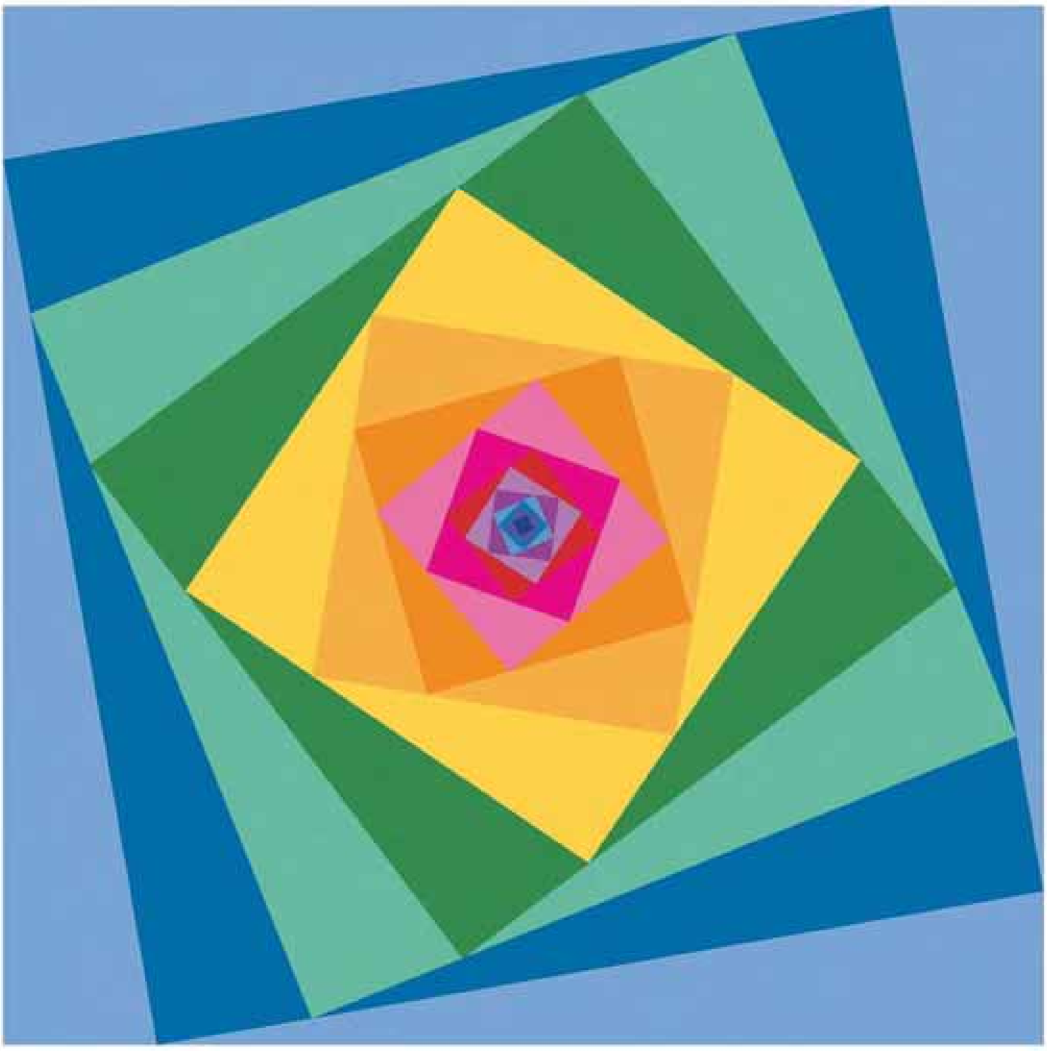
エルサルバドル政府

教育省

算数 8



練習帳

第二版

教育省執筆・レイアウト専門チーム

Ana Ester Argueta Aranda
Erick Amílcar Muñoz Deras
Diana Marcela Herrera Polanco
Reina Maritza Pleitez Vásquez
Francisco Antonio Mejía Ramos
Norma Elizabeth Lemus Martínez
Salvador Enrique Rodríguez Hernández
César Omar Gómez Juárez

レイアウトチーム
Francisco René Burgos Álvarez

文体修正
Marlene Elizabeth Rodas Rosales
Ana Esmeralda Quijada Cárdenas

国際協力機構（JICA）を通じた日本の技術協力

表紙には、教育的見地から連続する正方形の図を用いています。それぞれの正方形において４つの合同な直角三角形が作られています。

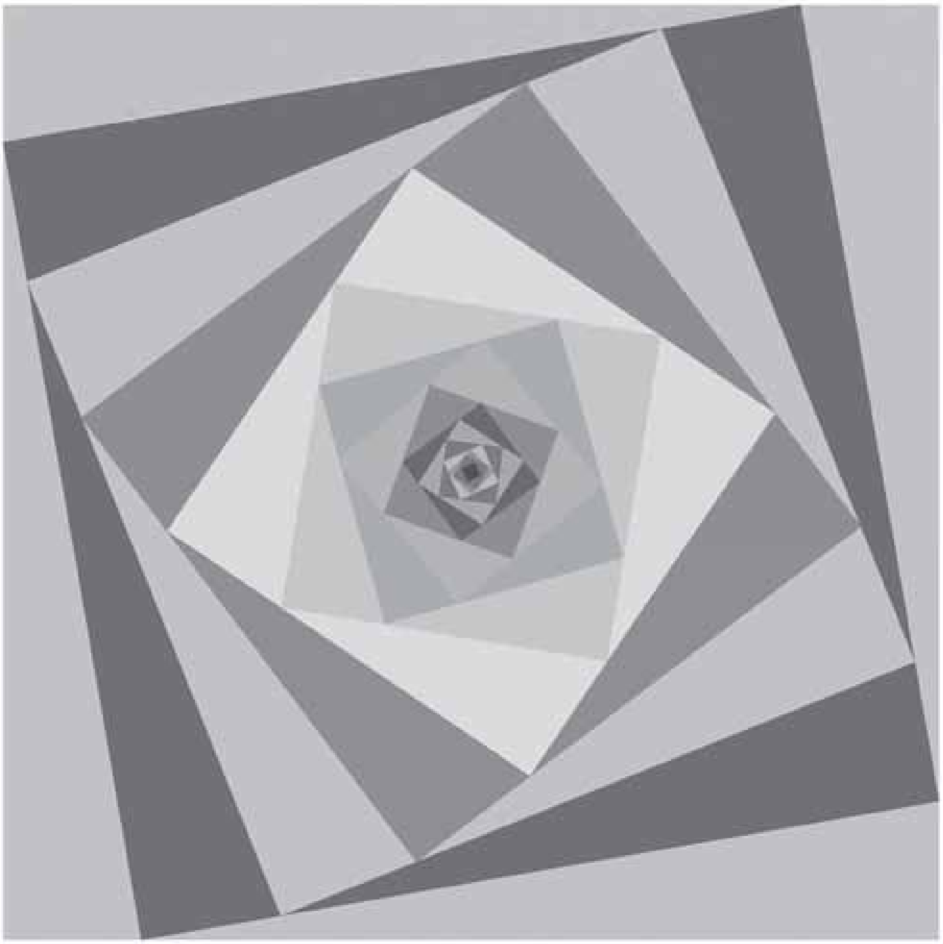
372.704 5
M425 算数 8：練習帳／執筆チーム Ana Ester Argueta、Erick Amílcar Muñoz、Diana Marcela Herrera、Reina Maritza Pleitez、Francisco Antonio Mejía、Norma Elizabeth Lemus、Salvador Enrique Rodríguez、César Omar Gómez；レイアウト Francisco René Burgos Álvarez；文体修正 Marlene Elizabeth Rodas -- 第1版 -- サンサルバドル、エルサルバドル：MINED、2018年。
185ページ：図解入り、28 cm. -- （Esmate）
ISBN 978-99961-70-68-3（印刷）
1. 算数-問題、練習など。2. 算数-教科書。3. 算数-教授。
I. Argueta Aranda、Ana Ester、1991年 共著。II. 表題

BINA/jmh

エルサルバドル政府

教育省

算数 8



練習帳
第二版

生徒の皆さんへ：

新しい学年に皆さんをお迎えし、皆さんがこれから算数のさらなる知識を得る機会を得ることを喜ばしく思います。

教育・科学技術省（MINEDUCYT）では、初等教育及び中等教育における算数教育向上計画（ESMATE）を通じ、皆さんのために様々な教育教材を開発してきました。その中のひとつが、いま皆さんが手にされている「練習帳」です。

この練習帳には、皆さんが考える力を強化し、算数の能力を伸ばせるような問題やアクティビティがたくさん含まれています。そうした能力は、日常生活の問題を解決するために役に立つものです。

ですから、この練習帳にある問題を一つ一つに、挑戦だと思って取り組んでみてください。皆さんが、私たちの国の発展に貢献してくれる模範的な市民となるために、この練習帳にすべての力を注いで取り組むことを期待しています。

Carla Evelyn Hananía de Varela
教育・科学技術大臣

Ricardo Cardona Alvarenga
教育副大臣

練習帳の紹介

練習帳は教科書の内容を補うものですが、教科書とは違い、この練習帳では生徒の皆さんが学校で学んだ内容を毎日家で練習するためのものです。これにより、算数の知識を強固なものとし、教育省が公式に定めている能力に達することが期待されます。

教科書と練習帳の関係に基づき、教科書の一授業に対して練習帳の一課が対応する形になっています。

アイコン

Rの文字は**復習**を示しています。このセクションではそれまでの授業二つ分の問題と練習が示されており、その授業の内容を学習する前に復習ができるようになっています。

Cの文字は**結論**を示し、内容の説明がなされています。大部分において、この結論は教科書の内容と同じものになっていますが、一部においては生徒たちによりわかりやすくするように、各解答について例が付け加えられています。

鉛筆のマークは、問題と練習の部分を示しています。

補足情報

この本では、内容の習得を容易にするために事前知識やヒント、追加情報を記載しています。これは次のように示されています：

補足情報

授業配分

この本は8つの教材ユニットから成っています。各ユニットは複数のレッスンから成り、さらに各レッスンは複数の授業で成っています。各授業の番号の振り方については、一つ目の数字がレッスン番号を示し、二つ目の数字が授業番号を示しています。例えば、この本のユニット3におけるレッスン2の授業1は次のように表示されています：

レッスン番号を表示します。

2.1 二元一次方程式のグラフの書き方

授業番号を表示します。

ユニット番号は奇数ページの側部ラベルに示されています。

ユニット3

目次

1 ユニット

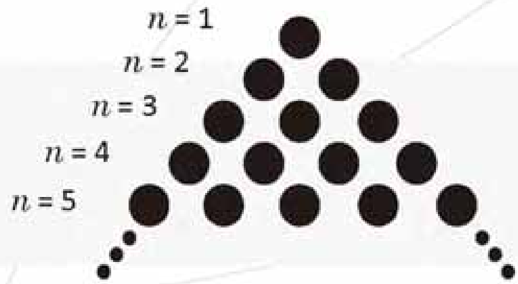
代数計算

ある現象が一回起これば、それは事故で、2 回起これば、偶然です。しかし、3 回またはそれ以上起これば、モデル化されます。自然界でのモデルの探求は人類の必然性とされてきました。これは、 私達を取り巻く環境を説明するための絶え間ない探求なのです。例えば、四季の移り変わり、天体の動き、物体の軌道、火とは何か、または、電子を操作して光を作り出す方法を理解する可能性を探求するものです。これらの全てから、どのような現象でも予測できる唯一の魔法は、数理モデルの魔法だという事が理解できます。

日常生活に於いて電磁波を発信する物体。

数理モデルは、抽象化と解釈の2つの手順によって関係付けられています。これは、自然、社会、または、数字や演算の特徴や性質、例えば、地震発生のパターン、電子機器が発受信する電磁波の現象を想定するのに使われます。現象の数理モデルは、内部の秩序と規則性を特定する基礎パターンまたは規則を見つけます。これらの規則は符号や文字で表され、代数式として知られています。

このユニットでは、代数式を用いた計算と、数字や演算の特徴や性質を想定してそれらを利用する、また、日常生活の問題を解決するために利用することを学びます。



ガウスの和の幾何学模様

1.1 符号を使った表現

1. 以下の項の係数と変数を答えましょう。

a) $4t$　　b) $-8z$　　c) $-10xy$

2. 次の代数式の項を答えましょう。

a) $7b-8$　　b) $-2x+7y+1$　　c) $6xy+4y-3$

3. 各代数式に示された数値を代入しましょう。

a) $t=3$ のとき、$8t+3$　　b) $y=-5$ のとき、$y-5$　　c) $3a-2$ ($a=\frac{1}{3}$ の場合)　　d) $7z-2$ ($z=-\frac{4}{7}$ の場合)

4. 次のかけ算をしましょう。

a) $(2a+5)\times 4$　　b) $(3n-1)\times 6$　　c) $-4(2m-7)$　　d) $-9(t$ □ $5)$

5. 次のわり算をしましょう。

a) $(15t+50)\div 5$　　b) $(24y-36)\div 6$　　c) $(12x+42)\div(-3)$　　d) $(-32b+8)\div(-4)$

6. 次の計算を行い、同類項をまとめましょう。

a) $(-7a+4)\times(-3)+(-a-7)\times 5$　　b) $(8x+3)\times(-6)+(6x-10)\div 2$

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

1.2 単項式、多項式と次数の定義

指数を含む 1 つ以上の変数で表される代数式において、数字は**係数**と呼ばれ、乗法のみを含むものを**項**といいます。

係数 $\rightarrow 7x^2$ ← 指数 ← 変数

例：　$5x, y, 2ay, \frac{3}{5}x^2, b^2y, -7.$

2 つの項または 2 つ以上の項の和からなる代数式を**多項式**といいます。

例：$5a + 5x,\ 4y - 2,\ 2x^2 - 3ax + 5$。

1 つの項のみから構成される多項式を、**単項式**と定義します。

単項式の次数は全ての変数の指数の和と定義します。

例　：例えば、項 $-4xy^2$ の次数は 3です。$-4 \times \underbrace{x \times y \times y}_{\text{次数 } 3}$ と表現でき、指数の和は 3 であるからです。

多項式を構成する項のうち次数が最も大きい項の次数を、**多項式の次数**と定義します。

例　：多項式 $6x^3 + 5x^2 - 7x$ の次数は 3です。$\underbrace{6x^3}_{\text{次数 } 3} + \underbrace{5x^2}_{\text{次数 } 2} + \underbrace{(-7x)}_{\text{次数 } 1}$ と表現でき、全ての項のうち次数が最も大きい項の次数は 3 であるからです。

1. 次の多項式を構成する項を答えましょう。

a) $-4x + 6y$　　b) $-2t - 6z - 1$　　c) $-3a^3 + \frac{3}{5}w + \frac{3}{4}$　　d) $-4ab^2 + ab$

2. 次の単項式の次数を求めましょう。

a) $7t^4$　　b) $-4ab$　　c) $\frac{5}{6}y^3z^3$　　d) $-\frac{2}{7}s^2tw^3$

3. 次の多項式の次数を求めましょう。

a) $x - 5y$　　b) $-6stu$　　c) $3x^2 - 3z$　　d) $5y^3 - 2y^2 - y$

e) $\frac{1}{6}a^2b^3 + a^3b$　　f) $\frac{3}{4}xy^2 - y^2$　　g) $-t^2u^2 + t^3 - \frac{t^2}{3}$　　h) $\frac{x^4}{3} - xyz^2 + xy^2$

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

1.3 多項式における同類項のまとめ

R 1. 次の多項式を構成する項を答えましょう。

a) $a-5x$　　b) $2b-t-8$　　c) $-3s^3+\frac{5}{8}s+\frac{2}{3}$　　d) $3x^2y^2-xy^2$

2. 次の多項式の次数を求めましょう。

a) $10s-t$　　b) $5a^2+a$　　c) $\frac{1}{8}x^2-ay^2$　　d) $-2t^2+u^2-\frac{b^2}{3}$

C

多項式の同類項のまとめは、以下の順序で行います。

例：$7c^2+2c-4c^2+3c.$

1. 同類項を整理します。
2. 同類項をまとめます。

1. $7c^2+2c-4c^2+3c=7c^2-4c^2+2c+3c$
2. $=(7-4)c^2+(2+3)c$
   $=3c^2+5c$

2 つの項の変数の累乗が異なる場合は、それらの項は同類項では**ありません。**

例えば、$5x^2$と $5x$ は同類項では**ありません。**

1. 次の多項式の同類項をまとめましょう。

a) $2x+5x$　　b) $6y+5a-4y+4a$　　c) $5t-6s-7s+9t$　　d) $4b^3+b^2-8b^3+4b^2$

e) $4x-6x^2-4x^2+2x$　　f) w^2+8-3w^2+4　　g) $ab+\frac{5}{6}a-2a-\frac{2}{5}ab$　　h) $3z^2-4z-\frac{1}{2}z-\frac{2}{5}z^2$

2. 多項式の同類項をまとめる以下の手順がなぜ誤っているか、説明しましょう。

$7a-7a^2+4a+4a^2$

$=4a^2-7a^2+7a+4a$

$=(4-7)a^2+(7+4)a$

$=-3a^2+11a$

$=8a^2$

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

1.4 多項式のたし算とひき算

R

1. 次の多項式の次数を求めましょう。

a) $3x + 5y$ b) $-2z^2 - z$ c) $\frac{2}{3}b^3 - a^2b^2$ d) $5xy^2 + 2y^2 - \frac{x^3}{2}$

2. 次の多項式の同類項をまとめましょう。

a) $3b - 7b$ b) $6x - 3y - 4y + 8x$ c) $7t^2 + 5t + t - 2t^2$ d) $s + \frac{4}{9}st - 2s + \frac{5}{9}st$

C

多項式のたし算とひき算は以下の手順に従います。

例：$(3a + 5b) - (4a - 3b)$

1. 符号の法則を用いて、かっこを使わずに表現します。
2. 同類項をまとめます。

1. $(3a + 5b) - (4a - 3b) = 3a + 5b - 4a + 3b$

2. $= 3a - 4a + 5b + 3b$

$= -a + 8b$

次の多項式を含む計算をしましょう。

a)
$$\begin{array}{rr} & 9s + 7t \\ (+) & \underline{-6s + 2t} \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{rr} & 9x + 5y \\ (-) & \underline{2x - 7y} \end{array}$$

c) $(3a + 5b) + (a - 4b)$

d) $(2y + z) + (-2y + 6z)$ e) $(5yz + 3y) - (-2yz + 8y)$ f) $(6st - 2s) - (5st - 7s)$

g) $(-2m + 7) - (5m - 5)$ h) $(5x^2 + 6x) - (8x^2 - 3x)$ i) $(-m + n) - (m + n)$

j) $(2a - 3b + 6) + (7a - 2b + 9)$ k) $(7mn - 2n - 11) - (10mn - n + 1)$ l) $(-6y^2 + y - 4) - (2y^2 - 9y - 7)$

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

1.5 多項式にある数を掛けるかけ算

R

1. 次の多項式の同類項をまとめましょう。

a) $8x-3x$　　b) $t-3s+6s-2t$　　c) $4t^2-2t+5t-7t^2$　　d) $a+\frac{3}{4}ab-2a+\frac{5}{6}ab$

2. 次の多項式を含む計算をしましょう。

a) $\begin{array}{rr} & 3a+4b \\ (-) & a-7b \\ \hline \end{array}$　　b) $(5x-2y)+(2x-5y)$　　c) $(-4st+9t)-(-st+6t)$　　d) $(-3a^2-2a+9)-(-7a^2+3a-7)$

C

多項式にある数を掛けるかけ算では、その数に多項式の各項を掛けます。

例えば：$-3(4x-3y-2)$。

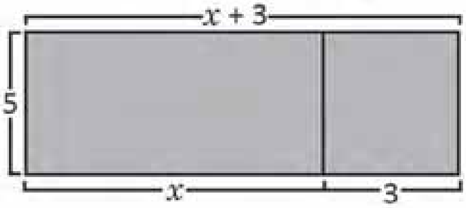
$$-3(4x-3y-2)=(-3)\times 4x+(-3)\times(-3y)+(-3)\times(-2)$$
$$=-12x+9y+6$$

面積を使って、$5(x+3)$ を次のように計算することができます。

面積 1：$5\times x=5x$

面積 2：$5\times 3=15$

よって、全体の面積は：$5(x+3)=5x+15$



次の、ある数と多項式のかけ算をしましょう。

a) $5(3a+2b)$　　b) $-4(2s-5t)$　　c) $2(-x-7y+5)$　　d) $-6(-m+3n+2)$

e) $2(3x-2y)-(5x-2y)$　　f) $-3(5a^2-3a)-5(4a^2-2a)$　　g) $-3\left(\frac{t^2}{12}-\frac{t}{15}\right)$　　h) $(5a-25b-45)\times\frac{1}{5}$

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

1.6 多項式をある数で割るわり算

R

1. 次の多項式を含む計算をしましょう。

a) $\begin{array}{r} 3m + 3n \\ (-)\ \underline{4m - 4n} \end{array}$　　b) $(7t + 5u) + (3t - 3u)$　　c) $(-4yz + 3z) - (-2yz + 5z)$

2. 次の、ある数と多項式のかけ算をしましょう。

a) $6(4a - 6b)$　　b) $-4m - 2(3m + 8)$　　c) $3(2t^2 - 3t) - 6(-7t^2 - t)$　　d) $(12a - 42b - 54) \times \frac{1}{6}$

C

多項式をある数で割るわり算を解くには、多項式の各項にその割る数の逆数を掛けて解きます。

例：$(15x - 6y - 9) \div (-3)$

$$\begin{aligned}(15x - 6y - 9) \div (-3) &= (15x - 6y - 9) \times (-\tfrac{1}{3}) \\ &= 15x \times (-\tfrac{1}{3}) - 6y \times (-\tfrac{1}{3}) - 9 \times (-\tfrac{1}{3}) \\ &= -5x + 2y + 3\end{aligned}$$

次の、多項式をある数で割るわり算をしましょう。

a) $(15b - 9y) \div 3$　　b) $(-15n - 40) \div 5$　　c) $(8st - 30t) \div (-2)$

d) $(-20a^2 + 12a) \div (-4)$　　e) $(36x^2 - 54x + 12) \div 6$　　f) $(-16m - 36n - 6) \div 2$

g) $(21m - 49n + 14) \div (-7)$　　h) $(27x - 18y - 42) \div (-3)$　　i) $(-32x - 48y - 24) \div (-4)$

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

1.7 割り算を含む多項式の複合演算

R

1. 次の、ある数と多項式のかけ算をしましょう。

a) $4(-6x-2)$　b) $-6(4a+3b-2)$　c) $4(n^2-5n)-5(4n^2-3n)$　d) $(21a-27b-9)\times\frac{1}{3}$

2. 次の、多項式をある数で割るわり算をしましょう。

a) $(15x-35z)\div 5$　b) $(18mn-30m)\div(-6)$　c) $(16b^2+72b-32)\div 8$　d) $(-16m+8n-36)\div(-4)$

C

分母が異なる多項式の計算をするには、以下の 2 つの方法のどちらを用いても構いません。

1. 最小公分母を使い、同類項をまとめます。

2. 分母同士をかけ算の掛ける数として表して計算した後、同類項をまとめます。

例えば $\frac{5m-3n}{3}-\frac{2m-n}{5}$：　方法1：

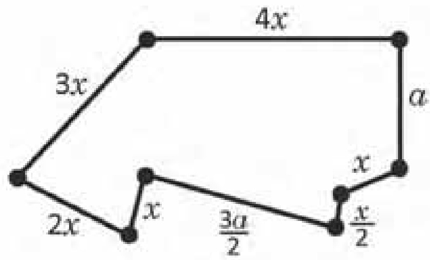
$$\frac{5m-3n}{3}-\frac{2m-n}{5}=\frac{5(5m-3n)}{15}-\frac{3(2m-n)}{15}$$
$$=\frac{5(5m-3n)-3(2m-n)}{15}$$
$$=\frac{25m-15n-6m+3n}{15}$$
$$=\frac{19m-12n}{15}$$

1. 計算を行い、同類項をまとめましょう。

a) $\frac{2a-3b}{10}+\frac{-2a+b}{5}$　b) $\frac{4s+2t}{5}+\frac{-2s+t}{3}$　c) $\frac{9m+5n}{3}-\frac{m+3n}{18}$

d) $\frac{v-5w}{4}-\frac{2v-3w}{3}$　e) $a-b+\frac{5a+b}{3}$　f) $x-y-\frac{6x-4y}{7}$

2. 次の図形において：
a) 外周を計算しましょう
b) 同類項をまとめましょう
c) $x=4$ で $a=2$ である場合の外周を計算しましょう



解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

1.8 学習内容の自己評価

問題を解いてから、学んだことに基づいて適切と思うところにチェックを入れましょう。
正直に答えましょう。

設問	はい	改善できます	いいえ	コメント
1. 次の多項式を構成する要素を識別します $-2t-6z-1,\ -4ab^2+ab.$				
2. 次の単項式の次数を求めます $7t^4,\ -\frac{2}{7}s^2tw^3$				
3. 次の多項式の次数を求めます $5y^3-2y^2-y,\ \frac{x^3}{3}-xyz^2+xy^2.$				
4. 次の多項式の同類項をまとめます $6y+5a-4y+4a,\ ab+\frac{5}{6}a-2a-\frac{2}{5}ab$				
5. 次の多項式の足し算と引き算をします $(2y+z)+(-2y+6z),\ (5x^2+6x)-(8x^2-3x)$				
6. 次のような、多項式にある数を掛けるかけ算をします $-4(2s-5t),\ -3(5a^2-3a),\ -5(4a^2-2a)$				
7. 次のような、多項式をある数で割る割り算をします $(15b-9y)\div 3,\ (27x-18y-42)\div(-3)$。				
8. 次のような、数と多項式の複合演算ができます $\frac{4s+2t}{5}+\frac{-2s+t}{2},\ x-y-\frac{6x-4y}{7}$				

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

1.9 単項式に単項式を掛けるかけ算

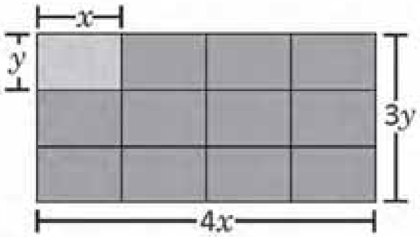
2 つの単項式を掛けるには、単項式の係数を掛けて、その後変数を掛けます。
例：$7x \times (-5)y$

$$7x \times (-5)y = 7 \times (-5) \times x \times y$$
$$= -35xy$$

面積を使って、$4x \times 3y$ を次のように計算することができます。

長方形の面積はかけ算 $4x \times 3y$ の結果になります。

この長方形を、さらに小さい、幅 y cm、長さ x cm の長方形に分けます。



小さい長方形それぞれの面積は $x \times y = xy$（底辺 × 高さ）です。

面積が xy の長方形が横に 4 つ、縦に 3 つあります。

したがって、長さが $4x$ cm で幅が $3y$ cm の長方形の面積は、
$4 \times 3 = 12$ 個の面積が xy の長方形の面積の和になります。
よって、

$$A = 4x \times 3y = 4 \times 3 \times x \times y = 12xy$$

1. 次の単項式と単項式のかけ算をしましょう。

a) $5r \times 7t$　b) $9x \times (-7y)$　c) $-5m \times (-8n)$　d) $10a \times 5a^3$

e) $-9t^2 \times 3t^2$　f) $(-4x)^3$　g) $-6yz \times (-8y^2z^2)$　h) $-9st \times 5(-s)^3$

2. 次の計算が正しいか、正しくないか説明しましょう。

$-6ab \times (-8a^2b)$ ______________________

$= +(6 \times 8 \times ab \times a^2b)$ ______________________

$= 48\ a^2b$ ______________________

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

1.10 単項式を単項式で割るわり算

R 次の単項式と単項式のかけ算をしましょう。

a) $4a \times 9b$　b) $3t \times (-5s)$　c) $-7x \times (-8y)$　d) $4a^2 \times 7a^3$

e) $-12y \times 2y^2$　f) $(-3a)^4$　g) $-9ab \times (-4a^2b)$　h) $-7wy \times 4(-y)^5$

C 2 つの単項式のわり算をするには、分数のわり算として表し、逆数のかけ算を用いて、最小の代数式として表します。

例：

$$20b^3 \div (-5b) = 20b^3 \times \frac{1}{-5b}$$
$$= -\frac{20b^3}{5b}$$
$$= -\frac{\overset{4}{\cancel{20}} \times \overset{1}{\cancel{b}} \times b \times b}{\underset{1}{\cancel{5}} \times \underset{1}{\cancel{b}}}$$
$$= -4b^2$$

次の単項式のわり算をしましょう。

a) $32st \div 4t$　b) $35b^4 \div (-5b)$　c) $18x^2y \div (-12y)$　d) $-32y^2z^2 \div 40yz$

e) $5ab \div \frac{2}{3}b$　f) $18ab \div \frac{6}{7}ab^2$　g) $-\frac{5}{7}s^2t^3 \div \frac{5}{14}st$　h) $-\frac{5}{18}x^4 \div \frac{2}{3}x$

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

1.11 単項式と単項式のかけ算およびわり算の組み合わせ

R

1. 次の単項式と単項式のかけ算をしましょう。

a) $7x \times 8y$　　b) $-5t \times (-5a)$　　c) $-7y \times 7y$　　d) $(-5z)^3$　　e) $-2ab \times 15(-a)^3$

2. 次の単項式のわり算をしましょう。

a) $42yz \div 14z$　　b) $32ab^3 \div (-24b)$　　c) $36st^2 \div \frac{6}{7}t$　　d) $-\frac{6}{35}t^3 \div \frac{2}{7}t^2$

C

代数単項式のかけ算とわり算の組み合わせを解くには、まず符号を特定し（符号の法則を使います）、次に 1 つの分数として表して最小の式になるまで約分します。

例：　$(-2a)^3 \times (-4a^2) \div \left(-\frac{2a}{3}\right)$

$$(-2a)^3 \times (-4a^2) \div \left(-\frac{2a}{3}\right) = -\ 8a^3 \times 4a^2 \times \frac{3}{2a}$$

$$= -\frac{\overset{4\,a^2}{\cancel{8a^3}} \times 4a^2 \times 3}{\underset{1\,1}{\cancel{2a}}}$$

$$= -\frac{4a^2 \times 4a^2 \times 3}{1}$$

$$= -48a^4$$

次の式を解きましょう。結果を約分し最小の代数式にしましょう。

a) $4t^3 \times 3t^2 \div 6t^4$　　b) $15ab \div 4b^2 \times (-6b^3)$　　c) $xy^3 \div (-y) \times (-x^2)$

d) $-m^2n^2 \times (-n^2) \div (-mn^3)$　　e) $(-3z)^2 \div 18x^2z \times 6x^2$　　f) $-bc^2 \div (-4b)^2 \times (-4c)$

g) $10y^4 \times 4y^2 \div (-2y^2)^2$　　h) $(2a^2b^2)^2 \div ab^3 \times 3a$　　i) $(-2n^2)^3 \times (-2mn) \div (-4n^2)^2$

j) $\frac{1}{2}xy^2 \times 3y \div \frac{3}{4}y^3$　　k) $(-\frac{2}{3}ab)^2 \div 4(ab)^2 \times (-3a)^2$　　l) $-\frac{3}{7}t \div (-t)^3 \times (-\frac{14}{27}t^4)$

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

1.12 多項式の代入と数値

R

1. 次の単項式のわり算をしましょう。

a) $32ab \div 16b$　　b) $48y^3z \div (-36y^2)$　　c) $56mn^2 \div (-\frac{14}{3}m)$　　d) $-\frac{4}{15}y^2 \div \frac{2}{9}y$

2. 次の式を解きましょう。結果を約分し最小の代数式にしましょう。

a) $9x^2 \times 5x^3 \div 15x^4$　b) $-m^2 \times (-n)^2 \div (-mn^2)$　c) $-4w^2x \div (-2w)^3 \times (-4x)$　d) $(-\frac{4}{5}xy)^2 \div 2xy \times (-5x)^2$

C

多項式の変数に特定の数を代入する手順を **変数の代入**と呼び、代入した変数を用いた全ての多項式の計算結果は**多項式の数値**として知られています。

例：$x = 6$、$y = 4$ のとき、$4x - 5y$

各多項式の変数の値を代入します。

$$
\begin{aligned}
4x - 5y &= 4 \times 6 - 5 \times 4 \\
&= 24 - 20 \\
&= 4
\end{aligned}
$$

1. 各多項式の数値を、示された変数の値を使って求めましょう。

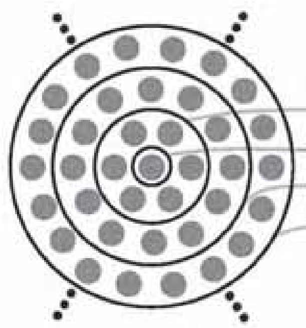
a) $s = 7$、$t = -2$ のとき、$-s + 4t$　　b) $a = 8$、$b = -4$ のとき、$a - 2b + 5$　　c) $x = -3$ のとき、$2x^3 + x^2 + 15$

2. 最初の列のそれぞれの多項式の各事例（列 1 を参照）で指定された変数を代入して 次の表を完成させましょう。

	$m^2 - n$	$-mn$	$(-m)^2 + 5$
$m = 2, n = -3$			
$m = 5, n = 6$			

3. 次の多項式のうち、どちらが次の図の円中の点の和を表しているか分析し、答えましょう。n が円の番号を表しています。図を頼りに解きましょう。

a) $3n - 2$　　b) $3n(n - 1) + 1$



解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

1.13 学習内容の自己評価

問題を解いてから、学んだことに基づいて適切と思うところにチェックを入れましょう。正直に答えましょう。

設問	はい	改善できます	いいえ	コメント
1. 次の多項式を構成する要素を識別します $2b - t - 8,\ \frac{5}{8}s - 3s^3 + \frac{2}{3}.$				
2. 次のような多項式の計算をします $(5yz + 3y) - (8y - 2yz)$、$(-m + n) - (m + n)$。				
3. 次のような数字と多項式の掛け算と割り算をします $-3(5a^2 - 3a) - 5(4a^2 - 2a)$、$(-15n - 40) \div 5$				
4. 次の計算を行い、同類項をまとめましょう $\frac{2a-3b}{10} + \frac{-2a+b}{5},\ x - y - \frac{6x-4y}{7}.$				

1.14 学習内容の自己評価

問題を解いてから、学んだことに基づいて適切と思うところにチェックを入れましょう。正直に答えましょう。

設問	はい	改善できます	いいえ	コメント
1. 次のような単項式の掛け算を正しく行います $9x \times (-7y),\ -6yz \times (-8y^2z^2)$				
2. 次のような単項式の割り算を正しく行います $35b^4 \div (-5b),\ 18ab \div \frac{6}{7}ab^2.$				
3. 複合計算をして、最小限の表現にまとめます $4t^3 \times 3t^2 \div 6t^4,\ -m^2n^2 \times (-n^2) \div (-mn^3)$				
4. 変数を代入して、次の多項式の数値を求めます $-s + 4t$, ただし $s = 7,\ t = -2$　　$a - 2b + 5$, ただし $a = 8,\ b = -4$				

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

2.1 連続する数のたし算

連続した 5 個の数の和を求める問題では、単項式の和を適用する必要がありました。特定の和を求めるためには、多項式 $5n + 10$ で、和の 1 番目の項である n の値を代入すればよいだけです。

例えば、合計が、$21 + 22 + 23 + 24 + 25$ の時、$n = 21$ です。よって、結果は、$5 \times (21) + 10 = 115$ になります。

多項式 $5n + 10$ を求めるためには、次の分析をする必要がありました。

n を 5 個の項の和の 1 番

13, 14, 15, 16, 17

↓ ↓ ↓ ↓ ↓

13, 13 + 1, 13 + 2, 13 + 3, 13 + 4

↓ ↓ ↓ ↓ ↓

n, $n + 1$, $n + 2$, $n + 3$, $n + 4$

よって、一般的な連続する数の 5 個の項の和は以下のように表されます。

1. 多項式 $5n + 10$ の数値を適用して、次の和をもとめましょう。

a) $5 + 6 + 7 + 8 + 9$　b) $43 + 44 + 45 + 46 + 47$　c) $53 + 52 + 51 + 50 + 49$　d) $28 + 31 + 29 + 32 + 30$

2. n が最大数を表す場合、連続した 5 個の項を合計した結果の多項式の違いは何ですか？

3. n を中心の数字として、3 個の連続する数を足す手順を定義しましょう。

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

2.2 ある数とその数字の順序を逆にした数のたし算

R

1. 多項式 $5n + 10$ の数値を適用して、次の和をもとめましょう。

a) $17 + 18 + 19 + 20 + 21$

b) $56 + 57 + 58 + 59 + 60$

c) $72 + 71 + 70 + 69 + 68$

d) $39 + 41 + 37 + 40 + 38$

2. 最小から最大の順に数字を並べた時、n が 2 番目の数を表す場合、連続した 5 個の項を合計した結果の多項式との違いは何ですか？

C

ある数とその数字の順序を逆にした数のたし算の問題を解くためには、単項式の和を適用する必要がありました。その後、結果の多項式は 11 の倍数を表すことが結論付けられました。

この結果を証明するためには、次の分析をする必要がありました。

y を 1 の桁と、x を 10 の桁として。

基数 10 の式を使って。

$$63 = 10 \times 6 + 3$$
$$= 10 \times x + y$$

よって、変数 x 、y を使って表した、ある数とその数字の順序を逆にした数の和は、以下のように表されます。

$$10x + y + 10y + x = 11x + 11y$$
$$= 11(x + y)$$

1. 多項式 $11(x + y)$ を使って次の合計を求めましょう。

a) $45 + 54$

b) $32 + 23$

c) $71 + 17$

d) $2 + 20$

2. 3 桁の数とその数字の順序を逆にした数の和は 11 の倍数になるか考えましょう。理由を説明しなさい。

3. 数字の順序を逆にした数を加算すると、常に 11 の倍数になる数の桁数にはどのような条件がありますか？

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

2.3 日付のたし算

1. 最小から最大の順に数字を並べた時、n が終わりから 2 番目の数を表す場合、連続した 5 個の項を合計した結果の多項式との違いは何ですか？

2. 6 桁の数とその数字の順序を逆にした数の和は 11 の倍数になるか証明しましょう。

カレンダーの日付の和を求める問題では、多項式の和を適用する必要がありました。その後、この和が中心の数の 5 倍であることが結論付けられました。

この結果を証明するためには、次の分析をする必要がありました。

Febrero 2017

L	M	M	J	V	S	D
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28					

n を色付けされた部分の中心の項として。

よって、1 日後は $n + 1$、1 日前は $n - 1$ と表されます。

さらに、前の週の同じ曜日は $n - 7$、次の週の同じ曜日は $n + 7$ と表されます。

色付けされた 5 日の和は以下のように表されます。

$$21 + 20 + 22 + 14 + 28$$
$$\downarrow$$
$$21 + 21 - 1 + 21 + 1 + 21 - 7 + 21 + 7$$
$$\downarrow$$
$$n + n - 1 + n + 1 + n - 7 + n + 7 = 5n$$

したがって、カレンダー上でこのように色付けされた 5 日の和は、中央にある数の 5 倍になります。

多項式を使って、次のカレンダー上で色付けされた日の和を求め、次の各項の指示に従って答えましょう。

1\.

