支払われた金額です。平日に働いた日数と、週末に働いた日数を足した日数分の給料が、1か月の給料になります。よって、この問題を解く手順は：

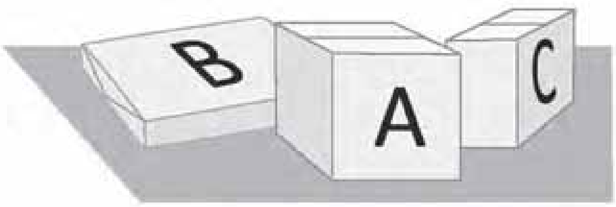
x： ホセが平日に働いた日数

	平日	週末
日数	x	$20 - x$
金額	$4x$	$6(20 - x)$
合計金額	$4x + 6(20 - x)$	

$$4x + 6(20 - x) = 84$$
$$4x + 120 - 6x = 84$$
$$120 - 2x = 84$$
$$-2x = 84 - 120$$
$$-2x = -36$$
$$x = 18$$

答え：平日に18日、週末に2日働きました。

フリアは手紙A、B、Cを郵便で送ります。郵便局では、重さで送料が決まります。AはBよりも5グラム重く、CはAよりも10グラム重いです。3通の合計が32グラムのとき、それぞれ何グラムでしょうか。



解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

3.4 両辺に変数をもつ方程式の応用

1. 次の問題を解きましょう。
ホッチキスとノート合わせて9品を購入します。ホッチキスはひとつ4ドル、ノートは1冊2ドルです。26ドルかかった場合、ホッチキスとノートはそれぞれどれだけ購入しましたか。

2. 次の問題を解きましょう。
アントニオは、マルタと数当てゲームで遊んでいます。アントニオが頭に思い浮かべている数は4つの連続する数で、その合計が138であると、マルタにヒントを出します。アントニオが頭に思い浮かべている数字はなんでしょうか。

授業で解いた問題を復習しましょう。
カルロスは5か月間スポーツジムに通う予定です。会員にならないと1か月20ドルかかります。しかし入会金30ドルを払って会員になれば1か月10ドルで利用できます。両方の条件を考慮すると、払う金額が同額になるのは何か月後ですか。予定していた期間だけ通うとしたら、会員になるべきですか。

会員になる場合とそうでない場合の両方について、支払った金額が同じになるまでの月数を求めるので、未知数は月数となります。次に、1か月に支払う金額は、会員にならない場合が20ドル、会員になる場合が10ドルです。会員にならない場合の合計支払金額と、会員になる場合の合計支払金額の間で等式が成り立ちます。

x： 同じ金額を払うまでにかかる月数

	非会員	会員
入会金		
月会費		
合計支払金額		

$$20x = 30 + 10x$$
$$20x - 10x = 30$$
$$10x = 30$$
$$x = 3$$

答え：3か月で同じ金額になります。5か月通うなら、会員になる方が安くなりお得です。

マルタは10歳で、彼女のお父さんは35歳です。お父さんの年齢がマルタの年齢の倍になるのは何年後ですか。

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

3.5 距離、速さ、時間への応用

R

1. 長方形の底辺は、高さよりも4 cm長いです。周りの長さが60 cmのとき、底辺の長さは何cmですか。

2. アントニオはお金を持っています。同額のシャツを50枚買うと、150ドルたりません。またそれと同じシャツを19枚買うと、5ドル余ります。アントニオはいくら持っていますか。

C

授業で解いた問題を復習しましょう。
マルタは家を出て学校へ向かいました。姉のフリアはその4分後に家を出ました。マルタは分速30 mで、フリアは分速50 mで歩きます。フリアは何分後にマルタに追いつきますか。家と学校の距離が280 mだとすると、フリアはマルタに追いつきますか。

フリアの歩いた時間を x とします。次に情報を整理して表を作ります。最後に方程式を作って解を求めます。

x： フリアが歩く分数

	マルタ	フリア
速さ	30 m/	50 m/
時間	x + 4	x
距離	30(x + 4)	50x

$$30\ (x + 4) = 50x$$
$$30x + 120 = 50x$$
$$30x - 50x = -120$$
$$-20x = -120$$
$$x = 6$$

答え：6 分

フリアは6分後にマルタに追いつくことがわかりました。設問の条件下で実際にフリアがマルタに追いつくか確認します。6 × 50 = 300 m となり、280 m より長い距離が出ました。家と学校の距離は280 mなので、フリアはマルタに追いつきません。

アントニオとカルロスが競走をしました。アントニオは分速25 mの速さで走り出し、その数分後に、カルロスが分速100 mで自転車に乗って追いかけます。
10分後にカルロスがアントニオに追いついたとしたら、
アントニオは何分早く出発したでしょうか。

ユニット5

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

3.6 比例問題への応用 (1)

1. フリアは55ドル、アナは43ドル持っています。2人は、割引されていた同じタイプのズボンを購入しました。今フリアはアナの倍のお金を所持しています。ズボンはいくらでしたか。

2. フリアは寝坊してしまい、学校まで走って行きました。いつも歩いて行くときよりも、5分早く着きました。フリアの歩く速さは分速50mで、走ると分速90mのとき、学校までの距離を答えましょう。

比例式 3 : b = 6 : d

$$\overbrace{3:\underbrace{b = 6}_{\text{内項}}:d}^{\text{外項}}$$

$$3d = 6b$$

次の比例式が成り立つとき： $3:b = 6:d$

$$\frac{3}{b} = \frac{6}{d}$$

$$\frac{3}{b} \times bd = \frac{6}{d} \times bd$$

$$3d = 6b$$

このように、比例式 3 : b = 6 : d は $3d = 6b$ の等式で表されます。つまり、外項の積と内項の積は等しくなります。この特性を**比例式の基本特性**といいます。

