GOBIERNO DE EL SALVADOR

MINISTERIO DE EDUCACIÓN

Matemática 6

Tomo 2

Guía metodológica
Segunda edición

ESMATE

JICA

Tomo 2 6 Segunda edición Matemática Guía metodológica

GOBIERNO DE EL SALVADOR

MINISTERIO DE EDUCACIÓN

Matemática 6

Tomo 2

Guía metodológica

Segunda edición

ESMATE

JICA

Equipo técnico autoral del Ministerio de Educación

Primera edición
Alejandra Natalia Regalado Bonilla
Liseth Steffany Martínez de Castillo

Segunda edición
Wendy Stefanía Rodríguez Argueta
Diana Marcela Herrera Polanco
Salvador Enrique Rodríguez Hernández
Ana Ester Argueta Aranda
Ruth Abigail Melara Viera
Vitelio Alexander Sola Gutiérrez
Francisco Antonio Mejía Ramos
Norma Elizabeth Lemus Martínez
Doris Cecibel Ochoa de González

Equipo de diagramación
Judith Samanta Romero de Ciudad Real
Francisco René Burgos Álvarez

Corrección de estilo
Ana Esmeralda Quijada Cárdenas

Cooperación Técnica de Japón a través de la Agencia de Cooperación Internacional del Japón (JICA)

Imagen de portada con fines educativos. Visto como una figura plana, pueden identificarse paralelogramos y hexágonos regulares de diferentes tamaños; visto como un sólido, se aprecian una serie de cubos en diferentes posiciones en el espacio que forman un cuerpo geométrico compuesto.

372.704 5
M425 Matemática 6 : guía metodológica: tomo 2 / Wendy Stefanía Rodríguez Argueta ... [et al] ;
Diagramación: Judith Samanta Romero de Ciudad Real, Francisco René Burgos Álvarez; corrección de estilo Ana
s/v Esmeralda Quijada Cárdenas -- 2ª. ed.. -
San Salvador, El salv. : Ministerio de Educación (MINED), 2020.
1 recurso electrónico, (256 p. ; ilus. ; 28 cm. - (Esmate)

Datos electrónicos (1 archivo :pdf, 20 mb) . -- http://www.mined.gob/index.php/esmate.

ISBN 978-99961-356-5-1 (E-Book)

1. Matemáticas-Libros de texto. 2. Matemáticas-Enseñanza -- Guías I. Rodríguez Argueta, Wendy Stefanía, coaut, II. Título.
BINA/jmh

Estimados docentes:

Reciban un cordial saludo, por medio del cual les expresamos nuestro agradecimiento por la importante labor que realizan en beneficio de la ciudadanía salvadoreña.

Como Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología (MINEDUCYT) a través del Proyecto de Mejoramiento de los Aprendizajes de Matemática en Educación Básica y Educación Media (ESMATE) hemos diseñado para ustedes la Guía metodológica para la asignatura de Matemática, que se convertirá en una herramienta importante para la labor docente que realizan día con día.

El objetivo principal de este recurso es brindarles orientaciones concretas para el desarrollo de las clases de esta asignatura y lograr así una mejora significativa en los aprendizajes de los estudiantes salvadoreños.

Es importante destacar que la Guía metodológica está en correspondencia con las clases propuestas en el Libro de texto y Cuaderno de ejercicios diseñados para los estudiantes, concretizando de esta manera lo establecido en el Programa de estudio de Matemática.

No dudamos que aprovecharán al máximo este recurso y estamos seguros de que pondrán todo su esfuerzo y dedicación para seguir contribuyendo al desarrollo de nuestro querido país.

Atentamente,

Carla Evelyn Hananía de Varela
Ministra de Educación, Ciencia y Tecnología

Ricardo Cardona Alvarenga
Viceministro de Educación y de Ciencia y Tecnología
Ad Honorem

Índice

Unidad 5

Proporcionalidad

1 Competencias de la unidad

- Aplicar las propiedades de las proporciones para determinar razones equivalentes y resolver situaciones del entorno.
- Resolver situaciones – problema del entorno utilizando la proporcionalidad directa o inversa.

2 Secuencia y alcance

5.°

Unidad 6: Cantidad por unidad

- Cantidad por unidad

Unidad 12: Cantidad desconocida

- Cantidad desconocida

6.°

Unidad 4: Razones y porcentajes

- Razones
- Porcentajes

Unidad 5: Proporcionalidad

- Proporciones
- Proporcionalidad directa
- Proporcionalidad inversa

7.°

Unidad 6: Proporcionalidad directa e inversa

- Proporcionalidad directa
- Proporcionalidad inversa
- Aplicación de la proporcionalidad

3 Plan de la unidad

Lección	Clase	Título
1 Proporciones	1	Variación de cantidades para obtener la misma razón
	2	Razones equivalentes y proporciones
	3	Razón equivalente más simple
	4	Proporciones que incluyen números decimales
	5	Proporciones que incluyen fracciones
	6	Relación de aspecto
	7	Propiedad de las proporciones
	8	Proporciones con un dato desconocido
	9	Propiedad fundamental de las proporciones
	10	Resolución de problemas aplicando proporciones
	11	Reparto proporcional
	12	Practica lo aprendido
	13	Practica lo aprendido

	1	Prueba 1 de la unidad 5

2 **Proporcionalidad directa**	1	Relación de proporcionalidad directa
	2	Propiedad de la proporcionalidad directa
	3	Identificación de cantidades directamente proporcionales
	4	Otras cantidades directamente proporcionales
	5	Expresión y = constante × x
	6	Aplicaciones de cantidades directamente proporcionales
	7	Proporcionalidad directa con un dato desconocido
	8	Practica lo aprendido

3 **Proporcionalidad inversa**	1	Relación de proporcionalidad inversa
	2	Propiedad de proporcionalidad inversa
	3	Identificación de cantidades inversamente proporcionales
	4	Expresión $x \times y$ = constante
	5	Proporcionalidad inversa con un dato desconocido
	6	Practica lo aprendido
	7	Proporcionalidad directa e inversa

	1	Prueba 2 de la unidad 5

Total de clases **28**
+ prueba 1 de la unidad
+ prueba 2 de la unidad

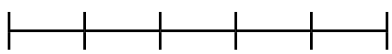
Lección 1

Proporciones (13 clases)

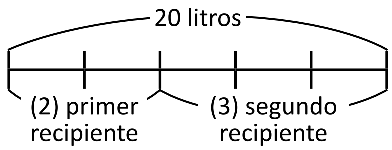
La lección inicia con situaciones donde se desea conservar el mismo sabor, tono, consistencia, etc.; esta idea de conservación sirve para introducir los conceptos de razones equivalentes y de proporción, los cuales se formalizan hasta la clase 1.2. En las clases siguientes se abordan cuestiones sobre la razón equivalente más simple, y proporciones que incluyen números decimales y fracciones; para lo primero es necesario tener clara la relación entre una razón y su valor de razón, y cómo obtener una a partir de la otra, y para lo segundo se utiliza la estrategia vista en la clase 1.1 sobre aumentar el antecedente y el consecuente de una razón la misma cantidad de veces para obtener razones equivalentes y, por tanto, proporciones.

Luego, se trabajan propiedades de las proporciones con el fin de encontrar datos desconocidos, y verificar la propiedad fundamental de las proporciones. La lección finaliza con situaciones sobre repartos proporcionales, es decir, aquellas situaciones donde una cantidad determinada debe ser repartida, no en forma equitativa, sino de manera que se cumpla cierta razón. Para este tipo de problemas se utiliza una gráfica que facilita la visualización de los datos involucrados y lo que representan cada uno con respecto a la razón dada; por ejemplo, para repartir 20 litros de agua en dos recipientes de tal forma que la razón entre las cantidades depositadas en cada uno sea 2 : 3 se hace lo siguiente:

① Se dibuja un segmento de recta dividido en 2 + 3 = 5 partes iguales (si la razón fuese 4 : 7 entonces el total de partes sería 4 + 7 = 11).



② El segmento completo representa los 20 litros de agua, 2 de estas partes corresponden a la cantidad de agua depositada en el primer recipiente y las otras 3 a la cantidad de agua depositada en el segundo.



③ Cada división del segmento equivale a 20 ÷ 5 = 4 litros. Entonces, al primer recipiente le corresponden 4 × 2 = 8 litros, y al segundo 4 × 3 = 12 litros; la razón 8 : 12 es equivalente a 2 : 3.

Después de esta lección se aplica una prueba para verificar los conocimientos adquiridos por los estudiantes y detectar aquellos contenidos de la lección 1 donde aún tienen dificultad.

Lección 2

Proporcionalidad directa (8 clases)

En la primera clase se trabaja con situaciones donde los estudiantes deben identificar la dependencia que tiene una de las cantidades con respecto a la otra, introduciendo así las primeras ideas sobre el concepto de función que será estudiado más formalmente en tercer ciclo. Además, la proporcionalidad directa se define observando el cambio en ambas cantidades, es decir, si la primera cantidad se multiplica por 2 entonces la segunda también se multiplicará por ese factor, si la primera cantidad se multiplica por 3 entonces la segunda también se multiplicará por ese factor, y así sucesivamente. En general, si la primera cantidad se multiplica por un número n entonces la segunda cantidad también se multiplicará por ese número n:

Primera cantidad	1	2	3	4	5	6	7	...
Segunda cantidad	3	6	9	12	15	18	21	...

En las clases siguientes se deduce la propiedad de la proporcionalidad directa sobre el cociente constante entre las cantidades, y se utiliza dicho cociente para verificar cuándo dos cantidades son directamente proporcionales, y en la escritura de la relación de proporcionalidad y = constante × x. Finalmente, se trabajan problemas similares a los presentados en la lección 1 sobre proporciones, donde debe encontrarse un dato desconocido en situaciones que involucran cantidades directamente proporcionales; para resolverlos se espera que los estudiantes utilicen la definición de proporcionalidad directa dada en la clase 2.1 o la propiedad de la proporcionalidad directa sobre el cociente.

En séptimo grado se continuará este contenido, incluyendo a los números negativos y el cero en las situaciones para poder trazar la gráfica de la proporcionalidad directa. Por tal razón, cuando se define qué son las cantidades directamente proporcionales debe mencionarse el factor que está involucrado en el "aumento" de las cantidades y no solamente indicar que si una aumenta, la otra también. Además, para la segunda expresión debe tenerse cuidado, pues se cumple cuando la constante de proporcionalidad directa es un número positivo (que es lo que se estudia en sexto grado); en tercer ciclo los estudiantes trabajarán situaciones cuya constante es negativa y notarán que si bien la primera cantidad aumenta, la segunda disminuye y sigue siendo una situación de proporcionalidad directa.

Proporcionalidad inversa (7 clases)

Similar a la lección anterior, en la primera clase se define la proporcionalidad inversa identificando en este caso que si la primera cantidad se multiplica por un número n, entonces la segunda cantidad se multiplicará por el recíproco de ese número n, o sea, $\frac{1}{n}$:

Primera cantidad	1	2	3	4	5	6	...
Segunda cantidad	60	30	20	15	12	10	...

× 2 × 3 × 2

× $\frac{1}{2}$ × $\frac{1}{3}$ × $\frac{1}{2}$

Como en la proporcionalidad directa, para la inversa es necesario mencionar el factor por el que se multiplican cada una de las cantidades y no solamente indicar que si una aumenta entonces la otra disminuye. Por ejemplo, en la siguiente tabla se muestra la relación entre dos cantidades A y B, se observa claramente que la cantidad A aumenta y la cantidad B disminuye:

Cantidad A	1	2	3	4	5	6	...
Cantidad B	15	14	13	12	11	10	...

Partiendo de los valores 1 para la cantidad A y 15 para la cantidad B, si el primero se multiplica por 3 el resultado es 3; si fuese una relación de proporcionalidad inversa debería multiplicarse 15 por $\frac{1}{3}$ y resultar 13, lo cual no es verdadero:

× 3

Cantidad A	1	2	3	4	5	6	...
Cantidad B	15	14	13	12	11	10	...

$\cancel{\times \frac{1}{3}}$

Por lo tanto, la relación entre las cantidades A y B del ejemplo anterior no es de proporcionalidad inversa. Para poder identificar cuándo dos cantidades son inversamente proporcionales, en las clases siguientes de la lección se deduce la propiedad de la proporcionalidad inversa sobre el producto constante y se utiliza también para escribir la relación en la forma $x \times y$ = constante. Luego, se trabajan problemas sobre el cálculo de datos desconocidos en situaciones de proporcionalidad inversa y se consolidan los contenidos de la unidad en la identificación de cantidades que son directa o inversamente proporcionales, o ninguna de las dos.

Una vez finalizada la lección, se aplica una prueba para verificar los conocimientos adquiridos por los estudiantes de las lecciones 2 y 3, y detectar aquellos en los que aún tienen dificultad.

Lección 1 Proporciones

1.1 Variación de cantidades para obtener la misma razón

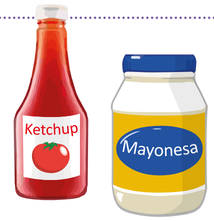
Recuerda

1 Completa escribiendo la razón y el valor de razón según el siguiente el ejemplo:

Situación	Razón ($a : b$)	Valor de razón
1. Juan mezcló 6 cucharadas de café y 2 de azúcar. ¿Cuál es la razón entre café y azúcar?	6 : 2	$\frac{6}{2} = 3$
2. De 5 tiros libres Juan logra anotar 3 goles. ¿Cuál es la razón entre tiros libres y goles?	5 : 3	$\frac{5}{3}$
3. En un salón hay 10 niñas y 13 niños. ¿Cuál es la razón entre niñas y niños?	10 : 13	$\frac{10}{13}$

Analiza

Según la receta de María, para aderezar un tazón de ensalada con salsa rosada se deben mezclar 2 cucharadas de ketchup y 3 cucharadas de mayonesa. ¿Cuántas cucharadas de mayonesa se deben mezclar para obtener el mismo sabor, si se utilizan 6 cucharadas de ketchup? Represento la cantidad de cucharadas de mayonesa como x.



Soluciona

Represento en una tabla la cantidad de cucharadas de cada ingrediente relacionadas con la cantidad de tazones de ensalada que se pueden aderezar:

2

Para aderezar 1 tazón:

Ketchup		Mayonesa	
2			3

2 cucharadas de ketchup y 3 cucharadas de mayonesa.

× 2   × 3

Para aderezar 2 tazones:

Ketchup		Mayonesa	
4			6

4 cucharadas de ketchup y 6 cucharadas de mayonesa.

Para aderezar 3 tazones:

Ketchup		Mayonesa	
6			x

6 cucharadas de ketchup y x cucharadas de mayonesa.

Ketchup: 6 cucharadas son 3 veces 2 cucharadas.
Mayonesa: 9 cucharadas son 3 veces 3 cucharadas. Es decir que $x = 9$.
R: Se necesitan 9 cucharadas de mayonesa.

Comprende

3 Cuando se tiene una razón entre dos cantidades $a : b$, la cual se quiere mantener para conservar el mismo sabor, tono, consistencia etc., se pueden aumentar los números a y b en la misma cantidad de veces hasta encontrar las cantidades que se necesitan.

Ejemplo: ¿Cuántas cucharadas de mayonesa se necesitan si se utilizan 10 cucharadas de ketchup?

Recuerda que, en una razón $a : b$, a la cantidad a se le llama antecedente y a la cantidad b se le llama consecuente.

Ketchup	Mayonesa
2 cucharadas	3 cucharadas
10 cucharadas	x cucharadas

× 5 × 5

En 10 cucharadas de ketchup hay 5 veces 2 cucharadas. Entonces de mayonesa son 5 veces 3 cucharadas, es decir, $x = 15$.

R: 15 cucharadas.

Resuelve

4

1. En cada literal, encuentra la cantidad x para que la receta tenga el mismo sabor.

a.

Chocolate	Leche
3 tazas	2 tazas
12 tazas	x tazas

× 4 × 4

$x = 8$

b.

Café	Leche
2 tazas	1 taza
x tazas	7 tazas

× 7 × 7

$x = 14$

c.

Agua	Jugo de limón
7 vasos	2 vasos
14 vasos	x vasos

× 2 × 2

$x = 4$

d.

Ketchup	Mayonesa
2 cucharadas	5 cucharadas
x cucharadas	15 cucharadas

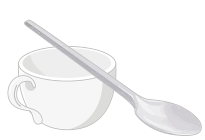
× 3 × 3

$x = 6$

2. Cierta receta indica que la relación entre las tazas de agua y harina es 1 : 3
   a. Por 6 tazas de agua, ¿cuántas tazas de harina se deben utilizar?
   b. Por 15 tazas de harina, ¿cuántas tazas de agua se deben utilizar?

Desafíate

Para preparar café con leche el abuelo José dice: "por cada 2 tazas de café hay que agregar 1 taza de leche y 3 cucharadas de azúcar". Para preparar café con leche con el mismo sabor utilizando 8 tazas de café, ¿cuántas tazas de leche y cuántas cucharadas de azúcar se deben mezclar?



R: 4 tazas de leche y 12 cucharadas de azúcar

Unidad 5

Indicador de logro:

1.1 Realiza variaciones proporcionales entre dos cantidades.

Propósito: Introducir las razones equivalentes y la proporción a partir de situaciones sobre conservación de sabor, tono, consistencia, etc.

Puntos importantes: En 1 se repasan la escritura de una razón en la forma $a : b$ y la obtención del valor de la razón al calcular el cociente $\frac{a}{b}$; si al calcular el cociente el resultado no es un número natural o un decimal finito, entonces los estudiantes pueden dejar el valor de la razón como fracción. Se espera que los estudiantes resuelvan de forma intuitiva el problema del Analiza, tal como lo hace Ana en 2, y determinen que si la cantidad de cucharadas de ketchup se triplica, entonces también lo debe hacer la cantidad de cucharadas de mayonesa (para mantener el sabor).

En 3 debe enfatizarse que en las situaciones donde es necesario conservar el mismo sabor, tono, consistencia, etc., los números de la razón $a : b$ deben aumentarse la misma cantidad de veces. Esta información se utiliza para resolver los problemas en 4.

Sugerencia metodológica: En adelante se utilizarán letras para representar cantidades desconocidas, los estudiantes no deben confundir la letra x con el símbolo ×. En el problema 2a. del Resuelve debe recordarse que si la razón entre las tazas de agua y harina es 1 : 3 entonces esto significa que por cada taza de agua se utilizan 3 de harina.

Solución de problemas:

2. La razón 1 : 3 indica que por cada taza de agua se utilizan 3 de harina.

a.

	Agua	Harina	
×6	1 tazas	3 tazas	×6
	6 tazas	x tazas	

$x = 18$

R: 18 tazas de harina.

b.

	Agua	Harina	
×5	1 tazas	3 tazas	×5
	x tazas	15 tazas	

$x = 5$

R: 5 tazas de agua.

Fecha: **Clase:** 1.1

Re

Razón	Valor de razón
5 : 3 →	$\frac{5}{3}$
10 : 13 →	$\frac{10}{13}$

A ¿Cuántas cucharadas de mayonesa se deben mezclar si se utilizan 6 de ketchup?

S Para 1 tazón:

	Ketchup	Mayonesa	
×3	2	3	×3

Para 3 tazones:

Ketchup	Mayonesa
6	9

Ketchup: 6 cucharadas son 3 veces 2 cucharadas.
Mayonesa: 9 cucharadas son 3 veces 3 cucharadas.

R: 9 cucharadas de mayonesa.

R 1. Encuentra la cantidad x.

a.

	Chocolate	Leche	
×4	3 tazas	2 tazas	×4
	12 tazas	x tazas	

$x = 8$

b.

	Café	Leche	
×7	2 tazas	1 taza	×7
	x tazas	7 tazas	

$x = 14$

Tarea: página 92

Lección 1

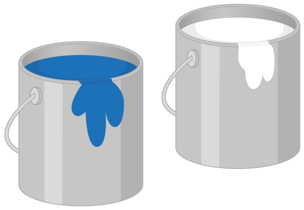
1.2 Razones equivalentes y proporciones

Analiza

1 Ana y Carlos mezclaron pintura azul y blanca para obtener un tono celeste. Ana utilizó 3 botes de pintura azul y 4 botes de pintura blanca; mientras que Carlos utilizó 6 botes de pintura azul y 8 botes de pintura blanca.

a. Encuentra el valor de razón entre los botes de pintura azul y blanca que utilizó cada uno.

b. ¿Obtuvieron el mismo tono de celeste?



Soluciona

a. La razón entre las cantidades de botes de pintura azul y blanca para el caso de Ana es 3 : 4, mientras que para Carlos es 6 : 8. Al calcular los valores de las razones obtengo:

$$\text{Ana} \longrightarrow \frac{3}{4} \qquad \text{Carlos} \longrightarrow \frac{\overset{3}{\cancel{6}}}{\underset{4}{\cancel{8}}} = \frac{3}{4}$$

R: El valor de la razón es $\frac{3}{4}$ (o 0.75).

b. Sí, obtuvieron el mismo tono de celeste, porque en cada caso se obtuvo el mismo valor de razón $\frac{3}{4}$.

Comprende

2

- Cuando dos razones tienen el mismo valor de la razón se les llama **razones equivalentes**.
- A la igualdad entre dos razones equivalentes se le llama **proporción**. Es decir, si la razón $a : b$ es equivalente a la razón $c : d$ entonces la proporción se escribe:

$$\boldsymbol{a : b = c : d}$$

y se lee "a es a b como c es a d"; a, b, c y d representan cualquier número.

Por ejemplo, las razones 3 : 4 y 6 : 8 son equivalentes porque su valor de razón es $\frac{3}{4}$ (o 0.75). Puede escribirse la proporción 3 : 4 = 6 : 8.

¿Sabías que...?

Una proporción también puede escribirse utilizando el símbolo "::" en lugar del símbolo "=". Así, 3 : 4 :: 6 : 8 representa una proporción.

Resuelve

3

1. ¿Son equivalentes las razones dadas en cada literal? En caso de serlo, escríbelas en forma de proporción.

   a. 2 : 3 y 6 : 9   b. 16 : 12 y 4 : 3   c. 4 : 5 y 8 : 15

2. Carlos y Daniel prepararon salsa rosada. Escribe la razón de ketchup y mayonesa de cada una de las recetas y explica si tienen el mismo sabor.

Carlos	
Ketchup	Mayonesa
4 cucharadas	6 cucharadas

Daniel	
Ketchup	Mayonesa
6 cucharadas	9 cucharadas

3. Para preparar charamuscas de café con leche, la mamá de Beatriz utiliza 4 vasos de café y 3 vasos de leche.

   a. Encuentra el valor de la razón de café y leche.

   b. Beatriz decidió preparar charamuscas y mezcló 12 vasos de café con 9 vasos de leche. ¿El sabor de estas charamuscas será el mismo de las que prepara su mamá?

Indicador de logro:

1.2 Determina si dos razones son equivalentes verificando la igualdad de sus valores de razón.

Propósito: Definir el concepto de razones equivalentes para identificar proporciones.

Puntos importantes: El problema planteado en 1 hace necesario calcular y comparar los valores de las razones para poder responder a la pregunta en b. En 2 se define qué son las razones equivalentes y qué es una proporción; en esta clase se deben reforzar la lectura y escritura correcta de una proporción. Para el problema 1. en 3, los estudiantes deben calcular los valores de las razones en cada literal, es recomendable que los escriban como fracción y simplifiquen en los casos que sea posible; en el problema 2., aunque no se solicita, deben calcularse los valores de las razones en cada caso para determinar si tienen el mismo sabor.

Sugerencia metodológica: Se debe recordar a los estudiantes sobre el orden de las cantidades cuando se escribe una razón; por ejemplo, como en a. de 1 se pide el valor de la razón entre los botes de pintura azul y blanca, para el caso de Ana la razón correcta es 3 : 4 y para Carlos es 6 : 8. Es recomendable escribir el valor de una razón como fracción en los casos donde el resultado sea un decimal y no un número natural.

Solución de problemas:

1. Se calculan los valores de las razones en cada caso para verificar si son iguales.

a. $2 : 3 \longrightarrow \frac{2}{3}$

$6 : 9 \longrightarrow \frac{\cancel{6}^{2}}{\cancel{9}_{3}} = \frac{2}{3}$

Son equivalentes, 2 : 3 = 6 : 9

b. $16 : 12 \longrightarrow \frac{\cancel{16}^{4}}{\cancel{12}_{3}} = \frac{4}{3}$

$4 : 3 \longrightarrow \frac{4}{3}$

Son equivalentes, 16 : 12 = 4 : 3

c. $4 : 5 \longrightarrow \frac{4}{5}$

$8 : 15 \longrightarrow \frac{8}{15}$

No son equivalentes.

2. Para Carlos y Daniel, el valor de la razón de ketchup y mayonesa es $\frac{2}{3}$. Por lo tanto, sí tienen el mismo sabor.

3. a. **R:** $\frac{4}{3}$

b. $12 : 9 \longrightarrow \frac{\cancel{12}^{4}}{\cancel{9}_{3}} = \frac{4}{3}$ **R:** Sí será el mismo.

Fecha: **Clase:** 1.2

A Ana utilizó 3 botes de pintura azul y 4 de pintura blanca; Carlos utilizó 6 botes de pintura azul y 8 de pintura blanca.

a. Encuentra el valor de razón entre los botes de pintura azul y blanca que utilizó cada uno.

b. ¿Obtuvieron el mismo tono?

S a. Ana $\longrightarrow$ Razón 3 : 4 $\longrightarrow$ Valor de razón $\frac{3}{4}$

Carlos $\longrightarrow$ Razón 6 : 8 $\longrightarrow$ Valor de razón $\frac{\cancel{6}^{3}}{\cancel{8}_{4}} = \frac{3}{4}$

b. Sí, obtuvieron el mismo tono porque ambos obtuvieron el mismo valor de razón $\frac{3}{4}$.

R 1. a. $2 : 3 \longrightarrow \frac{2}{3}$

$6 : 9 \longrightarrow \frac{\cancel{6}^{2}}{\cancel{9}_{3}} = \frac{2}{3}$

Son equivalentes, 2 : 3 = 6 : 9

b. $16 : 12 \longrightarrow \frac{\cancel{16}^{4}}{\cancel{12}_{3}} = \frac{4}{3}$

$4 : 3 \longrightarrow \frac{4}{3}$

Son equivalentes, 16 : 12 = 4 : 3

c. No son equivalentes.

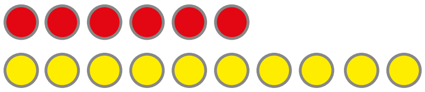
Tarea: página 93

1.3 Razón equivalente más simple

Analiza

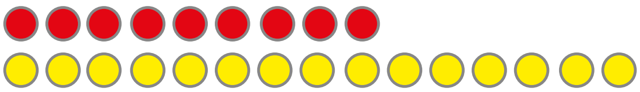
1 Carlos hizo una mezcla con 6 botes de pintura roja y 10 botes de pintura amarilla, y Beatriz con 9 botes de pintura roja y 15 botes de pintura amarilla. ¿Obtuvieron el mismo tono de anaranjado?

Carlos



6 : 10

Beatriz



9 : 15

Soluciona 2

Carmen

Será el mismo tono de anaranjado si las razones son equivalentes. Calculo el valor de la razón para cada caso:

Carlos $\longrightarrow \frac{\overset{3}{\cancel{6}}}{\underset{5}{\cancel{10}}} = \frac{3}{5}$ Beatriz $\longrightarrow \frac{\overset{3}{\cancel{9}}}{\underset{5}{\cancel{15}}} = \frac{3}{5}$

Entonces, las razones son equivalentes, es decir, 6 : 10 = 9 : 15.

R: Carlos y Beatriz obtienen el mismo tono de anaranjado.

Esto significa que por cada 3 botes de pintura roja se utilizan 5 botes de pintura amarilla.

Calculo el valor de la razón en ambos casos:

Antonio

Carlos $\longrightarrow$ 6 ÷ 10 = 0.6

Beatriz $\longrightarrow$ 9 ÷ 15 = 0.6

Como el valor de la razón es el mismo, son razones equivalentes, 6 : 10 = 9 : 15

R: Carlos y Beatriz obtienen el mismo tono de anaranjado.

Comprende

Encontrar una razón equivalente con números menores es **simplificar el valor de la razón**; cuando se obtiene la razón equivalente con los números naturales menores posibles se obtiene la **razón equivalente más simple** o **simplificada**.

Por ejemplo, para las razones 6 : 10 y 9 : 15, su razón equivalente más simple es 3 : 5, pues si se simplifican los valores de las razones $\frac{6}{10}$ y $\frac{9}{15}$ se obtiene $\frac{3}{5}$, que corresponde a la razón 3 : 5

3 **¿Qué pasaría?**

Para calcular la razón equivalente más simple de 12: 30, se simplifica el valor de la razón hasta su mínima expresión:

$$\frac{\overset{\overset{2}{\cancel{6}}}{\cancel{12}}}{\underset{\underset{5}{\cancel{15}}}{\cancel{30}}} = \frac{2}{5}$$

Por lo tanto, la razón equivalente más simple de 12 : 30 es 2 : 5

Resuelve

4 1. Para cada razón, encuentra la razón equivalente más simple.

a. 6 : 4   b. 16 : 20   c. 30 : 18   d. 10 : 35   e. 12 : 8

2. Juan y Ana quieren saber quién de ellos hace más goles al cobrar tiros libres. Juan hizo 14 tiros libres y de estos 6 fueron goles, y Ana logró 9 goles de 21 tiros libres. ¿Quién hace más goles?

Indicador de logro:

1.3 Calcula la razón equivalente más simple de una razón dada y la escribe en la forma $a : b$.

Propósito: Simplificar el valor de una razón dada para obtener otra equivalente cuyos antecedente y consecuente sean los números naturales menores posibles.

Puntos importantes: A diferencia de la clase anterior, las razones para Carlos y Beatriz en 1 parecen no ser equivalentes (a simple vista); la idea es que los estudiantes se familiaricen con situaciones donde las razones pueden simplificarse para obtener otra equivalente cuyos antecedente y consecuente son los números naturales menores posibles, es decir, el valor de la razón resultaría en una fracción irreducible. Se espera que los estudiantes resuelvan como lo hace Carmen en 2, pues simplificar el valor de la razón es lo que utilizarán para los problemas propuestos en 4; si un estudiante resuelve como Antonio, es decir, efectúa las divisiones, entonces se le debe indicar que también encuentre la solución usando fracciones.

Sugerencia metodológica: Recordar a los estudiantes que para simplificar una fracción pueden hacerlo como aparece en 3, es decir, ir realizando divisiones sucesivas para el numerador y denominador.

Solución de problemas:

1. a. $6 : 4 \longrightarrow \frac{\overset{3}{\cancel{6}}}{\underset{2}{\cancel{4}}} = \frac{3}{2}$

   La razón equivalente más simple es 3 : 2

   b. $16 : 20 \longrightarrow \frac{\overset{4}{\cancel{16}}}{\underset{5}{\cancel{20}}} = \frac{4}{5}$

   La razón equivalente más simple es 4 : 5

   c. $30 : 18 \longrightarrow \frac{\overset{5}{\cancel{30}}}{\underset{3}{\cancel{18}}} = \frac{5}{3}$

   La razón equivalente más simple es 5 : 3

   d. $10 : 35 \longrightarrow \frac{\overset{2}{\cancel{10}}}{\underset{7}{\cancel{35}}} = \frac{2}{7}$

   La razón equivalente más simple es 2 : 7

   e. $12 : 8 \longrightarrow \frac{\overset{3}{\cancel{12}}}{\underset{2}{\cancel{8}}} = \frac{3}{2}$

   La razón equivalente más simple es 3 : 2

2. Juan $\longrightarrow \frac{\overset{7}{\cancel{14}}}{\underset{3}{\cancel{6}}} = \frac{7}{3}$

   Ana $\longrightarrow \frac{\overset{7}{\cancel{21}}}{\underset{3}{\cancel{9}}} = \frac{7}{3}$

   R: Ambos hacen la misma cantidad de goles.

Fecha: **Clase:** 1.3

(A) Carlos mezcló 6 botes de pintura roja y 10 de pintura amarilla, y Beatriz mezcló 9 botes de pintura roja y 15 de pintura amarilla. ¿Obtuvieron el mismo tono de anaranjado?

(S) Se calcula el valor de la razón para cada caso:

Carlos $\longrightarrow \frac{\overset{3}{\cancel{6}}}{\underset{5}{\cancel{10}}} = \frac{3}{5}$ Beatriz $\longrightarrow \frac{\overset{3}{\cancel{9}}}{\underset{5}{\cancel{15}}} = \frac{3}{5}$

Entonces, las razones son equivalentes, es decir,
6 : 10 = 9 : 15.

R: Carlos y Beatriz obtuvieron el mismo tono de anaranjado.

(R) 1. Encuentra la razón equivalente más simple.

a. $6 : 4 \longrightarrow \frac{6}{4} = \frac{\overset{3}{\cancel{3}}}{\underset{2}{\cancel{2}}}$

La razón equivalente más simple es 3 : 2

b. $16 : 20 \longrightarrow \frac{\overset{4}{\cancel{16}}}{\underset{5}{\cancel{20}}} = \frac{4}{5}$

La razón equivalente más simple es 4 : 5

c. **R:** 5 : 3 d. **R:** 2 : 7 e. **R:** 3 : 2

2. **R:** Hacen la misma cantidad de goles, ya que el valor de la razón para ambos es $\frac{7}{3}$.

Tarea: página 94

1.4 Proporciones que incluyen números decimales

Analiza

1 Juan quiere preparar una receta de pan dulce y otra de atol, por lo que utiliza las siguientes recetas:

Receta A
0.5 libras de azúcar
0.6 libras de harina

Receta B
2.4 cucharadas de canela molida
3 cucharadas de maicena

Juan quiere obtener el mismo sabor pero solo puede medir libras y cucharadas completas. ¿Qué cantidades debe usar para preparar las recetas?

Soluciona


Julia

En la receta A, la razón entre libras de azúcar y libras de harina es 0.5 : 0.6

Para mantener el mismo sabor puedo aumentar el antecedente y el consecuente en la misma cantidad de veces (¡esto lo ví en la primera clase!).

Multiplico el antecedente y consecuente por 10

$$0.5 : 0.6 = (0.5 \times 10) : (0.6 \times 10)$$
$$= 5 : 6$$

R: Juan puede obtener el mismo sabor de la receta A utilizando 5 libras de azúcar y 6 libras de harina.

2 En la receta B, la razón entre cucharadas de canela y cucharadas de maicena es 2.4 : 3

Como en la receta A, multiplico el antecedente y consecuente por 10

$$2.4 : 3 = (2.4 \times 10) : (3 \times 10)$$
$$= 24 : 30$$

La razón equivalente más simple de 24 : 30 es 4 : 5

R: Juan puede obtener el mismo sabor de la receta B utilizando 4 cucharadas de canela y 5 cucharadas de maicena.

Juan obtendrá el mismo sabor, lo que cambiará es la cantidad de porciones de pan y de atol para los cuales se preparará la receta; por lo que obtendrá más porciones.

Comprende

3 Una razón expresada con números decimales, se puede convertir en una razón equivalente con números naturales. Cuando los números solo tienen una cifra decimal se realiza lo siguiente:

① Multiplicar el antecedente y el consecuente por 10, para encontrar una razón equivalente con números naturales.
② Encontrar la razón equivalente más simple de la razón obtenida en ①, si es posible.

Resuelve

4
1. Encuentra la razón equivalente más simplificada donde el antecedente y el consecuente sean números naturales.
   a. 0.4 : 0.9 b. 0.9 : 1.5 c. 1.5 : 3 d. 2 : 3.5

2. Encuentra una razón equivalente donde el antecedente y el consecuente sean números naturales.
   a. 0.56 : 0.31 b. 1.25 : 6

Indicador de logro:

1.4 Calcula la razón equivalente más simple de una razón cuyos términos son números decimales.

Propósito: Escribir la razón equivalente más simple de una razón cuyo antecedente o consecuente es un número decimal, multiplicando ambos términos por 10 o 100.

Puntos importantes: En 1 debe aclararse que para la receta B, aunque solo el antecedente (las cucharadas de canela) es decimal, al multiplicar por 10 para convertirlo en un número natural, también se verá afectado el consecuente (las cucharadas de maicena); además, para esta receta no basta solo con efectuar la multiplicación por 10, pues la razón equivalente obtenida no será la más simple, tal como se muestra en 2; se debe aplicar lo visto en la clase anterior. Los pasos descritos en 3 se utilizan directamente para resolver el problema 1. de 4; para 2. puede indicarse que multiplicar por 10 no bastará para convertir las cantidades a números naturales, y que los estudiantes deduzcan el número conveniente (100).

Sugerencia metodológica: Antes de plantear el Analiza, recordar a los estudiantes sobre lo trabajado en las clases 1.1 (aumentar el antecedente y consecuente de una razón en la misma cantidad de veces) y 1.3 (razón equivalente más simple); para ello, se puede realizar una lectura de la Conclusión en cada una.

Solución de problemas:

1. a. (0.4 × 10) : (0.9 × 10) = 4 : 9

   R: La razón equivalente más simplificada con números naturales es 4 : 9.

   b. (0.9 × 10) : (1.5 × 10) = 9 : 15

   $$9 : 15 \longrightarrow \frac{\cancel{9}^{3}}{\cancel{15}_{5}} = \frac{3}{5}$$

   R: La razón equivalente más simplificada con números naturales es 3 : 5.

   c. **R:** La razón equivalente más simplificada con números naturales es 1 : 2.

   d. **R:** La razón equivalente más simplificada con números naturales es 4 : 7.

2. a. **R:** La razón equivalente más simplificada con números naturales es 56 : 31.

   b. **R:** La razón equivalente más simplificada con números naturales es 5 : 24.

Fecha: **Clase:** 1.4

Ⓐ Juan utiliza las siguientes recetas:

Receta A	Receta B
0.5 lb de azúcar	2.4 cda de canela
0.6 lb de harina	3 cda de maicena

Si solo puede medir libras y cucharadas completas, ¿qué cantidades debe usar?

Ⓢ En A, la razón entre libras de azúcar y de harina es 0.5 : 0.6; multiplico el antecedente y consecuente por 10.

$$0.5 : 0.6 = (0.5 \times 10) : (0.6 \times 10)$$
$$= 5 : 6$$

R: 5 libras de azúcar y 6 de harina.

En B, la razón entre cucharadas de canela y de maicena es 2.4 : 3

$$2.4 : 3 = (2.4 \times 10) : (3 \times 10)$$
$$= 24 : 30$$

La razón equivalente más simple de 24 : 30 es 4 : 5

R: 4 cucharadas de canela y 5 de maicena.

Ⓡ 1. Encuentra la razón equivalente más simple.

a. **R:** 4 : 9 b. **R:** 3 : 5
c. **R:** 1 : 2 d. **R:** 4 : 7

2. a. **R:** 56 : 31 b. **R:** 5 : 24

Tarea: página 95

Lección 1

1.5 Proporciones que incluyen fracciones

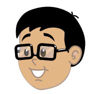
Analiza

1 Una receta para elaborar crema de mantequilla para postres utiliza $\frac{6}{5}$ taza de mantequilla y $\frac{1}{2}$ onzas de queso crema.

a. Expresa la razón entre la cantidad de tazas de mantequilla y onzas de queso crema.
b. Si solo se tienen depósitos que pueden medir tazas y onzas completas, ¿cuántas tazas de mantequilla y queso crema se deben utilizar para mantener el mismo sabor?

Soluciona

a. La razón entre las cantidades de mantequilla y queso crema es: $\frac{6}{5} : \frac{1}{2}$


Carlos

b. Para conservar el sabor puedo aumentar el antecedente y el consecuente en la misma cantidad de veces y obtener tazas y onzas completas.

Multiplico el antecedente y el consecuente por el mcm de 5 y 2, que es 10.

$$\begin{aligned} \frac{6}{5} : \frac{1}{2} &= \left(\frac{6}{\cancel{5}_{1}} \times \cancel{10}^{2}\right) : \left(\frac{1}{\cancel{2}_{1}} \times \cancel{10}^{5}\right) \\ &= (6 \times 2) : (1 \times 5) \\ &= 12 : 5 \end{aligned}$$

R: Se deben utilizar 12 tazas de mantequilla y 5 onzas de queso crema.

Comprende

Una razón expresada con fracciones se puede convertir en una razón equivalente con números naturales siguiendo los pasos:

2
① Multiplicar el antecedente y el consecuente por el mcm de los denominadores, para encontrar una razón equivalente con números naturales.
② Encontrar la razón equivalente más simple de la razón obtenida en ①, si es posible.

Resuelve

3 Encuentra la razón equivalente más simple, donde el antecedente y el consecuente sean números naturales.

a. $\frac{1}{7} : \frac{3}{4}$ b. $\frac{4}{5} : \frac{7}{5}$ c. $\frac{1}{3} : \frac{4}{5}$ d. $\frac{2}{3} : \frac{5}{3}$

e. $\frac{3}{4} : \frac{9}{4}$ f. $\frac{2}{7} : \frac{4}{7}$ g. $\frac{3}{7} : 4$ h. $2 : \frac{4}{5}$

Recuerda que un número natural puede convertirse en fracción con el denominador 1, por ejemplo, $3 = \frac{3}{1}$.

Desafíate

Miguel preparó su café con una razón entre azúcar y café $\frac{2}{5} : \frac{4}{3}$; Carmen preparó su café a una razón de $\frac{1}{2} : \frac{5}{3}$, ¿obtuvieron ambos el mismo sabor del café?

Unidad 5

Indicador de logro:

1.5 Calcula la razón equivalente más simple de una razón cuyos términos son fracciones.

Propósito: Escribir la razón equivalente más simple de una razón cuyo antecedente o consecuente es una fracción, multiplicando ambos términos por el mínimo común múltiplo (mcm) de los denominadores.

Puntos importantes: En 1 se utiliza una situación similar a la de la clase anterior, en este caso el antecedente y consecuente de las razones debe multiplicarse por el mcm de los denominadores para poder encontrar una equivalente con números naturales. En 2, cuando se multiplican el antecedente y el consecuente porel mcm es conveniente simplificar antes de efectuar la operación para que la razón equivalente obtenida sea la más simple. Finalmente, en 3 debe hacerse énfasis en el paso 1.

Solución de problemas:

a. $\left(\frac{1}{\cancelto{1}{7}} \times \cancelto{4}{28}\right) : \left(\frac{3}{\cancelto{1}{4}} \times \cancelto{7}{28}\right) = (1 \times 4) : (3 \times 7)$

$= 4 : 21$

R: La razón equivalente más simple con números naturales es 4 : 21.

b. $\left(\frac{4}{\cancelto{1}{5}} \times \cancelto{1}{5}\right) : \left(\frac{7}{\cancelto{1}{5}} \times \cancelto{1}{5}\right) = (4 \times 1) : (7 \times 1)$

$= 4 : 7$

R: La razón equivalente más simple con números naturales es 4 : 7.

c. $\left(\frac{1}{\cancelto{1}{3}} \times \cancelto{5}{15}\right) : \left(\frac{4}{\cancelto{1}{5}} \times \cancelto{3}{15}\right) = (1 \times 5) : (4 \times 3)$

$= 5 : 12$

d. $\left(\frac{2}{\cancelto{1}{3}} \times \cancelto{1}{3}\right) : \left(\frac{5}{\cancelto{1}{3}} \times \cancelto{1}{3}\right) = (2 \times 1) : (5 \times 1)$

$= 2 : 5$

e. $\left(\frac{3}{\cancelto{1}{4}} \times \cancelto{1}{4}\right) : \left(\frac{9}{\cancelto{1}{4}} \times \cancelto{1}{4}\right) = (3 \times 1) : (9 \times 1)$

$= 3 : 9$

La razón equivalente más simple de 3 : 9 es 1 : 3.

f. $\left(\frac{2}{\cancelto{1}{7}} \times \cancelto{1}{7}\right) : \left(\frac{4}{\cancelto{1}{7}} \times \cancelto{1}{7}\right) = (2 \times 1) : (4 \times 1)$

$= 2 : 4$

La razón equivalente más simple de 2 : 4 es 1 : 2.

g. **R:** 3 : 28

h. **R:** 5 : 2

Desafíate

R: Sí obtuvieron el mismo sabor de café, porque ambas razones son equivalentes a 3 : 10.

Fecha: **Clase:** 1.5

A Una receta utiliza $\frac{6}{5}$ tazas de mantequilla y $\frac{1}{2}$ onza de queso crema.

a. Expresa la razón entre la mantequilla y el queso crema.

b. Si solo se miden tazas y onzas completas, ¿cuántas se deben utilizar?

S a. La razón es $\frac{6}{5} : \frac{1}{2}$

b. Se multiplica el antecedente y consecuente por el mcm de 5 y 2:

$$\frac{6}{5} : \frac{1}{2} = \left(\frac{6}{\cancelto{1}{5}} \times \cancelto{2}{10}\right) : \left(\frac{1}{\cancelto{1}{2}} \times \cancelto{5}{10}\right)$$

$= (6 \times 2) : (1 \times 5)$

$= 12 : 5$

R: 12 tazas de mantequilla y 5 onzas de queso crema.

R Encuentra la razón equivalente más simple.

a. $\left(\frac{1}{\cancelto{1}{7}} \times \cancelto{4}{28}\right) : \left(\frac{3}{\cancelto{1}{4}} \times \cancelto{7}{28}\right) = (1 \times 4) : (3 \times 7)$

$= 4 : 21$

R: La razón equivalente más simple con números naturales es 4 : 21.

b. **R:** 4 : 7

c. **R:** 5 : 12

d. **R:** 2 : 5

e. **R:** 1 : 3

f. **R:** 1 : 2

g. **R:** 3 : 28

h. **R:** 5 : 2

Tarea: página 96

1.6 Relación de aspecto

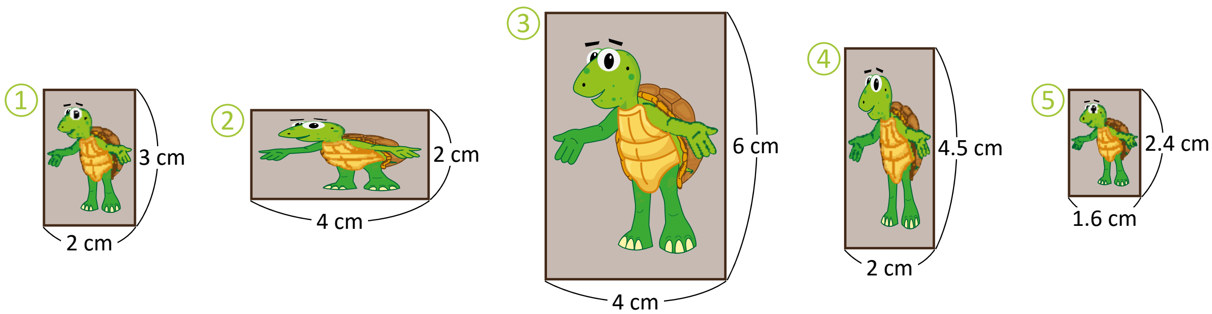
Analiza

Observa las siguientes fotografías:

a. Para cada una encuentra el valor de la razón entre las medidas de la base y la altura, después simplifícalas.

1

b. Encuentra en cuáles de las fotografías la imagen se ve de la misma forma y contesta, ¿qué relación hay entre el valor de razón de estas fotografías?



Soluciona

a. Calculo los valores de las razones en cada caso:

Fotografía	Base (cm)	Altura (cm)	Valor de razón
1	2	3	$\frac{2}{3}$
2	4	2	$\frac{4}{2} = 2$
3	4	6	$\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$
4	2	4.5	$\frac{20}{45} = \frac{4}{9}$
5	1.6	2.4	$\frac{16}{24} = \frac{2}{3}$

b. Las imágenes se ven de la misma forma en 1, 3 y 5. El valor de la razón entre las medidas de la base y la altura de estas fotografías es igual a $\frac{2}{3}$ lo que significa que la base es $\frac{2}{3}$ veces la altura.

Puedo escribir las relaciones en forma de proporción:

1 y 3 $\longrightarrow$ 2 : 3 = 4 : 6
1 y 5 $\longrightarrow$ 2 : 3 = 1.6 : 2.4
3 y 5 $\longrightarrow$ 4 : 6 = 1.6 : 2.4

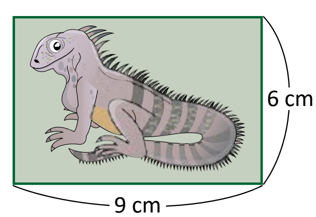
Comprende

Se llama **relación de aspecto de una imagen** a la razón entre las medidas de su base y su altura. Dos imágenes tienen **la misma forma** si sus relaciones de aspecto forman una proporción.

Aunque las dimensiones en los televisores sean distintas, la imagen se ve igual ya que la relación de aspecto es la misma. En televisiones tradicionales, la relación de aspecto es 4 : 3, y en los panorámicos es 16 : 9

Resuelve

2 Carlos quiere imprimir la siguiente fotografía con otras dimensiones, manteniendo la misma forma. ¿Cuál o cuáles de los siguientes tamaños se pueden elegir?



a. Base 18 cm, altura 12 cm

b. Base $\frac{1}{2}$ cm, altura $\frac{1}{3}$ cm

c. Base 20 cm, altura 16 cm

d. Base 1.8 cm, altura 1.2 cm

Indicador de logro:

1.6 Identifica figuras rectangulares que guardan la misma relación de aspecto.

Propósito: Determinar la razón entre la base y la altura de un rectángulo (relación de aspecto) para verificar si dos imágenes tienen la misma forma.

Puntos importantes: En esta clase se introduce de manera implícita el concepto de semejanza de figuras planas, el cual está ligado a las proporciones y la relación de aspecto; la definición matemática se trabajará hasta 9.° grado. En b. de 1, cuando se indica "la misma forma" no basta con que la imagen sea la misma en todas las fotografías (una tortuga), sino que esta no debe estar distorsionada; por ello, quedan descartadas las fotografías 2 y 4. En los problemas de 2 debe determinarse si las medidas de la base y altura en cada literal forman una proporción con las medidas de la fotografía del garrobo.

Solución de problemas:

La razón entre la base y la altura de la fotografía es 9 : 6, y su valor de razón es $\frac{3}{2}$.

a. Razón ⟶ 18 : 12

Valor de la razón ⟶ $\frac{\cancel{18}^{3}}{\cancel{12}_{2}} = \frac{3}{2}$

Entonces, 9 : 6 = 18 : 12

R: Sí se puede elegir este tamaño.

b. Razón ⟶ $\frac{1}{2} : \frac{1}{3}$

Razón equivalente más simple ⟶ 3 : 2

Valor de la razón ⟶ $\frac{3}{2}$

Entonces, 9 : 6 = $\frac{1}{2} : \frac{1}{3}$

R: Sí se puede elegir este tamaño.

c. Razón ⟶ 20 : 16

Valor de la razón ⟶ $\frac{\cancel{20}^{5}}{\cancel{16}_{4}} = \frac{5}{4}$

9 : 6 y 20 : 16 no forman una proporción.

R: No se puede elegir este tamaño.

d. Razón ⟶ 1.8 : 1.2

Razón equivalente más simple ⟶ 3 : 2

Valor de la razón ⟶ $\frac{3}{2}$

Entonces, 9 : 6 = 1.8 : 1.2

R: Sí se puede elegir este tamaño.

Fecha: **Clase:** 1.6

A a. Para cada fotografía, encuentra el valor de la razón entre la base y la altura (simplifícalas).
b. Encuentra en cuáles la imagen se ve de la misma forma. ¿Qué relación hay entre el valor de la razón de esas fotografías?

S a. 1 ⟶ Valor de razón: $\frac{2}{3}$

2 ⟶ Valor de razón: $\frac{4}{2} = 2$

3 ⟶ Valor de razón: $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

4 ⟶ Valor de razón: $\frac{20}{45} = \frac{4}{9}$

5 ⟶ Valor de razón: $\frac{16}{24} = \frac{2}{3}$

b. Las imágenes se ven de la misma forma en 1, 3 y 5. El valor de la razón entre las medidas de la base y la altura de estas fotografías es igual a $\frac{2}{3}$.

R a. Razón ⟶ 18 : 12

Valor de la razón ⟶ $\frac{\cancel{18}^{3}}{\cancel{12}_{2}} = \frac{3}{2}$

Entonces, 9 : 6 = 18 : 12

R: Sí se puede elegir este tamaño.

b. **R:** Sí se puede elegir ese tamaño.

c. **R:** No se puede elegir ese tamaño.

Tarea: página 97

1.7 Propiedad de las proporciones

Analiza

En cada caso, encuentra el valor del número x para que se forme una proporción.

1 a. $3 : 5 = 24 : x$ b. $6 : 12 = 2 : x$

Recuerda que en las proporciones, las razones son equivalentes.

Soluciona

a. En la primera clase aprendí que el antecedente y consecuente de una razón pueden aumentarse la misma cantidad de veces para conservar la razón:

Mario

2

Antecedente	Consecuente
3	5
24	x

× 8   × 8

Como el antecedente aumentó 8 veces, el consecuente también debe aumentar 8 veces. Así:

$$x = 5 \times 8 = 40$$

R: 40

b. En $6 : 12 = 2 : x$ observo que $6 \times \frac{1}{3} = 2$. Entonces, 6 aumentó $\frac{1}{3}$ veces para obtener 2 y, por lo tanto, 12 también debe aumentar $\frac{1}{3}$ veces:

$$x = \overset{4}{\cancel{12}} \times \frac{1}{\underset{1}{\cancel{3}}} = 4$$

R: 4

Comprende

3 Cuando el antecedente y el consecuente de una razón se multiplican por el mismo número se obtiene una razón equivalente, y por tanto, una proporción.

Resuelve

4 1. Encuentra el valor del número x para que se forme una proporción.

a. $1 : 5 = 5 : x$ b. $6 : 2 = 3 : x$ c. $3 : 1 = 30 : x$

d. $8 : 16 = 1 : x$ e. $12 : 15 = 24 : x$ f. $20 : 35 = 4 : x$

2. Encuentra el valor del número x para que se forme una proporción.

a. $5 : 2 = x : 6$ b. $18 : 8 = x : 4$ c. $11 : 13 = x : 130$

Desafíate

Dos números se encuentran a una razón 1 : 4; si uno de ellos es tres unidades mayor que el otro, ¿cuáles son los números?

Indicador de logro:

1.7 Encuentra razones equivalentes multiplicando el antecedente y consecuente por un mismo número.

Propósito: Calcular el consecuente o antecedente de una de las razones en una proporción.

Puntos importantes: En esta clase se utiliza lo visto en la clase 1.1, la diferencia ahora radica en que el que se multiplica puede ser natural o una fracción. Se formaliza además la propiedad para encontrar razones equivalentes y construir proporciones. En ambos literales de 1 debe encontrarse el consecuente de la segunda razón (x); no se espera que los estudiantes den una solución "muy formal" en cuanto a los cálculos, esta puede realizarse de manera más intuitiva identificando el número por el que se ha multiplicado el antecedente de la primera razón para obtener el de la segunda (similar a la solución de Mario en 2), y concluir que dicho número debe multiplicarse también por el consecuente de la primera razón para encontrar x. En 3, resaltar que el número por el que se multiplican el antecedente y consecuente de una razón para obtener otra equivalente puede ser natural o fracción, y comparar esto con la solución de b. en 2. El problema 1. de 4 es similar al Analiza; la variante en 2. es que el número desconocido x corresponde al antecedente de la segunda razón (la idea de solución es la misma).