Febrero 2017

L	M	M	J	V	S	D
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28					

a) n は、より大きい数です

b) n は、より小さい数です

2\.

Febrero 2017

L	M	M	J	V	S	D
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28					

a) n は、中心の数です

b) n は、より大きい数です

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

2.4 多項式を用いた問題の解答

1. 2 桁の数とその数字の順序を逆にした数の和は 11 の倍数になることを証明しましょう。

2. 多項式を使って、次のカレンダー上で色付けされた日の和を、中心の数を基準点にして求めましょう。

Febrero 2017

L	M	M	J	V	S	D
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28					

多項式を使って問題を解くには、次の手順を踏みます。

1. 問題における変数を見つけます。
2. 1 つ前のステップで見つけた変数を使い、方程式を立てます。
3. 提示された問題を解くための変数について式を整理します。
4. 式を整理した後現れる多項式の変数の数値を代入します。

1. 示される変数を整理し、[ ] の中の値を代入しましょう。

a) $2a - 8b = 12$ [a, $b = 5$] b) $1.2y + x = 7$ [x, $y = 5$] c) $\frac{2}{3}tr = 14$ [t, $r = 3$]

2. あるオートバイが、直線道路を 80 km/hで走ります、2 時間走った後に車が追いつきます。オートバイが走る距離を x とし、車が走る距離を y とします、状況を表す多項式を設定しましょう。100 km/h のスピードでオートバイに追いつくのにどのくらいの時間車を運転したか答えましょう。

3. サンカルロスホテルを第一の選択肢とする旅行者の数は、 t を 2000 年からの経過年数とした式 $M(t) = t^2 - 5t + 35$ を使ってモデル化することができます。
a) 関数を通じて、2018 年にサンカルロスホテルを第一の選択肢とした旅行者の数を求めましょう。
b) この傾向が続いた場合、2020 年にサンカルロスホテルを第一の選択肢とする旅行者のパーセンテージを見積もりましょう。

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

2.5 学習内容の自己評価

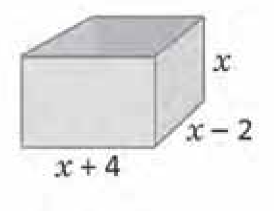
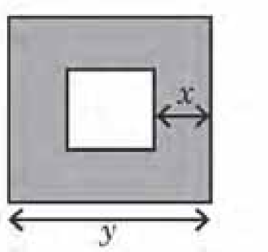
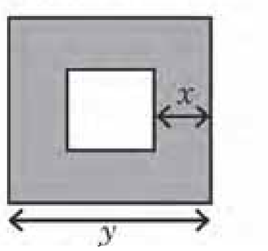
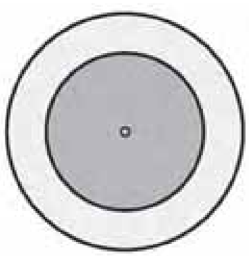
空欄に答えてから、学んだことに基づいて適切と思うところにチェックを入れましょう。正直に答えましょう。

設問	はい	改善できます	いいえ	コメント
1. 3、5 または 7 の連続する数の和を多項式を使って求めます。				
2. 多項式を使って、2 桁または 4 桁の数とその数字の順序を逆にした数の和が 11 の倍数になることを証明します。				
3. 多項式を使って、カレンダーの色付けされたパターンを満たす数の和を、ある日を基準点にして見つけます。				
4. 多項式を使って、日常生活の問題を解決します。多項式を立て、適切な数値を代入します。				

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

2.6 学習内容の自己評価

空欄に答えてから、学んだことに基づいて適切と思うところにチェックを入れましょう。正直に答えましょう。

設問	はい	改善できます	いいえ	コメント
1. 多項式を使ってシンクの体積を表します。$x = 6$ の時の体積を計算します。 				
2. 多項式を使って内側の正方形の面積を表します。$x = 4$ 、$y = 10$ の場合の面積を計算します。 				
3. 図の外側も内側も正方形であることを考慮して、色付けされた部分の面積を求めます。 				
4. 大きい方の半径を x cm、小さい方を 4 cm と考えて、多項式を使って薄い色付けの部分の面積を求めます。 				

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

応用問題

多項式は、建築または資材の計画の問題に適用されます。多項式の方程式は、任意の 2-D 建築の状況下で必要な資材を計画するのに使うことができます。例えば、多項式は、一定量の土で覆うことができる庭の表面積を求めるのに使うことができます。同様の方法が、私道や歩道、中庭の建設を含む平面での設計に広く適用されます。

プールの建設
幅 1.5 m のタイル張りのプールサイドに囲まれた長方形のプールを建設します。プールは、長さが幅より 5 m 長くなければならないとしたら、次の問いに答えましょう。

a) プールの面積を表す式は。
b) タイル張りのプールサイドの面積を表す式は。
c) 1 平方メートルのタイルは 12.00 ドルで工賃は 7.00 ドル掛かることを考えて、タイル張りのプールサイドの全経費を求めましょう。

多項式は経費の予算や計画を立てるのに役立ちます。一定期間内に一定の金額を得る必要がある場合、多項式はその金額を得るために必要な正確な期間を求めるのに役立ちます。自分の経費を予測でき、収入が分かっていれば、どのくらいの時間働けばいいか簡単に決めることができます。

経費の予算
アントニオは 6,000 ドルの車を買うために貯金する必要があります。彼は週給が 275.00 ドルで、週平均 200.00 ドル使います。

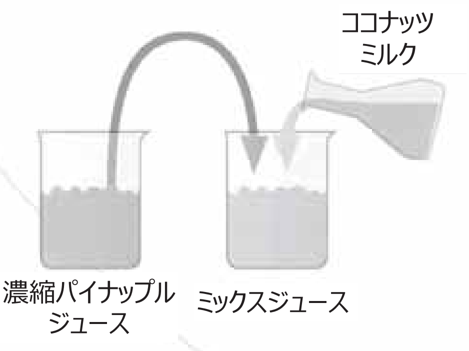
a) アントニオは週いくら貯金することができますか？
b) アントニオが車を買うのに必要な総金額を貯金するために掛かる週の数を求める式を書きましょう。

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

ユニット 2

連立二元一次方程式

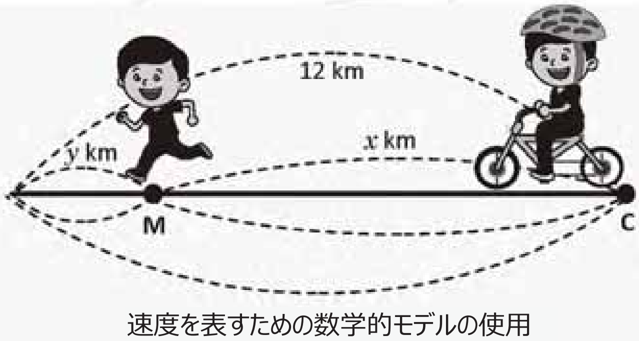
バビロニア人が線形連立方程式を解き、計測の問題とは関係ありませんが、未知数を長さや幅という用語で呼びました。数学はなんらかの数字を使ってできる演算に興味を持つことから始まり、この知識が算術から代数学への飛躍を可能にします。これに関連して、ディオファントスは符号を取り入れ、$x + y = 100$,　$x - y = 40$ のような、未知数が 2 つ、また 3 つある 一次特別方程式の代数学を解きました。



ミックスジュースの調合

例えば、互いに交差する道路網における交通の流れを分析する、あるプロジェクトの予算を算出する、部分均衡を用いて需給を分析する、混合するための各要素の割合を決める、生産プロセスを最適化する等の様々な内容の状況を定型化するために連立方程式が使われます。

次回以降の授業では、例えば、幾何学、科学、経済学等の様々な内容で、日常生活の文章問題を解くために、連立二元一次方程式、連立方程式の解法、また、その応用問題を学習します。



速度を表すための数学的モデルの使用

1.1 一元一次方程式の解

1. 次の方程式を満たす x の値を求めなさい。

a) $x + 3 = 5$

b) $x - 4 = 2$

c) $2x = 5$

d) $2x - 7 = 3$

e) $-3x - 8 = -17$

f) $4x - 4 = -2x + 8$

g) $10x + 15 = -12 + x$

h) $2(x + 3) = 5(x - 4) + 8$

i) $3(2x - 5) - 9 = -4x + 6$

2. 次の方程式を解きなさい。

a) $0.7x + 1.2 = 0.3x + 2.8$

b) $2 + 0.6x = 2.4 + 0.8x$

c) $0.3x - 0.06 = 0.15x + 0.24$

d) $1.25x + 0.05 = 1.45x - 0.05$

3. 次の問題を解きなさい。

a) $\frac{1}{3}x - 2 = \frac{1}{6}x$

b) $\frac{x-3}{2} = \frac{1}{5}x$

c) $\frac{x+3}{10} = \frac{x+2}{15}$

d) $-\left(\frac{x+2}{3}\right) - \frac{x}{2} = \frac{5}{3}$

e) $-\frac{x+2}{3} = \frac{3}{4}$

f) $-\frac{1}{2} = \frac{2}{3}x + \frac{5}{4}$

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

1.2 一元一次方程式の応用

1. 方程式を解きなさい。

a) $x + 7 = 8$ b) $4x = -12$ c) $4x - 2 = 3x - 5$ d) $2x = 5x + 15$

2. 続けて解きなさい。

a) $2(x + 3) - 5 = 5x + 13$ b) $5(2x + 3) - (7x - 6) = 0$

1. 私はコンピュータ 1 台の価格の $\frac{2}{3}$ を持っています。そのコンピュータを買うのに 318 ドル足らないとすると、そのコンピュータはいくらですか。

2. 兄弟 3 人で一緒に働いており、利益の 3,000 ドルを分けなければなりません。兄弟 1 人当たりいくらになりますか。ただし、長男は二男の 3 倍、三男は長男の 2 倍受け取ることとします。

3. カルロスはサンタ・テクラからサンタ・アナへ、自転車に乗って 25 km/h の速さで向かい、アナは 3 時間後に、車に乗って 125 km/h の速さで向かいます。アナがカルロスに追いつくのにどのくらいの時間がかかりますか。

4. 分数 $\frac{15}{135}$ を $\frac{3}{11}$ に変換するには、分母と分子に何を足さなければなりませんか。

5. 連続する 2 つの偶数を足すと、154 です。最も大きい偶数を求めなさい。

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

1.3 二元一次方程式の意味

R

1. 方程式を解きなさい。

a) $0.2x - 3 = 1.2x - 7$　　b) $0.5x + 0.8 = 3.3$　　c) $\frac{5}{4}x = -15$

2. 二等辺三角形の周囲の長さは 54 cmで、底辺は三角形の長さが等しい2辺のうちの1辺より3 cm大きいです。三角形の辺の長さを求めなさい。

C

カルロスが、フリースローとツーポイントシュートを 7 回決めて 10 点獲得した場合、フリースローの得点シュート数とツーポイントの得点シュート数を求めなさい。その際、「シュートを 7 回決めた」ことと「10 点獲得とした」ことを条件とし、これらを満たした方程式を 2 つ書き出し、次の表を埋めて解を求めなさい。

フリースロー：*x*	0	1	2	3	**4**	5	6	7
ツーポイントシュート：*y*	7	6	5	4	**3**	2	1	0
決めた本数合計：x + y	7	7	7	7	**7**	7	7	7
点数合計：*x* + 2*y*	14	13	12	11	**10**	9	8	7

$x + y = 7$ という形の方程式は**二元一次方程式**といい、例題に示すように、このような方程式を満たす値が 2 組以上あります。2 つの条件を満たす x と y の値を求めるには、

同時に $\begin{cases} x + y = 7 \\ x + 2y = 10 \end{cases}$

2 つ以上の方程式の組み合わせは**連立方程式**といい、この解は 2 つの方程式を満たす値のペアとなります。例題の場合、連立方程式の解は $x = 4$、$y = 3$ です。

次の文章問題を読みなさい。

1. カルロスは 30 ドルの支払いを 2 ドル札と 5 ドル札で払いました。合計で 9 枚のお札を使って支払いました。それぞれ何枚のお札を使いましたか。
   a)「30 ドルの支払いをした」と「お札を 9 枚使った」の条件を方程式に書きなさい。
   b) 表を完成させ、連立方程式の解を求めなさい。

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
y	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
お札の枚数の合計	9									9
合計額										

2. デパートに、2 種類の照明器具があり、A タイプは電球を 2 個、B タイプは電球を 3 個使っています。デパートには合計で照明器具 9 台と電球 22 個があるとすると、照明器具はタイプごとにいくつありますか。
   a)「照明器具が 9 台ある」と「電球が 22 個ある」の条件を表す式を書きなさい。
   b) 表を完成させ、連立方程式の解を求めなさい。

x										
y										
照明器具の合計数										
電球の合計数										

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

1.4 連立二元一次方程式

1. AB = $5x$ + 5、CD = $7x$ − 19 の正方形 ABCD の外周の長さを求めること。

2. 読んで、答えなさい。

私の町の守護聖人のお祭りで、観覧車に乗るのに 2 ドル、ジェットコースターは 3 ドルかかります。フリアは合計 7 回乗り、16 ドルかかりました。それぞれの乗り物に何回乗りましたか。

a)「合計 7 回乗る」と「16 ドル支払う」の条件を表す方程式を書きなさい。

b) 表を完成させ、連立方程式の解を求めなさい。

観覧車に乗った回数の合計：x	0	1	2	3	4	5	6	7
ジェットコースターに乗った回数の合計：y	7	6	5	4	3	2	1	0
乗った回数の合計								
支払合計額								

ビダ・サナの店舗では、ぶどう 1 ポンドとりんご 1 ポンドで 5 ドル、ぶどう 1 ポンドとりんご 3 ポンドで 11 ドルです。ぶどう 1 ポンド、リンゴ 1 ポンドの価格はそれぞれいくらですか。

a) ぶどう 1 ポンドの価格を x とし、りんご 1 ポンドの価格を y として考えます。

ぶどう 1 ポンド + りんご 1 ポンド ⟶ $x + y = 5$

ぶどう 1 ポンド + りんご 3 ポンド ⟶ $x + 3y = 11$

b) 表を作るために、2 つの条件 $\begin{cases} x + y = 5 \\ x + 3y = 11 \end{cases}$ を考えます。

x	0	1	2	3	4	5
y	5	4	3	2	1	0
$x + y$	5	5	5	5	5	5
$x + 3y$	15	13	11	9	7	5

2 つの条件を満たす x と y の値は、$x = 2, y = 3$ で、したがって、ぶどう 1 ポンドは 2 ドルで、りんご 1 ポンドは 3 ドルです。

問題の 2 つの条件を満たす値は**連立方程式の解**といい、したがって、**連立方程式を解く**という事は 2 つの方程式を満たす値を求めるという事になります。

1. 次のペアになった値のうち、どれが、この連立方程式の解ですか。 $\begin{cases} 2x + y = 8 \\ 3x - 2y = 5 \end{cases}$

a) $x = 2, y = 4$　　b) $x = 3, y = 2$　　c) $x = 4, y = 2$

2. 解が $x = -2, y = 3$ となる連立方程式はどれですか。

a) $\begin{cases} x + y = 1 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$　　b) $\begin{cases} x + 2y = 4 \\ x + y = 1 \end{cases}$　　c) $\begin{cases} x - y = -5 \\ x + y = 11 \end{cases}$

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

1.5 消去法の意味

1. 次の文章問題を読んでください。
鉛筆 2 本と色鉛筆セット 3 箱を 21 ドルで、鉛筆 1 本と色鉛筆セット 1 箱を 8 ドルで買いました。鉛筆 1 本と色鉛筆セット 1 箱の費用はいくらですか。
a) 各条件を方程式に書きなさい。
b) 表を完成させ、連立方程式の解を求めなさい。

鉛筆 1 本の費用：x								
色鉛筆セット 1 箱の費用：y								
条件 1								
条件 2								

2. 次のペアになった値のうち、どれが、この連立方程式の解ですか。$\begin{cases} 2x + y = 8 \\ 3x - 2y = 5 \end{cases}$

a) $x = 5, y = 2$　　b) $x = 3, y = 2$　　c) $x = 2, y = 4$

3. 次の解はどの連立方程式の解ですか。$x = 5, y = -1$

a) $\begin{cases} x - y = 6 \\ -2x + 3y = 4 \end{cases}$　　b) $\begin{cases} x + y = 4 \\ 2x - 3y = 4 \end{cases}$　　c) $\begin{cases} x + y = 4 \\ 2x + 6y = 4 \end{cases}$

未知数のうちの 1 つの係数が同符号で、絶対値が等しい連立方程式を解くためには、

1. 2 つの方程式の左辺と右辺をそれぞれ引いて差を求めます。
2. 7 学年で学んだ未知数が 1 つある新たな方程式が得られます。
3. 得られた方程式を解きます。
4. 2 つの連立方程式のどちらかに、3で得られた値を代入します。

以上に述べた手順は、**消去**といいます。
解いた連立方程式を例にすると、x の係数は、絶対値が等しく、符号が同じです。

例えば、

$$\begin{cases} 2x + 5y = 12 & ① \\ 2x + 3y = 8 & ② \end{cases}$$

$$\begin{array}{rr} & 2x + 5y = 12 \\ (-) & 2x + 3y = 8 \\ \hline & 2y = 4 \\ & y = 2 \end{array}$$

$y = 2$ を方程式 ② に代入すると、

$$\begin{aligned} 2x + 3(2) &= 8 \\ 2x + 6 &= 8 \\ 2x &= 2 \\ x &= 1 \end{aligned}$$

消去を使って連立方程式を解きなさい。

a) $\begin{cases} 2x + 7y = 22 \\ 2x - 3y = 2 \end{cases}$　　b) $\begin{cases} 3x - 2y = 11 \\ 5x - 2y = 25 \end{cases}$　　c) $\begin{cases} \frac{1}{2}x + \frac{3}{4}y = 4 \\ \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}y = 8 \end{cases}$

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

1.6 加法による消去法

R 1. 次のペアになった値のうち、どれが、この連立方程式の解ですか。 $\begin{cases} x + y = 1 \\ 4x + 8y = 7 \end{cases}$

a) $x = \frac{1}{4},\ y = \frac{3}{4}$　　b) $x = 2,\ y = -1$　　c) $x = \frac{2}{5},\ y = \frac{2}{5}$

2. 次の解はどの連立方程式の解ですか。$x = 3,\ y = -3$

a) $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ 2x + 3y = 3 \end{cases}$　　b) $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ 2x + 3y = -3 \end{cases}$　　c) $\begin{cases} x + 2y = -3 \\ 2x - 3y = -3 \end{cases}$

3. 消去を使って連立方程式を解きなさい。

a) $\begin{cases} 2x + 3y = -2 \\ 2x + 5y = 2 \end{cases}$　　b) $\begin{cases} 5x - 4y = -2 \\ 3x - 4y = -6 \end{cases}$

C

消去を使って連立二元一次方程式を解くには、未知数の係数を常に検討する必要があります。

未知数のうちの 1 つの係数の絶対値が同じで、符号が異なる場合、2 つの方程式の両辺にある項をそれぞれ足します。

例：次の 2 つの方程式の左辺と右辺をそれぞれ足すと、次が得られます。

$$\begin{array}{rrl} & 3x - 5y = 25 & ① \\ (+) & \underline{5x + 5y = 15} & ② \\ & 8x = 40 & \\ & x = 5 & \end{array}$$

$x = 5$ を ② に代入して、y の値を求めます。

$$\begin{aligned} 5(5) + 5y &= 15 \\ 5y &= 15 - 25 \\ 5y &= -10 \\ y &= -2 \end{aligned}$$

消去を使って連立方程式を解きなさい。

a) $\begin{cases} 2x - 7y = -16 \\ 3x + 7y = 11 \end{cases}$　　b) $\begin{cases} x + 3y = 2 \\ 5x - 3y = 4 \end{cases}$　　c) $\begin{cases} \frac{1}{3}x + 5y = 12 \\ -\frac{1}{3}x + 2y = 2 \end{cases}$

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

1.7 加法または減法による消去法　その 1

R 1. 消去を使って連立方程式を解きなさい。

a) $\begin{cases} 9x + 5y = 8 \\ 9x - 4y = -1 \end{cases}$　　b) $\begin{cases} 3x + 2y = -5 \\ 4x + 2y = -6 \end{cases}$

2. 消去を使って連立方程式を解きなさい。

a) $\begin{cases} 10x - 3y = 1 \\ 5x + 3y = 14 \end{cases}$　　b) $\begin{cases} 2x - 4y = 3 \\ 6x + 4y = 1 \end{cases}$

C

絶対値が同じである係数を持つ未知数はないが、未知数のうちの 1 つの係数を分析すると、その係数が他の係数の倍数である連立方程式を解くためには、

1. 消去するのに適切な未知数を特定する。
2. もう一つの方程式にある未知数の係数に同じ数を掛ける。
3. どのような計算を行うのかを決める：加法または減法。
4. 消去を行った方程式を解く。
5. 連立方程式のどちらかに、4 で求めた値を代入する。

例えば、次の連立方程式を解くためには、

$\begin{cases} x + 3y = -4 & ① \\ 4x + 2y = 4 & ② \end{cases}$

$$\begin{array}{lcr} ① \times 4 & \longrightarrow & 4x + 12y = -16 \\ ② & \longrightarrow & (-)\,4x + 2y = 4 \\ \hline & & 10y = -20 \\ & & y = -2 \end{array}$$

① に y を代入すると、

$$\begin{aligned} x + 3y &= -4 \\ x + 3(-2) &= -4 \\ x - 6 &= -4 \\ x &= -4 + 6 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

連立方程式の解は、$x = 2, y = -2$ となります。

消去を使って連立方程式を解きなさい。

a) $\begin{cases} 3x + y = -1 \\ 5x + 3y = -4 \end{cases}$　　b) $\begin{cases} x + 2y = 0 \\ 2x + 5y = 1 \end{cases}$　　c) $\begin{cases} -x + 2y = 1 \\ 3x + 5y = 19 \end{cases}$

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

1.8 加法または減法による消去法　その 2

R

1. 消去を使って連立方程式を解きなさい。

a) $\begin{cases} 3x + 2y = 2 \\ -3x - 7y = 8 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 9x + 5y = -12 \\ 4x - 5y = -27 \end{cases}$

2. 消去を使って連立方程式を解きなさい。

a) $\begin{cases} 2x - y = 5 \\ 7x + 3y = 11 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x + 5y = 4 \\ 6x + 3y = 0 \end{cases}$

C

消去を使って、連立二元一次方程式を解くには以下の事項が必要です。

1. 消去する未知数を特定する。
2. 消去する未知数の係数が同じ絶対値になるような数をそれぞれの方程式に掛ける。
3. 消去をするために足すか、または引くかを決める。
4. 消去を行った方程式を解く。
5. 連立方程式の 1 つに 4. で得られた値を代入する。

例えば、次の連立方程式を解く場合、

$$\begin{cases} 3x - 4y = 3 & ① \\ 2x - 3y = 1 & ② \end{cases}$$

$$\begin{array}{lcr} ① \times 2 & \longrightarrow & 6x - 8y = 6 \\ ② \times 3 & \longrightarrow & (-)\underline{6x - 9y = 3} \\ & & y = 3 \end{array}$$

y を ② に代入し、

$$\begin{aligned} 2x - 3y &= 1 \\ 2x - 3(3) &= 1 \\ 2x - 9 &= 1 \\ 2x &= 1 + 9 \\ 2x &= 10 \\ x &= 5 \end{aligned}$$

連立方程式の解は、$x = 5$, $y = 3$ となります。

消去を使って連立方程式を解きなさい。

a) $\begin{cases} 2x - 5y = 1 \\ 3x - 2y = 7 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x - 2y = 7 \\ 7x + 5y = -3 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 4x + 3y = 10 \\ 3x - 5y = -7 \end{cases}$

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

1.9 代入法の意味

R 1. 消去を使って連立方程式を解きなさい。

a) $\begin{cases} 6x+5y=7 \\ 3x-2y=8 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x-4y=8 \\ 5x+8y=6 \end{cases}$

2. 消去を使って連立方程式を解きなさい。

a) $\begin{cases} 4x+5y=-1 \\ 5x+3y=2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x+2y=1 \\ 7x+3y=-1 \end{cases}$

C

連立方程式のうちの一つの式で、未知数 x または y のどちらか 1 つを等しい式に置き換えると、未知数が 1 つの新しい式が得られ、例えば例題に示すように、この方程式を解くと 1 つの未知数の値が決まり、その値で、他の未知数の値が決まることになります。

未知数の一つを等しい式に置き換えて、未知数を 1 つに減らす方法を、**代入**といいます。

例えば、とうもろこし 1 キンタルの価格といんげん豆 1 キンタルの価格について、2 つの条件を表す連立方程式を解く場合、以下のようになります。

$$\begin{cases} x+7y=440 & ① \\ x=2y-10 & ② \end{cases}$$

② を ① に代入して、以下となります。

$$(2y-10)+7y=440$$
$$2y-10+7y=440$$
$$9y=440+10$$
$$9y=450$$
$$y=50$$

$y=50$ を方程式 ② に代入して、

$$x=2(50)-10$$
$$x=100-10$$
$$x=90$$

代入を使って連立方程式を解きなさい。

a) $\begin{cases} 3x+2y=5 \\ x=2y+7 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 5x+2y=-1 \\ y=2x+4 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 4x+3y=6 \\ x=5y+13 \end{cases}$

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

1.10 代入法

R

1. 消去を使って連立方程式を解きなさい。

a) $\begin{cases} 3x + 5y = 7 \\ -2x + 3y = 8 \end{cases}$　　b) $\begin{cases} 3x + 2y = 9 \\ 2x + 3y = 11 \end{cases}$

2. 代入を使って連立方程式を解きなさい。

a) $\begin{cases} x = 9 - 3y \\ 3x - 2y = 5 \end{cases}$　　b) $\begin{cases} 3x - 2y = 4 \\ y = 3x - 5 \end{cases}$

C

代入を使って、連立二元一次方程式を解くには以下の事項を検討する必要があります。

1. より整理しやすい未知数を特定する。
2. 未知数について解く。
3. 2. の解いた未知数を別の方程式に代入する。
4. 得られた方程式を解く。

例えば、次の連立方程式を解く場合、$\begin{cases} 5x + y = 14 & ① \\ 2x + 3y = 16 & ② \end{cases}$

方程式 ① の y について解くと、$y = 14 - 5x$ となります。

- y を $14 - 5x$ に替えて、方程式 ②に代入する。

$$\begin{aligned} 2x + 3y &= 16 \\ 2x + 3(14 - 5x) &= 16 \\ 2x + 42 - 15x &= 16 \\ -13x + 42 &= 16 \\ -13x &= 16 - 42 \\ -13x &= -26 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

- $x = 2$ を $y = 14 - 5x$ に代入する。

$$\begin{aligned} y &= 14 - 5x \\ y &= 14 - 5(2) \\ y &= 4 \end{aligned}$$

代入を使って連立方程式を解きなさい。

a) $\begin{cases} x + 3y = 2 \\ 2x + 5y = 5 \end{cases}$　　b) $\begin{cases} 3x + y = 2 \\ 7x + 2y = 3 \end{cases}$　　c) $\begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ 3y = 4x - 11 \end{cases}$

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

1.11 連立二元方程式の解

R

1. 代入を使って連立方程式を解きなさい。

a) $\begin{cases} x = 3y - 5 \\ 5x + 2y = -8 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x + 2y = 4 \\ y = 3x + 2 \end{cases}$

2. 代入を使って連立方程式を解きなさい。

a) $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ 3x - y = -6 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 5x + 3y = -9 \\ y = 2x + 8 \end{cases}$

C

連立方程式を解く際は、方程式のタイプによって方法を選択する事ができます。

- 未知数の係数の絶対値が同じである、または、係数のうちの 1 つが他の係数の倍数であるときは、消去法を使う方が簡単です。

- 一つの方程式の未知数について既に解いてある、または未知数の係数が ±1 であるときは、**代入**を使う方が簡単です。

例えば、次のような連立方程式では、

$$\begin{cases} 8x - 9y = 7 & ① \\ 9y = 7x - 5 & ② \end{cases}$$

- 方程式 ① に $9y$ を代入します。

$$8x - 9y = 7$$
$$8x - (7x - 5) = 7$$
$$8x - 7x + 5 = 7$$
$$x = 7 - 5$$
$$x = 2$$

- $x = 2$ を代入して、

$$9y = 7(2) - 5$$
$$9y = 14 - 5$$
$$9y = 9$$
$$y = 1$$

最も適切だと思う方法を使って連立方程式を解きなさい。

a) $\begin{cases} 3x + y = 5 \\ 3x = 2y - 1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + 5y = -3 \\ 2x - 9 = 5y \end{cases}$

c) $\begin{cases} x + y = 7 \\ 3x - 2y = 1 \end{cases}$

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

1.12 係数が小数の連立方程式

R

1. 代入を使って連立方程式を解きましょう。

a) $\begin{cases} x = 2y - 5 \\ 3x + 2y = 1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 5x - 9 = y \\ 3x - 2y = 4 \end{cases}$

2. 最も適切だと思う方法を使って連立方程式を解きましょう。

a) $\begin{cases} 2x + y = -1 \\ 2x = 5 - 3y \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + 3y = 2 \\ 5x - 4 = 3y \end{cases}$

C

係数が小数である連立方程式を解くには、係数が整数となるような数字をそれぞれの方程式に掛け合わせてから、最も適切だと考える方法を適用します。

例えば、次の連立方程式を解く場合：$\begin{cases} 1.5x + 0.5y = 10 & ① \\ 0.1x + 0.2y = 1 & ② \end{cases}$

1. 整数の係数を持つ方程式に変えます。

① $\times 10 \longrightarrow 15x + 5y = 100$

② $\times 10 \longrightarrow x + 2y = 10$

2. ② の x について解きます。

$$x + 2y = 10$$
$$x = 10 - 2y$$

3. 方程式 ① に x を代入します。

$$15(10 - 2y) + 5y = 100$$
$$150 - 30y + 5y = 100$$
$$-25y = 100 - 150$$
$$y = 2$$

4. 代入します。 $y = 2$

$$x = 10 - 2(2)$$
$$x = 6$$

最も適切だと思う方法を使って連立方程式を解きましょう。

a) $\begin{cases} 0.1x + 0.2y = 0 \\ x + y = 15 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 0.25x + 0.2y = 2 \\ 3x - 2y = 2 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 0.4x + 0.1y = 3 \\ 0.2x + 0.5y = 6 \end{cases}$

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

ユニット 2

1.13 係数が分数の連立方程式

R

1. 最も適切だと思う方法を使って連立方程式を解きましょう。

a) $\begin{cases} x + 2y = 2 \\ 3x - 2y = 6 \end{cases}$　　b) $\begin{cases} 4x - y = 2 \\ 4x = 2y + 3 \end{cases}$

2. 最も適切だと思う方法を使って連立方程式を解きましょう。

a) $\begin{cases} 0.3x + 0.8y = 2 \\ 3x - 8y = 4 \end{cases}$　　b) $\begin{cases} 0.5x + 0.3y = 2 \\ 6x - 3y = -9 \end{cases}$

C

係数が分数である連立方程式を解くには、分数の係数を整数に変えるような数をそれぞれの方程式に掛け合わせてから、最も適切だと考えられる解き方を適用します。

例えば、次の連立方程式を解く場合：

$$\begin{cases} \frac{2}{3}x + \frac{3}{4}y = 12 & ① \\ \frac{7}{9}x + y = 15 & ② \end{cases}$$

1. 整数の係数を持つ方程式に変えましょう。

$$① \times 12 \longrightarrow 8x + 9y = 144$$
$$② \times 9 \longrightarrow 7x + 9y = 135$$

2. ① から ② を引いて y を消去します。

$$\begin{array}{rr} & 8x + 9y = 144 \\ (-) & \underline{7x + 9y = 135} \\ & x = 9 \end{array}$$

3. 設問の連立方程式のうち、方程式 ② に $x = 9$ を代入します。

$$\frac{7}{9}x + y = 15$$
$$\frac{7}{9}(9) + y = 15$$
$$7 + y = 15$$
$$y = 8$$

最も適切だと思う方法を使って連立方程式を解きましょう。

a) $\begin{cases} 2x + 3y = -2 \\ \frac{2}{3}x - \frac{1}{3}y = 2 \end{cases}$　　b) $\begin{cases} \frac{1}{3}x + \frac{1}{4}y = 2 \\ x - 2y = 1 \end{cases}$　　c) $\begin{cases} \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y = 5 \\ \frac{3}{4}x - \frac{1}{3}y = 0 \end{cases}$

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

1.14 かっこを含む連立方程式

R

1. 最も適切だと思う方法を使って連立方程式を解きましょう。

a) $\begin{cases} 2x + y = 8 \\ 0.2x + 0.2y = 1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 0.5x - 0.5y = -4 \\ 3x + 5y = 0 \end{cases}$

2. 最も適切だと思う方法を使って連立方程式を解きましょう。

a) $\begin{cases} x + \frac{1}{3}y = 2 \\ 3x - \frac{2}{3}y = 1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 4x - \frac{1}{2}y = 1 \\ 2x + \frac{1}{2}y = 2 \end{cases}$

C

かっこがある連立二元一次方程式を解くには、例題の通り以下の事が必要です。

- かっこをまとめて、次に示される計算を行う事。
- 最も適切だと考える方法を使って連立方程式を解く事。

例えば、次の連立方程式を解く場合：

$\begin{cases} 8x - 3(x - y) = 50 & ① \\ 3(x + y) - (6y - 5x) = 41 & ② \end{cases}$

1. 次に示される計算を行います。

① $\longrightarrow 8x - 3x + 3y = 50 \longrightarrow 5x + 3y = 50$

② $\longrightarrow 3x + 3y - 6y + 5x = 41 \longrightarrow 8x - 3y = 41$

2. ① と ② をたします。

$$\begin{array}{rr} & 5x + 3y = 50 \\ (+) & \underline{8x - 3y = 41} \\ & 13x = 91 \\ & x = 7 \end{array}$$