以上を応用して、次の問題を解きましょう。

豆とチーズ入りのププサを3つ食べると990カロリーになります。5つ食べたら何カロリーになりますか。比例式を書きましょう。

x： カロリー数

$$3:5 = 990:x$$
$$3x = 5 \times 990$$
$$3x = 4\,950$$
$$x = 1\,650$$

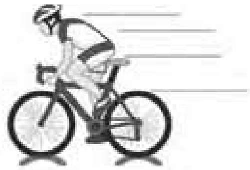
答え：1,650カロリー

フリアは60ドル、マルタはそれ以上の額を貯金しています。2人の貯金額の比は 2 : 7 です。マルタの貯金額はいくらですか。

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

3.7 比例問題への応用 (2)

1. ミゲルは、A地点からB地点まで往復する自転車レースに出場しました。行きは、時速12 km、帰りは時速24 kmで走り、タイムは計3時間でした。2つの地点の距離を答えましょう。



2. 2ポンドのケスィージョで24枚のププサを作ることができます。学校のイベントで288枚のププサを作るには、何ポンドのケスィージョが必要ですか。

授業で解いた問題を復習しましょう。
ある包装機は、シャツの箱を42箱包装するのに7日かかります。10日では何箱包装できますか。

x： 梱包できる箱の数

$$42:7 = x:10$$
$$42 \times 10 = 7x$$
$$420 = 7x$$
$$7x = 420$$
$$x = 60$$

答え：60 箱

テレビの縦と横の長さの比は 9 : 16 です。横の長さが96 cmとすると、縦の長さは何cmですか。

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

3.8 比例問題への応用 (3)

1. フリアは撮った写真を引き伸ばそうとしています。写真の横の長さが6 cm、縦の長さが4 cmで、引き伸ばしたあとの横の長さは9 cmです。引き伸ばしたあとの縦の長さは何cmですか。

2. 次の方程式を解きましょう。

a) $6:2x = 24:32$　　b) $3x:5 = 45:25$　　c) $13:17 = 78:51x$　　d) $7:23 = 2x:184$

授業で解いた問題を復習しましょう。
コーヒーと牛乳を 5：2 の割合で混ぜて 840 ml の飲み物を作りました。牛乳は何ミリリットル使いましたか。

2通りの方法で問題を解くことができます。

方法 1

x： 牛乳の量 (ml)

$$\begin{aligned} 5:2 &= (840 - x):x \\ 5x &= 2 \times (840 - x) \\ 5x &= 1680 - 2x \\ 7x &= 1680 \\ x &= 240 \end{aligned}$$

答え：240 ml

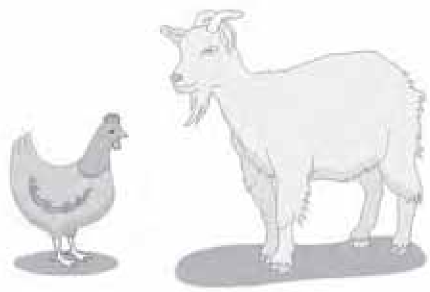
方法 2

x： 牛乳の量 (ml)

$$\begin{aligned} 2:7 &= x:840 \\ 2 \times 840 &= 7x \\ 7x &= 1680 \\ x &= 240 \end{aligned}$$

それぞれの比例式の解釈の違いは次の通りです。方法 1 はコーヒーの量に対する牛乳の量の割合、方法 2 は飲み物の量に対する牛乳の量の割合です。

ある牧場にはヤギと鶏がおり、その数を合わせると120になります。ヤギの数と鶏の数の割合は 2：6 です。鶏の数を答えましょう。



解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

応用問題

1. 領収書。次の領収書には、買ったものの内容が載っています。設問内容に従って解きましょう。

可変資本株式会社
サン・サルバドル県レアル通り107番

A.B.C.: 2324212071
領収書
N° 001 - 0000765

2018年9月15日、サン・サルバドル
宛名：______________________法人納税者番号：_____
住所：______________________配送証明書番号：________

	数量	品目	合計金額
	y	卵パック	27ドル
	7	パックジュース	*x* ドル
	1	ガム (箱)	2.5ドル
	1	炭酸水パック (1リットル)	5ドル
合計品数	15	**合計金額**	45ドル

a) 一次方程式を立てて、パックジュース7箱の合計金額を求めましょう。

b) 前問の方程式を解きましょう。

c) 一次方程式を立てて、パックジュース1箱の値段を求めましょう。

d) 前問の方程式を解きましょう。

e) 一次方程式を立てて、卵のパックをいくつ買ったか求めましょう。

f) 前問の方程式を解きましょう。

2. 覚えておきたい方程式歴史上最も重要とされる方程式をいくつか紹介します。

a) **ピタゴラスの定理** $a^2 + b^2 = c^2$ピタゴラス (紀元前530年)
b) **万有引力** $\mathbf{F} = \mathbf{G}\frac{m_1 m_2}{r^2}$ニュートン (1687年)
c) **相対性理論** $E=mc^2$ アインシュタイン (1905年)
d) **情報理論** $H = -\sum p(x) \log p(x)$ クロード・シャノン (1949年)
e) **カオス理論** $x_{t+1} = kx_t(1 - x_t)$ ロバート・メイ (1975年)

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

ユニット5