Solución de problemas:

1. a. El antecedente de la primera razón aumentó 5 veces; entonces:
$$x = 5 \times 5 = 25$$
R: 25

b. El antecedente de la primera razón aumentó $\frac{1}{2}$ veces; entonces:
$$x = \overset{1}{\cancel{2}} \times \frac{1}{\underset{1}{\cancel{2}}} = 1$$
R: 1

c. El antecedente de la primera razón aumentó 10 veces; entonces:
$$x = 1 \times 10 = 10$$
R: 10

d. **R:** 2

e. **R:** 30

f. **R:** 7

2. a. El consecuente de la primera razón aumentó 3 veces; entonces:
$$x = 5 \times 3 = 15$$
R: 15

b. **R:** 9

c. **R:** 110

Desafíate

Los números 1 y 4 están a razón 1 : 4, y 4 es tres unidades mayor que 1 (1 + 3 = 4).
R: 1 y 4

Fecha: **Clase:** 1.7

Ⓐ En cada caso, encuentra el valor del número x para que se forme una proporción.

a. 3 : 5 = 24 : x b. 6 : 12 = 2 : x

Ⓢ a. El antecedente y consecuente de una razón pueden aumentarse la misma cantidad de veces:

	Antecedente	Consecuente	
	3	5	
×8	24	x	×8

El antecedente aumentó 8 veces, el consecuente también debe aumentar 8 veces:
$$x = 5 \times 8 = 40$$
R: 40

b. $6 \times \frac{1}{3} = 2$; 6 aumentó $\frac{1}{3}$ veces para obtener 2. Entonces 12 también debe aumentar $\frac{1}{3}$ veces:
$$x = 1\overset{4}{\cancel{2}} \times \frac{1}{\underset{1}{\cancel{3}}} = 4$$
R: 4

Ⓡ 1. Encuentra el valor del número x.

a. El antecedente de la primera razón aumentó 5 veces; entonces:
$$x = 5 \times 5 = 25$$
R: 25

b. **R:** 1 c. **R:** 10 d. **R:** 2 e. **R:** 30 f. **R:** 7

Tarea: página 98

Lección 1

1.8 Proporciones con un dato desconocido

Analiza

Para preparar galletas de chocolate, la razón entre la cantidad de harina y chocolate (en gramos) es 5 : 3 Si Beatriz utiliza un paquete de 150 g de harina, ¿cuántos gramos de chocolate debe utilizar? Representa esta cantidad como x gramos.

Soluciona

1

Carmen

La razón 5 : 3 significa que, por cada 5 gramos de harina se necesitan 3 gramos de chocolate. Coloco los datos en una tabla:

	Harina (g)	Chocolate (g)	
	5	3	
× 30	150	x	× 30

Para mantener el sabor, 5 : 3 = 150 : x; observo que los 5 g de harina aumentaron 30 veces para obtener 150 g (5 × 30 = 150). Entonces:

$$x = 3 \times 30$$
$$x = 90$$

R: 90 gramos.

Antonio

El valor de la razón de 5 : 3 es $\frac{5}{3}$. Como debe conservarse el sabor, este valor de razón debe ser el mismo para la razón 150 : x

Utilizo la relación:

consecuente = antecedente ÷ valor de razón

$$x = 150 \div \frac{5}{3}$$
$$x = \overset{30}{\cancel{150}} \times \frac{3}{\underset{1}{\cancel{5}}}$$
$$x = 30 \times 3$$
$$x = 90$$

R: 90 gramos.

La ventaja del primer procedimiento es que no necesitas identificar antecedente o consecuente, o calcular el valor de la razón. Pero recuerda que debes mantener la correspondencia entre harina y chocolate.

Comprende

Para encontrar un dato desconocido en una proporción se puede utilizar la propiedad de las proporciones, identificando la cantidad de veces que se ha aumentado uno de los datos.

Resuelve

2 Encuentra el valor de la cantidad que hace falta.

a.

Harina (g)	Chocolate (g)
3	2
120	x

b.

Harina (g)	Chocolate (g)
14	10
140	x

c.

Harina (g)	Chocolate (g)
7	3
x	120

d.

Harina (g)	Chocolate (g)
50	40
x	200

Desafíate

Las dimensiones de la bandera salvadoreña son 3.25 m de largo por 1.89 m de ancho. Si Ana elabora una versión más pequeña con 1 m de largo, ¿cuánto debe medir el ancho?

Indicador de logro:

1.8 Encuentra el dato faltante en una proporción.

Propósito: Calcular el antecedente o consecuente de una de las razones en una proporción.

Puntos importantes: La diferencia con la clase anterior es que en esta se utilizan cantidades grandes para las razones de los problemas, y encontrar el número por el que hay que multiplicar puede ser difícil para los estudiantes. Se pueden recordar las siguientes relaciones:

consecuente = antecedente ÷ valor de razón   antecedente = consecuente × valor de razón

Un estudiante puede resolver los problemas usando lo anterior, tal como lo hace Antonio en 1; caso contrario se puede seguir la misma estrategia de la clase 1.7 (ver la solución de Carmen en 1). Para los problemas en 2 cualquiera de las dos estrategias de solución es válida.

Solución de problemas:

a. **Forma 1**

Harina (g)	Chocolate (g)
3	2
120	x

× 40   × 40

De lo anterior, $x = 2 \times 40 = 80$

R: 80

a. **Forma 2**

Valor de razón (harina : chocolate) → $\frac{3}{2}$

Como x es el consecuente de la segunda razón:

$$x = 120 \div \frac{3}{2} = \cancel{120}^{40} \times \frac{2}{\cancel{3}_{1}} = 40 \times 2 = 80$$

R: 80

b. **R:** 100

c. **Forma 1**

Harina (g)	Chocolate (g)
7	3
x	120

× 40   × 40

De lo anterior, $x = 7 \times 40 = 280$

R: 280

c. **Forma 2**

Valor de razón (harina : chocolate) → $\frac{7}{3}$

Como x es el antecedente de la segunda razón:

$$x = \cancel{120}^{40} \times \frac{7}{\cancel{3}_{1}} = 40 \times 7 = 280$$

R: 280

d. **R:** 250

Desafíate

La razón equivalente más simple de 3.25 : 1.89 con números naturales es 325 : 189, y el valor de la razón es $\frac{325}{189}$. El ancho de la versión más pequeña debe medir $1 \div \frac{325}{189} = \frac{189}{325}$ m.

Fecha: **Clase:** 1.8

(A) La razón entre la cantidad de harina y chocolate (en gramos) es 5 : 3; si Beatriz utiliza 150 g de harina, ¿cuántos utilizará de chocolate?

(S) Forma 1

Harina	Chocolate
5	3
150	x

× 30   × 30

Los 5 g de harina aumentaron 30 veces, entonces:

$x = 3 \times 30$

$x = 90$

R: 90 g

Forma 2

El valor de la primera razón es $\frac{5}{3}$. Este valor debe ser el mismo para la segunda.

$x = 150 \div \frac{5}{3}$

$x = \cancel{150}^{30} \times \frac{3}{\cancel{5}_{1}}$

$x = 30 \times 3$

$x = 90$

R: 90 g

(R) Encuentra el valor de la cantidad que hace falta.

a. **Forma 1**

Harina (g)	Chocolate (g)
3	2
120	x

× 40   × 40

De lo anterior, $x = 2 \times 40 = 80$

R: 80

b. **R:** 100   c. **R:** 280   d. **R:** 250

Tarea: página 99

1.9 Propiedad fundamental de las proporciones

Recuerda

1 Encuentra el valor del número x para que se forme una proporción.

a. $4 : 9 = 20 : x$
$x = 45$

b. $11 : 10 = x : 100$
$x = 110$

Analiza

2 Usando la proporción $6 : 10 = 9 : 15$, realiza lo siguiente:

a. Multiplica el antecedente de la primera razón por el consecuente de la segunda.
b. Multiplica el consecuente de la primera razón por el antecedente de la segunda.
c. ¿Cómo son los resultados de a. y b.? ¿Qué puedes concluir sobre las proporciones?

Soluciona

a. El antecedente de la primera razón es 6 y el consecuente de la segunda razón es 15. Efectuando la multiplicación obtengo:

$$6 \times 15 = 90$$

b. El consecuente de la primera razón es 10 y el antecedente de la segunda razón es 9. Realizando la multiplicación obtengo:

$$10 \times 9 = 90$$

c. Observo que: ¡los resultados de a. y b. son iguales!
Esto quiere decir que en una proporción el producto del antecedente de la primera razón por el consecuente de la segunda es igual al producto del consecuente de la primera razón por el antecedente de la segunda.

Comprende

Propiedad fundamental de las proporciones
En una proporción, el producto del antecedente de la primera razón por el consecuente de la segunda es igual al producto del consecuente de la primera razón por el antecedente de la segunda. Es decir, para la proporción $a : b = c : d$ se cumple

$$a \times d = b \times c$$

a, b, c y d representan cualquier número.

¿Sabías que...?

En una proporción $a : b = c : d$, a los números a y d también se les conoce como "extremos" y, a b y c como "medios". Entonces, la propiedad de las proporciones indica que el producto de los extremos es igual al producto de los medios, refiriéndose a que $a \times d = b \times c$.

Resuelve

3 Comprueba la propiedad fundamental de las proporciones en los siguientes casos.

a. $2 : 3 = 6 : 9$ b. $5 : 3 = 20 : 12$ c. $4 : 6 = 8 : 12$ d. $10 : 8 = 30 : 24$

Desafíate

Encuentra el valor de c para que se forme una proporción.

$$25 : 50 = c : 10$$

Indicador de logro:

1.9 Comprueba la propiedad fundamental de las proporciones: el producto de los extremos es igual al producto de los medios.

Propósito: Deducir la propiedad fundamental de las proporciones en $a : b = c : d$, verificando que se cumple $a \times d = b \times c$.

Puntos importantes: Los problemas en 1 se pueden resolver ya sea encontrando el número que debe multiplicarse por el antecedente o consecuente (Forma 1 de la clase 1.8), o utilizando el valor de la primera razón y las relaciones: antecedente = consecuente × valor de razón y consecuente = antecedente ÷ valor de razón (Forma 2 de la clase 1.8). Para poder deducir la propiedad fundamental de la proporciones se realizan los pasos presentados en los literales a. y b. de 2, se utiliza un caso particular para introducir la misma y luego solo comprobar su veracidad en los problemas de 3.

Solución de problemas:

a. Para 2 : 3 = 6 : 9, se multiplica el antecedente de la primera razón (2) con el consecuente de la segunda (9):

$$2 \times 9 = 18$$

Luego, se multiplica el consecuente de la primera razón (3) por el antecedente de la segunda (6):

$$3 \times 6 = 18$$

Entonces, 2 × 9 = 3 × 6.

b. Para 5 : 3 = 20 : 12, se multiplica el antecedente de la primera razón (5) con el consecuente de la segunda (12):

$$5 \times 12 = 60$$

Luego, se multiplica el consecuente de la primera razón (3) por el antecedente de la segunda (20):

$$3 \times 20 = 60$$

Entonces, 5 × 12 = 3 × 20.

c. Para 4 : 6 = 8 : 12

$$4 \times 12 = 48$$
$$6 \times 8 = 48$$

Entonces, 4 × 12 = 6 × 8.

d. Para 10 : 8 = 30 : 24

$$10 \times 24 = 240$$
$$8 \times 30 = 240$$

Entonces, 10 × 24 = 8 × 30.

Desafíate

25 × 10 = 250, entonces 50 × c = 250. De lo anterior se deduce que c = 250 ÷ 50 = 5.

R: c = 5

Fecha: **Clase:** 1.9

Re Encuentra el valor del número x.

a. 4 : 9 = 20 : x
4 aumenta 5 veces
x = 9 × 5 = 45

b. 11 : 10 = x : 100
10 aumenta 10 veces
x = 11 × 10 = 110

A Usando la proporción 6 : 10 = 9 : 15

a. Multiplica el antecedente de la primera razón por el consecuente de la segunda.
b. Multiplica el consecuente de la primera razón por el antecedente de la segunda.
c. ¿Cómo son los resultados de a. y b.?

S a. Efectuando la multiplicación: 6 × 15 = 90
b. Efectuando la multiplicación: 10 × 9 = 90
c. ¡Los resultados de a. y b. son iguales!
El producto del antecedente de la primera razón por el consecuente de la segunda es igual al producto del consecuente de la primera razón por el antecedente de la segunda.

R Comprueba la propiedad fundamental.

a. Para 2 : 3 = 6 : 9

$$2 \times 9 = 18$$
$$3 \times 6 = 18$$

Entonces, 2 × 9 = 3 × 6.

Tarea: página 100

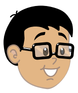
1.10 Resolución de problemas aplicando proporciones

Analiza

En una rifa, por cada 60 papeles premiados se colocan 100 no premiados. Si se reduce la cantidad de papeles no premiados a 30, ¿cuántos papeles premiados deben colocarse?

Soluciona

1 Si al colocar 60 papeles premiados se colocan 100 no premiados, entonces la razón es 60 : 100. Escribo los datos en una tabla (x representará la cantidad desconocida).


Carlos

Cantidad de premiados	Cantidad de no premiados
60	100
x	30

Como debe mantenerse la razón, entonces 60 : 100 = x : 30. En esta ocasión, no es fácil identificar por cuánto debe multiplicarse 100 para obtener 30, entonces uso la propiedad de las proporciones.

$$60 \times 30 = 100 \times x$$
$$1,800 = 100 \times x$$

Esto quiere decir que 100 veces x es igual a 1, 800. Por lo tanto,

$$x = 1,800 \div 100 = 18$$

R: 18 papeles premiados.

Comprende

Para resolver problemas de proporciones donde se desconoce algún dato y no es fácil identificar la cantidad de veces que aumenta una de las cantidades, se puede utilizar la propiedad fundamental de las proporciones.

Resuelve

2
1. Para elaborar una receta de salsa agridulce se utilizaron 20 ml de salsa inglesa y 30 ml de salsa de tomate. Si ahora se utilizarán 50 mililitros de salsa inglesa, ¿cuántos mililitros de salsa de tomate deben usarse para mantener el mismo sabor?

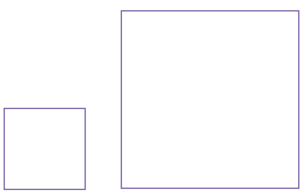
2. Una fotografía mide 10 cm de base y 15 cm de altura. Si se amplía para que la base sea 12 cm, ¿cuánto medirá la altura?

Recuerda que dos imágenes tienen la misma forma si sus relaciones de aspecto forman una proporción.

3. Según un estudio, 500 ml de leche entera aportan 290 calorías. Si una persona consume 200 ml de leche entera, ¿cuántas calorías aporta esta cantidad?

Desafíate

Las longitudes de los lados de dos cuadrados es 2 : 5, si el perímetro de uno de ellos es 24 cm, ¿cuál es la longitud del lado del otro cuadrado?



Indicador de logro:

1.10 Resuelve problemas sobre proporciones con datos desconocidos.

Propósito: Aplicar la propiedad fundamental de las proporciones para encontrar datos desconocidos en razones equivalentes.

Puntos importantes: A diferencia de las clases anteriores, en las proporciones presentadas en esta no es fácil determinar el número por el que hay que multiplicar los términos de la primera razón para obtener la segunda; debido a eso, es necesario utilizar la propiedad fundamental de las proporciones, estudiada en la clase 1.9. En 1 se observa que al ordenar los datos del problema del Analiza en la tabla, no es inmediato determinar por cuánto hay que multiplicar 100 para obtener 30; se recurre a la propiedad fundamental de las proporciones para plantear, en un primer momento, la proporción 60 : 100 = x : 30, y luego llegar a 60 × 30 = 100 × x. Para los problemas en 2 los estudiantes pueden realizar un proceso similar al mostrado en 1, es decir, plantear primero la proporción y luego usar la propiedad fundamental para escribir las multiplicaciones correspondientes.

Solución de problemas:

1. La razón entre los mililitros de salsa agridulce y salsa inglesa es 20 : 30

Salsa inglesa (ml)	Salsa de tomate (ml)
20	30
50	x

Entonces, 20 : 30 = 50 : x y se cumple:

$$20 \times x = 30 \times 50$$
$$20 \times x = 1,500$$

De lo anterior se deduce x = 1,500 ÷ 20 = 75

R: 75 ml de salsa de tomate.

2. La razón entre la base y la altura es 10 : 15

Base (cm)	Altura (cm)
10	15
12	x

Entonces, 10 : 15 = 12 : x y se cumple:

$$10 \times x = 15 \times 12$$
$$10 \times x = 180$$

De lo anterior se deduce x = 180 ÷ 10 = 18

R: 18 cm

3. **R:** 116 calorías.

Desafíate

R: 15 cm

Fecha: **Clase:** 1.10

Ⓐ Por cada 60 papeles premiados se colocan 100 no premiados. Si se reduce la cantidad de papeles no premiados a 30, ¿cuántos papeles premiados deben colocarse?

Ⓢ La razón entre papeles premiados y no premiados es 60 : 100

Premiados	No premiados
60	100
x	30

Entonces 60 : 100 = x : 30. Se usa la propiedad de las proporciones.

$$60 \times 30 = 100 \times x$$
$$1,800 = 100 \times x$$

100 veces x es igual a 1,800. Por lo tanto,

$$x = 1,800 \div 100 = 18$$

R: 18 papeles premiados.

Ⓡ 1. La razón es 20 : 30

Salsa inglesa (ml)	Salsa de tomate (ml)
20	30
50	x

Entonces, 20 : 30 = 50 : x y se cumple:

$$20 \times x = 30 \times 50$$
$$20 \times x = 1,500$$

De lo anterior se deduce x = 1,500 ÷ 20 = 75

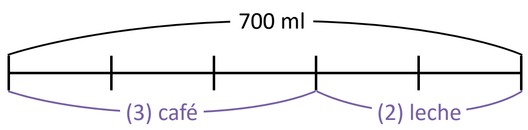
R: 75 ml de salsa de tomate.

Tarea: página 101

1.11 Reparto proporcional

Analiza

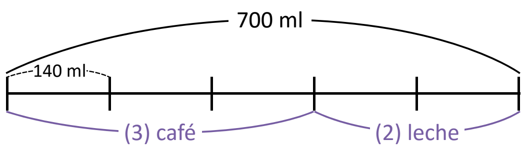
1 Antonio quiere preparar 700 ml de café con leche. Si la razón entre las cantidades de mililitros de café y leche debe ser 3 : 2, ¿cuántos mililitros de café necesita?



La razón 3 : 2 significa que por cada 3 ml de café se usan 2 ml de leche. El segmento representa el total (700 ml), se divide en 5 partes iguales donde tres de ellas representan los mililitros de café y las dos restantes los mililitros de leche.

Soluciona

2 El total de partes son 5, y representan 700 ml. Entonces, cada parte representa 700 ÷ 5 = 140 mililitros.



Como lo que corresponde al café tiene 3 partes entonces la cantidad de mililitros de café necesarios son:

$$140 \times 3 = 420$$

R: 420 ml

La cantidad de leche utilizada sería 700 – 420 = 280 mililitros. Entonces la razón entre café y leche es 420 : 280, y su equivalente más simple 3 : 2

Comprende

Para resolver problemas donde una cantidad debe repartirse en una razón determinada $a : b$, se puede utilizar un segmento dividido en $a + b$ partes iguales, encontrar el valor que representa cada parte y encontrar, ya sea a o b.

Resuelve

3
1. Doña María tiene un terreno de 300 m^2 de área. Ella quiere sembrar maíz y maicillo de manera que, la razón entre el área de maíz y maicillo sea 2 : 1; ¿cuántos metros cuadrados medirá el área para la siembra de maíz?
2. La razón entre la cantidad de niñas y niños en un salón es 5 : 3; si en total hay 32 alumnos, ¿cuántas niñas hay en el salón?
3. Para una rifa se han colocado 120 papelitos en una caja. Si la razón entre papeles premiados y no premiados es 1 : 7, ¿cuántos papeles no premiados hay en la caja?

✶ Desafíate

1. María y Luis invirtieron dinero para la venta de yuca frita; María aportó \$16 y Luis aportó \$14. El dinero recolectado después de la venta fue de \$60 y quieren repartirlo proporcionalmente según lo aportado. ¿Cuánto dinero le corresponde a cada uno?
2. La razón entre la cantidad de dulces de Juan y Ana es 3 : 5 y la diferencia entre las cantidades es 8 dulces. ¿Cuántos dulces tiene cada uno?

Unidad 5

Indicador de logro:

1.11 Realiza repartos proporcionales de una cantidad a partir de una razón dada.

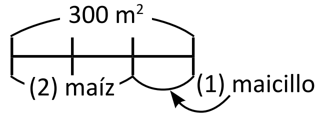
Propósito: Distribuir una cantidad de forma proporcional de acuerdo a una razón dada para encontrar un dato desconocido.

Puntos importantes: Las situaciones abordadas en esta clase son parecidas al problema en 1, donde se tiene una cantidad que debe dividirse en dos partes de tal forma que se encuentren a una razón determinada; no es una partición equitativa sino proporcional. El gráfico en 1 servirá para que los estudiantes visualicen que cada parte representa $\frac{1}{5}$ de 700, es decir, $700 \div 5 = 140$, y para encontrar la cantidad de mililitros de café solo se debe multiplicar lo anterior por 3 (ver solución de Ana en 2). Para los problemas de 3 pueden elaborarse los gráficos respectivos y facilitar de esa forma la interpretación y solución de cada uno.

Materiales: Carteles con las gráficas del Analiza y para la solución del problema 1 del Resuelve.

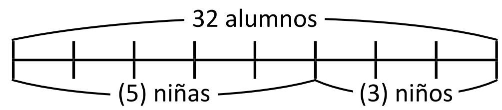
Solución de problemas:

1. Se elabora un segmento; como la razón es 2 : 1 el segmento se divide en 2 + 1 = 3 partes iguales.



Cada parte equivale a $300 \div 3 = 100$ m^2; para el maíz corresponden $100 \times 2 = 200$ m^2.
R: 200 m^2

2. Se elabora un segmento; como la razón es 5 : 3 el segmento se divide en 5 + 3 = 8 partes iguales.



Cada parte equivale a $32 \div 8 = 4$ alumnos; la cantidad de niñas es $4 \times 5 = 20$.
R: 20 niñas.

3. **R:** 105 papeles no premiados.

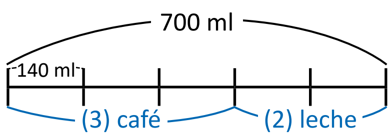
Desafíate

1. **R:** A María le corresponden \$32 y a Luis \$28.
2. **R:** Ana tiene 20 dulces y Juan tiene 12.

Fecha: **Clase:** 1.11

(A) Antonio quiere preparar 700 ml de café con leche. Si la razón entre las cantidades de mililitros de café y leche debe ser 3 : 2, ¿cuántos mililitros de café necesita?

(S) El total de partes son 5 y representan 700 ml; cada parte representa $700 \div 5 = 140$ mililitros.

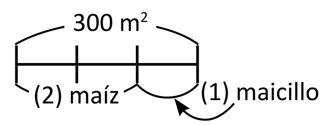


Lo que corresponde al café tiene 3 partes; la cantidad de mililitros de café necesarios son:

$$140 \times 3 = 420$$

R: 420 ml

(R) 1. La razón es 2 : 1, el segmento se divide en 2 + 1 = 3 partes iguales.



Cada parte equivale a $300 \div 3 = 100$ m^2; para el maíz corresponden $100 \times 2 = 200$ m^2.
R: 200 m^2

2. **R:** 20 niñas.

3. **R:** 105 papeles no premiados.

Tarea: página 102

1.12 Practica lo aprendido

1. ¿Son equivalentes las razones dadas? En caso de serlo, escríbelas en forma de proporción.
   a. 2 : 5 y 8 : 20
   b. 4 : 5 y 16 : 30

2. Encuentra la razón equivalente más simple de 30 : 50

3. Encuentra razones equivalentes a las siguientes, que involucren únicamente números naturales.
   a. 0.6 : 0.3
   b. $\frac{1}{6} : \frac{1}{2}$

4. ¿Cuáles de las siguientes dimensiones se pueden utilizar para imprimir la siguiente fotografía y conservar la forma de ella?
   a. Base 4 cm, altura 5 cm.
   b. Base 16 cm, altura 30 cm.

5. Encuentra el número x para que se forme una proporción.
   a. $2 : 5 = 12 : x$
   b. $10 : 6 = 15 : x$

1.13 Practica lo aprendido

1. Doña Beatriz es la dueña de una pupusería; considera que la razón entre la cantidad (en libras) de harina y queso es 5 : 3; si para vender pupusas el sábado en la tarde comprará 9 libras de queso, ¿cuántas libras de harina necesita?

2. En una rifa, el organizador quiere que la razón entre papelitos premiados y no premiados sea 2 : 7; si se colocan 16 papelitos premiados, ¿cuántos papelitos no premiados se deben colocar?

3. Juan y Marta observan que doña Julia utiliza 9 cucharadas de azúcar y 21 cucharadas de harina para preparar atol de maíz tostado. Analiza el comentario de cada uno y explica si es falso o verdadero.

   Juan: se obtiene el mismo sabor si se utilizan 12 cucharadas de azúcar y 28 cucharadas de harina.
   Marta: se obtiene el mismo sabor si se utilizan 15 cucharadas de azúcar y 30 cucharadas de harina.

4. Don Juan quiere preparar 120 libras de mezcla para pegar ladrillos, manteniendo una razón entre las cantidades (en libras) de cemento y arena de 1 : 3. ¿Qué cantidades de cemento y arena debe usar?

Desafíate

Don Miguel quiere repartir $100 entre sus tres hijos, quienes tienen las edades de 10, 15 y 25 años. Si el dinero lo repartirá proporcionalmente a las edades de sus hijos, ¿cuánto le corresponde a cada uno?

Indicador de logro:

1.12 Resuelve problemas sobre proporciones.

Solución de problemas:
(1.12)

1. a. Para 2 : 5 $\longrightarrow \frac{2}{5}$

Para 8 : 20 $\longrightarrow \frac{\cancel{8}^{\,2}}{\cancel{20}_{\,5}} = \frac{2}{5}$

R: Sí son equivalentes, 2 : 5 = 8 : 20.

b. Para 4 : 5 $\longrightarrow \frac{4}{5}$

Para 16 : 30 $\longrightarrow \frac{\cancel{16}^{\,8}}{\cancel{30}_{\,15}} = \frac{8}{15}$

R: No son equivalentes.

2. 30 : 50 $\longrightarrow \frac{\cancel{30}^{\,3}}{\cancel{50}_{\,5}} = \frac{3}{5}$; la razón equivalente más simple es 3 : 5.

3. a. (0.6 × 10) : (0.3 × 10) = 6 : 3

La razón equivalente más simple es 2 : 1.

R: 2 : 1

b. $\left(\frac{1}{\cancel{6}_{\,1}} \times \cancel{6}^{\,1}\right) : \left(\frac{1}{\cancel{2}_{\,1}} \times \cancel{6}^{\,3}\right) = (1 \times 1) : (1 \times 3)$

$= 1 : 3$

R: 1 : 3

4. La razón entre la base y la altura de la fotografía es 8 : 10, y su valor de razón es $\frac{4}{5}$.

a. Razón $\longrightarrow$ 4 : 5

Valor de la razón $\longrightarrow \frac{4}{5}$

Entonces, 8 : 10 = 4 : 5.

R: Sí se puede elegir este tamaño.

b. Razón $\longrightarrow$ 16 : 30

Valor de la razón $\longrightarrow \frac{\cancel{16}^{\,8}}{\cancel{30}_{\,15}} = \frac{8}{15}$

Entonces, 8 : 10 no es equivalente a 16 : 30.

R: No se puede elegir este tamaño.

5. a. El antecedente de la primera razón aumentó 6 veces; entonces:

$$x = 5 \times 6 = 30$$

R: 30

b. Por la propiedad fundamental de las proporciones, $10 \times x = 6 \times 15$; así:

$$10 \times x = 90$$

De lo anterior se deduce que $x = 90 \div 10 = 9$

R: 9

(1.13)

1.

	Harina (lb)	Queso (lb)	
	5	3	
×3	x	9	×3

De lo anterior, $x = 5 \times 3 = 15$

R: 15

2.

	Premiados	No premiados	
	2	7	
×8	16	x	×8

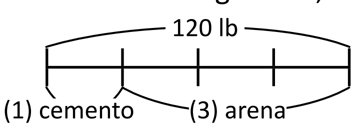
De lo anterior, $x = 7 \times 8 = 56$

R: 56

3. La razón entre las cucharadas de azúcar y harina según la receta de doña Julia es 9 : 21, y su valor de razón es $\frac{3}{7}$.

- Para Juan, la razón es 12 : 28 y su valor de razón es $\frac{3}{7}$; por lo tanto, su comentario es verdadero.
- Para Marta, la razón es 15 : 30 y su valor de razón es $\frac{1}{2}$; por lo tanto, su comentario es falso.

4. Se elabora un segmento; como la razón es 1 : 3 el segmento se divide en 1 + 3 = 4 partes iguales.



Cada parte equivale a 120 ÷ 4 = 30 lb; para el cemento corresponden 30 lb y para la arena 30 × 3 = 90 lb.

R: 30 lb de cemento y 90 lb de arena.

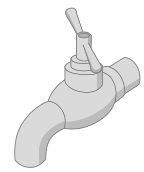
★Desafíate

Al sumar las edades de los tres hijos se obtienen 50 años. Entonces, al dividir el dinero de don Miguel entre la suma anterior se obtiene la cantidad de dinero que debe repartir por año: 100 ÷ 50 = 2. Al hijo de 10 años le corresponden 2 × 10 = $20, al de 15 le corresponden 2 × 15 = $30, y al de 25 le tocan 2 × 25 = $50.

2.1 Relación de proporcionalidad directa

Analiza

1 Antonio abre un chorro y vierte agua en un recipiente; toma nota de la altura del agua al pasar 1 minuto, 2 minutos, 3 minutos, etc., y escribe los datos en una tabla.



Tiempo (min)	1	2	3	4	...
Altura (cm)	5	10	15	20	...

a. Partiendo de 1 minuto, ¿qué sucede con la altura, si el tiempo se duplica o triplica?
b. Partiendo de 2 minutos, ¿qué sucede con la altura, si el tiempo se duplica?
c. De acuerdo a los datos en la tabla, ¿cuál sería la altura del agua al pasar 5 minutos?

Soluciona

2 

José

a. Usando la tabla, me ubico en la columna con tiempo 1 min y altura 5 cm. Duplicar o triplicar el tiempo significa efectuar 1 × 2 = 2 o 1 × 3 = 3. Observo que, si el tiempo se duplica o triplica, ¡la altura también se duplica o triplica!

× 3
× 2

Tiempo (min)	1	2	3	4	...
Altura (cm)	5	10	15	20	...

× 2
× 3

b. Duplicar el tiempo a partir de 2 min significa efectuar 2 × 2 = 4. Observo que, si el tiempo se duplica a 4 minutos entonces la altura se duplica a 20 minutos.

× 2

Tiempo (min)	1	2	3	4	...
Altura (cm)	5	10	15	20	...

× 2

c. De 1 a 5 minutos el tiempo ha aumentado 5 veces, entonces la altura también aumentará 5 veces, es decir, será igual a 5 × 5 = 25 cm.

Comprende

3 Cuando dos cantidades a y b cumplen que al multiplicarse a por 2, por 3, etc., la cantidad b también se multiplica por 2, por 3, etc., respectivamente, entonces se dice que las cantidades son **directamente proporcionales** y a esta relación se le llama **proporcionalidad directa**.

El tiempo transcurrido y la altura del agua en un recipiente son cantidades directamente proporcionales.

Resuelve

4 1. La siguiente tabla muestra la relación entre la cantidad de papayas y el precio. Estas cantidades son directamente proporcionales. Completa los precios que hacen falta.

Número de papayas	1	2	3	4	5	...
Precio ($)	2	4				...

2. Un automóvil recorre una carretera con una rapidez de 40 km por hora.
   a. Completa la tabla escribiendo la cantidad de kilómetros recorridos al variar la cantidad de horas.

Tiempo transcurrido (horas)	1	2	3	4	5	...
Distancia recorrida (km)						...

   b. ¿Cuántos kilómetros habrá recorrido al transcurrir 6 horas?

Unidad 5

Indicador de logro:

2.1 Encuentra datos faltantes en cantidades que son directamente proporcionales.

Propósito: Definir la proporcionalidad directa y utilizarla para calcular los datos faltantes en situaciones con cantidades directamente proporcionales.

Puntos importantes: La relación de proporcionalidad directa se utilizará en séptimo grado para introducir el concepto de función. En la situación de 1 se provee una tabla para identificar la relación entre el tiempo y la altura de acuerdo a lo solicitado en a. y b.; los estudiantes deben observar que si se toma una cantidad de tiempo específico y se multiplica por un número natural, entonces su correspondiente altura también se multiplicará por dicho número natural, tal como aparece en 2. En 4, para completar la tabla de 1. los estudiantes deben identificar el número por el cual debe multiplicarse el precio que corresponde a 1 papaya para obtener las restantes; mientras que en 2. deben extraer del enunciado los kilómetros que corresponden a 1 hora.

Sugerencia metodológica: Para hacer referencia a cantidades directamente proporcionales no es conveniente utilizar expresiones como "si una cantidad aumenta, la otra también aumenta", ya que esto no es cierto cuando la constante de proporcionalidad es un número negativo (estos casos se estudiarán en séptimo grado). Para evitar esa confusión, la proporcionalidad directa se define en 3 utilizando lo estudiado en la lección anterior sobre proporciones.

Materiales: Carteles con las tablas del Analiza y del problema 1. del Resuelve.

Solución de problemas:

1.

Número de papayas	1	2	3	4	5	...
Precio ($)	2	4	6	8	10	...

× 2, × 3, × 4, × 5

2. a.

Tiempo (h)	1	2	3	4	5	...
Distancia (km)	40	80	120	160	200	...

× 2, × 3, × 4, × 5

b. **R:** 240 km

Fecha: **Clase:** 2.1

Ⓐ Antonio vierte agua en un recipiente y toma nota de la altura del agua al pasar 1 min, 2 min, 3 min, etc.

a. Partiendo de 1 min, ¿qué sucede con la altura, si el tiempo se duplica o triplica?

b. Partiendo de 2 min, ¿qué sucede con la altura, si el tiempo se duplica?

c. ¿Cuál sería la altura del agua al pasar 5 minutos?

Ⓢ a.

Tiempo (min)	1	2	3	4	...
Altura (cm)	5	10	15	20	...

× 2, × 3

Si el tiempo se duplica o triplica, la altura también.

b.

Tiempo (min)	1	2	3	4	...
Altura (cm)	5	10	15	20	...

× 2

La altura se duplica a 20 cm.

c. Será igual a 5 × 5 = 25 cm.

Ⓡ 1.

n.° de papayas	1	2	3	4	5	...
Precio ($)	2	4	6	8	10	...

× 2, × 3, × 4, × 5

Tarea: página 104

Lección 2

2.2 Propiedad de la proporcionalidad directa

Analiza

1 Antonio anotó la relación entre el tiempo y la altura del agua en un depósito.

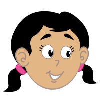
a. Encuentra el cociente de la altura entre el tiempo. ¿Cuánto resulta?

Tiempo (min)	1	2	3	4	5	6	...
Altura (cm)	5	10	15	20	25	30	...
Cociente							

b. ¿Cuánto aumenta la altura del agua cada minuto?

Soluciona

a. Calculo el cociente en cada caso. Por ejemplo, si el tiempo es 1 min y la altura es 5 cm, el cociente es 5 ÷ 1 = 5:



Beatriz

2
5 ÷ 1 = 5
10 ÷ 2 = 5
15 ÷ 3 = 5
20 ÷ 4 = 5
25 ÷ 5 = 5
30 ÷ 6 = 5

Tiempo (min)	1	2	3	4	5	6	...
Altura (cm)	5	10	15	20	25	30	...
Cociente	**5**	**5**	**5**	**5**	**5**	**5**	

¡El resultado del cociente es igual a 5 en todos los casos!

b. Como el cociente siempre resulta 5, significa que la altura aumenta 5 cm cada minuto.

Comprende

3 **Propiedad de la proporcionalidad directa**
Cuando dos cantidades son directamente proporcionales, el cociente siempre resulta el mismo número.

Resuelve

4 1. La siguiente tabla muestra la longitud y el peso de un tipo de alambre:

Longitud (m)	1	2	3	4	5	6	...
Peso (g)	7	14	21	28	35	42	...

a. Encuentra el cociente del peso entre la longitud.
b. ¿Cuál es el peso por metro de este tipo de alambre?

2. La siguiente tabla muestra el área (en hectáreas) sembrada de maíz y el peso cosechado.

Área (ha)	1	2	3	4	5	6	...
Peso (ton)	3	6	9	12	15	18	...

a. Encuentra el cociente del peso entre el área sembrada.
b. ¿Cuál es el peso del maíz cosechado por hectárea?

Indicador de logro:

2.2 Calcula el cociente entre cantidades que son directamente proporcionales.

Propósito: Comprobar la propiedad de la proporcionalidad directa sobre el cociente constante entre cantidades que son directamente proporcionales.

Puntos importantes: En la situación presentada en 1 se parte del hecho conocido que las cantidades son directamente proporcionales; los estudiantes deben identificar y concluir que el cociente entre ellas es constante, es decir, resulta ser siempre el mismo número, tal como lo hace Beatriz en 2. También debe recalcarse la interpretación de la solución en b. de 2, pues se relaciona con lo estudiado en la unidad anterior sobre el significado del valor de una razón. La definición en 3 se utilizará más adelante para escribir la relación de proporcionalidad directa y = **constante** × x, pues la constante resulta ser el cociente entre las cantidades. Los problemas en 4 se resuelven de forma similar a lo realizado en 1.

Materiales: Carteles con las tablas del Analiza y del problema 1. del Resuelve.

Solución de problemas:

1. a. Se calculan los cocientes en cada caso:

$7 \div 1 = 7$ $14 \div 2 = 7$ $21 \div 3 = 7$
$28 \div 4 = 7$ $35 \div 5 = 7$ $42 \div 6 = 7$

Longitud (m)	1	2	3	4	5	6
Peso (g)	7	14	21	28	35	42
Cociente	7	7	7	7	7	7

b. **R:** 7 g

2. a. Se calculan los cocientes en cada caso:

$3 \div 1 = 3$ $6 \div 2 = 3$ $9 \div 3 = 3$
$12 \div 4 = 3$ $15 \div 5 = 3$ $18 \div 6 = 3$

Área (ha)	1	2	3	4	5	6
Peso (ton)	3	6	9	12	15	18
Cociente	3	3	3	3	3	3

b. **R:** 3 ton

Anotaciones:

____

____

Fecha: **Clase:** 2.2

(A) Antonio anotó la relación entre el tiempo y la altura del agua en un depósito.

a. Encuentra el cociente de la altura entre el tiempo. ¿Cuánto resulta?

b. ¿Cuánto aumenta la altura del agua cada minuto?

(S) a. $5 \div 1 = 5$ $10 \div 2 = 5$ $15 \div 3 = 5$
$20 \div 4 = 5$ $25 \div 5 = 5$ $30 \div 6 = 5$

Tiempo (min)	1	2	3	4	5	6	...
Altura (cm)	5	10	15	20	25	30	...
Cociente	5	5	5	5	5	5	

b. La altura aumenta 5 cm cada minuto.

(R) 1. a. Se calculan los cocientes en cada caso:

$7 \div 1 = 7$ $14 \div 2 = 7$ $21 \div 3 = 7$
$28 \div 4 = 7$ $35 \div 5 = 7$ $42 \div 6 = 7$

Longitud (m)	1	2	3	4	5	6
Peso (g)	7	14	21	28	35	42
Cociente	7	7	7	7	7	7

b. **R:** 7 g

Tarea: página 105

2.3 Identificación de cantidades directamente proporcionales

Analiza

1 ¿Cuáles de las siguientes cantidades son directamente proporcionales?

a. La longitud y el peso de una varilla de hierro.

Longitud (m)	1	2	3	4	5	...
Peso (lb)	3	6	9	12	15	...

b. El número de dulces de Ana y el número de dulces de Julia al repartirse 9 dulces.

Dulces de Ana	1	2	3	4	5	...
Dulces de Julia	8	7	6	5	4	...

Soluciona

a. Verifico si al aumentar la longitud cierta cantidad de veces, el peso aumenta en esa misma cantidad de veces:

Mario

× 5 × 2 × 2

Longitud (m)	1	2	3	4	5	...
Peso (lb)	3	6	9	12	15	...

× 2 × 2 × 5

¡Sí cumple con lo anterior!

R: La longitud y el peso de una varilla de hierro son directamente proporcionales.

b. Calculo en cada caso el cociente de la cantidad de dulces de Julia entre los de Ana:

2

Dulces de Ana	1	2	3	4	5	...
Dulces de Julia	8	7	6	5	4	...
Cociente	**8**	**3.5**	**2**	**1.25**	**0.8**	...

¡El cociente no es igual en todos los casos! Es decir, no cumple la propiedad de la proporcionalidad directa.

R: Las cantidades de dulces de Ana y de Julia no son directamente proporcionales.

Comprende

3 Para identificar si dos magnitudes son directamente proporcionales se puede verificar una de las siguientes condiciones:

- Cuando una de ellas se multiplica por 2, por 3, por 4, etc., la otra también se multiplica por 2, por 3, por 4 respectivamente.
- El cociente entre las dos cantidades siempre resulta un mismo número (propiedad de la proporcionalidad directa).

Resuelve

4 Identifica si las cantidades son directamente proporcionales, coloca ✓ si las cantidades son directamente proporcionales o coloca ✗ si no lo son; justifica tu respuesta.

a. La cantidad de hojas de papel y su peso:

Cantidad de hojas	1	2	3	4	5	...
Peso (g)	2	4	6	8	10	...

b. La cantidad de galones de gasolina y el costo de la compra:

Cantidad (gal)	1	2	3	4	5	...
Costo ($)	3	6	9	12	15	...

c. La cantidad de cortes en una tira y el número de trozos obtenidos:

Número de cortes	1	2	3	4	5	...
Número de trozos	2	3	4	5	6	...

d. La base y altura de un rectángulo de 24 cm de perímetro:

Base (cm)	1	2	3	4	5	...
Altura (cm)	11	10	9	8	2	...

Indicador de logro:

2.3 Identifica cantidades directamente proporcionales.

Propósito: Utilizar la definición o la propiedad de la proporcionalidad directa para identificar si dos cantidades son directamente proporcionales.

Puntos importantes: Tal como se menciona en el propósito de la clase, para identificar si dos cantidades son directamente proporcionales puede usarse o bien la definición dada en la clase 2.1 o la propiedad del cociente estudiada en la clase anterior (esta segunda resulta "más sencilla"). De acuerdo con ello, en 1 los problemas pueden resolverse utilizando cualquiera de las dos; no es necesario que los estudiantes resuelvan aplicando la definición en un literal y la propiedad de la proporcionalidad en el otro, tal como lo hace Mario en 2 (un estudiante podría solo calcular los cocientes en cada caso y verificar que en a. todos dan como resultado 3). Por lo tanto, para los problemas de 4 basta con verificar solamente UNO de los dos puntos descritos en 3 (usualmente, resulta más fácil el segundo).

Sugerencia metodológica: Si se utiliza la propiedad de la proporcionalidad directa, recordar a los estudiantes que para el cociente se divide la segunda cantidad (o la que está en la segunda fila) entre la primera (la que está en la primera fila).

Materiales: Carteles con las tablas del Analiza y del problema a. del Resuelve.

Solución de problemas:

a. La cantidad de hojas de papel y su peso:

Cantidad de hojas	1	2	3	4	5	...
Peso (g)	2	4	6	8	10	...
Cociente	2	2	2	2	2	✓

b. Cociente entre la cantidad de gasolina y el costo:

Cantidad (gal)	1	2	3	4	5	...
Costo ($)	3	6	9	12	15	...
Cociente	3	3	3	3	3	✓

c. Cociente entre el número de cortes y el de trozos:

Número de cortes	1	2	3	4	5	...
Número de trozos	2	3	4	5	6	...
Cociente	2	1.5	1.33...	1.25	1.2	✗

d. Cociente entre la altura y la base:

Base (cm)	1	2	3	4	5	...
Altura (cm)	11	10	9	8	2	...
Cociente	11	5	3	2	0.4	✗

Fecha: **Clase:** 2.3

(A) ¿Cuáles de las siguientes cantidades son directamente proporcionales?

(S) a. La longitud y el peso de una varilla de hierro.

Longitud (m)	1	2	3	4	5	...
Peso (lb)	3	6	9	12	15	...

Al multiplicar por cierto número la longitud, el peso también se multiplica por ese número.

R: Sí son directamente proporcionales.

b. El número de dulces de Ana y el número de dulces de Julia al repartirse 9 dulces.

Dulces de Ana	1	2	3	4	5	...
Dulces de Julia	8	7	6	5	4	...
Cociente	8	3.5	2	1.25	0.8	...

El cociente no es igual.

R: No son directamente proporcionales.

(R)

a. La cantidad de hojas de papel y su peso:

Cantidad de hojas	1	2	3	4	5	...
Peso (g)	2	4	6	8	10	...
Cociente	2	2	2	2	2	✓

Tarea: página 106

Lección 2

2.4 Otras cantidades directamente proporcionales

Analiza

a. Completa la tabla escribiendo los valores del área de un rectángulo de base 5 cm cuando su altura es 1 cm, 2 cm, 3 cm, etc.

Altura x (cm)	5 × 1	2	3	4	5	...
Área y (cm²)						...

Recuerda que el área de un rectángulo se calcula:
área = base × altura

b. ¿Son la altura del rectángulo y su área cantidades directamente proporcionales?

c. Utilizando la fórmula del área de un rectángulo, representa la relación entre la altura (x) y el área (y).

Soluciona

1


Julia

a. Completo la tabla, utilizando la fórmula del área del rectángulo (**área = base × altura**):

Altura x (cm)	5 × 1	5 × 2	5 × 3	5 × 4	5 × 5	...
Área y (cm²)	5	10	15	20	25	...

b. Si para calcular el área realicé 5 × altura entonces el cociente área ÷ altura es igual a 5 en todos los casos. ¡Las cantidades son directamente proporcionales!

c. Como área = base × altura entonces la relación entre el área y y la altura x es:

$$y = 5 \times x$$

Comprende

La expresión $y = 5 \times x$ representa la relación entre dos cantidades directamente proporcionales; en este caso se dice que **y es directamente proporcional a x**, o simplemente que **y es proporcional a x**. Otros ejemplos de relaciones entre cantidades directamente proporcionales son $y = 2 \times x$, $y = 3 \times x$, etc.

Resuelve

2

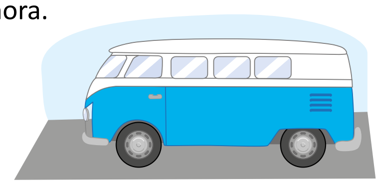
1. La longitud de la base de un paralelogramo es 4 cm.
   a. Completa la tabla escribiendo los valores del área cuando su altura es 1 cm, 2 cm, 3 cm, etc.

Altura x (cm)	1	2	3	4	5	...
Área y (cm²)						...

   b. Utilizando la fórmula del área del paralelogramo, representa la relación entre la altura x y el área y.

2. Un automóvil transita por una carretera a una rapidez de 60 km por hora.
   a. Completa la tabla:

Tiempo transcurrido x (horas)	1	2	3	4	5	...
Distancia recorrida y (km)						...



   b. Tomando en cuenta que **distancia = rapidez × tiempo**, representa la relación entre el tiempo transcurrido x con la distancia recorrida y.

Indicador de logro:

2.4 Utiliza fórmulas conocidas para escribir la relación de proporcionalidad directa entre dos cantidades.

Propósito: Escribir la relación de proporcionalidad directa utilizando las variables x y y, y fórmulas conocidas sobre áreas, perímetros o distancias.

Puntos importantes: Las situaciones abordadas en esta clase se basan en el conocimiento de ciertas fórmulas para calcular áreas de figuras planas o distancia, de tal forma que los estudiantes, al sustituir las cantidades correspondientes a las variables x y y, obtengan expresiones del tipo $y = a \times x$, donde a es un número conocido. En a. de 1 debe tenerse cuidado de que se multiplique la base (5 cm) por las diferentes medidas para la altura, en ese orden, para poder obtener la expresión en c. presentada por Julia. Del mismo modo en 2, las expresiones deben escribirse en la forma $y = a \times x$ (esto servirá para los problemas de la siguiente clase y cuando se estudie la función lineal en octavo grado).

Materiales: Carteles con las tablas del Analiza y del problema 1. del Resuelve.

Solución de problemas:

1. a.

Altura x (cm)	4 × 1	4 × 2	4 × 3	4 × 4	4 × 5
Área y (cm²)	4	8	12	16	20

b. La fórmula del área del paralelogramo es

área (y) = base (4) × altura (x)

R: $y = 4 \times x$

2. a.

Tiempo x (h)	60× 1	60× 2	60× 3	60× 4	60× 5
Distancia y (km)	60	120	180	240	300

b. Se utiliza la relación

distancia (y) = rapidez (60) × tiempo (x)

R: $y = 60 \times x$

Anotaciones:

____

____

____

Fecha: **Clase:** 2.4

Ⓐ a. Completa la tabla.
b. ¿Son la altura del rectángulo y su área directamente proporcionales?
c. Representa la relación entre la altura (x) y el área (y).

Ⓢ a.

Altura x (cm)	5 × 1	5 × 2	5 × 3	5 × 4	5 × 5	...
Área y (cm²)	5	10	15	20	25	...

b. Sí, porque el cociente área ÷ altura es igual a 5 en todos los casos.
c. Como área (y) = base (5) × altura (x), entonces:

$y = 5 \times x$

Ⓡ 1. a.

Altura x (cm)	4 × 1	4 × 2	4 × 3	4 × 4	4 × 5
Área y (cm²)	4	8	12	16	20

b. La fórmula del área del paralelogramo es

área (y) = base (4) × altura (x)

R: $y = 4 \times x$

2. a. Se multiplica 60 por cada tiempo.
b. **R:** $y = 60 \times x$

Tarea: página 107

2.5 Expresión y = constante × x

Analiza

La siguiente tabla muestra los datos de la clase anterior, sobre el área de un rectángulo de base 5 cm al variar su altura:

Altura x (cm)	1	2	3	4	5	...
Área y (cm^2)	5	10	15	20	25	...
Cociente $y \div x$						...

a. Completa la última fila de la tabla con el cociente del área entre la altura ($y \div x$). ¿Qué resultado obtuviste?

b. ¿Qué relación hay entre el número calculado en a. y la expresión $y = 5 \times x$?

Soluciona

a. Calculo el cociente:

Carlos

Altura x (cm)	1	2	3	4	5	...
Área y (cm^2)	5	10	15	20	25	...
Cociente $y \div x$	$5 \div 1 = 5$	$10 \div 2 = 5$	$15 \div 3 = 5$	$20 \div 4 = 5$	$25 \div 5 = 5$	...

b. El cociente siempre es 5; esto significa que el área aumenta 5 cm^2 por cada centímetro que aumenta la altura.

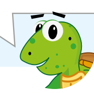
c. El cociente 5 es el número que se encuentra en la expresión $y = 5 \times x$, es decir, el número de la expresión se obtiene calculando el cociente $y \div x$.

Comprende

1 Cuando y es directamente proporcional a x, el cociente de $y \div x$ es siempre el mismo valor; a este valor se le llama **constante**. Cuando esto sucede, la relación entre x y y se puede expresar:

$$y = \textbf{constante} \times x$$

Algunas relaciones entre cantidades son de la forma x + constante = y, constante – x = y; pero estas cantidades no son directamente proporcionales.



Resuelve

2 1. La siguiente tabla muestra la cantidad de dinero que Juan acumula al ahorrar mensualmente:

Tiempo transcurrido x (meses)	1	2	3	4	5	...
Dinero ahorrado y ($)	4	8	12	16	20	...
Cociente $y \div x$						...

a. Completa la fila con el cálculo del cociente $y \div x$.

b. Representa la relación entre el tiempo transcurrido en meses (x) y la cantidad de dinero ahorrado (y).

2. La siguiente tabla muestra el impuesto a las telefonías que se aplica según el monto de la recarga en El Salvador:

Monto de la recarga x ($)	1	2	3	4	5	...
Impuesto y (centavos)	5	10	15	20	25	...
Cociente $y \div x$						...

a. Completa la fila con el cálculo del cociente $y \div x$.

b. Representa la relación entre el monto de la recarga (x) y el impuesto (y).

Unidad 5

Indicador de logro:

2.5 Escribe la relación de proporcionalidad directa $y = a \times x$ calculando la constante de proporcionalidad a.

Propósito: Obtener la constante de proporcionalidad directa de dos cantidades x y y a través del cálculo del cociente $y \div x$, para escribir la relación de proporcionalidad directa.

Puntos importantes: En esta clase se pretende fijar lo estudiado en la anterior sobre la relación de proporcionalidad directa, utilizando además situaciones donde no se tiene una "fórmula establecida". Por lo tanto, en 1 se debe hacer énfasis en que para calcular la constante de proporcionalidad debe efectuarse el cociente $y \div x$, y la forma correcta de escribir la relación de proporcionalidad directa (indicar que en la relación siempre aparecerán las variables x y y). Tal como se describió anteriormente, para los problemas en 2 no hay una fórmula establecida, los estudiantes deben razonar por qué las cantidades son directamente proporcionales (puede utilizarse el cociente).

Materiales: Carteles con las tablas del Analiza y del problema 1. del Resuelve.

Solución de problemas:

1. a.

Tiempo transcurrido x (meses)	1	2	3	4	5	...
Dinero ahorrado y ($)	4	8	12	16	20	...
Cociente $y \div x$	4	4	4	4	4	...

b. $y = 4 \times x$

2. a.

Monto de la recarga x ($)	1	2	3	4	5	...
Impuesto y (centavos)	5	10	15	20	25	...
Cociente $y \div x$	5	5	5	5	5	...

b. $y = 5 \times x$

Anotaciones:

____

____

Fecha: **Clase:** 2.5

A a. Completa la última fila de la tabla con el cociente del área entre la altura ($y \div x$). ¿Qué resultado obtuviste?

b. ¿Qué relación hay entre el número calculado en a. y la expresión $y = 5 \times x$?

S a.

Altura x (cm)	1	2	3	4	5
Área y (cm^2)	5	10	15	20	25
Cociente $y \div x$	$5 \div 1 = 5$	$10 \div 2 = 5$	5	5	5

El resultado es igual a 5 en todos los casos.

b. El cociente 5 es el número que se encuentra en $y = 5 \times x$.

R 1. a.

Tiempo x (meses)	1	2	3	4	5
Dinero ahorrado y ($)	4	8	12	16	20
Cociente $y \div x$	4	4	4	4	4

b. $y = 4 \times x$

2. a.