3. 方程式 ① に x を代入します。

$$\begin{aligned} 5x + 3y &= 50 \\ 5(7) + 3y &= 50 \\ 3y &= 50 - 35 \\ 3y &= 15 \\ y &= 5 \end{aligned}$$

最も適切だと思う方法を使って連立方程式を解きましょう。

a) $\begin{cases} 5x - 3(x - y) = 7 \\ 6y - 3(y - x) = 9 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x - 2(y - x) = -9 \\ 2(x - y) + 3y = 0 \end{cases}$

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

1.15 $ax + by + c = 0$ の形の連立方程式

R

1. 最も適切だと思う方法を使って連立方程式を解きましょう。

a) $\begin{cases} \frac{2}{3}x - \frac{1}{3}y = 3 \\ \frac{5}{3}x + \frac{1}{3}y = 4 \end{cases}$　　b) $\begin{cases} \frac{2}{5}x + \frac{1}{2}y = 1 \\ \frac{3}{5}x - \frac{1}{2}y = -6 \end{cases}$

2. 最も適切だと思う方法を使って連立方程式を解きましょう。

a) $\begin{cases} 6x - 2y = 3(x + 2) \\ 3x - 3y = 3 \end{cases}$　　b) $\begin{cases} 10x + 7y = 4(x - 1) + 8 \\ 8x + 7y = 10 \end{cases}$

C

$ax + by + c = 0$ の形の連立二元一次方程式を解くには、例題に示されている通り、以下の事が必要です。

- 項の移項を行い、方程式を $ax + by = c$ の形にする事。
- 最も適切だと考える方法を使って連立方程式を解く事。

例えば、次の連立方程式を解く場合：

$$\begin{cases} 0.8x + 1.2y - 14 = 0 & ① \\ 0.4x - 0.3y - 2.5 = 0 & ② \end{cases}$$

1. 定数項 c を移項して $ax + by = c$ に変換し、係数を整数にします。

$$① \longrightarrow 0.8x + 1.2y = 14 \longrightarrow 8x + 12y = 140$$
$$② \longrightarrow 0.4x - 0.3y = 2.5 \longrightarrow 4x - 3y = 25$$

2. ① から ② をひきます。

$$\begin{array}{lcr} ① & \longrightarrow & 8x + 12y = 140 \\ ② \times 2 & \longrightarrow & (-)\ \underline{8x - 6y = 50} \\ & & 18y = 90 \\ & & y = 5 \end{array}$$

3. 方程式 ② に $y = 5$ を代入します。

$$\begin{aligned} 4x - 3(5) &= 25 \\ 4x - 15 &= 25 \\ 4x &= 25 + 15 \\ 4x &= 40 \\ x &= 10 \end{aligned}$$

最も適切だと思う方法を使って連立方程式を解きましょう。

a) $\begin{cases} x + 2y + 5 = 0 \\ 3x + 2y - 9 = 0 \end{cases}$　　b) $\begin{cases} 2x - y - 5 = 0 \\ 3x - y - 15 = 0 \end{cases}$　　c) $\begin{cases} 3x - 2y - 5 = 0 \\ x - y - 2 = 0 \end{cases}$

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

1.16 学習内容の自己評価

問題を解いてから、学んだことに基づいて適切と思うところにチェックを入れましょう。
正直に答えましょう。

設問	はい	改善できます	いいえ	コメント
1. 次の方程式の違いが分かる。 $3x + 2y = 5$、$2x + 5 = 9$、$2(x - 3) = 10$、$2(x - y) = 4$				
2. 次のような二元一次方程式と一次方程式を解くにあたって、その違いが分かる。 $2x + y = 5$、$x - 2 = 0$				
3. 表を用いて、$2x + y = 5$ などの方程式を解ける。				
4. 表を用いて、次のような連立方程式を解ける。 $\begin{cases} x + y = 2 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$				
5. 減法を用いて、次のような連立方程式を解ける。 $\begin{cases} x + 2y = 0 \\ 2x + 5y = 1 \end{cases}$				
6. 代入法を用いて、次のような連立方程式を解ける。 $\begin{cases} 3x + y = 2 \\ 7x + 2y = 3 \end{cases}$				
7. 次のような連立二元一次方程式を解くにあたって、より適切な解き方を見い出せる。 $\begin{cases} x + y = 7 \\ 3x - 2y = 1 \end{cases}$				

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

1.17 学習内容の自己評価

問題を解いてから、学んだことに基づいて適切と思うところにチェックを入れましょう。
正直に答えましょう。

設問	はい	改善できます	いいえ	コメント
1. 次のような、係数が小数の連立一次方程式を 解ける。 $\begin{cases} 0.8x - 0.2y = 1.4 \\ 0.4x + 2y = 2.8 \end{cases}$				
2. 次のような、係数が分数の連立一次方程式を 解ける。 $\begin{cases} \frac{1}{3}x + \frac{1}{5}y = 2 \\ \frac{1}{3}x - y = -4 \end{cases}$				
3. 次のような、係数が小数と分数の連立一次方程式を 解ける。 $\begin{cases} 0.2x + 0.4y + 0.6 = 0 \\ \frac{3}{2}x + \frac{5}{4}y - \frac{5}{2} = 0 \end{cases}$				
4. 次のような、$ax + by + c = 0$ の連立一次方程式を 解ける。 $\begin{cases} 6x - 5y - 17 = 0 \\ 14x + 25y - 3 = 0 \end{cases}$				

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

2.1 幾何学における連立方程式の応用

R 代数式で表しなさい。

1. 13 増加した数字

2. ある数字の 2 倍

3. 4 増加すると 9 に等しくなる数字

4. 9 減少すると 3 に等しくなる数字

5. 和が 15 に等しい 2 つの数字

C 連立二元一次方程式を使って問題を解くのに必要なのは：

1. 未知数で表される数を定義します。
2. 連立方程式を考えるために、問題の条件に合った方程式を書きます。
3. 連立方程式を解きます。
4. 解答が状況に適しているか確認します。

1. 長方形状の小さな農場が、外周 240 m で、縦の長さが横の 3 倍の場合、この農場の寸法を 求めなさい。

2. ホテル・ラ・エスペランサには、長方形状のプールがあります。このプールの外周は 40 m で、縦の長さが横の 2 倍より 4 m 短いです。このプールの縦と横の寸法を求めなさい。

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

2.2 自然科学における連立方程式の応用

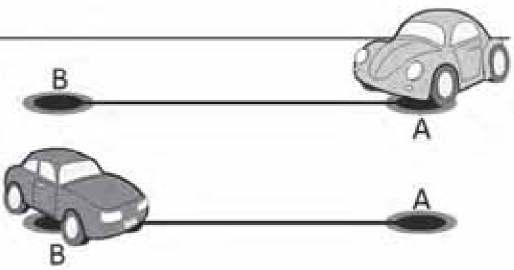
1. 長方形の外周が 64 cm、縦と横の差が 6 cm です。この長方形の寸法を求めなさい。

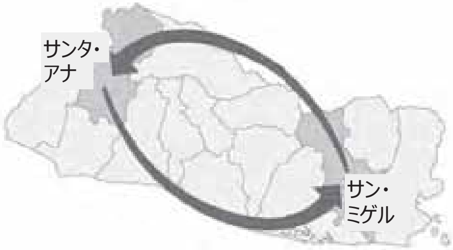
2. アナの机は、外周が 400 cm、横の長さが縦の $\frac{2}{3}$ です。この机の寸法を求めなさい。

連立二元一次方程式を使って問題を解くのに必要なのは：

1. 未知数で表される数を定義します。
2. 連立方程式を考えるために、問題の条件に合った方程式を書きます。
3. 連立方程式を解きます。
4. 解答が状況に適しているか確認します。

1. A 町と B 町の距離は、255 km です。A から B までを時速 90 km で移動する車があります。同時刻、別の車では、B から A までを時速 80 km で移動します。どちらも一定の速度で移動していると仮定し、すれ違った時点におけるそれぞれの走行距離を求めなさい。





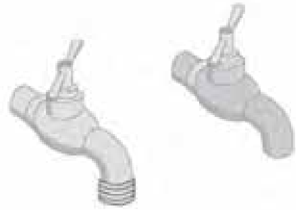
2. サンタ・アナとサン・ミゲルには、距離がおよそ 200 km あります。カルロスは、サン・ミゲルからサンタ・アナまで、時速 60 km で進みます。同時刻にカルメンが出発し、サンタ・アナからサン・ミゲルまで、時速 100 km で進みます。どちらも一定の速度で同じ道を通っていると仮定し、すれ違った時点におけるそれぞれの走行距離を求めなさい。

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

2.3 算数における連立方程式の応用　その 1

1. カルロス邸にある、外周が 140 cm、横の長さが縦の $\frac{3}{4}$ のテレビ画面の寸法を求めなさい。

2. マリオ邸には、A と B に蛇口があります。蛇口 A を 3 分間、蛇口 B を 1 分間開けておくと、水が合計で 50 リットル出ます。一方、蛇口 A を 1 分間、蛇口 B を 2 分間開けておくと、合計で 40 リットル出ます。それぞれの蛇口から、毎分何リットルの水が出るか求めなさい。



連立二元一次方程式を使って問題を解くのに必要なのは：

1. 未知数で表される数を定義します。
2. 連立方程式を考えるために、問題の条件に合った方程式を書きます。
3. 連立方程式を解きます。
4. 解答が状況に適しているか確認します。

1. カルロスは、ズボンを 1 着、靴を 1 組買いました。これらの合計は 190.00 ドルでしたが、ズボンは 10%、靴は 20% の割引があったので、合計で 158.00 ドル払いました。それぞれ、割引前の価格がいくらか求めなさい。

2. アントニオは 9,000.00 ドルの資金をもっていて、その一部は年利 4% の口座に、それ以外は年利 5% の口座に入れています。増えた資金は 1 年後には 9,400.00 ドルになることを踏まえ、両方の金額を計算しなさい。

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

2.4 算数における連立方程式の応用　その 2

1. 女性が、26.40 ドルで、トマトと玉ねぎを 20 ポンド買いました。トマトの金額が 1 ポンド 1.20 ドル、玉ねぎの金額が 1 ポンド 1.50 ドルの場合、それぞれ何ポンドずつ買ったのか求めなさい。

2. フアンは、コンピュータとテレビを 2,000 ドルで買い、2,260 ドルで売りました。コンピュータの売却時に 10%、テレビの売却時に 15% の利益が出た場合、それぞれの金額がいくらであったか求めなさい。

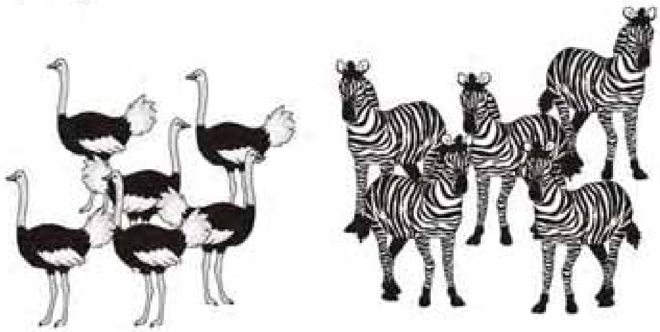
動物園にはダチョウとシマウマが 7 対 8 の比率でいます。それら全部で 92 本の足が数えられます。ダチョウとシマウマの数を求めなさい。

1. ダチョウの数を y、シマウマの数を x とし、条件を表しなさい。

"7 対 8 の比率" $y : x = 7 : 8$ ⟶ $8y = 7x$
"92本の足が数えられます" $4x + 2y = 92$ ⟶ $4x + 2y = 92$

2. 連立方程式を考えます。

$$\begin{cases} 8y = 7x & ① \\ 4x + 2y = 92 & ② \end{cases}$$



3. 方程式を解きます。

- 方程式 ① における y の値を求めます。

$$y = \frac{7}{8}x$$

- 方程式 ② に $y = \frac{7}{8}x$ を代入します。

$$4x + 2(\frac{7}{8}x) = 92$$
$$4x + \frac{7}{4}x = 92$$
$$16x + 7x = 368$$
$$23x = 368$$
$$x = \frac{368}{23}$$
$$x = 16$$

- $x = 16$ を代入します。

$$y = \frac{7}{8}(16)$$
$$y = 7(2)$$
$$y = 14$$

4. ダチョウは 14 羽、シマウマは 16 頭。

以下の文章題を解きなさい。

1. カルロスの叔父の農場では、卵 525 個が小さな段ボール箱と大きな段ボール箱に、$\frac{3}{2}$ の割合で箱詰めされています。小さい方に 15 個ずつ、大きい方に 30 個ずつ入れた場合、小さい方と大きい方が、それぞれ何箱つかわれたか求めなさい。

2. 旧市街地では、豆とトウモロコシの栽培面積が 35 区画で、$\frac{3}{4}$ 割合となっています。豆とトウモロコシの栽培面積が、それぞれ何区画か求めなさい。

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

2.5 学習内容の自己評価

問題を解いてから、学んだことに基づいて適切と思うところにチェックを入れましょう。
正直に答えましょう。

設問	はい	改善できます	いいえ	コメント
1. 次のような問題が解けます。 長方形状の土地の外周は、40 メートルです。縦が 2 倍、横が 6 メートル拡大した場合、外周が 76 メートルになります。この土地の寸法を求めなさい。				
2. 次のような問題が解けます。 マリアと友達で 109 ドル支払って、ピザ 5 枚とソーダ 7 本を買いました。先週はピザ 8 枚とソーダ 11 本で 173 ドルであった場合、ピザ 1 枚とソーダ 1 本あたりの金額を求めなさい。				
3. 次のような問題が解けます。 アナは裁縫師で、ボタンのセール品を買おうとしています。1パックの料金は、白いボタンが 15 ドル、黒いボタンが 10 ドルです。180.00 ドルで合計 14 パック買った場合、白いボタンの金額を求めなさい。				
4. 次のような問題が解けます。 3 桁の回文数の和が 12 に等しく、十の位が、百の位の 2 倍を 4 上回っている場合、この回文数を求めなさい。 **注：**回文数では、百の位が一の位に等しいです。				

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

2.6 学習内容の自己評価

問題を解いてから、学んだことに基づいて適切と思うところにチェックを入れましょう。
正直に答えましょう。

設問	はい	改善できます	いいえ	コメント
1. 次のような問題が解けます。 ホセさんとアントニオさんは、種まき用の種を買いに行きました。ホセさんがトウモロコシ 4 袋と豆 3 袋、アントニオさんがトウモロコシ 3 袋と豆 2 袋を買いました。ホセさんの分が 480 キロ、アントニオさんの分が 340 キロの場合、それぞれ、トウモロコシと豆の袋の重さを求めなさい。				
2. 次のような問題が解けます。 ミゲルさんが A 社にいくらか投資したところ、5% の利益が出ました。一方、B 社にも投資すると、3.5% の利益が出ました。合計投資額が10,000 ドルで、1 社目の投資利益が 2 社目より 300 ドル高い場合、各社にいくら投資したか求めなさい。				
3. 次のような問題が解けます。 カルメンとカルロスは、手作りのピザを売っています。材料費が、大きなピザで 5.00 ドル、小さなピザで 3.00 ドルかかります。570.00 ドルの資金で、ピザを 150 枚焼きたい場合、各サイズで何枚ずつ焼けるか求めなさい。				
4. 次のような問題が解けます。 ドーニャ・マリー食品にはトラックが 2 台あり、積載量がそれぞれ 3 トンと 4 トンです。コーヒー精製所まで 23 往復し、コーヒーを合計 80 トン配送した場合、トラック 1 台につき何往復したか求めなさい。				

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

応用問題

各交差点での一方の道路からもう一方への車両の通行率を把握すると、これを連立一次方程式に表して解くことで、各道路の交通量を計算したり、信号がタイミングよく変わるように設定したり、横断歩道や一時停止の標識を設置したりして、交通改善や交通整理を図れます。

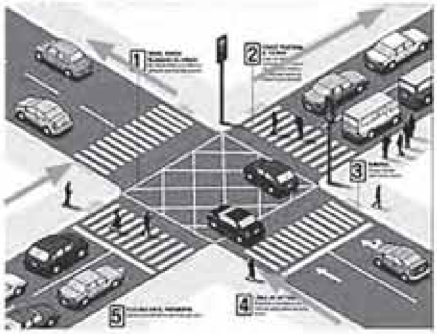
道路交通網の交通流量を分析する

ある都市の道路交通網が区分分けされていると仮定してください。道路 A と大通り M の交差点における、交通流量の分析が求められています。各道路の進行方向は、右図のようになっています。

この交差点の交通流量が毎時 1400 台で、大通りを通る台数が道路の 75% の場合、次の問いに答えなさい。

a) 道路と大通りの交通流量を求めなさい。

b) 道路と大通りの交通流量をもとに、この交差点の信号が変わるタイミングを設定しなさい。



連立方程式を用いれば、日常のさまざまな場面を想定できます。例えば、分野を問わず、会社のプロジェクトの予算を計算できます。その際、プロジェクトの規模、使用する物資、必要な作業時間、作業人数など、様々な要因の相関分析ができます。こうした要因はすべて、連立一次方程式という数式に表して、コンピュータで演算できます。同じように、次のような日常の一場面も想定できます。

各社員への支払いが発生した給与

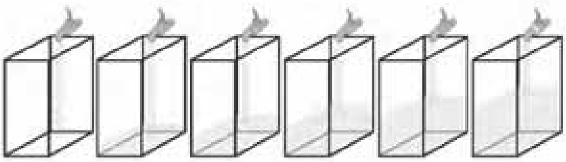
社員 2 名が、1 日 8 時間働いています。1 人目の日給は、2 人目より 5 ドル安いのですが、1 人目の労働日数が 30 日であったのに対し、2 人目は 24 日だけでした。1 人目の収入が、2 人目より 330.00 ドル多い場合、次の問いに答えなさい。

a) 各社員の日給を求めなさい。
b) 各社員の給与の合計金額を求めなさい。

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

一次関数

1637年、関数という言葉がはじめて用いられました。フランスの数学者ルネ・デカルトが、変数 x の n 乗を割り当てるにあたって用いました。1694 年には、ドイツの数学者ゴットフリート・ヴィルヘルム・ライプニッツが、この言葉を用いて、曲線のさまざまな形状を傾きと捉えました。近年では、1829 年、最も一般的な用いられ方が、ドイツの数学者ペーター・グスタフ・ルジューヌ・ディリクレ (1805-1859) によって提唱されました。関数を変数 x と y の相関関係と定義し、これを執筆するにあたって、値を y に機械的に割り当てる原則や写像を用いた人物です。



シンクが水でいっぱいになる時間は、
一次関数をもちいれば想定できます。

関数を利用すれば、実社会を数学用語で表すことができます。例えば、温度変動、惑星の動き、脳波、景気循環、心拍数、人口増加率などです。

関数について、この学年では、さまざまな科学現象や日常を想定するのに最も一般的な方法、一般的な特徴を、分析的かつ図式的に学びます。具体的には、一次関数とその因数を復習し、さまざまな場面の解決に用います。例えば、合計請求額を求めるにあたって、 月次消耗品費や固定費を参考にする場合などです。

上下水道公社
コールセンター 915

請求書 No.0905000F2241150
行政センター A6 ビル
電話番号：2255-5568、2555-5569、2555-5570

顧客名
サンマテオ郡 競馬場前 大通り 45 番地
サン・サルバドル

区分	口座番号	請求日
[illegible]	[illegible]	[illegible]

民事訴訟法改正版	民事訴訟法	問い合わせ消費量	上下水道公社	締日
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

サービス料
小計
三十八ドルと八十五セント
未払残高
合計請求額 $
エルサルバドル
コロン換算

上下水道公社：2018/09/25 銀行：2018/09/24

節水は全国民の責務です。「水を守りましょう」

ご自宅の漏水を直して、水の使いすぎを防ぎましょう。

合計消費量の記録

顧客支払証明書

合計請求金額は、一次関数で
求めることができます。

1.1 正比例の意味を復習する

マラソン選手がコースを最初の 8 分間で 2 km 進みました。8 分以降もこのスピードで走り続ける場合、

1. 比例定数を求めなさい。
2. x 分後までに走った距離 y を表しなさい。
3. 42 km のコースを完走するのに、いくら時間がかかりますか。

解答

a を比例定数として、それぞれ次のように解きます。

1. $y = ax$ で、$x = 8$、$y = 2$ のとき

$$2 = a(8)$$

$$\frac{2}{8} = a$$

$$\frac{1}{4} = a\ ,\ a = \frac{1}{4}$$

2. x 分後の距離 y を表すと、

$$y = \frac{1}{4}x$$

3. 42 km のコースを完走するのにかかる時間を求めるために、$y = 42$ の値を $y = \frac{1}{4}x$ に代入します。

$42 = \frac{1}{4}x$，よって、$x = 168$ 分

よって、42 km を完走するためには、2 時間 48 分必要です。

1. y が x に正比例するかどうかを判断し、$y = ax$ を表し、比例定数を述べなさい。

自転車選手が時速 90 キロメートルで移動する場合、
x 時間で y キロメートル進みます。

x（時間）	1	2	3
y（キロメートル）	90		

2. y が x に正比例する場合、$y = ax$ における定数 a の値を、次の各場合について求めなさい。

a) $x = 2,\ y = 16$　　b) $x = 4,\ y = 12$　　c) $x = 3,\ y = 6$

3. 変数 y が x の関数であるものを見つけなさい。

a) 1 分間に 60 メートル歩く人の場合、時間は x 分、移動距離は y メートルとなります。

b) 鉄の棒が 1 メートル 5 ポンドの重さのとき、長さは x メートル、重さは y ポンドです。

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

1.2 正比例の応用

R y が x に正比例する場合、$y = ax$ における定数 a の値を、次の各場合について求めなさい。

a) $x = 4,\ y = 2$　　　b) $x = 3,\ y = 12$　　　c) $x = 2,\ y = 5$

C

次の表は、正方形の辺の長さと周りの長さの関係を表しています。表を埋めて、次の問いに答えなさい。

辺の長さ x (cm)	0	1	2	3	4
周りの長さ y (cm)		4	8		

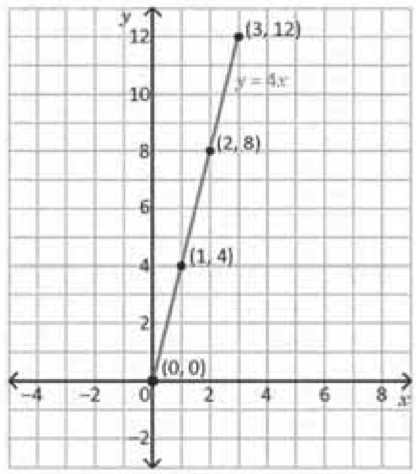
1. 正方形の辺の長さ x とその周りの長さ y との間に正比例が存在するか判断しなさい。
2. 正方形の辺が x のとき、周りの長さ y を表しなさい。
3. 正方形の辺の長さと周りの長さの関係をグラフで表しなさい。

解答

辺の長さ x (cm)	0	1	2	3	4
周りの長さ y (cm)	0	4	8	12	16

$x = 1$、$y = 4$ の時、$4 = a(1)$、$a = \frac{4}{1} = 4$ です。

$x = 3$、$y = 12$ の時、$12 = a(3)$、$a = \frac{12}{3} = 4$ です。



- $y = ax$ における a の値が両方の式に当てはまるので、正方形の外周は、一辺の長さに比例しています。
- 比例定数は 4 なので、$y = 4x$
- 値の組み合わせをいくつか求めて、図に表します。
- 正比例 $y = ax$ のグラフを作成するためには、原点 (0, 0) と別の 1 点を用います。これらの点を通る直線を引きます。

1. 次の表から $y = 3x$ のグラフを作りなさい。

x	...	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	...
y	...	-12	-9	-6	-3	0	3	6	9	12	...

2. 次の正比例のグラフを作成しなさい。

a) $y = -3x$　　　b) $y = 2x$　　　c) $y = 1.5x$　　　d) $y = -\frac{2}{3}x$

3. 一辺 2 cm の正三角形の外周は 6 cm、一辺 3 cm の場合は 9 cm です。
   a) 正三角形の辺の長さ x とその周りの長さ y との間に正比例が存在するか判断し、$y = ax$ の関係を用いてあなたの答えを証明しなさい。
   b) 正三角形の辺が x のとき、周りの長さ y を表しなさい。
   c) 正三角形の辺の長さと周りの長さの関係をグラフで表しなさい。

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

1.3 一次関数の意味

R

1. y が x に正比例する場合、$y = ax$ における定数 a の値を、次の各場合について求めなさい。

a) $x = 6,\ y = 3$　　b) $x = 4,\ y = 16$　　c) $x = 3,\ y = 5$

2. 100 リットル入る容器に水が入っていますが、1 分間に 4 リットルの水漏れがあります。時間を x 分、容器に残る水量を y リットルと表す場合、時間 x と容器に残る水量 y が正比例の関係にあるか見極め、その解を関数 $y = ax$ で証明しなさい。

C

y を x の 一次式として表すことができる x と y の 2 つの変数があるとき、**y は x の 一次関数である**といい、一般的に、**関数方程式**と呼ばれる ***y = ax + b*** の式で表されます。ここで、a は、変数間に比例関係があることを指しています。また、***b*** は定数です。b の値は、表の $x = 0$ になっている箇所を見て得ることができます。定数 b がゼロの値をとるとき、一次関数は正比例になり、***y = ax*** の式で表されます。

例えば、関数 $y = 3x + 5$ では、$a = 3$、$b = 5$ となります。これは、変数と変数における比例関係を表してはいません。

ある家具屋のオーナーは、家具職人に基本給 250.00 ドルと、完成した家具 1 つにつき 10.00 ドルの手当を上乗せして支払います。

a) x を完成した家具の数、y を家具職人の給与として、次の表を当てはまる値で埋めなさい。

***x*（家具の数）**	0	1	2	3	4	5	6	7	...
***y*（ドル）**	250	260	270	280					...

b) 家具が 2 つ完成している場合と、4 つ完成している場合の、家具職人が受け取る給与額を求めなさい。

c) 家具が x 個完成している場合の給与額（ドル）を求めなさい。

d) y が x の関数であることを、方程式に書き表しなさい。

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

1.4 一次関数

R

1. 容積 60 リットルの空の容器をいっぱいにするにあたって、ホースの水を毎分 2 リットル入れます。時間を x 分、容器の水量を y リットルと表す場合、時間 x と容器の水量 y が正比例の関係にあるか見極め、その解を関数 $y = ax$ で証明しなさい。

2. ある商社は、販売員に基本給 200.00 ドルと、販売したベッド 1 つにつき 10 ドルの歩合給を上乗せして支払います。x を販売したベッドの数、y を販売員の給与として、次の表を当てはまる値で埋めなさい。

x（ベッドの数）	0	1	2	3	4	5	6	7	...
y（ドル）	200	210	220	230					...

a) ベッドが x 個売れた場合の給与額（ドル）を求めなさい。

b) y が x の関数であることを、方程式に書き表しなさい。

C

式 $y = ax + b$ ($a < 0$ のとき) と、正比例の式 $y = ax$ も、一次関数です。

- $y = ax + b$ は、$a < 0$ である場合、x が増加するにつれて、y が減少します。
- $y = ax$ は、$b = 0$ である場合、一次関数です。

1. 一次関数の方程式を見極めなさい。

a) $y = 3x + 1$　　b) $y = 4x$　　c) $y = -2x + 3$　　d) $y = \frac{2}{x}$

2. y を x の関数で表してから、一次関数であるかどうか分析しなさい。

a) 一辺 x の正三角形の外周 y。

b) 底辺が x で、面積が 32 cm^2 の三角形の高さ y。

c) 水を毎分 a リットル容器に入れた場合の、x 分後の水量 y。

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

1.5 変化の割合の意味

1. あるマキラドーラ産業の従業員は、基本給 150.00 ドルと、完成した設備 1 つにつき 1 ドルを上乗せして受け取りました。x を完成した設備の数、y を給与として、次の表を当てはまる値で埋めなさい。

x（設備の数）	0	1	2	3	4	5	6	7	...
y（ドル）	150	151	152	153					...

a) 設備が x 個完成している場合の給与額（ドル）を求めなさい。

b) y が x の関数であることを、方程式に書き表しなさい。

2. 一次関数の方程式を見極めなさい。

a) $y = 3x - 2$　　b) $y = 5x^2$　　c) $y = -2x - 1$　　d) $y = \frac{1}{x}$

一次関数において、変数 y の変化を x の変化と比較するとき、この比率を変化の割合といいます。つまり、次の式が成り立ちます。

$$\textbf{変化の割合} = \frac{y\text{の値の変化}}{x\text{の値の変化}}$$

あるタクシー会社は、次のように料金を設定しています。タクシーの初乗り運賃が 5.00 ドルで、走行距離 1 キロメートルにつき 2 ドルが追加請求されます。

a) 走行距離を x キロメートル、走行運賃を y とする場合、次の表の空欄を埋めなさい。

x（キロメートル）	0	5	10	15	20	25	30	35	...
y（ドル）	5				45				...

b) 100 キロメートル走行した場合と、150 キロメートル走行した場合の、運賃を求めなさい。

c) 問 b. の答えから、変化の割合を求めなさい。

d) y を x の 一次関数として表しなさい。

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

1.6 変化の割合

R

1. 一次関数の方程式を見極めなさい。

a) $y = -2x - 3$　　b) $y = -3x$　　c) $y = 2x^2 - 3$　　d) $y = -\frac{1}{x}$

2. 携帯電話の販売員は、基本給が月額 100 ドルで、歩合給が販売した携帯電話 1 台につき 5 ドルです（販売員の給与の総額は、基本給と歩合給の和となります）。

a) 販売台数を x、販売員の給与を y とする場合、次の表の空欄を埋めなさい。

x（携帯電話の数）	0	2	4	6	8	10	12	14	…
y（ドル）	100				140				…

b) 携帯電話を 15 台売った場合と、20 台売った場合の、給与の受給額を求めなさい。

c) 問 b. の答えから、変化の割合を求めなさい。

d) y を x の 一次関数として表しなさい。

C

一次関数 $y = ax + b$ において、変化の割合は一定であり、a の値に等しいです。つまり、

$$\textbf{変化の割合} = \frac{y\textbf{ の値の変化}}{x\textbf{ の値の変化}} = a$$

変化の割合を求めるために式を考慮すると、
- **y の値の変化 = a × (x の値の変化)**、すなわち、y の増加は x の増加に比例しています。
- a の値は、x が 1 ずつ増えるときの y の増加に等しいです。

次の各 一次関数について、

1. 変化の割合を求めなさい。

2. $x = 4$ のときの、y の値を求めなさい。

a) $y = 2x - 3$　　b) $y = -2x + 3$　　c) $y = 3x - 5$

d) $y = \frac{1}{2}x + 3$　　e) $y = \frac{3}{2}x + 1$　　f) $y = -\frac{3}{5}x - 1$

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

1.7 関数 $y = ax + b$ の特徴

1. アナは、スーツケースショップで働いています。基本給が月額 80 ドルで、歩合給が販売したスーツケース 1 個につき 10 ドルです。

a) 販売個数を x、アナの給与を y とする場合、次の表の空欄を埋めなさい。

x（スーツケースの数）	0	2	4	6	8	10	12	14	...
y（ドル）	80								...

b) スーツケースを 20 個売った場合と、25 個売った場合の、給与の受給額を求めなさい。

c) 問 b. の答えから、変化の割合を求めなさい。

d) y を x の 一次関数として表しなさい。

2. 次の一次関数について、変化の割合と、$x = 5$ のときの y の値を求めなさい。

a) $y = 3x - 2$　　b) $y = -2x + 5$　　c) $y = \frac{2}{5}x + 1$

関数 $y = ax + b$ のグラフは直線です。少なくとも 2 組の座標について、変数 x と y の値が分かれば、このグラフを作成できます。

一次関数 $y = ax + b$ は、どのような値をとろうと、直線図で表せます。また、必ず点 $(0, b)$ を通り、$b = 0$ であれば、直交座標系の原点を通ります。

提示されたフローに従って、ノートに表を完成させなさい。

x	...	0	1	2	3	4	5	...
$y = 2x + 3$	...	3	5					...

a) 平面に座標 (x, y) を描きなさい。

b) 変数 x に他の値を代入し、y の他の値を求めなさい。

c) 関数のグラフを完成させなさい。

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

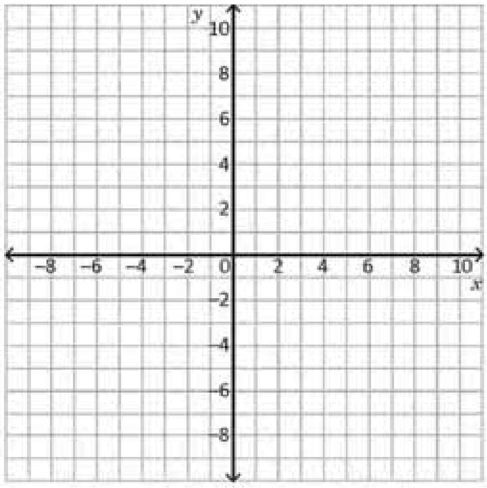
1.8 関数 $y = ax + b$ のグラフと $y = ax$ のグラフの関係

1. 次の一次関数について、変化の割合と、$x = 6$ のときの y の値を求めなさい。

a) $y = 2x - 5$　　　b) $y = -3x + 5$　　　c) $y = -\frac{2}{3}x + 1$

2. 提示されたフローに従って、表を完成させなさい。

x	...	0	1	2	3	4	5	...
$y = 2x - 3$	...	-3	-1					...



a) 平面に座標 (x, y) を描きなさい。

b) 変数 x に他の値を代入し、y の他の値を求めなさい。

c) 関数のグラフを完成させなさい。

関数 $y = ax + b$ のグラフは、点 $(0, b)$ を通り、関数 $y = ax$ のグラフに平行です。よって、$y = ax + b$ のグラフは、$y = ax$ のグラフを b の値だけ y 軸方向に移動させたグラフになります。

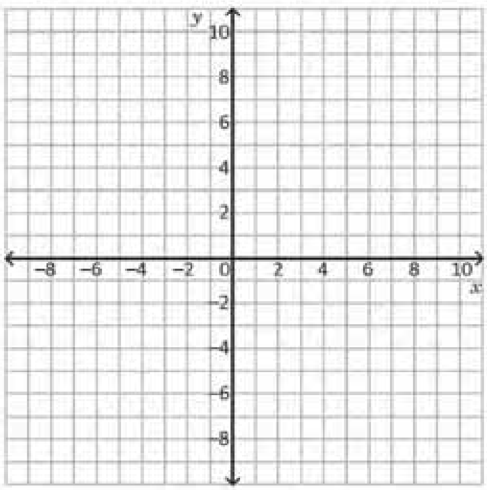
- 定数 b は、$x = 0$ のときの y の値で、一次関数の y 切片と呼ばれます。
- $b = 0$ で $y = ax$ の形の関数の場合、切片は座標系の原点（$x = 0$ および $y = 0$）になります。
- 関数 $y = ax + b$ のグラフは、関数 $y = ax$ のグラフに平行な直線です。

次の一次関数について、表を埋めて、グラフを完成させなさい。

a) $y = 3x$

b) $y = 3x - 3$

c) $y = 3x + 2$



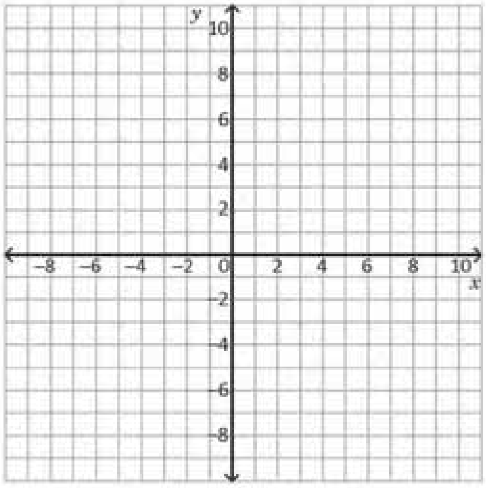
関数	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
a) $y = 3x$									
b) $y = 3x - 3$									
c) $y = 3x + 2$									

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

1.9 正の傾きのグラフの分析

1.提示されたフローに従って、表を完成させなさい。

x	...	−2	−1	0	1	2	3	...
$y = -2x + 3$	...	7	5					...

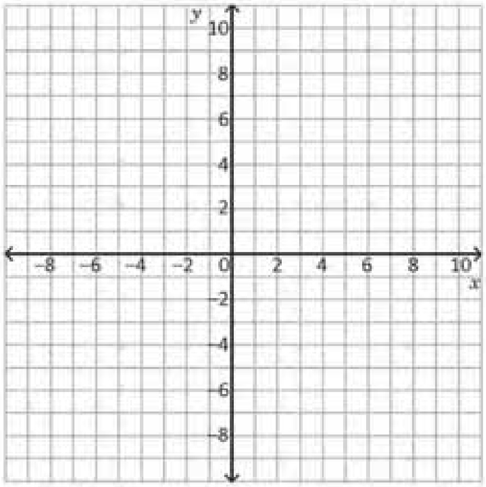


a) 平面に座標 (x, y) を描きなさい。

b) 変数 x に他の値を代入し、y の他の値を求めなさい。

c) 関数のグラフを完成させなさい。

2. 次の一次関数について、表を埋めて、グラフを完成させなさい。



a) $y = -2x$

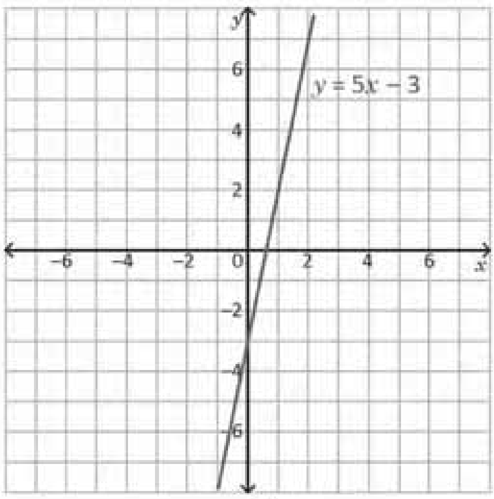
b) $y = -2x + 3$

c) $y = -2x - 3$

関数	...	−3	−2	−1	0	1	2	3	...
a) $y = -2x$									
b) $y = -2x + 3$									
c) $y = -2x - 3$									

一次関数 $y = ax + b$ の傾きは、変化の割合によって決まります。したがって、a が増えれば直線の傾きも増え、a が減れば、直線の傾きも減ります。したがって、直線の傾きを変えたいのであれば、関数 $y = ax + b$ の a の値だけを変えます。

次の関数グラフを見て、解答しなさい。



a) x の値が 1 増えると、y の値はどうなりますか。

b) x が 5 のとき、y の値はいくらですか。

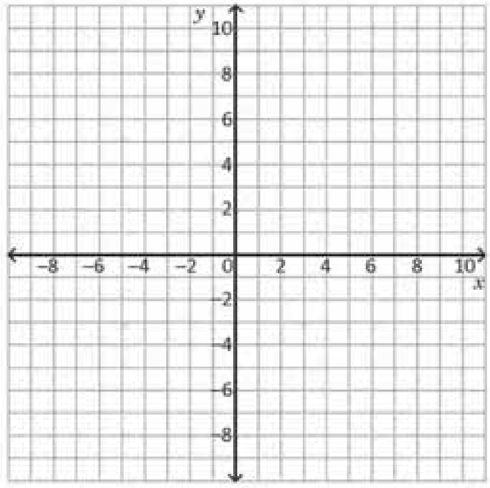
c) 変化の割合を求めなさい。

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

1.10 負の傾きのグラフの分析

R

1. 次の一次関数について、表を埋めて、グラフを完成させなさい。



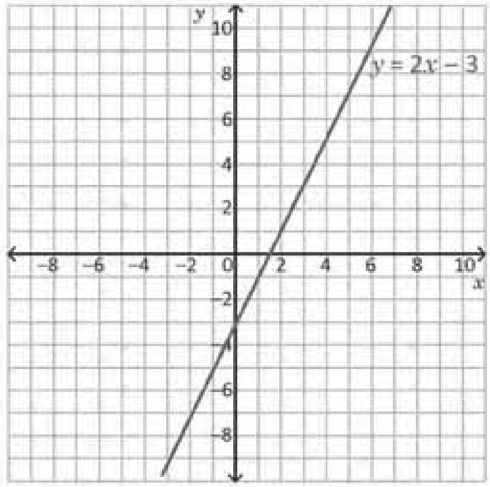
a) $y=\frac{1}{2}x$

b) $y=\frac{1}{2}x+3$

c) $y=\frac{1}{2}x-3$

関数	...	−3	−2	−1	0	1	2	3	...
a) $y=\frac{1}{2}x$									
b) $y=\frac{1}{2}x+3$									
c) $y=\frac{1}{2}x-3$									

2. 次の関数グラフを見て、解答しなさい。



a) x の値が 1 増えると、y の値はどうなりますか。

b) x が −5 のとき、y の値はいくらですか。

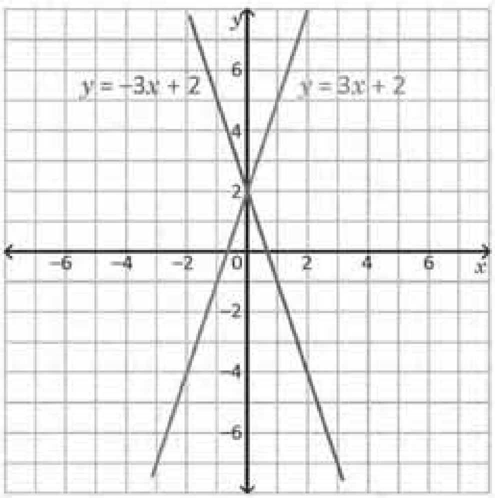
c) 変化の割合を求めなさい。

C

変数 x が増えると、変数 y は減ります。よって、変化の割合は負です。すなわち、x 軸方向で右に 1 移動すると、関数のグラフに相当する直線は、変化の割合の値と同じだけ下に向かって移動します。

したがって、関数 $y=ax+b$ の場合は、

- $a>0$ ならば、x の値が 1 増えると、y は a 増えます。
  例：$y=3x+2$、$a>0$ の場合は、x が 1 増えると、y は 3 増えます。
- $a<0$ ならば、x の値が 1 増えると、y は $-a$ 減ります。
  例：$y=-3x+2$、$a<0$ の場合は、x が 1 増えると、y は 3 減ります。



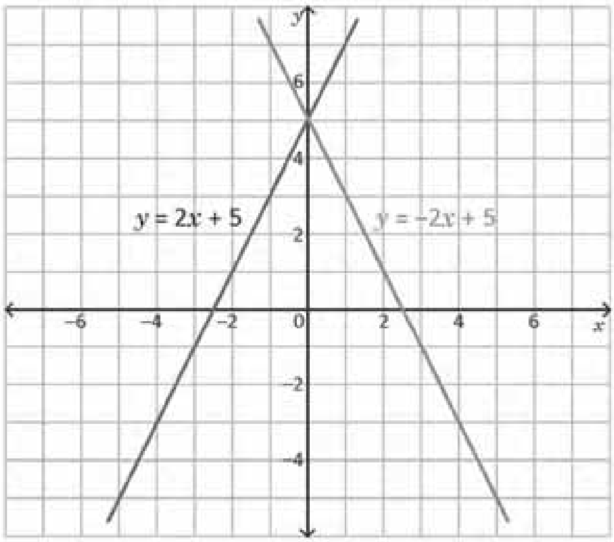
解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

関数グラフを見て、各場合に関して答えなさい。

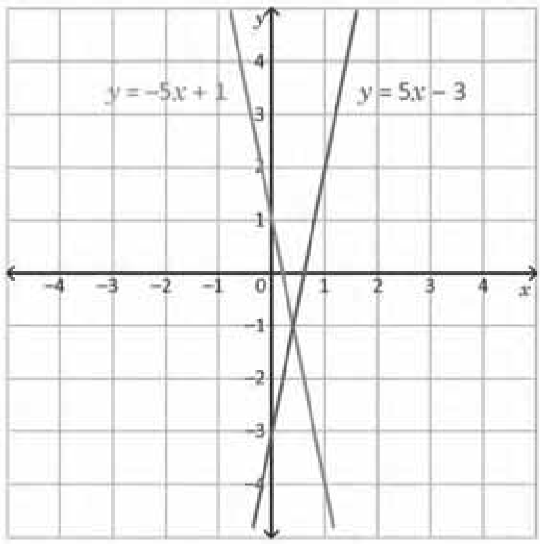
a) x の値が 1 増えると、y の値はどうなりますか。

b) 変化の割合を求めなさい。

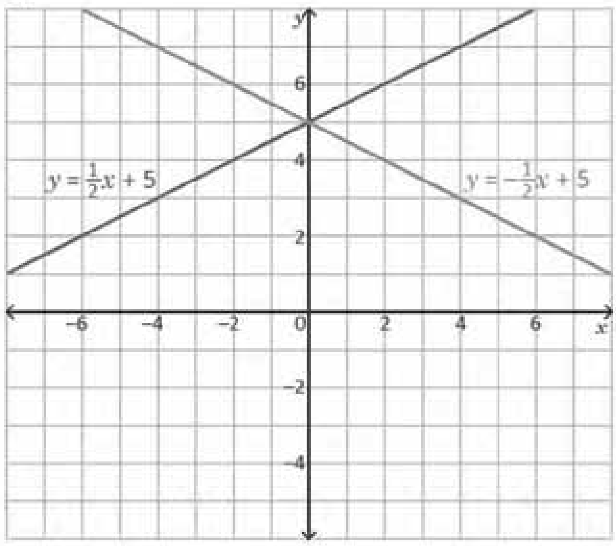
1.



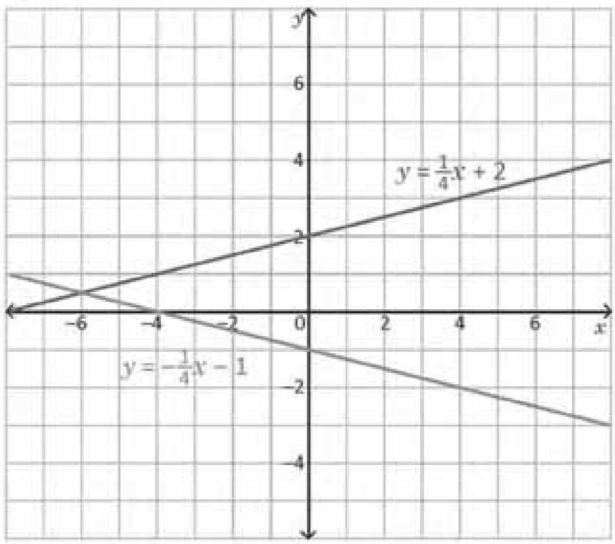
2.



3.



4.



解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

1.11 $y = ax + b$ のグラフの変化の割合と傾きの関係性

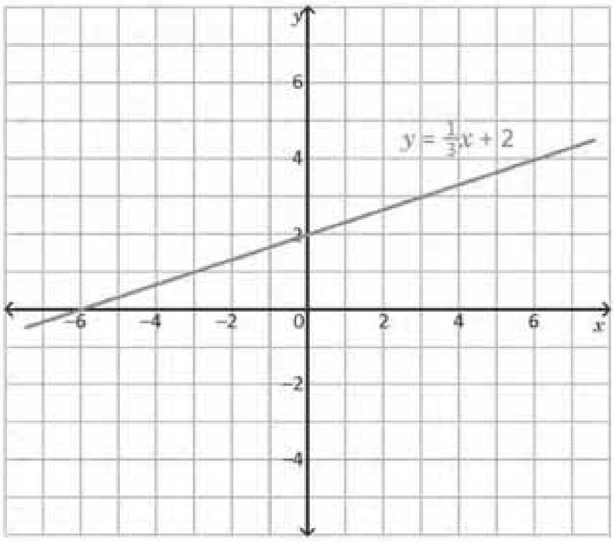
R 下記の関数のグラフを見て、調べてみましょう。

a) x の値が 1 増えるとき、y の値はどうなりますか。

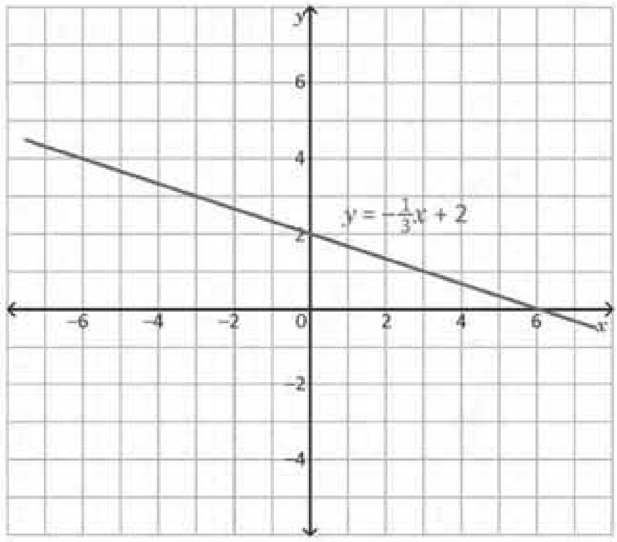
b) x が 5 のとき、y の値はいくらですか。

c) 変化の割合を求めましょう。

1.



2.



C 一次関数 $y = ax + b$ では、変化の割合は傾きの値と一致し、x と y の座標上の 2 点の値の増加量の計算から求めることができます。

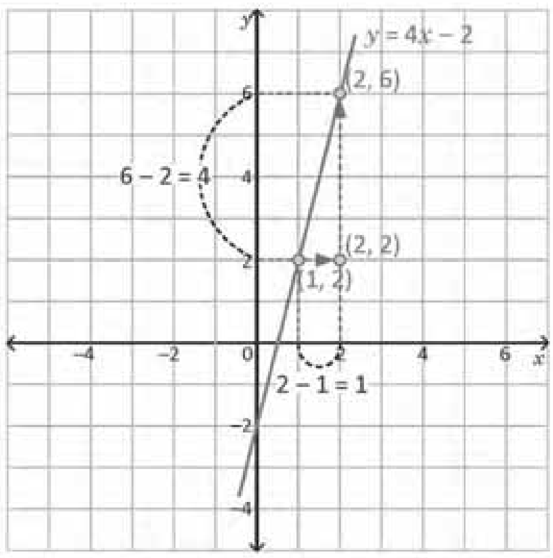
一次関数が $y = 4x - 2$ で、座標の (1, 2) と (2, 6) を通るとき：

変化の割合 = 傾き = $\frac{6-2}{2-1} = \frac{4}{1} = 4$ となります。

- $P_1(x_1, y_2)$ と $P_2(x_1, y_2)$ を通る関数のときはすべて、傾きを以下のように計算します。

傾き= $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

- 一次関数 $y = ax + b$ の係数 **a** は、関数グラフの**直線の傾き**を表し、変化の割合と同じ値です。

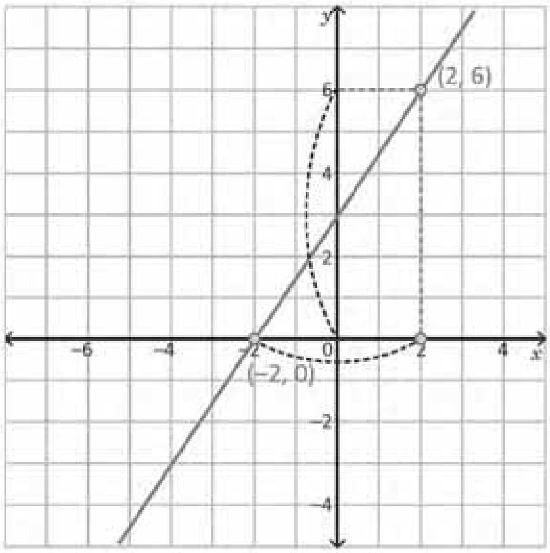


関数のグラフから、下記の内容を調べましょう。

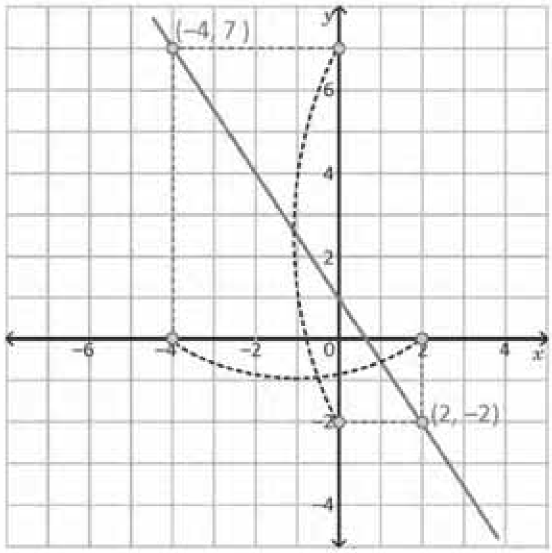
a) 与えられた点の座標を考慮して、x と y の増加量を求めましょう。

b) 各グラフの傾きを求めましょう。

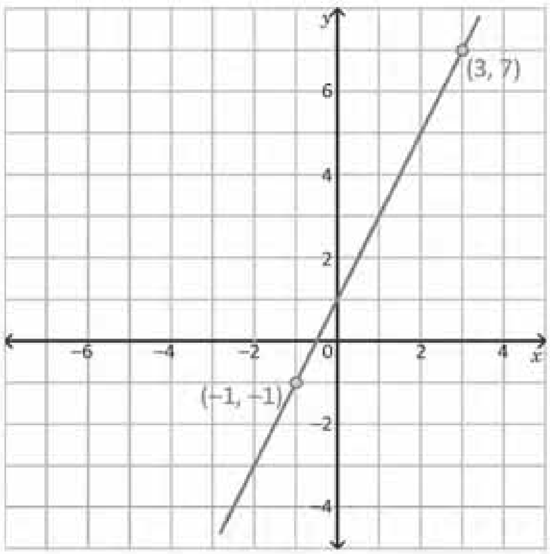
1.



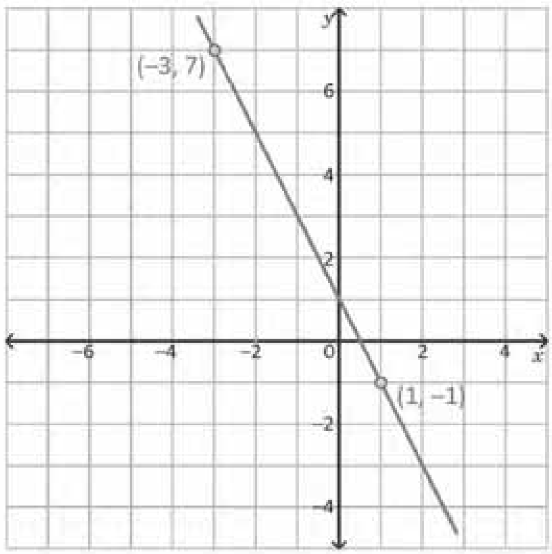
2.



3.



4.

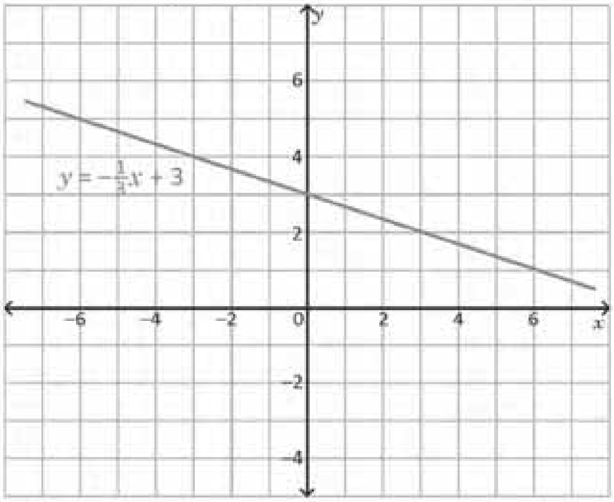


解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

1.12 一次関数 $y = ax + b$ のグラフの傾きと切片

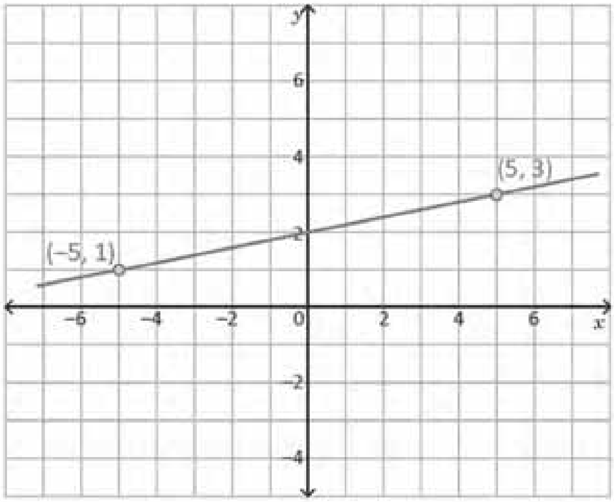
R

1. 関数 $y = -\frac{1}{3}x + 3$ のグラフを見て、下記の問題を解きましょう。



a) x の値が 1 増えるとき、y の値はどうなりますか。

b) 変化の割合を求めましょう。



2. 関数のグラフから、下記の内容を調べましょう。

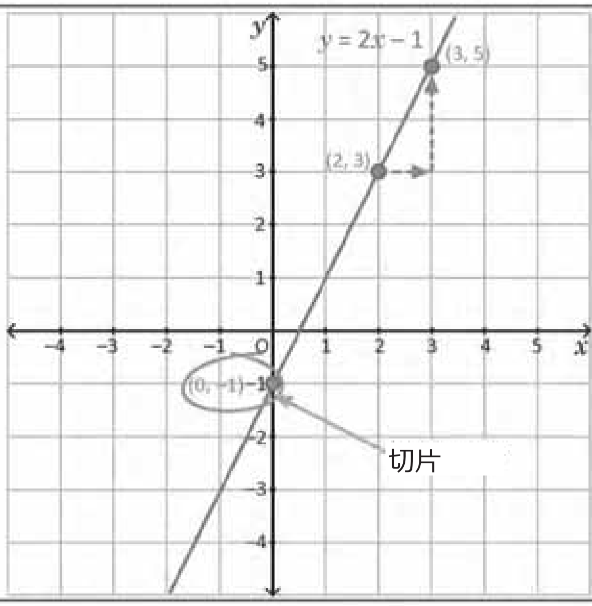
a) 与えられた点の座標を考慮して、x と y の増加量を求めましょう。

b) 関数のグラフの傾きを求めましょう。

C

グラフの傾きと、関数 $y = ax + b$ の y 軸との交点を求めるにあたって必要なのは、係数 a の値が傾きを、定数 b がグラフ上の y 軸と交わる値を示していると、見抜くことだけです。グラフ上の y 軸と交わる値を、**切片**といいます。

- したがって、一次関数 $y = ax + b$ は：
  傾き ：a　　　　　y 切片は：b
- 例えば、一次関数 $y = 2x - 1$ のグラフは：
  傾き：2　　　　　y 切片は：−1



下記の関数の傾きと y 切片を求めましょう。

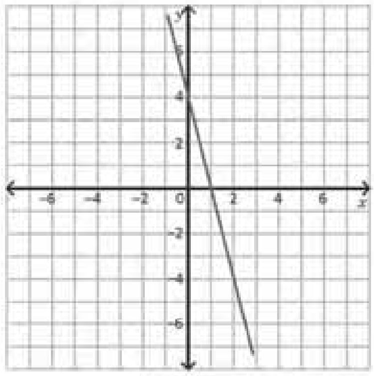
a) $y = -3x + 2$　　b) $y = 4x - 1$　　c) $y = 2x - 3$　　d) $y = -2x$

e) $y = -x + 2$　　f) $y = x - 6$　　g) $y = -5x + \frac{1}{2}$　　h) $y = -\frac{1}{2}x - 3$

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

1.13 一次関数の表、方程式、グラフの関係

R



1. 関数のグラフから、下記の内容を調べましょう。

   a) x と y の増加量を求めましょう。

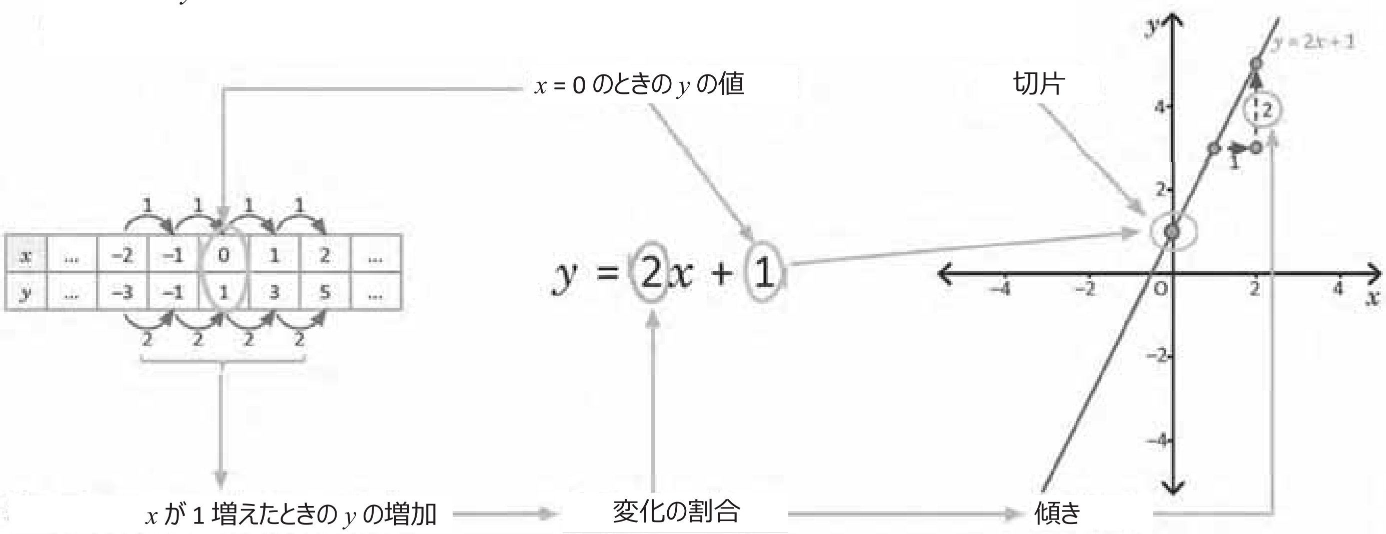
   b) 関数のグラフの傾きを求めましょう。

2. 下記の関数の傾きと y 切片を求めましょう。

a) $y=-4x+3$	b) $y=-2x+3$	c) $y=-x+5$	d) $y=3x-5$
e) $y=-3x+\frac{1}{2}$	f) $y=\frac{1}{2}x+5$	g) $y=3x+\frac{1}{4}$	h) $y=\frac{1}{2}x-\frac{3}{4}$

C

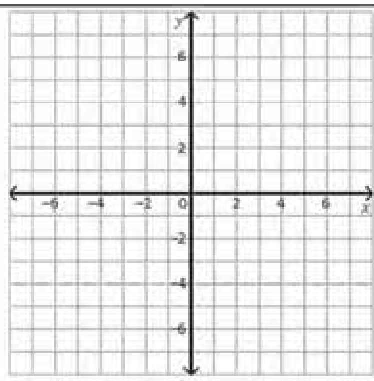
一次関数 $y=2x+1$ について、表、方程式、グラフの関係性を調べましょう。



一次関数 $y=ax+b$ の表、方程式とグラフの関係性を表した上の図から、以下のことが分かります。

表	方程式	グラフ
$x=0$ のときの y の値	b	y 切片
x が 1 増えたときの y の増加	a	傾き

一次関数 $y=2x+5$ について、以下のことを求めましょう。



a) 表を完成させましょう。

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-1						

b) グラフを描きましょう。

c) 表、方程式又グラフの内容を比較しましょう。

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

1.14 傾きと切片が与えられた 一次関数グラフの線

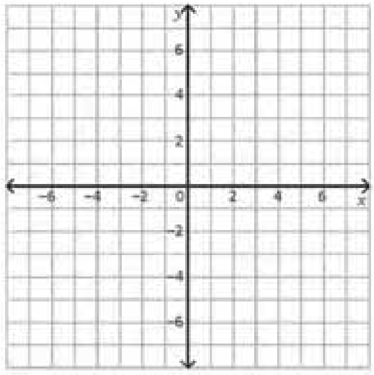
1. 下記の各関数の傾きと y 切片を求めましょう。

a) $y = -4x + 5$　　b) $y = -x + 7$　　c) $y = x - 4$　　d) $y = \frac{5}{3}x + \frac{1}{2}$

2. 一次関数 $y = -x + 2$ について、下記を求めましょう。

a) 表を完成させましょう。

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	5						



b) グラフを描きましょう。
c) 関数の表、方程式又グラフの内容を比較しましょう。

与えられた a と b の値から、$y = ax + b$ のグラフを描くには、$(0, b)$ を通る点をうち、その後、x と y の変化の値から傾きを決める点をうちます。

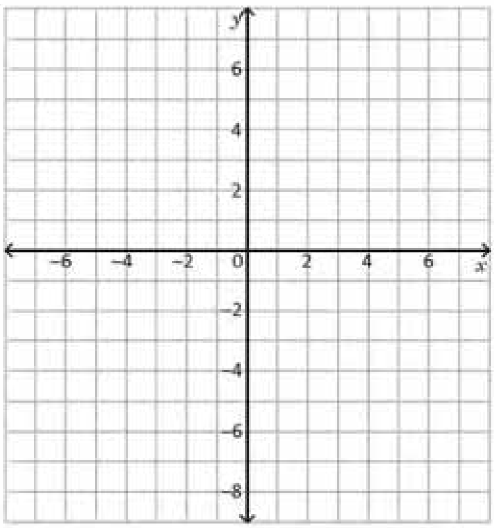
1. 以下の条件のときの、一次関数 $y = ax + b$ のグラフを描きましょう。

a) $a = -3$、$b = 2$.　　b) $a = 2$、$b = -1$.

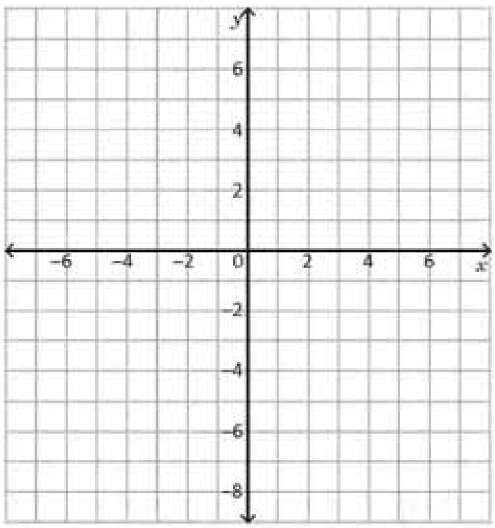
2. 各関数の a と b の値を求め、グラフを描きましょう。

a) $y = -x + 4$　　b) $y = x + 3$　　c) $y = 2x$　　d) $y = \frac{1}{5}x + 1$

1.



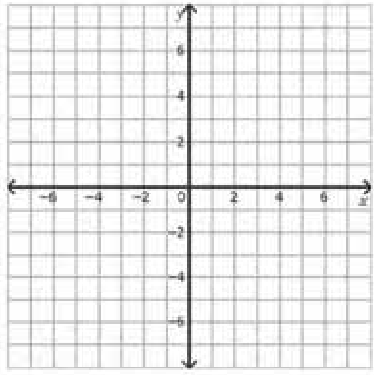
2.



解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

1.15 一次関数のグラフと方程式の関係

1. 関数 $y=\frac{1}{3}x+1$ について、下記を求めましょう。

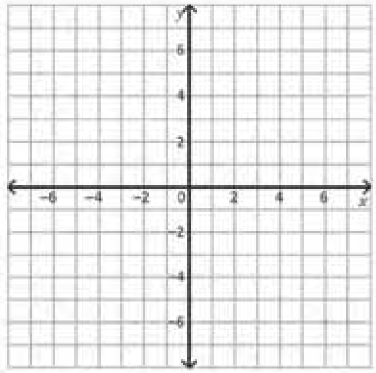


a) 表を完成させましょう。

x	−9	−6	−3	0	3	6	9
y	−2						

b) グラフを描きましょう。
c) 表、方程式又関数の内容を比較しましょう。

2. 以下の条件のときの、一次関数 $y=ax+b$ のグラフを描きましょう。



a) $a=-3$ 、$b=4$.

b) $a=5$ 、$b=0$.

c) $y=-2x+7$

d) $y=-\frac{1}{2}x+3$

方程式を 一次関数のグラフに反映させるには以下のことをあてはめましょう。

- グラフと y 軸の交点に伴う b の値。
- x が 1 増大したときの y の変動に伴う a の値。

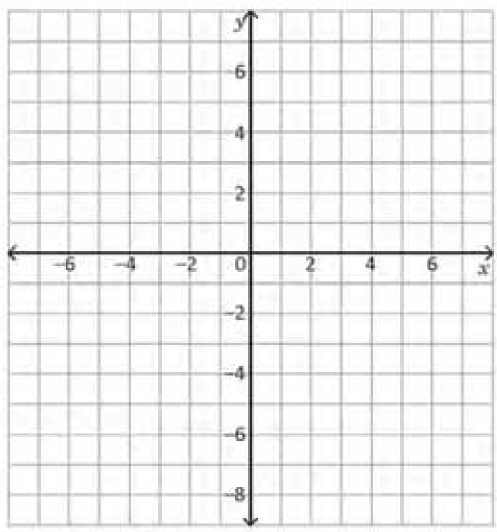
以下の 一次関数のグラフを描きましょう。

a) $y=5x+2$

b) $y=5x-2$

c) $y=-5x+2$

d) $y=-5x-2$



解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

1.16 *x* の値が限定されるときの *y* の値

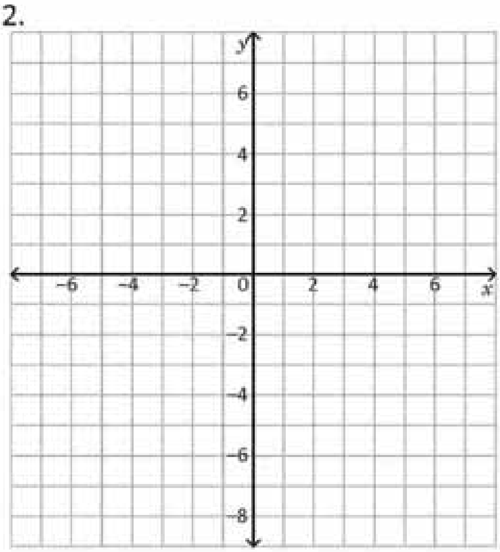
1. 必要であれば a と b の値を求め、その後関数のグラフを描きましょう。

a) $a = -1$ y $b = 2$　　b) $y = -x + 1$　　c) $y = \frac{1}{3}x + 1$　　d) $y = -\frac{1}{2}x$

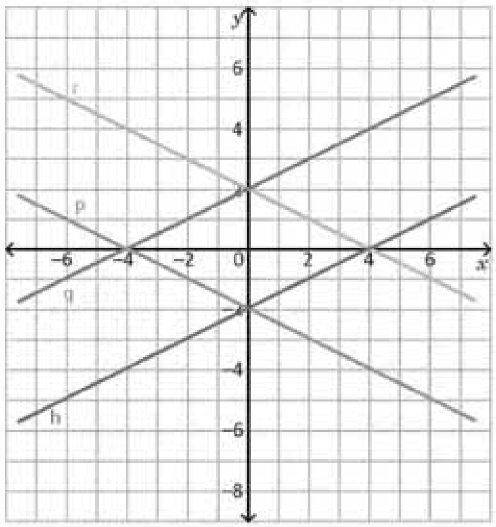
2. 各関数をそれぞれのグラフ r, p, q, 又 h に関連付け、答えを裏付けるために、a と b の値を検討しましょう。

a) $y = \frac{1}{2}x + 2$　　b) $y = \frac{1}{2}x - 2$　　c) $y = -\frac{1}{2}x + 2$　　d) $y = -\frac{1}{2}x - 2$

1、2.