Monto x ($)	1	2	3	4	5
Impuesto y (cts)	5	10	15	20	25
Cociente $y \div x$	5	5	5	5	5

b. $y = 5 \times x$

Tarea: página 108

2.6 Aplicaciones de cantidades directamente proporcionales

Analiza

1 ¿Cómo se puede empacar un paquete de 300 hojas de papel bond sin contarlas una a una? Utiliza la estrategia y la información de María y Antonio:

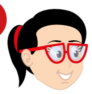
El peso es directamente proporcional a la cantidad de hojas. Puedo resolver utilizando el peso de un paquete de 10 hojas.

La altura es directamente proporcional a la cantidad de hojas. Puedo resolver utilizando la altura de un paquete de 100 hojas.

n.° de hojas	10	300
Peso (g)	40	a

n.° de hojas	100	300
Altura (cm)	1	b

Soluciona

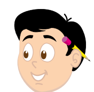
2 

Utilizo la estrategia de María, que encontró el peso de un paquete de 10 hojas. Con eso puedo calcular el peso de una hoja, y luego el de las 300:

Peso de una hoja (g): 40 ÷ 10 = 4
Peso de 300 hojas (g): 4 × 300 = 1, 200

n.° de hojas	10	300
Peso (g)	40	1, 200

R: Se prepara un paquete que pese 1, 200 g.



Utilizo la estrategia de Antonio, que encontró la altura de un paquete de 100 hojas. Así, puedo calcular la altura de las 300 hojas.

Si la cantidad de hojas se triplica de 100 a 300, el peso también se triplica:

× 3

n.° de hojas	100	300
Altura (cm)	1	3

× 3

R: Se prepara un paquete de 3 cm de altura.

Comprende

Se puede preparar la cantidad aproximada de papel utilizando lo siguiente:

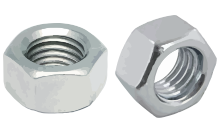
- El peso es directamente proporcional al número de hojas.
- La altura es directamente proporcional al número de hojas.

Así, no es necesario contar todas las hojas.

Resuelve

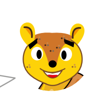
3

1. Al pesar 15 tuercas del mismo tipo se obtiene como resultado 32 g. ¿Cómo se pueden preparar 120 tuercas sin contarlas una a una?



n.° de tuercas	15	120
Peso (g)	32	a

¿El peso de las tuercas es directamente proporcional a la cantidad de tuercas? ¿Cuántas veces cabe 15 en 120?



2. En la librería "Papelitos" preparan paquetes de 750 pliegos de cartulina. Un paquete de 150 pliegos de cartulina mide 3 cm. ¿Cómo se puede preparar cada paquete de 750 pliegos sin contarlos uno a uno?

n.° de pliegos	150	750
Altura (cm)	3	b

¿La altura es directamente proporcional al número de pliegos?

Indicador de logro:

2.6 Resuelve situaciones – problema sobre cantidades directamente proporcionales.

Propósito: Utilizar la definición de proporcionalidad directa o la constante de proporcionalidad para resolver situaciones – problema.

Puntos importantes: En 1 se debe indicar, desde el planteamiento del problema, que el peso o la altura es directamente proporcional a la cantidad de hojas, para que los estudiantes apliquen, ya sea la definición o la constante de proporcionalidad directa para resolverlo. Para aquellos que utilicen la constante de proporcionalidad su solución será parecida a la de Ana en 2, pues calcular el cociente $40 \div 10$ correspondiente al peso de una hoja es, efectivamente, calcular la constante de proporcionalidad; el valor de la incógnita a será igual al resultado de 4×300. Por otra parte, los que usen la definición de proporcionalidad directa resolverán de forma parecida a José en 2, pues identifica que si el número inicial de hojas (100) se multiplica por 3 entonces la altura inicial (1 cm) también se multiplica por 3; el valor de la incógnita b será igual al resultado de 1×3. Finalmente, para los problemas en 3 indicar que pueden resolverse utilizando ya sea la definición o la constante de proporcionalidad directa.

Materiales: Carteles con las tablas del Analiza y del problema 1. del Resuelve.

Solución de problemas:

1. **Forma 1**, usando la definición.

n.° de tuercas	15	120
Peso (g)	32	a

(× 8 en ambas filas)

Entonces, $a = 32 \times 8 = 256$

R: Se prepara una cantidad de tuercas que pesen 256 g en total.

Forma 2, usando la constante.

Peso de una tuerca: $32 \div 15 = \frac{32}{15}$

Peso de 120 tuercas: $a = \frac{32}{\cancel{15}_{\cancel{5}_{1}}} \times \cancel{120}^{\cancel{40}^{8}} = 32 \times 8 = 256$

R: Se prepara una cantidad de tuercas que pesen 256 g en total.

2. **R:** Se prepara un paquete de pliegos que mida 15 cm de altura.

Fecha: **Clase:** 2.6

Ⓐ ¿Cómo se puede empacar un paquete de 300 hojas de papel bond sin contarlas una a una?

- María: puedo resolver utilizando el peso de 10 hojas.
- Antonio: puedo resolver utilizando la altura de 100 hojas.

Ⓢ Estrategia de María:

n.° de hojas	10	300
Peso (g)	40	a

Peso de una hoja (g): $40 \div 10 = 4$
Peso de 300 hojas (g): $a = 4 \times 300 = 1,200$

R: Se prepara un paquete que pese 1, 200 g.

Estrategia de Antonio:

n.° de hojas	100	300
Altura (cm)	1	b

(× 3 en ambas filas)

$b = 1 \times 3 = 3$

R: Se prepara un paquete de 3 cm de altura.

Ⓡ

1.

n.° de tuercas	15	120
Peso (g)	32	a

(× 8 en ambas filas)

Entonces, $a = 32 \times 8 = 256$

R: Se prepara una cantidad de tuercas que pesen 256 g en total.

Tarea: página 109

Lección 2

2.7 Proporcionalidad directa con un dato desconocido

Analiza

1 Al pesar 90 clavos del mismo tipo en una báscula pesan 180 g; en la misma báscula se coloca un puñado de estos clavos y pesan 20 g. ¿Cuántos clavos hay sobre la báscula?

n.° de clavos	a	90
Peso (g)	20	180

Soluciona

2 El peso es directamente proporcional al número de clavos. Utilizo la propiedad de la proporcionalidad directa: 180 ÷ 90 = 2, es decir, 2 × 90 = 180.

n.° de clavos	$2 \times a$	2×90
Peso (g)	20	180

Carmen

Como es constante, $2 \times a = 20$, es decir, $a = 20 \div 2 = 10$.

R: 10 clavos.

Encuentro el cambio en el peso de los clavos: 180 ÷ 20 = 9, es decir, 20 × 9 = 180.

Antonio

n.° de clavos	a	90
Peso (g)	20	180

Como el peso aumenta 9 veces, el número de clavos también aumenta 9 veces, $a \times 9 = 90$, o sea:

$$a = 90 \div 9 = 10$$

R: 10 clavos.

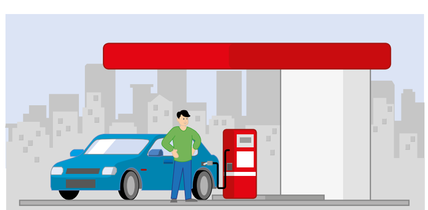
Comprende

Aplicando la definición o la propiedad de proporcionalidad directa, se puede encontrar un valor desconocido de dos cantidades que son directamente proporcionales.

Resuelve

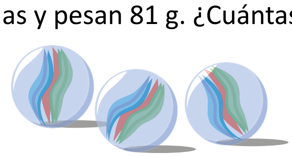
1. Don José pasó a una gasolinera y solicitó 4.5 galones de gasolina; el costo de la compra fue de $13.50. Otro señor pasó y el costo de la compra fue $27, ¿cuántos galones de gasolina compró el otro señor?

Cantidad de gasolina (gal)	4.5	a
Precio ($)	13.5	27



¿El número de galones de gasolina y el precio son cantidades directamente proporcionales?

2. Al pesar 36 chibolas iguales en una báscula se obtienen 324 g. En la misma báscula se pesa otro grupo de chibolas y pesan 81 g. ¿Cuántas chibolas se pesaron la segunda vez?



n.° de chibolas	a	36
Peso (g)	81	324

Unidad 5

Indicador de logro:

2.7 Resuelve situaciones – problema sobre cantidades directamente proporcionales.

Propósito: Utilizar la definición de proporcionalidad directa o la constante de proporcionalidad para resolver situaciones – problema.

Puntos importantes: A diferencia de la clase anterior, las cantidades desconocidas se encuentran en la primera fila de la tabla, por lo tanto, debe tenerse clara la relación entre las operaciones de multiplicación y división; por ejemplo, si $2 \times a = 20$ entonces $a = 20 \div 2$. Los problemas presentados pueden ser resueltos usando la definición de proporcionalidad directa o la constante de proporcionalidad. Los estudiantes que resuelvan el problema en 1 usando la constante tendrán soluciones similares a Carmen (ver 2): calcular el cociente del peso entre el número de clavos (que es la constante de proporcionalidad), deducir que ese resultado multiplicado por a da como resultado 20 y concluir que $a = 20 \div 2 = 10$ clavos. Por otro lado, los estudiantes que resuelvan el problema utilizando la definición de proporcionalidad realizarán un razonamiento similar al de Antonio: identificar que en la segunda fila se multiplica el primer dato (20 g) por 9 para obtener el segundo (180 g), deducir que $a \times 9 = 90$ y concluir que $a = 90 \div 9 = 10$ clavos.

Materiales: Carteles con las tablas del Analiza y del problema 1. del Resuelve.

Solución de problemas:

1. **Forma 1**, usando la definición.
   Cambio en el precio ⟶ $27 \div 13.5 = 2$

Cantidad de gasolina (gal)	4.5	a
Precio ($)	13.5	27

× 2

Entonces, $a = 4.5 \times 2 = 9$.

R: 9 gal de gasolina.

2. **Forma 1**, usando la definición.
   Cambio en el peso ⟶ $324 \div 81 = 4$

n.° de chibolas	a	36
Peso (g)	81	324

× 4

Entonces, $a \times 4 = 36$, es decir, $a = 36 \div 4 = 9$.

R: 9 chibolas.

Fecha: **Clase:** 2.7

Ⓐ Al pesar 90 clavos del mismo tipo en una báscula pesan 180 g; se coloca un puñado de estos clavos y pesan 20 g. ¿Cuántos clavos hay sobre la báscula?

Ⓢ

① $180 \div 90 = 2$, es decir, $2 \times 90 = 180$

n.° de clavos	$2 \times a$	2×90
Peso (g)	20	180

$2 \times a = 20$, es decir, $a = 20 \div 2 = 10$

R: 10 clavos.

② $180 \div 20 = 9$, es decir, $20 \times 9 = 180$

n.° de clavos	a	90
Peso (g)	20	180

× 9

$a \times 9 = 90$, es decir, $a = 90 \div 9 = 10$

R: 10 clavos.

Ⓡ 1. Cambio en el precio ⟶ $27 \div 13.5 = 2$

Cantidad de gasolina (gal)	4.5	a
Precio ($)	13.5	27

× 2

Entonces, $a = 4.5 \times 2 = 9$

R: 9 gal de gasolina.

2. **R:** 9 chibolas.

Tarea: página 110

2.8 Practica lo aprendido

1. La siguiente tabla muestra la relación entre el número de pasajeros de un autobús y el costo del pasaje, estas cantidades son directamente proporcionales. ¿Qué números corresponden a a, b y c?

× 5
× 3 × 2

Número de pasajeros	1	2	3	4	5	...
Costo (centavos)	20	40	60	80	100	...

$\times a$ $\times b$
$\times c$

2. Identifica si las siguientes cantidades son directamente proporcionales o no. Justifica tu respuesta.
   a. El número de cajas de lapiceros y la cantidad de lapiceros.

n.° de cajas	1	2	3	4	5	...
n.° de lapiceros	12	24	36	48	60	...

   b. Las edades de María y Juan al pasar los años.

Edad de María	15	16	17	18	19	...
Edad de Juan	12	13	14	15	16	...

3. a. Completa para la siguiente tabla con los datos del área de un rectángulo de base 4 cm, cuando su altura es 1 cm, 2 cm, 3 cm, etc.

Altura x (cm)	1	2	3	4	5	...
Área y (cm²)						...

   b. Utilizando la fórmula del área de un rectángulo, representa la relación entre la altura x y el área y.

4. a. Completa para la siguiente tabla con los datos del área de un triángulo de base 6 cm, cuando su altura es 1 cm, 2 cm, 3 cm, etc.

Altura x (cm)	1	2	3	4	5	...
Área y (cm²)	3					...
Cociente $y \div x$						...

   b. Utilizando la fórmula del área de un triángulo, representa la relación entre la altura x y el área y.

5. En una fábrica de dulces se preparan minibolsas con 32 dulces, y se sabe que 8 dulces pesan 72 g. ¿Cómo se puede preparar una minibolsa sin contar los dulces uno a uno?

n.° de dulces	8	32
Peso (g)	72	a

6. Ana compró 36 platos por $108; su amiga compró otra cantidad de estos mismos platos y pagó $27. ¿Cuántos platos compró la amiga de Ana?

n.° de platos	a	36
Costo ($)	27	108

Indicador de logro:

2.8 Resuelve problemas sobre proporcionalidad directa.

Solución de problemas:

1. $a = 3$, $b = 2$ y $c = 5$

2. a. Usando la propiedad de la proporcionalidad directa, se calcula en cada caso el cociente entre el número de lapiceros y el número de cajas:

$12 \div 1 = 12$ $\quad 24 \div 2 = 12$ $\quad 36 \div 3 = 12$

$48 \div 4 = 12$ $\quad 60 \div 5 = 12$

n.° de cajas	1	2	3	4	5	...
n.° de lapiceros	12	24	36	48	60	...
Cociente	12	12	12	12	12	

R: Sí son directamente proporcionales, porque el cociente siempre es igual a 12.

b. Usando la propiedad de la proporcionalidad directa, se calcula en cada caso el cociente entre la edad de Juan y la de María:

$12 \div 15 = \frac{\cancel{12}^{\,4}}{\cancel{15}_{\,5}} = \frac{4}{5}$ $\qquad 13 \div 16 = \frac{13}{16}$

$14 \div 17 = \frac{14}{17}$ $\qquad 15 \div 18 = \frac{\cancel{15}^{\,5}}{\cancel{18}_{\,6}} = \frac{5}{6}$

Edad de María	15	16	17	18	19	...
Edad de Juan	12	13	14	15	16	...
Cociente	$\frac{4}{5}$	$\frac{13}{16}$	$\frac{14}{17}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{16}{19}$	

R: No son directamente proporcionales, porque el cociente es diferente en cada caso.

3. a. Para el rectángulo, área = base × altura:

Altura x (cm)	4 × 1	4 × 2	4 × 3	4 × 4	4 × 5
Área y (cm²)	4	8	12	16	20

b. Área (y) = base (4) × altura (x)

R: $y = 4 \times x$

4. a. Son cantidades directamente proporcionales. Al realizar el primer cociente ($3 \div 1$) el resultado es 3; por tanto, la constante de proporcionalidad es igual a 3:

Altura x (cm)	1	3 × 2	3 × 3	3 × 4	3 × 5	...
Área y (cm²)	3	6	9	12	15	...
Cociente $y \div x$	3	3	3	3	3	...

b. **R:** $y = 3 \times x$

5. **Forma 1**, usando la definición:

n.° de dulces	8	32
Peso (g)	72	a

× 4

Entonces, $a = 72 \times 4 = 288$

R: Se prepara un conjunto de dulces que pese 288 g.

Forma 2, usando la propiedad de la proporcionalidad: $72 \div 8 = 9$

n.° de dulces	9 × 8	9 × 32
Peso (g)	72	a

Entonces, $a = 9 \times 32 = 288$

R: Se prepara un conjunto de dulces que pese 288 g.

6. **Forma 1**, usando la definición:

n.° de platos	a	36
Costo ($)	27	108

× 4

Entonces, $a \times 4 = 36$, es decir, $a = 36 \div 4 = 9$

R: 9 platos.

Forma 2, usando la propiedad de la proporcionalidad: $108 \div 36 = 3$

n.° de platos	3 × a	3 × 36
Costo ($)	27	108

Entonces, $3 \times a = 27$, es decir, $a = 27 \div 3 = 9$

R: 9 platos.

Lección 3 Proporcionalidad inversa

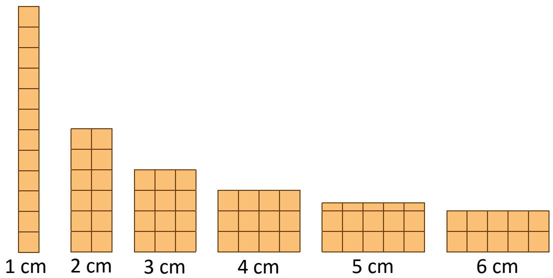
3.1 Relación de proporcionalidad inversa

Analiza

Carlos y Ana están dibujando rectángulos de área 12 cm². Realiza lo siguiente:

1 a. Completa la tabla, ¿cómo cambia la longitud de la altura a medida que la longitud de la base, aumenta?

Base (cm)	1	2	3	4	5	6	...
Altura (cm)							...



b. Si la longitud de la base se multiplica por 2 o por 3, ¿cómo cambia la longitud de la altura?

Soluciona

2 a. Observo que al aumentar la longitud de la base, la longitud de la altura disminuye para mantener el área igual a 12 cm². Entonces:

Base (cm)	1	2	3	4	5	6	...
Altura (cm)	12	6	4	3	2.4	2	...

b. Analizo la relación de la altura cuando la longitud de la base aumenta cierta cantidad de veces:

Cuando la longitud de la base se multiplica por 2, por 3, etc., la longitud de la altura se multiplica por $\frac{1}{2}$, por $\frac{1}{3}$, etc., respectivamente.

Base (cm)	1	2	3	4	5	6	...
Altura (cm)	12	6	4	3	2.4	2	...

Comprende

3 Cuando dos cantidades x y y cumplen que al multiplicarse una por 2, por 3, por 4, etc., la otra cantidad se multiplica por $\frac{1}{2}$, por $\frac{1}{3}$, por $\frac{1}{4}$, etc., respectivamente, se dice que las cantidades son **inversamente proporcionales** y a esta relación se le llama **proporcionalidad inversa**.

Resuelve

4 1. La tabla contiene la relación entre las longitudes de la base y la altura de un rectángulo de área 18 cm². Estas cantidades son inversamente proporcionales. Completa las longitudes que hacen falta.

Base (cm)	1	2	3	4	5	6	...
Altura (cm)							...

2. La siguiente tabla muestra la relación entre la cantidad de personas en un salón de 36 m² de área y el área que corresponde por persona. Estas cantidades son inversamente proporcionales. Completa los espacios que hacen falta.

Número de personas	1	2	3	4	...
Área por persona (m²)	36	18			...

Indicador de logro:

3.1 Encuentra datos faltantes en cantidades que son inversamente proporcionales.

Propósito: Definir la proporcionalidad inversa y utilizarla para calcular los datos faltantes en situaciones con cantidades inversamente proporcionales.

Puntos importantes: A diferencia de las clases anteriores donde se abordaron situaciones – problema sobre áreas de rectángulos, en el problema de 1 lo que se mantiene fijo es el área del rectángulo (12 cm^2), y se desea encontrar la altura en función de la base; el dibujo muestra cómo diferentes rectángulos pueden tener la misma área pero diferentes dimensiones. En a. de 2, para calcular los valores correspondientes a la segunda fila los estudiantes pueden realizar la división del área total (12 cm^2) entre cada una de las longitudes para la base; por ejemplo, si la base mide 3 cm entonces la altura debe medir 12 ÷ 3 = 4 cm. Esto también puede encontrarse de forma más inmediata al identificar qué número debe multiplicarse por la base para obtener como resultado 12. En 3, debe hacerse énfasis en la diferencia con respecto a la proporcionalidad directa y relacionarlo con la solución de b. en 2, es decir, enfatizar que la altura se multiplica por el recíproco y no por el mismo número. Este hecho se utilizará para la solución de los problemas en 4.

Sugerencia metodológica: Para definir la proporcionalidad inversa, evitar utilizar expresiones del tipo "si al aumentar una la otra disminuye" ya que no se indica que la segunda cantidad varía de acuerdo al recíproco del factor que afecta la primera cantidad.

Materiales: Carteles con las tablas del Analiza y del problema 1. del Resuelve.

Solución de problemas:

1. (× 2, × 3, × 4, × 5 / × $\frac{1}{2}$, × $\frac{1}{3}$, × $\frac{1}{4}$, × $\frac{1}{5}$)

Base (cm)	1	2	3	4	5	6	...
Altura (cm)	18	9	6	4.5	3.6	3	...

2. (× 3, × 2 / × $\frac{1}{3}$, × $\frac{1}{2}$)

Número de personas	1	2	3	4	...
Área por persona (m^2)	36	18	12	9	...

Fecha: **Clase:** 3.1

Ⓐ Carlos y Ana están dibujando rectángulos de 12 cm^2 área.

a. ¿Cómo cambia la longitud de la altura a medida que la longitud de la base, aumenta?

b. Si la longitud de la base se multiplica por 2 o por 3, ¿cómo cambia la longitud de la altura?

Ⓢ a. No aumenta.

(× 6, × 3, × 3, × 2 / × $\frac{1}{3}$, × $\frac{1}{2}$, × $\frac{1}{3}$, × $\frac{1}{6}$)

Base (cm)	1	2	3	4	5	6	...
Altura (cm)	12	6	4	3	2.4	2	...

b. Cuando la base se multiplica por 2, 3, etc., la altura se multiplica por $\frac{1}{2}$, por $\frac{1}{3}$, etc., respectivamente.

Ⓡ 1.

(× 2, × 3, × 4, × 5 / × $\frac{1}{2}$, × $\frac{1}{3}$, × $\frac{1}{4}$, × $\frac{1}{5}$)

Base (cm)	1	2	3	4	5	6	...
Altura (cm)	18	9	6	4.5	3.6	3	...

2.

(× 3, × 2 / × $\frac{1}{3}$, × $\frac{1}{2}$)

Número de personas	1	2	3	4	...
Área por persona (m^2)	36	18	12	9	...

Tarea: página 112

3.2 Propiedad de la proporcionalidad inversa

Analiza

1 La siguiente tabla contiene los datos obtenidos en la clase anterior sobre la base y la altura de un rectángulo de área 12 cm^2. Calcula el producto de la base por la altura, ¿cuánto resulta?

Base x (cm)	1	2	3	4	5	6	...
Altura y (cm)	12	6	4	3	2.4	2	...
Producto $x \times y$							

Soluciona

Calculo el producto en cada caso. Por ejemplo, para 1 cm de base y 12 cm de altura, el producto es 1 × 12 = 12:


Mario

Base x (cm)	1	2	3	4	5	6	...
Altura y (cm)	12	6	4	3	2.4	2	...
Producto $x \times y$	12	12	12	12	12	12	

El producto de la base por la altura es igual al área, ¡siempre es igual a 12!

R: 12

Comprende

2 **Propiedad de la proporcionalidad inversa**

Cuando dos cantidades son inversamente proporcionales, el producto de estas cantidades siempre resulta el mismo número.

Resuelve

3

1. Una botella con jugo se reparte en vasos. La tabla contiene la cantidad de líquido en cada vaso, dependiendo del número de vasos. Estas cantidades son inversamente proporcionales.

n.° de vasos x	2	4	8	10	...
Cantidad de líquido y (ml)	500	250			...
Producto $x \times y$					

   a. Completa la tabla.
   b. ¿Cuál es la capacidad de la botella?

2. La siguiente tabla muestra la relación entre los datos de la rapidez y el tiempo que tarda un automóvil para ir de la ciudad A a la ciudad B.

Rapidez x (km/h)	5	10	20	30	60	...
Tiempo y (horas)	12	6	3	2	1	...
Producto $x \times y$						

   a. Completa la tabla.
   b. ¿Cuál es la distancia que separa las ciudades A y B?

Indicador de logro:

3.2 Calcula el producto de cantidades que son inversamente proporcionales.

Propósito: Comprobar la propiedad de la proporcionalidad inversa sobre el producto constante entre cantidades que son inversamente proporcionales.

Puntos importantes: Para la proporcionalidad inversa, no es el cociente el que es constante sino el producto de las cantidades; en 1 debe hacerse énfasis en la indicación y en la última fila de la tabla sobre este hecho. También relacionar el producto con el hecho de que el área del rectángulo es 12 cm^2. En 2, resaltar la diferencia entre la propiedad de la proporcionalidad inversa con respecto a la directa, recordando que en la primera se calcula el producto y en la segunda el cociente entre las cantidades. En los problemas de 3, analizar el sentido del producto constante con respecto a la respuesta para el literal b. de ambas situaciones. Por ejemplo, en 1. solo hay 1 botella que se reparte en diferentes cantidades de vasos, si hay 2 vasos entonces la cantidad de líquido en cada uno son 500 ml; lo anterior indica que la capacidad de la botella es 500 × 2 = 1,000 ml (o 1 litro).

Materiales: Carteles con las tablas del Analiza y del problema 1. del Resuelve.

Solución de problemas:

1. a. Si el número de vasos es 2, la cantidad de líquido en cada uno es 500 y 2 × 500 = 1,000. Como son cantidades inversamente proporcionales, el producto debe ser igual a 1,000 en todos los casos:

n.° de vasos x	2	4	8	10
Cantidad de líquido y (ml)	500	250	125	100
Producto $x \times y$	1,000	1,000	1,000	1,000

b. **R:** 1,000 ml (o 1 litro).

2. a.

Rapidez x (km/h)	5	10	20	30	60	...
Tiempo y (horas)	12	6	3	2	1	...
Producto $x \times y$	60	60	60	60	60	

b. De la tabla se observa que si la rapidez es 60 km/h entonces el automóvil tardará solo 1 h en ir de la ciudad A a la ciudad B.

R: 60 km

Fecha: **Clase:** 3.2

(A) Calcula el producto de la base por la altura, ¿cuánto resulta?

(S) Se calcula el producto en cada caso:

1 × 12 = 12　2 × 6 = 12　3 × 4 = 12
4 × 3 = 12　5 × 2.4 = 12　6 × 2 = 12

Base x (cm)	1	2	3	4	5	6	...
Altura y (cm)	12	6	4	3	2.4	2	...
Producto $x \times y$	12	12	12	12	12	12	

¡Siempre es igual a 12!

R: 12

(R) 1. a.

n.° de vasos x	2	4	8	10
Líquido y (ml)	500	250	125	100
Producto $x \times y$	1,000	1,000	1,000	1,000

b. **R:** 1,000 ml (o 1 litro).

2. a.

Rapidez x (km/h)	5	10	20	30	60
Tiempo y (horas)	12	6	3	2	1
Producto $x \times y$	60	60	60	60	60

b. **R:** 60 km

Tarea: página 113

3.3 Identificación de cantidades inversamente proporcionales

Analiza

¿Cuáles de las siguientes cantidades son inversamente proporcionales?

a. La rapidez y el tiempo que tarda un auto al recorrer cierta distancia.

Rapidez x (km/h)	5	10	20	40	80	...
Tiempo y (horas)	16	8	4	2	1	...

b. Las longitudes de la base y la altura de un rectángulo de perímetro 18 cm.

Base x (cm)	1	2	3	4	5	6	...
Altura y (cm)	8	7	6	5	4	3	...

Soluciona


Ana

1

a. Verifico si cumple las propiedades de la proporcionalidad inversa, realizando los productos de la rapidez por el tiempo. Por ejemplo, para la rapidez 5 km/h y el tiempo 16 h, el producto es 5 × 16 = 80:

Rapidez x (km/h)	5	10	20	40	80	...
Tiempo y (horas)	16	8	4	2	1	...
Producto $x \times y$	80	80	80	80	80	

Como el producto de la rapidez por el tiempo siempre resulta en 80, las cantidades son inversamente proporcionales.

R: La rapidez y el tiempo que tarda un auto en recorrer cierta distancia son inversamente proporcionales.

b. Verifico si cumple la condición de la proporcionalidad inversa, es decir, si al multiplicar por 2 o 3 la base, la altura se multiplica por $\frac{1}{2}$ o $\frac{1}{3}$ respectivamente:

Base x (cm)	1	2	3	4	5	6	...
Altura y (cm)	8	7	6	5	4	3	...

Al multiplicar por 2 o 3 la base, la altura no se multiplica por $\frac{1}{2}$ o $\frac{1}{3}$, por tanto las cantidades no son inversamente proporcionales.

R: La base y la altura de un rectángulo de perímetro 18 cm no son inversamente proporcionales.

Comprende

2

Para identificar si dos magnitudes son inversamente proporcionales se puede verificar una de las siguientes condiciones:

- Cuando una de ellas se multiplica por 2, por 3, por 4, ..., la otra se multiplica por $\frac{1}{2}$, por $\frac{1}{3}$, por $\frac{1}{4}$, ..., respectivamente.
- El producto de las dos cantidades siempre resulta un mismo número (propiedad de la proporcionalidad inversa).

Resuelve

3

Identifica si las cantidades son inversamente proporcionales, coloca ✓ si las cantidades son inversamente proporcionales o coloca ✗ si no lo son y justifica tu respuesta.

a. El número de estudiantes para una excursión y el costo del pasaje por estudiante.

n.° de estudiantes	5	10	15	20	25	...
Pasaje ($)	30	15	10	7.5	6	...

b. El número de chocolates de Julia y Mario al repartirse 8 chocolates.

Chocolates de Julia	1	2	3	4	5	...
Chocolates de Mario	7	6	5	4	3	...

c. El número de gallinas y la cantidad de días que dura el alimento en una granja.

n.° de gallinas	200	400	600	800	...
n.° de días	30	15	10	7.5	...

Unidad 5

Indicador de logro:

3.3 Identifica cantidades inversamente proporcionales.

Propósito: Utiliza la definición o la propiedad de la proporcionalidad inversa para determinar si dos cantidades son inversamente proporcionales.

Puntos importantes: En esta clase se pretende identificar si las cantidades dadas son inversamente proporcionales o no, con un procedimiento similar al realizado en la clase 2.3, es decir, tal como lo hace Ana en 1; no es necesario que los estudiantes resuelvan usando la propiedad para un literal y la definición para el otro, pueden usar la misma estrategia para ambos llegando a la conclusión que en a. las cantidades son inversamente proporcionales y en b. no. Esto aplica también para los problemas de 3, donde se utiliza solo una de las dos condiciones descritas en 2 para verificar la proporcionalidad inversa.

Sugerencia metodológica: Es posible que la propiedad de la proporcionalidad inversa resulte ser la estrategia más sencilla de usar respecto a los cálculos y evitar trabajar con fracciones.

Materiales: Carteles con las tablas del Analiza y del problema 1. del Resuelve.

Solución de problemas:

a. El número de estudiantes y el costo del pasaje por estudiante.

n.° de estudiantes	5	10	15	20	25	...
Pasaje ($)	30	15	10	7.5	6	...
Producto	150	150	150	150	150	✓

b. El número de chocolates de Julia y Mario al repartirse 8 chocolates.

Chocolates de Julia	1	2	3	4	5	...
Chocolates de Mario	7	6	5	4	3	...
Producto	7	12	15	16	15	✗

c. El número de gallinas y la cantidad de días que dura el alimento en una granja.

n.° de gallinas	200	400	600	800	...
n.° de días	30	15	10	7.5	...
Producto	6,000	6,000	6,000	6,000	✓

Fecha: **Clase:** 3.3

Ⓐ ¿Cuáles de las siguientes cantidades son inversamente proporcionales?

Ⓢ a. La rapidez y el tiempo que tarda un auto al recorrer cierta distancia.

Rapidez x (km/h)	5	10	20	40	80	...
Tiempo y (horas)	16	8	4	2	1	...
Producto $x \times y$	80	80	80	80	80	

El producto de la rapidez por el tiempo siempre resulta en 80.

R: Sí son inversamente proporcionales.

b. Las longitudes de la base y la altura de un rectángulo de 18 cm de perímetro.

$\times 2$ $\times 3$

Base x (cm)	1	2	3	4	5	6	...
Altura y (cm)	8	7	6	5	4	3	...

$\times \cancel{\frac{1}{2}}$ $\times \cancel{\frac{1}{3}}$

R: No son inversamente proporcionales.

Ⓡ a.

n.° de estudiantes	5	10	15	20	25	...
Pasaje ($)	30	15	10	7.5	6	...
Producto	150	150	150	150	150	✓

Tarea: página 114

3.4 Expresión $x \times y$ = constante

Analiza

1 La siguiente tabla contiene los datos de la rapidez y el tiempo que tarda un auto al recorrer cierta distancia.

Rapidez x (km/h)	80	40	20	10	5	...
Tiempo y (h)	1	2	4	8	16	...
Producto $x \times y$						

a. Completa la última fila de la tabla con el producto de la rapidez por el tiempo.
b. Utilizando la relación de **distancia** = **rapidez** × **tiempo**, representa la relación entre la rapidez x y el tiempo y.

Soluciona

a. Calculo el producto en cada caso:

Rapidez x (km/h)	80	40	20	10	5	...
Tiempo y (h)	1	2	4	8	16	...
Producto $x \times y$	80	80	80	80	80	

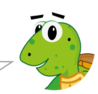
2 ¡Siempre resulta en 80!

b. Como x representa la rapidez, y el tiempo y el producto siempre es igual a 80 (significa que la distancia que recorre el auto es 80 km), entonces:

distancia = **rapidez** × **tiempo**
$80 = x \times y$

R: $80 = x \times y$ o $x \times y = 80$

La representación entre la rapidez y el tiempo también se puede escribir como $y = 80 \div x$.



Comprende

3 Cuando x y y son cantidades inversamente proporcionales, el producto $x \times y$ es constante (siempre es el mismo valor). La relación entre x y y se puede representar como:

$\boldsymbol{x \times y}$ **= constante** o $\boldsymbol{y}$ **= constante** $\boldsymbol{\div x}$

Se dice que y **es inversamente proporcional** a x.

Resuelve

4 1. La siguiente tabla contiene los datos de la base y la altura de un rectángulo de 18 cm² de área:

a. Completa la tabla.
b. Utilizando la fórmula del área del rectángulo, representa la relación entre la base x y la altura y (escríbelo de dos formas distintas).

Base x (cm)	1	2	3	6	9	...
Altura y (cm)	18					...
Producto $x \times y$						

2. Un grupo de alumnos para una excursión contratan un autobús a precio fijo. Observa los datos de la tabla que contienen las posibilidades del número de estudiantes y el costo que correspondería por estudiante.

Número de estudiantes x	24	18	12	8	6	...
Precio por estudiante y (\$)	6	8	12	18	24	...
Producto $x \times y$						

a. Completa la última fila de la tabla y responde, ¿cuál es el precio del autobús por hacer el viaje?
b. Representa la relación entre el número de estudiantes y el precio por estudiante.

Indicador de logro:

3.4 Escribe la relación de proporcionalidad inversa $x \times y$ = constante encontrando la constante de proporcionalidad inversa.

Propósito: Obtener la constante de proporcionalidad inversa de dos cantidades x y y a través del cálculo del producto $x \times y$, para escribir la relación de proporcionalidad inversa.

Puntos importantes: En b. de 1 se facilita la fórmula que relaciona la distancia con la rapidez y el tiempo; a diferencia de las clases de la lección 2 donde se trabajaron también situaciones de este tipo, la distancia es la que permanece constante, y varían la rapidez y el tiempo. Por lo tanto, al sustituir con los números y variables correspondientes, los estudiantes deben obtener o bien $80 = x \times y$, o $x \times y = 80$ (ver b. en 2). En 3 debe hacerse énfasis en las dos formas válidas para escribir la relación de proporcionalidad inversa, cualquiera de ellas puede ser utilizada para los problemas en 4.

Materiales: Carteles con las tablas del Analiza y del problema 1. del Resuelve.

Solución de problemas:

1. a. El producto de las cantidades es 18. Como son inversamente proporcionales, debe ser así para todos los casos (de esa forma pueden completarse los espacios de la segunda fila):

Base x (cm)	1	2	3	6	9	...
Altura y (cm)	18	9	6	3	2	...
Producto $x \times y$	18	18	18	18	18	

b. $x \times y = 18$ o $y = 18 \div x$

2. a. Como los valores de la segunda fila ya están dados, solo se calcula el producto en cada caso:

Número de estudiantes x	24	18	12	8	6	...
Precio por estudiante y ($)	6	8	12	18	24	...
Producto $x \times y$	144	144	144	144	144	

b. $x \times y = 144$ o $y = 144 \div x$

Fecha: **Clase:** 3.4

A a. Completa la última fila de la tabla.
b. Representa la relación entre la rapidez x y el tiempo y.

S a.

Rapidez x (km/h)	80	40	20	10	5	...
Tiempo y (h)	1	2	4	8	16	...
Producto $x \times y$	80	80	80	80	80	

El producto siempre resulta en 80.

b. x representa la rapidez, y el tiempo y la distancia es 80:

distancia = rapidez × tiempo

$80 = x \times y$

R: $80 = x \times y$ o $x \times y = 80$

R 1. a. El producto de las cantidades es 18. Como son inversamente proporcionales, debe ser así para todos los casos:

Base x (cm)	1	2	3	6	9	...
Altura y (cm)	18	9	6	3	2	...
Producto $x \times y$	18	18	18	18	18	

b. $x \times y = 18$ o $y = 18 \div x$

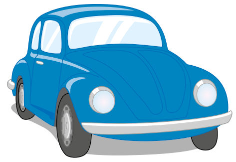
Tarea: página 115

3.5 Proporcionalidad inversa con un dato desconocido

Analiza

1 Un automóvil que circula a 60 km/h invierte 2 horas en cubrir la distancia que separa dos ciudades. Si vuelve a realizar el viaje a una rapidez de 20 km/h, ¿cuánto tiempo tardará?

Rapidez (km/h)	60	20
Tiempo (h)	2	a



Soluciona


Carmen

2 Como la rapidez y el tiempo son cantidades inversamente proporcionales, el producto siempre es constante:

Rapidez (km/h)	60	20
Tiempo (h)	1	a
Producto	120	120

Entonces, $20 \times a = 120$, es decir:

$$a = 120 \div 20 = 6$$

R: Tardará 6 horas.


Antonio

Encuentro el cambio en la rapidez, observando que: $60 \times \frac{1}{3} = 20$, la rapidez se multiplica por $\frac{1}{3}$; entonces el tiempo se multiplica por 3:

$\times \frac{1}{3}$

Rapidez (km/h)	60	20
Tiempo (h)	2	a

$\times 3$

$$a = 2 \times 3 = 6$$

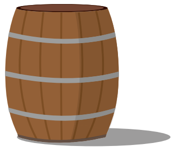
R: Tardará 6 horas.

Comprende

Se puede encontrar un valor desconocido en situaciones sobre proporcionalidad inversa, utilizando la definición o la propiedad de proporcionalidad inversa.

Resuelve

3
1. Hay 8 barriles llenos de vino, con 200 litros cada uno. Se quiere envasar la misma cantidad de vino en 32 barriles iguales llenándolos completamente. ¿Cuál debe ser la capacidad de estos barriles?



Número de barriles	8	32
Capacidad (litros)	200	a
Producto		

¿Son la capacidad y el número de barriles cantidades inversamente proporcionales?

2. Se llena un depósito en 6 horas, utilizando 4 grifos que vierten la misma cantidad de agua de forma constante. Si se usan 8 grifos con este mismo flujo de agua, ¿cuánto tiempo tardará en llenar el depósito?

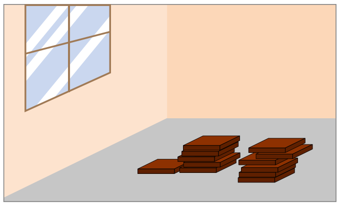
Número de grifos	4	8
Tiempo (horas)	6	a
Producto		

¿Son el número de grifos y el tiempo, cantidades inversamente proporcionales?

★ Desafíate

Para enladrillar un piso se necesitan 40 ladrillos de 30 cm^2. ¿Cuántos ladrillos de 20 cm^2 se necesitarán para enladrillar la misma superficie?

Número de ladrillos	40	a
Área de cada ladrillo (cm^2)	30	20



Unidad 5

Indicador de logro:

3.5 Resuelve situaciones – problema sobre cantidades inversamente proporcionales.

Propósito: Utilizar la propiedad o la definición de proporcionalidad inversa para encontrar el dato desconocido en una situación de proporcionalidad inversa.

Puntos importantes: En 1 debe enfatizarse que, aunque las situaciones que involucran distancia, rapidez y tiempo fueron trabajadas también en la lección 2, para los problemas de esta quien se mantiene constante es la distancia, la cual resulta de multiplicar la rapidez por el tiempo; por tanto, las cantidades son inversamente proporcionales. En 2, los estudiantes pueden resolver ya sea aplicando la propiedad de la proporcionalidad inversa (como la solución de Carmen) o usando la definición (como Antonio); en el segundo caso debe tenerse cuidado con que si la rapidez se multiplica por cierto número, el tiempo lo hará con el recíproco. En 3 puede utilizarse cualquiera de las dos estrategias para resolver los problemas; en algunas ocasiones resulta más práctico usar la propiedad de la proporcionalidad inversa.

Materiales: Carteles con las tablas del Analiza y del problema 1. del Resuelve.

Solución de problemas:

1. **Forma 1**, usando la propiedad:

Número de barriles	8	32
Capacidad (litros)	200	a
Producto	1, 600	1, 600

Como el producto es constante, $32 \times a = 1,600$

$a = 1,600 \div 32 = 50$

R: 50 litros.

Forma 2, usando la definición:

Número de barriles	8	32
Capacidad (litros)	200	a

$8 \xrightarrow{\times 4} 32$, $200 \xrightarrow{\times \frac{1}{4}} a$

Entonces, $a = \overset{50}{\cancel{200}} \times \frac{1}{\underset{1}{\cancel{4}}} = 50 \times 1 = 50$

R: 50 litros.

2. **R:** 3 horas.

Desafíate

R: 60 ladrillos.

Fecha: **Clase:** 3.5

(A) Un automóvil que circula a 60 km/h invierte 2 horas en cubrir cierta distancia. Si vuelve a realizar el viaje a una rapidez de 20 km/h, ¿cuánto tiempo tardará?

(S)

① El producto siempre es constante:

Rapidez (km/h)	60	20
Tiempo (h)	2	a
Producto	120	120

Entonces $20 \times a = 120$:

$a = 120 \div 20 = 6$

R: Tardará 6 horas.

②

Rapidez (km/h)	60	20
Tiempo (h)	2	a

$60 \xrightarrow{\times \frac{1}{3}} 20$, $2 \xrightarrow{\times 3} a$

Entonces,

$a = 2 \times 3 = 6$

R: Tardará 6 horas.

(R) 1. Usando la propiedad:

Número de barriles	8	32
Capacidad (litros)	200	a
Producto	1, 600	1, 600

Como el producto es constante,

$32 \times a = 1,600$

$a = 1,600 \div 32 = 50$

R: 50 litros.

2. **R:** 3 horas.

Tarea: página 116

3.6 Practica lo aprendido

1. La siguiente tabla muestra la relación entre la cantidad de gallinas en una granja y el tiempo que tardan en comer cierta cantidad de alimento.
   a. ¿Qué números se deben escribir en lugar de a, b, c y d?

$\times 5$ $\times 3$ $\times 4$ $\times 2$

n.° de gallinas	50	100	150	200	250	300	...
Tiempo (días)	48	24	16	12	9.6	8	...

$\times a$ $\times c$ $\times b$ $\times d$

   b. ¿Son el número de gallinas y el tiempo que tardan en comer el alimento, cantidades inversamente proporcionales? Justifica tu respuesta.

2. Identifica cuáles de las siguientes cantidades son inversamente proporcionales y explica tu respuesta:
   a. El número de estudiantes y la cantidad de cinta que les corresponde si se reparten 30 metros de cinta:

n.° de estudiantes	1	2	3	4	5	...
Cinta (m)	30	15	10	7.5	6	...

   b. El número de paletas que les corresponden a Carlos y María, si se reparten 9 paletas:

Paletas de Carlos	1	2	3	4	5	...
Paletas de María	8	7	6	5	4	...

3. a. Completa la tabla con los posibles valores que puede tomar la base y la altura de un paralelogramo de área 120 cm^2.

Base x (cm)	1	2	3	4	5	...
Altura y (cm)	120					...

   b. Utilizando la fórmula del área de un paralelogramo **área** = **base** × **altura**, representa la relación entre la base x y la altura y.

4. Si 6 trabajadores siembran una parcela con maíz en 4 días, ¿cuánto tardarían en sembrar la misma parcela 12 trabajadores trabajando al mismo ritmo?

n.° de trabajadores	6	12
Tiempo (días)	4	a

Indicador de logro:

3.6 Resuelve problemas sobre la proporcionalidad inversa.

Solución de problemas:

1. a. $a = \frac{1}{4}$, $b = \frac{1}{5}$, $c = \frac{1}{2}$ y $d = \frac{1}{3}$

b. **R:** Sí, ya que si la primera cantidad se multiplica por 2, 3, 4, etc., la segunda se multiplica por $\frac{1}{2}$, por $\frac{1}{3}$, por $\frac{1}{4}$, etc., respectivamente.

2. a. Se utiliza la propiedad de la proporcionalidad inversa, verificando si el producto del número de estudiantes y la cinta es constante en todos los casos:

n.° de estudiantes	1	2	3	4	5	...
Cinta (m)	30	15	10	7.5	6	...
Producto	30	30	30	30	30	

R: Sí son inversamente proporcionales, ya que el producto es constante (siempre es igual a 30).

b. Se utiliza la propiedad de la proporcionalidad inversa, verificando el producto de la cantidad de paletas de Carlos y la de María:

Paletas de Carlos	1	2	3	4	5	...
Paletas de María	8	7	6	5	4	...
Producto	8	14	18	20	20	

R: No son inversamente proporcionales, pues el producto no es constante (es diferente en cada caso).

3. a. En cada caso, la cantidad que corresponde a la altura debe ser tal que al multiplicarla por la base el resultado sea 120, ya que el área es un número fijo:

Base x (cm)	1	2	3	4	5	...
Altura y (cm)	120	60	40	30	24	...

b. La base está representada con x, la altura con y y el área es 120 cm^2; entonces:

$$x \times y = 120$$

R: $x \times y = 120$ o $y = 120 \div x$

4. **Forma 1**, usando la propiedad de la proporcionalidad inversa:

n.° de trabajadores	6	12
Tiempo (días)	4	a
Producto	24	24

Como el producto es constante, $12 \times a = 24$

$$a = 24 \div 12 = 2$$

R: 2 días.

Forma 2, usando la definición de proporcionalidad inversa:

$\times 2$

n.° de trabajadores	6	12
Tiempo (días)	4	a

$\times \frac{1}{2}$

Entonces, $a = \cancel{4}^{2} \times \frac{1}{\cancel{2}_{1}} = 2$

R: 2 días.

Lección 3

3.7 Proporcionalidad directa e inversa

Analiza

1 Identifica si las cantidades x y y son directamente proporcionales, inversamente proporcionales o ninguna de las dos. En caso de ser directa o inversamente proporcionales, representa la relación entre x y y:

a. La rapidez de un auto y el tiempo que tarda en recorrer 120 km de distancia.

Rapidez x (km/h)	20	40	60	80	...
Tiempo y (horas)	6	3	2	1.5	...

b. La longitud de un alambre y su peso.

Longitud x (m)	2	4	6	8	...
Peso y (g)	18	36	54	72	...

c. La base y la altura de un rectángulo de perímetro 16 cm.

Base x (cm)	1	2	3	4	5	...
Altura y (cm)	7	6	5	4	3	...

Soluciona


Julia

Encuentro la relación entre x y y analizando, si el cociente o el producto es constante:

a. Al calcular el producto de la rapidez por el tiempo, el resultado siempre es 120. Las cantidades son inversamente proporcionales y $x \times y = 120$.

Rapidez x (km/h)	20	40	60	80	...
Tiempo y (horas)	6	3	2	1.5	...
Producto $x \times y$	120	120	120	120	

b. Si calculo el cociente del peso entre la longitud, el resultado siempre es 9. Las cantidades son directamente proporcionales y $y = 9 \times x$.

Longitud x (m)	2	4	6	8	...
Peso y (g)	18	36	54	72	...
Cociente $y \div x$	9	9	9	9	

c. No son cantidades directamente proporcionales, ni inversamente proporcionales, pues ni el cociente, ni el producto son constantes.

Base x (cm)	1	2	3	4	5	...
Altura y (cm)	7	6	5	4	3	...
Cociente $y \div x$	7	3	1.66...	1	0.6	
Producto $x \times y$	7	12	15	16	15	

Comprende

2 Se puede identificar si dos cantidades son directamente proporcionales, inversamente proporcionales o ninguna de las dos, verificando si el producto o el cociente es constante.

Resuelve

3 Identifica si las cantidades x y y son directamente proporcionales, inversamente proporcionales o ninguna de las dos. En caso de ser directamente o inversamente proporcionales, representa la relación entre x y y:

a. La base y la altura de un rectángulo de área 60 cm^2.

Base x (cm)	1	2	3	4	...
Altura y (cm)	60	30	20	15	...

b. Las edades de Marta y Beatriz.

Edad de Marta x	10	11	12	13	...
Edad de Beatriz y	7	8	9	10	...

c. El número de páginas de un libro y su peso.

n.° de páginas x	150	300	450	600	...
Peso y (lb)	2	4	6	8	...

d. El número de trabajadores y la cantidad de días que tardan en pintar una casa.

n.° de trabajadores x	4	8	12	16	...
n.° de días y	12	6	4	3	...

¿Sabías que...?

Existen dos algoritmos para encontrar un dato que falta en cantidades que son directamente proporcionales o inversamente proporcionales, llamados **regla de tres**.

Regla de tres directa

Dadas la cantidades A y B directamente proporcionales, entonces se cumple $a : b = c : d$. Por la propiedad fundamental de las proporciones se cumple $a \times d = b \times c$; esto significa que a veces d es igual a $b \times c$. Si la cantidad desconocida es d, este número puede calcularse efectuando:

Cantidad A	a	c
Cantidad B	b	d

$d = b \times c \div a$ o $d = \frac{b \times c}{a}$

Ejemplo de la regla de tres directa: Si 3 dulces pesan 18 g, ¿cuánto pesan 8 dulces?

El peso es directamente proporcional a la cantidad de dulces. Se ordenan los datos en una tabla y se utiliza la regla de tres directa:

n.° de dulces	3	8
Peso (g)	18	d

$d = \frac{\overset{6}{\cancel{18}} \times 8}{\underset{1}{\cancel{3}}} = 6 \times 8 = 48$

R: 48 g

Regla de tres inversa

Dadas la cantidades A y B inversamente proporcionales, entonces, por la propiedad de la proporcionalidad inversa se cumple $a \times b = c \times d$; esto significa que c veces d es igual a $a \times b$. Si la cantidad desconocida es d, este número puede calcularse efectuando:

Cantidad A	a	c
Cantidad B	b	d

$d = a \times b \div c$ o $d = \frac{a \times b}{c}$

Ejemplo de la regla de tres inversa: Si 4 trabajadores pintan una casa en 2 días, ¿cuánto tardarán 8 trabajadores si trabajan al mismo ritmo?

El número de trabajadores y la cantidad de horas son inversamente proporcionales. Se ordenan los datos en una tabla y se utiliza la regla de tres inversa:

n.° de trabajadores	4	8
Tiempo (días)	2	d

$d = \frac{4 \times 2}{8} = \frac{8}{8} = 1$

R: Tardarán 1 día.

Indicador de logro:

3.7 Identifica si dos cantidades son directa o inversamente proporcionales, o ninguna de las dos.

Propósito: Utilizar las propiedades de la proporcionalidad directa o inversa sobre el cociente o producto constante, para determinar si dos cantidades son directa o inversamente proporcionales, o ninguna de las dos.

Puntos importantes: En el enunciado del problema en 1 se indica claramente que las cantidades pueden ser, en cada caso, directa o inversamente proporcionales, o ninguna de las dos. Con ello se muestra que la proporcionalidad directa y la inversa no son las únicas relaciones que pueden encontrarse en cantidades que varían; esto se estudiará en tercer ciclo y bachillerato en el bloque de funciones. Además, debe verificarse la correcta escritura de cada una de las relaciones usando las variables x y y. En 2 se debe hacer énfasis en la estrategia para identificar si dos cantidades son directa o inversamente proporcionales: se utiliza el cociente o el producto entre ellas. Esta estrategia se aplica para resolver los problemas en 3, no es necesario que por cada problema los estudiantes calculen el cociente y el producto (ambos), si uno se cumple entonces el otro queda descartado; en el caso de c. recordar que el cociente puede ser escrito como fracción.

Solución de problemas:

a.

Base x (cm)	1	2	3	4	...
Altura y (cm)	60	30	20	15	...
Producto $x \times y$	60	60	60	60	

Como el producto es constante, son inversamente proporcionales: $x \times y = 60$

b.

Edad de Marta x	10	11	12	13	...
Edad de Beatriz y	7	8	9	10	...
Cociente $y \div x$	0.7	0.72...	0.75	0.76...	
Producto $x \times y$	70	88	108	130	

Ni el cociente ni el producto es constante, no son directa ni inversamente proporcionales.

c.

n.° de páginas x	150	300	450	600	...
Peso y (lb)	2	4	6	8	...
Cociente $y \div x$	$\frac{1}{75}$	$\frac{1}{75}$	$\frac{1}{75}$	$\frac{1}{75}$	

Son directamente proporcionales: $y = \frac{1}{75} \times x$

d.

n.° de trabajadores x	4	8	12	16	...
n.° de días y	12	6	4	3	...
Producto $x \times y$	48	48	48	48	

Son inversamente proporcionales: $x \times y = 48$

Fecha: **Clase:** 3.7

(A) Identifica si las cantidades x y y son directamente proporcionales, inversamente proporcionales o ninguna de las dos.

(S) a. La rapidez de un auto y el tiempo que tarda en recorrer 120 km de distancia.

Rapidez x (km/h)	20	40	60	80	...
Tiempo y (horas)	6	3	2	1.5	...
Producto $x \times y$	120	120	120	120	

R: Son inversamente proporcionales, $x \times y = 120$

b. La longitud de un alambre y su peso.

Longitud x (m)	2	4	6	8	...
Peso y (g)	18	36	54	72	...
Cociente $y \div x$	9	9	9	9	

R: Son directamente proporcionales, $y = 9 \times x$

c. La base y la altura de un rectángulo de 16 cm de perímetro.

Base x (cm)	1	2	3	4	5	...
Altura y (cm)	7	6	5	4	3	...
Cociente $y \div x$	7	3	1.66...	1	0.6	
Producto $x \times y$	7	12	15	16	15	

R: No son directa ni inversamente proporcionales.

(R) a. **R:** Son inversamente proporcionales, $x \times y = 60$.

Tarea: página 118

Unidad 6

Longitud de una circunferencia y área del círculo

1 Competencias de la unidad

- Calcular longitudes de circunferencias y áreas de círculos deduciendo sus respectivas fórmulas, para dar solución a situaciones problemáticas del entorno.