3.



x の値の範囲が決まっている場合の、y の値の範囲を求めるには、下記のいずれかの方法で求めることができます。

- 方程式から求める：与えられた x の値を式に代入して、y の値を求めます。
- 座標から求める：座標の x の値から、それに対応する y の値を求めます。

下記の 一次関数の y の値の範囲を、与えられた x の範囲を利用して求めましょう。

a) $y = 5x - 3$で、x が –3 から 5 の範囲にある場合、y の範囲の値はどうなりますか ？

b) $y = -x + 4$で、x が 2 から 5 の範囲にある場合、y の範囲の値はどうなりますか ？

c) $y = 2x - 5$ で、x が 0 から 4 の範囲にある場合、y の範囲の値はどうなりますか ？

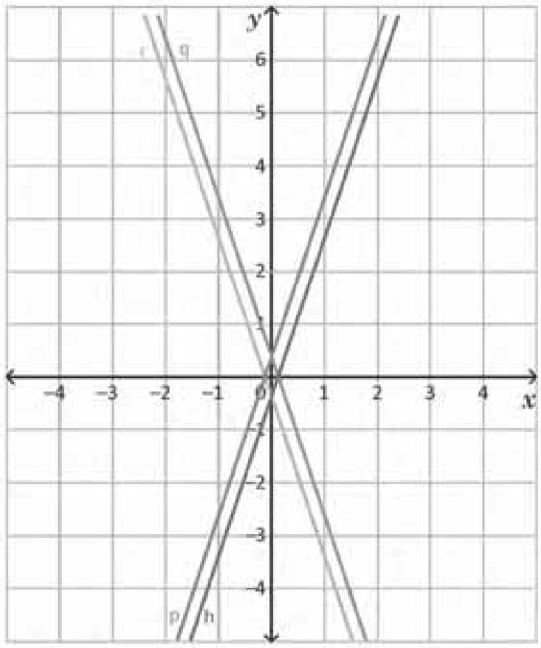
d) $y = \frac{2}{3}x - \frac{1}{3}$ で、x が 2 から 5 の範囲にある場合、y の範囲の値はどうなりますか ？

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

1.17 グラフから読みとる 一次関数 $y = ax + b$ の式の導出

R

1. 各関数をそれぞれのグラフ r, p, q, 又 h に関連付け、答えを裏付けるために、a と b の値を検討しましょう。



a) $y = 3x + \frac{1}{2}$

b) $y = 3x - \frac{1}{2}$

c) $y = -3x + \frac{1}{2}$

d) $y = -3x - \frac{1}{2}$

2. 下記の 一次関数の y の値の範囲を、与えられた x の範囲を利用して求めましょう。

a) $y = 7x - 9$ で、x が −1 から 5 の範囲にある場合、y の範囲の値はどうなりますか ？

b) $y = -\frac{3}{4}x - 2$ で、x が −8 から 8 の範囲にある場合、y の範囲の値はどうなりますか？

c) $y = 2x + \frac{1}{3}$ で、x が 0 から $\frac{7}{3}$ の範囲にある場合、y の範囲の値はどうなりますか ？

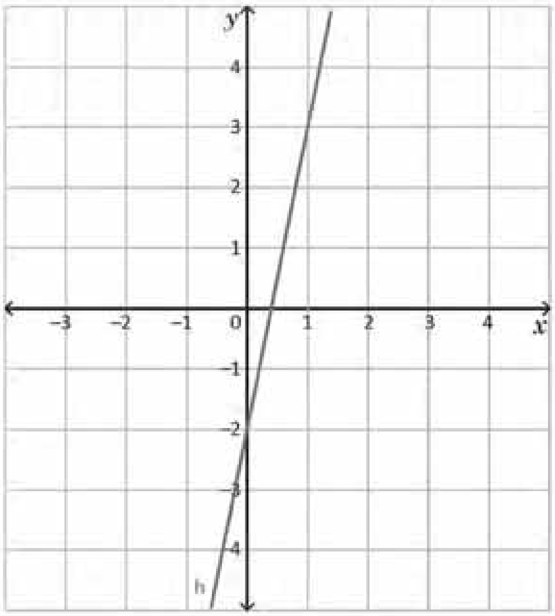
C

グラフから、一次関数 $y = ax + b$ の式を導出するには、y 切片を求め、直線の傾きも求める必要があります。

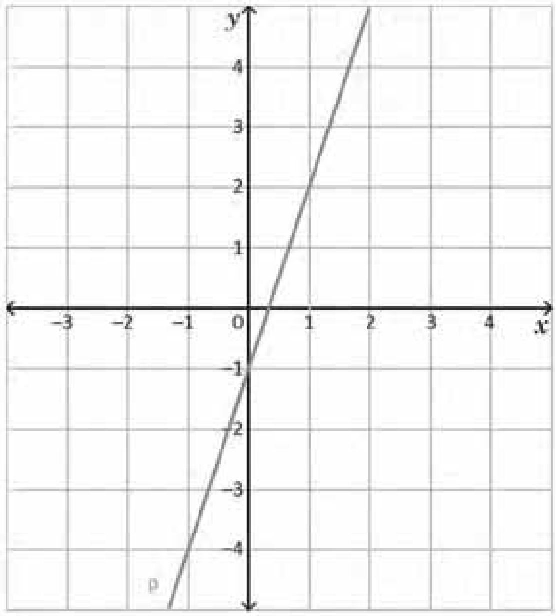
解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

下記のグラフから関数の式を求めましょう。

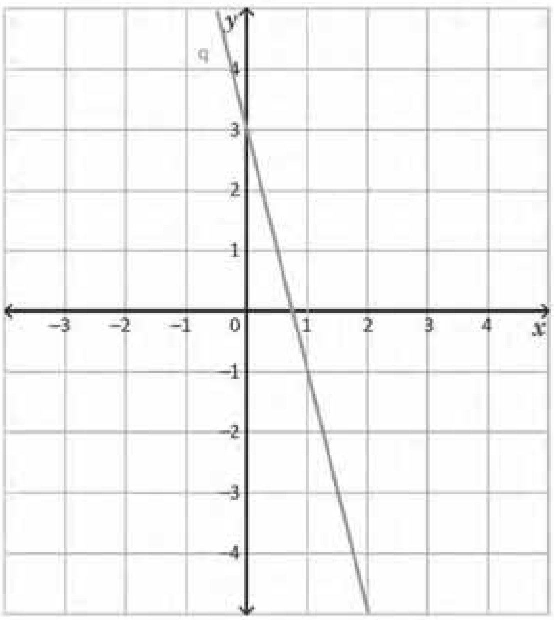
a)



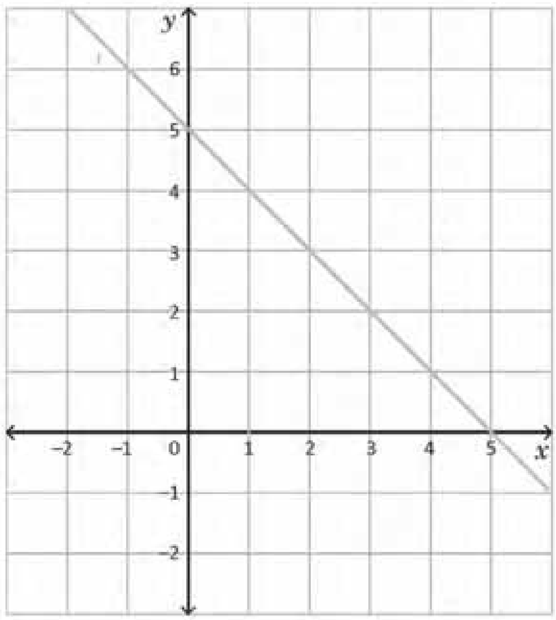
b)



c)



d)



解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

1.18 グラフの 1 点と傾きから求める関数の方程式

R

1. 下記の 一次関数のyの値の範囲を、与えられた x の範囲を利用して求めましょう。

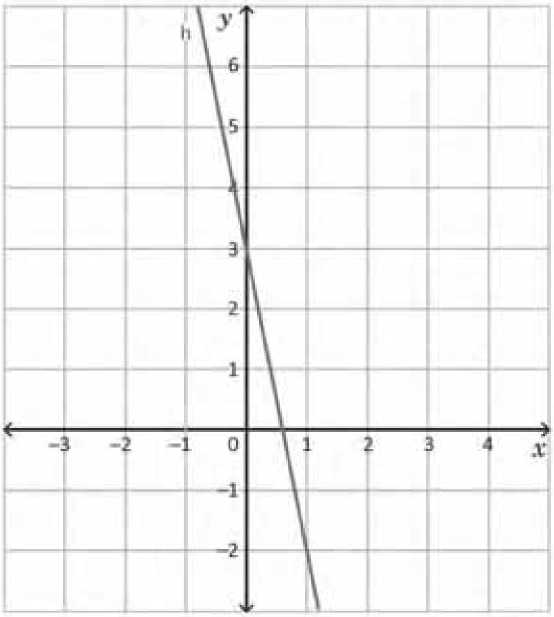
a) $y = 10x - 8$ で、x が 1 から 7 の範囲にある場合、y の範囲の値はどうなりますか ？

b) $y = \frac{3}{5}x - 4$ で、x が -5 から 10 の範囲にある場合、y の範囲の値はどうなりますか ？

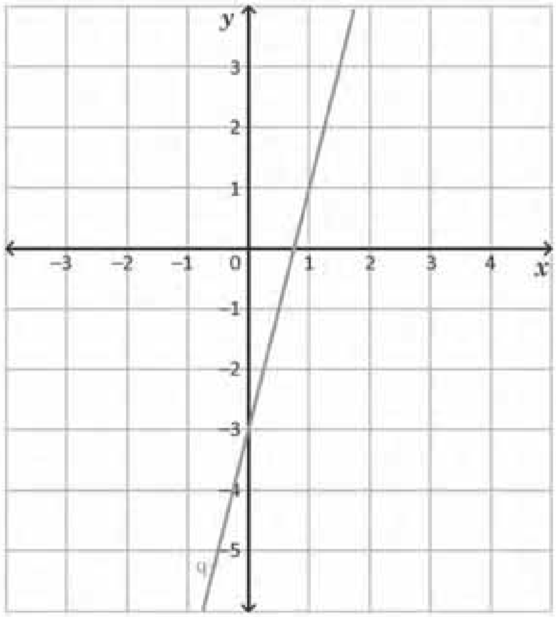
c) $y = -3x + \frac{1}{2}$ で、x が $-\frac{1}{2}$ と $\frac{7}{2}$ の範囲にある場合、y の範囲の値はどうなりますか ？

2. 下記のグラフから関数の式を求めましょう。

a)



b)



C

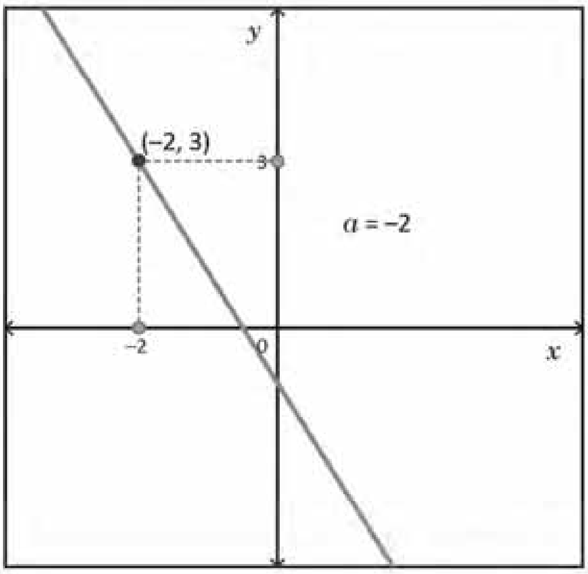
傾きとグラフが通る 1 点の座標 (x、y) がわかっている場合、下記の方法で 一次関数を導出します。

1. 傾きの値を計算式 $y = ax + b$ に代入します。
2. $y = ax + b$ に座標の点 (x、y) の値を代入し b の値を求めます。
3. 求めた a と b の値を $y = ax + b$ に代入します。

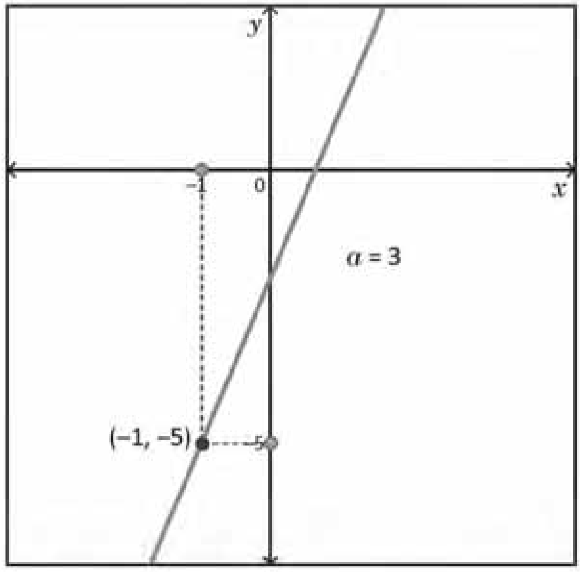
解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

下記のグラフの関数の式を導出しましょう。

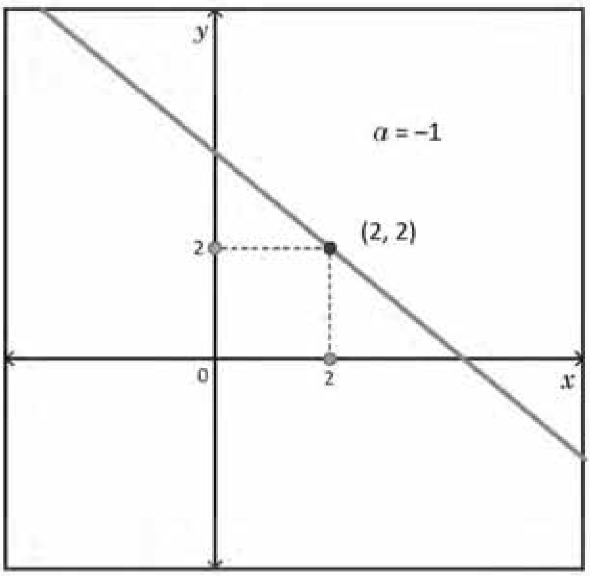
a)



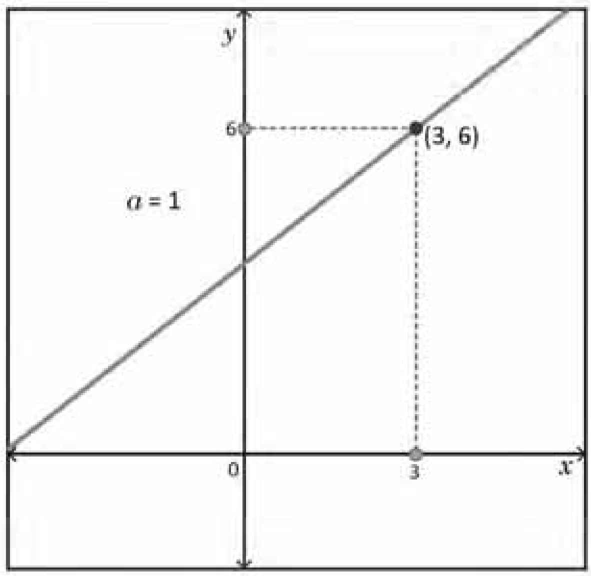
b)



c)



d)



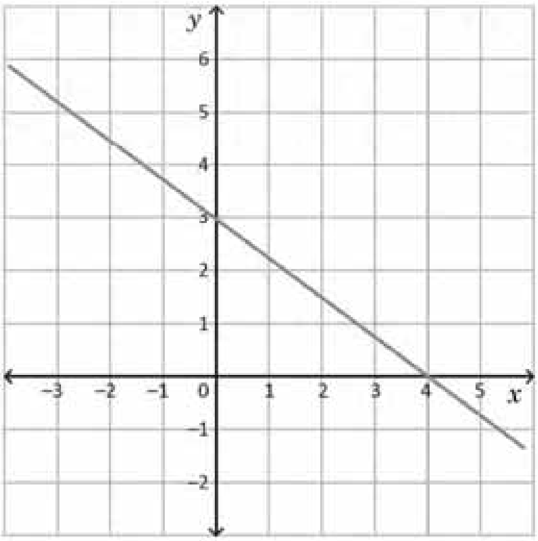
解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

1.19 グラフの 2 点から求める関数の方程式

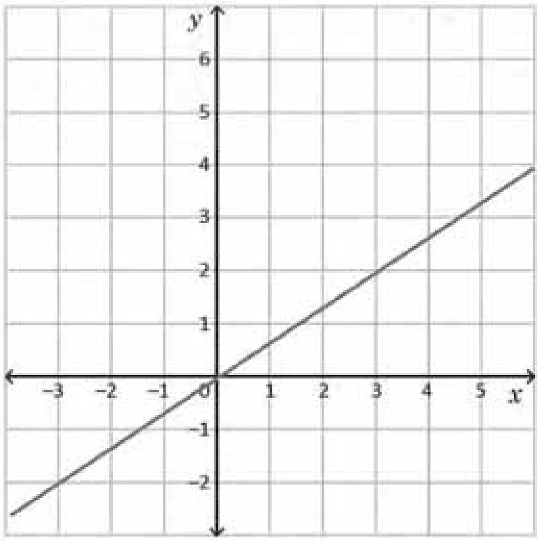
R 以下に示す各グラフの関数の方程式を書きなさい。

1.

a)

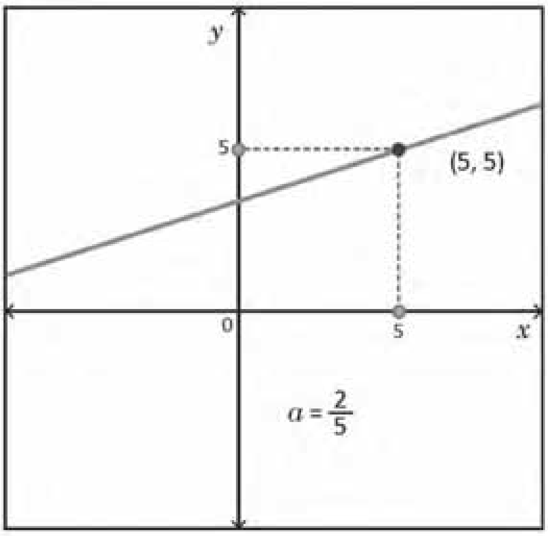


b)

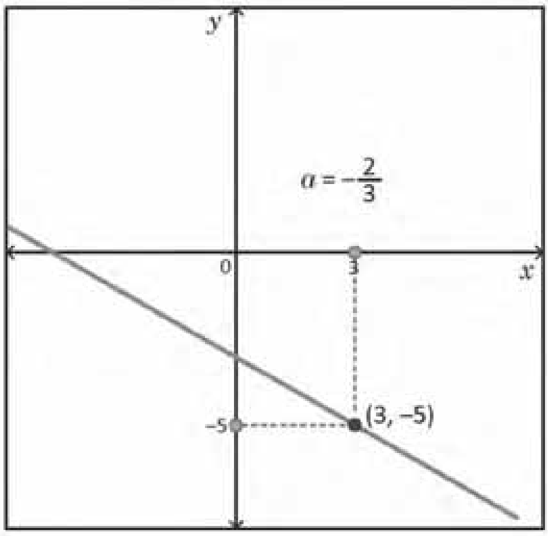


2.

a)



b)



C

グラフの 2 点 (x_A, y_A) と $B(x_B, y_B)$ の座標がわかっている場合、関数の方程式は次のようにして求められます。

1. 公式 $a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$ を用いて傾き a を求める。

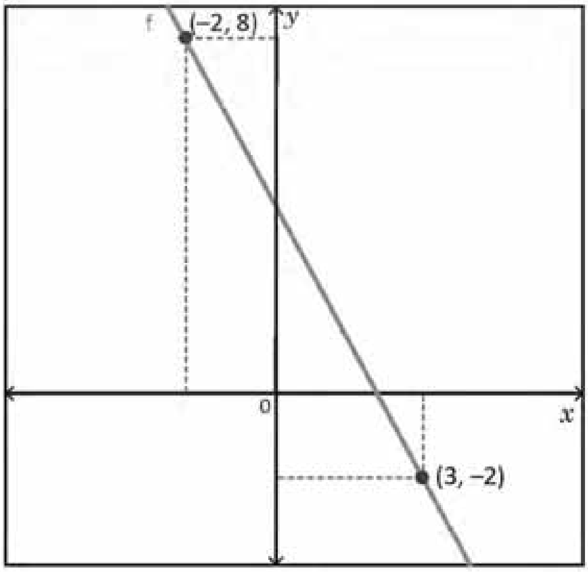
2. 1. で計算した a の値と、与えられた点のうちの 1 つの点の座標を $y = ax + b$ の式に代入して、b の値を求める。

3. 得られた値 a と b を代入して方程式 $y = ax + b$ を表す。

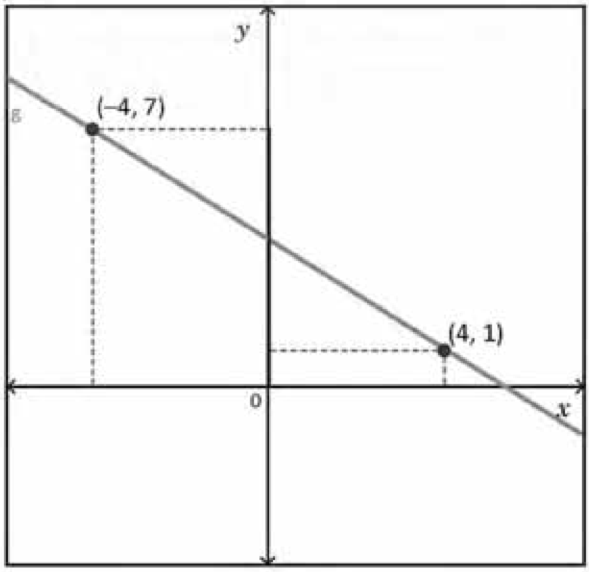
解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

与えられた点から一次関数の方程式を作成しなさい。

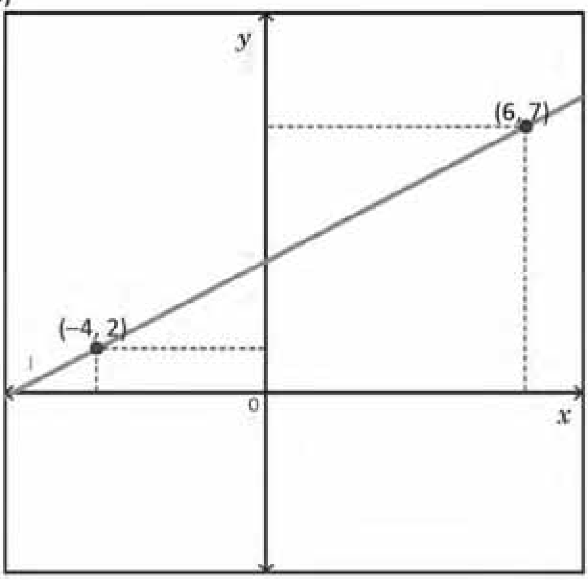
a)



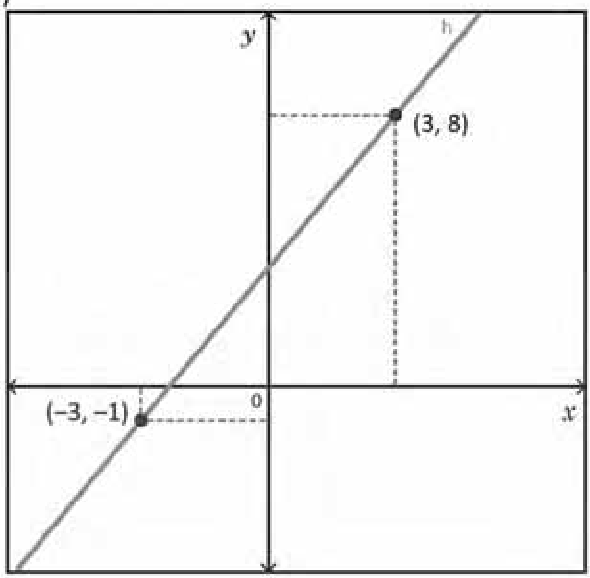
b)



c)



d)

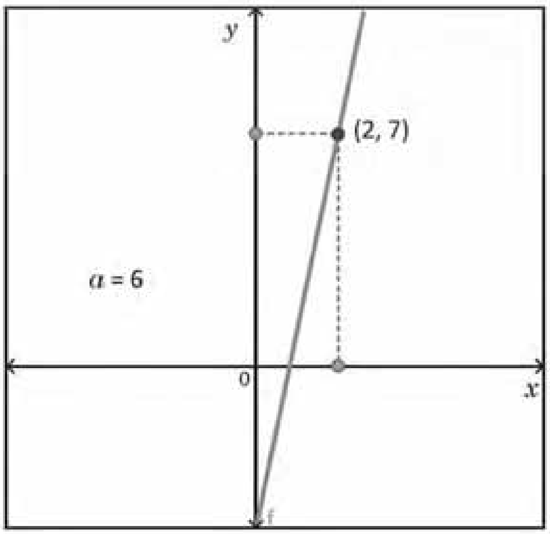


解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

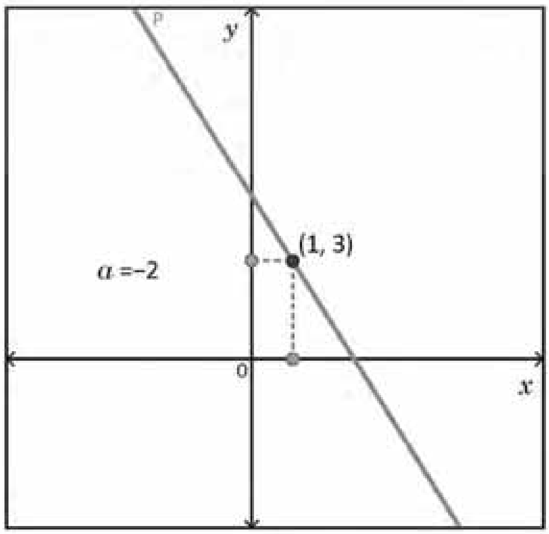
1.20 軸との切片から求める関数の方程式

R 1. 以下に示す各グラフの関数の方程式を書きなさい。

a)

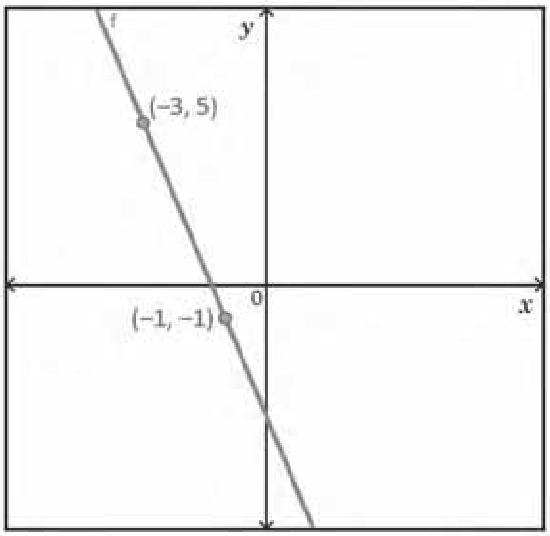


b)

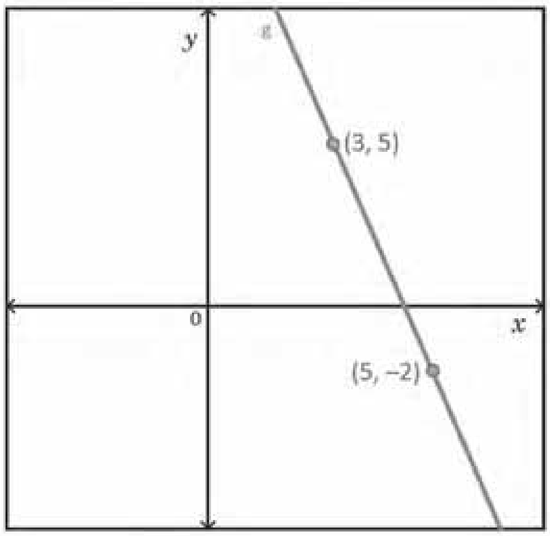


2. 与えられたデータから各グラフの一次関数の方程式を書きなさい。

a)



b)



C 一次関数のグラフの $(x, 0)$、$(0, y)$ 形式の 2 点の座標がわかっている場合、次のことを考慮して方程式を求めることができます。

1. $(0, y)$ の場合 ➡ $y = b$ は y 軸との切片に当てはまります。

2. 傾き $a = \frac{y-0}{0-x} = \frac{y}{-x} = -\frac{y}{x}$

方程式は、a と b の計算値を式 $y = ax + b$ に代入して表します。

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

1. 各場合の一次関数の方程式を書きなさい。

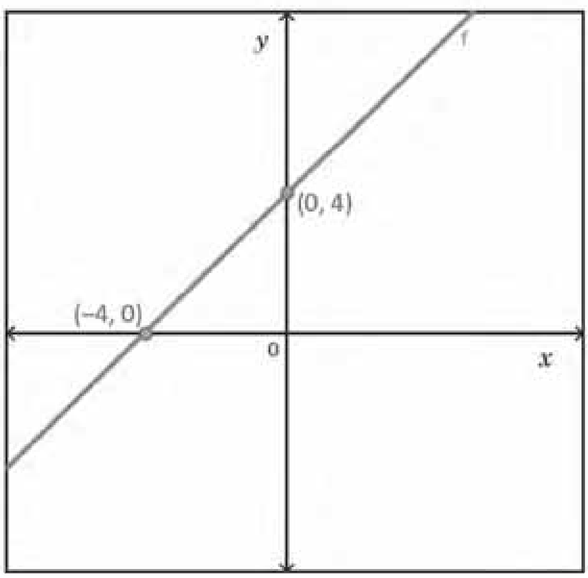
a) (0, −3) と (4, 0) の点を通ります。

b) (2, 0) と (0, −4) の点を通ります。

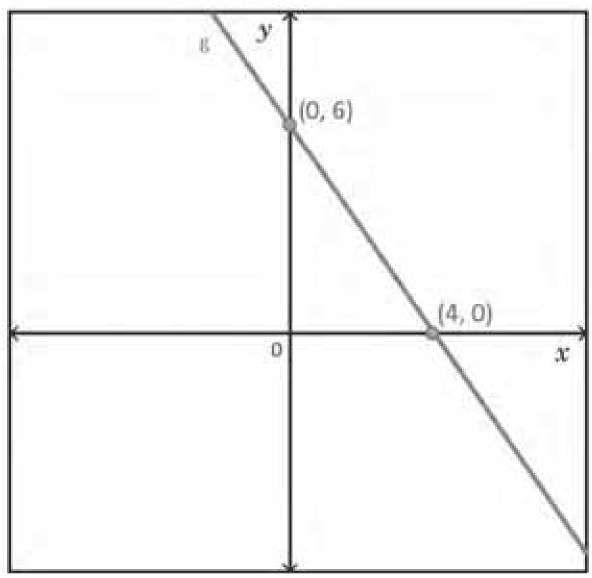
c) (−3, 0) と (0, 6) の点を通ります。

2. 関数グラフに示す点の座標を考慮に入れて、それぞれの方程式を書きなさい。

a)



b)



解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

1.21 学習内容の自己評価

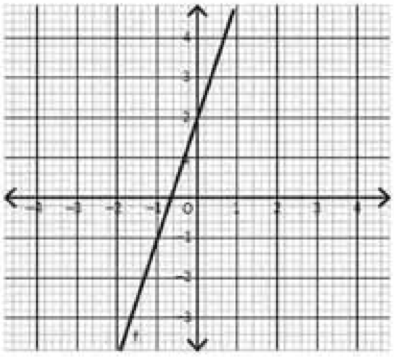
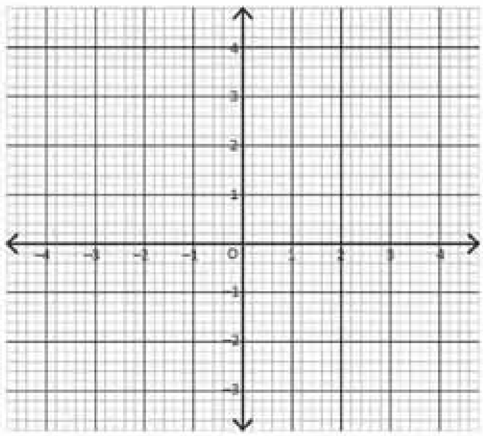
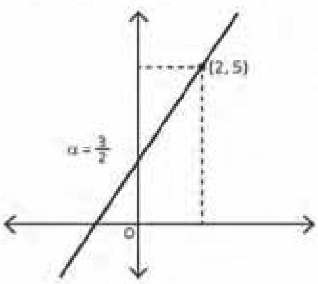
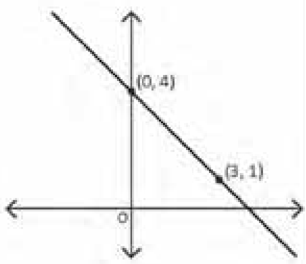
問題を解き、学んだことに基づいて適切だと思うところにチェックを入れましょう。正直に答えましょう。

項目	はい	改善できます	いいえ	コメント
1. ある方程式が一次関数に対応しているかどうか判定します。例えば、 a) $y = \frac{3}{4}x + 1$ b) $y = -\frac{7}{x} + 5$				
2. 一次関数の方程式を理解し、傾きを特定し、y 軸との切片を示します。例えば、 a) $y = 7x - \frac{2}{3}$ b) $y = -5x$				
3. $y = ax + b$ の関数をグラフに描きます。ただし $a = -3$, $b = 2$ とします。				
4. 関数 $y = 5x - 3$ で、x が -1 から 4 の間にある場合、y はどの値からどの値の間にあるか求めます。				
5. 傾きが 2 で、点 (5, 3) を通る x の一次関数の方程式を書きます。				
6. 次の点を通る、一次関数の方程式を書きます。 a) (−2, 0) と (0, 5) b) (3, 5) と (2, 8)				

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

1.22 学習内容の自己評価

問題を解き、学んだことに基づいて適切だと思うところにチェックを入れましょう。正直に答えましょう。

項目	はい	改善できます	いいえ	コメント
1. a) y 軸との切片、b) 変化の割合、c) グラフの関数の方程式を求めます。 				
2. 次の 2 つの方程式のグラフを同じ図に書き、切片と変化の割合を示します。次にそれぞれ値を比較すると、傾きが等しいことから、直線が______________であることが分かります。 a) $y = 2x - 1$ b) $y = 2x + 3$ 				
3. グラフと、グラフに示されたデータから関数の方程式を書きます。  				

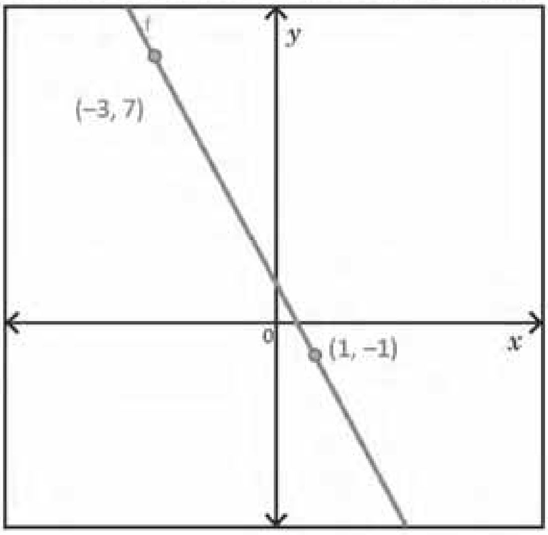
解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

ユニット 3

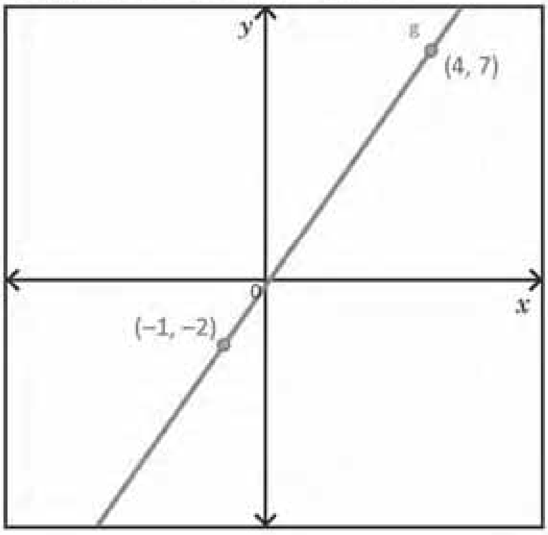
2.1 二元一次方程式のグラフの書き方

1. 与えられた点から、各場合の一次関数の方程式を書きなさい。

a)



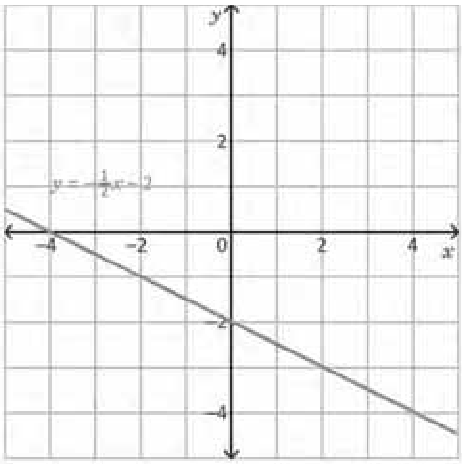
b)



2. 点 (2, 0), (0, 5) を通るグラフになる一次関数の方程式を書きなさい。

$ax + by + c = 0$ の形の方程式をグラフに表すには、方程式が真となる x と y のいくつかの値を求め、これらを平面上に順序対として表す必要があります。例えば、方程式 $x + 2y + 4 = 0$ は、どのようなグラフに表すことができますか。

x	…	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	…
y	…	0	$-\frac{1}{2}$	−1	$-\frac{3}{2}$	−2	$-\frac{5}{2}$	−3	$-\frac{7}{2}$	−4	…

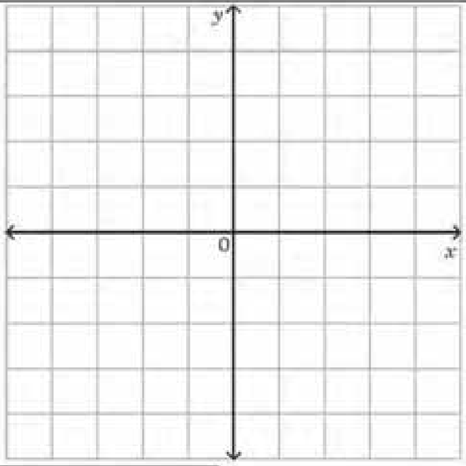


$ax + by + c = 0$ の形の方程式を表すグラフを一次関数のグラフと比較すると、いずれの場合もグラフは直線であり、方程式 $ax + by + c = 0$ をグラフに表すには x に対応する y の値を求める必要があると結論づけることができます。

各方程式について、次のことを行いなさい。

- x に対応する y の値を求めなさい。
- 順序対をまとめた表を作成しなさい。
- 上記をグラフで表しなさい。

a) $-2x + y - 3 = 0$
b) $4x - y - 3 = 0$
c) $3x + 2y - 6 = 0$



解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

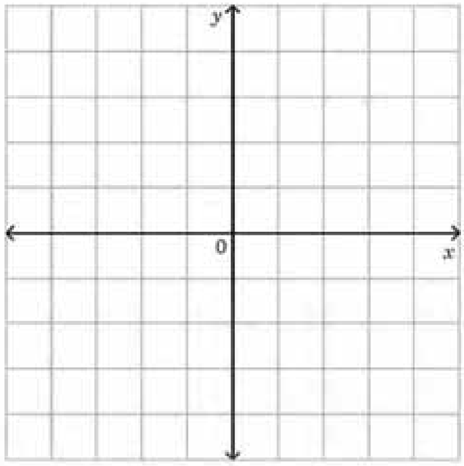
2.2 方程式 $ax + by + c = 0$ のグラフと関数 $y = ax + b$ の関係

R

1. 点 (7, 0) と (0, –1) を通るグラフになる一次関数の方程式を書きなさい。

2. 各方程式について、次のことを行いなさい。
   - x に対応する y の値を求めなさい。
   - 順序対をまとめた表を作成しなさい。
   - 上記をグラフで表しなさい。

   a) $-2x + y + 4 = 0$
   b) $2x + 3y - 12 = 0$

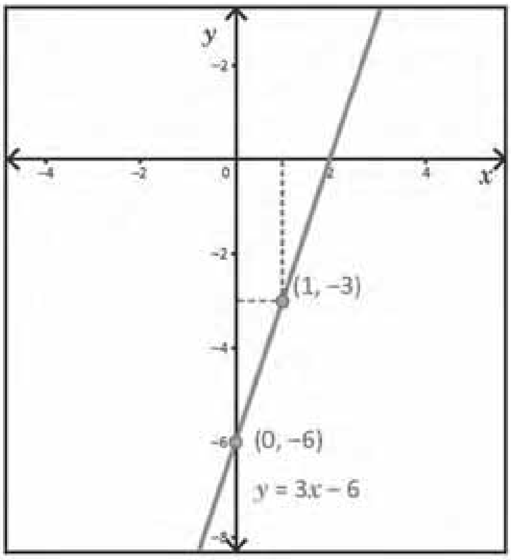


C

二元一次方程式を直線の $y = ax + b$ の形に変形し、次にそれをグラフにするには、以下のようにする必要があります。

1. y について方程式を解く。
2. 傾き a と切片 b を求める。
3. 傾きと切片から、グラフ上のもう一つの座標を求める。
4. 求めた 2 つの点を通る直線を描く。

例えば、
方程式 $-3x + y + 6 = 0$ を $y = ax + b$ の形にどのようにして変形できますか。その後、それをグラフにしなさい。



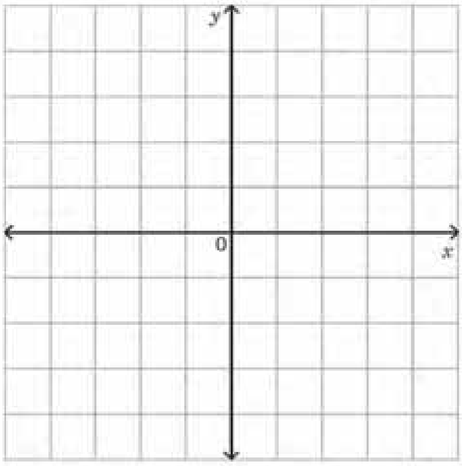
- 方程式 $-3x + y + 6 = 0$ を $y = ax + b$ の形に変形すると、$y = 3x - 6$ となります。
- 次に、これをグラフに表すには、傾き $a = 3$、切片 $b = -6$ となります。つまり、点 (0, 6) を通ります。
- グラフ上のもう一つの点を求めます。

$$x = 1 \qquad y = 3(1) - 6 = -3$$

点 (1, –3) も通ります。

各方程式について、次のことを行いなさい。
- 方程式を y について解き、$y = ax + b$ の形に変形しなさい。
- グラフが通るもう一つの点を求めなさい。
- グラフを描きなさい。

a) $-2x + y = 6$　　　b) $4x + y = 8$

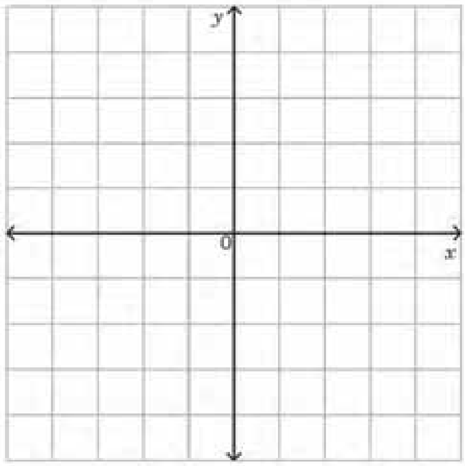


解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

2.3 切片に基づく方程式 *ax* + *by* + *c* = 0 のグラフ

1. 各方程式について、次のことを行いなさい。
   - x に対応する y の値を求めなさい。
   - 順序対をまとめた表を作成しなさい。
   - 上記をグラフで表しなさい。

   a) $x + 2y - 4 = 0$　　　b) $5x + y + 2 = 0$



2. 各方程式について、次のことを行いなさい。
   - 方程式を y について解き、$y = ax + b$ の形に変形しなさい。
   - グラフが通るもう一つの点を求めなさい。
   - グラフを描きなさい。

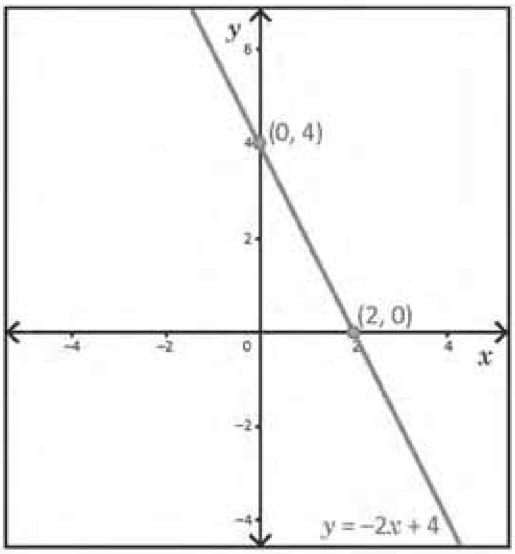
   a) $-5x + y + 7 = 0$　　　b) $3x + y = 2$

x 軸と y 軸の切片に基づいて、方程式 $ax + by + c = 0$ のグラフを描くには、以下を行う必要があります。

1. y 軸の切片 (0, b) を特定する。
2. $y = 0$ とし、対応するxの値を計算し、点 (x, 0) を求め、x 軸の切片を特定する。
3. 切片を書き入れ、グラフを描く。

例えば、方程式 $2x + y - 4 = 0$ について、次のことを行います。
座標軸との切片は次の通りです。

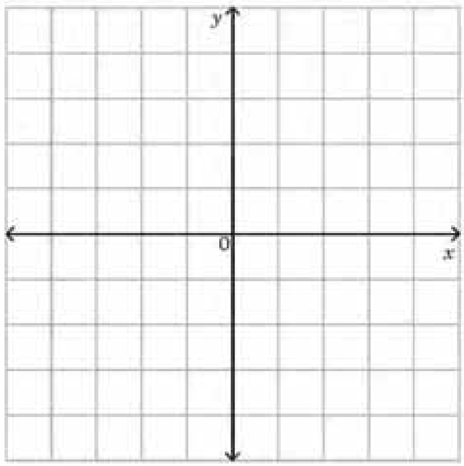
1. y 軸の切片は、$x = 0$ なので次のようになります。
   $2(0) + y - 4 = 0$, $y = 4$ なので、点 (0, 4) が得られます。
2. x 軸の切片は $y = 0$、したがって、それを、$2x + y - 4 = 0$ の式に代入します。
   $2x + 0 - 4 = 0$, $x = 2$, 点 (2, 0) となります。



各方程式について、次のことを行いなさい。

1. グラフの y 軸と x 軸の切片の値を求めなさい。
2. 方程式のグラフを描きなさい。

   a) $x - 3y = 6$　　　b) $2x - y = -4$



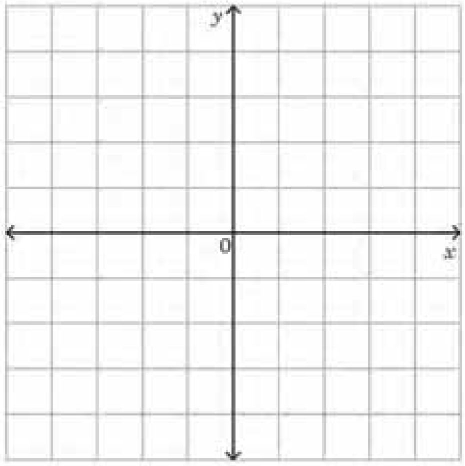
解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

2.4 $a = 0$ の場合の、$ax + by + c = 0$ の形の方程式のグラフの描き方

R

1. 各方程式について、次のことを行いなさい。
   - 方程式を y について解き、$y = ax + b$ の形に変形しなさい。
   - グラフが通るもう一つの点を求めなさい。
   - グラフを描きなさい。

   a) $5x - y = 3$　　　　b) $2x + y + 4 = 0$



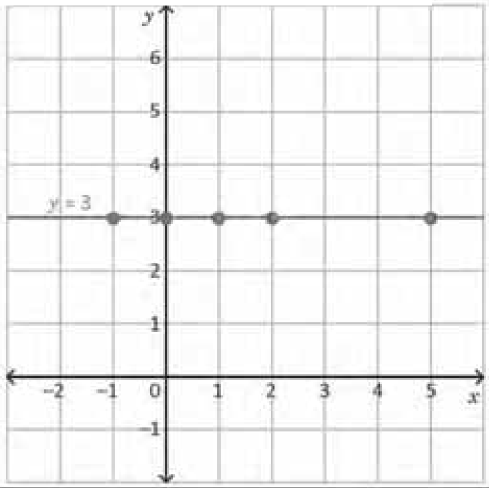
2. 各方程式について、次のことを行いなさい。
   - グラフの y 軸と x 軸の切片の値を求めなさい。
   - 方程式のグラフを描きなさい。

   a) $2x + 3y = 6$　　　　b) $-x + 2y = 4$

C

方程式 $by + c = 0$ をグラフに表すと、$y = -\frac{c}{b}$ の水平な直線だけが描かれ、つまり、x はいかなる値にもなり得ます。よって、グラフは x 軸に平行な直線になります。

例：方程式 $3y - 9 = 0$ に対し、
1. 方程式を y について解くと、$3y = 9$ となり、よって、$y = 3$。
2. グラフに表すと次のようになります。



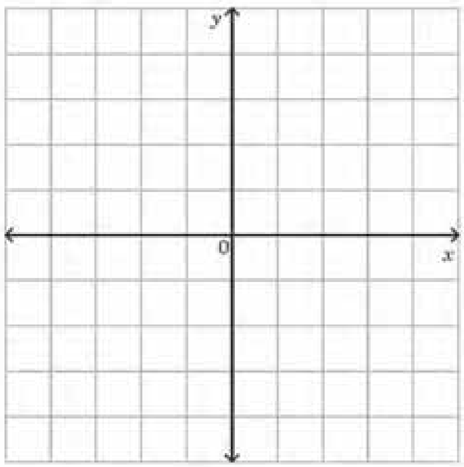
次の $by + c = 0$ の形の各方程式について、

- 未知数 y について解きなさい。
- 上記をグラフで表しなさい。

a) $-3y - 12 = 0$

b) $\frac{2}{3}y - 4 = 0$

c) $-\frac{1}{2}y - 1 = 0$

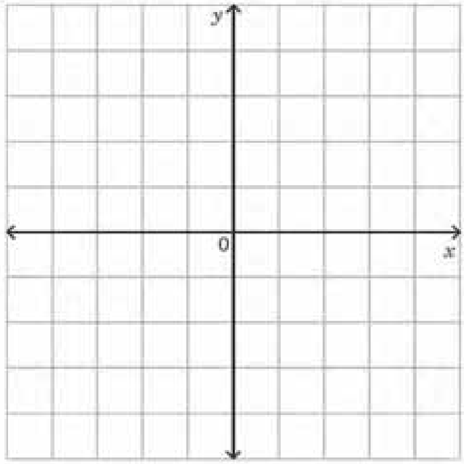


解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

2.5 $b = 0$ の場合の、$ax + by + c = 0$ の形の方程式のグラフの描き方

1. 各方程式について、次のことを行いなさい。
   - グラフの y 軸と x 軸の切片の値を求めなさい。
   - 方程式のグラフを描きなさい。

   a) $x - y = 2$　　　　b) $-\frac{2}{3}x + \frac{1}{2}y = 2$



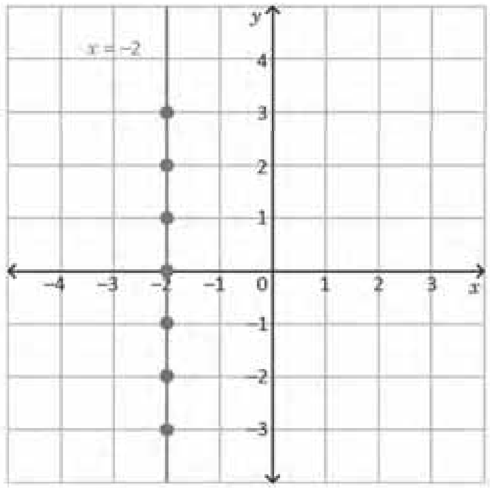
2. 次の $by + c = 0$ の形の各方程式について、次のことを行いなさい。
   - 未知数 y について解きなさい。
   - 上記をグラフで表しなさい。

   a) $3y + 12 = 0$　　　　b) $\frac{2}{5}y - 2 = 0$

方程式 $ax + c = 0$ をグラフに表すと、$x = -\frac{c}{a}$ の垂直な直線だけが描かれ、つまり、y はいかなる値にもなり得ます。したがって、展開例が示すように、グラフは y 軸に平行な直線になります。

例：方程式 $3x + 6 = 0$ に対し、

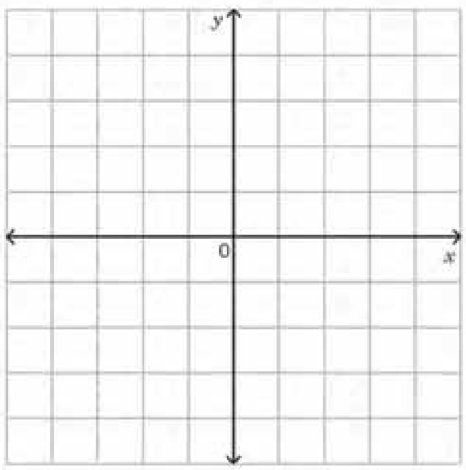
1. 方程式を x について解くと、$3x = -6$ となり、よって、$x = -2$。
2. よって、グラフに表すと次のようになります。



次の $ax + c = 0$ の形の各方程式について、

- 未知数 x について解きなさい。
- 上記をグラフで表しなさい。

a) $x - 3 = 0$　　　　b) $3x - 6 = 0$　　　　c) $\frac{1}{2}x + 2 = 0$

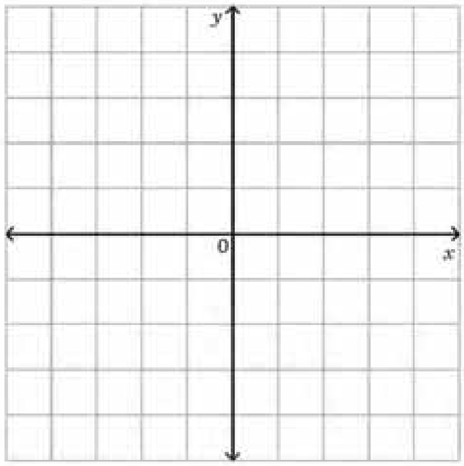


解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

2.6 *ax* + *by* + *c* = 0 の形の 2 つの方程式のグラフの交点

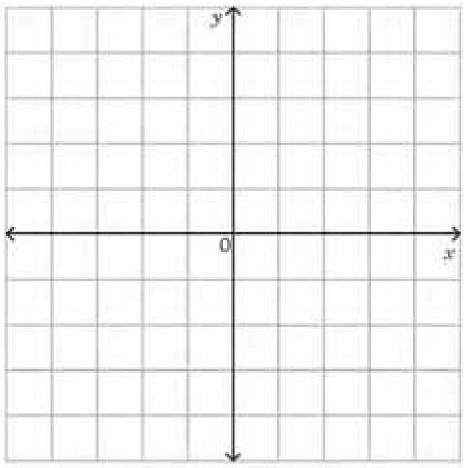
1. 次の $by + c = 0$ の形の各方程式について、次のことを行いなさい。
   - 未知数 y について解きなさい。
   - 上記をグラフで表しなさい。

   a) $8y - 4 = 0$　　　b) $\frac{1}{3}y - \frac{1}{2} = 0$



2. 次の $ax + c = 0$ の形の各方程式について、次のことを行いなさい。
   - 未知数 x について解きなさい。
   - 上記をグラフで表しなさい。

   a) $4x + 8 = 0$　　　b) $\frac{1}{3}x - 1 = 0$

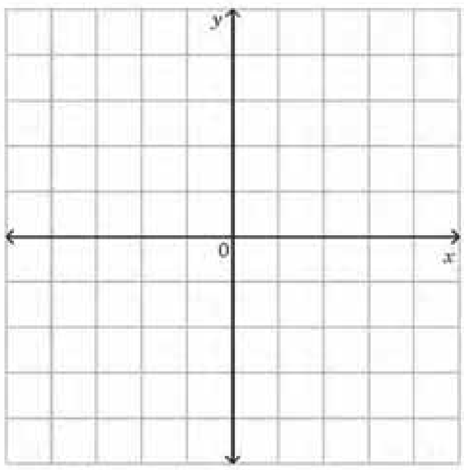


連立二元一次方程式のグラフを同じ平面上に描く場合、2 つのグラフが交差する点の座標が連立方程式の解となります。したがって、連立方程式はグラフを使って解くこともできます。2 つのグラフを同じ平面上に表し、交点となる座標を特定します。

以下の各連立方程式について、次のことを行いなさい。

1. 2 つの方程式を、傾き切片型に変形しなさい。
2. 2 つの方程式のグラフを同じ平面上に描きなさい。
3. 2 つの 直線が交差する点の座標を特定しなさい。
4. 学んだ方法のどれかを使って連立方程式を解きなさい。

a) $\begin{cases} 2x + y = 3 & ① \\ -2x + y = -1 & ② \end{cases}$　　　b) $\begin{cases} x + y = 4 & ① \\ x - y = 2 & ② \end{cases}$

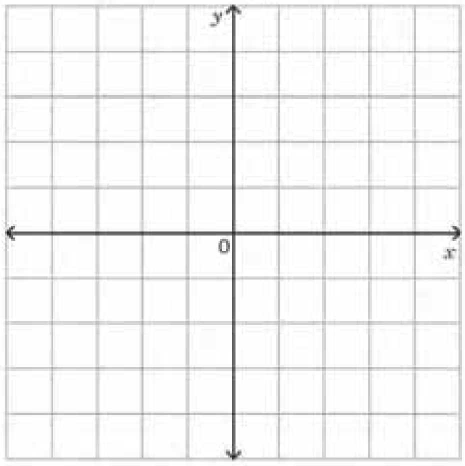


解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

2.7 グラフを利用した $ax + by + c = 0$ の形の連立方程式の解き方

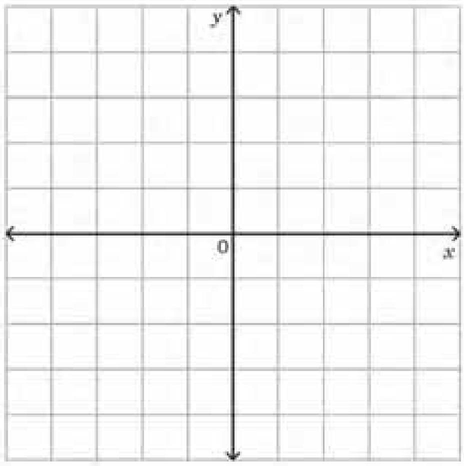
1. $ax + c = 0$ の形の各方程式について、次を行いなさい。
   - 未知数 x について解きなさい。
   - 上記をグラフで表しなさい。

a) $6x - 24 = 0$　　　　b) $10x + 20 = 0$



2. 以下の各連立方程式について、次のことを行いなさい。
   - 2 つの方程式を、傾き切片型に変形しなさい。
   - 2 つの方程式のグラフを同じ平面上に描きなさい。
   - 2 つの 直線が交差する点の座標を特定しなさい。

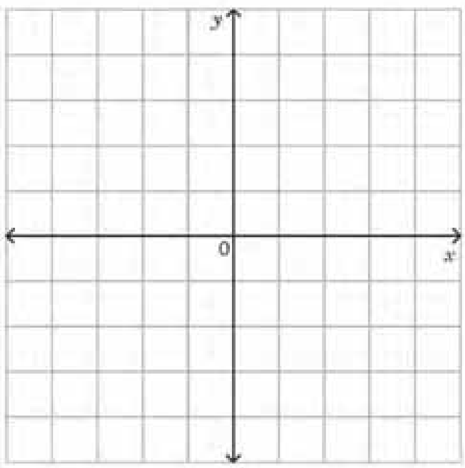
a) $\begin{cases} x + y = 4 & ① \\ 2x - y = -1 & ② \end{cases}$　　　　b) $\begin{cases} x + y = 4 & ① \\ 2x + y = 5 & ② \end{cases}$



グラフに連立方程式を書いて解を求めるためには、以下のようにする必要があります。
1. x 軸と y 軸それぞれとの切片を求める。
2. 切片を平面上に表し、グラフを作成する。
3. 両直線の交点に該当する x と y の値を求める。

次の連立方程式の解をグラフを使って求めなさい。

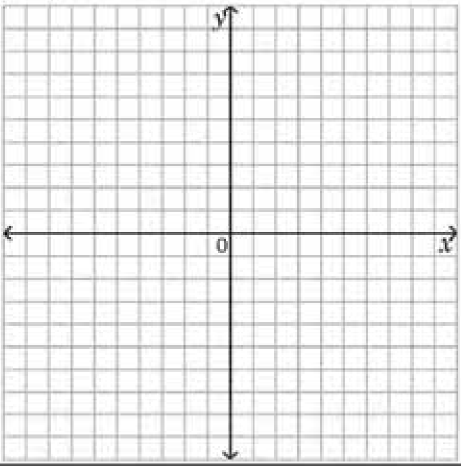
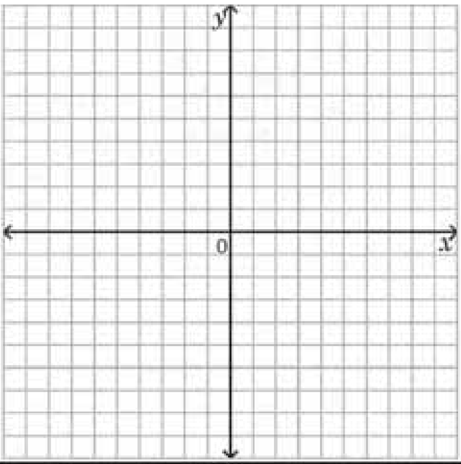
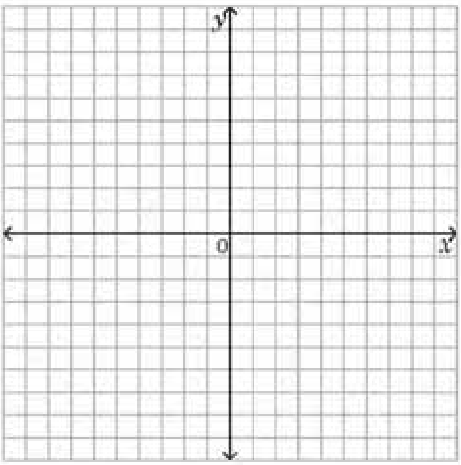
a) $\begin{cases} 2x - y = 2 & ① \\ x + 2y = 6 & ② \end{cases}$　　　　b) $\begin{cases} 2x + y = 6 & ① \\ 2x - y = 2 & ② \end{cases}$



解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

2.8 学習内容の自己評価

問題を解き、学んだことに基づいて適切だと思うところにチェックを入れましょう。正直に答えましょう。

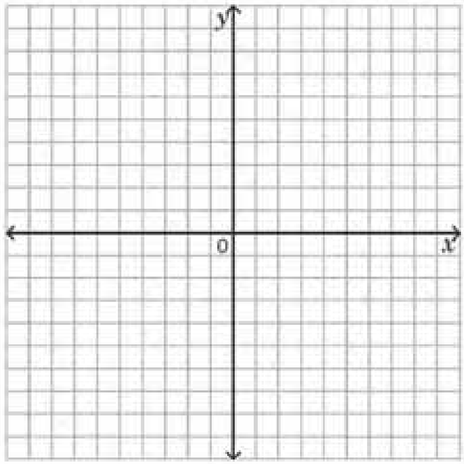
項目	はい	改善できます	いいえ	コメント
1. $ax + by + c = 0$ の形の方程式のグラフを平面上に描きます。例： a) $x - 3y - 6 = 0$ ① b) $2x - y - 3 = 0$ ②  				
2. 連立二元一次方程式の解をグラフを使って求めます。例： $\begin{cases} 2x + y = 3 & ① \\ -3x + 2y = 6 & ② \end{cases}$  				
3. 連立方程式の解の有無を判定します。例： a) $\begin{cases} x + 3y = 5 & ① \\ x + 3y = -2 & ② \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3x + 4y = 18 & ① \\ 4x - 3y = -1 & ② \end{cases}$  				

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

3.1 一次関数の応用　パート 1

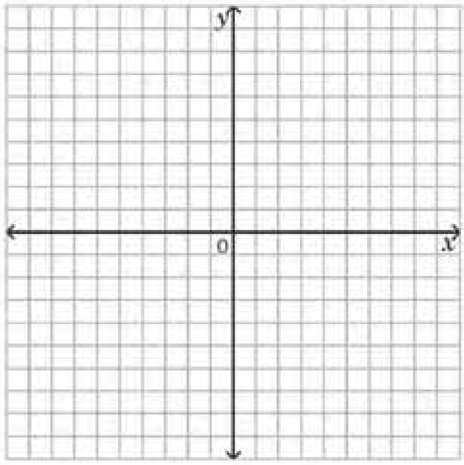
1. 以下の各連立方程式について、次のことを行いなさい。

- 2 つの方程式を、傾き切片型に変形しなさい。
- 2 つの方程式のグラフを同じ平面上に描きなさい。
- 2 つの 直線が交差する点の座標を特定しなさい。
- 学習した方法を適用して、求めた解を確認しなさい。



a) $\begin{cases} x + y = 5 & ① \\ x - 2y = -1 & ② \end{cases}$　　b) $\begin{cases} x + y = 3 & ① \\ -2x + y = 9 & ② \end{cases}$

2. グラフを使って、次の連立方程式の解を求めなさい。



a) $\begin{cases} 2x + y = 5 & ① \\ 3x + y = 5 & ② \end{cases}$　　b) $\begin{cases} 2x + y = 10 & ① \\ 3x - y = 5 & ② \end{cases}$

一次関数を用いて、問題を解くにあたって必要となるのは、2つの変数xとyを 特定し、yをxの一次関数と考えてから提示された条件に対して解答することだけです。

ケルビン (K) と摂氏 (C) の関係は次の通りです。

- 0°C は 273°K に相当し、100°C は373°K に相当します。
- x°C が y°K に等しく、x の一次関数である場合、2 つの変数を関連付ける方程式を求めなさい。

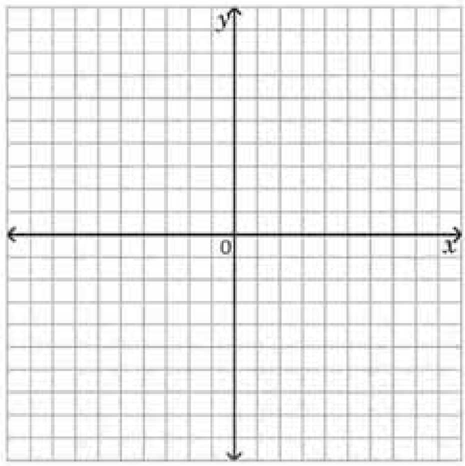
a) 最低気温が 摂氏 0°C、最高気温が摂氏 18°C を記録した冬の 1 日の気温差を求め、ケルビン温度で表しなさい。

b) ケルビン温度計が摂氏温度計の 4 倍の数値を示すのは何度のときですか？

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

3.2 一次関数の応用　パート 2

1. グラフを使って、次の連立方程式 の解を求めなさい。

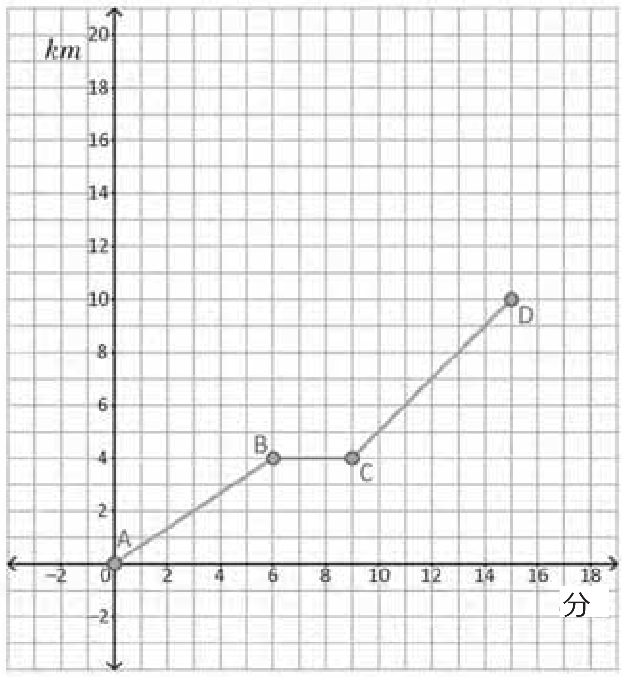


a) $\begin{cases} 2x + y = 7 & ① \\ 3x + y = 9 & ② \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x - 3y = -4 & ① \\ x + 2y = 5 & ② \end{cases}$

2. エルサルバドルコロンとアメリカドルの関係は次の通りです。\$1 は ₡8.75で、\$10 は ₡87.5 です。
   a) x \$ が y ₡ に等しく、y は x の一次関数である場合、2 つの 変数を関連付ける方程式を求めなさい。
   b) カルメンは ₡175.00 持っており、プレゼントとして、叔父が \$40.00 くれました。カルメンはお金を合計いくら持っていますか。ドルで答えなさい。

アナは陸上競技に参加しました。6　分後水を飲むために停止し、その　3　分後にレースに戻り、ロスした時間を取り戻すためにスピードを上げました。x 分に y キロメートル走ったと考え、次の問いに答えなさい。



1. アナが水を飲んだのは、出発地点からどれくらいの距離ですか。
2. 停止の前後いずれについても、レースが x 分経過したときの移動距離 y を式で表しなさい。
3. アナが移動した距離の合計はどのくらいですか。

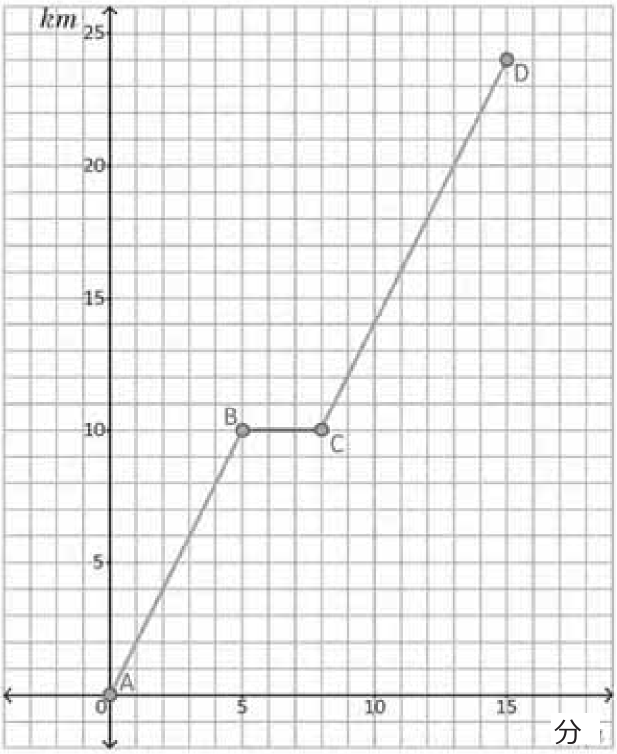
解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

3.3 一次関数の応用　パート 3

1. ヤードとメーターの関係は次の通りです。1 ヤード (yd) は約 0.9 メーター (m) に等しく、10 yd は 9 m に等しいです。
   a) x (yd) が y (m) に等しく、y が x の一次関数の場合、2 つの変数を関連付ける 対応規則を求めなさい。

   b) カルロスは凧あげをするためにの紐 900 yd が巻かれたロールを買いました。凧それぞれに紐 10 メートル使う場合、凧 何枚分になりますか。

2. アントニオは馬術競技に参加し、5 分後に問題がおきたため、鞍をチェックしてもらうためにサポートを要請しました。その 3 分後に、レースに戻り、スピードを上げました。x 分に y キロメートル走ったと考え、次の問いに答えなさい。



   a) 鞍の状態をチェックしたのは、出発地点からどのくらいの距離ですか。

   b) 鞍のチェックの前後いずれについても、レースが x 分経過したときの移動距離 y を式で表しなさい。

   c) アントニオが移動した距離の合計はどのくらいですか。

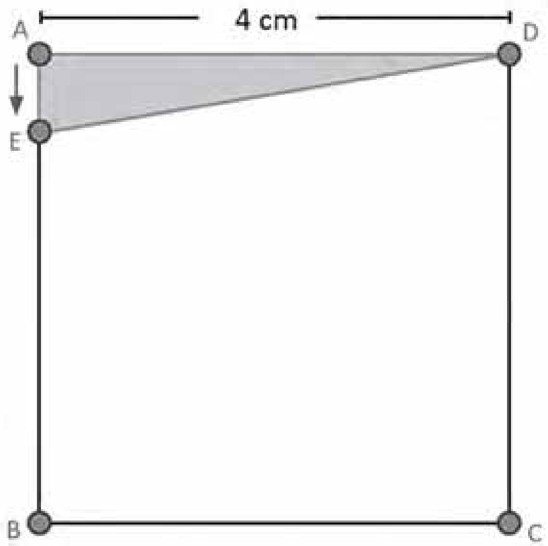
正方形 ABCD において、点 E は正方形の辺を点 A から点 B と C を通って点 D に移動します。点 E が x cm 移動したとき、三角形 AED の面積は y cm^2 になります。図形を見て答えなさい。

1. 次の場合に、三角形 AED の面積がどうなるのか説明しなさい。

   a) E は辺 AB上を移動します。つまり、$0 \leqq x \leqq 4$ 。
   b) E は辺 BC上を移動します。つまり、$4 \leqq x \leqq 8$ 。
   c) E は辺 CD上を移動します。つまり、$8 \leqq x \leqq 12$ 。