2 Secuencia y alcance

6.°	7.°
Unidad 6: Longitud de una circunferencia y área del círculo	**Unidad 8: Figuras planas y construcción de cuerpos geométricos**
• Longitud de la circunferencia • Área del círculo	• Movimiento de figuras en el plano • Círculos, segmentos y ángulos • Planos, cuerpos geométricos, área total del prisma, pirámide y cilindro

3 Plan de la unidad

Lección	Clase	Título
1 Longitud de la circunferencia	1	Practica lo aprendido
	2	Relación entre la longitud de la circunferencia y el diámetro
	3	Cálculo de la longitud de una circunferencia
2 Área del círculo	1	Comparación del área del círculo con el área de cuadrados
	2	Fórmula del área del círculo
	3	Cálculo de áreas con círculos
	4	Cálculo de áreas de regiones diversas
	5	Practica lo aprendido
	1	Prueba de la unidad 6
	2	Prueba del segundo trimestre

8 Total de clases
+ prueba de la unidad
+ prueba de trimestre

Lección 1

Longitud de la circunferencia (3 clases)

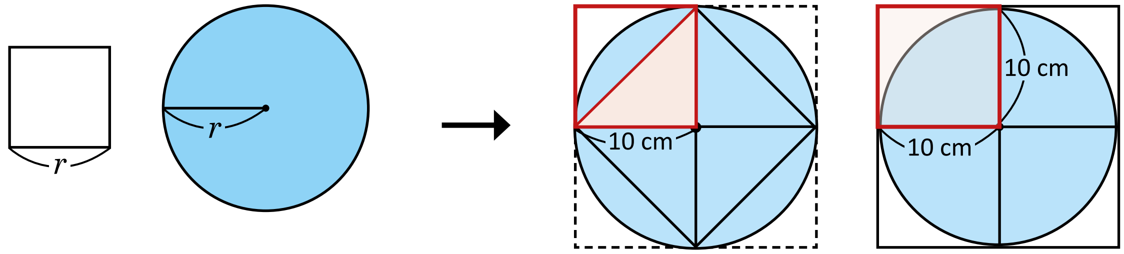
La primera clase, se inicia recordando el cálculo del perímetro de figuras ya conocidas como triángulos y cuadriláteros y se finaliza presentando la necesidad de calcular el "perímetro de un círculo", que se definirá como longitud de una circunferencia. Una vez se ha recordado el concepto de perímetro, se establece una relación entre la longitud de la circunferencia y su diámetro (**longitud de la circunferencia ÷ diámetro** = π), introduciendo así el número π con un valor aproximado de 3.14.

A partir de la definición de π, como el cociente entre la longitud de la circunferencia y su diámetro, en la clase 1.3, se establece la relación para determinar la longitud de la circunferencia cuando se conoce la longitud del diámetro (**longitud de la circunferencia = diámetro × 3.14**). Es importante que el estudiante descubra que la longitud de la circunferencia es proporcional a la longitud de su diámetro, obsérvese que 3.14 se convierte en una constante.

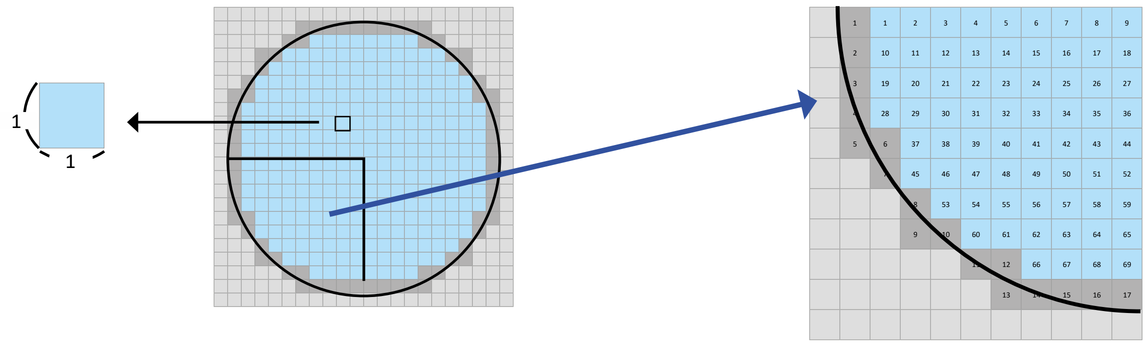
Lección 2

Área del círculo (5 clases)

Para introducir el área de un círculo, se inicia estableciendo una comparación con áreas ya conocidas como la del cuadrado. Se toma un cuadrado de lado igual al radio del círculo, esto para que el estudiante pueda hacer una estimación del área del círculo.
Concluyendo con la primera estimación, el área del círculo es aproximadamente mayor que 2 veces el área del cuadrado, cuyo lado es igual al radio de la circunferencia y es menor que 4 veces el área del cuadrado.

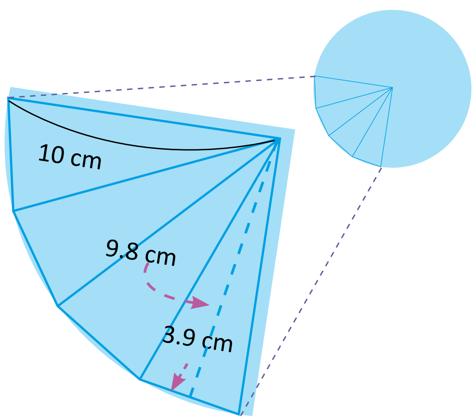


Una vez se ha establecido la primera estimación, se presentan otras dos formas de estimar el área del círculo. La primera es cuadriculando el círculo, para ello se toma la cuarta parte de un círculo de 10 cm de radio, se cuentan los cuadrados completos y luego los incompletos (de estos se toma únicamente la mitad), luego se suman los resultados. De este cálculo se concluye que el área del círculo es aproximadamente 3 veces el área del cuadrado de lado igual al radio del círculo (ver figura en la página siguiente).

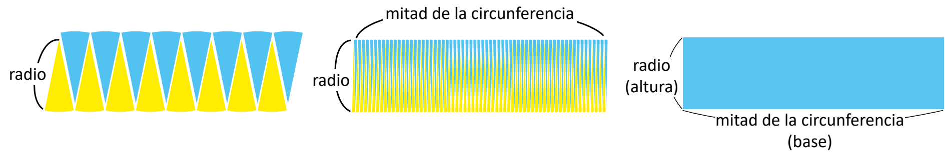


La segunda es dividiendo el circulo en 16 partes iguales a partir de 8 diámetros, generando así 16 triángulos; luego se determina el área del círculo a partir del área de los triángulos, para ello nuevamente se toma la cuarta parte del círculo, tal como se muestra en la figura.

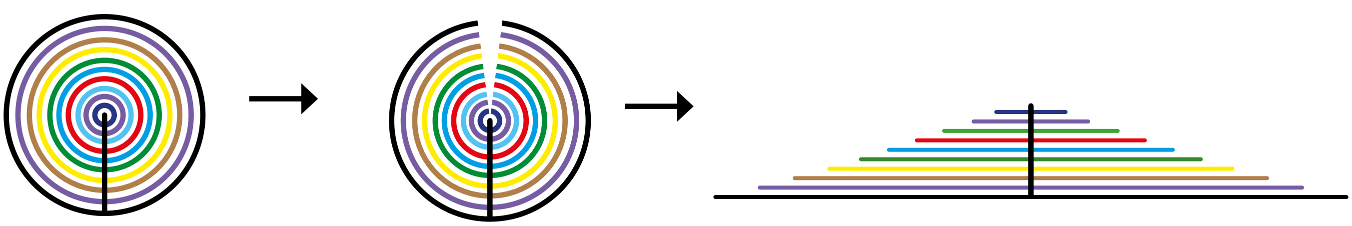
En los 16 triángulos se tiene: 19.11 × 16 = 305.76
Aproximadamente: 306 cm^2
Al comparar con el área del cuadrado de 10 cm de lado, se obtiene 306 ÷ 100 = 3.06, que nuevamente es aproximadamente 3 veces el área del cuadrado.



En la clase 2.2, se introduce la fórmula del área del círculo a partir del área de un rectángulo, para aprovechar las fórmulas del cálculo de áreas conocidas, para ello se hace una descomposición del círculo en tantos sectores circulares como sea posible, de tal forma que la figura que se genere se aproxime a un rectángulo; tal como se muestra en la figura a continuación:



Finalmente se utiliza la fórmula deducida para calcular áreas de regiones que involucran figuras circulares; pero también en el apartado ¿Sabías que?, se muestra otra forma de deducir la fórmula para el cálculo del área del círculo a partir del área de un triángulo, tal como se muestra en la secuencia de imágenes.

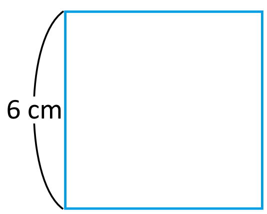


Lección 1 Longitud de la circunferencia

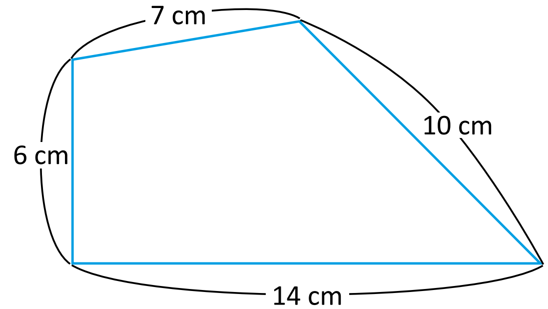
1.1 Practica lo aprendido

Calcula el perímetro de las siguientes figuras.

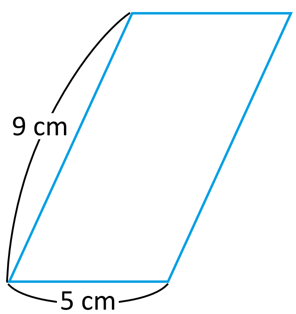
a. Cuadrado



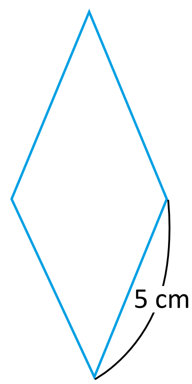
b. Cuadrilátero



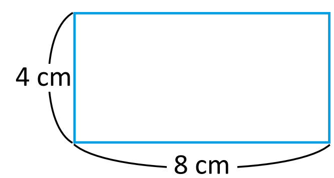
c. Paralelogramo



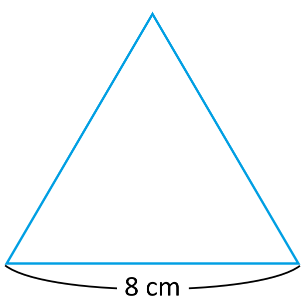
d. Rombo



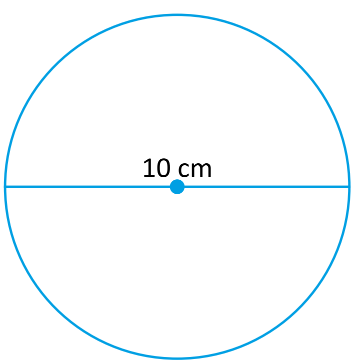
e. Rectángulo



f. Triángulo equilátero



g. Circunferencia



Al contorno de una figura geométrica se le conoce como perímetro, en el caso del contorno de un círculo, se le llama **circunferencia**.
En esta unidad aprenderás a calcular la medida de la circunferencia y el área de un círculo.

Indicador de logro:

1.1 Resuelve problemas sobre el cálculo del perímetro de cuadriláteros y triángulos.

Solución de problemas:

a. **PO**: $6 + 6 + 6 + 6$ o **PO:** 6×4
$6 + 6 + 6 + 6 = 24$ o $6 \times 4 = 24$
Perímetro del cuadrado = 24 cm

b. **PO:** $6 + 7 + 10 + 14 = 37$
$6 + 7 + 10 + 14 = 37$
Perímetro del cuadrilátero = 37 cm

c. **PO:** $9 + 5 + 9 + 5$ o **PO:** $9 \times 2 + 5 \times 2$
$9 + 5 + 9 + 5 = 28$ o $9 \times 2 + 5 \times 2 = 28$
Perímetro del paralelogramo = 28 cm

d. **PO:** $5 + 5 + 5 + 5$ o **PO:** 5×4
$5 + 5 + 5 + 5 = 20$ o $5 \times 4 = 20$
Perímetro del rombo = 20 cm

e. **PO:** $4 + 8 + 4 + 8$ o **PO:** $4 \times 2 + 8 \times 2$
$4 + 8 + 4 + 8 = 24$ o $4 \times 2 + 8 \times 2 = 24$
Perímetro del rectángulo = 24 cm

f. **PO:** $8 + 8 + 8$ o **PO:** 8×3
$8 + 8 + 8 = 24$ o $8 \times 3 = 24$
Perímetro del triángulo equilátero = 24 cm

En el caso donde se proponen dos opciones, buscar la manera que los estudiantes llegen a la expresión quepermita utilizar las características de los polígonos.

g. La circunferencia no tiene lados definidos como los polígonos, en este caso los estudiantes pueden utilizar distintas estrategias, por ejemplo:
- Pueden tomar una cinta o pedazo de lana para medir el borde de la circunferencia y luego con una regla medir la longitud de la cinta o lana.

Anotaciones:

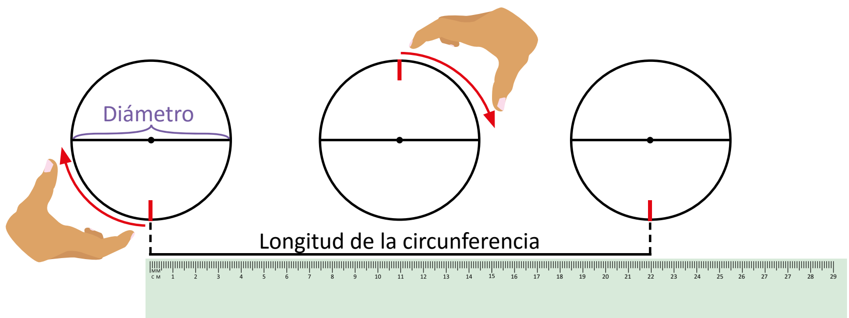
____
____
____
____
____
____
____

Lección 1

1.2 Relación entre la longitud de la circunferencia y el diámetro

Analiza

Para estimar la longitud de una circunferencia se realiza lo siguiente:



Para cada objeto en la siguiente tabla, calcula el cociente entre su longitud y su diámetro:

1

Objeto	Longitud de la circunferencia (cm)	Diámetro (cm)	**Longitud ÷ Diámetro** (aproximación)
base de una taza	25	8	
tirro	33.1	10.5	
tazón	46.8	14.9	

¿Cuántas veces (aproximadamente) es la longitud de la circunferencia con respecto al diámetro?

Soluciona


Carlos

Objeto	Longitud de la circunferencia (cm)	Diámetro (cm)	**Longitud ÷ Diámetro** (aproximación)
base de una taza	25	8	25 ÷ 8 = 3.13
tirro	33.1	10.5	33.1 ÷ 10.5 = 3.15
tazón	46.8	14.9	46.8 ÷ 14.9 = 3.14

Luego de completar la tabla observo que la longitud de la circunferencia es aproximadamente 3.14 veces el diámetro.

R: 3.14 veces.

Comprende

2 El cociente **longitud de la circunferencia ÷ diámetro** no depende del diámetro. Se denota este número con letra griega π y se lee "pi":

longitud de la circunferencia ÷ diámetro = π

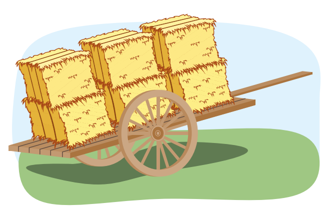
Redondeando a la centésima π es aproximadamete igual a 3.14 y se utiliza este valor en el cálculo.

Resuelve

1. Con los datos de la circunferencia de la ilustracion realiza el cociente:
   longitud de la circunferencia ÷ diámetro,
   y verifica que se cumple la relación.

2. Con los datos del diámetro y la longitud de la circunferencia de las ruedas de la carreta verifica que se cumple la relación.

Diámetro: 100 cm
Longitud: 314 cm



Unidad 6

Indicador de logro:

1.2 Verifica el valor de la razón entre la longitud de una circunferencia y su diámetro.

Propósito: Utilizar datos de objetos que se utilizan en la vida cotidiana para hacer una estimación del cociente entre la longitud de una circunferencia y su diámetro.

Puntos importantes: Que el estudiante calcule los cocientes de 1 y que verifique que tienden a ser aproximadamente 3.14 en todos los casos, finalmente se introduce en 2 el concepto y uso de π.

Sugerencia metodológica: Puede hacerse una introducción de la clase midiendo la longitud del borde y el diámetro de un objeto circular tal como se ilustra en la sección Analiza y este se puede agregar a la tabla para que se calcule también el cociente, y como tarea se les puede sugerir medir el diámetro y longitud de la circunferencia de una rueda de una carreta o de un auto, o cualquier otro objeto que vaya acorde a la realidad de los estudiantes, para que también determinen el cociente y veriquen nuevamente el valor de π.

Materiales: Carteles con ilustración del Analiza y del problema 1. del Resuelve.

Solución de problemas:

1. 62.8 ÷ 20 = 3.14
2. 314 ÷ 100 = 3.14

Anotaciones:

____

____

____

____

Fecha: **Clase:** 1.2

(A) En cada caso, calcula el cociente entre su longitud y su diámetro.

Objeto	Longitud de la circunferencia (cm)	Diámetro (cm)	**Longitud ÷ Diámetro** (aproximación)
base de una taza	25	8	25 ÷ 8 = 3.13
tirro	33.1	10.5	33.1 ÷ 10.5 = 3.15
tazón	46.8	14.9	46.8 ÷ 14.9 = 3.14

(S) 25 ÷ 8 = 3.13
33.1 ÷ 10.5 = 3.15
46.8 ÷ 14.9 = 3.14

R: 3.14 veces.

(R) 1.

62.8 ÷ 20 = 3.14

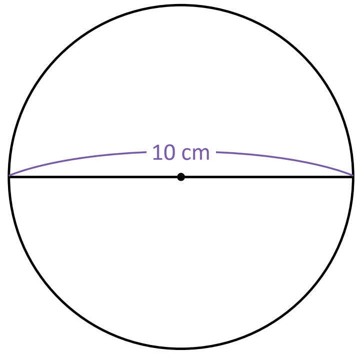
2. 314 ÷ 100 = 3.14

Tarea: página 123

1.3 Cálculo de la longitud de una circunferencia

Analiza

Encuentra la longitud de una circunferencia cuyo diámetro mide 10 cm.



Soluciona

Represento la longitud de una circunferencia con ℓ,


José

1. $\ell \div 10 = 3.14$

$\ell = 10 \times 3.14$

$\ell = 31.4$

Recuerda que $a \div b = c$ equivale a $a = b \times c$.

Comprende

Si se conoce el diámetro de una circunferencia, su longitud se calcula efectuando lo siguiente:

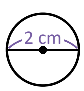
longitud de la circunferencia = diámetro × 3.14

La longitud de una circunferencia es proporcional al diámetro.

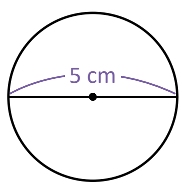
Resuelve

1. Encuentra la longitud de cada circunferencia:

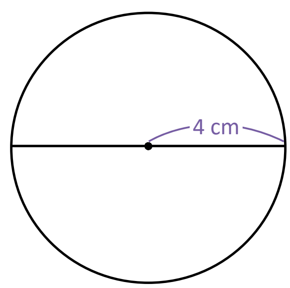
a.



b.



c.



Ten en cuenta que:
diámetro = radio × 2

2. Encuentra la longitud de la circunferencia en cada caso:

a. Diámetro = 6 cm b. Diámetro = 12 cm c. Radio = 20 cm

Indicador de logro:

1.3 Calcula la longitud de una circunferencia a partir de la medida de su diámetro o radio, utilizando el valor aproximado de π a 3.14.

Propósito: Expresar la longitud de una circunferencia como una relación proporcional a su diámetro.

Puntos importantes: En 1, el perico presenta una pista sobre la relación entre los elementos de la división ($a \div b = c$) de donde se deduce la expresión $a = b \times c$, que se utilizará para determinar la relación entre la longitud de la circunferencia y su diámetro.

Sugerencia metodológica: En el Comprende, el garrobo proporciona una pista sobre la relación entre la longitud de la circunferencia y su diámetro para que los estudiantes visualicen que π es una constante de proporcionalidad, es importante que los estudiantes comprendan esta relación.

Solución de problemas:

1. Encuentra la longitud de cada circunferencia.
   a. $\ell = 2 \times 3.14 = 6.28$
   b. $\ell = 5 \times 3.14 = 15.7$
   c. $\ell = 8 \times 3.14 = 25.12$

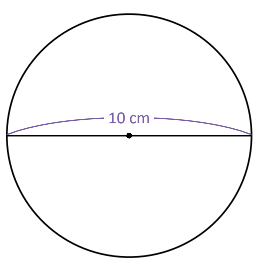
2. Encuentra la longitud de cada circunferencia.
   a. $\ell = 6 \times 3.14 = 18.84$
   b. $\ell = 12 \times 3.14 = 37.68$
   c. $\ell = 40 \times 3.14 = 125.6$

Anotaciones:

Fecha:

Clase: 1.3

Ⓐ Encuentra la longitud de esta circunferencia.



Ⓢ Represento la longitud de una circunferencia con ℓ y calculo.

$$\ell \div 10 = 3.14$$
$$\ell = 10 \times 3.14$$
$$\ell = 31.4$$

Ⓡ
1. Encuentra la longitud de cada circunferencia.
   a. $\ell = 2 \times 3.14 = 6.28$
   b. $\ell = 5 \times 3.14 = 15.7$
   c. $\ell = 8 \times 3.14 = 25.12$

2. Encuentra la longitud de cada circunferencia
   a. $\ell = 6 \times 3.14 = 18.84$
   b. $\ell = 12 \times 3.14 = 37.68$
   c. $\ell = 40 \times 3.14 = 125.6$

Tarea: página 124

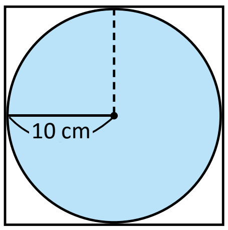
Lección 2 Área del círculo

2.1 Comparación del área del círculo con el área de cuadrados

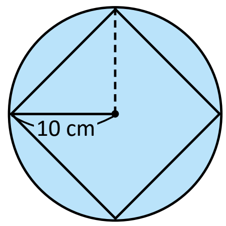
Analiza

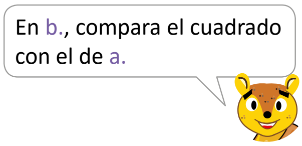
1 Se compara el área del círculo de radio 10 cm con dos cuadrados. En cada caso, encuentra el área del cuadrado:

a.



b.





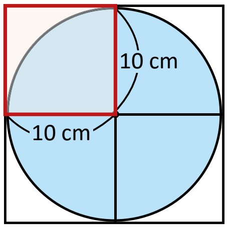
Soluciona


Carmen

2

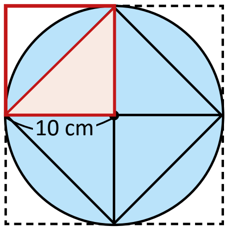
a. El área del cuadrado cuyo lado mide 10 cm es: 10 × 10 = 100 cm^2. Entonces, el área buscada es 100 × 4 = 400 cm^2; es mayor que el área del círculo.

R: 400 cm^2



b. Observo que el área del triángulo rectángulo es la mitad del área del cuadrado de lado 10 cm. Entonces, el área buscada es la mitad del área calculada en el literal anterior, o sea, 100 × 2 = 200 cm^2; es menor que el área del círculo.

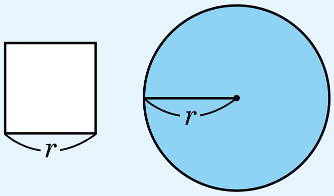
R: 200 cm^2



Comprende

3 El área del círculo de radio r cumple lo siguiente:

- Es mayor que dos veces el área del cuadrado de lado r.
- Es menor que cuatro veces el área del cuadrado de lado r.



Resuelve

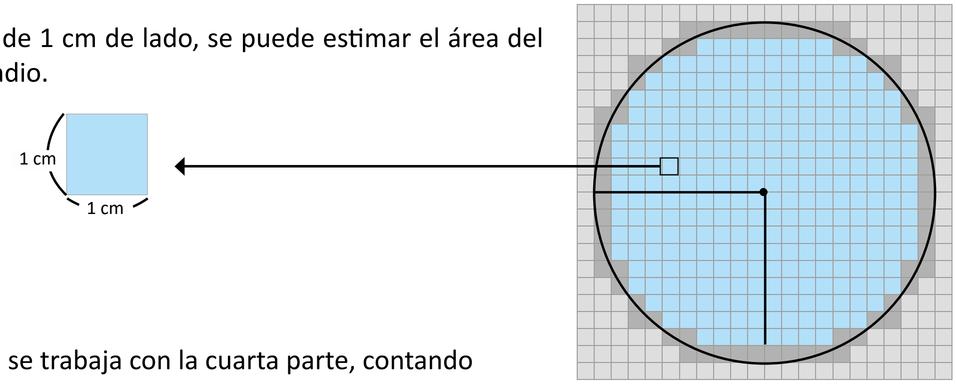
1. Completa lo siguiente:
   ① 2 veces el área del cuadrado de lado 5 cm es: ________ cm^2
   ② 4 veces el área del cuadrado de lado 5 cm es: ________ cm^2
   ③ Por lo tanto, el área del círculo de radio 5 cm está entre ________ cm^2 y ________ cm^2

2. Completa lo siguiente:
   ① 2 veces el área del cuadrado de lado 7 cm es: ________ cm^2
   ② 4 veces el área del cuadrado de lado 7 cm es: ________ cm^2
   ③ Por lo tanto, el área del círculo de radio 7 cm está entre ________ cm^2 y ________ cm^2

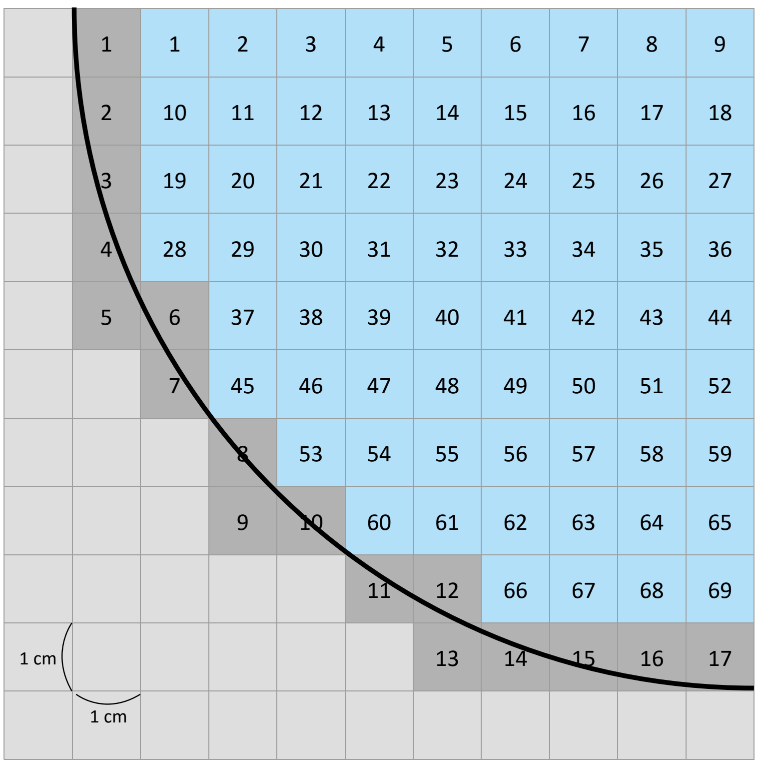
Unidad 6

¿Sabías que...?

Utilizando cuadrados de 1 cm de lado, se puede estimar el área del círculo de 10 cm de radio.



Para hacerlo más fácil se trabaja con la cuarta parte, contando los cuadrados uno a uno.



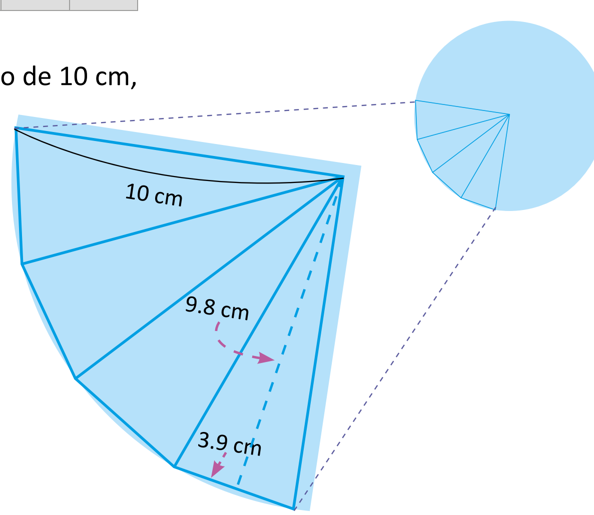
Los cuadrados completos son los de color ; en total hay 69 de ellos, es decir 69 cm². Los cuadrados incompletos son los de color ; en total hay 17 de ellos, pero como son incompletos solo se toma la mitad de su área, 8.5 cm².

El área aproximada de la cuarta parte del círculo es: $69 + 8.5 = 77.5$ cm².
Por lo tanto, el área aproximada del círculo es: $77.5 \times 4 = 310$
R: 310 cm

Además, el área del círculo es siempre, aproximadamente, 3 veces el área del cuadrado cuyo lado mide lo mismo que el radio de la circunferencia. Esto lo verifico al calcular:

$$310 \div 100 = 3.1$$

También se puede calcular el área del círculo de radio de 10 cm, dividiéndolo en triángulos iguales.



Usando, por ejemplo, el polígono regular que se divide en 16 partes iguales, se encuentra el área de uno de los triángulos: $3.9 \times 9.8 \div 2 = 19.11$ cm²

En los 16 triángulos se tiene: $19.11 \times 16 = 305.76$; aproximadamente: 306 cm²

Para la cantidad de veces efectúo:

$$306 \div 100 = 3.06$$

R: Aproximadamente 3 veces.

Indicador de logro:

2.1 Estima el área de un círculo usando el área de cuadrados cuya longitud de lado es igual al radio del círculo.

Propósito: Comparar el área del círculo con el área del cuadrado para realizar una estimación del área del círculo.

Puntos importantes: En 1, es importante que se establezca la diferencia entre los dos cuadrados, uno está contenido en el círculo; mientras que el otro contiene el círculo, esto le permitirá comprender mejor los resultados. En 2, el estudiante debe identificar que en el primer caso se toma la cuarta parte del cuadrado que contiene al círculo para determinar el área; mientras que en el segundo caso, la mitad del cuadrado, se convierte en la cuarta parte del cuadrado interno por lo que el área del cuadrado interno es la mitad del área del cuadrado externo. En 3, se establece un rango en el que queda comprendida el área del círculo, esto permite desarrollar en el estudiante la técnica de estimación de un valor numérico.

Sugerencia metodológica: En 2, si un estudiante no logra comprender la relación entre las áreas del cuadrado exterior con el interior, se puede hacer uso del material concreto para que lo visualicen con mayor facilidad. De igual manera si no logran comprender que el triángulo coloreado en b. es la mitad del cuadrado coloreado en a.

Materiales: Carteles con las tablas del Analiza y del problema 1. del Resuelve.

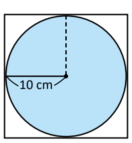
Solución de problemas:

1. ① $2(5 \times 5) = 50$ cm^2
   ② $4(5 \times 5) = 100$ cm^2
   ③ El área del círculo de 5 cm de radio está entre 50 cm^2 y 100 cm^2.

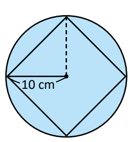
2. ① $2(7 \times 7) = 98$ cm^2
   ② $4(7 \times 7) = 196$ cm^2
   ③ El área del círculo de 7 cm de radio está entre 98 cm^2 y 196 cm^2.

Fecha: **Clase:** 2.1

Ⓐ a.

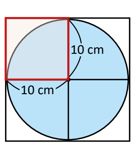


b.

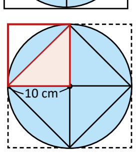


Encuentra el área del cuadrado en a. y b., luego compara el área del círculo de 10 cm de radio con los dos cuadrados.

Ⓢ



a. Área = $10 \times 10 = 100$ cm^2.
Área total: $100 \times 4 = 400$ cm^2.
Es mayor que el área del círculo.



b. Área del triángulo = 50 cm^2.
Área total: $50 \times 4 = 200$ cm^2.
Es menor que el área del círculo.

Por lo tanto, el área del círculo de 10 cm de radio es mayor que 200 cm^2 y menor que 400 cm^2.

Ⓡ 1. ① $2(5 \times 5) = 50$ cm^2
② $4(5 \times 5) = 100$ cm^2
③ El área del círculo de 5 cm de radio está entre 50 cm^2 y 100 cm^2.

2. ① $2(7 \times 7) = 98$ cm^2
② $4(7 \times 7) = 196$ cm^2
③ El área del círculo de 7 cm de radio está entre 98 cm^2 y 196 cm^2.

Tarea: página 125

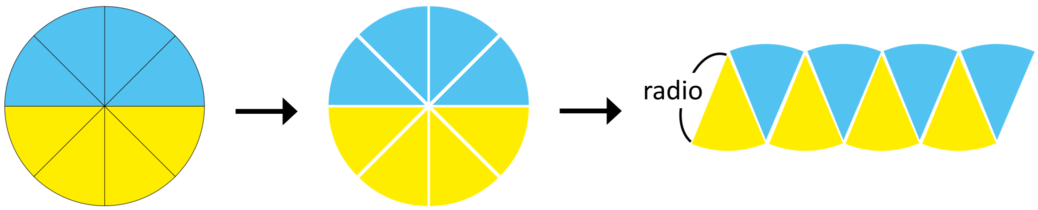
Lección 2

2.2 Fórmula del área de un círculo

Analiza

Se recorta un círculo en 8 partes iguales y se reubican como se muestra en la figura:

1



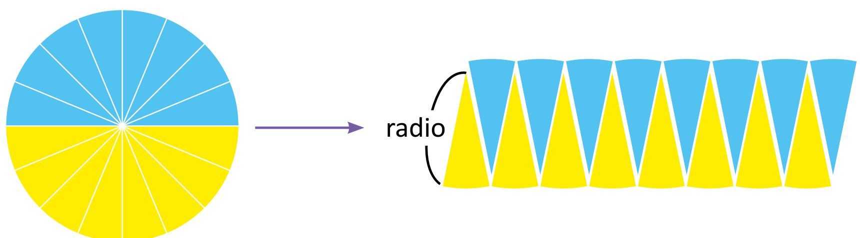
a. ¿Qué figura se va formando cuando se tienen más partes?
b. ¿Cómo puede calcularse el área del círculo?

Soluciona

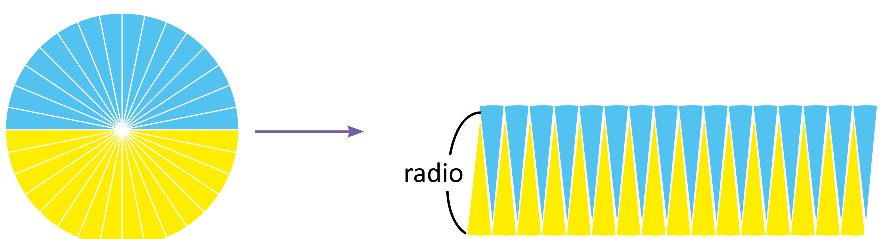
a. Si se hacen 16, 32 y 64 recortes como los anteriores, ¿cómo podemos encontrar la fórmula del área del círculo, utilizando la fórmula del área de la figura formada?


Antonio

Para 16 sectores:

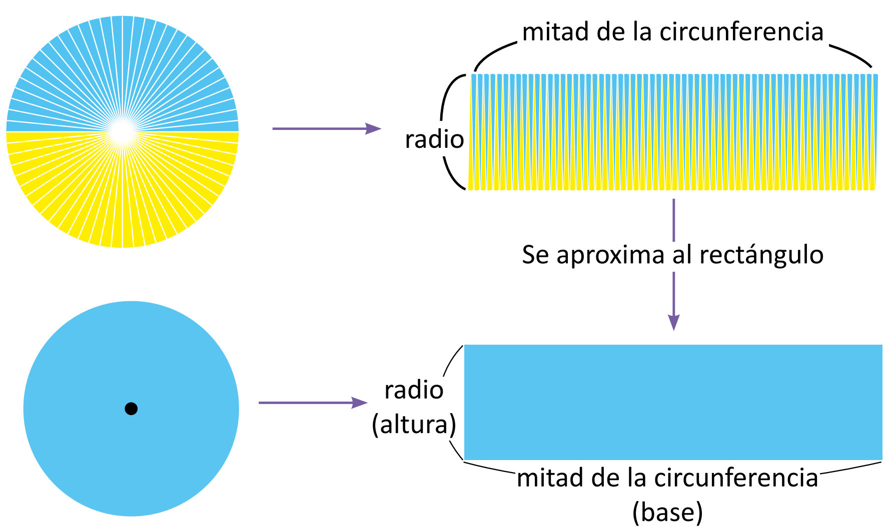


Para 32 sectores:



Para 64 sectores:

2



R: Se va formando un rectángulo.

b. El área del círculo puede calcularse utilizando el rectángulo del literal anterior:

3 El área del rectángulo = base × altura

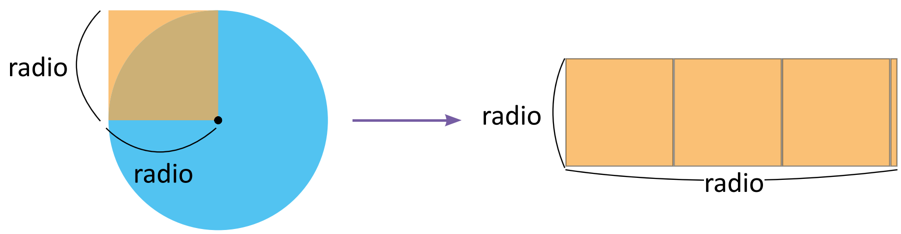
El área del círculo = mitad de la longitud de la circunferencia × radio

= (radio × π) × radio

= radio × radio × π

longitud de la circunferencia = diámetro × π
= radio × 2 × π

mitad de la longitud de la circunferencia:
= (radio × 2 × π) ÷ 2
= radio × π



R: El área del círculo es aproximadamente π veces el área del cuadrado cuyo lado es la misma longitud del radio.

Comprende

El área del círculo se calcula:

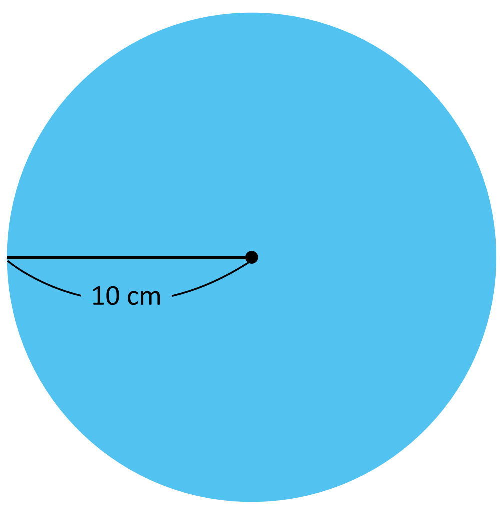
área del círculo = radio × radio × π

= radio × radio × 3.14

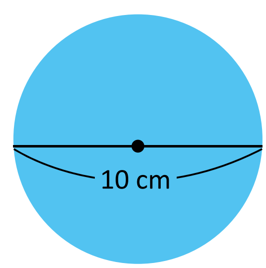
Resuelve

1. Encuentra el área de los círculos utilizando el valor 3.14

a. Radio = 10 cm



b. Diámetro = 10 cm



2. Encuentra el área del círculo con la condición dada en cada literal, utilizando el valor de 3.14.

a. Radio = 4 cm

b. Diámetro = 6 cm

¿Sabías que...?

También se puede encontrar la fórmula del área de un círculo utilizando la fórmula del área de un triángulo, tal como se muestra en la siguiente construcción.

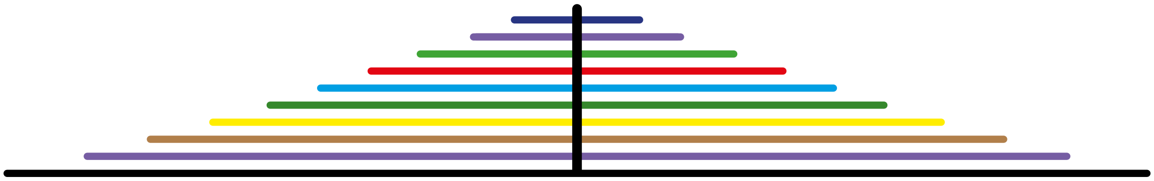
Se identifica con negro la circunferencia y el radio.

Recuerda que la longitud de la circunferencia es:

radio × 2 × π

Cortando hasta el centro de la circunferencia y separando

Se forma un triángulo, donde la base es la longitud de la circunferencia y la altura es el radio.



Luego el área de la circunferencia es la misma que la del triángulo:

Área = base × altura ÷ 2
= longitud de la circunferencia × radio ÷ 2
= (radio × 2 × π) × radio ÷ 2
= radio × radio × π

Indicador de logro:

2.2 Encuentra el área de un círculo dada la longitud de su diámetro o radio, y aplicando la fórmula radio × radio × 3.14.

Propósito: Introducir la fórmula para el cálculo del área del círculo a partir del área de una figura conocida como es el rectángulo, descomponiendo el círculo en tantos sectores como sea posible, hasta formar un rectángulo o aproximadamente un rectángulo.

Puntos importantes: En 1 se divide el círculo en 8 sectores para que se comprenda la estrategia a seguir, luego en 2, se va aumentando el número de sectores en que se divide el círculo para que se intuya que al formar un número cada vez mayor de sectores, se va a formar un rectángulo al cortarlos y unirlos de la forma que se indica. En 3, se introduce la fórmula para el cálculo del área del círculo, a partir del cálculo del área de un rectángulo que tiene como base "mitad de la longitud de la circunferencia" y altura igual al radio del círculo, de donde se concluye que el área del círculo es radio × radio × π.

Sugerencia metodológica: Llevar dos círculos uno solamente indicando los 8 sectores que se muestran en 1, y el otro con los sectores ya recortados, esto para que se muestre la manera de colocarlos para que se forme el rectángulo, luego puede hacer equipos e indicar el número de sectores en que deben cortar el círculo y formar un rectángulo, luego que cada equipo muestre su resultado a los demás equipos, pueden mostrarlo en orden según el número de sectores que hayan cortado para que se visualice con mayor facilidad la tendencia a formar un rectángulo.

Solución de problemas:

1\. a. El área del círculo = radio × radio × π
= 10 × 10 × 3.14
R: 314 cm²

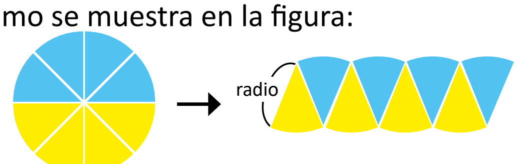
b. El área del círculo = 5 × 5 × 3.14
= 78.5
R: 78.5 cm²

2\. a. El área del círculo = 4 × 4 × 3.14
= 50.24
R: 50.24 cm²

b. El área del círculo = 3 × 3 × 3.14
= 28.26
R: 28.26 cm²

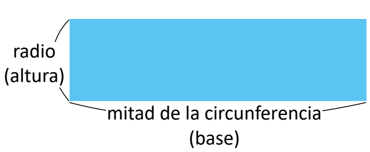
Fecha: **Clase:** 2.2

A Se recorta un círculo en 8 partes iguales y se reubican como se muestra en la figura:



a. ¿Qué figura se va formando cuando se divide en más partes?
b. ¿Cómo puede calcularse el área del círculo?

S a. **R:** Se va formando un rectángulo.



b. El área del círculo puede calcularse utilizando el área del rectángulo.

El área del círculo se calcula:
área del círculo = radio × radio × π
= radio × radio × 3.14

R 1. a. El área del círculo = radio × radio × π
= 10 × 10 × 3.14
= 314
R: 314 cm²

b. El área del círculo = 5 × 5 × 3.14
= 78.5
R: 78.5 cm²

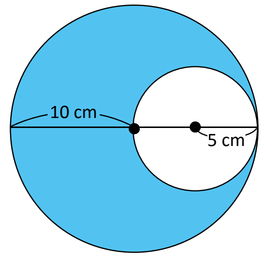
Tarea: página 126

2.3 Cálculo de áreas con círculos

Analiza

Calcula el área de la parte coloreada de celeste.

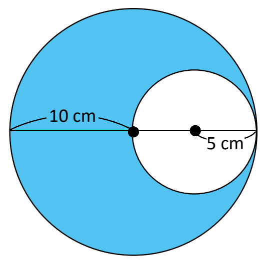
1
a. Escribe el **PO**.
b. Encuentra el área.



Soluciona

Para encontrar el área coloreada, resto al área del círculo grande la del pequeño:


Ana



2
a. **PO:** 10 × 10 × 3.14 – 5 × 5 × 3.14

b. Área = 10 × 10 × 3.14 – 5 × 5 × 3.14
= 100 x 3.14 – 25 × 3.14
= (100 – 25) × 3.14
= 75 × 3.14
= 235.5

R: 235.5 cm^2

Observa que en la línea 3, usar la propiedad distributiva de la resta sobre la multiplicación facilita los cálculos.

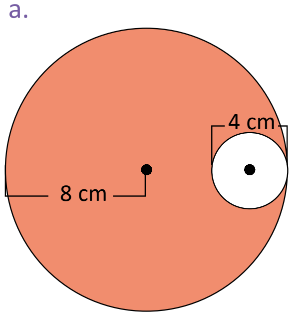
Comprende

Para calcular el área de una región se pueden identificar las figuras involucradas, calcular sus áreas y luego restarlas como corresponda.

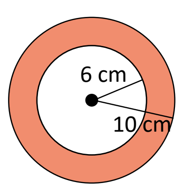
Resuelve

Calcula el área de la parte coloreada en los siguientes círculos:

a.

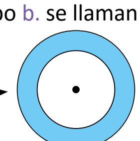


b.



3
Una región circular es una porción de área dentro de un círculo que puede estar en diferente posición, como en los literales a. y b.
Las regiones circulares del tipo b. se llaman coronas circulares.

corona circular



Observa que el centro de ambos círculos es el mismo.

Indicador de logro:

2.3 Encuentra el área de regiones circulares.

Propósito: Introducir el cálculo de áreas de regiones que se determinan mediante la diferencia del área de dos círculos donde uno de ellos contiene al otro, considerando el caso particular cuando forman una corona circular(cuando el centro de ambos coincide).

Puntos importantes: En 1 hacer énfasis en que uno de los círculos queda contenido en el otro para que los estudiantes puedan identificar el tipo de procedimiento a realizar, luego en 2, hace referencia a la propiedad distributiva y como esta nos facilita el proceso de cálculo. En 3, se introduce el concepto de corona circular haciendo referencia al área que se forma cuando se tienen dos círculos de distinto radio y que coinciden en el centro, este es un caso particular del tipo de áreas que se presenta en esta clase, como diferencia del área de dos círculos.

Sugerencia metodológica: Llevar dos círculos de distinto radio, tal como lo indica el Analiza, pegarlos en la pizarra y si es posible colocarlo en distintos lugares sobre el círculo grande para que los estudiantes intuyan qué sucede con el área que no es recubierta por el círculo más pequeño. De igual manera es importante que se lleven construidos los círculos, al menos para el a. del Resuelve.

Solución de problemas:

a. Área = 8 × 8 × 3.14 – 2 × 2 × 3.14
= 64 × 3.14 – 4 × 3.14
= (64 – 4) × 3.14
= 60 × 3.14
= 188.4

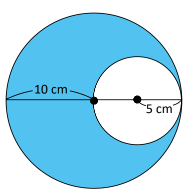
R: 188.4 cm^2

b. Área = 10 × 10 × 3.14 – 6 × 6 × 3.14
= 100 × 3.14 – 36 × 3.14
= (100 – 36) × 3.14
= 64 × 3.14
= 200.96

R: 200.96 cm^2

Fecha: **Clase:** 2.3

(A) Calcula el área de la parte coloreada de celeste.
a. Escribe el **PO**.
b. Encuentra el área.



(S)
a. **PO:** 10 × 10 × 3.14 – 5 × 5 × 3.14
b. Área = 10 × 10 × 3.14 – 5 × 5 × 3.14
= 100 × 3.14 – 25 × 3.14
= (100 – 25) × 3.14 ← propiedad distributiva de la resta sobre la multiplicación
= 75 × 3.14
= 235.5

R: 235.5 cm^2

(R) Calcula el área de la parte coloreada en los siguientes círculos:

a. Área = 64 × 3.14 – 4 × 3.14
= (64 – 4) × 3.14
= 60 × 3.14
= 188.4

R: 188.4 cm^2

b. **R:** 200.96 cm^2

Tarea: página 127

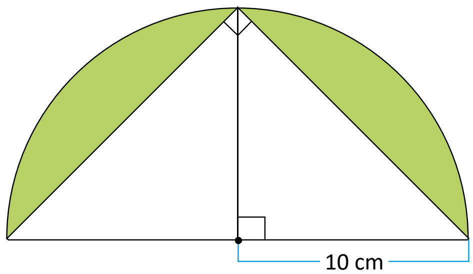
Unidad 6

2.4 Cálculo de áreas de regiones diversas

Analiza

Calcula el área de la región coloreada de verde.

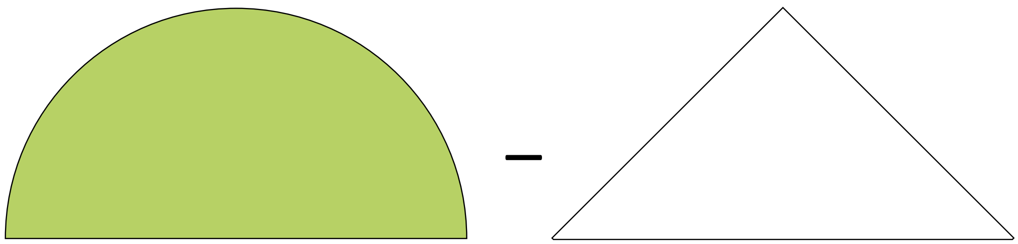
1



Como en la clase anterior, identifica las figuras que aparecen, recuerda cómo se calculan sus áreas y luego piensa en cómo obtener la que se te pide.

Soluciona


Julia



área de la mitad del círculo – área del triángulo

= (10 × 10 × 3.14) ÷ 2 – (20 × 10) ÷ 2
= 314 ÷ 2 – 200 ÷ 2
= 157 − 100
= 57

R: 57 cm^2

Comprende

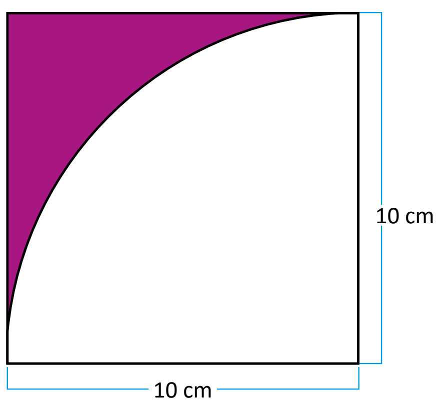
Para calcular el área de figuras diversas, puedes encontrar el área de cada figura conocida y luego sumar o restar según la necesidad.

Resuelve

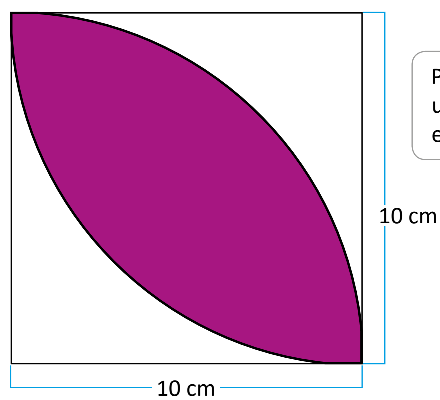
Calcula el área de la región coloreada.

2

a.



b.



Para el literal b. utiliza el resultado encontrado en a.

Unidad 6

Indicador de logro:

2.4 Calcula el área de regiones formadas con círculos, cuadrados y triángulos.

Propósito: Calcular áreas de regiones que están limitadas por un círculo y un polígono, ya sea triángulo o cuadrado.

Puntos importantes: El cálculo del área indicada en 1 tiene como finalidad que el estudiante traslade lo aprendido en la clase anterior sobre el cálculo de áreas formadas por dos círculos a áreas limitadas por un polígono y círculo para que vaya generalizando la estrategia. En 2, el b. se puede volver un poco más complejo dado que ya no se tiene una sola figura circular, sino dos, por lo que es importante que se resuelva igual que a.

Solución de problemas:

a. área del cuadrado — área del sector circular

área coloreada = (10 × 10) – (10 × 10 × 3.14) ÷ 4
= 100 – 314 ÷ 4
= 100 – 78.5
= 21.5

R: 21.5 cm^2

b. área del cuadrado — 2 × área calculada en a.

área coloreada = (10 × 10) – 2 × 21.5
= 100 – 43
= 57

R: 57 cm^2

Anotaciones:

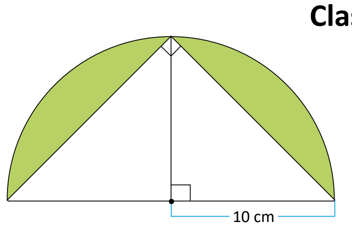
____

____

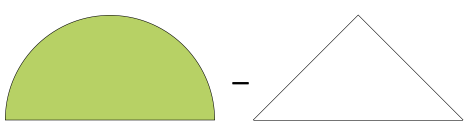
____

Fecha: **Clase:** 2.4

(A) Calcula el área de la región coloreada de verde.



(S)



área de la mitad del círculo — área del triángulo

= (10 × 10 × 3.14) ÷ 2 – (20 × 10) ÷ 2
= 314 ÷ 2 – 200 ÷ 2
= 57

R: 57 cm^2

(R) Calcula el área de la región coloreada.

a. área del cuadrado — área del sector circular

= (10 × 10) – (10 × 10 × 3.14) ÷ 4
= 100 – 314 ÷ 4
= 100 – 78.5
= 21.5

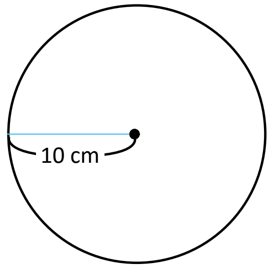
R: 21.5 cm^2

b. **R:** 57 cm^2

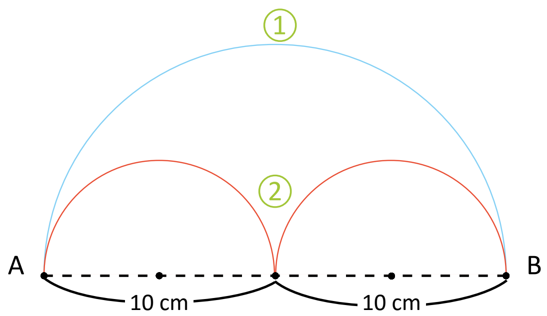
Tarea: página 128

2.5 Practica lo aprendido

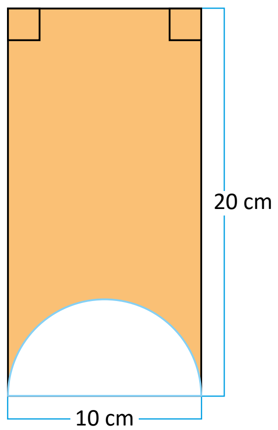
1. Calcula la longitud de la circunferencia, utiliza π en la respuesta.