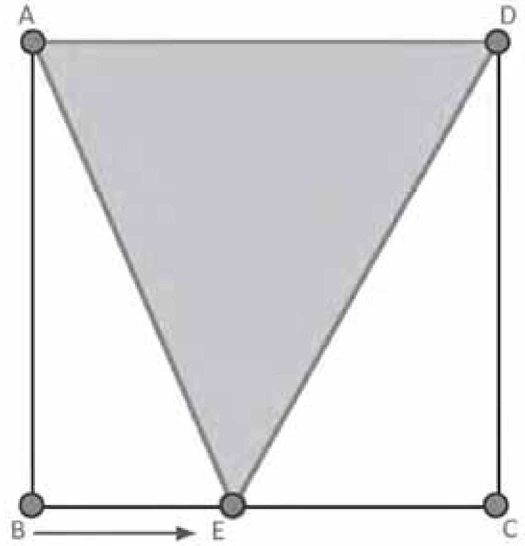
解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

2. E が A から B に移動する場合の、三角形 AED の面積 y を式で表しなさい。

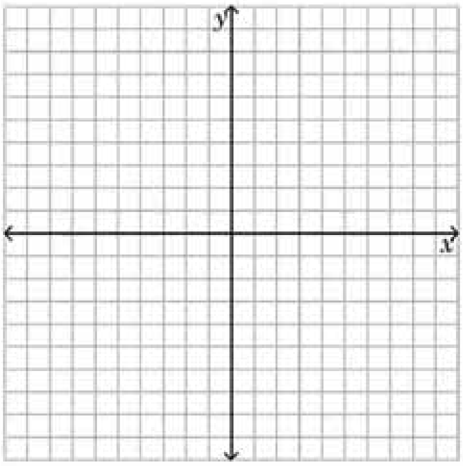


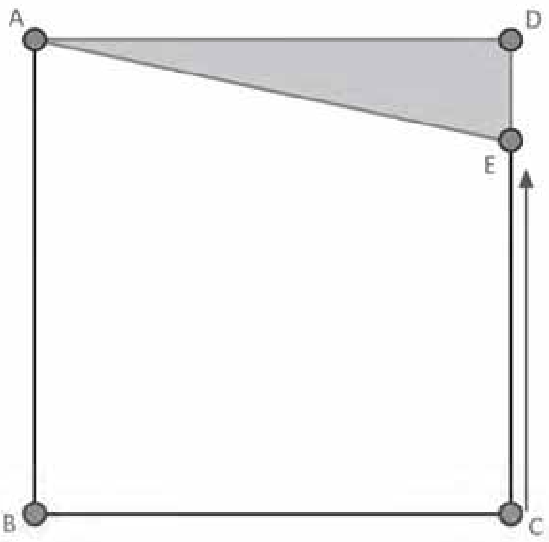
3. E が B から C に移動する場合の、三角形 AED の面積 y を求めなさい。

4. E が C から D に移動する場合の、三角形 AED の面積 y を式で表しなさい。



5. 次の場合について、三角形 AED の面積を同じ平面上にグラフで表しなさい。
   a) E は辺 AB上を移動します。
   b) E は辺 BC上を移動します。
   c) E は辺 CD上を移動します。

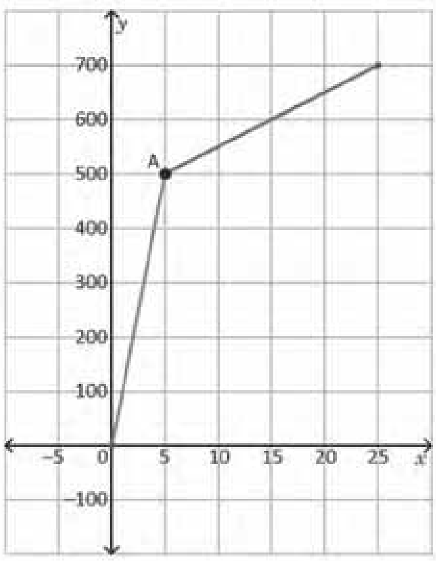




解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

3.4 学習内容の自己評価

問題を解き、学んだことに基づいて適切だと思うところにチェックを入れましょう。正直に答えましょう。

項目	はい	改善できます	いいえ	コメント
1. 次のような、線形に関係する単位の換算を伴う文章問題を解きます。 華氏 (F) と摂氏 (C) の温度の関係は次の通りです。0°C は 32°Fと等しく、100°C は 212°F と等しくなります。 a) x°C が y°F に等しく、y が x の一次関数である場合、2 つの変数を関連付ける方程式を求めなさい。 b) 最低気温が摂氏 10°C、最高気温が摂氏 20°C を記録した冬の 1 日の気温差を求め、華氏温度で表しなさい。 c) 華氏温度計が摂氏温度計の 3 倍の数値を示すのは何度のときですか。				
2. 次のように、グラフの解釈を伴う文章問題を解きます。 ミゲルは家を出て、 家から 1500 m離れた学校に向かいました。家から地点 A までは自転車で移動し、そこから先は歩いて行きました。グラフは、家を出てから経過した時間 x（分）と移動距離 y（メートル）の関係を表しています。 a) 自転車で移動する間の、分速をメートルで求めなさい。 b) 0 分から 5 分までの経過時間 x 分と移動距離 y メートルの関係を式で表しなさい。 c) 歩いて移動する間のミゲルの速度を求めなさい。  d) 5 分から 25 分までの経過時間 x 分と移動距離 y メートルの関係を式で表しなさい。				

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

3.5 学習内容の自己評価

問題を解き、学んだことに基づいて適切だと思うところにチェックを入れましょう。正直に答えましょう。

項目	はい	改善できます	いいえ	コメント
1. マリアの家の 1 か月の電気代の領収書には次の細目があり、消費電力キロワット (kw/h) ごとに、約 \$6.00 と \$0.35 が電気の売買と配電それぞれの 1 か月の費用となっています。 a) 15 kw/h 消費した月はいくら支払わなければならないですか。 b) x kw/h の電気を消費した場合に支払う合計額yを書きなさい。 c) 電気消費量と合計支払額の関係を表す関数をグラフに表しなさい。				
2. タイヤ修理店の労働者の日給は、固定給と、修理したタイヤ 1 本につき 2 ドルを上乗せした金額となります。月中のある日、タイヤを 12 本修理したところ、その日の日給を計算すると 44 ドルでした。 a) 労働者の固定給はいくらですか。 b) x 本のタイヤを修理した場合の労働者の給料を y として表す関数はどれですか。 c) 得られた一次関数をグラフにしなさい。				

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

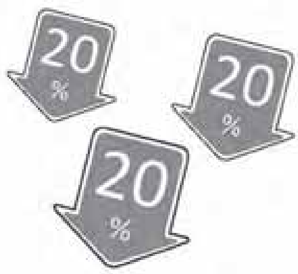
応用問題

有形動産の譲渡、輸入、輸出及び消費、並びに、サービスの提供、輸入、内国化、輸出、及び自家消費等に課税する目的で、動産の譲渡及びサービス提供にかかる税法 (IVA) が 1992 年 9 月 1 日に発効し、その税率は 1992 年 7 月 27 日に承認され、1992 年 7 月 31 日付官報第 143 番第 316 巻で公布された政令第 296 番により、10% となりました。その後、1995 年 6 月 8 日付政令第 370 番に従い、税率が 10% から 13% に上がりました。

水道配管作業

a) 配管工が $240 で修理をする場合、IVA を加えると費用はいくら増えますか。
b) 修理が $50 かかる場合、いくら払わなければなりませんか。
c) 配管工 の作業料金と支払合計額との関数の対応規則を得ること。

季節の変化による値引き



ソヤパンゴのショッピングセンターの一つにあるショップ A とショップ B では、リュックサックを IVA を含めず $50 で売っていますが、顧客を獲得するために次のバーゲンセールが準備してあります。

ショップ A：元の価格から 20% 割引し (0.8) ($50)、その価格に IVA を適用します、つまり、リュックサック 1 個に対する支払いは (1.13) (0.8) ($50) です。

ショップ B：IVA を適用して(1.13) ($50)、この価格から20%割引します。つまりリュックサック1個に対する支払いは(0.8) (1.13) ($50)です。

a) 条件を考えると、どちらのショップで、リュックサックを買いますか。それはなぜですか。
b) リュクサックの価格が x ドルの場合、20% の割引と IVA を考慮に入れて、そのリュックサック 1 個の支払価格を定型化して一次関数を書きなさい。

妊娠中の赤ちゃんの成長

産婦人科の研究では、妊娠月数に応じた胎児の成長経過を、下表のように示しています。

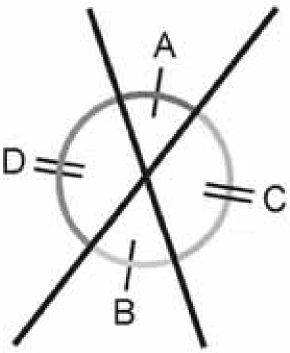
妊娠月数 (月)	2	3	4	5	6	7	8	9
大きさ (cm)	4	8	15	24	29	34	38	42

a) 妊娠月数に応じた胎児の「大きさ」を関数で表します。
b) 少なくとも 3 か月間の胎児の成長の変化の割合を求めます。
c) 「大きさ」の関数は一次関数ですか。

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

平行線と多角形の角

ユニット 4



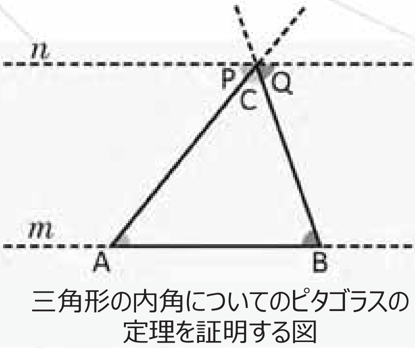
この図は、対頂角が等しいことを示しています。
出典：ピナスコ, フアン・パブロ (2009)『*Las Geometrías*（幾何学）』

ミレトスのタレス（ミレトゥス、タルキア；紀元前 620 －紀元前 545）は一連の一般的理論結果、つまり定理を最初に証明したとされる数学者です。それらを最初にどのように証明したかは知られていませんが、今日、これらの定理は基礎幾何学の一部を成し、その中には以下のものがあります。

– 対頂角は等しいです。
– 二つの平行線と一つの横断線がある場合、内側の錯覚は等しいです。

角と平行線はさまざまな状況で用いられ、その例としては以下があげられます。建物の建築、門扉、階段、鉄道、道路；楽器や電線の設計、マンション設計、など。

高速道路ブルバール・モンセニョール・ロメロ



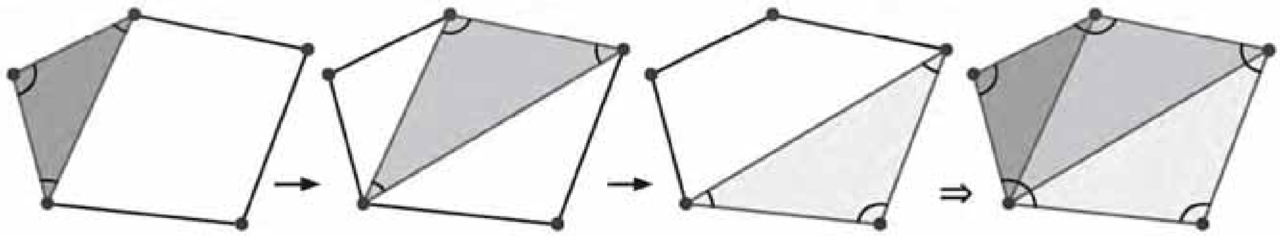
三角形の内角についてのピタゴラスの定理を証明する図

このユニットの内容を学習することで、三角形の内角同士の関係を復習すことになるはずです。そして、このことは多角形の内角と外角や、平行線の間に形成される角と角の関係とその日常生活への応用を学習するうえで、基本として役に立つことでしょう。

1.1 多角形の内角の和、パート１

全ての多角形において、対角線を引くと辺の数より2つ少ない数の三角形ができます。したがって、n 辺の多角形の内角の和は、$180° \times (n - 2)$ です。

例えば、多角形の内角の和を求め、次のような分析を行いました。



180° + 180° + 180° = 180° × 3

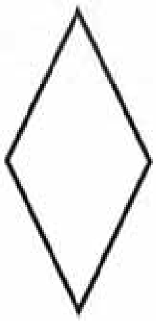
五角形は 3 つの三角形に分けられます。三角形の内角の和は 180° なので：

五角形の内角の和 = 180° + 180° + 180° = 180° × 3.

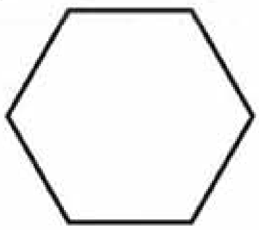
辺の数と形成される三角形の数の違いは：5 – 3 = 2。よって、五角形の内角の和は 180° × (5 – 2)。

以下の図形の内角の和を求めましょう。

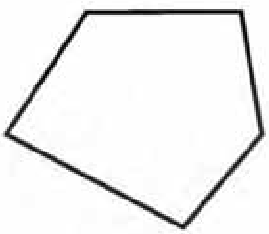
a)



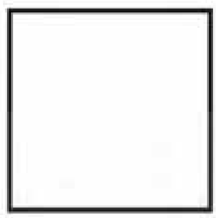
b)



c)



d)

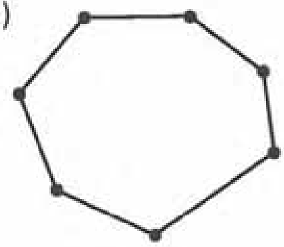


解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

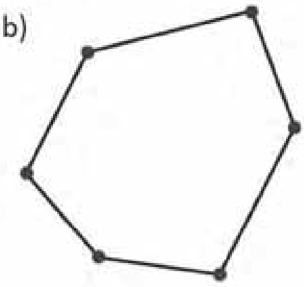
1.2 多角形の内角の和、パート 2

R 以下の図形の内角の和を求めましょう。

a)



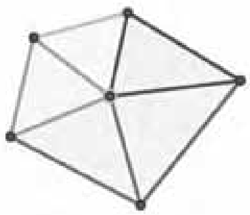
b)

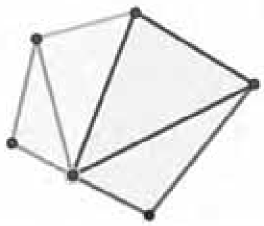


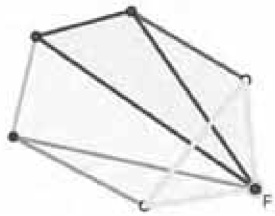
C 多角形の内角の和は異なった三角形分割を使って求めることができます。これは：

a) 任意の頂点から引く対角線が交わらないように注意する。
b) 多角形の内部の一点から三角形分割する。
c) 多角形の一辺から三角形分割する。
d) 多角形の外部の一点から三角形分割する。

例えば、五角形は以下のいずれの方法を使っても三角形分割できます。

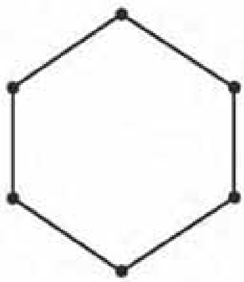




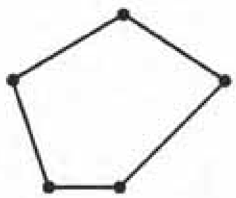


以下の多角形の内角の和を求めなさい、また、少なくとも三角形分割の方法の中から二つを使いなさい。

a)



b)

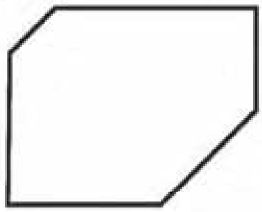


解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

1.3 多角形の外角の和

R 以下の図形の内角の和を、三角形分割の方法を用いて求め、次に授業 1.1 で学習した公式を使いなさい。

a)

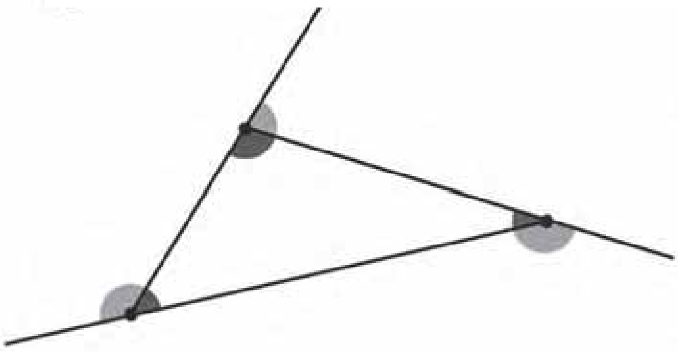


b)

C

三角形の外角の和は 360° です。

例えば、三角形の外角の和を求めるためには以下の分析が必要でした。

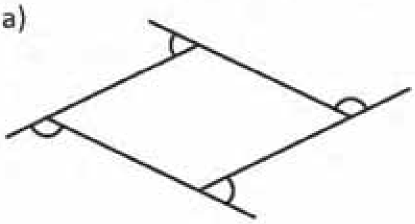


三角形の各頂点では、内角とそれに対応する外角を足すと 180° の角が形成されます。他の頂点の内角と外角の和を加えると 180° × 3 = 540° になります。

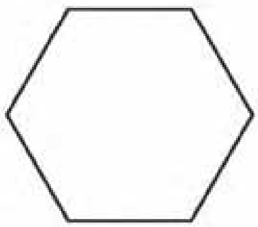
しかし、540° には、内角の和 180° × (3 – 2) が含まれています。したがって、三角形の外角の和は 540° – 180° = 360 ° となります。

以下の図形の外角の和を求めましょう。

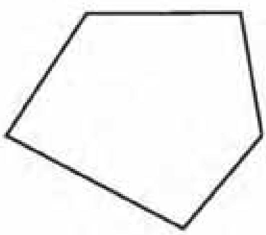
a)



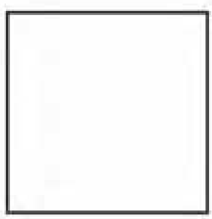
b)



c)



d)

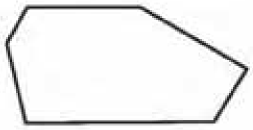


解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

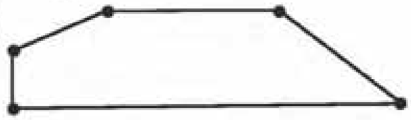
1.4 正多角形の内角の和

R 1. 以下の図形の内角の和を求めましょう。

a)

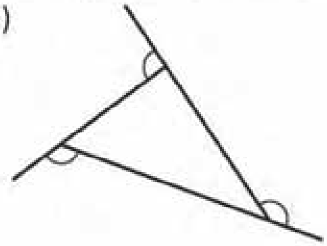


b)

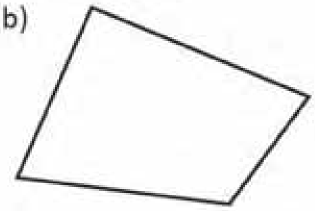


2. 以下の図形の外角の和を求めましょう。

a)

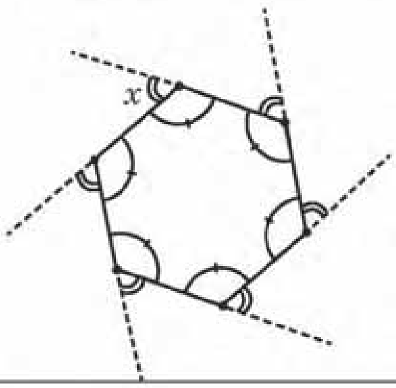


b)



C 正多角形では、全ての内角は等しく、その和は 180° × (n – 2) になります。さらに、全ての外角も互いに等しくなります。

例えば x の値を計算する場合：



六角形の内角の和は 180° × (6 – 2) = 720° です。

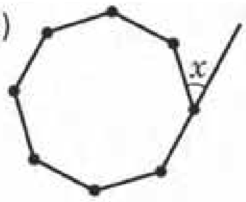
よって、各内角は $\frac{720°}{6}$ = 120° になります。

前述から、各内角の角度は 120° になります。x は外角なので、
x + 120° = 180°.

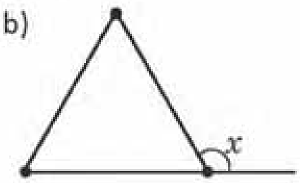
したがって、x = 60°.

1. 以下の正多角形の x の値を求めなさい。

a)

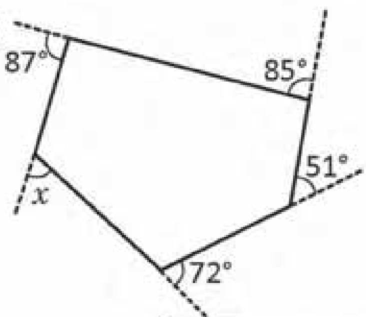


b)

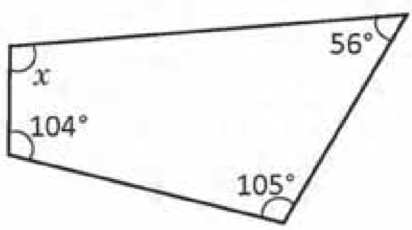


2. それぞれの事例の角度 x を求めましょう。

a)



b)



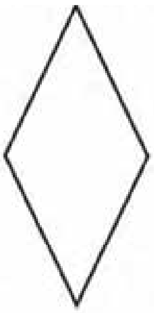
解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

ユニット 4

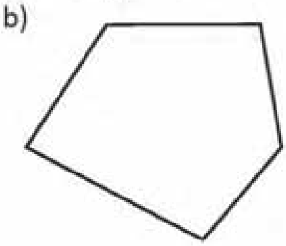
2.1 対頂角

1. 以下の図形の外角の和を求めましょう。

a)

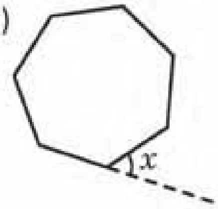


b)

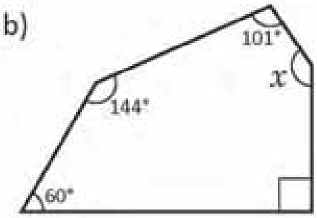


2. 以下の多角形の x の値を求めなさい。

a)



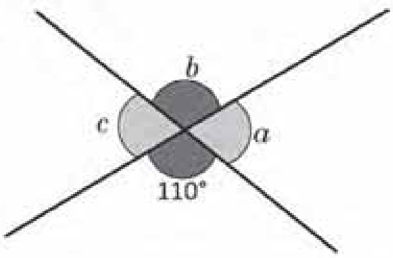
b)



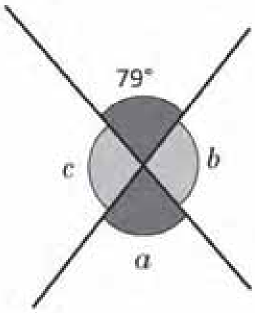
各辺が別の角の辺の延長である場合、角は対頂角になり、これらの角の角度は等しくなります。また、角の和が 180° になる角のことを補角と言います。

文字番号 a) から d) で示されているそれぞれの角の角度を求めなさい。

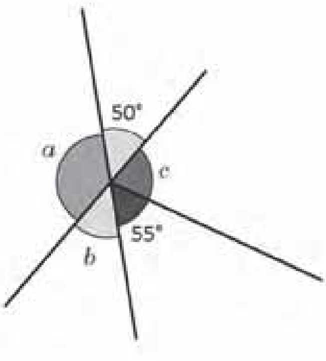
a)



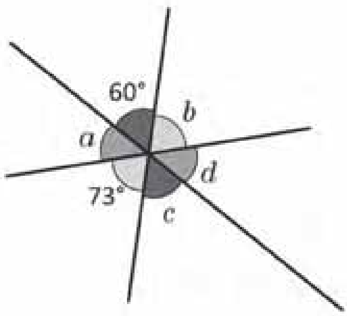
b)



c)



d)

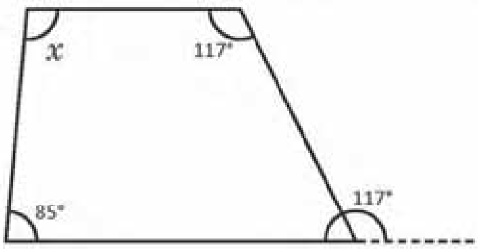


解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

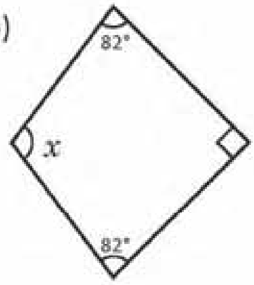
2.2 同位角と錯角

1. それぞれの事例の角度 x を求めましょう。

a)

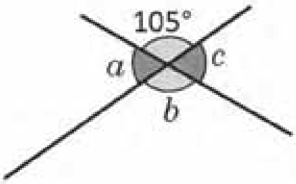


b)

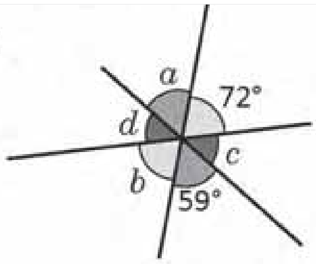


2. 文字番号 a) から d) で示されているそれぞれの角の角度を求めなさい。

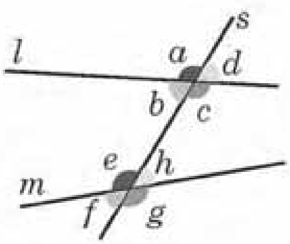
a)



b)



割線が横切る二本の直線がある場合、以下の角のタイプを特定できます。



内角：
$\sphericalangle b$、$\sphericalangle c$、$\sphericalangle e$ 、$\sphericalangle h$

外角：
$\sphericalangle a$、$\sphericalangle d$、$\sphericalangle f$ 、$\sphericalangle g$

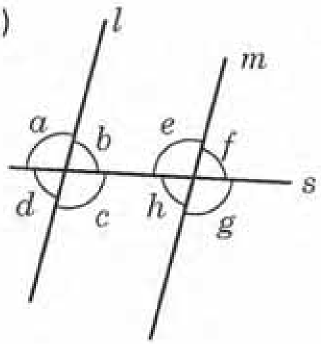
内側の錯角：
$\sphericalangle b$と $\sphericalangle h$ 、$\sphericalangle c$ と $\sphericalangle e$ と

外側の錯角：
$\sphericalangle a$ と $\sphericalangle g$、$\sphericalangle d$ と $\sphericalangle f$

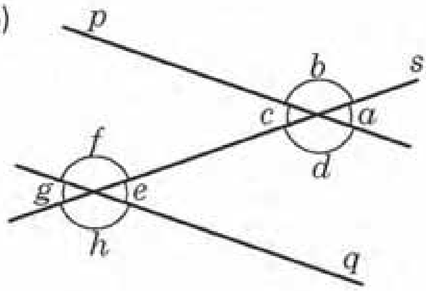
同位角：
$\sphericalangle a$ と $\sphericalangle e$、$\sphericalangle d$ と $\sphericalangle h$,
$\sphericalangle b$ と $\sphericalangle f$ 、$\sphericalangle c$ と $\sphericalangle g$

以下の文字番号 a から h までのそれぞれに関し、どの角が、内角、外角、内側の錯角、外側の錯角、および同位角に該当するかを示しなさい。

a)



b)

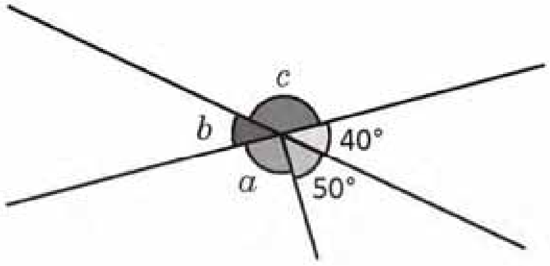


解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

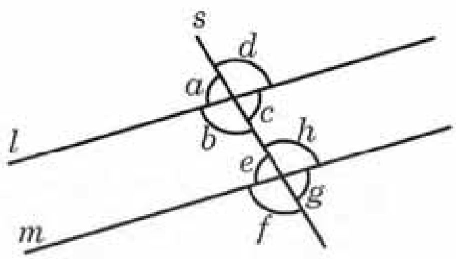
2.3 同位角の特性評価

R

1. 文字番号 a、b、c のそれぞれの角の角度を求めましょう。



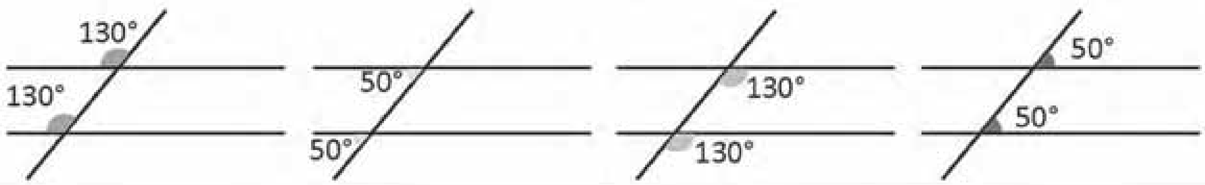
2. 以下の文字番号 a から h に関して、どの角が内角、外角、内側の錯角、外側の錯角および同位角に該当するか示しなさい。



C

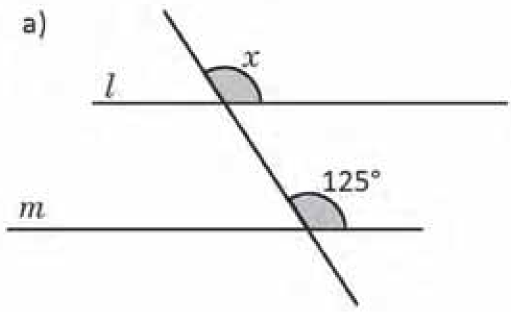
二本の平行線が、一本の割線で切られている場合、同位角の角度は等しくなります。これは、その逆にも当てはまります。つまり、一本の割線で切られた二本の直線の間にできる同位角の角度が 等しければ、その二つの直線は平行です。

例えば、以下の角度を分度器で測り、等しいことを確かめることができます。

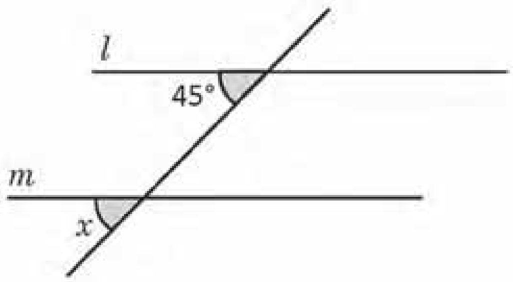


$l \parallel m$ とすると。x の値を求めなさい。

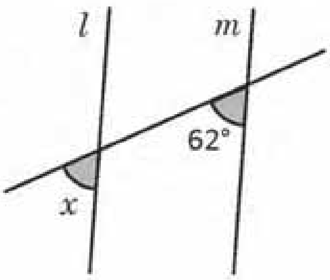
a)



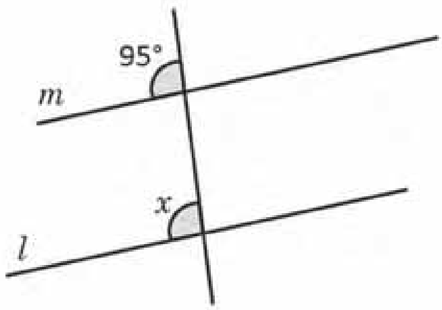
b)



c)



d)

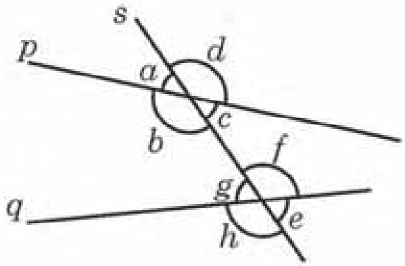


解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

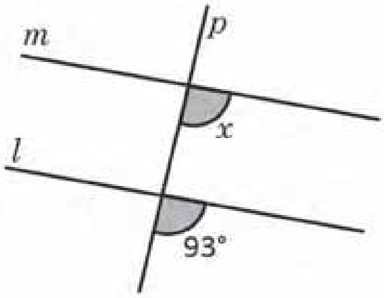
2.4 同位角の特性評価

R

1. 文字番号 a から h に関して、どの角が内角、外角、内側の錯角、外側の錯角および同位角に該当するか示しなさい。



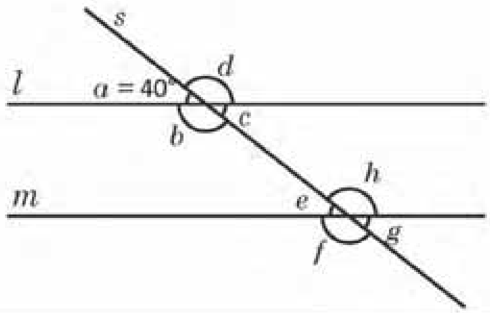
2. $l \parallel m$ とすると。x の値を求めなさい。



C

二本の平行線が、一本の割線で切られている場合、内側の錯角と外側の錯角は等しくなります。これは、その逆にも当てはまります。つまり、一本の割線で切られた二本の直線の間の内側の錯角同士または外側の錯角同士が等しければ、その直線は平行です。

例えば：



$\sphericalangle b$ と $\sphericalangle h$、$\sphericalangle c$ と $\sphericalangle e$：内側の錯角で、互いに等しい角度になります。

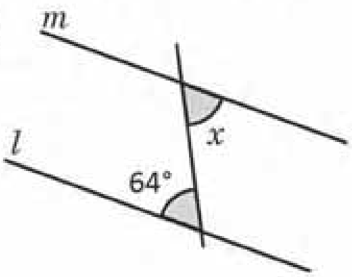
$\sphericalangle b = \sphericalangle h = 140°$、$\sphericalangle c = \sphericalangle e = 40°$

$\sphericalangle a$ と $\sphericalangle g$、$\sphericalangle d$ と $\sphericalangle f$：外側の錯角で、互いに等しい角度になります。

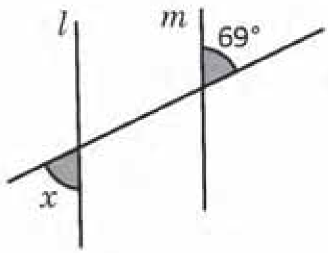
$\sphericalangle a = \sphericalangle g = 40°$、$\sphericalangle d = \sphericalangle f = 140°$

$l \parallel m$ とすると。x の値を求めなさい。

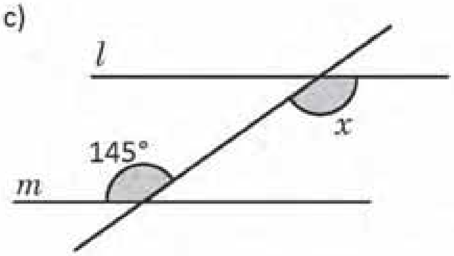
a)



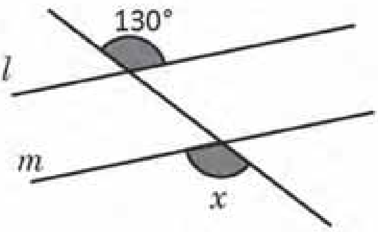
b)



c)



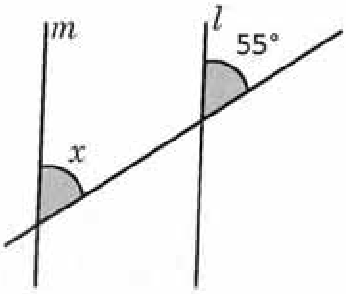
d)



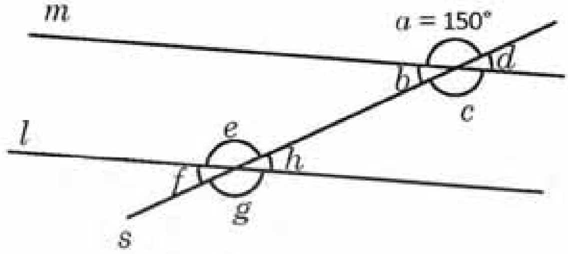
解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

2.5 三角形の内角の定理の証明

1. $l \parallel m$ とすると。x の値を求めなさい。



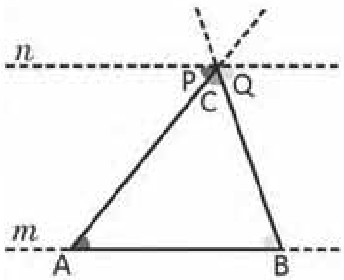
2. $l \parallel m$ とすると。内側の錯角のペアと外側の錯角のペアを識別し、それぞれの角度を求めましょう。



三角形の内角の和が 180° であることを証明するためには、次に示すように、1 本の平行線を引き、平行線間の角の性質を利用することが必要でした。

∢P + ∢C + ∢Q = 180°（平角を構成するから）。
∢P = ∢A、∢Q = ∢B （平行線間の内側の錯角であるから）。

よって、∢A + ∢B + ∢C = 180°（代入して）。
したがって、任意の三角形の内角の和は 180° です。



1. 空欄を埋めて、頂点B の外角の角度は、三角形 ABC の他の 2 つの内角の和に等しい。つまり、∢CBD = ∢BCA + ∢CAB ということを証明しましょう。

解答

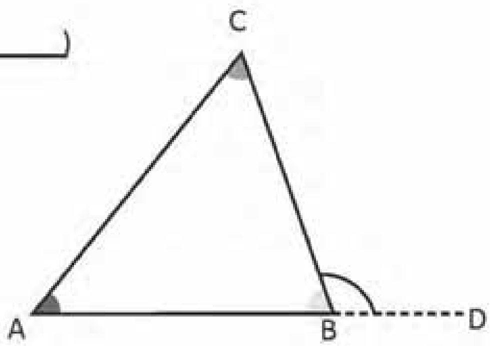
∢ABC + ∢CBD = __________ . . . (1) （補角であるから）

∢ABC + ∢BCA + ∢CAB = 180° . . . (2) (____________________)

∢CBD = 180° − ∢ABC .. （1 であるから）

∢BCA + ∢CAB = ____________ . （2 であるから）

したがって、____________________________



2. 数学における証明とは何を意味するか自分の言葉で定義しなさい。____________________

____

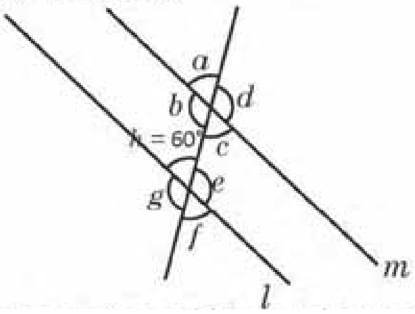
____

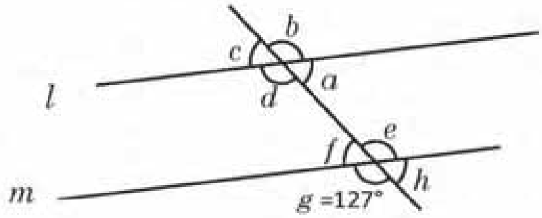
____

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

2.6 証明の要素

R 1. $l \parallel m$ と仮定し、内側の錯角のペアと外側の錯角のペアを識別し、それぞれの角度を求めましょう。





2. 空欄を埋めて、平行四辺形の場合、対角は等しい角度になることを証明してください。

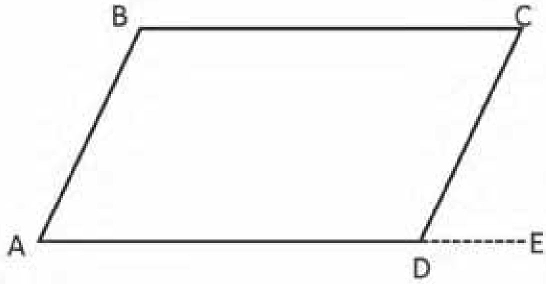
解答

辺 AD を点 E まで延長して。

∢BAD = ________ (なぜなら AB ∥ DC)

よって、 ∢CDE = ∢DCB (________________)

したがって、∢BAD = ∢DCB.



C

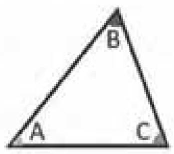
「□ ならば、よって、○ 」のような形の表現を **命題** と言います。

□ で示された部分を**仮説**と呼び；○ で示された部分を**結論**と呼びます。

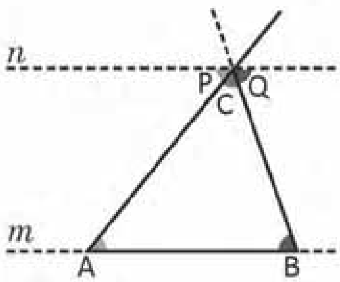
次の証明例を分析しなさい。

∢A、∢B、∢C が三角形の内角であるならば、

∢A + ∢B + ∢C = 180°



∢A、∢B および ∢C は、三角形 ABC の内角です。 → **仮説**



肯定	**根拠**	
1. $n \parallel m.$	作図によって。	
2. ∢P + ∢C + ∢Q = 180°	平角を成すことによって	→ **証明された肯定**
3. ∢P = A; ∢Q = ∢B.	平行線間の内側の錯角のため。	
4. ∢A + ∢B + ∢C = 180°	2 と3 から。	→ **結論**

以下の文章の中で仮定は四角で、結論は楕円で囲みなさい。

a) ある数が 4 で割り切れるならば、それは偶数です。
b) 二辺の長さが等しいならば、三角形は二等辺三角形です。
c) ABC が三角形ならば、よって、内角の和は 180° になります。
d) $n \parallel m$ ならば、よって、同位角は同じ角度になります。

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

2.7 平行線間の角の特徴の適用

1. 空欄を埋めて、直線 ED が直線 BC に平行で、角 α と β が同じ角度であることを証明しなさい。

解答

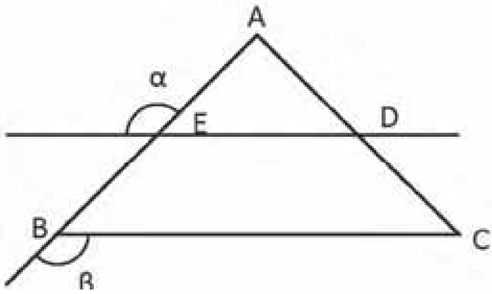
BA を二本の平行線を横切る割線と考えて。

las dos paralelas.

∢α = ________ （頂点の反対側にあるため）

よって、 ∢BED = ∢β (________________)

したがって、∢α = ∢β.



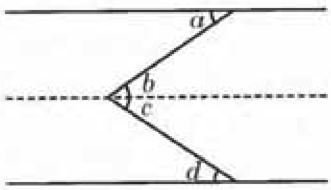
2. 以下の文章の仮定部分は四角で、結論部分は楕円で囲みなさい。

a) ある数が 5 で割り切れるならば、その数の最後の桁は 0 か 5 です

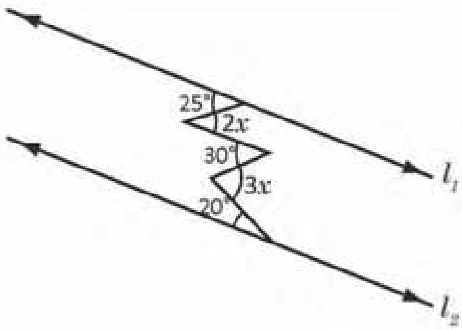
b) 三角形が正三角形ならば、よって二等辺三角形です。

平行線間の角の特徴を適用して、未知の角度を計算する必要がある日常生活の問題を解決することが可能です。

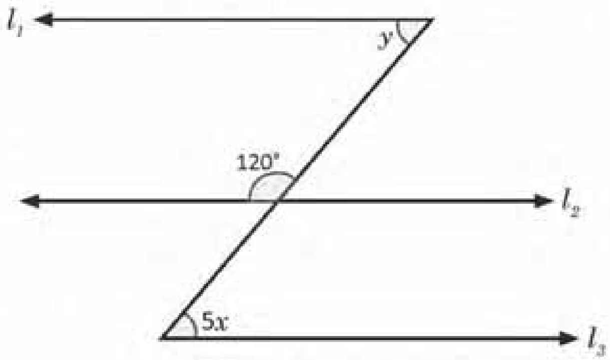
図が示す角のように、平行な直線の間の角では、次が成り立つことを、復習しましょう。
∢ a + ∢ d = ∢ b + ∢ c



1. 図で l_1 は l_2 と平行です、x の値を求めなさい。



2. 図では、直線 l_1、l_2、l_3 は平行です、x と y の値を求めなさい。



解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

応用問題

通りと大通り

この図は、サンタ・テクラ市の地図を示しています。注意深く見て、次の問いに答えなさい。

a) ダニエル・ヘルナンデス通り（Calle Daniel Hernández）に平行に走る二つの通りの名前を書きなさい。

b) マヌエル・ガジャルド大通り（Avenida Manuel Gallardo）に直角に交わる二つの大通りの名前を書きなさい。

c) パセオ・コンセプシオン（Paseo Concepción）に対し斜めに走る通り、または大通りを特定しなさい。

d) ポニエンテ 3 番通り（3.a Calle Poniente）とノルテ 10 番大通り（10.a Avenida Norte）の交差点にいる旅行者に出会ったとして、市立文化芸術会館パラシオ・テクレーニョ（Palacio Tecleño de la Cultura y las Artes）へはどのよう行ったら良いと説明しますか？

モラサン広場

1882 年 3 月 15 日に落成しました。国立劇場の真向かい、わが国の文化と芸術の発祥の地である、サンサルバドル歴史的中心地区に位置しています。広場の真ん中には、イタリアの建築家フランシスコ・ドゥリーニ制作の前大統領フランシスコ・モラサンの大理石像が立っています。

写真を良く見て次の問いに答えなさい。

a) モラサン広場にある多角形すべてを特定し、その辺の数によって分類しなさい。

b) 見つけた多角形の内角と外角の和を求めなさい。

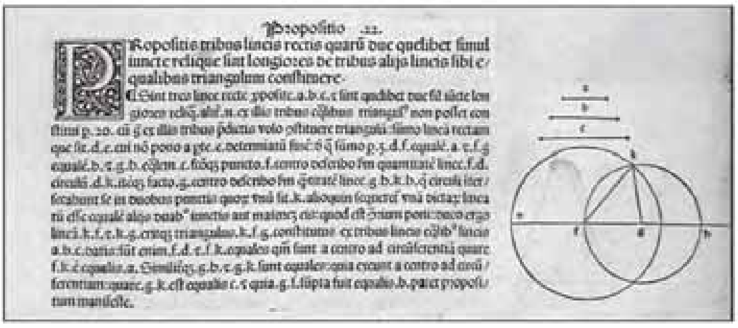
c) 写真の他の部分では、どんな所に多角形が見つけられるでしょうか？それらに印を付けたら、クラスメートと比べて見ましょう。

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

三角形の合同条件

ユニット 5

ユークリッドの著書「原論」は、数学の専門書で、文化史全体に渡って大きな影響を及ぼしています。さらにその影響は、数学そのものや関連する科学以外のものにまで大きく及んでいます。第1巻の命題 16 から 26 までで、ユークリッドは、三角形の全般的な考察結果を提示しています。例えば、定規とコンパスを使用した構成要素の作図、三角形と四角形の合同、三角形の角や辺が等しくないことなどです。


Propositio .22.
Propositis tribus lineis rectis quarū due quelibet simul iuncte reliqua sint longiores de tribus aliis lineis sibi equalibus triangulum constituere.

ユークリッドの著書「原論」の命題 1.22

図の合同という概念は、建設、備品や家具の組立、内装品のデザイン、自動車の製造、インフラの再整備などに応用されています。

合同の概念は、組になっている家具のデザインに使うことができます。

図の合同は、歩道橋のデザインに応用することができます。

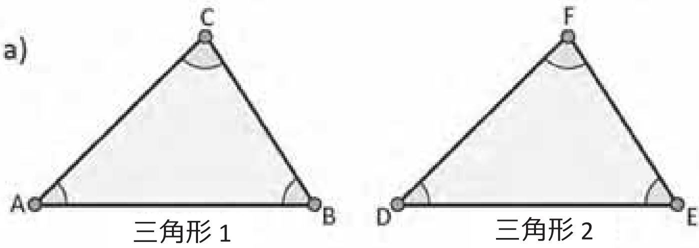
このユニットでは、三角形の合同の意味と、二つかそれ以上の三角形が合同か否かを判定するための条件について学習します。また、数学的特徴を証明する際の応用方法や、日常生活の中の問題を解決するための応用方法についても学習します。

1.1 三角形の合同とは

二つの図形を重ねた場合に一致するとき、二つの図形は**合同である**といいます。
合同な図形の頂点、辺、角はそれぞれ、**対応する頂点**、**対応する辺**、**対応する角**といいます。

1. 合同な三角形があります。対応する頂点、辺、角を見つけましょう。

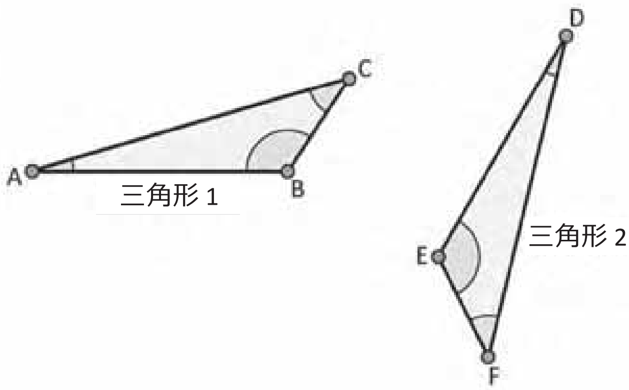
a)



三角形 1　三角形 2

対応する頂点	対応する辺	対応する角

b)



三角形 1　三角形 2

対応する頂点	対応する辺	対応する角

2. 次の図を比較して合同なものを選びましょう。対応する 辺と角を示しましょう。

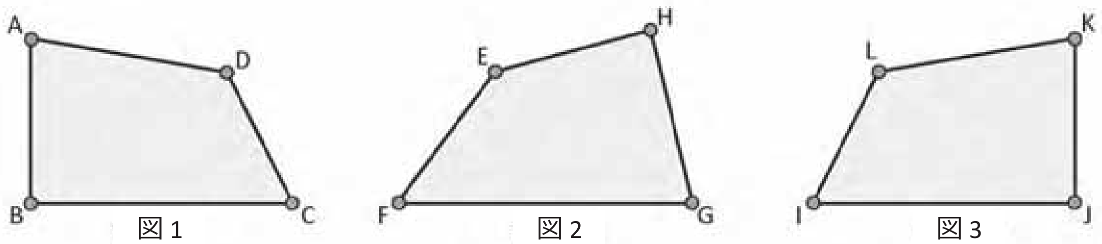


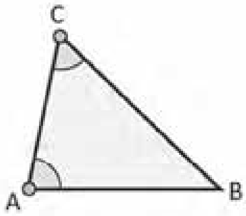
図 1　図 2　図 3

対応する頂点	対応する辺	対応する角

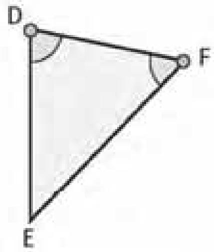
解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

1.2 三角形の合同

R 合同な三角形があります。対応する頂点、辺、角を見つけましょう。



三角形 1



三角形 2

対応する頂点	対応する辺	対応する角

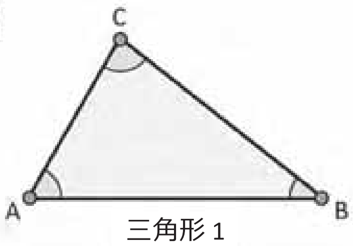
C

合同な三角形では、対応する辺の長さと対応する角の大きさが等しくなります。

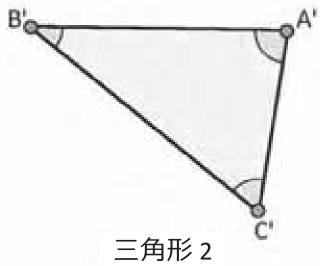
ΔABC と ΔA'B'C' が合同であることは記号 ≅ を使って表します。すなわち、
ΔABC ≅ ΔA'B'C' と表し、**三角形ABCは三角形 A'B'C' と合同である**と読みます。

ΔABC と ΔA'B'C' が合同である場合、対応する辺と角を比較し、記号 ≅ を使って三角形が合同であることを表しましょう。

a)

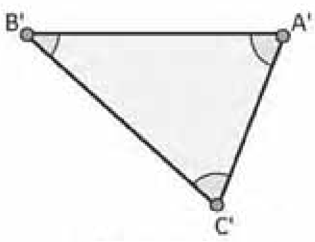


三角形 1

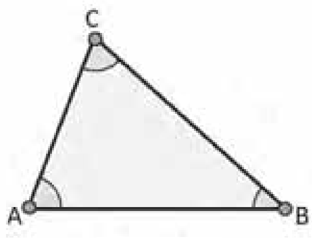


三角形 2

b)



三角形 1

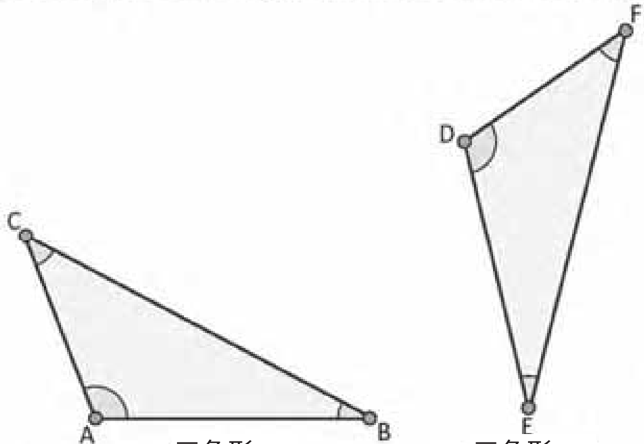


三角形 2

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

1.3 三角形の合同条件 (1)

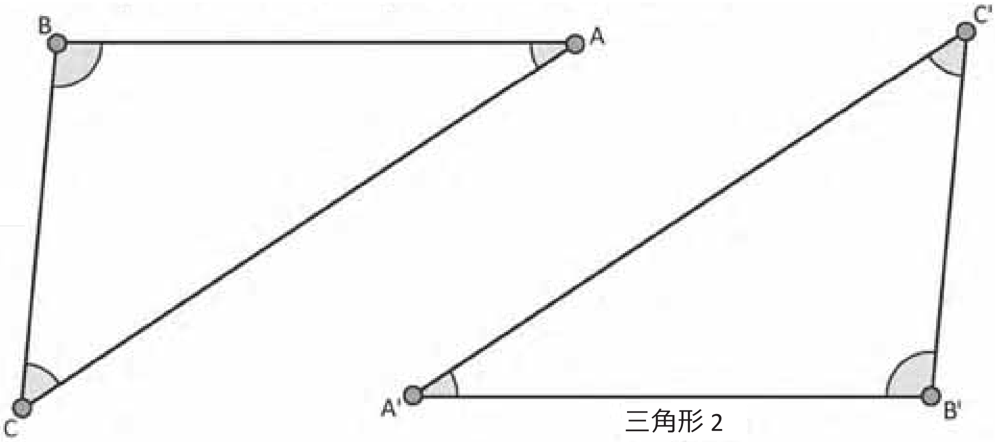
1. 合同な三角形があります。対応する頂点、辺、角を見つけましょう。



三角形 1　三角形 2

対応する頂点	対応する辺	対応する角

2. ΔABC と ΔA'B'C' が合同である場合、対応する辺と角を比較し、記号≅を使って三角形が合同であることを表しましょう。



三角形 1　三角形 2

三角形の合同条件 1：

3つの辺が等しい2つの三角形は、合同です。この条件を、**三辺相等 (Side-Side-Side、SSS)** といいます。つまり、AB = A'B'、AC = A'C'、BC = B'C なので、　ΔABC ≅ ΔA'B'C' になるということです。

合同な三角形のペアを見つけましょう。

a) ΔABC; AB = 6, BC = 5, CA = 8

b) ΔDEF; DE = 5, EF = 4, FD = 7

c) ΔGHI; GH = 5, HI = 6, IG = 3

d) ΔJKL; JK = 6, LJ = 8, KL = 5

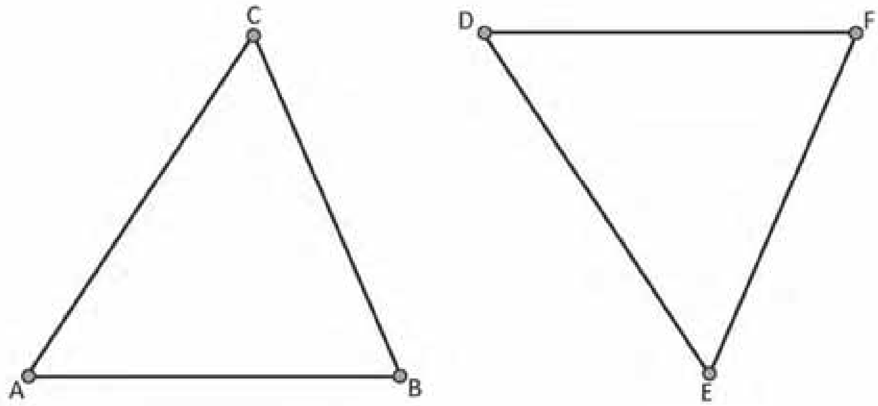
e) ΔMNO; MN = 5, OM = 3, NO = 6

f) ΔPQR; PQ = 5, QR = 4, RP = 7

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

1.4 三角形の合同条件 (2)

1. 次の三角形が合同である場合、対応する辺と角を比較し、記号≅を使って三角形が合同であることを表しましょう。



三角形 1

三角形 2

2. 合同な三角形のペアを見つけましょう。

a) ΔABC; AB = 8, BC = 4, CA = 9

b) ΔDEF; DE = 7, EF = 5, FD = 8

c) ΔGHI; GH = 8, IG = 7, IH = 5

d) ΔJKL; JK = 8, LJ = 4, KL = 9

三角形の合同条件 2：

1 辺とその両端の 2 角が等しい 2 つの三角形は、合同です。この条件を、**一辺両端角相等 (Angle-Side-Angle、ASA)** といいます。
∢B = ∢B'、BC = B'C'、∢C = ∢C' なので、ΔABC ≅ ΔA'B'C' になるということです。

合同な三角形のペアを見つけましょう。

a) ΔABC; BC = 5, ∢B = 55°, ∢C = 85°

b) ΔDEF; EF = 6, ∢E = 35°, ∢F = 95°

c) ΔGHI; GH = 7, ∢G = 40°, ∢H = 80°

d) ΔJKL; JK = 6, ∢J = 35°, ∢K = 95°

e) ΔMNO; MO = 7, ∢M = 80°, ∢O = 40°

f) ΔPQR; PR = 5, ∢P = 85°, ∢R = 55°

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

1.5 三角形の合同条件 (3)

R 1. 合同な三角形のペアを見つけましょう。

a) ΔABC; AB = 9, BC = 4, CA = 6

b) ΔDEF; DE = 7, EF = 4, FD = 6

c) ΔGHI; GH = 4, HI = 6, IH = 9

d) ΔJKL; JK = 6, LJ = 7, KL = 4

2. 合同な三角形のペアを見つけましょう。

a) ΔABC; BC = 12, ∢B = 25°, ∢C = 105°

b) ΔDEF; EF = 8, ∢E = 65°, ∢F = 80°

c) ΔGHI; GH = 8, ∢G = 80°, ∢H = 65°

d) ΔJKL; JK = 12, ∢J = 25°, ∢K = 105°

C 三角形の合同条件 3：

2 辺とそのあいだの角が等しい 2 つの三角形は、合同です。この条件を、**二辺夾角相等 (Side-Angle-Side、SAS)** といいます。BC = B'C'、∢C = ∢C'、CA = C'A' なので、ΔABC ≅ ΔA'B'C' になるということです。

合同な三角形のペアを見つけましょう。

a) ΔABC; BC = 7, CA = 10, ∢C = 80°

b) ΔDEF; EF = 5, FD = 10, ∢F = 55°

c) ΔGHI; GH = 6, IG = 4, ∢G = 105°

d) ΔJKL; JK = 6, KL = 4, ∢K = 105°

e) ΔMNO; OM = 10, NO = 7, ∢O = 80°

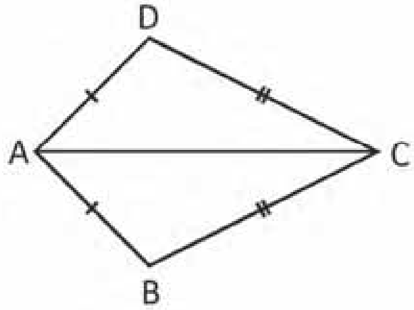
f) ΔPQR; RP = 10, PQ = 5, ∢P = 55°

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

1.6 三角形の合同条件の応用

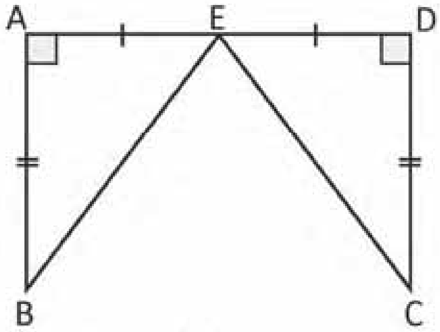
次のそれぞれの場合において、与えられている条件は三角形が合同であるというのに十分かどうかを考えましょう。十分である場合、その条件を書きましょう。

a)



AB = AD
BC = DC
ΔABC___ΔADC

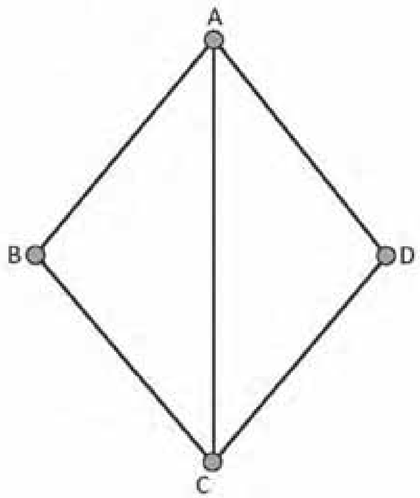
b)



AB = DC
AE = DE
ΔABE ___ ΔDCE

一連の根拠がそれぞれ論理的に組み立てられ、またそのそれぞれがすでに正しいと認められている別の根拠に裏付けされているとき、それを**証明**といいます。

四角形 ABCD がひし形で、AC がその対角線のとき、ΔABC ≅ ΔCDA であることを証明しましょう。

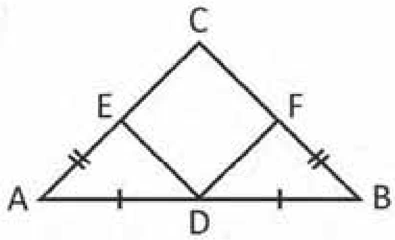


解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

1.7 三角形の合同条件の応用

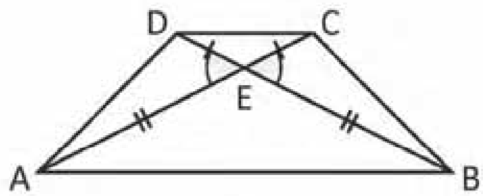
1. 次のそれぞれの場合において、与えられている条件は三角形が合同であるというのに十分かどうかを考えましょう。十分である場合、その条件を書きましょう。

a)



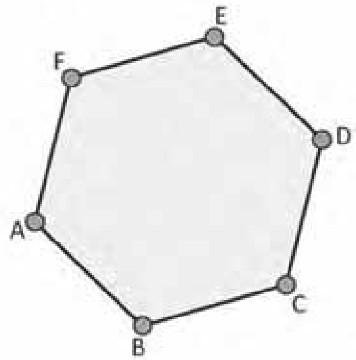
AC = BC、四角形 CEDF はひし形、
D は辺 AB の中点
ΔADE___ΔBDF

b)



AE = BE
DE = CE
ΔAED ___ ΔBEC

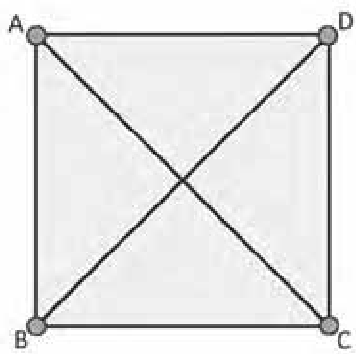
2. 六角形があります。ΔAEF ≅ ΔDFE であることを証明しましょう。



数学では、次のような言い方をします。もしも □ ならば、◯ になります。

□ の部分は仮定、◯ の部分は**結論**といいます。

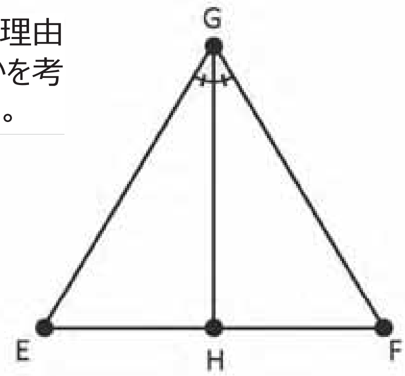
線分 AC と DB は正方形 ABCD の対角線です。AC = DB であることを証明し、次に仮定と結論を書きましょう。



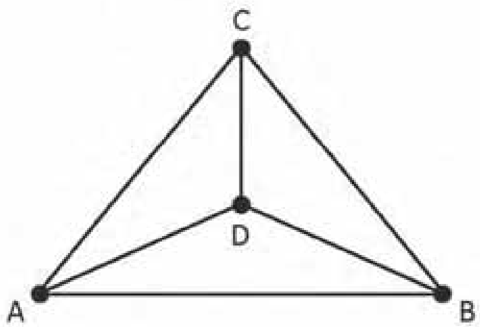
解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

1.8 三角形の合同の応用 (1)

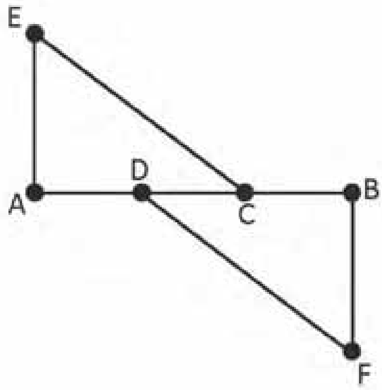
1. 三角形 EFG が二等辺三角形であるとします。ΔEHG ≅ ΔFHG である理由を証明しましょう。次に、その証明の方法が唯一の証明方法かどうかを考えましょう。唯一の証明方法でないなら、別の証明方法を書きましょう。



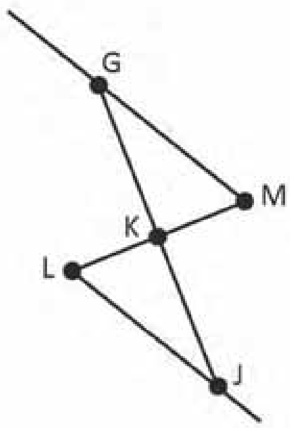
2. 次の図では、三角形 ABC と ABD は二等辺三角形です。ΔADC ≅ ΔBDC であることを証明しましょう。次に、仮定と結論を書きましょう。



1. 次の図では、AD = BC で AE = BFです。さらに、AE ⊥ AB で BF ⊥ AB です。ΔACE ≅ ΔBDF であることを証明しましょう。



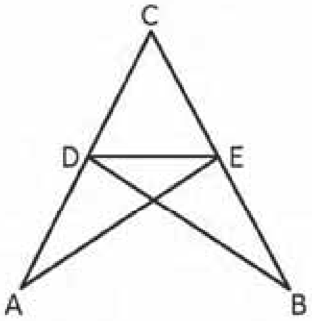
2. 次の図では、GM ∥ LJ で、K は GJ の中点です。ΔKLJ ≅ ΔKMG であることを証明しましょう。



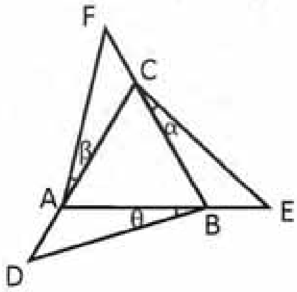
解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

1.9 三角形の合同の応用 (2)

1. AD = BE でDC = CE ある場合、ΔACE ≅ ΔBCD であることを証明しましょう。次に、仮定と結論を書きましょう。



2. 三角形 ABC は正三角形で、$\overline{AD}$、$\overline{BE}$、$\overline{CF}$ は、ΔABC の辺を延長したものです。さらに、∢α = ∢β = ∢θ です。ΔADB ≅ ΔBEC ≅ ΔCFA であることを証明しましょう。

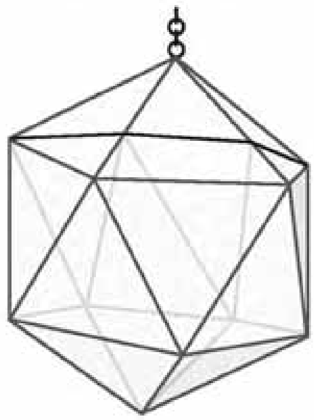


1. A 社では三角形の食堂用家具セットを作っています。ある客が図と同じものを 6 セット欲しいと言っています。

a) テーブルの複製を作って、しかもすべて同じにするには、最低限どの寸法をいくつ測らねばならないでしょうか?

b) テーブルの三つの辺が等しくなっているものが求められているとします。テーブルの角度の大きさはどうなるでしょうか?

2. 家を飾るために、アナはランプの飾りをデザインしました。アナの家には 10 個のランプがあって、それぞれを同じように飾りたいとします。



a) すべてが同じになるようにするには、最低限どこを測らねばならないでしょうか?

b) 図のようなランプの飾り用に、適切な材料を探して、飾りを作りましょう。

解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。

応用問題

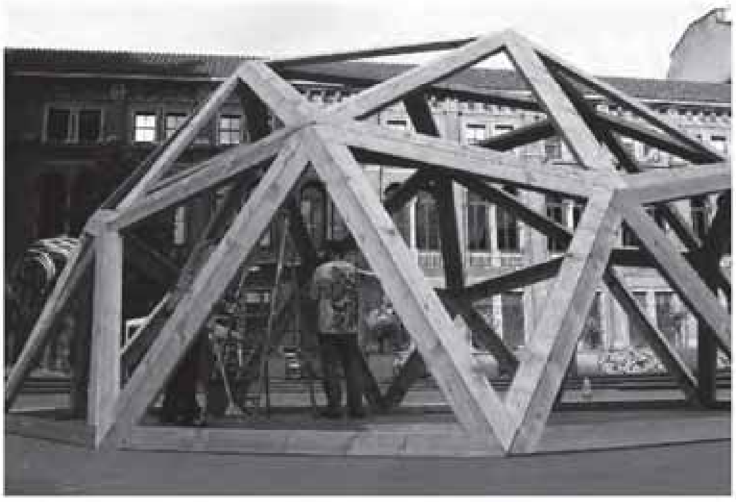
三角形の産業界での応用

二十・十二面体には、三角形の面が20面、五角形の面が12面あり、その球形度から分解可能なドームを作るのに特に用いられます。この特徴を産業界が見過ごすはずがありません。特に効率よく分解できる住居は、正五角丸塔の形状をしていますが、これは二十・十二面体を半分にしたものです。

a) 正五角丸塔を構成する三角形にはどのような特徴がありますか?

b) 三角形が用いられることが明らかな建築物には他にどのようなものがありますか?
例を少なくとも3つ挙げましょう。

c) 図に示したドームの正確な複製を作るには、どこを測らなければならないでしょうか?
様々な場合について書きましょう。



教室の整備

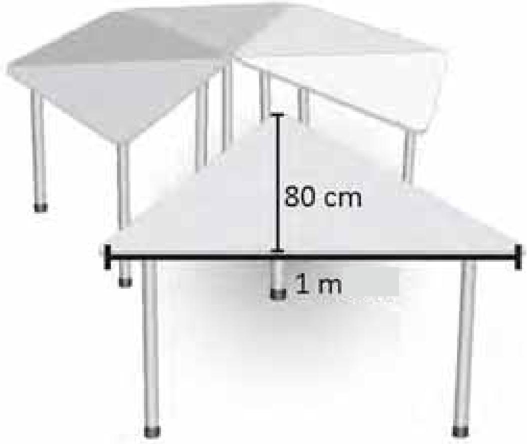
初等教育では、少年少女が、楽しく、思いやりがあって、家族のように過ごせて、安全で、魅力的な雰囲気の中で、絵や道具を手にして過ごせるようにします。それらの絵や道具は、意味があるだけでなく、価値観、知識、態度や技能の発達を助成するのにも役立つものです。また、少年少女が体を動かしたり様々な活動をしたりするためのスペースも必要です。このため、カルメン先生は、図のような六角形が 5 つできるように机を配置したいと考えています。
図を見て次の設問に答えましょう。

a) 三角形の机の面積をそれぞれ計算しましょう。

b) 六角形の机を実際に作るには、机はどのような三角形でなければならないでしょうか?

c) 六角形の机がそれぞれ占める面積を求めましょう。

d) 六角形の机を 5 つ配置するには、先生はどのくらいのスペースを必要としますか?



解答するのにどのくらいの時間がかかりましたか。