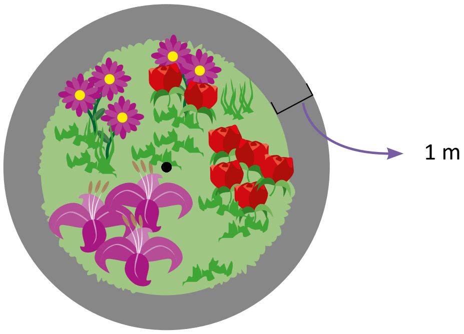
2. Para llegar del punto A al B; ¿cuál es el camino más corto, ① o ②?



3. Calcula el área de la región coloreada.



4. La familia de Beatriz tiene un jardín con forma circular de 3 m de radio. Ellos construirán una acera alrededor del jardín cuyo ancho mide 1 m, ¿cuánto es el área de la acera? Utiliza π.



Indicador de logro:

2.5 Resuelve problemas sobre longitudes de circunferencias y áreas de círculos.

Solución de problemas:

1. ℓ = diámetro × π = 2 × 10 cm × π
= 20 π

R: 20 π cm

2. camino ① = longitud de la circunferencia ÷ 2
= diámetro × 3.14 ÷ 2
= 20 × 3.14 ÷ 2
= 31.4

camino ② = 2 (longitud de la circunferencia ÷ 2)
= 2 × diámetro × π÷ 2
= $\cancel{2}$ × 10 × 3.14 ÷ $\cancel{2}$
= 31.4

R: En ambos caminos se recorre igual distancia.

3. área del rectángulo — área del sector circular

área coloreada = base × altura – radio × radio × π ÷ 2
= (20 × 10) – (5 × 5) × 3.14 ÷ 2
= 200 – 78.5 ÷ 2
= 200 − 39.25
= 160.75

R: 160.75 cm^2

4. (área del jardín + acera) — área del jardín

área acera = radio × radio × π – radio × radio × π
= 4 × 4 × π − 3 × 3 × π
= 16 × π − 9 × π
= 7 × π

R: 7 × π cm^2

Unidad 6

Unidad 7

Análisis de datos

1 Competencias de la unidad

- Calcular las medidas de tendencia central: media aritmética, moda y mediana, para resolver situaciones cotidianas.

2 Secuencia y alcance

5.°	6.°	7.°
Unidad 3: Multiplicación y división de números decimales. por números naturales	**Unidad 7: Análisis de datos**	**Unidad 7: Gráfica de faja y circular**
• Multiplicación de números decimales por números naturales • División de números decimales entre números naturales	• Media aritmética • Moda y mediana	• Gráfica de faja • Gráfica circular

3 Plan de la unidad

Lección	Clase	Título
1 Media aritmética	1	La media aritmética
	2	Fórmula de la media aritmética
	3	Cálculo de la media aritmética cuando alguno de los datos es cero
	4	Cálculo de la suma de datos
	5	Aplicación de la media aritmética
	6	Cálculo de nuevas medias aritméticas
	7	Practica lo aprendido
2 Moda y mediana	1	Moda
	2	Mediana de una cantidad impar de datos
	3	Mediana de una cantidad par de datos
	4	Practica lo aprendido
	1	Prueba de la unidad 7

11 Total de clases
+ prueba de la unidad

Lección 1

Media aritmética (7 clases)

El propósito de la lección es introducir el estudio de las medidas de tendencia central: media aritmética, moda y mediana, que le servirán al estudiante para analizar series de datos y como conocimientos previos para el octavo grado donde, se calcularán estas medidas tanto para series simples como agrupadas, propiedades de la media aritmética y el análisis de la distribución de los datos de la serie a partir de la comparación de estas tres medidas; pero principalmente para resolver situaciones cotidianas que involucran series de datos y es necesario resumirlas para la toma de decisiones.

En las primeras clases de la lección, se introduce el concepto de media aritmética, se inicia a partir de la representación gráfica y luego se introduce el proceso de cálculo, pero únicamente para series que tienen menos de diez datos. En la clase 1.4, se introduce el proceso para calcular la suma de datos cuando se conoce la media aritmética y la cantidad de datos que tiene la serie; para luego dar paso en la clase 1.5 a las aplicaciones de la media aritmética. Haciendo uso de la suma de los datos, se desarrolla la clase 1.6, en la cual se usa el resultado de la clase 1.4 para calcular la nueva media aritmética cuando se realiza un cambio en uno de los datos de la serie. Se finaliza la lección con la clase 1.7 donde los estudiantes aplicarán lo aprendido en las clases anteriores.

Lección 2

Moda y mediana (4 clases)

Se inicia la lección introduciendo el concepto de moda como el valor o la característica que más se repite, posteriormente, en octavo grado, se hará referencia a series que carecen de moda o que tienen más de una moda; luego se introduce el concepto de mediana tanto para series pares como impares, se finaliza la lección con una clase en la que los estudiantes deben usar la moda y mediana para resolver situaciones cotidianas.

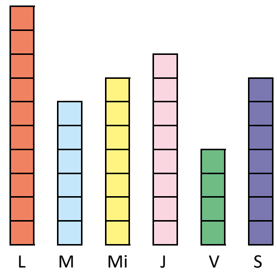
Algunos aspectos importantes en el desarrollo de esta lección son las medidas de tendencia central: media, moda y mediana; que cobran sentido cuando se resuelven situaciones cotidianas dado que permiten resumir información y comparar resultados de dos o más series de datos, el uso de la representación gráfica facilita la comprensión del concepto de media y además, el cálculo de la suma de la serie de datos y también prepara al estudiante para el estudio de las propiedades de la media aritmética que se realiza en octavo grado.

1.1 La media aritmética

Analiza

Un almacén de San Salvador que vende cocinas muestra la siguiente tabla y gráfica, que representan la cantidad que vendió en seis días de una semana. Al suponer que se vendió la misma cantidad cada día, ¿cuántas cocinas se vendieron por día?

Día	Cocinas
lunes (L)	10
martes (M)	6
miércoles (Mi)	7
jueves (J)	8
viernes (V)	4
sábado(S)	7

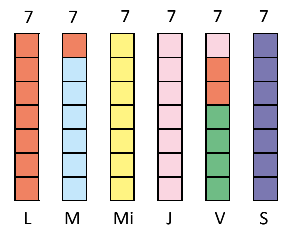


Considera que cada ☐ representa una cocina. Para responder la pregunta, puedes emparejar la altura de las cintas que representan las ventas de cada día, es decir, mueve los ☐ de un día a otro.

Soluciona

1 Al emparejar el largo de la cinta en cada día, repartiendo equitativamente la cantidad de cocinas entre todos los días, resultan 7 cocinas cada día.

R: 7 cocinas.



Ana

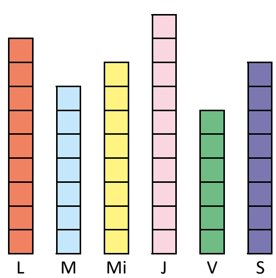
Comprende

2 Al número de cocinas vendidas en cada día, después haber repartido para emparejar el largo de las cintas, se le llama **media aritmética**. Es decir, en el almacén, la media aritmética de cocinas vendidas por día es 7. En general, la media aritmética es el número que resulta al emparejar cantidades.

Resuelve

1. En el almacén de venta de cocinas, en la sucursal de Santa Ana, se vendió durante seis días la cantidad de cocinas mostradas en la tabla y gráfica.

Día	Cocinas
lunes	9
martes	7
miércoles	8
jueves	10
viernes	6
sábado	8

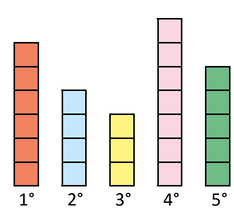


a. ¿Cuál es la media aritmética de cocinas vendidas por día, durante la semana en dicha sucursal?

b. Entre la sucursal de Santa Ana y San Salvador, ¿cuál tiene la mayor media aritmética de cocinas vendidas por día?

2. Para los siguientes datos sobre un torneo de fútbol, calcula la media aritmética de los goles anotados por partido.

Partido	Goles
1.°	6
2.°	4
3.°	3
4.°	7
5.°	5



Indicador de logro:

1.1 Calcula la media aritmética de un conjunto de datos realizando particiones equitativas.

Propósito: Representar gráficamente la media aritmética de una serie de datos.

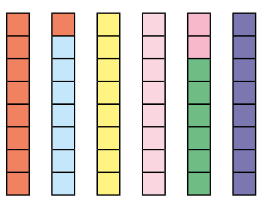
Puntos importantes: La media aritmética será introducida a partir de una representación gráfica, tal como se muestra en 1, el estudiante debe contar los cuadritos y buscar la manera que todas las barras tengan igual altura, para luego en 2 formalizar el sentido de la media aritmética.

Sugerencia metodológica: En 1. de 1, pueden utilizarse tiras de papel cuadriculado, de tal manera que se puedan cortar lo más preciso posible y pegar de forma que todas las barras tengan igual altura, de preferencia que las barras tengan distinto color y de ser posible que sean del color que indica el libro. Para facilitar el trabajo con los estudiantes, la actividad puede realizarse en parejas.

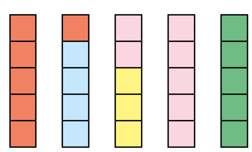
Materiales: Tiras de color y cuadriculadas para las tablas del Analiza y del problema 1. del Resuelve.

Solución de problemas:

1. a. **R:** 8 cocinas.
   b. **R:** Tiene mayor media aritmética la sucursal de Santa Ana



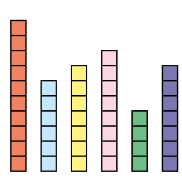
2. **R:** 5 goles.



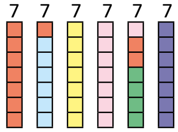
Fecha: **Clase:** 1.1

Ⓐ Observa y responde. Al suponer que se vendió igual cantidad cada día, ¿cuántas cocinas se vendieron por día?

Día	Cocinas
lunes (L)	10
martes (M)	6
miércoles (Mi)	7
jueves (J)	8
viernes (V)	4
sábado(S)	7

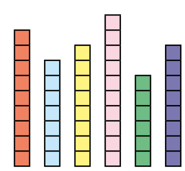


Ⓢ Al repartir equitativamente la cantidad de cocinas entre todos los días.
R: 7 cocinas.

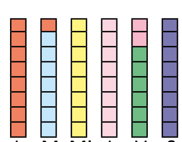


Ⓡ

Día	Cocinas
lunes	9
martes	7
miércoles	8
jueves	10
viernes	6
sábado	8



1. a. **R:** 8 cocinas.



b. **R:** Tiene mayor media aritmética la sucursal de Santa Ana.

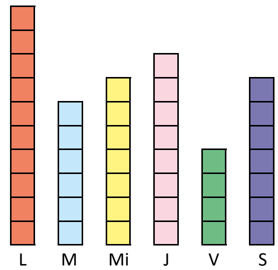
Tarea: página 132

1.2 Fórmula de la media aritmética

Analiza

En el mismo problema del Analiza de la clase anterior, ¿cómo puedes encontrar la media aritmética sin tener que dibujar la gráfica, sólo realizando cálculos? Escribe el **PO** y encuentra el resultado.

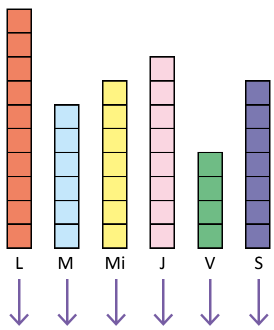
Apóyate en la gráfica de la sucursal de cocinas de San Salvador y analiza el procedimiento.



Soluciona


Carmen

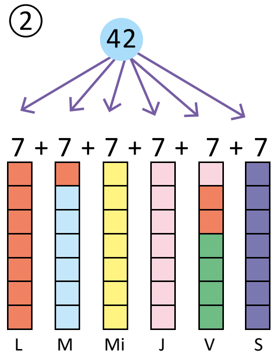
1



① 10 + 6 + 7 + 8 + 4 + 7 = 42

Observo que el procedimiento que realizo es equivalente a saber cuántas cocinas se han vendido en total, luego esa cantidad la divido entre los 6 días.

②



Por lo que, para encontrar la media aritmética solo realizando cálculos sería:
PO: (10 + 6 + 7 + 8 + 4 + 7) ÷ 6

(10 + 6 + 7 + 8 + 4 + 7) ÷ 6 = 42 ÷ 6
= 7

R: 7 cocinas.

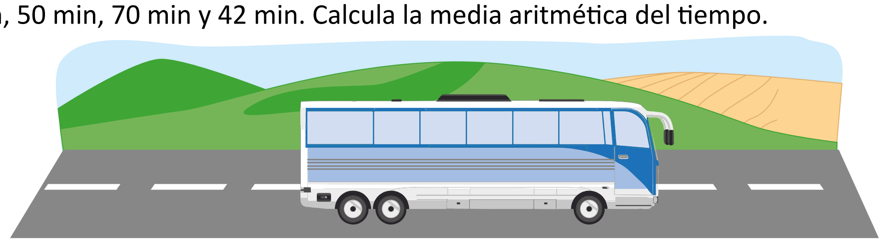
Comprende

Para calcular la media aritmética se puede utilizar la siguiente fórmula:

2 **suma de los datos ÷ cantidad de datos = media aritmética**

Resuelve

1. Encuentra la media aritmética de los siguientes puntos logrados por cuatro jugadores: 10, 20, 30, 40.
2. De lunes a viernes una persona come su desayuno y almuerzo fuera de su casa. Los gastos en comida que hace cada día de una semana son: \$6, \$6, \$6, \$5, \$7. ¿Cuál es la media de los gastos en comida por día?
3. Una persona que viaja en bus desde San Pedro Perulapán hacia San Salvador, siempre a la misma hora, decidió anotar el tiempo que se tardaba en el recorrido; los datos fueron: 80 min, 65 min, 75 min, 80 min, 50 min, 70 min y 42 min. Calcula la media aritmética del tiempo.



Indicador de logro:

1.2 Calcula la media aritmética de un conjunto de datos utilizando la fórmula.

Propósito: Introducir la fórmula para calcular la media aritmética mediante la solución de un problema.

Puntos importantes: A diferencia de la clase anterior, en esta clase se busca introducir la fórmula para el cálculo de la media aritmética, pero se fundamenta en el trabajo gráfico y manual que se ha realizado para resolver el mismo problema en la clase anterior.

Sugerencia metodológica: En 1, se busca que a partir de lo aprendido en la clase anterior, se introduzca el sentido de cálculo de la media aritmética determinando primero la suma total y luego un proceso de reparto equitativo entre la cantidad de días, esto se resume en 2 como la suma de datos entre la cantidad de datos.

Materiales: Carteles con las tablas del Analiza que se utilizan en la solución.

Solución de problemas:

1. Se calcula la media realizando el proceso del Comprende:

   PO: (10 + 20 + 30 + 40) ÷ 4

   (10 + 20 + 30 + 40) ÷ 4 = 100 ÷ 4 = 25

   R: 25 puntos.

2. Se identifican los datos y se plantea la solución:

   PO: (6 + 6 + 6 + 5 + 7) ÷ 5

   (6 + 6 + 6 + 5 + 7) ÷ 5 = 30 ÷ 5 = 6

   R: 6 dólares.

3. Se elabora una tabla:

   PO: (80 + 65 + 75 + 80 + 50 + 70 + 42) ÷ 7

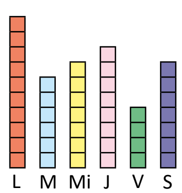
   (80 + 65 + 75 + 80 + 50 + 70 + 42) ÷ 7
   = 462 ÷ 7 = 66

   R: 66 minutos, o una hora con 6 minutos.

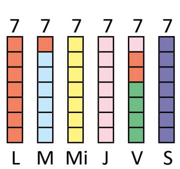
Fecha: **Clase:** 1.2

A En el mismo problema de la clase anterior, ¿cómo calcular la media aritmética, solo realizando cálculos? Escribe el **PO** y encuentra el resultado.

S



Es equivalente a saber cuántas cocinas se han vendido en total, luego divido esa cantidad entre los 6 días.



PO: (10 + 6 + 7 + 8 + 4 + 7) ÷ 6

(10 + 6 + 7 + 8 + 4 + 7) ÷ 6
= 42 ÷ 6 = 7

R: 7 cocinas.

R 1. Encuentra la media aritmética.

PO: (10 + 20 + 30 + 40) ÷ 4

(10 + 20 + 30 + 40) ÷ 4 = 100 ÷ 4 = 25

R: 25 puntos.

2. Media de los gastos en comida por día.

PO: (6 + 6 + 6 + 5 + 7) ÷ 5

(6 + 6 + 6 + 5 + 7) ÷ 5 = 30 ÷ 5 = 6

R: 6 dólares.

Tarea: página 133

1.3 Cálculo de la media aritmética cuando alguno de los datos es cero

Analiza

Un almacén, que vende exclusivamente computadoras, registra durante una semana la cantidad de productos vendidos como se muestra en la tabla. ¿Cuál es la media aritmética de computadoras vendidas por día?

Día	n.° de computadoras
lunes (L)	6
martes (M)	2
miércoles (Mi)	5
jueves (J)	0
viernes (V)	4
sábado (S)	7

Soluciona


José

Utilizo la fórmula de la media:

$(6 + 2 + 5 + 0 + 4 + 7) \div 6 = 4$

1 **R:** 4 computadoras.

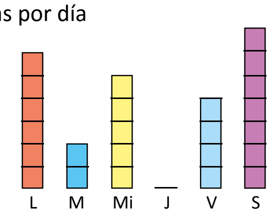
Observa que aunque uno de los datos es cero, siempre se toma en cuenta en la cantidad de datos. Si no se tomara en cuenta se tendría:

$(6 + 2 + 5 + 4 + 7) \div 5 = 4.8$

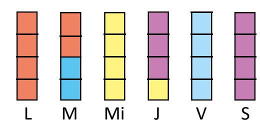
Y aunque la media aritmética puede resultar un número decimal, el procedimiento no es correcto.

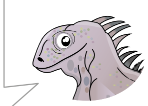
Se puede comprobar graficamente la respuesta.

Ventas por día



Luego de repartir:





Comprende

Cuando uno o varios de los datos son iguales a cero, el cálculo de la media aritmética es el mismo y siempre se toman en cuenta para realizar las operaciones.

¿Sabías que...?

La media aritmética puede ser un número decimal. Por ejemplo:

2 La cantidad de computadoras vendidas de lunes a sábado fue 0, 0, 0, 0, 5, 4. La media aritmética (o simplemente media) de computadoras vendidas por día es:

$$(0 + 0 + 0 + 0 + 5 + 4) \div 6 = 1.5 \text{ computadoras.}$$

Aunque no se venden 1.5 computadoras, cuando se calcula la media es correcto decir 1.5 computadoras.

Resuelve

Encuentra la media aritmética para cada caso.

1. Cinco niños juegan tiro al blanco, la cantidad de aciertos de los niños fueron: 4, 6, 7, 3, 0.
2. Un meteorólogo registra la temperatura en grados centígrados de una ciudad cada 4 horas al día. Las temperaturas fueron: 2, 0, 4, 20, 24, 16.
3. En un torneo de fútbol en un día se jugaron 5 partidos, la cantidad de goles anotados por partido fueron: 3, 0, 5, 0, 2.

Indicador de logro:

1.3 Calcula la media aritmética cuando uno o más datos son cero.

Propósito: Calcular la media aritmética cuando al menos uno de los datos es cero, así como el sentido de la media cuando es un número decimal.

Puntos importantes: En 1, se espera que haciendo uso de lo aprendido en la clase anterior, se realice el cálculo de la media, enfatizando que aunque el dato es cero, siempre debe ser contado.

Sugerencia metodológica: En 1 se realiza el cálculo de la media haciendo uso de la fórmula introducida en la clase anterior, pero recalcando la importancia de considerar siempre en el total el dato que es cero, luego se retoma la representación gráfica con el objeto de fijar lo aprendido manteniendo el sentido gráfico con el que se introdujo la media aritmética; mientras que en 2 se hace referencia al tipo de valor que puede tomar la media aritmética y el sentido que tiene cuando es un valor decimal.

Materiales: Carteles con las tablas del Analiza.

Solución de problemas:

1. **PO:** (4 + 6 + 7 + 3 + 0) ÷ 5
   (4 + 6 + 7 + 3 + 0) ÷ 5 = 4
   R: 4 aciertos.

2. **PO**: (2 + 0 + 4 + 20 + 24 + 16) ÷ 6
   (2 + 0 + 4 + 20 + 24 + 16) ÷ 6
   R: 11 grados centígrados.

3. **PO:** (3 + 0 + 5 + 0 + 2) ÷ 5
   (3 + 0 + 5 + 0 + 2) ÷ 5 = 2
   R: 2 goles.

Fecha: **Clase:** 1.3

Ⓐ ¿Cuál es la media aritmética de computadoras vendidas por día?

Día	n.° de computadoras
lunes (L)	6
martes (M)	2
miércoles (Mi)	5
jueves (J)	0
viernes (V)	4
sábado (S)	7

Ⓢ Utilizo la fórmula de la media:

PO: (6 + 2 + 5 + 0 + 4 + 7) ÷ 6 = 4
(6 + 2 + 5 + 0 + 4 + 7) ÷ 6 = 4
R: 4 computadoras.

Ⓡ Encuentra la media aritmética para cada caso.

1. **PO:** (4 + 6 + 7 + 3 + 0) ÷ 5
   (4 + 6 + 7 + 3 + 0) ÷ 5 = 4
   R: 4 aciertos.

2. **PO:** (2 + 0 + 4 + 20 + 24 + 16) ÷ 6
   (2 + 0 + 4 + 20 + 24 + 16) ÷ 6 = 11
   R: 11 grados centígrados.

Tarea: página 134

1.4 Cálculo de la suma de datos

Analiza

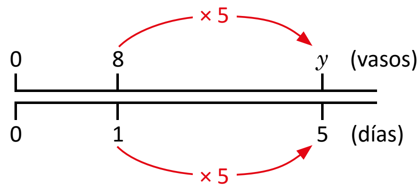
La media aritmética de la cantidad de vasos con agua que Marta bebió por día, durante 5 días, fue 8. ¿Cuántos vasos con agua bebió en total?

Soluciona

Si la media aritmética de la cantidad diaria de vasos con agua fue 8, entonces al repartir en cantidades iguales, a cada día le correspondieron 8 vasos.

1


Beatriz



Por lo que la cantidad total de vasos con agua que tomó en 5 días fue: $8 \times 5 = 40$

R: 40 vasos.

Comprende

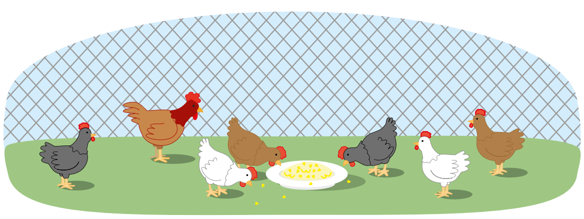
2

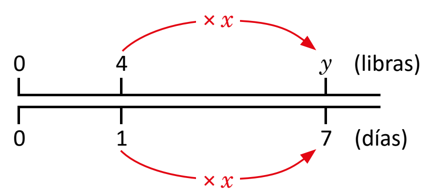
Para calcular la suma de los datos, conociendo la media aritmética por día, se utiliza la siguiente fórmula:

media aritmética × cantidad de datos = suma de los datos

Resuelve

1. La media aritmética de libras de maíz por día que consumen las gallinas de Carlos es 4. ¿Cuál es el total de libras de maíz que consumen en 7 días?





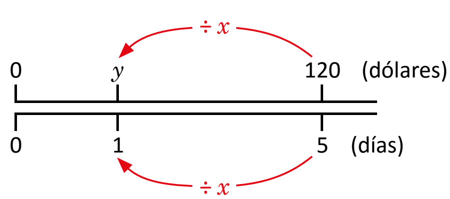
2. La media aritmética de la distancia que recorre cada día Miguel es de 5 km, ¿cuántos kilómetros recorre en 30 días?

3. La media aritmética del ahorro por día de una persona es de $2, ¿cuánto dinero ahorrará en 10 días?

Desafíate

3

Dos hermanos ahorran la cantidad total de $120 y la media aritmética del dinero ahorrado por día es $2. ¿En cuántos días ahorraron la cantidad total?



Indicador de logro:

1.4 Calcula la suma de los datos conociendo la media aritmética.

Propósito: Utilizar el valor de la media aritmética para resolver situaciones del entorno.

Puntos importantes: En 1, el valor de la media aritmética indica que cada día Marta bebió 8 vasos de agua, por lo que para determinar el total, únicamente necesita multiplicar la cantidad de vasos por el número de días. En 2, se establece una expresión matemática que permita determinar la suma de los datos, cuando se conoce la media aritmética y la cantidad de datos.

En 3 se tiene una variante en relación al Analiza, pues en este caso, se busca la cantidad de datos, conociendo la media aritmética.

Sugerencia metodológica: En 1, si un estudiante determina la suma de los datos mediante la operación suma, es importante proporcionar las pistas para que logre plantear la multiplicación, y sea más natural la introducción de la expresión que se presenta en 2.

Es posible que en 3, algunos estudiantes no logren determinar la solución o que la determinen, sin lograr identificar la relación con la expresión planteada en el Comprende.

Materiales: Carteles con las tablas del Analiza o con el gráfico del Soluciona.

Solución de problemas:

1. **PO:** 4×7
   $4 \times 7 = 28$
   R: 28 libras.

2. **PO:** 5×30
   $5 \times 30 = 150$
   R: 150 km.

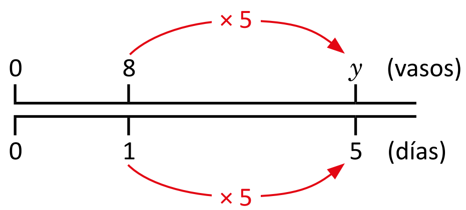
3. **R:** \$20.

★ **Desafíate** **R:** 30 días.

Fecha: **Clase:** 1.4

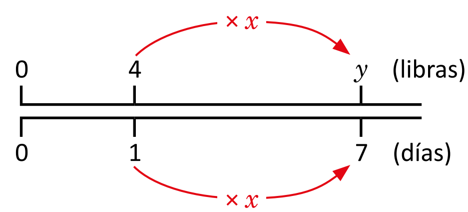
Ⓐ La media aritmética de la cantidad de vasos con agua que Marta bebió por día, durante 5 días, fue 8. ¿Cuántos vasos con agua bebió en total?

Ⓢ Como la media aritmética de la cantidad diaria de vasos con agua es 8, a cada día le correspondieron 8 vasos.



La cantidad total de vasos con agua que tomó en 5 días fue: $8 \times 5 = 40$
R: 40 vasos.

Ⓡ 1. ¿Cuál es el total de libras de maíz que consumen en 7 días?



PO: 4×7
$4 \times 7 = 28$

R: 28 libras.

Tarea: página 135

1.5 Aplicación de la media aritmética

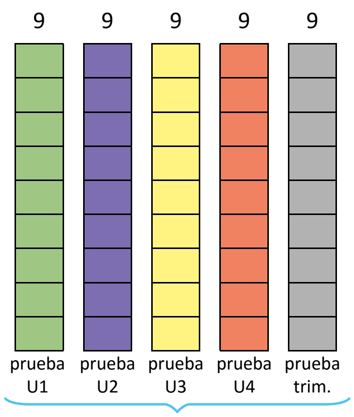
Analiza

Julia realizó 4 pruebas de unidad en Matemática y la prueba de trimestre, la profesora le dice que obtuvo una media de 9 puntos. Las notas de las pruebas de unidad son: 8, 9, 8 y 10. ¿Cuál es la nota de la prueba de trimestre?

Soluciona

1 Como la media es 9, significa que a cada evaluación le corresponden 9 puntos:

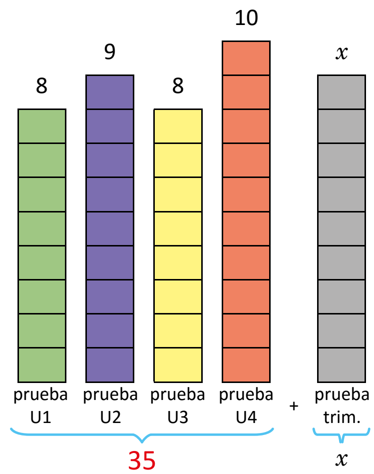

Mario



$9 \times 5 = 45$

① Total de puntos $9 \times 5 = 45$

Reparto a cada tarea el puntaje obtenido, me queda:



Luego de repartir, lo que sobra es el puntaje de la prueba de trimestre.

② $8 + 9 + 8 + 10 + x = 45$

③ Encontrando la nota:

$$35 + x = 45$$
$$x = 45 - 35$$
$$x = 10$$

R: 10 puntos.

Comprende

2 En algunos casos no se tiene el valor de todos los datos, pero conociendo la media aritmética pueden calcularse los que se desconocen. Pasos:
① Calcular el valor total de los datos.
② Establecer la relación entre los datos y el valor total.
③ Restar el valor de los datos que se conocen.

Resuelve

1. La media de la edad de 5 integrantes de una familia es 16 años. Si la madre tiene 30, el padre 32, el primer hijo 9 y el segundo 6, ¿cuántos años tiene el hijo menor?

2. En un torneo de ajedrez, la media del tiempo que duraron 4 de las partidas fue 45 min. Si los tiempos que se tardaron tres de ellas fueron 60 min, 40 min y 55 min, ¿cuánto se tardó la cuarta partida?

El primer programa creado para jugar al ajedrez lo realizó Alan Turing en 1951. Sin embargo, las computadoras no estaban preparadas para su uso, así que él mismo hacía los cálculos y jugaba de acuerdo a ellos.

3. Se lleva el conteo del número de huevos que ponen un grupo de gallinas de lunes a viernes. La media aritmética de los huevos puestos por las gallinas durante la semana fue 4. El lunes pusieron 5, el martes 4, el miércoles 3 y el viernes 5. ¿Cuántos huevos pusieron el día jueves?

Indicador de logro:

1.5 Encuentra el valor de uno de los datos conociendo la media aritmética.

Propósito: Determinar un dato desconocido, cuando se conoce la media aritmética y los otros valores.

Puntos importantes: En 1, se espera que utilizando la media aritmética y lo aprendido en la clase anterior sobre la suma de los datos, el estudiante intuya el proceso a seguir para determinar el valor del dato desconocido. En 2, se busca establecer el paso a paso para determinar el valor del dato desconocido.

Sugerencia metodológica: Que los estudiantes retomen lo aprendido en las clases anteriores, determinen la suma de los datos e intuyan cual debe ser la nota obtenida en la prueba que no se conoce. Si el estudiante no logra de descubrir que debe hacer una resta, el docente debe dar pistas para orientar el proceso. En 2, se busca describir el paso a paso realizado para resolver el problema.

Solución de problemas:

1. ① Total de puntos $16 \times 5 = 80$

   ② $30 + 32 + 9 + 6 + x = 80$

   R: 3 años.

2. ① Total de puntos $45 \times 4 = 180$

   ② $60 + 40 + 55 + x = 180$

   R: 25 minutos.

3. ① Total de puntos $4 \times 5 = 20$

   ② $5 + 4 + 3 + x + 5 = 20$

   R: 3 huevos.

Anotaciones:

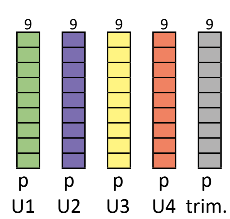
____

____

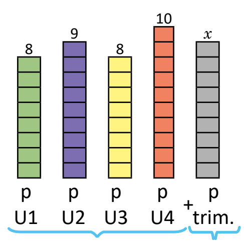
Fecha: **Clase:** 1.5

Ⓐ Julia realizó 4 pruebas de unidad en Matemática y la prueba de trimestre, la profesora le dice que obtuvo una media de 9 puntos. Las notas de las pruebas de unidad son: 8, 9, 8 y 10. ¿Cuál es la nota de la prueba de trimestre?

Ⓢ



$9 \times 5 = 45$



① Total de puntos $9 \times 5 = 45$

② $8 + 9 + 8 + 10 + x = 45$

③ Encontrando la nota:

$$35 + x = 45$$
$$x = 45 - 35$$
$$x = 10$$

Ⓡ 1. ① Total de puntos $16 \times 5 = 80$

② $30 + 32 + 9 + 6 + x = 80$

R: 3 años.

Tarea: página 136

1.6 Cálculo de nuevas medias aritméticas

Analiza

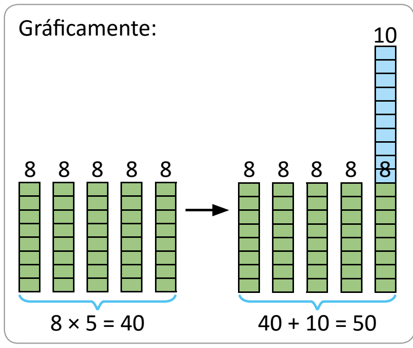
En 5 días de trabajo, una costurera iba a confeccionar una cantidad de vestidos cuya media fuera de 8 por día. Pero el viernes elaboró 10 vestidos más. ¿Cuál fue la media aritmética de vestidos elaborados por día?

Soluciona

1 Observo que, como iba a elaborar una cantidad de vestidos cuya media aritmética fuera de 8 por día, entonces:

① Total de vestidos que iba a elaborar: 8 × 5 = 40
② Nuevo total de vestidos: 40 + 10 = 50; porque elaboró 10 vestidos más.
③ Para obtener la media de vestidos elaborados por día divido: 50 ÷ 5 = 10. Por lo tanto, la nueva media de vestidos elaborados por día es 10.

R: 10 vestidos.



Comprende

En algunos casos se conoce la media aritmética para cierta cantidad de datos; al incrementar uno de los datos, la nueva media aritmética se calcula realizando lo siguiente:

① Se calcula el valor total de los datos.
② Se suma el valor en que se ha incrementado uno de los datos.
③ Se calcula el nuevo valor de la media aritmética.

2 **¿Qué pasaría?**

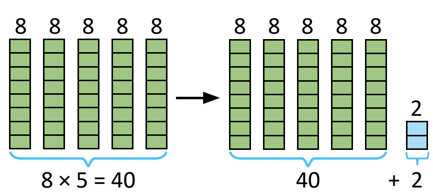
En 5 días de trabajo, una costurera confecciona una cantidad de vestidos cuya media aritmética es de 8 por día. En una determinada semana trabaja un día extra en el que solo elabora 2 vestidos, ¿cuál es la media aritmética de vestidos elaborados en esa semana de trabajo?

① Total de vestidos sin día extra: 8 × 5 = 40
② Total de vestidos con día extra: 40 + 2 = 42
③ Total de días de trabajo en esa semana: 5 + 1 = 6
④ Media aritmética: 42 ÷ 6 = 7

R: 7 vestidos.

Observa que como se aumentó un día, se aumentó en uno el divisor.

Gráficamente:



Resuelve

1. José participa en un proyecto de plantación de árboles. De febrero a julio, José tuvo una media aritmética de 12 árboles plantados por mes.
   a. Si José plantó 6 árboles más en mayo, que no fueron contados para calcular la media aritmética, ¿cuál es la nueva media aritmética de los árboles plantados por mes?
   b. José decide que en agosto plantará 20 árboles frutales. ¿Cuál es la media aritmética de los árboles plantados por mes en el periodo de febrero a agosto?

2. Una familia pagó su factura mensual de energía eléctrica durante 7 meses. Se calcula que su media aritmética de pago por factura fue de $12 por mes. Si para el octavo mes tienen que pagar $20, ¿cuál será la media aritmética de pago por mes en su factura durante los 8 meses?

Indicador de logro:

1.6 Encuentra la nueva media aritmética cuando se agrega un nuevo valor al conjunto de datos.

Propósito: Calcular una nueva media, cuando se agrega o se le resta una cantidad al total de datos.

Puntos importantes: En 1 se resuelve el problema utilizando lo aprendido en clases anteriores, buscando introducir el proceso de cálculo de la nueva media de una manera intuitiva; para ello se determina la suma de los datos, y luego se divide entre el total de los datos. En 2 se presenta un caso diferente al problema inicial, se hace variar el total de datos, esto evidentemente también hace variar el valor de la media aritmética.

Sugerencia metodológica: Es posible que a algunos estudiantes se les dificulte resolver el problema solos, en ese caso será necesario brindar las pistas necesarias para que puedan realizar un proceso similar al planteado en 1. Este proceso a seguir está sistematizado en el Comprende, una vez se resuelva el Analiza, es importante leer en voz alta y analizar el Comprende para que los estudiantes puedan interiorizar el proceso de resolución del problema, sistematizando el paso a paso realizado.

Solución de problemas:

1. a.

① Total de árboles que iba a plantar: $12 \times 6 = 72$
② Nuevo total de árboles plantados:
$72 + 6 = 78$; porque plantó 6 árboles más.
③ Para obtener la media de árboles plantados por mes divido: $78 \div 6 = 13$.

R: 13 árboles por mes.

1. b.

① Total de árboles plantados: $72 + 6 = 78$
② Nuevo total de árboles plantados:
$78 + 20 = 92$; porque plantó 20 árboles más.
③ Para obtener la media de árboles plantados por mes divido: $98 \div 7 = 14$, porque se aumenta un mes.

R: 14 árboles por mes.

2. **R:** 13 dólares por mes.

Fecha: **Clase:** 1.6

Ⓐ En 5 días de trabajo, una costurera iba a confeccionar una cantidad de vestidos cuya media fuera de 8 por día. Pero el viernes elaboró 10 vestidos más. ¿Cuál fue la media aritmética de vestidos elaborados por día?

Ⓢ ① Total de vestidos que iba a elaborar: $8 \times 5 = 40$
② Nuevo total de vestidos: $40 + 10 = 50$; porque elaboró 10 vestidos más.
③ Para obtener la media de vestidos elaborados por día divido: $50 \div 5 = 10$. Por lo tanto, la nueva media de vestidos elaborados por día es 10.

R: 10 vestidos.

Ⓡ 1. a. ① Total de árboles que iba a plantar:
$12 \times 6 = 72$
② Nuevo total de árboles plantados:
$72 + 6 = 78$; porque plantó 6 árboles más.
③ Para obtener la media de árboles plantados por mes divido: $78 \div 6 = 13$.

R: 13 árboles por mes.

b. **R:** 14 árboles por mes.

Tarea: página 137

1.7 Practica lo aprendido

1. Encuentra la media aritmética de los siguientes puntos logrados por cuatro jugadores: 15, 35, 20, 10.

2. La media de libras de maíz que consumen las gallinas de Ana es 6 por día. ¿Cuál es el total de libras de maíz que consumen en 4 días?

3. Cinco niños juegan tiro al blanco, la cantidad de aciertos de los niños fue: 8, 7, 0, 5, 10. ¿De cuánto es la media aritmética de aciertos por niño?

4. La media aritmética de la edad de 4 integrantes de una familia es de 15 años. Si la madre tiene 27, el padre 28 y el segundo hijo 2, ¿cuántos años tiene el hijo mayor?

5. Antonio participa en un proyecto de plantación de árboles. De enero a junio tuvo una media aritmética de 10 árboles plantados por mes.
   a. En abril, Antonio plantó 6 árboles más de los contados inicialmente en ese mes. ¿Cuál es la nueva media aritmética de árboles plantados por mes?

   b. Antonio decide que en julio sembrará 32 árboles. ¿Cuál es la media aritmética de los árboles plantados por mes en el periodo de enero a julio?

6. Utilizando la fórmula de la media aritmética resuelve los siguientes problemas.
   a. La cantidad de cuadros vendidos por día en una galería de arte durante siete días fue de 5, 8, 10, 6, 7, 9 y 4. Encuentra la media aritmética de los cuadros vendidos por día.

   b. La cantidad de inasistencias de los estudiantes en un grado por día, durante una semana, se muestra en la tabla. Si se sabe que la media aritmética de inasistencias es de 5 personas por día, calcula el dato faltante en la tabla.

Día	Inasistencia
lunes (L)	4
martes (M)	8
miércoles (Mi)	3
jueves (J)	x
viernes (V)	6

7. Durante la clase de Matemática se hicieron 5 evaluaciones; en ellas, Beatriz obtuvo una media aritmética de 8 puntos, luego realizó una evaluación extra en la que obtuvo 2 puntos. ¿Cuál fue la nueva media aritmética de sus notas?

Indicador de logro:

1.7 Resuelve problemas sobre media aritmética.

Solución de problemas:

1. **PO**: $(15 + 35 + 20 + 10) \div 4$

   $(15 + 35 + 20 + 10) \div 4 = 20$

   R: 20 puntos.

2. **PO**: 6×4

   $6 \times 4 = 24$

   R: 24 libras de maíz.

3. **PO**: $(8 + 7 + 0 + 5 + 10) \div 5$

   $(8 + 7 + 0 + 5 + 10) \div 5 = 6$

   R: 6 puntos.

4. ① Total de datos $15 \times 4 = 60$

   ② $27 + 28 + x + 2 = 60$

   R: 3 años.

5. a.

① Total de árboles que iba a plantar: $10 \times 6 = 60$
② Nuevo total de árboles plantados:
$60 + 6 = 66$; porque plantó 6 árboles más.
③ Para obtener la media de árboles plantados por mes divido: $66 \div 6 = 11$.

R: 11 árboles por mes.

5. b.

① Total de árboles plantados: $60 \times 6 = 66$
② Nuevo total de árboles plantados:
$66 + 32 = 98$; porque plantó 32 árboles más.
③ Para obtener la media de árboles plantados por mes divido: $98 \div 7 = 14$, porque se aumenta un mes.

R: 14 árboles por mes.

6. a. **PO**: $(5 + 8 + 10 + 6 + 7 + 9 + 4) \div 7$

   $(5 + 8 + 10 + 6 + 7 + 9 + 4) \div 7 = 7$

   R: 7 cuadros por día.

6. b. ① Total de inasistencias $5 \times 5 = 25$

   ② $4 + 8 + 3 + x + 6 = 25$

   R: 4 inasistencias.

7. ① Total de puntos: $8 \times 5 = 40$

   ② Nuevo total de puntos: $40 + 2 = 42$;
   porque obtuvo 2 puntos en la siguiente prueba.

   ③ Para obtener la nueva media de las notas divido:
   $42 \div 6 = 7$.

   R: 7 puntos.

Unidad 7

Lección 2 Moda y mediana

2.1 Moda

Analiza

La profesora de sexto grado desea regalarle frutas a sus estudiantes, según su preferencia. Las frutas seleccionadas fueron: jocotes, papaya, mango, níspero, mango, jocotes, anona, papaya, mango, nance, jocotes, mango, piña, sandía, jocotes, marañón, piña, papaya, níspero, papaya, mango.

Frutas	Número de estudiantes que la prefieren	Frutas	Número de estudiantes que la prefieren
jocote		nance	
papaya		piña	
mango		sandía	
níspero		marañón	
anona			

a. Para cada fruta, determina cuántos estudiantes la escogieron y completa la tabla.
b. Identifica la fruta preferida por más estudiantes.

Soluciona

1

a. Completo la tabla:


Ana

Frutas	Número de estudiantes que la prefieren	Frutas	Número de estudiantes que la prefieren
jocote	4	nance	1
papaya	4	piña	2
mango	5	sandía	1
níspero	2	marañón	1
anona	1		

b. Observo la tabla, la fruta que es preferida por más estudiantes es el mango, ya que es el que aparece más veces en el conjunto de las frutas preferidas.

R: Mango.

Comprende

La **moda** es el valor, objeto o característica que más se repite en los datos.

2

¿Sabías que...?

Cuando hay dos modas en un conjunto de datos, se dice que el conjuto es **bimodal**.

Resuelve

1. En una venta de helados, durante una semana, se anotaron cuántos se vendieron y el sabor de cada uno, la información se muestran en la tabla. ¿Cuál es la moda de los sabores?

Sabores	Número de helados vendidos
fresa	30
chocolate	60
vainilla	59
chicle	40

2. Se le pregunta a un grupo de estudiantes la cantidad de libros que ha leído cada uno, sus respuestas son: 2, 6, 1, 5, 5, 3, 4, 1, 2, 5, 5, 6, 2, 1, 2. ¿Cuál es la moda de la cantidad de libros leídos?

Cantidad de libros leídos	Número de niños
1	
2	
3	
4	
5	
6	

Utiliza el número de niños que leyeron cada cantidad de libros para determinar en qué cantidad de libros leídos está la moda.

Indicador de logro:

2.1 Identifica la moda en un conjunto de datos.

Propósito: Identificar el dato que aparece más veces en una serie de datos.

Puntos importantes: En 1, se introduce el concepto de moda de una forma intuitiva, mediante la solución de una situación cotidiana. En 2, se hace referencia al nombre que recibe una serie cuando tiene dos modas, definiéndose la moda como el dato que más se repite en la serie.

Solución de problemas:

1. La moda es chocolate, ya que se vendió mayor número de helados de este sabor.

Sabores	Número de helados vendidos
fresa	30
chocolate	60
vainilla	59
chicle	40

2. Es bimodal, las modas son 2 y 5, hay igual cantidad de niños que leyeron 2 o 5 libros.

Cantidad de libros leídos	Número de niños
1	3
2	4
3	1
4	1
5	4
6	2

Anotaciones:

____

____

____

Fecha: **Clase:** 2.1

(A) Las frutas seleccionadas fueron: jocotes, papaya, mango, níspero, mango, jocotes, anona, papaya, mango, nance, jocotes, mango, piña, sandía, jocotes, marañón, piña, papaya, níspero, papaya y mango.

a. Para cada fruta, determina cuántos estudiantes la escogieron y completa la tabla.

b. Identifica la fruta preferida por más estudiantes.

(S)

Frutas	nº de estudiantes	Frutas	nºde estudiantes
jocote	4	nance	1
papaya	4	piña	2
mango	5	sandía	1
níspero	2	marañón	1
anona	1		

b. Observo la tabla, la fruta que es preferida por más estudiantes es el mango, ya que es el que aparece más veces en el conjunto de las frutas preferidas.

R: Mango.

(R)

Sabores	Número de helados vendidos
fresa	30
chocolate	60
vainilla	59
chicle	40

R: La moda es Chocolate.

Tarea: página 139

Unidad 7

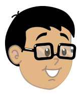
2.2 Mediana de una cantidad impar de datos

Analiza

Las edades de 7 estudiantes son: 12, 14, 15, 16, 10, 13, 9.
Al ordenar las edades de menor a mayor, ¿cuál edad queda justo en medio?

Soluciona

1 Ordenando las edades de menor a mayor:


Carlos

$\underbrace{9 \quad 10 \quad 12}_{\text{tres edades}} \quad \boxed{13} \quad \underbrace{14 \quad 15 \quad 16}_{\text{tres edades}}$

Observa que, si se ordenan de mayor a menor, el centro siempre corresponde a 13.

R: La edad que queda al centro es 13 años.

Comprende

Cuando se tiene una cantidad impar de datos y se ordenan de menor a mayor, o de mayor a menor, el **valor** que queda en la posición central se llama **mediana**.

Para encontrar la mediana cuando la cantidad de datos es impar:
① Se ordenan los datos.
② Se encuentra el dato que ocupa la posición central.

$12 \quad 13 \quad \underbrace{\boxed{18}}_{\text{mediana}} \quad 21 \quad 30$

2 **¿Qué pasaría?**

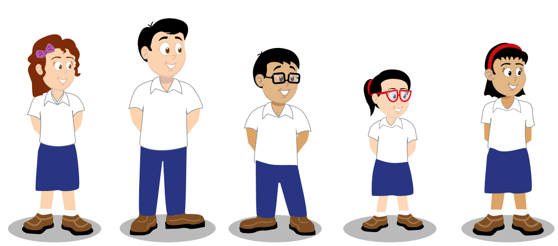
Si los 7 estudiantes tuvieran 12 años ¿cuál será la mediana?

$\underbrace{12 \quad 12 \quad 12}_{\text{tres edades}} \quad \boxed{12} \quad \underbrace{12 \quad 12 \quad 12}_{\text{tres edades}}$

R: La mediana es 12 años.

Resuelve

1. Para el Acto Cívico, los estudiantes deben formarse en una fila por orden de estatura. Encuentra la mediana de las estaturas.



158 cm, 162 cm, 150 cm, 140 cm, 155 cm

2. Un jugo es vendido en recipientes de diferentes tamaños: 200 ml, 335 ml, 250 ml, 406 ml, 500 ml, 750 ml, 1000 ml. ¿Qué cantidad de mililitros es la mediana?

Indicador de logro:

2.2 Encuentra la mediana de una cantidad de datos impar.

Propósito: Identificar el dato que ocupa la posición del centro en una serie de datos ordenada de menor a mayor.

Puntos importantes: Introducir el concepto de mediana para un número impar de datos. En 1, se identifica el dato que ocupa la posición de en medio cuando se ordenan los datos de menor a mayor o de mayor a menor; mientras que en 2, se presenta el caso donde además de ser un número impar de datos, todos los datos tienen el mismo valor.

Solución de problemas:

1. 140 cm, 150 cm, 155 cm, 158 cm, 162 cm
   R: La mediana es 155 cm.

2. 200 ml, 250 ml, 335 ml, 406 ml, 500 ml, 750 ml, 1000 ml
   R: La mediana es 406 ml.

Anotaciones:

____

____

____

____

Fecha: **Clase:** 2.2

Ⓐ Las edades de 7 estudiantes son: 12, 14, 15, 16, 10, 13, 9.
Al ordenar las edades de menor a mayor, ¿cuál edad queda justo en medio?

Ⓢ Ordenando las edades de menor a mayor:

$\underbrace{9 \quad 10 \quad 12}_{\text{tres edades}} \quad \boxed{13} \quad \underbrace{14 \quad 15 \quad 16}_{\text{tres edades}}$

R: La edad que queda al centro es 13 años.

Ⓠ Si los 7 estudiantes tuvieran 12 años ¿cuál será la mediana?

$\underbrace{12 \quad 12 \quad 12}_{\text{tres edades}} \quad \boxed{12} \quad \underbrace{12 \quad 12 \quad 12}_{\text{tres edades}}$

R: La mediana es 12 años.

Ⓡ 1. 140 cm, 150 cm, 155 cm, 158 cm, 162 cm
R: La mediana es 155 cm.

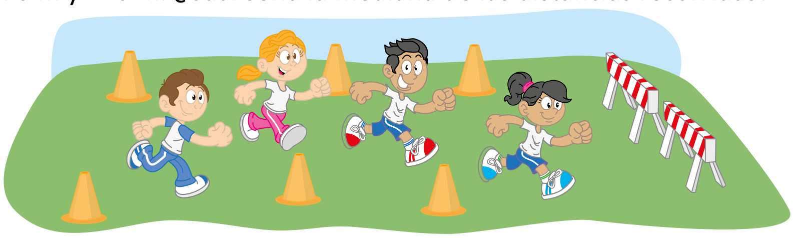
Tarea: página 140

Unidad 7

2.3 Mediana de una cantidad par de datos

Analiza

Durante la clase de Educación Física, 6 estudiantes de diferentes edades participan en una carrera de obstáculos durante 20 segundos. La distancia que recorrió cada niño fue: 100 m, 150 m, 150 m, 90 m, 170 m y 110 m. ¿Cuál sería la mediana de las distancias recorridas?



Encuentra el valor que está entre las dos distancias de las posiciones centrales.

Soluciona

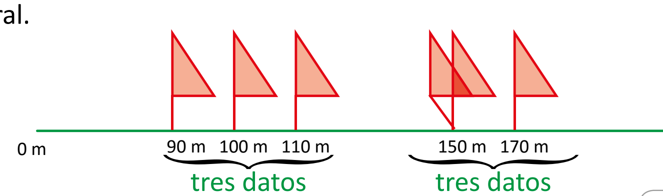
1 Haciendo un dibujo, ordeno de menor a mayor las distancias. Como la cantidad de datos es par, no hay un dato en la posición central.

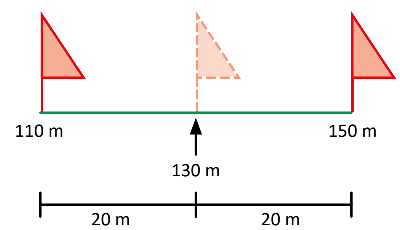
Carmen

Para encontrar el valor que está entre las distancias centrales, se calcula la media de esos dos valores:

(110 + 150) ÷ 2 = 130

R: La mediana es 130 m.





Observa que la media aritmética de 110 y 150 queda en el centro de estos valores.

Comprende

Cuando la cantidad de datos sea par, entonces al ordenar los datos de menor a mayor (o de mayor a menor), la mediana será el valor que se encuentra entre los dos datos centrales.

Para encontrar la mediana cuando la cantidad de datos es par:
① Se ordenan los datos.
② Se calcula la media aritmética de los dos datos centrales.

12 13 18 (mediana) 20 21 30

La mediana es la media aritmética de 18 y 20.

2 ¿Qué pasaría?

Si las edades de 6 estudiantes de sexto grado son: 11, 12, 11, 12, 13, 12, ¿cuál es la mediana? Ordenando las edades 11, 11, 12, 12, 12, 13 en este caso, la cantidad de datos es par, pero los dos datos en el centro son 12, así que la mediana es 12.

Resuelve

1. Encuentra la mediana de los siguientes números: 10, 6, 12, 5, 7, 4, 9 y 9.
2. Para la entrega de uniformes escolares se les preguntó a los estudiantes qué tallas de zapatos utilizan; las respuestas fueron: 33, 32, 31, 36, 33, 31, 34, 35, 36, 30. Encuentra la mediana.
3. Encuentra la mediana de los datos siguientes: 14, 15, 12, 11, 18 y 17.

Indicador de logro:

2.3 Encuentra la mediana de una cantidad de datos par.

Propósito: Identificar el dato que ocupa la posición del centro en una serie de datos ordenada de menor a mayor cuando se tiene un número par de datos.

Puntos importantes: Introducir el concepto de mediana para un número par de datos. En 1 se ordenan los datos de menor a mayor, se identifican los dos datos que ocupan la posición de en medio cuando se ordenan y luego se calcula el promedio de ambos; mientras que en 2 se presenta el caso donde además de ser un número par de datos, los dos datos centrales tienen el mismo valor.

Solución de problemas:

1. 4, 5, 6, 7, 9, 9, 10, 12

   $(7 + 9) \div 2 = 8$

   R: La mediana es 8.

2. 30, 31, 31, 32, 33, 33, 34, 35, 36, 36

   R: La mediana es 33.

3. 11, 12, 14, 15, 17, 18

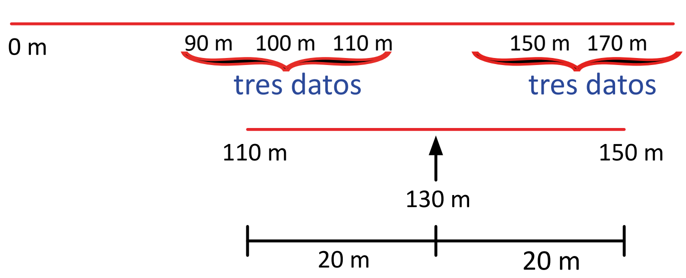
   R: La mediana es 14.5.

Anotaciones:

Fecha: **Clase:** 2.3

Ⓐ 6 estudiantes de diferentes edades participan en una carrera de obstáculos durante 20 segundos. La distancia que recorrió cada niño fue: 100 m, 150 m, 150 m, 90 m, 170 m y 110 m. ¿Cuál sería la mediana de las distancias recorridas?

Ⓢ



Para encontrar el valor que está entre las distancias centrales, se calcula la media de esos dos valores:

$$(110 + 150) \div 2 = 130$$

R: La mediana es 130 m.

Ⓡ 1. 4, 5, 6, 7, 9, 9, 10, 12

$(7 + 9) \div 2 = 8$

R: La mediana es 8.

Tarea: página 141

2.4 Practica lo aprendido

1. En una venta de helados, durante una semana, se anotaron cuántos se vendieron y el sabor de cada uno, la información se muestran en la tabla. ¿Cuál es la moda de los sabores?

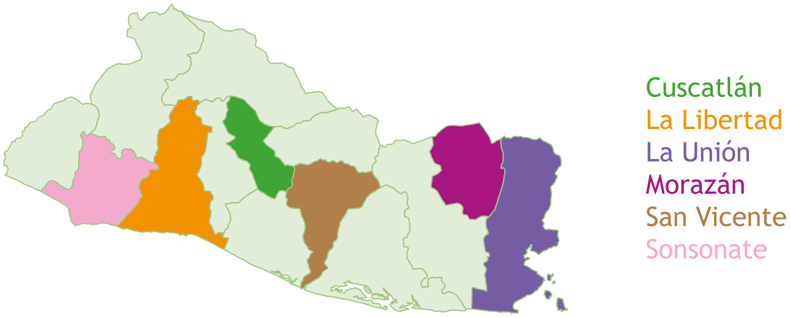
Sabores	Número de helados vendidos
fresa	10
chocolate	37
vainilla	15
chicle	42

2. Julia y Juan hicieron una encuesta con sus amigos, ellos preguntaron qué profesión desearían tener cuando sean grandes. Sus amigos respondieron: matemático, médico, físico, estadístico, biólogo, químico, matemático, profesor, estadístico, físico, estadístico. ¿Cuál es la moda de las profesiones?

3. Encuentra la mediana de los siguientes números: 5, 1, 8, 2, 7, 5 y 8.

4. Para las siguientes estaturas en cm: 132 , 104, 142, 127, 113, 122, 113, 137, 142, 107 y 162, encuentra la mediana.

5. Las áreas en kilómetros cuadrados de los siguientes departamentos de El Salvador son: Cuscatlán 756 km^2, La Libertad 1, 653 km^2, La Unión 2, 074 km^2, Morazán 1, 447 km^2, San Vicente 1, 184 km^2, Sonsonate 1, 226 km^2. Encuentra la mediana de las áreas de los departamentos.



6. El tiempo que se tardaron seis amigos en realizar una multiplicación de dos números mixtos fue: 10 min, 7 min, 12 min, 8 min, 10 min. Encuentra la mediana del número de minutos empleados para hacer la multiplicación.

Indicador de logro:

2.4 Resuelve problemas sobre moda y mediana.

Solución de problemas:

1. Se observa la tabla, el sabor de helado que más se vendió es chicle, ya que es del que se vendió mayor número de helados.

   R: Chicle.

2. Se analiza las respuestas: 2 matemáticos, 1 médico, 2 físicos, 3 estadísticos,1 biólogo, 1 químico, 1 profesor.

   R: estadístico, pues es una profesión que fue seleccionadas por 3 estudiantes.

3. Se ordena los datos y como son una cantidad impar, la mediana es el que ocupa la posición del centro.
   1, 2, 5, 5, 7, 8, 8

   R: La mediana es 5.

4. Se ordena los datos de las estaturas, como son un número impar, la mediana es el que ocupa posición del centro.
   104, 107, 113, 113, 122, 127, 132, 137, 142, 142, 162

   R: La mediana es 127.

5. Para encontrar el valor que está entre las distancias centrales, se calcula la media de esos dos valores porque son un número par de datos, las áreas de los dos del centro, Sonsonate y Morazán.

   $(1,226 + 1,447) \div 2 = 1,336.5$

   R: La mediana es $1,336.5$ km^2.

Departamentos	Área
Cuscatlán	756 km^2
San Vicente	1,184 km^2
Sonsonate	1,226 km^2
Morazán	1,447 km^2
La Libertad	1,653 km^2
La Unión	2,074 km^2

6. Se ordenan los tiempos empleados en realizar las operaciones, como son un número impar, la mediana es el que ocupa la posición del centro.
   7 min, 8 min, 10 min, 10 min, 12 min

   R: La mediana es 10 min.

Unidad 8

Volumen de cubos y prismas rectangulares

1 Competencias de la unidad

- Calcular el volumen de cubos y prismas rectangulares utilizando la fórmula y unidad de medida correspondiente (cm^3 o m^3) en situaciones del entorno.
- Establecer la relación entre el volumen y la capacidad de cubos y prismas rectangulares.

2 Secuencia y alcance

5.º	6.º	7.º
Unidad 11: Clasificación y construcción de prismas	**Unidad 8: Volumen de cubos y prismas rectangulares**	**Unidad 8: Figuras planas y construcción de cuerpos geométricos**
• Clasificación y construcción de prismas	• Volumen de cubos y prismas rectangulares	• Movimiento de figuras en el plano • Círculos, segmentos y ángulos • Planos, cuerpos geométricos y área total de prisma pirámide y cilindro

3 Plan de la unidad

Lección	Clase	Título
1 Volumen de cubos y prismas rectangulares	1	Volumen
	2	El centímetro cúbico
	3	Volumen de un prisma, parte 1
	4	Volumen de un prisma, parte 2
	5	Volumen de cuerpos geométricos compuestos (descomponiendo)
	6	Volumen de cuerpos geométricos compuestos (completando)
	7	Volúmenes en metros cúbicos
	8	Relación entre volumen y capacidad
	9	Equivalencias entre las unidades de capacidad y de volumen
	10	Practica lo aprendido

	1	Prueba de la unidad 8

10 Total de clases
+ prueba de la unidad

Lección 1

Volumen de cubos y prismas rectangulares (10 clases)

En la unidad se trabaja con cuerpos geométricos que pueden ser prismas rectangulares, cubos o cuerpos compuestos por cualquiera de los dos anteriores. Primero, se utiliza como unidad de medida el centímetro cúbico para luego hacer la equivalencia con el metro cúbico, y la relación de estos con las medidas de capacidad (litro y mililitro).

La unidad inicia con la definición de volumen como el espacio que ocupa un cuerpo geométrico. Se toma como base un cubo cuya arista mide 1 cm y con varios de estos se construyen cuerpos geométricos para compararlos y determinar cuál ocupa más espacio. Luego, en la clase 1.2 se introduce el centímetro cúbico como unidad de medida para el volumen de cuerpos geométricos, partiendo del volumen del cubo de 1 cm de arista y, nuevamente, identificando cuántos de estos se han utilizado en la construcción de prismas rectangulares.

En las siguientes clases se deduce la fórmula para calcular el volumen de un prisma rectangular. Para ello, en la clase 1.3 se visualiza que el volumen del prisma rectangular se puede calcular multiplicando la cantidad de cubos de 1 cm^3 que forman la base por la altura del prisma; en la clase 1.4 esto se transforma en la fórmula conocida:

Volumen del prisma rectangular = largo × ancho × altura

Para el caso particular del cubo, esto es igual a **lado × lado × lado**. Luego, se calculan volúmenes de cuerpos geométricos que no son prismas rectangulares, pero que resultan de la composición de varios de estos. Las dos estrategias mostradas para el cálculo del volumen son:

1. Separar el cuerpo geométrico en dos o más prismas rectangulares.
2. Agregar un prisma rectangular (adicional) al cuerpo geométrico, para formar otro prisma rectangular.

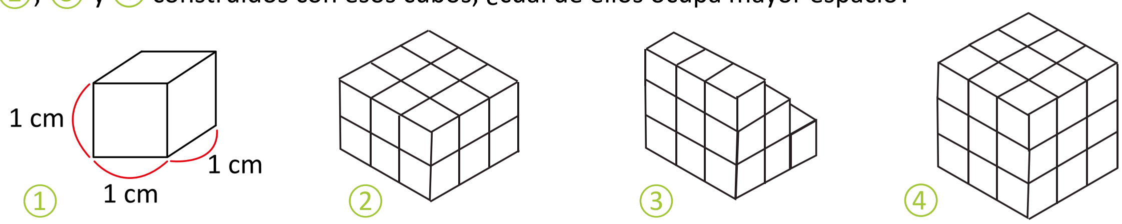
En la clase 1.7 se realiza la conversión de centímetros cúbicos a metros cúbicos, y se establece el metro cúbico como otra unidad de medida para el volumen de cuerpos geométricos; debe recalcarse a los estudiantes el uso y escritura correcta de estas unidades de medida (cm^3 y m^3) para no confundirlas con las utilizadas para medir áreas (cm^2 y m^2). Finalmente, en las clases 1.8 y 1.9 se presenta la relación entre las unidades de volumen estudiadas (centímetros o metros cúbicos) y las medidas de capacidad (mililitros y litros).

Lección 1 Volumen de cubos y prismas rectangulares

1.1 Volumen

Analiza

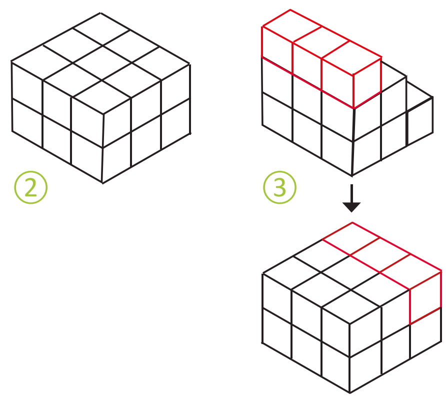
1 Hay varias cantidades de cubos de madera del tamaño que se ve en ①. Observa los cuerpos geométricos ②, ③ y ④ construidos con esos cubos, ¿cuál de ellos ocupa mayor espacio?



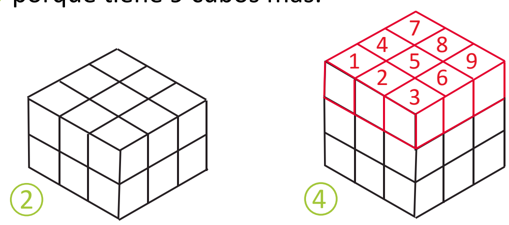
Soluciona

Comparo los tres cuerpos geométricos y observo que al modificar la forma de ③, este es igual a ②. Por lo tanto, ocupan igual espacio.

2



Luego, comparo los cuerpos geométricos ② y ④, y observo que ④ ocupa más espacio que ② porque tiene 9 cubos más.



Como ④ ocupa más espacio que ②, y ② y ③ ocupan igual espacio, entonces ④ es el cuerpo geométrico que ocupa mayor espacio.

R: ④ es el cuerpo geométrico que ocupa mayor espacio.

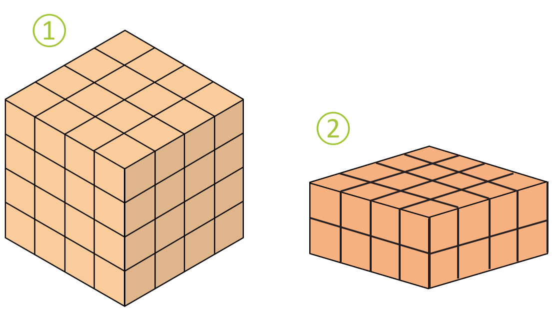
Comprende

- La medida del espacio que ocupa un cuerpo geométrico recibe el nombre de **volumen**; así, el cuerpo geométrico de mayor volumen es aquel que ocupa más espacio.
- El volumen de un cuerpo geométrico se mide a través del número de cubos de arista 1 cm que lo forman.
- Dos cuerpos geométricos con diferente forma pueden tener el mismo volumen.

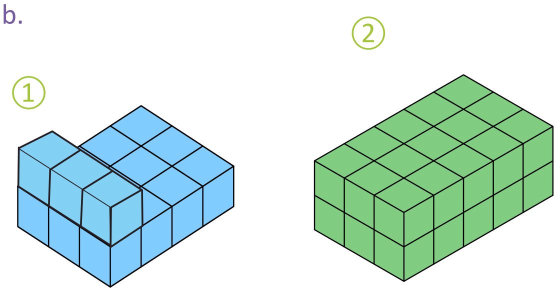
Resuelve

3 Los siguientes cuerpos geométricos se han construido utilizando cubos de arista 1 cm. En cada literal, ¿cuál es la relación entre las medidas de los volúmenes de los cuerpos geométricos ① y ②?

a.



b.



Indicador de logro:

1.1 Compara el volumen de dos cuerpos geométricos contando los cubos de 1 cm de arista que los conforman.

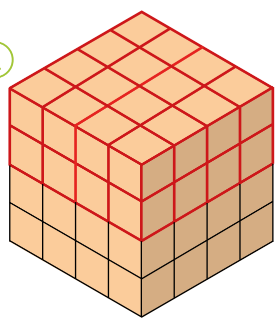
Propósito: Introducir el concepto de volumen visualizando y comparando el espacio que ocupa un cuerpo geométrico con respecto a otro.

Puntos importantes: Para introducir el concepto de volumen se utilizan una serie de cuerpos geométricos formados por cubos de 1 cm de arista como se muestra en 1; la idea es indicar cuál ocupa más espacio, contando la cantidad de cubos que posee cada uno, como lo hace José en 2. Se debe recalcar a los estudiantes que dos cuerpos pueden ocupar el mismo espacio aunque su forma sea diferente (por ejemplo, 2 y 3). Los problemas en 3 se resuelven de forma similar al Analiza, es decir, comparando la cantidad de cubos que forma cada cuerpo.

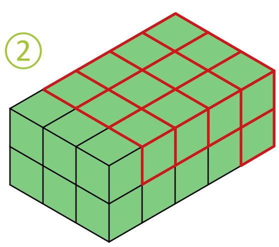
Sugerencia metodológica: Si los estudiantes tienen dificultades con la visualización espacial pueden conseguirse cubos pequeños para construir los cuerpos geométricos del Analiza o de la parte del Resuelve y determinar cuál ocupa más espacio.

Solución de problemas:

a. El volumen de 1 es mayor que el de 2 porque ocupa más espacio (tiene 32 cubos más).

1


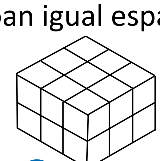
b. El volumen de 2 es mayor que el de 1 porque ocupa más espacio (tiene 15 cubos más).

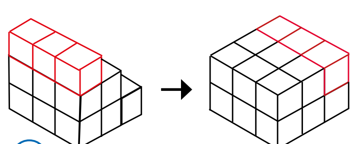
2


Fecha: **Clase:** 1.1

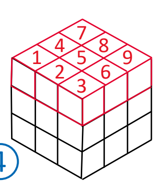
(A) Observa los cuerpos geométricos 2, 3 y 4, ¿cuál de ellos ocupa mayor espacio?

(S) Al modificar la forma de 3, este es igual a 2; ocupan igual espacio.


2


3

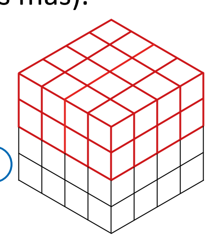
Mientras que 4 ocupa más espacio que 2 porque tiene 9 cubos más.



4

(R) ¿Cuál es la relación entre las medidas de los volúmenes de los cuerpos geométricos 1 y 2?

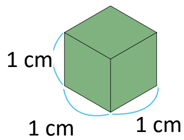
a. El volumen de 1 es mayor que el de 2 porque ocupa más espacio (tiene 32 cubos más).

1


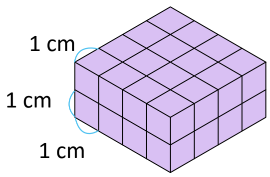
Tarea: página 146

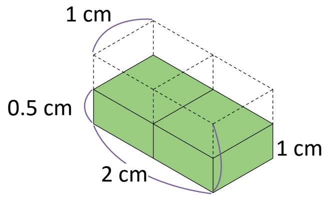
1.2 El centímetro cúbico

Analiza

1 El volumen de este cubo  es 1 cm^3 y se lee “un centrímetro cúbico”.

Calcula el volumen, en centímetros cúbicos, de los siguientes cuerpos geométricos:

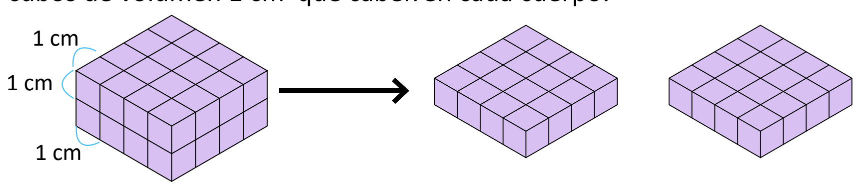
a.


b.


Puedes determinar cuántos cubos de volumen 1 cm^3 caben en cada cuerpo geométrico.

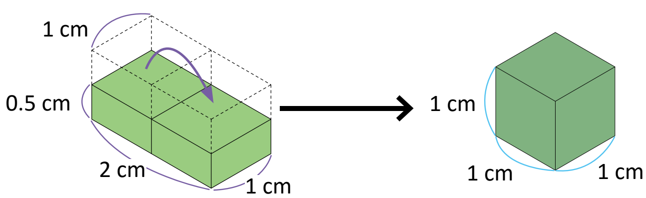
Soluciona

2 Cuento los cubos de volumen 1 cm^3 que caben en cada cuerpo:

a.


En este prisma rectangular caben 32 cubos de volumen 1 cm^3. **R:** 32 cm^3

b. Pienso en cómo formar un cubo:



Este cuerpo se puede transformar a un cubo; cuya medida del lado de los cuadrados de las caras es 1 cm.

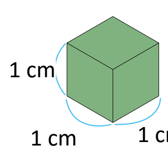
R: 1 cm^3

Comprende

- El volumen de un cuerpo es la cantidad de cubos de volumen 1 cm^3 que caben en él.
- Si el cuerpo no está compuesto por cubos completos se pueden acomodar las partes para formar cubos de volumen 1 cm^3.

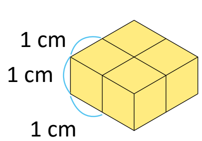
Para el caso de a., el volumen es 32 cm^3, y para b. es 1 cm^3. A partir de este momento siempre que se hable del lado de un cubo, se interpretará como la medida del lado del cuadrado en la cara del cubo.

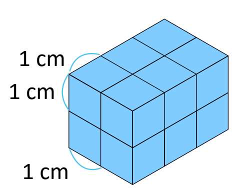
¡Ya entiendo!
Entonces puedo decir que es un cubo de 1 cm en cada lado.

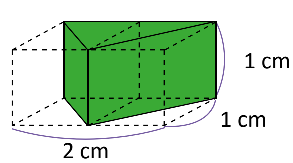


Resuelve

3 Encuentra el volumen de los siguientes cubos y prismas rectangulares.

a.


b.


c.


Indicador de logro:

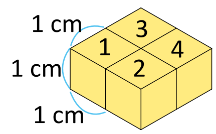
1.2 Encuentra volúmenes de prismas rectangulares utilizando el centímetro cúbico como unidad de medida.

Propósito: Calcular el volumen de un prisma rectangular contando la cantidad de cubos de 1 cm^3 que lo forman.

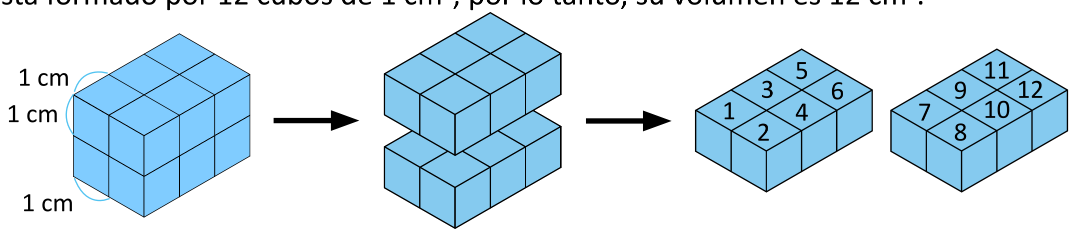
Puntos importantes: Como en la clase anterior, en 1 se utilizan cubos de 1 cm de arista (indicando además su volumen) para formar prismas rectangulares. Se introduce también el término "lado de un cubo" para referirse a la medida del lado del cuadrado en la cara del cubo. Para resolver los problemas, deben contarse cuántos cubos de 1 cm^3 forman cada cuerpo geométrico, tal como lo hace Carmen en 2. En el literal c. de 3, notar que al juntar ambas piezas por la cara rectangular se forma un cubo de 1 cm de lado.

Solución de problemas:

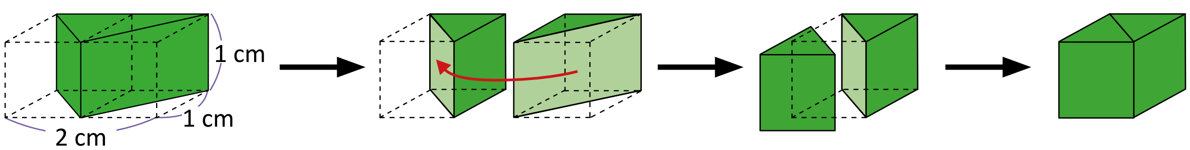
a. El prisma está formado por 4 cubos de 1 cm^3; por lo tanto, su volumen es 4 cm^3.



b. El prisma está formado por 12 cubos de 1 cm^3; por lo tanto, su volumen es 12 cm^3.



c. Al juntar las piezas por su cara rectangular se forma un cubo de 1 cm de lado; por lo tanto, su volumen es 1 cm^3.

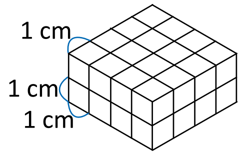


Fecha: **Clase:** 1.2

(A) En cada caso, calcula el volumen, en centímetros cúbicos, de los cuerpos geométricos.

(S) Se cuentan los cubos de 1 cm^3 que caben en cada uno:

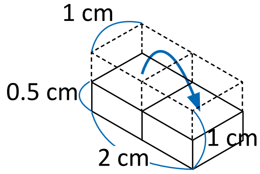
a.



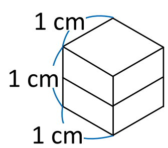
Caben 32 cubos de volumen 1 cm^3.

R: 32 cm^3

b.



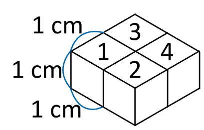
Se forma un cubo:



R: 1 cm^3

(R) Encuentra el volumen de los siguientes cubos y prismas rectangulares.

a. El prisma está formado por 4 cubos de 1 cm^3; por lo tanto, su volumen es 4 cm^3.



b. **R:** 12 cm^3

c. **R:** 1 cm^3

Tarea: página 147

Unidad 8

1.3 Volumen de un prisma, parte 1

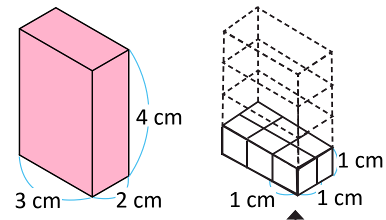
Analiza

Piensa cómo calcular el volumen del siguiente prisma rectangular.

a. ¿Cuántos cubos de 1 cm de lado caben en la primera capa?

b. ¿Cuántas capas hay?

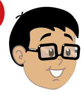
c. ¿Cuál es el volumen del prisma rectangular?



primera capa

Soluciona

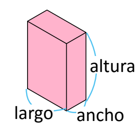
1



Carlos

a. En la primera capa caben 3 cubos a lo largo y 2 cubos a lo ancho.
Entonces hay 3 × 2 = 6 cubos de 1 cm de lado en la primera capa.
R: 6 cubos.

En un prisma tienes:



b. La altura del prisma rectangular es 4 cm, entonces hay 4 capas.
R: 4 capas.

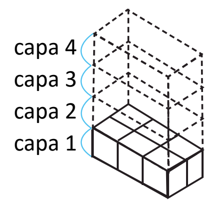
c. En la primera capa caben 6 cubos y hay 4 capas. Entonces:

PO: 6 × 4

6 × 4 = 24

Número de cubos en la primera capa — Número de capas

R: 24 cm^3



Comprende

2 Para determinar el volumen de un prisma rectangular o un cubo, no es necesario contar todos los cubos que lo forman, basta con multiplicar el número de cubos de 1 cm de lado de la primera capa por el número de capas.

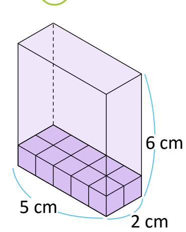
volumen del prisma rectangular = número de cubos en la primera capa × número de capas

Resuelve

3

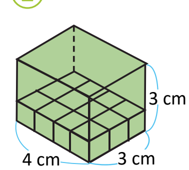
1. Observa el prisma rectangular ① y responde:
   a. ¿Cuántos cubos de 1 cm de lado hay en la primera capa?
   b. ¿Cuántas capas hay?
   c. ¿Cuál es el volumen?

①



2. Observa el prisma rectangular ② y responde:
   a. ¿Cuántos cubos de 1 cm de lado hay en la primera capa?
   b. ¿Cuántas capas hay?
   c. ¿Cuál es el volumen?

②



Indicador de logro:

1.3 Calcula el volumen de un prisma rectangular usando la forma:
número de cubos de la primera capa × número de capas

Propósito: Encontrar el volumen de un prisma rectangular multiplicando la cantidad de cubos que contiene la primera capa por el número de capas (altura) del prisma.

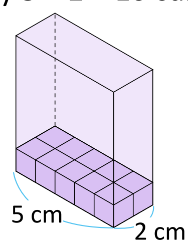
Puntos importantes: Antes de trabajar con la fórmula para calcular el volumen de un prisma rectangular "largo × ancho × altura", se analiza una manera de encontrarlo a partir de la cantidad de cubos de 1 cm de lado de la base del prisma y la altura de este (ver 2). Se espera que las soluciones de los estudiantes para los problemas presentados en esta clase sean similares a la realizada por Carlos en 1, es decir, encontrar cuántos cubos hay en la primera capa y multiplicar este número por el total de capas (altura del prisma).

Sugerencia metodológica: Con cubos (ya sea de madera o elaborados con cartulina u otro material), construir los prismas rectangulares de los problemas en 3 después de que los estudiantes puedan visualizar las capas que tiene cada uno.

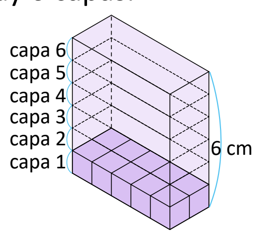
Solución de problemas:

1. a. Hay 5 × 2 = 10 cubos.

①



b. La altura es 6 cm, entonces hay 6 capas.



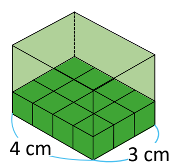
c. En la primera capa hay 10 cubos, y son 6 capas:

10 × 6 = 60

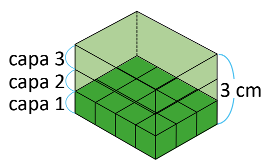
R: 60 cm^3

2. a. Hay 4 × 3 = 12 cubos.

②



b. Hay 3 capas.



c. En la primera capa hay 12 cubos, y son 3 capas:

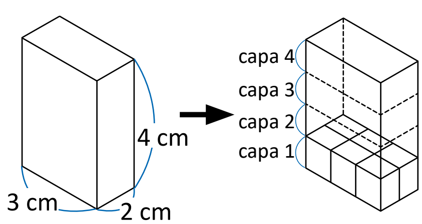
12 × 3 = 36

R: 36 cm^3

Fecha: **Clase:** 1.3

Ⓐ a. ¿Cuántos cubos de 1 cm de lado caben en la primera capa?
b. ¿Cuántas capas hay?
c. ¿Cuál es el volumen del prisma rectangular?

Ⓢ a. En la primera capa hay 3 × 2 = 6 cubos.



b. La altura es 4 cm, entonces hay 4 capas.
c. En la primera capa caben 6 cubos, y hay 4 capas:

6 × 4 = 24

Número de cubos en la primera capa

Número de capas

R: 24 cm^3

Ⓡ 1. a. Hay 5 × 2 = 10 cubos.
b. La altura es 6 cm, entonces hay 6 capas.
c. En la primera capa hay 10 cubos, y son 6 capas:

10 × 6 = 60

R: 60 cm^3

2. a. Hay 4 × 3 = 12 cubos.
b. Hay 3 capas.
c. En la primera capa hay 12 cubos, y son 3 capas:

12 × 3 = 36

R: 36 cm^3

Tarea: página 148

1.4 Volumen de un prisma, parte 2

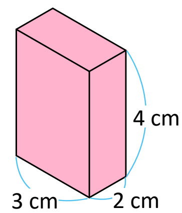
Analiza

1 Piensa cómo calcular el volumen del siguiente prisma.

a. ¿Cuál es el área de la base del prisma?

b. ¿Cuál es la altura?

c. ¿Cuál es el volumen del cubo?



Soluciona


Ana

a. El área de la base del prisma es 3 × 2 = 6.
R: 6 cm^2

b. La altura del prisma es de 4 cm.
R: 4 cm

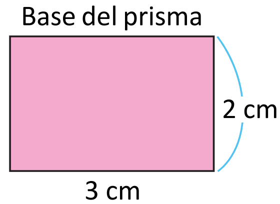
c. Volumen: área de la base × ancho

PO: 6 × 4

6 × 4 = 24

área de la base del prisma — altura del prisma

R: 24 cm^3



Observa que, el área de la base del prisma se obtiene multiplicando su largo por el ancho al igual que se calculó el número de cubos en la primera capa en la clase anterior. La cantidad de centímetros de la altura es igual al número de capas que se formarían en el prisma.

Comprende

2 Para calcular el volumen de un prisma rectangular se puede utilizar lo siguiente:

volumen del prisma rectangular = área de la base del prisma × altura del prisma

Por lo que se puede calcular directamente el volumen con la relación:

volumen del prisma rectangular = largo × ancho × altura

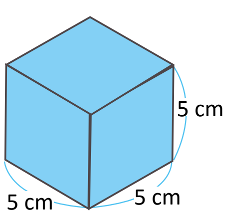
El cubo también es un prisma rectangular, por lo que su volumen se calcula con esta misma fórmula; pero como los lados de un cubo son de igual longitud, la fórmula para encontrar su volumen se puede escribir así:

volumen del cubo = lado × lado × lado

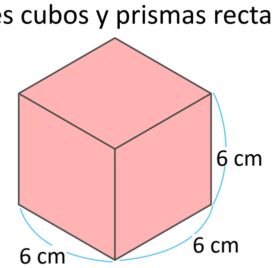
Resuelve

Calcula el volumen de los siguientes cubos y prismas rectangulares.

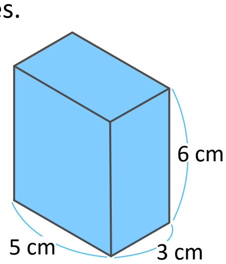
a.



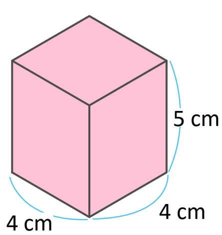
b.



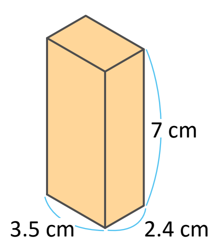
c.



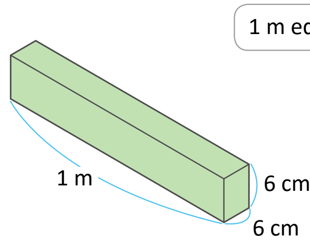
d.



e.



f.



1 m equivale a 100 cm.

Unidad 8

Indicador de logro:

1.4 Calcula el volumen de un prisma rectangular usando la fórmula: largo × ancho × altura.

Propósito: Determinar el volumen de un prisma rectangular utilizando las longitudes del largo, ancho y altura del prisma.

Puntos importantes: El prisma rectangular presentado en el problema de 1 es el mismo de la clase anterior, por lo que los estudiantes ya conocen su volumen (24 cm^3); esto ayudará para verificar que su respuesta sea correcta. En esta ocasión, deben relacionar lo que en la clase anterior se llamó "número de cubos en la primera capa" con el área de la base del prisma, y "el número de capas" con la altura del mismo. En 2 se presenta la fórmula para el cálculo del volumen de un prisma rectangular, la cual debe ser utilizada en la resolución de los problemas de la sección Resuelve; además, se indica el caso especial para el cubo, donde el largo, ancho y altura es lo que se le ha denominado anteriormente como lado y, por lo tanto, la fórmula se convierte en "lado × lado × lado".

Solución de problemas:

a. Es un cubo:
Volumen = lado × lado × lado
= 5 × 5 × 5
= 25 × 5
= 125
R: 125 cm^3

b. Es un cubo:
Volumen = lado × lado × lado
= 6 × 6 × 6
= 36 × 6
= 216
R: 216 cm^3

c. Es un prisma rectangular:
Volumen = largo × ancho × altura
= 5 × 3 × 6
= 15 × 6
= 90
R: 90 cm^3

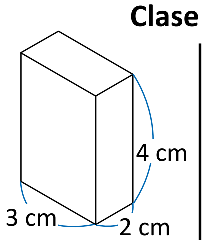
d. Es un prisma rectangular:
Volumen = largo × ancho × altura
= 4 × 4 × 5
= 16 × 5
= 80
R: 80 cm^3

e. Es un prisma rectangular:
Volumen = largo × ancho × altura
= 3.5 × 2.4 × 7
= 8.4 × 7
= 58.8
R: 58.8 cm^3

f. Es un prisma rectangular, el largo mide 100 cm:
Volumen = largo × ancho × altura
= 100 × 6 × 6
= 600 × 6
= 3, 600
R: 3, 600 cm^3

Fecha: **Clase:** 1.4

A a. ¿Cuál es el área de la base del prisma?
b. ¿Cuál es la altura?
c. ¿Cuál es el volumen del cubo?



S a. El área de la base del prisma es 3 × 2 = 6.
R: 6 cm^2
b. La altura del prisma es de 4 cm.
R: 4 cm
c. Volumen: área de la base × ancho
6 × 4 = 24
área de la base del prisma
altura del prisma
R: 24 cm^3

R Calcula el volumen en cada caso:
a. Es un cubo:
Volumen = lado × lado × lado
= 5 × 5 × 5
= 25 × 5
= 125
R: 125 cm^3
b. **R:** 216 cm^3
c. **R:** 90 cm^3
d. **R:** 80 cm^3
e. **R:** 58.8 cm^3
f. **R:** 3, 600 cm^3

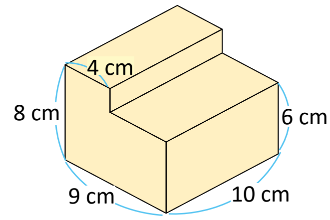
Tarea: página 149

1.5 Volumen de cuerpos geométricos compuestos (descomponiendo)

Analiza

¿Cuál es el volumen del siguiente cuerpo geométrico?

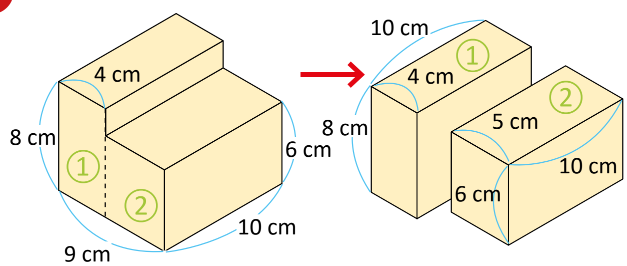
1



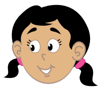
Soluciona

2

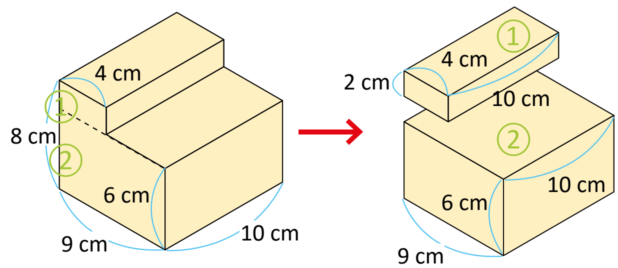
Forma 1
Descompongo en dos prismas rectangulares, en forma vertical.



Para (1), $10 \times 4 \times 8 = 320$.
Para (2), $10 \times 5 \times 6 = 300$.
El volumen total es: $320 + 300 = 620$ cm^3.
R: 620 cm^3



Forma 2
Descompongo en dos prismas rectangulares en forma horizontal de la siguiente manera:



Para (1), $10 \times 4 \times 2 = 80$.
Para (2), $10 \times 9 \times 6 = 540$.
El volumen total es: $80 + 540 = 620$ cm^3.
R: 620 cm^3

Puede ser un solo **PO.**
PO: $10 \times 4 \times 8 + 10 \times 5 \times 6$
$10 \times 4 \times 8 + 10 \times 5 \times 6 = 320 + 300$
$= 620$
R: 620 cm^3

Puede ser un solo **PO.**
PO: $10 \times 4 \times 2 + 10 \times 9 \times 6$
$10 \times 4 \times 2 + 10 \times 9 \times 6 = 80 + 540$
$= 620$
R: 620 cm^3

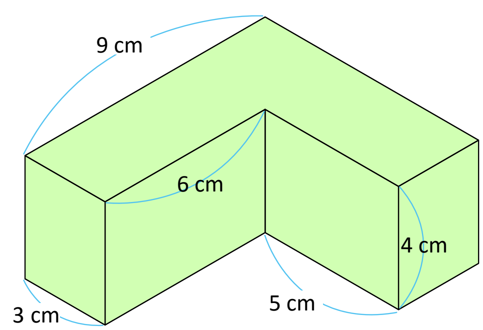
Comprende

Para calcular el volumen de cuerpos geométricos compuestos, se puede:
(1) Separar en prismas rectangulares y calcular sus volúmenes.
(2) Sumar los volúmenes.

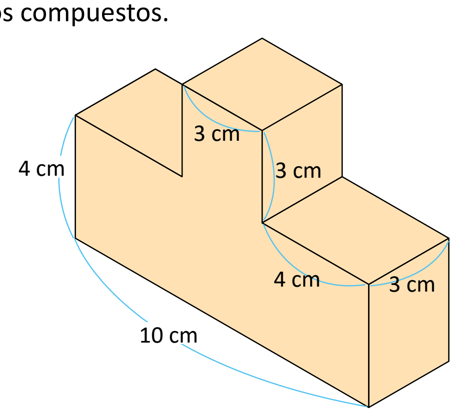
Resuelve

3 Calcula el volumen de los siguientes cuerpos geométricos compuestos.

a.



b.



Indicador de logro:

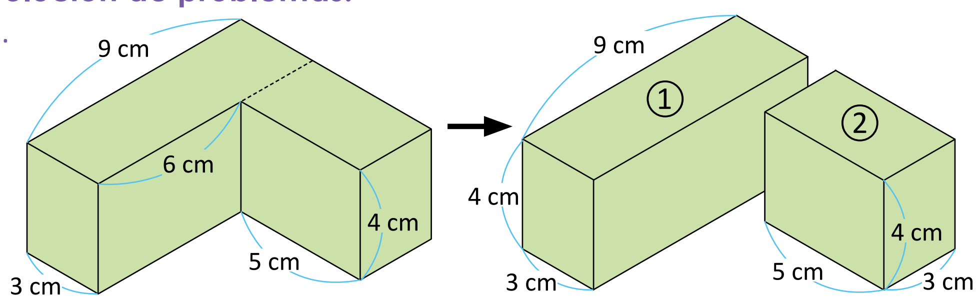
1.5 Calcula el volumen de cuerpos geométricos compuestos, sumando el volumen de los prismas rectangulares que lo conforman.

Propósito: Determinar el volumen de un cuerpo geométrico compuesto, descomponiéndolo en dos prismas rectangulares.

Puntos importantes: Debe recalcarse a los estudiantes que para el cuerpo geométrico mostrado en 1 no puede utilizarse la fórmula vista en la clase anterior ya que este no es un prisma rectangular; puede indicarse (como una pista) que es posible separar el cuerpo en dos prismas, y de esa forma esperar que los estudiantes resuelvan de cualquiera de las dos formas mostradas en 2 (basta con una de ellas). En 3 verificar que los estudiantes descompongan correctamente los cuerpos (en b. pueden obtenerse hasta 4).

Solución de problemas:

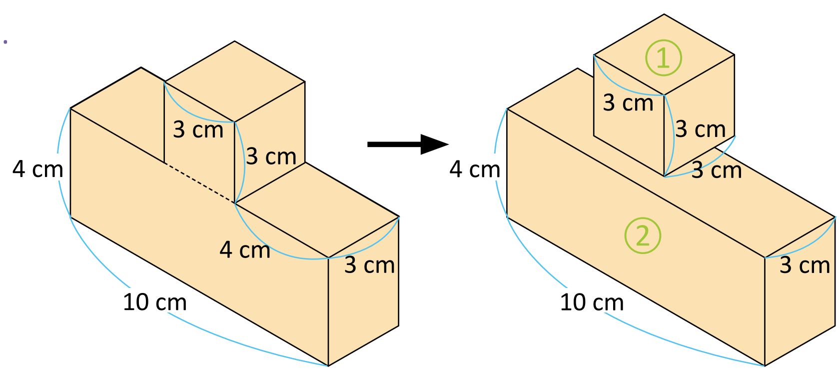
a.



Volumen de 1:
$9 \times 3 \times 4 = 108 \longrightarrow 108\ cm^3$
Volumen de 2:
$5 \times 3 \times 4 = 60 \longrightarrow 60\ cm^3$

Volumen total:
$108 + 60 = 168\ cm^3$

b.

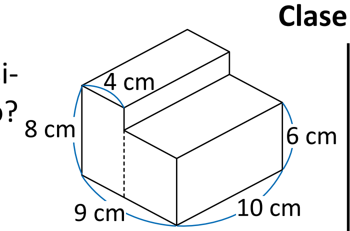


Volumen de 1:
$3 \times 3 \times 3 = 27 \longrightarrow 27\ cm^3$
Volumen de 2:
$10 \times 3 \times 4 = 120 \longrightarrow 120\ cm^3$

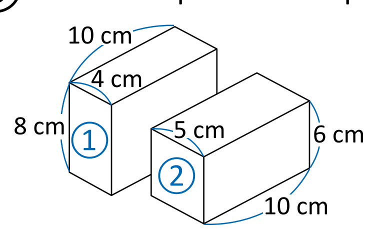
Volumen total:
$27 + 120 = 147\ cm^3$

Fecha: **Clase:** 1.5

Ⓐ ¿Cuál es el volumen del siguiente cuerpo geométrico?



Ⓢ Se descompone en dos prismas rectangulares:



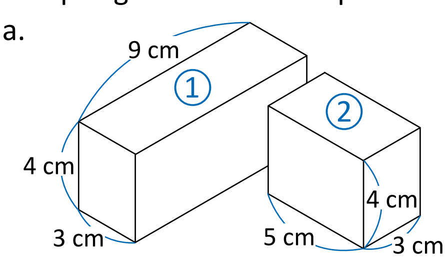
Para 1, $10 \times 4 \times 8 = 320$.

Para 2, $10 \times 5 \times 6 = 300$.

El volumen total es: $320 + 300 = 620\ cm^3$.
R: $620\ cm^3$

Ⓡ Calcula el volumen de los siguientes cuerpos geométricos compuestos.

a.



Volumen de 1: $9 \times 3 \times 4 = 108 \longrightarrow 108\ cm^3$
Volumen de 2: $5 \times 3 \times 4 = 60 \longrightarrow 60\ cm^3$

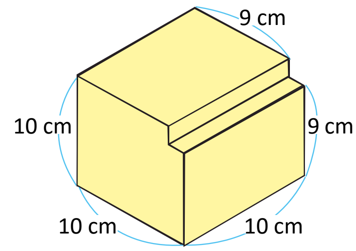
Volumen total: $108 + 60 = 168\ cm^3$

Tarea: página 150

1.6 Volumen de cuerpos geométricos compuestos (completando)

Analiza

¿Cuál es el volumen del siguiente cuerpo geométrico?

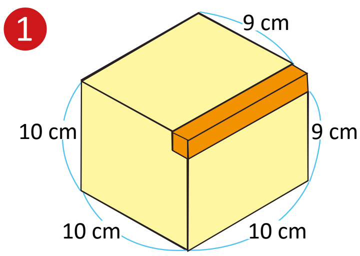


Soluciona

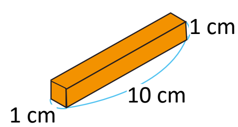

Mario

1

① Completo un cubo. Calculo el volumen del cubo completo y luego el del cuerpo geométrico agregado.

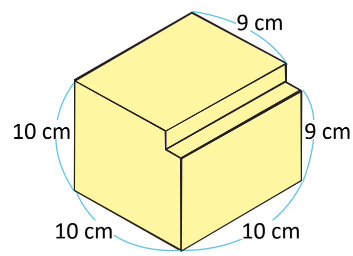


$10 \times 10 \times 10 = 1000$



$1 \times 10 \times 1 = 10$

② Al volumen del cubo le resto el volumen agregado.



$1000 - 10 = 990$

R: 990 cm^3

Puede ser un solo **PO.**

PO: $10 \times 10 \times 10 - 1 \times 10 \times 1$

$10 \times 10 \times 10 - 1 \times 10 \times 1 = 1000 - 10$
$= 990$ **R:** 990 cm^3

Comprende

Para calcular el volumen de cuerpos geométricos compuestos, se puede:

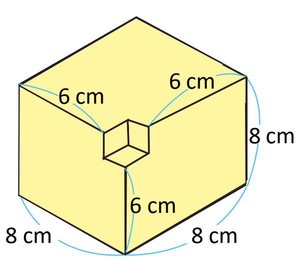
① Completar un prisma rectangular y calcular el volumen del cuerpo completo y luego del cuerpo agregado.

② Del volumen completo restar el volumen agregado.

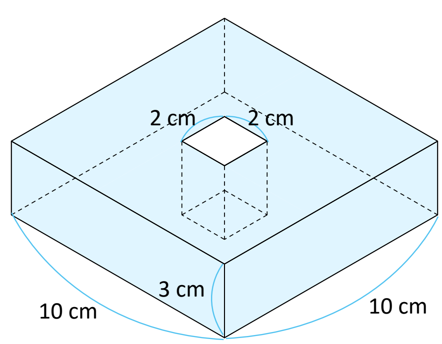
Resuelve

2 Calcula el volumen de los siguientes cuerpos geométricos compuestos completando un cubo o prisma rectangular.

a.



b.



Indicador de logro:

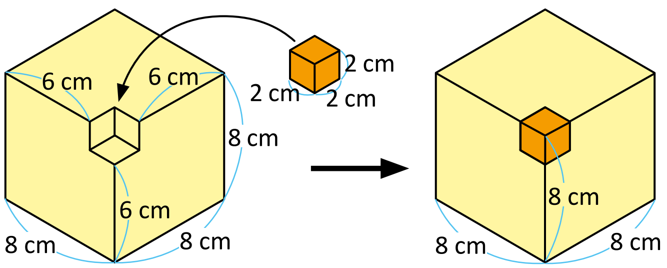
1.6 Calcula el volumen de cuerpos geométricos compuestos, completando un prisma rectangular y restando los volúmenes correspondientes.

Propósito: Determinar el volumen de un cuerpo geométrico compuesto, completando una parte para obtener un prisma rectangular.

Puntos importantes: En esta clase se muestra otra estrategia para calcular el volumen de un cuerpo geométrico compuesto; en esta ocasión, se agrega una pieza para formar un prisma rectangular o un cubo. Por lo tanto, el volumen buscado será igual a restar del volumen del prisma rectangular formado, el volumen de la pieza agregada, tal como lo hace Mario en 1. Los problemas de 2 deben resolverse usando esta estrategia, para el caso de b. resulta incluso más conveniente que descomponer el cuerpo en prismas rectangulares.

Solución de problemas:

a. Se completa el cubo de 8 cm de lado, colocando otro cubo de 2 cm de lado, luego se restan los volúmenes.



Volumen del cubo de 8 cm de lado:

$8 \times 8 \times 8 = 512 \longrightarrow 512 \text{ cm}^3$

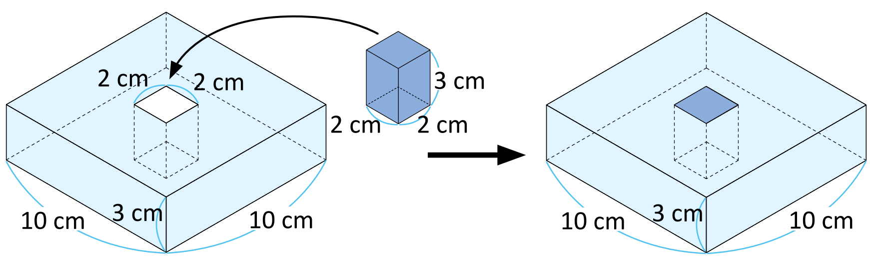
Volumen del cubo de 2 cm de lado:

$2 \times 2 \times 2 = 8 \longrightarrow 8 \text{ cm}^3$

Volumen del cuerpo geométrico original:

$512 - 8 = 504 \text{ cm}^3$

b. Se completa el prisma rectangular colocando otro prisma de 2 cm de largo y ancho, y 3 cm de altura.



Volumen del prisma completado:

$10 \times 10 \times 3 = 300 \longrightarrow 300 \text{ cm}^3$

Volumen del prisma agregado:

$2 \times 2 \times 3 = 12 \longrightarrow 12 \text{ cm}^3$

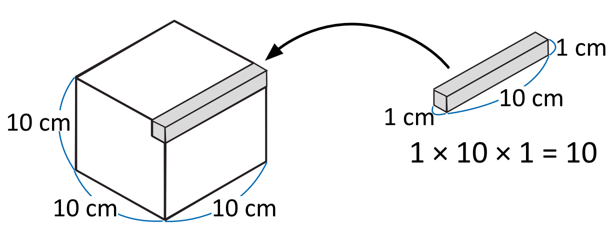
Volumen del cuerpo original:

$300 - 12 = 288 \text{ cm}^3$

Fecha: **Clase:** 1.6

(A) ¿Cuál es el volumen del cuerpo geométrico?

(S) ① Se completa un cubo, se calcula su volumen y luego el del cuerpo geométrico agregado:



$1 \times 10 \times 1 = 10$

$10 \times 10 \times 10 = 1000$

② Al volumen del cubo se le resta el volumen agregado.

$1000 - 10 = 990$

R: 990 cm^3

(R) Calcula el volumen de los siguientes cuerpos geométricos compuestos.

a. Volumen del cubo de 8 cm de lado:

$8 \times 8 \times 8 = 512 \longrightarrow 512 \text{ cm}^3$

Volumen del cubo de 2 cm de lado:

$2 \times 2 \times 2 = 8 \longrightarrow 8 \text{ cm}^3$

Volumen del cuerpo geométrico original:

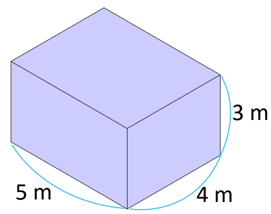
$512 - 8 = 504 \text{ cm}^3$

Tarea: página 151

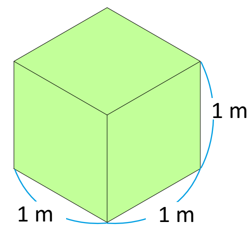
1.7 Volúmenes en metros cúbicos

Analiza

1. ¿Cuántos cubos de 1 m de lado caben en el siguiente prisma rectangular?



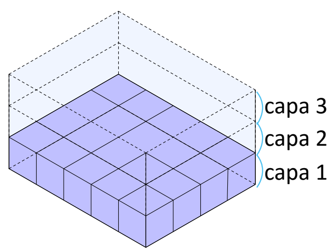
2. ¿Cuántos centímetros cúbicos caben en un cubo de 1 m (100 cm) de lado?



Soluciona

Como el número de cubos de 1 cm o 1 m de lado que caben en el prisma (o cubo) es igual al resultado de hacer: el número de cubos en la primera capa × número de capas. Entonces:

1.

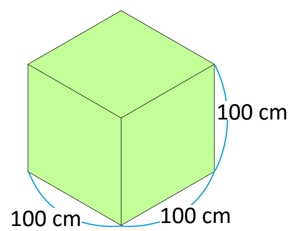


PO: $(5 \times 4) \times 3$

$5 \times 4 \times 3 = 60$

R: 60 cubos.

2.

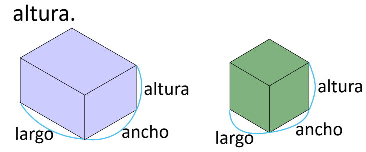


PO: $(100 \times 100) \times 100$

$100 \times 100 \times 100 = 1{,}000{,}000$

R: $1{,}000{,}000$ cm^3

Recuerda que en un prisma o cubo:
- El número de cubos que caben en la primera capa es igual al resultado de: largo × ancho
- El número de capas es igual a la cantidad de centímetros o metros en la altura.



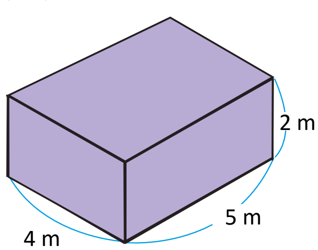
Comprende

- El volumen de un cubo de 1 m de lado se le llama "**un metro cúbico**" y se escribe 1 m^3.
- Para calcular volúmenes grandes se utiliza el metro cúbico como unidad de medida.
- Además, se tiene la siguiente relación: 1 m^3 = $1{,}000{,}000$ cm^3.

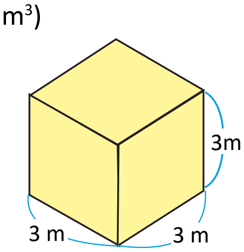
Resuelve

Calcula el volumen de los siguientes cuerpos geométricos en m^3 o cm^3, según la indicación:

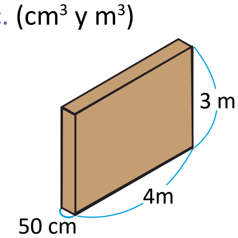
a. (m^3)



b. (m^3)



c. (cm^3 y m^3)



Indicador de logro:

1.7 Encuentra volúmenes de prismas rectangulares utilizando el metro cúbico como unidad de medida.

Propósito: Calcular el volumen de un prisma rectangular cuyas longitudes están dadas en metros.

Puntos importantes: En esta clase se introduce el metro cúbico como unidad de medida para el cálculo de volúmenes, y se establece la conversión entre el mismo y el centímetro cúbico. En 2. de 1 se verifica la relación entre 1 m^3 y 1, 000, 000 cm^3 contando cuántos centímetros cúbicos hay en un cubo cuya longitud de lado es 1 m (ver solución de Julia en 2); debe recordarse a los estudiantes que encontrar lo anterior es equivalente a calcular el volumen del cubo en cm^3. Finalmente, para c. de 3 puede indicarse a los estudiantes calcular primero el volumen en m^3 y luego ocupar el valor de conversión mostrado en el Comprende para pasarlo a cm^3.

Solución de problemas:

a. Como es un prisma rectangular, se utiliza la fórmula:

largo × ancho × altura

Además, el volumen quedará en m^3 porque todas las longitudes están en metros:

$$\begin{aligned} \text{Volumen} &= 5 \times 4 \times 2 \\ &= 20 \times 2 \\ &= 40 \end{aligned}$$

R: 40 m^3

b. Como es un cubo, se utiliza la fórmula:

lado × lado × lado

Además, el volumen quedará en m^3 porque todas las longitudes están en metros:

$$\begin{aligned} \text{Volumen} &= 3 \times 3 \times 3 \\ &= 9 \times 3 \\ &= 27 \end{aligned}$$

R: 27 m^3

c. Se calcula primero el volumen en m^3. El ancho mide 50 cm, lo que equivale a 0.5 m; entonces:

$$\begin{aligned} \text{Volumen} &= \text{largo} \times \text{ancho} \times \text{altura} \\ &= 4 \times 0.5 \times 3 \\ &= 2 \times 3 \\ &= 6 \end{aligned}$$

R: 6 m^3

Para pasar el volumen a cm^3, se multiplica lo anterior por 1, 000, 000:

$6 \times 1,000,000 = 6,000,000$

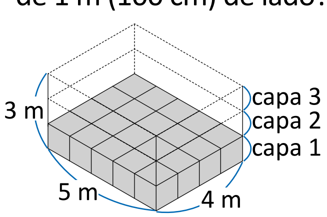
R: 6, 000, 000 cm^3

Fecha: **Clase:** 1.7

A 1. ¿Cuántos cubos de 1 m de lado caben en el prisma rectangular?

2. ¿Cuántos centímetros cúbicos caben en un cubo de 1 m (100 cm) de lado?

S 1.

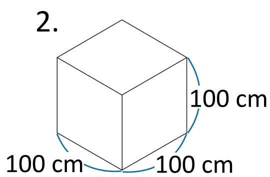


PO: $(5 \times 4) \times 3$

$5 \times 4 \times 3 = 60$

R: 60 cubos.

2.



PO: $(100 \times 100) \times 100$

$100 \times 100 \times 100 = 1,000,000$

R: 1, 000, 000 cm^3

R Calcula el volumen de los siguientes cuerpos geométricos en m^3 o cm^3:

a. Como es un prisma rectangular, se utiliza la fórmula largo × ancho × altura:

$$\begin{aligned} \text{Volumen} &= 5 \times 4 \times 2 \\ &= 20 \times 2 \\ &= 40 \end{aligned}$$

R: 40 m^3

b. **R:** 27 m^3

c. **R:** 6 m^3 y 6, 000, 000 cm^3

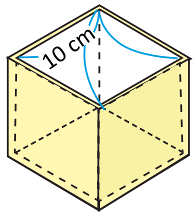
Tarea: página 152

1.8 Relación entre volumen y capacidad

Recuerda

Completa: 1 litro = 1, 000 ml.

Analiza



1 En un recipiente con forma de cubo y una longitud interior de 10 cm de lado:

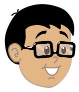
a. ¿Cuántos cm^3 de agua caben en su interior?

b. En el interior del recipiente cabe 1 litro de agua. ¿Qué relación hay entre el volumen y la capacidad del recipiente?

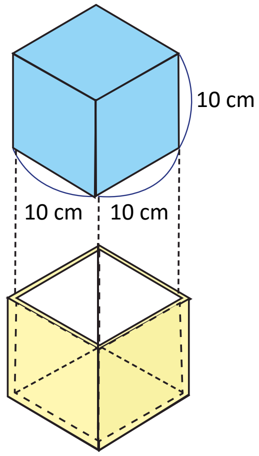
Soluciona

a. El volumen de agua que el recipiente puede contener en el interior se calcula efectuando 10 × 10 × 10:

$$10 \times 10 \times 10 = 1,000$$



R: 1, 000 cm^3



b. Como el volumen del recipiente es 1, 000 cm^3 y la capacidad del recipiente es 1 litro, entonces la relación que hay es la siguiente:

$$1,000 \text{ cm}^3 = 1 \text{ litro}$$

Comprende

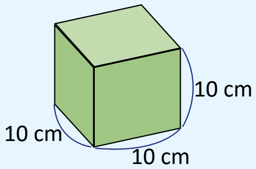
La capacidad es el volumen que puede contener un recipiente en su interior.

2
- Relación entre centímetros cúbicos y litros:

$$1,000 \text{ cm}^3 = 1 \text{ litro}$$

- Como 1 litro = 1, 000 ml, entonces:

$$1 \text{ cm}^3 = 1 \text{ ml}$$

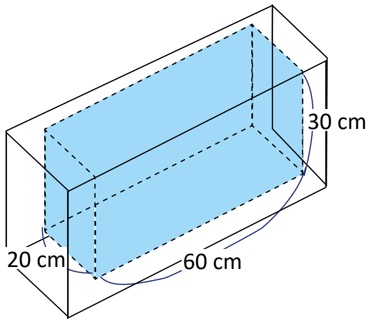


Resuelve

3 Dadas las longitudes interiores del depósito:

a. Calcula el volumen.

b. Calcula la capacidad en litros.



Indicador de logro:

1.8 Determina la capacidad de un depósito con forma rectangular, usando la equivalencia entre litros y centímetros cúbicos.

Propósito: Deducir la equivalencia entre centrímetros cúbicos y litros (o mililitros), para calcular la capacidad de un depósito con forma de prisma rectangular o cubo.

Puntos importantes: En 2, para escribir la equivalencia entre centímetros cúbicos y mililitros se ha omitido el paso donde se señala que 1, 000 cm³ es equivalente a 1, 000 ml (1, 000 cm³ = 1, 000 ml), y por tanto, 1 cm³ = 1 ml. Para el problema en 3, en a. deben tomarse los lados del prisma en color celeste; mientras que para b. debe realizarse la equivalencia tomando el resultado del literal anterior.

Sugerencia metodológica: La demostración de la equivalencia entre centímetros cúbicos y litros puede realizarse usando material manipulable; para ello se necesita:

- Un recipiente que tenga medidas de capacidad ya sea en mililitros o litros (puede ser el vaso de una licuadora, un biberón, etc.).
- Arroz, arena, azúcar o cualquier otro material ("fino") que simulará ser el agua.
- Cartoncillo, cartón, madera u otro material resistente.

Se construye con el cartoncillo (o el material que se haya decidido) un cubo, dejando abierta una de sus caras, como el que se muestra en 1, teniendo cuidado que las dimensiones del interior sean de 10 cm de lado (no debe tomarse en cuenta el grosor del material utilizado). Se mide, con el recipiente, 1 litro (1, 000 ml) de arroz (o lo que simula ser el agua) y esta cantidad se deposita en el cubo. Los estudiantes notarán que el cubo queda totalmente lleno; por lo tanto, 1, 000 cm³ = 1 litro.

Solución de problemas:

a. Volumen = 60 × 20 × 30
= 36, 000

R: 36, 000 cm³

b. Como 1, 000 cm³ = 1 litro, se divide entre 1, 000 el volumen obtenido en a.:
36, 000 ÷ 1, 000 = 36

R: 36 litros.

Fecha: **Clase:** 1.8

Re Completa: 1 litro = 1, 000 ml.

A En un recipiente con forma de cubo y una longitud interior de 10 cm de lado:
a. ¿Cuántos cm³ de agua caben en su interior?
b. En el interior del recipiente cabe 1 litro de agua. ¿Qué relación hay entre el volumen y la capacidad del recipiente?

S a. El volumen de agua que el recipiente puede contener en el interior se calcula efectuando:
10 × 10 × 10 = 1, 000

R: 1, 000 cm³

b. La relación que hay es la siguiente:
1, 000 cm³ = 1 litro

R a. Volumen = 60 × 20 × 30
= 36, 000

R: 36, 000 cm³

b. Como 1, 000 cm³ = 1 litro, se divide entre 1, 000 el volumen obtenido en a.:
36, 000 ÷ 1, 000 = 36

R: 36 litros

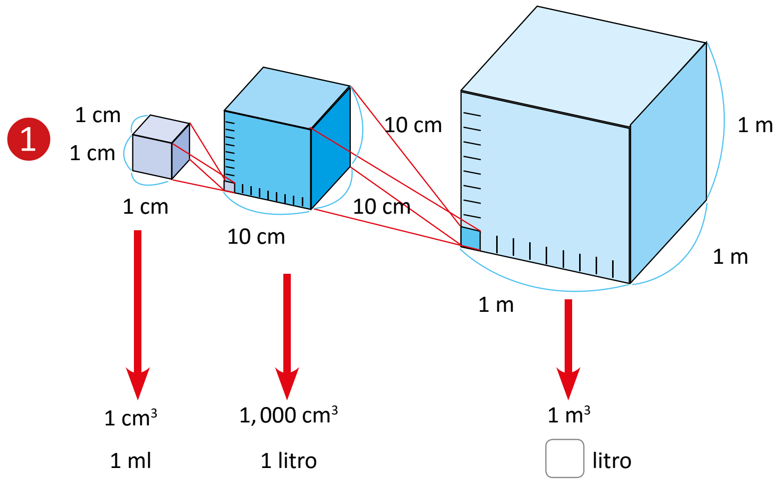
Tarea: página 153

Unidad 8

1.9 Equivalencias entre las unidades de capacidad y de volumen

Analiza

Observa la relación entre volumen y capacidad. ¿A cuántos litros equivale 1 m^3?



Soluciona

Calculo cuántos cubos de 1 litro de capacidad caben en 1 m^3.


Carmen

A lo largo caben 10, a lo ancho caben 10, y a la altura caben 10, entonces en total caben:

$$10 \times 10 \times 10 = 1,000$$

R: 1 m^3 = 1,000 litros

Comprende

- 1 m^3 = 1,000 litros
- 2 Para convertir de m^3 a litros se multiplica por 1,000; y para convertir de litros a m^3 se divide entre 1,000.

Ejemplos:

a. Una cisterna tiene un volumen de 12 m^3, ¿cuál es su capacidad en litros?
Como en 1 m^3 caben 1,000 litros, en 12 m^3 caben:
PO: 1,000 × 12

$$1,000 \times 12 = 12,000$$

R: En 12 m^3 caben 12,000 litros.

b. Una pila tiene capacidad de 2,000 litros, ¿cuál es su volumen en m^3?
Como cada 1,000 litro equivalen a 1 m^3, en 2,000 litros hay:
PO: 2,000 ÷ 1,000

$$2,000 \div 1,000 = 2$$

R: 2 m^3

Resuelve

1. ¿Cuántos litros de agua caben en una cisterna de 15 m^3?
2. Un tanque tiene una capacidad de 21,000 litros, ¿cuál es el volumen que puede contener en m^3?
3. Un tanque con volumen de 28 m^3 contiene actualmente 17,000 litros. ¿Cuántos litros de agua hacen falta para llenar el tanque?

Indicador de logro:

1.9 Encuentra equivalencias entre metros cúbicos y litros, y viceversa.

Propósito: Deducir la equivalencia entre metros cúbicos y litros, y utilizarla en la resolución de problemas sobre volumen y capacidad.

Puntos importantes: En 1, los estudiantes deben comprender cómo se han elaborado los cubos. Partiendo de uno de 1 cm de lado, se toman varios de estos para formar otro más grande de 10 cm de lado; luego, con cubos de 10 cm de lado se forma otro más grande de 1 m de lado. De esta forma se irán visualizando las equivalencias entre centímetros o metros cúbicos, y mililitros o litros. En 2, debe recalcarse el procedimiento para pasar de metros cúbicos a litros, y viceversa, pues esto se utilizará en los problemas del Resuelve.

Solución de problemas:

1. Se multiplica por 1,000 la cantidad de metros cúbicos:
$$15 \times 1,000 = 15,000$$
R: 15,000 litros.

2. Se divide entre 1,000 la cantidad de litros:
$$21,000 \div 1,000 = 21$$
R: 21 cm^3

3. Si el volumen del tanque es 28 m^3, entonces su capacidad en litros es $28 \times 1,000 = 28,000$ litros. Como ya contiene 17,000 litros, se resta esta cantidad de la capacidad del tanque:
$$28,000 - 17,000 = 11,000$$
R: 11,000 litros.

Anotaciones:

____

____

Fecha: **Clase:** 1.9

(A) ¿A cuántos litros equivale 1 m^3?

(S) Se calcula cuántos cubos de 1 litro de capacidad caben en 1 m^3.

A lo largo caben 10, a lo ancho caben 10, y a la altura caben 10, entonces en total caben:
$$10 \times 10 \times 10 = 1,000$$

R: 1 m^3 = 1,000 litros

(R)
1. Se multiplica por 1,000 la cantidad de metros cúbicos:
$$15 \times 1,000 = 15,000$$
R: 15,000 litros.

2. Se divide entre 1,000 la cantidad de litros:
$$21,000 \div 1,000 = 21$$
R: 21 cm^3

3. **R:** 11,000 litros.

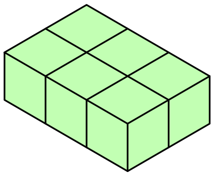
Tarea: página 154

Unidad 8

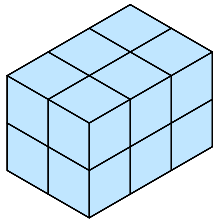
1.10 Practica lo aprendido

1. Encuentra el volumen de los siguientes prismas rectangulares (el cubo más pequeño tiene 1 cm de lado):

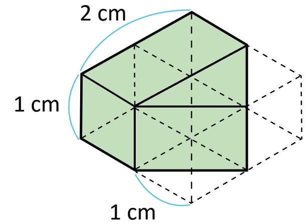
a.



b.

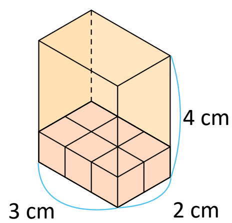


c.

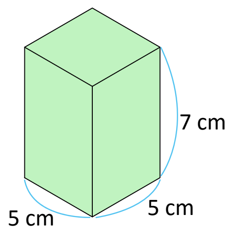


2. Calcula el volumen de los siguientes cuerpos utilizando la fórmula:

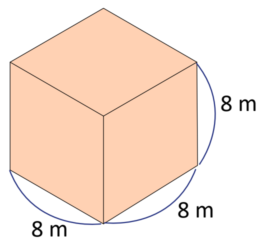
a.



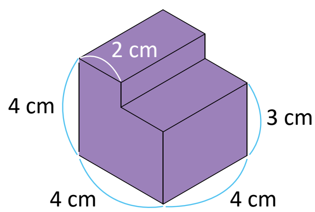
b.



c.



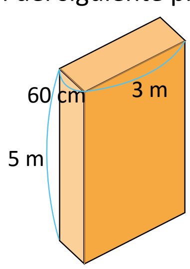
3. Calcula el volumen del siguiente cuerpo geométrico:



4. Encuentra el volumen del siguiente prisma rectangular:

a. En cm^3

b. En m^3



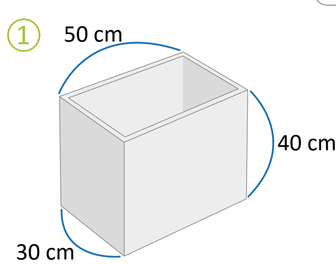
Recuerda:
$1 \text{ m}^3 = 1,000,000 \text{ cm}^3$

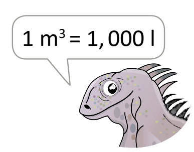
5. Una pila tiene las longitudes mostradas en ①. Realiza lo que se te pide en cada literal:

a. Encuentra el volumen del interior de la pila en m^3.

b. ¿Cuál es la capacidad de la pila en litros?

c. Para llenar la pila se utilizará una cubeta de 10 litros de capacidad. ¿Con cuántas cubetas se llenará la pila?



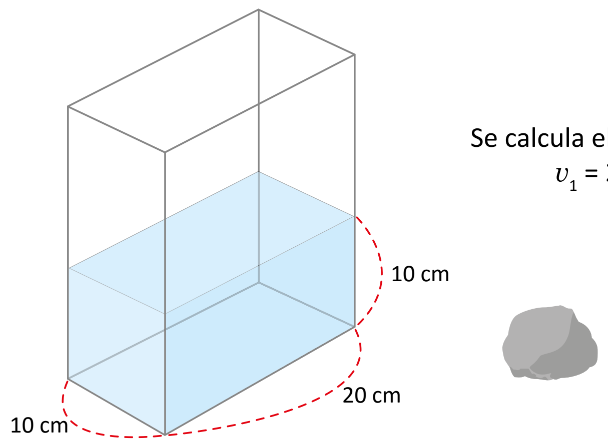


Volumen de distintos cuerpos

Todos los cuerpos tienen volumen. ¿Cómo se calcula el volumen de un cuerpo que no sea un cubo o un prisma rectangular?

Observa cómo se puede calcular el volumen de una piedra utilizando un recipiente con agua.

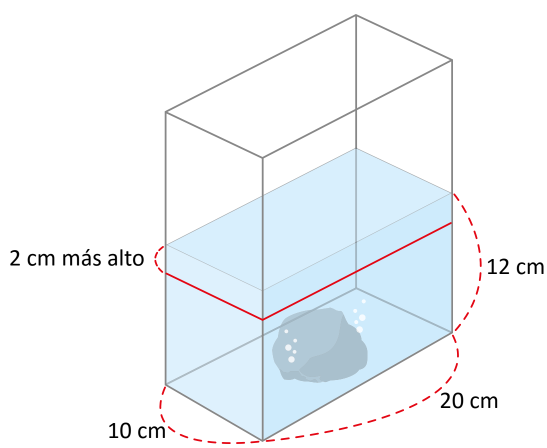
① Se utiliza un recipiente cuyo volumen sea fácil de calcular. Por ejemplo un prisma rectangular.



Se calcula el volumen de agua.

$v_1 = 20 \times 10 \times 10 = 2{,}000$

② Se introduce la piedra; la altura del agua se incrementará debido al volumen de la piedra.



Se calcula nuevamente el volumen de agua con la piedra sumergida.

$v_2 = 20 \times 10 \times 12 = 2{,}400$

③ El volumen de la piedra es la diferencia entre v_2 y v_1:

$$v = v_2 - v_1$$
$$v = 2{,}400 - 2{,}000$$
$$v = 400$$

Para medir el volumen de un cuerpo irregular, se puede sumergir el cuerpo en un recipiente con agua. Luego se calcula la diferencia de volumen con y sin el cuerpo irregular sumergido.

Calcula el volumen de otros cuerpos irregulares en tu casa.

Indicador de logro:

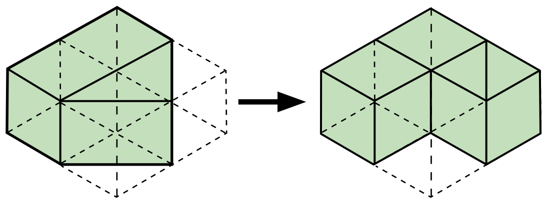
1.10 Resuelve problemas sobre volúmenes de prismas rectangulares.

Solución de problemas:

1. a. El prisma está formado por 6 cubos de 1 cm^3 de volumen.
   R: 6 cm^3

   b. El prisma está formado por 12 cubos de 1 cm^3 de volumen.
   R: 12 cm^3

   c. El cuerpo geométrico está formado por 3 cubos de 1 cm^3 de volumen:



   R: 3 cm^3

2. a. Es un prisma rectangular, para calcular su volumen se usa la fórmula:

$$\begin{aligned} \text{Volumen} &= \text{largo} \times \text{ancho} \times \text{altura} \\ &= 3 \times 2 \times 4 \\ &= 24 \end{aligned}$$

   R: 24 cm^3

2. b. Es un prisma rectangular, para calcular su volumen se usa la fórmula:

$$\begin{aligned} \text{Volumen} &= \text{largo} \times \text{ancho} \times \text{altura} \\ &= 5 \times 5 \times 7 \\ &= 175 \end{aligned}$$

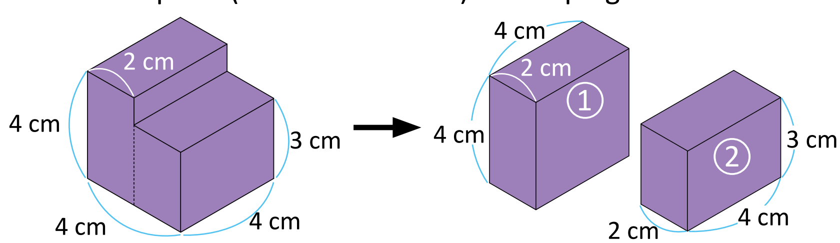
   R: 175 cm^3

   c. Es un cubo, para calcular su volumen se usa la fórmula:

$$\begin{aligned} \text{Volumen} &= \text{lado} \times \text{lado} \times \text{lado} \\ &= 8 \times 8 \times 8 \\ &= 512 \end{aligned}$$

   R: 512 cm^3

3. Se descompone (en forma vertical) el cuerpo geométrico en dos prismas rectangulares:



Volumen de 1:
$4 \times 2 \times 4 = 32 \longrightarrow 32\ cm^3$
Volumen de 2:
$4 \times 2 \times 3 = 24 \longrightarrow 24\ cm^3$

Volumen total:
$32 + 24 = 56\ cm^3$

4. Para facilitar los cálculos, se realizará primero el literal b.; el resultado se convertirá a cm^3.

   b. 60 cm = 0.6 m; entonces:
   $$\text{Volumen} = 3 \times 0.6 \times 5 = 9$$
   R: 9 m^3

   a. Se convierte a cm^3 el resultado del literal b.:
   $$9 \times 1{,}000{,}000 = 9{,}000{,}000$$
   R: 9, 000, 000 cm^3

5. Se asume que las dimensiones dadas corresponden al interior de la pila.

   a. 50 cm = 0.5 m, 30 cm = 0.3 m, 40 cm = 0.4 m
   $$\text{Volumen} = 0.5 \times 0.3 \times 0.4 = 0.06$$
   R: 0.06 m^3

   b. Se multiplica el resultado de a. por 1, 000:
   $$0.06 \times 1{,}000 = 60$$
   R: 60 litros.

   c. Como la capacidad de la pila son 60 litros y la cubeta tiene capacidad de 10 litros, entonces la cantidad de cubetas se calcula dividiendo la capacidad de la pila entre la de la cubeta, es decir:
   $$60 \div 10 = 6$$
   R: 6 cubetas.

Unidad 9

Conversión de otros sistemas al sistema internacional

1 Competencias de la unidad

• Realizar conversiones entre las medidas de longitud y área del sistema internacional, y otros sistemas, para resolver situaciones – problema de la vida cotidiana.

2 Secuencia y alcance

5.°	6.°
Unidad 9: Unidades de medida en el sistema inglés	**Unidad 9: Conversión de otros sistemas al sistema internacional**
• Medidas de longitud • Medidas de peso	• Conversiones

3 Plan de la unidad

Lección	Clase	Título
1 Conversiones	1	Conversión entre metros y varas
	2	Conversión entre metros cuadrados y varas cuadradas
	3	Practica lo aprendido

3 Total de clases

Lección 1

Conversiones (3 clases)

La vara (v) y la vara cuadrada (v^2) son unidades de medidas de longitud y área respectivamente, cuyo origen es español; en El Salvador, es común utilizar la vara cuadrada (v^2) para medir áreas de terrenos. En esta unidad se trabajará la conversión o equivalencia entre varas y metros, y a partir de esta, se deducirá la equivalencia entre varas cuadradas y metros cuadrados.

Debe verificarse el procedimiento adecuado cuando se trabajen las equivalencias, para evitar que los estudiantes cometan errores y utilicen la operación equivocada.

Para el caso de las longitudes:

$$a \text{ varas} \xrightarrow{\times 0.84} a \times 0.84 \text{ metros}$$

$$b \div 0.84 \text{ varas} \xleftarrow{\div 0.84} b \text{ metros}$$

Mientras que para las áreas:

$$a \text{ varas cuadradas } (v^2) \xrightarrow{\times 0.7} a \times 0.7 \text{ metros cuadrados } (m^2)$$

$$b \div 0.7 \text{ varas cuadradas } (v^2) \xleftarrow{\div 0.7} b \text{ metros cuadrados } (m^2)$$

Lección 1 Conversiones

1.1 Conversión entre metros y varas

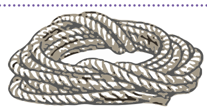
Recuerda

1 Completa:

a. 2 m = 200 cm   b. 400 cm = 4 m

Analiza

2 Una vara es una unidad de longitud que se representa con v; además, 1 v = 0.84 m (aproximadamente). Si don Manuel necesita un cordel de 21 metros de largo y su sobrino Juan le presta uno de 30 varas, ¿necesitará más cordel Don Manuel?



Soluciona

José

3 Utilizo que 1 v = 0.84 m; convierto 30 varas a metros multiplicando:

$$30 \times 0.84 = 25.2$$

Entonces, 30 v = 25.2 m. El cordel que Juan le presta a su tío tiene 25.2 m, por lo que don Manuel no necesita más cordel.

R: No necesitará más.

Julia

Utilizo que 1 v = 0.84 m; convierto 21 m a varas dividiendo:

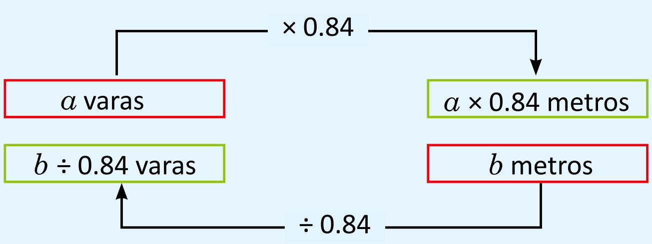
$$21 \div 0.84 = 25$$

Entonces, 21 m = 25 v. El cordel que Juan le presta a su tío tiene 30 v y Don Manuel solo necesita 25 v, por lo que don Manuel no necesita más cordel.

R: No necesitará más.

Comprende

4 Para convertir varas a metros, o metros a varas se hace lo siguiente:



Ejemplos:

¿Cuántos metros hay en 15 varas?

$$15 \times 0.84 = 12.6$$

R: 12.6 m

¿Cuántas varas hay en 3.36 m?

$$3.36 \div 0.84 = 4$$

R: 4 v

Resuelve

1. Para cada literal, completa ☐ con el valor que le corresponde:

a. 5 v = ☐ m   b. 100 v = ☐ m   c. 42 m = ☐ v   d. 840 m = ☐ v

2. Un lote rectangular tiene 15 varas de ancho y 20 varas de largo. ¿Cuántos metros mide el perímetro del terreno?

Indicador de logro:

1.1 Realiza conversiones de metros a varas, y viceversa.

Propósito: Encontrar la equivalencia entre metros y varas, para resolver situaciones sobre longitudes.

Puntos importantes: En 1 se realiza un repaso sobre la equivalencia entre centímetros y metros; los estudiantes deben recordar que para convertir metros a centímetros se multiplica por 100, y para convertir centímetros a metros se divide entre 100. En el problema de 2 se introduce la vara como unidad de longitud y se establece su equivalencia con respecto al metro (1 v = 0.84 m); además, para resolverlo los estudiantes pueden razonar de cualquiera de las dos formas presentadas en 3, es decir, convertir las 30 varas a metros multiplicando esta cantidad por 0.84 (como lo hace José), o convertir los 21 m a varas dividiendo entre 0.84 (como lo hace Julia). En 4 se consolida el procedimiento para hacer la conversión entre metros y varas; es importante recalcar la operación a realizar en cada caso y que los estudiantes no tengan dificultades al resolver los problemas del Resuelve.

Solución de problemas:

1. a. Se multiplica por 0.84:

$$5 \times 0.84 = 4.2$$

R: 5 v = $\boxed{4.2}$ m

b. Se multiplica por 0.84:

$$100 \times 0.84 = 84$$

R: 100 v = $\boxed{84}$ m

c. Se divide entre 0.84:

$$42 \div 0.84 = 50$$

R: 42 m = $\boxed{50}$ v

d. Se divide entre 0.84:

$$840 \div 0.84 = 1,000$$

R: 840 m = $\boxed{1,000}$ v

2. **Forma 1**, se calcula el perímetro en varas y luego se convierte a metros.
Perímetro (en varas): 15 × 2 + 20 × 2 = 70 v
Perímetro (en metros): 70 × 0.84 = 58.8 m

R: 58.8 m

Forma 2, se convierten las longitudes del ancho y largo a metros, y luego se calcula el perímetro.
Ancho: 15 × 0.84 = 12.6 m
Largo : 20 × 0.84 = 16.8 m
Perímetro: 12.6 × 2 + 16.8 × 2 = 58.8 m

R: 58.8 m

Fecha: **Clase:** 1.1

Re Completa:
a. 2 m = 200 cm b. 400 cm = 4 m

A 1 v = 0.84 m; si don Manuel necesita un cordel de 21 metros de largo y su sobrino Juan le presta uno de 30 varas, ¿necesitará más cordel Don Manuel?

S Forma 1
Se convierten las 30 varas a metros multiplicando:

$$30 \times 0.84 = 25.2$$

Entonces, 30 v = 25.2 m. El cordel que Juan le presta a su tío tiene 25.2 m.

R: No necesitará más.

Forma 2
Se convierten los 21 m a varas dividiendo:

$$21 \div 0.84 = 25$$

Entonces, 21 m = 25 v. El cordel que Juan le presta a su tío tiene 30 v y Don Manuel solo necesita 25 v.

R: No necesitará más.

R 1. a. Se multiplica por 0.84:

$$5 \times 0.84 = 4.2$$

R: 5 v = $\boxed{4.2}$ m

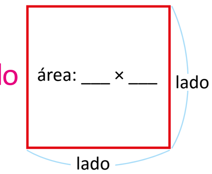
Tarea: página 158

Unidad 9

1.2 Conversión entre metros cuadrados y varas cuadradas

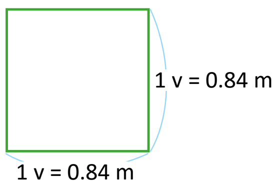
Recuerda

1
a. ¿Cómo se calcula el área de un cuadrado? Efectuando lado × lado
b. ¿Qué unidades has utilizado para medir el área? cm^2 o m^2



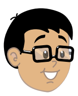
Analiza

2
1. Encuentra la relación entre varas cuadradas y metros cuadrados, calculando el área del siguiente cuadrado:



2. Un terreno de 2, 000 v^2 en venta tendrá el rótulo con la cantidad de metros cuadrados. ¿Cuántos metros cuadrados deberán colocar en el rótulo?

Soluciona



1. Calculo el área:
   área = 0.84 × 0.84
   = 0.70 aproximadamente.

R: 1 v^2 = 0.7 m^2

1 v^2 es el área de un cuadrado cuyo lado mide 1 v y se lee "1 vara cuadrada".

2. Si 1 v^2 = 0.7 m^2, entonces para 2, 000 v^2 hay:
   0.7 × 2, 000 = 1, 400

   Por lo tanto: 2, 000 v^2 = 1, 400 m^2.

   R: El área del terreno es 1, 400 m^2.

Comprende

- La vara cuadrada es una unidad de medida de área.
- 1 v^2 = 0.7 m^2

3

$$a \text{ varas cuadradadas } (v^2) \xrightarrow{\times 0.7} a \times 0.7 \text{ metros cuadrados}(m^2)$$

$$b \div 0.7 \text{ varas cuadradadas } (v^2) \xleftarrow{\div 0.7} b \text{ metros cuadrados}(m^2)$$

Ejemplos:

¿Cuántos metros cuadrados hay en una área de 4 v^2?
4 × 0.7 = 2.8
R: 2.8 m^2

¿Cuántas varas cuadradas hay en una área de 4.2 m^2?
4.2 ÷ 0.7 = 6
R: 6 v^2

Resuelve

1. Para cada literal, completa ☐ con el valor que le corresponde.
   a. 10 v^2 = ☐ m^2 b. 60 v^2 = ☐ m^2 c. 56 m^2 = ☐ v^2 d. 70 m^2 = ☐ v^2

2. Un terreno de 1, 500 v^2 se vende por un precio de $12, 600.
   a. ¿Cuál es el área del terreno en m^2?
   b. ¿Cuál es el precio de cada m^2 de terreno?

Indicador de logro:

1.2 Realiza conversiones de metros cuadrados a varas cuadradas, y viceversa.

Propósito: Deducir la equivalencia entre metros cuadrados y varas cuadradas, y utilizarla en la resolución de situaciones sobre áreas.

Puntos importantes: En 1 se recuerda la fórmula para calcular el área de un cuadrado (lado × lado) y las unidades utilizadas desde cuarto grado para medir áreas: cm^2 o m^2. En 1. de 2, se deduce la relación entre varas cuadradas y metros cuadrados ($1\ v^2 = 0.7\ m^2$) usando el área de un cuadrado de 0.84 m de lado; esta relación se utiliza en el problema 2. donde se determina que, para convertir de varas cuadradas a metros cuadrados debe multiplicarse por 0.7. En 3 se debe enfatizar el procedimiento para pasar de varas cuadradas a metros cuadrados y cuándo debe multiplicarse o dividirse por 0.7 (similar a la clase anterior); esta información se utilizará para resolver los problemas de la parte del Resuelve.

Solución de problemas:

1. a. Se multiplica por 0.7:

$$10 \times 0.7 = 7$$

R: $10\ v^2 = \boxed{7}\ m^2$

b. Se multiplica por 0.7:

$$60 \times 0.7 = 42$$

R: $60\ v^2 = \boxed{42}\ m^2$

c. Se divide entre 0.7:

$$56 \div 0.7 = 80$$

R: $56\ m^2 = \boxed{80}\ v^2$

d. Se divide entre 0.7:

$$70 \div 0.7 = 100$$

R: $70\ m^2 = \boxed{100}\ v^2$

2. a. Se multiplica el área (en v^2) por 0.7:

$$1,500 \times 0.7 = 1,050$$

Entonces, $1,500\ v^2 = 1,050\ m^2$.

R: $1,050\ m^2$

b. Se divide el precio del terreno ($12,600) entre el área en metros cuadrados:

$$12,600 \div 1,050 = 12$$

Cada metro cuadrado cuesta $12.

R: $12

Fecha: **Clase:** 1.2

Re

a. ¿Cómo se calcula el área de un cuadrado?
Efectuando lado × lado

b. ¿Qué unidades has utilizado para medir el área?
cm^2 o m^2

A

1. Encuentra la relación entre varas cuadradas y metros cuadrados, calculando el área de un cuadrado de 0.84 cm de lado.
2. ¿A cuántos metros cuadrados equivalen $2,000\ v^2$?

S

1. Se calcula el área:

$$\text{área} = 0.84 \times 0.84$$
$$= 0.70 \text{ (aproximadamente)}$$

R: $1\ v^2 = 0.7\ m^2$

2. Si $1\ v^2 = 0.7\ m^2$, entonces para $2,000\ v^2$ hay:

$$0.7 \times 2,000 = 1,400$$

Entonces, $2,000\ v^2 = 1,400\ m^2$.

R: El área del terreno es $1,400\ m^2$.

R

1. a. Se multiplica por 0.7:

$$10 \times 0.7 = 7$$

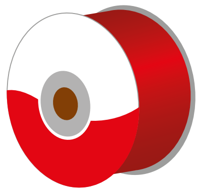
R: $10\ v^2 = \boxed{7}\ m^2$

Tarea: página 159

1.3 Practica lo aprendido

1. Encuentra la medida de los rollos de listón en metros o varas, según se indica:

a. 25 varas

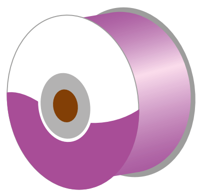


________m

b. 15 varas

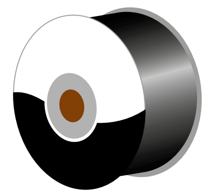
________m

c. 63 metros



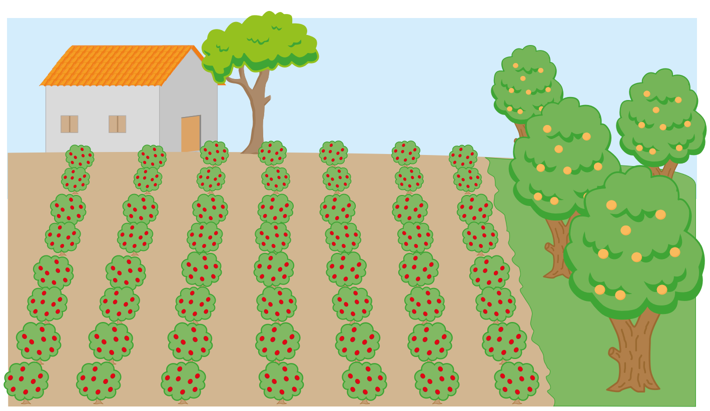
________v

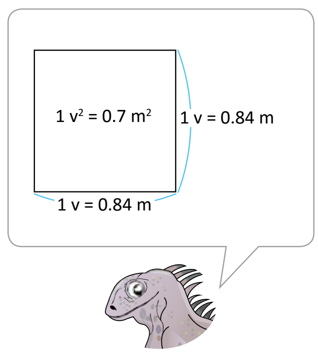
d. 126 metros



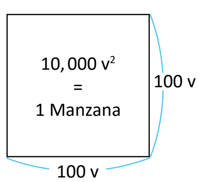
________v

2. Un agricultor repartió un terreno de 770 v^2 para la siembra, utilizó 350 v^2 para cultivar fresas y el resto para árboles frutales.
   a. ¿Cuál es el área que corresponde a los árboles frutales en varas cuadradas?
   b. ¿Cuál es el área que corresponde a los árboles frutales en metros cuadrados?





¿Sabías que...?



Una manzana es una medida de superficie con un área correspondiente a un cuadrado de 100 varas de lado, es decir, el área es 10, 000 v^2. Entonces: 1 manzana = 10, 000 m^2

Indicador de logro:

1.3 Resuelve problemas sobre conversiones entre metros y varas.

Solución de problemas:

1. a. Se multiplica por 0.84:

$$25 \times 0.84 = 21$$

Entonces, 25 v = 21 m.

R: 21 m

b. Se multiplica por 0.84:

$$15 \times 0.84 = 12.6$$

Entonces, 15 v = 12.6 m.

R: 12.6 m

c. Se divide entre 0.84:

$$63 \div 0.84 = 75$$

Entonces, 63 m = 75 v.

R: 75 v

d. Se divide entre 0.84:

$$126 \div 0.84 = 150$$

Entonces, 126 m = 150 v.

R: 150 v

2. a. Se resta, del área total del terreno, el área destinada para cultivar fresas:

$$770 - 350 = 420$$

Entonces, el área que corresponde a los árboles frutales es 420 v^2.

R: 420 v^2

b. Se multiplica el área en varas cuadradas por 0.7:

$$420 \times 0.7 = 294$$

Entonces, 420 v^2 = 294 m^2.

R: 294 m^2

Anotaciones:

____
____
____
____
____
____
____
____
____
____
____
____
____
____
____
____
____

Anotaciones:

Unidad 10

Traslaciones, simetrías y rotaciones

1

Competencias de la unidad

- Construir traslaciones, simetrías y rotaciones identificando con seguridad los elementos y propiedades de cada transformación.
- Verificar los tipos de simetrías de figuras planas y polígonos regulares, analizando con precisión las características al resolver problemas.

2

Secuencia y alcance

5.°	6.°	7.°
Unidad 2: Ángulos y polígonos	**Unidad 10: Traslaciones, simetrías y rotaciones**	**Unidad 8: Figuras planas y construcción de cuerpos geométricos**
• Polígonos regulares • Suma de ángulos internos de un polígono • Ángulos	• Traslaciones y simetrías • Simetría puntual • Simetría de figuras planas y polígonos regulares	• Movimiento de figuras en el plano • Círculos, segmentos y ángulos • Planos, cuerpos geométricos, área total del prisma, pirámide y cilindro

3 Plan de la unidad

Lección	Clase	Título
1 Traslaciones y simetrías	1	Traslación de figuras
	2	Combinación de traslaciones
	3	Figuras simétricas respecto a un eje
	4	Vértices, lados y ángulos correspondientes
	5	Características de las figuras simétricas
	6	Construcción de figuras simétricas
	7	Practica lo aprendido
2 Simetría puntual	1	Rotación
	2	Simetría puntual
	3	Vértices, lados y ángulos correspondientes
	4	Características de figuras con simetría puntual
	5	Construcción de figuras con simetría puntual
	6	Practica lo aprendido
3 Simetría de figuras planas y polígonos regulares	1	Simetría de figuras planas
	2	Simetría de polígonos regulares
	1	Prueba de la unidad 10

15 Total de clases

+ prueba de la unidad

Lección 1

Traslaciones y simetrías (7 clases)

El propósito de la lección es estudiar las transformaciones que mantienen la forma y el tamaño de las figuras, como son las traslaciones y las simetrías respecto a un eje interno.
Se inicia introduciendo las traslaciones de figuras utilizando una cuadrícula, moviéndola tantos espacios (cuadritos) como se indique, en diferentes direcciones en forma horizontal o vertical o una combinación de estas.
Luego se introduce la simetría de figuras por un eje interno, realizando dobleces y verificando si se sobreponen en dos partes iguales. Se define el eje de simetría y su respectiva notación con letra minúscula.
Los vértices, lados y ángulos correspondientes en una figura simétrica serán los que se sobreponen al doblar por el eje de simetría. Además se determina que:
- Los lados y ángulos correspondientes tienen la misma medida.
- El segmento que une dos vértices correspondientes es perpendicular al eje de simetría.
- Las distancias desde el eje de simetría hacia un punto y su punto correspondiente son iguales.

Con base a estas propiedad se definen los pasos para completar una figura simétrica, sobrepuesta en una cuadrícula, utilizando la regla.

Lección 2

Simetría puntual (6 clases)

En esta lección se continúa el estudio de las transformaciones que mantienen la forma y el tamaño de las figuras, centrándose el estudio en las rotaciones.
Se inicia realizando giros correspondientes a los ángulos de 90°, 180°, 270° y 360° para introducir la rotación, luego se definen el centro de simetría y ángulo de rotación.
Para definir la simetría puntual se hace a través de una rotación con un ángulo de 180° respecto a un punto interior, en la que la figura queda en su posición original (inicial).
Al igual que en las figuras simétricas en la simetría puntual a los vértices, lados y ángulos que se sobreponen se les llama correspondientes. Los lados y ángulos correspondientes tienen la misma medida.
También se aborda la relación entre el segmento que une dos puntos correspondientes y el centro de simetría.
Finalmente se definen los pasos para completar una figura para que tenga simetría puntual, utilizando la regla.

Lección 3

Simetría de figuras planas y polígonos regulares (2 clases)

En esta lección se hace un estudio especial de las figuras planas y polígonos regulares sobre el tipo de simetría que poseen, teniendo en cuenta que los estudiantes conocieron en los grados previos las características que determinan estas figuras; como el número de lados, la cantidad de ángulos, el número de diagonales, la relación entre sus lados (par de lados iguales, todos los lados iguales, lados desiguales, etc). Al finalizar la lección se espera que con solo identificar el tipo de figura se determine el tipo de simetría que posee.

Lección 1 Traslaciones y simetrías

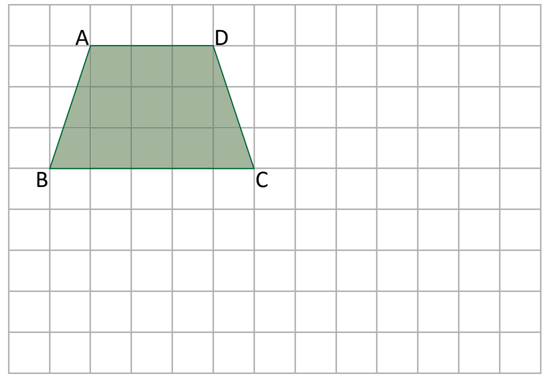
1.1 Traslación de figuras

Analiza

Realiza lo siguiente:

a. Desplaza el cuadrilátero de vértices A, B, C y D, 6 espacios en forma horizontal hacia la derecha.
b. Desplaza el cuadrilátero de vértices A, B, C y D, 4 espacios en forma vertical hacia abajo.

1



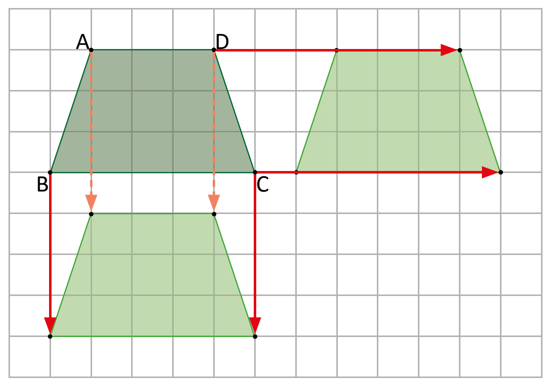
Soluciona


Ana

Desplazo el cuadrilátero moviendo cada uno de sus vértices la cantidad de espacios en la dirección indicada en cada caso: de forma horizontal hacia la derecha o de forma vertical hacia abajo.

Luego, uno esos vértices en el mismo orden que el cuadrilátero original.

2



Comprende

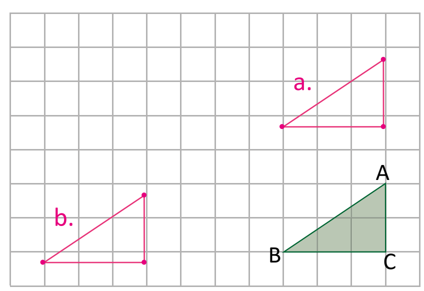
La **traslación** es un movimiento que consiste en desplazar todos los puntos de una figura a una misma distancia, de manera que la figura resultante tenga la misma forma y orientación que la original.

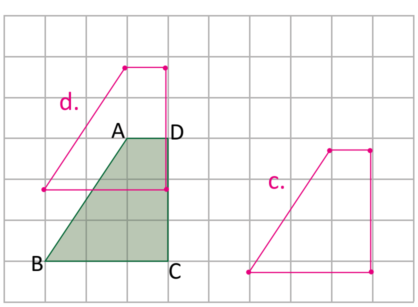
Resuelve

3

a. Traslada el triángulo 4 espacios en forma vertical hacia arriba.

b. Traslada el triángulo 7 espacios en forma horizontal hacia la izquierda.





c. Traslada el cuadrilátero 5 espacios en forma horizontal hacia la derecha.

d. Traslada el cuadrilátero 2 espacios en forma horizontal hacia arriba.

Indicador de logro:

1.1 Traslada una figura de forma vertical u horizontal.

Propósito: Desplazar una figura en una cuadrícula en forma horizontal (a la derecha o izquierda) o en forma vertical (hacia arriba o hacia abajo), haciendo el conteo de los espacios (cuadritos) como se indique; de tal manera que la figura resultante es la figura trasladada y tiene la misma forma y tamaño.

Puntos importantes: En 1, la cantidad de espacios es equivalente a la cantidad de cuadritos. Para desplazar el cuadrilátero tal como lo indica a. y b., se tienen que identificar los vértices y moverlos según la cantidad de cuadritos y luego unirlos para tener la figura trasladada. En 2, se presentan en una misma cuadrícula el cuadrilátero que resulta según a. y según b., respecto a la figura original, entendiéndose que la figura original se refiere a la figura que en un primer momento se desea trasladar.
Para evitar confundirse en las figuras, es importante distinguir la figura original de las trasladadas, por ello, la figura original está coloreada de verde oscuro y las trasladadas de verde claro.
En 3, indique que los pasos a seguir para trasladar una figura son:

- Identificar y trasladar los vértices.
- Dibujar los segmentos que unen los vértices.

Sugerencia metodológica: Para unir los vértices de la figura trasladada indique a los estudiantes utilizar la regla, para que los lados de la figura queden bien definidos. Además establezca que para dibujar las figuras trasladadas se use un color diferente al de la figura original.

Materiales: Cuadrícula del Analiza, de preferencia plastificada para usarse en la siguiente clase.

Anotaciones:

____

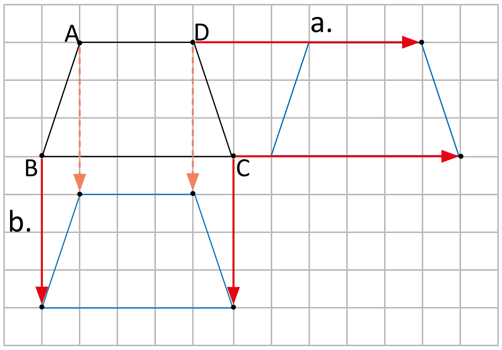
____

Fecha: **Clase:** 1.1

(A) Cuadrilátero con vértices A, B, C y D.

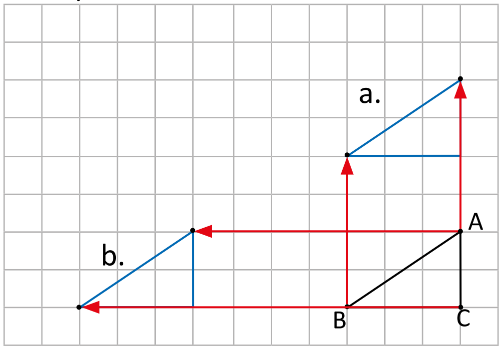
a. 6 espacios en forma horizontal hacia la derecha.
b. 4 espacios en forma vertical hacia abajo.

(S)



(R) Cuadrilátero con vértices A, B, C y D.

a. 4 espacios en forma vertical hacia arriba.
b. 7 espacios en forma horizontal hacia la izquierda.



Tarea: página 164

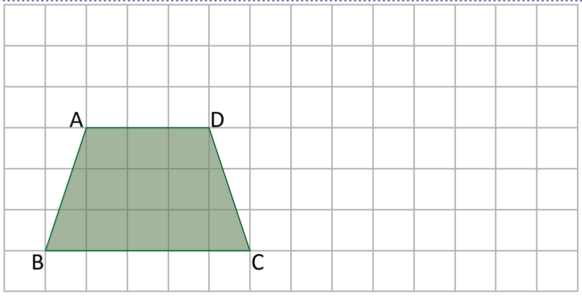
Unidad 10

1.2 Combinación de traslaciones

Analiza 1

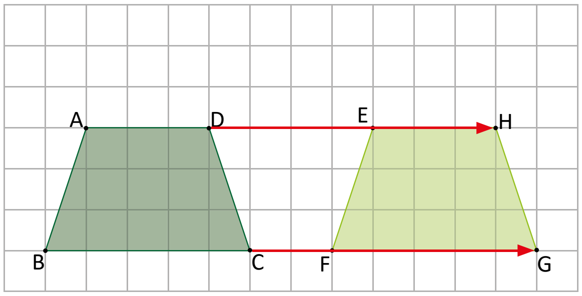
Realiza lo siguiente:

a. Traslada el cuadrilátero 7 espacios en forma horizontal hacia la derecha.
b. El resultado del literal a. trasládalo 2 espacios en forma vertical hacia arriba. Este último cuadrilátero, ¿mantiene la misma forma y orientación que el original?



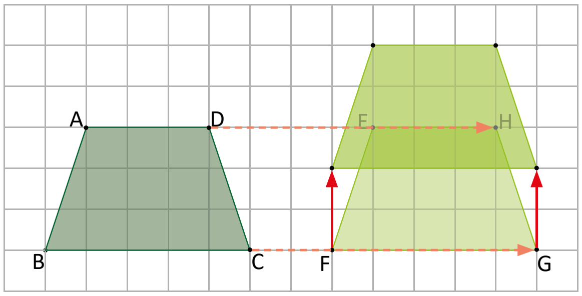
Soluciona 2

a. Traslado los vértices A, B, C y D, 7 espacios hacia la derecha y dibujo el resultado, manteniendo la misma forma y orientación. A los vértices del cuadrilátero, resultado de la traslación horizontal, los nombro E, F, G y H.



b. Ahora traslado los vértices E, F, G y H, 2 espacios hacia arriba y dibujo el resultado.

¡Sí se mantiene la misma forma y orientación que el cuadrilátero original!



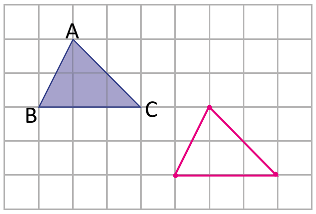
Comprende

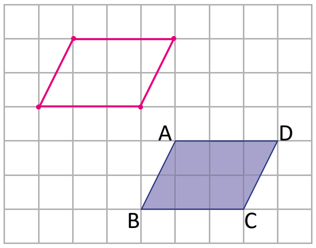
Se pueden realizar combinaciones de dos o más traslaciones horizontales y verticales; la figura resultante siempre mantiene la misma forma y orientación que la figura original.

Resuelve 3

Realiza las siguientes combinaciones de traslaciones:

a. Traslada el triángulo 4 espacios en forma horizontal hacia la derecha y 2 espacios en forma vertical hacia abajo.





b. Traslada el cuadrilátero 3 espacios en forma horizontal hacia la izquierda y 3 espacios en forma vertical hacia arriba.

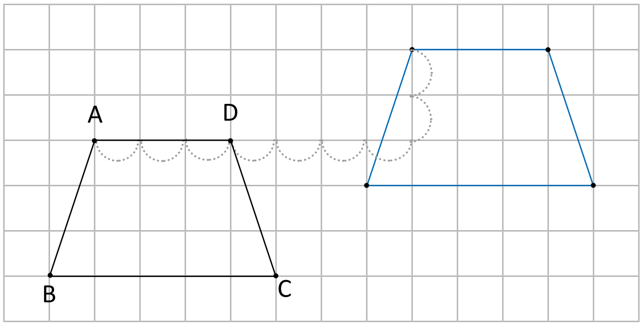
Indicador de logro:

1.2 Realiza combinaciones de traslaciones verticales y horizontales.

Propósito: Realizar movimientos combinados en forma horizontal (hacia la izquierda o derecha) y movimientos en forma vertical (hacia arriba o abajo), dado que en la clase anterior se realizaron traslaciones en una dirección.

Puntos importantes: En la clase anterior los estudiantes trasladaron una figura en forma horizontal (ha cia la derecha o izquierda) o en forma vertical (hacia arriba o abajo) En 1, se deben realizar los mismos movientos pero combinados, es decir, se traslada la figura original y a la figura resultante se le aplicará otra traslación. En 2, se presenta el movimiento de a. en la primera cuadrícula y en la segunda, el movimiento según b., notar que se deja la imagen como marca de agua para recalcar que la figura resultante de a. es a la que se le aplicó la traslación según b. Al resolver los problemas en 3, no es necesario dibujar la figura del primer movimiento, sino que, dibujar la que resulta de la combinación de los dos movimientos.

Sugerencia metodológica: Es recomendable que se trasladen los vértices en el orden de las letras. Si hay dificultades, los estudiantes pueden simular o marcar los movimientos, tal como se presenta en el siguiente ejemplo (problema del Analiza).

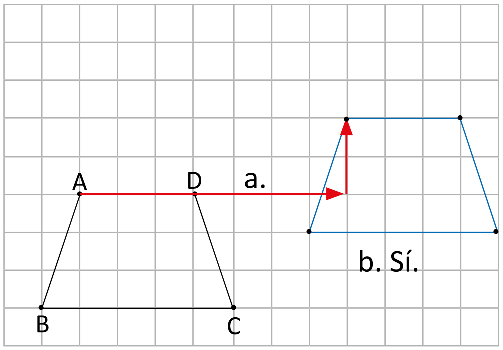


Materiales: Cuadrícula plastificada de la clase anterior.

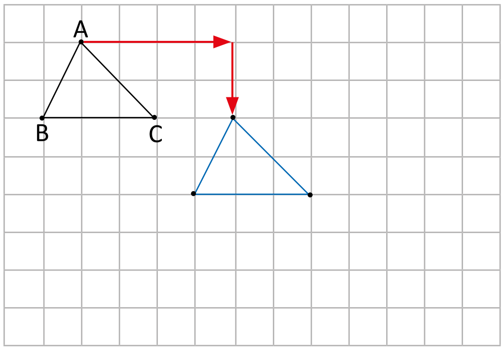
Fecha: **Clase:** 1.2

Ⓐ a. 7 espacios en forma horizontal hacia la derecha.
b. El resultado del literal a. trasládalo 2 espacios en forma vertical hacia arriba. Este último cuadrilátero, ¿mantiene la misma forma y orientación que el original?

Ⓢ



Ⓡ Traslada el triángulo 4 espacios en forma horizontal hacia la derecha y 2 espacios en forma vertical hacia abajo.



Tarea: página 165

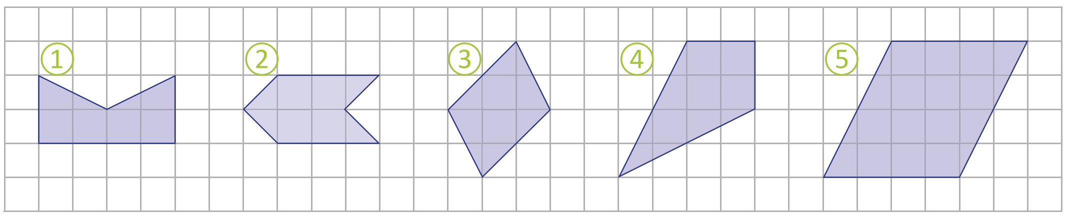
Unidad 10

1.3 Figuras simétricas respecto a un eje

Analiza

¿Cuáles de las siguientes figuras pueden doblarse de tal manera que se sobrepongan dos partes iguales?

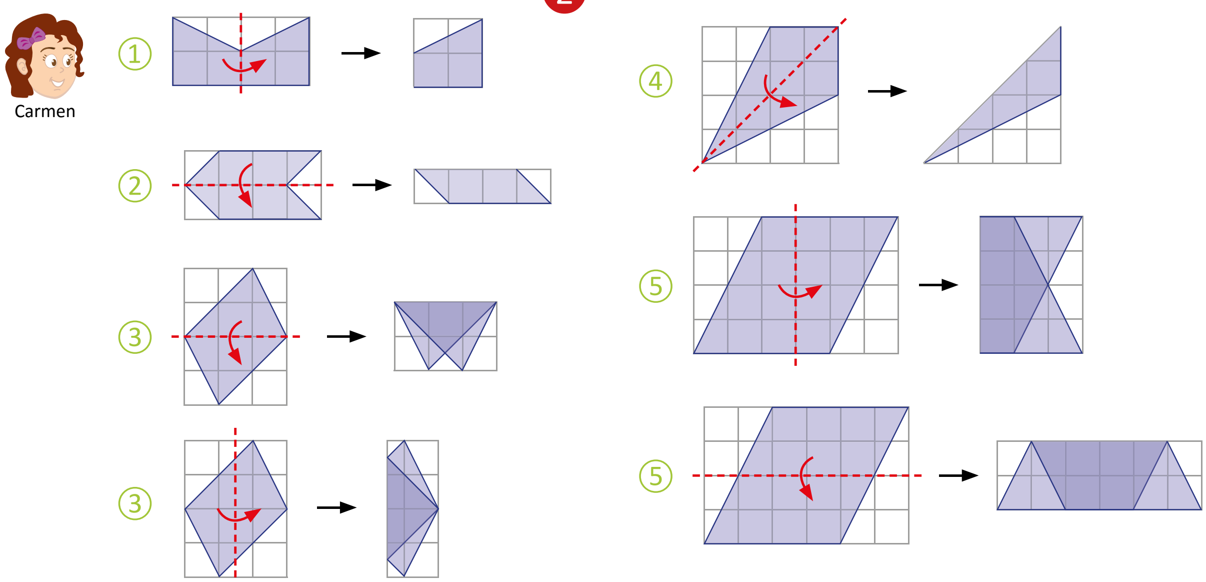
1



Soluciona

Dibujo y recorto las figuras en papel cuadriculado para realizar el doblez y para comprobar si se sobre-ponen exactamente:

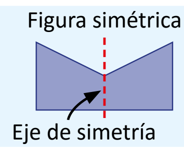
2



Las figuras ①, ② y ④ pueden doblarse para sobreponer dos partes iguales. Pero las figuras ③ y ⑤ no pueden doblarse en ninguna forma para que se sobrepongan dos partes iguales.

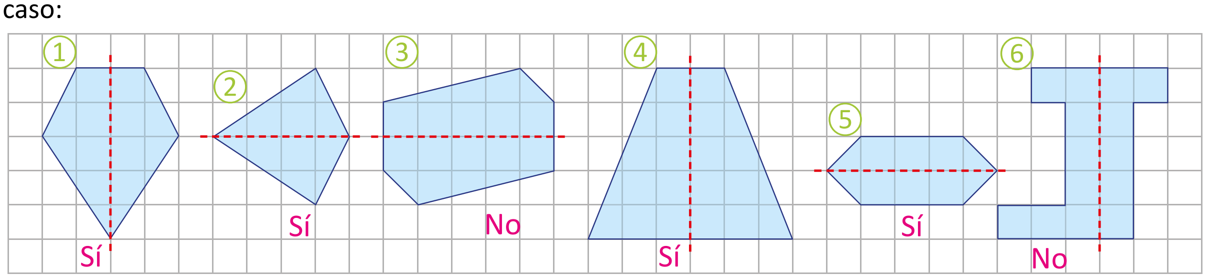
Comprende 3

Una **figura simétrica con respecto a un eje** (o simplemente **figura simétrica**) es aquella que puede doblarse por una línea recta de tal forma que se sobrepongan dos partes iguales. Esta línea recta recibe el nombre de **eje de simetría**.



Resuelve

Determina cuál de las siguientes figuras son simétricas con respecto a la línea recta indicada en cada caso:



Indicador de logro:

1.3 Determina si una figura es simétrica respecto a un eje dado.

Propósito: Introducir la definición de figura simétrica por un eje interno, al realizar dobleces a una figura para verificar si las dos partes que se definen se sobreponen o no.

Puntos importantes: Para las diferentes figuras presentadas en 1, se debe verificar si hay alguna forma de doblarlas, de tal manera que se formen dos partes iguales. En 2, se proporcionan las imágenes de las figuras dobladas donde se comprueba si se forman dos figuras iguales. En 3, se definen los conceptos de figura simétrica y eje de simetría. El doblez en la figura será la recta que se denominará eje de simetría. El eje de simetría de las figuras es interno, pues queda sobre la figura, y será el único que se abordará en esta clase y en toda la lección.

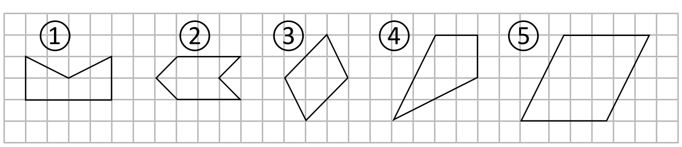
Sugerencia metodológica: En 1, proporcione las figuras para que los estudiantes hagan los dobleces y comprueben la solución presentada en 2. Si no es posible elaborarlas para todos los estudiantes, elabore las figuras en una escala más grande para que las manipule un estudiante (o ud mismo) en plenaria y los demás estudiantes visualicen lo que pasa al realizar los dobleces.

Materiales: Cuadrícula con las figuras del Analiza o las figuras en tamaño grande.

Anotaciones:

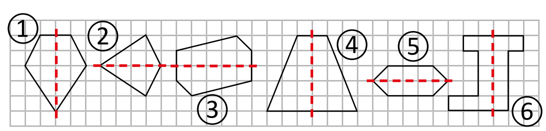
Fecha: **Clase:** 1.3

(A) ¿Cuáles de las siguientes figuras pueden doblarse de tal manera que se sobrepongan dos partes iguales?



(S) Las figuras 1, 2 y 4 pueden doblarse para sobreponer dos partes iguales.
Las figuras 3 y 5 no pueden doblarse de ninguna forma para que se sobrepongan dos partes iguales.

(R) Determine cuáles figuras son simétricas.



Las figuras 1, 2, 4 y 5 son simétricas.
Las figuras 3 y 6 no son simétricas.

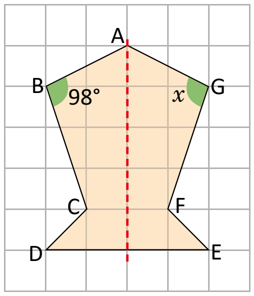
Tarea: página 166

1.4 Vértices, lados y ángulos correspondientes

Analiza 1

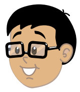
Observa la siguiente figura simétrica, analiza las partes que se sobreponen cuando se dobla por el eje de simetría.

a. ¿Cuál es el vértice que se sobrepone al vértice B?
b. ¿Cuál es el lado que se sobrepone al lado BC?
c. Si el lado GF mide 3 cm, ¿cuánto mide el lado BC?
d. ¿Cuánto mide el ángulo x?



Soluciona 2

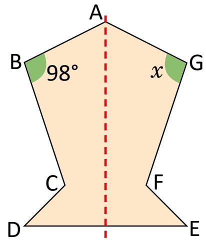
a. El vértice que se sobrepone al vértice B es G.
b. El lado que se sobrepone al lado BC es GF.
c. Al doblar por el eje de simetría, el lado GF se sobrepone al lado BC, entonces estos lados tienen la misma longitud. Es decir, BC mide 3 cm.
d. El ángulo x se sobrepone al ángulo cuya medida es 98°, por lo tanto mide 98°.


Carlos

Comprende 3

Al doblar una figura simétrica por su eje:

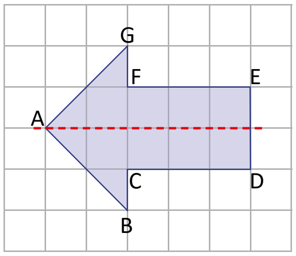
- Los vértices que se sobreponen se llaman **vértices correspondientes**.
- Los lados que se sobreponen se llaman **lados correspondientes**.
- Los ángulos que se sobreponen se llaman **ángulos correspondientes**.
- Los lados correspondientes tienen la misma longitud y los ángulos correspondientes tienen la misma medida.



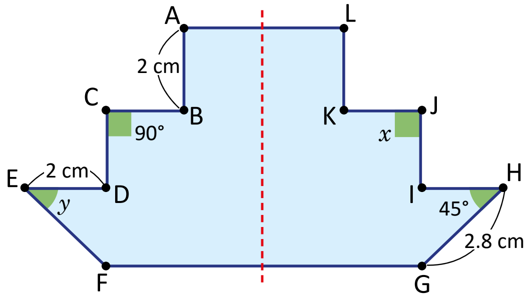
G es el vértice correspondiente al vértice B, CD es el lado correspondiente al lado FE.

Resuelve

1. Observa la flecha (es una figura simétrica) y encuentra lo que se te pide:
   a. Los vértices correspondientes a los vértices G, F y D.
   b. Los lados correspondientes a los lados AG y CD.



2. Encuentra la medida de los siguientes lados y ángulos explicando tu respuesta.
   a. La longitud del lado LK.
   b. La longitud del lado IH.
   c. La longitud del lado EF.
   d. La medida del ángulo x.
   e. La medida del ángulo y.



Unidad 10

Indicador de logro:

1.4 Identifica los vértices, lados y ángulos correspondientes en una figura simétrica.

Propósito: Establecer en una figura simétrica los vértices, lados y ángulos correspondientes.

Puntos importantes: En 1, los estudiantes deben recordar el concepto de figura simétrica y eje de simetría, e identificar los vértices, lados y ángulos que se sobreponen. Para c. y d. se requiere un análisis más profundo, pues se debe identificar que si las dos partes de la figura coinciden, los lados y ángulos que se sobreponen tienen igual medida. En c. de 2, GF mide 3 cm y el lado que se le sobrepone es BC, entonces la longitud de este, también es 3 cm. Algo similar sucede en d. con el ángulo x, este tiene la misma medida que el ángulo en G; que es el que se sobrepone y cuya medida es 98°. En 3, se definen los vértices, lados y ángulos sobrepuestos como correspondientes. Así como las propiedades que cumplen entre sí.

Sugerencia metodológica: Previo a plantear 1, verifique si los estudiantes recuerdan el concepto de ángulo y vértice de una figura. Es recomendable que el estudiante tenga el recorte de la figura para descubrir o comprobar los resultados.

Materiales: Cuadrícula con la figura del Analiza.

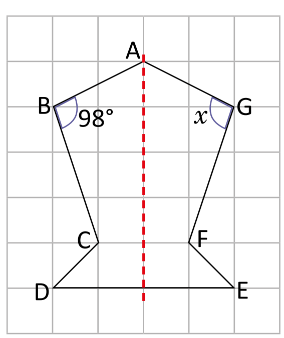
Solución de problemas:

1. a. El vértice correspondiente de G es B, el de F es C y el de D es E.
   b. El lado correspondiente de AG es AB y el de CD es FE.

2. a. La longitud del lado LK es 2 cm, pues el lado AB mide 2 cm y es el lado correspondiente.
   b. La longitud del lado IH es 2 cm, pues el lado DE mide 2 cm y es el lado correspondiente.
   c. La longitud del lado EF es 2.8 cm, pues el lado HG mide 2.8 cm y es el lado correspondiente.
   d. La medida del ángulo x es 90°, pues el ángulo en C mide 90° y es el ángulo correspondiente.
   e. La medida del ángulo y es 45°, pues el ángulo en H mide 45° y es el ángulo correspondiente.

Fecha: **Clase:** 1.4

Ⓐ En la figura simétrica.
a. ¿Cuál es el vértice que se sobrepone al vértice B?
b. ¿Cuál es el lado que se sobrepone al lado BC?
c. Si el lado GF mide 3 cm, ¿cuánto mide el lado BC?
d. ¿Cuánto mide el ángulo x?



Ⓢ a. El vértice G.
b. El lado GF.
c. El lado GF se sobrepone al lado BC, entonces tienen la misma longitud. BC mide 3 cm.
d. El ángulo x se sobrepone al ángulo cuya medida es 98°, por lo tanto mide 98°.

Ⓡ 1. a. El vértice correspondiente de G es B, el de F es C y el de D es E.
b. El lado correspondiente de AG es AB y el de CD es FE.

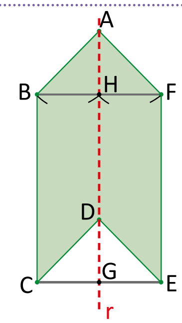
Tarea: página 167

1.5 Características de las figuras simétricas

Analiza

1 La figura es simétrica con respecto al eje r, B y F, C y E son vértices correspondientes. Responde:

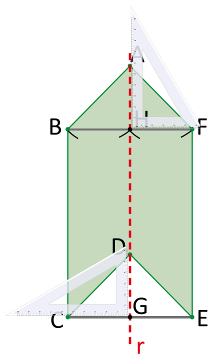
a. ¿Son perpendiculares al eje de simetría los segmentos BF y CE?
b. Compara los segmentos BH y FH. ¿Cómo son sus longitudes?
c. Compara los segmentos CG y EG. ¿Cómo son sus longitudes?



Soluciona

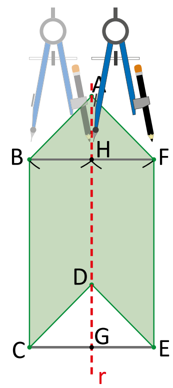
2 a. Con una escuadra verifico que los segmentos BF y CE son perpendiculares al eje de simetría r:


Julia



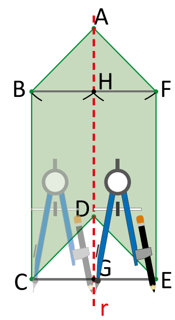
R: Sí son perpendiculares.

b. Utilizo un compás para comparar las longitudes de BH y FH:



R: BH y FH tienen igual longitud.

c. Utilizo un compás para comparar las longitudes de CG y EG:



R: CG y EG tienen igual longitud.

Comprende

En una figura simétrica:

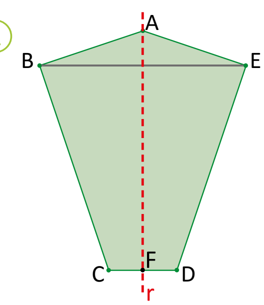
- La línea que conecta dos vértices correspondientes, corta el eje de simetría perpendicularmente.
- La longitud desde esta intersección a los dos vértices correspondientes es la misma.

Resuelve

3

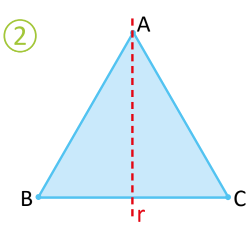
1. La figura ① es simétrica con respecto al eje r. Analiza y contesta:
   a. ¿Cómo se intersecan el eje de simetría y el segmento BE?
   b. ¿Qué otro segmento tiene la misma longitud que CF?

①



2. El triángulo equilátero ② es una figura simétrica respecto al eje r. ¿Es posible dibujar otros ejes de simetría? Justifica tu respuesta.

②



Indicador de logro:

1.5 Utiliza la propiedad del eje de simetría para identificar segmentos perpendiculares y la igualdad entre segmentos.

Propósito: Determinar la relación entre el segmento que une dos puntos correspondientes con el eje de simetría utilizando la escuadra y el compás.

Puntos importantes: Al resolver a. de 1, los estudiantes identificarán los vértices y segmentos involucrados, también deben recordar que dos segmentos son perpendiculares si forman un ángulo de 90°, por ello, para a. es necesario utilizar la escuadra, mientras que para b. y c. el compás; pues se desea comparar longitudes. En 2, se proporcionan los pasos para utilizar los instrumentos y resolver el problema. El 1. de 3 se resolverá similar a 2 y en 2. se utilizará la escuadra y regla para trazar los ejes.

Sugerencia metodológica: Si los estudiantes no cuentan con una escuadra, indique que utilicen la esquina de una hoja de papel bond para determinar si los segmentos BF y CE son perpendiculares al eje de simetría. Para determinar si las longitudes de los segmentos indicados en b. y c. son iguales, se puede utilizar la regla, pero es preferible usar el compás, ya que por comparación se puede determinar si las longitudes son iguales y utilizando la regla, se tendría que determinar la longitud de cada segmento.

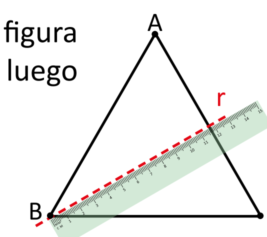
Materiales: Figura del Analiza, escuadra y transportador para pizarra.

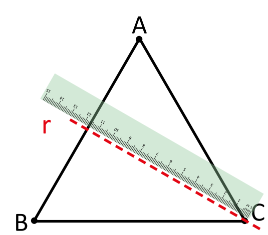
Solución de problemas:

1. a. De forma perpendicular. b. El segmento DF.

2. Para obtener los otros dos ejes, hay que doblar la figura por la mitad, uniendo primero los vértices A y C, y luego A y B.

R: Hay 2 ejes de simetría más.





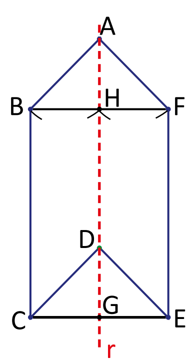
Fecha: **Clase:** 1.5

(A) La figura es simétrica con respecto al eje r.

a. ¿Son perpendiculares al eje de simetría los segmentos BF y CE?

b. Compara los segmentos BH y FH. ¿Cómo son sus longitudes?

c. Compara los segmentos CG y EG. ¿Cómo son sus longitudes?



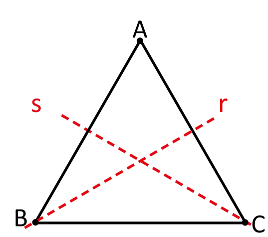
(S) a. **R:** Sí son perpendiculares.

b. **R:** BH y FH tienen igual longitud.

c. **R:** CG y EG tienen igual longitud.

(R) 1. a. De forma perpendicular.
b. El segmento FD.

2.



R: Hay dos ejes de simetría más, ya que el triángulo es equilátero.

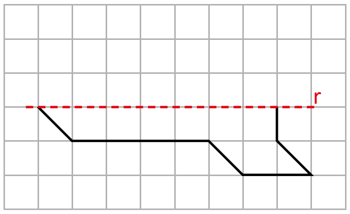
Tarea: página 168

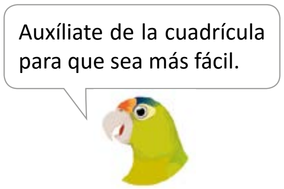
Unidad 10

1.6 Construcción de figuras simétricas

Analiza

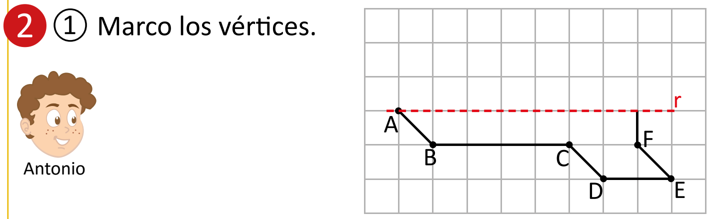
1 Completa la figura para que sea simétrica respecto al eje r:



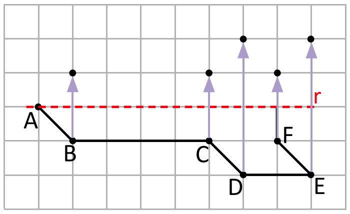


Soluciona

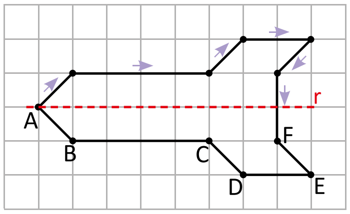
2 ① Marco los vértices.



② Utilizo la cuadrícula para contar la distancia desde cada vértice hasta el eje de simetría y dibujar los vértices correspondientes.



③ Finalmente, trazo los lados uniendo los vértices en el mismo orden que la figura original.



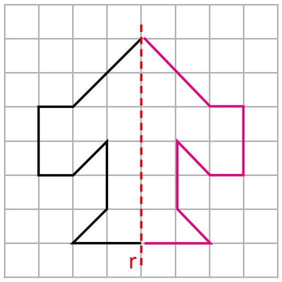
Comprende

3 Para construir una figura simétrica dada una parte de ella y un eje de simetría:
① Se trazan líneas perpendiculares al eje de simetría que pasen por los vértices.
② Se ubican los vértices correspondientes sobre las perpendiculares y del lado opuesto del vértice, manteniendo la misma distancia al eje de simetría.
③ Se trazan los lados correspondientes uniendo los vértices en el orden que están en el original.

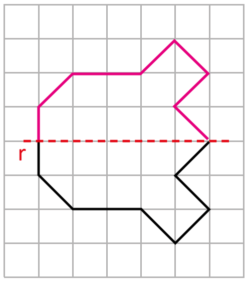
Resuelve

4 Completa la figura para que sea simétrica respecto al eje r:

a.



b.



Unidad 10

Indicador de logro:

1.6 Construye figuras simétricas a partir de su eje de simetría.

Propósito: Construir figuras simétricas con eje de simetría interno utilizando la regla.

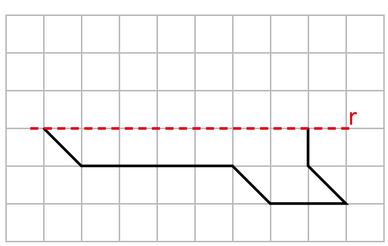
Puntos importantes: Basándose en las propiedades estudiadas en las clases anteriores los estudiantes construirán figuras simétricas, utilizando la regla y la cuadrícula. En 1, se presenta parte de una figura y se debe completar, primero se identifican los vértices y luego se dibujan los vértices correspondientes; a la misma distancia perpendicular del eje de simetría, para ello, como las líneas verticales de la cuadrícula son perpendiculares al eje r, se cuenta la misma cantidad de cuadritos que hay desde el eje de simetría a cada vértice, para ubicar los vértices correspondientes y luego se unen y se obtiene así la figura simétrica. El estudiante debe copiar la figura en su cuaderno para completarla y verificar que lo que ha realizado sea lo que se muestra en 2.
Los vértices que están sobre el eje también son los vértices correspondientes.
Para los problemas propuestos en 4, deben seguirse los pasos proporcionados en el Comprende para completar la figura para que sea simétrica, además, los estudiantes pueden comprobar su respuesta realizando un doblez por el eje de simetría y verificar que se sobreponen las dos partes de la figura.

Sugerencia metodológica: Tal como se menciona en 3, es importante dibujar y unir los vértices correspondientes según el orden en el que aparecen las letras. Para trazar los segmentos se debe utilizar la regla.
Si en lugar de dibujar una figura simétrica se traslada la figura será necesario reforzar el concepto de simetría e incluso hacer dobleces para corroborar que las dos partes se sobrepone cuando se dobla por el eje.

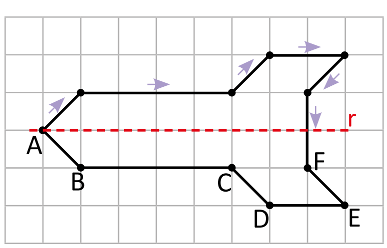
Materiales: Cartel con la figura del Analiza, escuadra y transportador para pizarra.

Fecha: **Clase:** 1.6

(A) Completa la figura para que sea simétrica respecto al eje r:

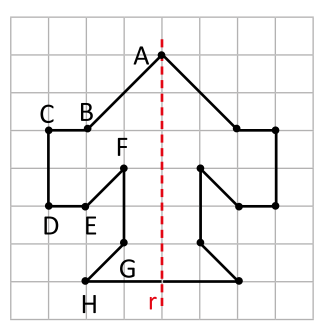


(S) ① Marcar los vértices.
② Dibujar los vértices correspondientes.
③ Unir los vértices en el mismo orden que la figura original.



(R) Completa la figura para que sea simétrica respecto al eje r:

a.

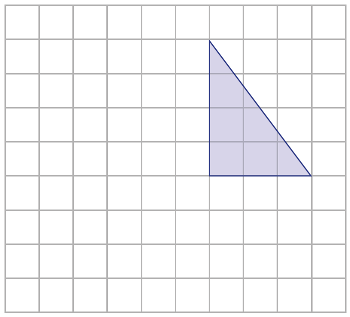


Tarea: página 169

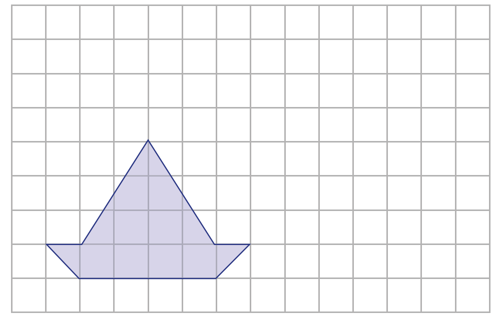
1.7 Practica lo aprendido

1. Realiza la combinación de traslaciones en cada caso:

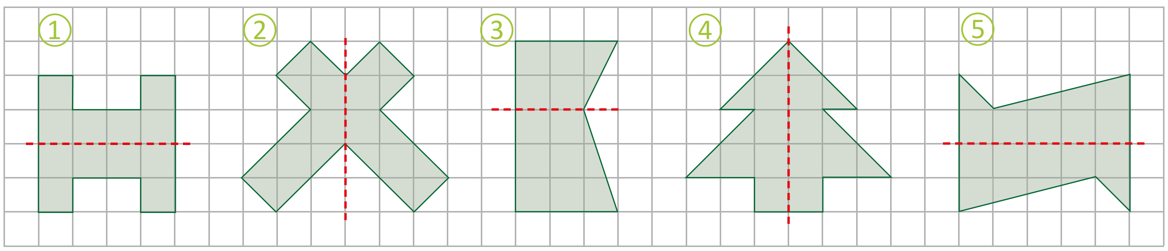
   a. Traslada 5 espacios a la izquierda y 3 hacia abajo.



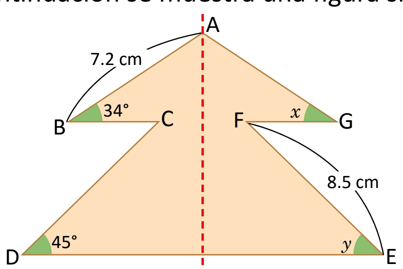
   b. Traslada 6 espacios a la derecha y 2 hacia arriba.



2. Determina cuáles de las siguientes figuras son simétricas respecto al eje que se muestra:

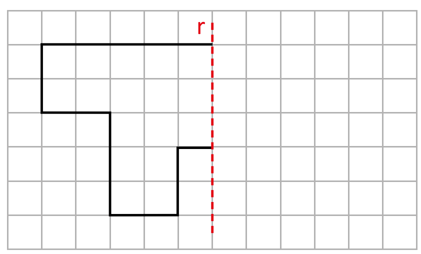


3. A continuación se muestra una figura simétrica, encuentra lo que se te pide:



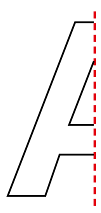
   a. El lado correspondiente al lado AB:______
   b. La longitud del lado AG:________________
   c. La longitud del lado CD:________________
   d. La medida del ángulo x:________________
   e. La medida del ángulo y:________________

4. Completa la figura para que sea simétrica respecto al eje r.



Desafíate

Completa la figura para que sea simétrica respecto al eje r.



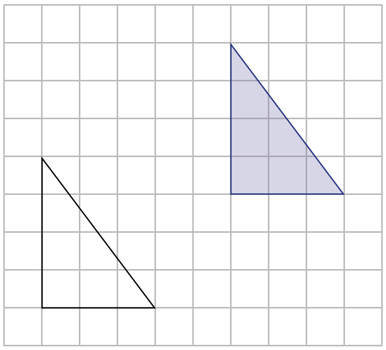
Investiga el procedimiento para dibujar figuras simétricas usando regla y compás.

Indicador de logro:

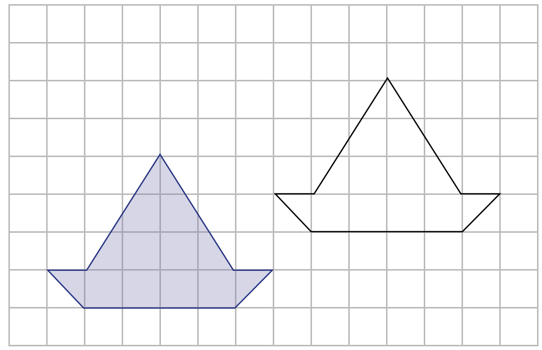
1.7 Resuelve problemas sobre figuras simétricas.

Solución de problemas:

1. a.



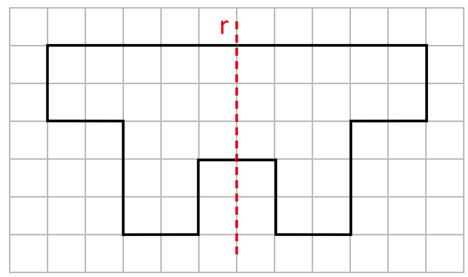
b.



2. Las figuras ①, ② y ④ son simétricas.

3. a. El lado correspondiente al lado AB: AG
   b. La longitud del lado AG: 7.2 cm.
   c. La longitud del lado CD: 8.5 cm.
   d. La medida del ángulo x: 34°
   e. La medida del ángulo y: 45°

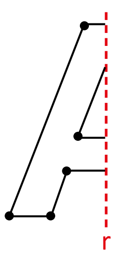
4.



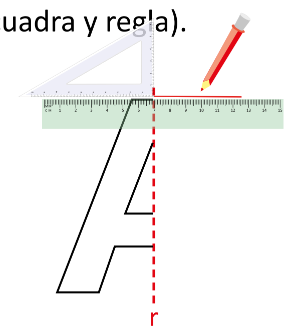
Desafíate

Pasos para completar una figura para que sea simétrica usando regla y compás:

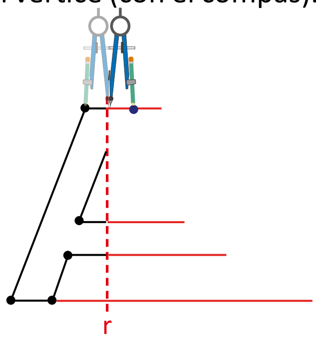
① Identificar los vértices.



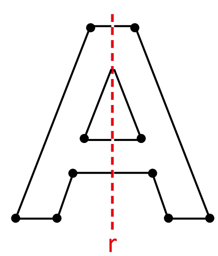
② Trazar las rectas perpendiculares al eje de simetría desde cada vértice al eje (con escuadra y regla).



③ Ubicar cada vértice correspondiente a la misma distancia que hay del eje de simetría con el vértice (con el compás).



④ Borrar las rectas trazadas en el paso 2 y unir los vértices correspondientes.

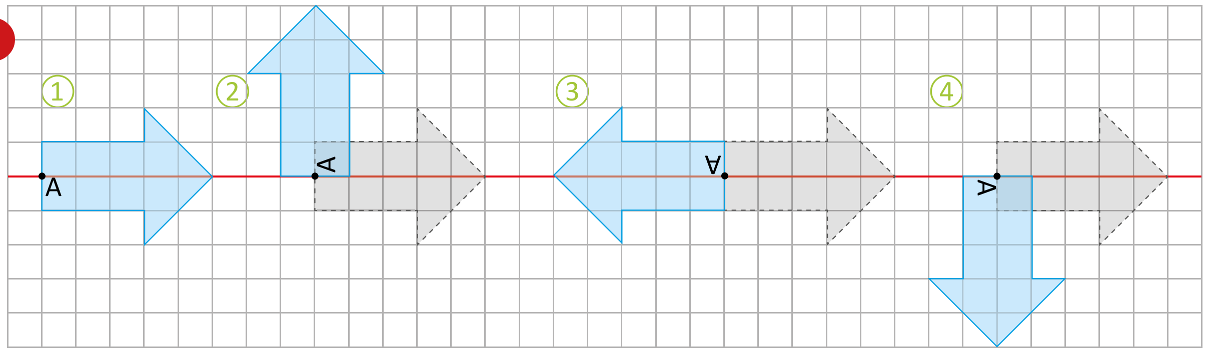


2.1 Rotación

Analiza

Explica cómo es el movimiento desde la figura (1) para obtener la siguiente secuencia:

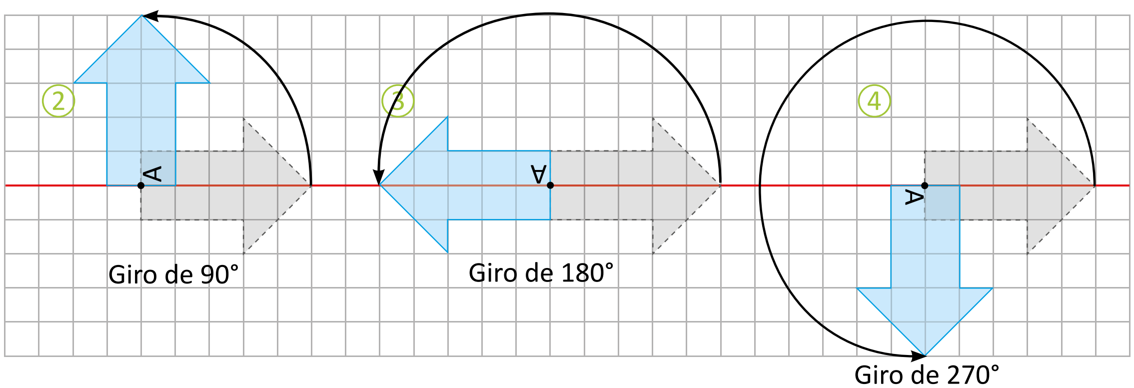
1



Soluciona

Observo que la flecha en la figura (1) va girando respecto al punto fijo A, de la siguiente manera:

2



Comprende

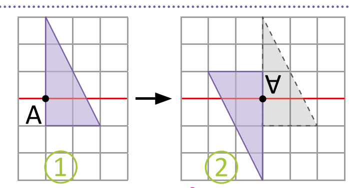
3

La **rotación** es un movimiento que consiste en girar todos los puntos de una figura alrededor de un punto fijo llamado **centro de rotación**, y con un determinado ángulo llamado **ángulo de rotación**.

El ángulo de rotación puede medirse en sentido horario o antihorario. Una rotación de 180° equivale a girar la figura media vuelta alrededor del centro de rotación y una rotación de 360° equivale a una vuelta completa, es decir, la figura vuelve a la posición original.

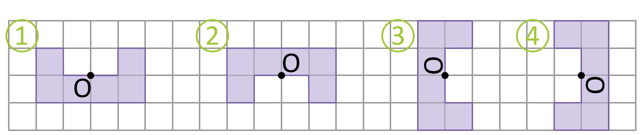
Resuelve

1. La figura (1) se ha rotado en sentido antihorario para obtener la figura (2). Si el centro de rotación fue el punto A, ¿cuál fue la medida del ángulo de rotación?



180°

2. Las siguientes figuras se obtuvieron al rotar la figura (1) respecto al punto O, un ángulo de rotación menor a 360° en sentido horario. ¿Cuántos grados se ha girado en cada caso?



180° 90° 270°

Indicador de logro:

2.1 Encuentra la medida del ángulo de rotación (90°, 180°, 270° o 360°) de una figura.

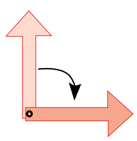
Propósito: Introducir la definición de rotación, al realizar movimientos a una figura con giros de 90°, 180°, 270° o 360°, manteniendo un punto fijo.

Puntos importantes: Las figuras ②, ③ y ④ son el resultado de un movimiento realizado a la figura ①, para explicar cómo es cada uno de los movimientos el estudiante debe identificar lo siguiente:
- Al mover la figura original el punto A queda fijo.
- La figura cambia de dirección respecto a la original, por lo que no puede ser una traslación.
- La figura gris (figura original) y la figura celeste respecto al punto A, forman una abertura, a la cual se le puede asociar un ángulo.

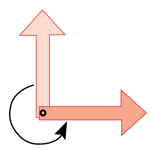
En ❷, se muestra el ángulo correspondiente al giro realizado en cada figura. En ❸, se definen los conceptos de centro de rotación, que en las figuras de ❶ sería el punto A, y ángulo de rotación, que es el giro alrededor del punto A; realizado en sentido contrario al movimiento de las agujas del reloj.

Sugerencia metodológica: Es importante aclarar los sentidos de la rotación, el horario y antihorario. Por ejemplo, en el giro de 90° en sentido horario y el giro de 270° en sentido antihorario, la figura queda en la misma posición pero los movimientos son diferentes.

90° en sentido horario



270° en sentido antihorario



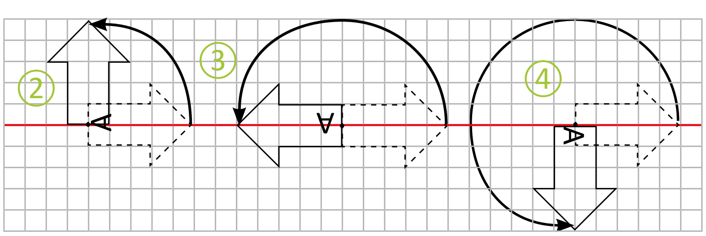
Se pueden elaborar flechas como las anteriores para realizar los movimientos de ❶.

Materiales: Cartel con la figura del Analiza, escuadra y transportador para pizarra.

Fecha: **Clase:** 2.1

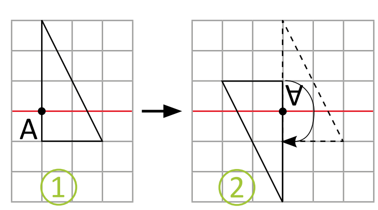
Ⓐ ¿Cómo es el movimiento desde la figura ①?

Ⓢ



Giro de 90° Giro de 180° Giro de 270°

Ⓡ 1. ¿Cuál fue la medida del ángulo de rotación?



Giro de 180°

Tarea: página 171

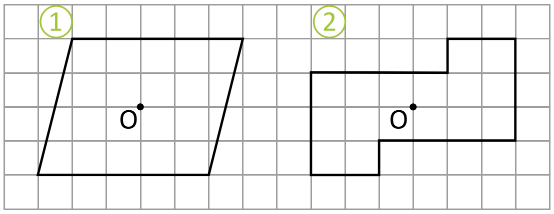
2.2 Simetría puntual

Analiza ❶

Observa las figuras ① y ②, y responde:

a. ¿Son figuras simétricas respecto a un eje?

b. ¿Cuántos grados debe rotarse cada figura, con centro el punto O, para que se vea igual que la figura original? Omite el caso de la vuelta completa.

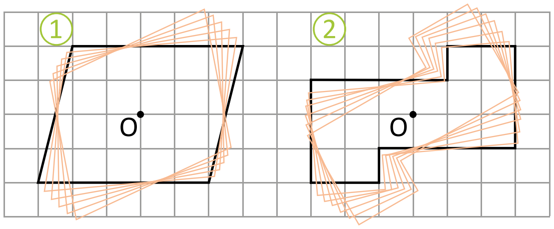


Soluciona ❷

a. Las figuras ① y ② no son figuras simétricas respecto a un eje.

b. Calco las figuras, las recorto y las coloco sobre las figuras originales. Coloco la punta del lápiz sobre el centro en cada caso y giro para encontrar el ángulo:


Mario



Al rotar 180° respecto al centro O, la figura se ve igual a la original, es decir se sobreponen.
R: 180°

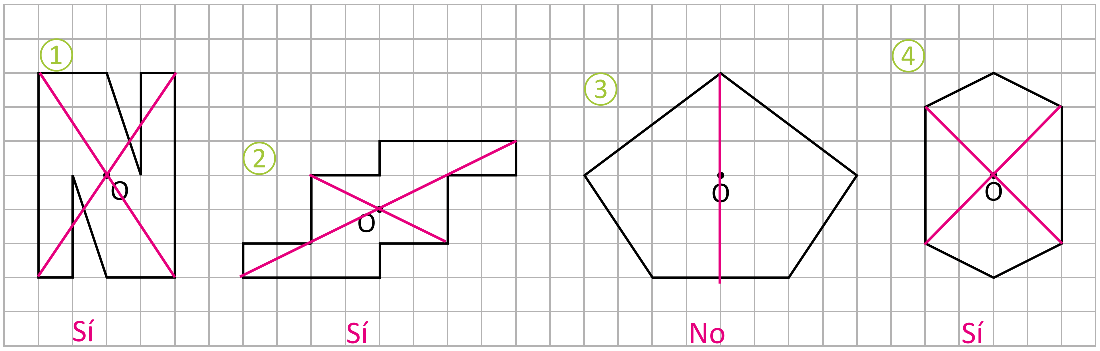
Comprende

Cuando al rotar una figura 180° alrededor de un punto esta se sobrepone exactamente sobre la figura original, se dice que la figura posee **simetría puntual**. El punto fijo sobre el cual se gira se llama **centro de simetría**.

En el caso de las figuras simétricas, la figura se sobrepone al doblar por una línea recta. Para las figuras con simetría puntual, estas se sobreponen al rotar 180° respecto a un punto.

Resuelve ❸

En cada caso, determina si la figura posee simetría puntual con respecto al punto O:



Indicador de logro:
2.2 Determina si una figura posee simetría puntual respecto a un punto en el interior de la figura.

Propósito: Analizar algunas figuras que no poseen simetría respecto a un eje, pero al girarlas 180° respecto a un punto fijo las figuras quedan en la posición original (inicial).

Puntos importantes: En las clases anteriores se definió la figura simétrica, ángulo de rotación y centro de rotación, conceptos que serán indispensables para resolver el problema en 1. En a. los estudiantes deben verificar si las figuras proporcionadas son simétricas respecto a algún eje que puedan trazar. Para determinar el ángulo de rotación que se pide en b., se debe hacer a prueba y error, manipulando la figura, por eso es necesario tenerla recortada. En 2, se concluye que no hay forma en la que al realizar los dobleces se pueda obtener una recta que cumpla ser eje de simetría, entonces las figuras no son simétricas, mientras que en las imágenes se puede visualizar que para dejar a cada figura invariante se realiza un giro con un ángulo de 180°. Las figuras de color indican el rastro de la figura en el giro en sentido antihorario.
En 3, hacer el giro de 180°, manteniendo fijo el punto O, que es el centro de simetría.

Sugerencia metodológica: Si es posible entregue recortes de las figuras del Analiza a cada estudiante. Indique colocar dichas figuras sobre la figura dibujada en el cuaderno de apuntes, fijando el centro de simetría con el lápiz para realizar los giros necesarios.

Materiales: Figuras del Analiza.

Anotaciones:

____

____

____

Fecha: **Clase:** 2.2

A Observa las figuras 1 y 2, y responde:
a. ¿Son figuras simétricas respecto a un eje?
b. ¿Cuántos grados debe rotarse cada figura, con centro en el punto O, para que se vea igual que la figura original? Omite el caso de la vuelta completa.

S a. **R:** No son figuras simétricas respecto a un eje.

b. Al rotar 180° respecto al centro O, la figura se ve igual a la original, es decir, se sobreponen.
R: 180°

R 1. Las figuras 1, 2 y 4 son figuras con simetría puntual con respecto al punto O.

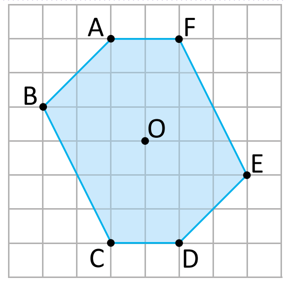
Tarea: página 172

Unidad 10

2.3 Vértices, lados y ángulos correspondientes

Analiza 1

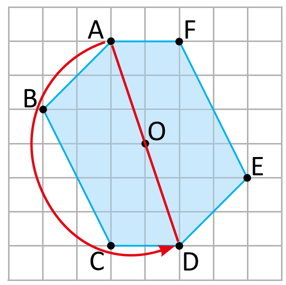
La figura de la derecha es una figura con simetría puntual, y el centro de simetría es el punto O.



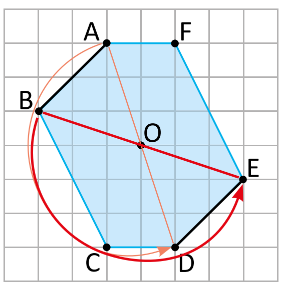
a. ¿Qué vértice se sobrepone al vértice A, si se aplica la simetría puntual?
b. ¿Qué lado se sobrepone al lado AB, si se aplica la simetría puntual?

Soluciona 2

a. Si aplico la simetría puntual al vértice A, debo rotarlo en un ángulo de 180°. ¡Se sobrepondrá al vértice D!




Carmen



b. El vértice que se sobrepone al vértice B es E; por lo tanto, el lado que se sobrepone al lado AB es DE.

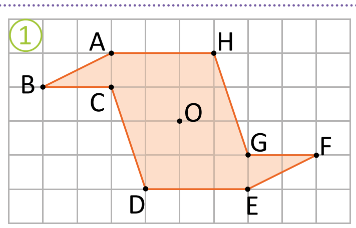
Comprende

En una figura con simetría puntual:

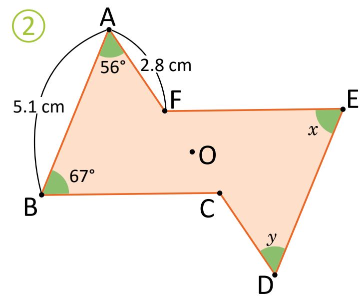
- Los vértices que se sobreponen al aplicar la simetría puntual (rotación de 180°) se llaman vértices correspondientes.
- Los lados y ángulos que se sobreponen al aplicar la simetría puntual se denominan lados correspondientes y ángulos correspondientes, respectivamente.

Resuelve

1. La figura 1 posee simetría puntual respecto al punto O. Encuentra lo que se te pide:
   a. El vértice correspondiente al vértice A. El vértice E
   b. El vértice correspondiente al vértice D. El vértice H
   c. El vértice correspondiente al vértice F. El vértice B



2. La figura 2 posee simetría puntual respecto al punto O. 3 Encuentra la longitud de los siguientes lados y ángulos:
   a. La longitud del lado DE. 5.1 cm
   b. La longitud del lado CD. 2.8 cm
   c. La medida del ángulo x. 67°
   d. La medida del ángulo y. 56°



Unidad 10

Indicador de logro:

2.3 Identifica los vértices, lados y ángulos correspondientes en una figura con simetría puntual.

Propósito: Determinar los vértices, lados, ángulos correspondientes y la relación entre ellos, en una figura con simetría puntual, realizando un giro de 180°.

Puntos importantes: En las clases anteriores se definió cuándo una figura tiene simetría puntual y cuál es su centro de simetría. En 1, se debe rotar la figura en un ángulo de 180° e identificar los vértices que se sobreponen, es decir, los vértices correspondientes.
Identificando los vértices correspondientes, también se determinarán los lados correspondientes. En b. de 2, al obtener los vértices correspondientes de A y B, que son D y E respectivamente, el segmento correspondiente a AB es DE que es el segmento determinado por los vértices correspondientes.
Relacionar los conceptos definidos en el Comprende con la solución propuesta en 2.
En c. y d. de 3, se pide la medida de los ángulos x y y, para ello, se identifica el vértice correspondiente del vértice donde está dicho ángulo. Ejemplo: el vértice correspondiente a A es E, entonces el ángulo en A es igual al ángulo en E, pues son ángulos correspondientes.

Sugerencia metodológica: Si es posible entregue a cada estudiante la figura del Analiza recortada, para que el estudiante realice la rotación de 180° sobre la figura dibujada en su cuaderno, fijando con un lápiz el centro de simetría.

Materiales: Figura del Analiza para cada estudiante.

Anotaciones:

____

____

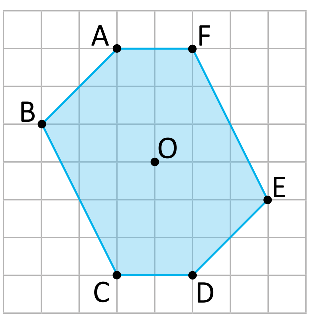
____

Fecha: **Clase:** 2.3

Ⓐ La figura tiene simetría puntual y O, es el centro de simetría.

a. ¿Qué vértice se sobrepone al vértice A?

b. ¿Qué lado se sobrepone al lado AB?



Ⓢ a. Se aplica una rotación de 180°.
El vértice que se sobrepone a A es D.
R: El vértice D.

b. El vértice que se sobrepone a B es E.
El lado que se sobrepone al lado AB es DE.
R: El lado DE.

Ⓡ 1. La figura 1 tiene simetría puntual respecto al punto O.

a. El vértice E
b. El vértice H
c. El vértice B.

2. La figura 2 tiene simetría puntual respecto al punto O.

a. 5.1 cm
b. 2.8 cm
c. 67°
d. 36°

Tarea: página 173

Unidad 10

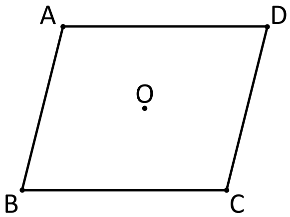
2.4 Características de figuras con simetría puntual

Analiza 1

El paralelogramo es una figura con simetría puntual, el centro de simetría es el punto O. Realiza lo siguiente:

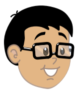
a. Traza el segmento que une los puntos correspondientes A y C, y traza el segmento que une los puntos correspondientes B y D. ¿Dónde se cortan los segmentos?

b. Compara la longitud de los segmentos AO y OC, ¿cómo son estas longitudes?

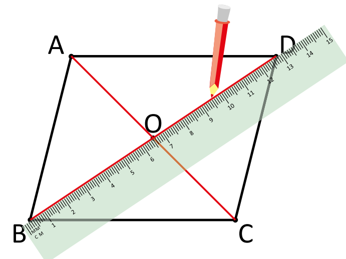


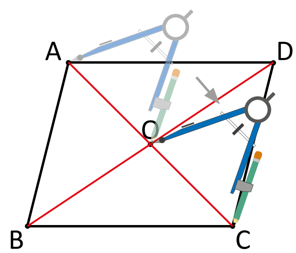
Soluciona 2

a. Con una regla trazo el segmento que une los vértices correspondientes A y C, y la recta que une B y D.


Carlos

R: Los segmentos se cortan en el centro de simetría O.





b. Comparo las longitudes utilizando el compás. ¡Las longitudes de los segmentos AO y OC son iguales!

Comprende 3

En una figura con simetría puntual, se cumple lo siguiente:

- El segmento que une dos puntos correspondientes pasa por el centro de simetría.
- La longitud desde el centro de simetría hasta los dos puntos correspondientes es la misma.

Resuelve 4

Las figuras 1 y 2 poseen simetría puntual. Realiza lo siguiente:

a. Encuentra el centro de simetría de cada una. ¿Cómo lo encontraste?

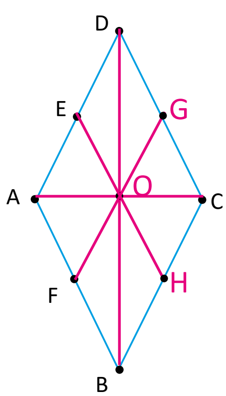
b. En la figura 1, encuentra los puntos correspondientes a los puntos E y F.

c. En la figura 2, encuentra los puntos correspondientes a los puntos G y H.

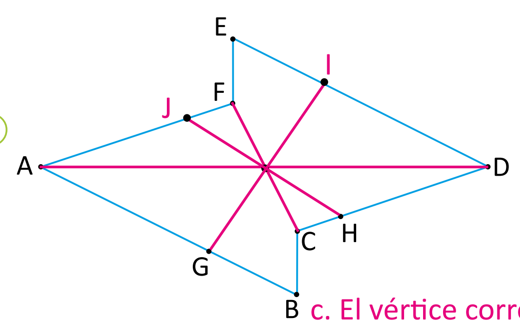
a. Uniendo dos pares de vértices correspondientes. El centro de simetría es el punto O.

b. El vértice correspondiente a E es H y a F es G.

1



2



c. El vértice correspondiente a G es I y a H es J.

Indicador de logro:

2.4 Utiliza la propiedad del centro de simetría para encontrar puntos correspondientes.

Propósito: Determinar que el segmento que une dos puntos correspondientes pasa por el centro de simetría y la distancia desde el centro de simetría hacia los puntos correspondientes es igual.

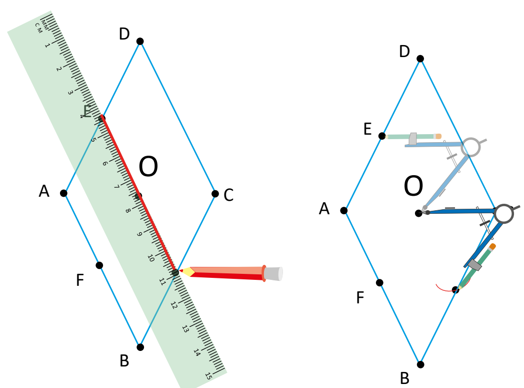
Puntos importantes: En 1, recordar que un paralelogramo es una figura que tiene los lados opuestos paralelos, sin profundizar en su definición. Además, si es posible verificar que este cumple tener simetría puntual respecto al punto O, al realizar la rotación de 180°.

En a. de 2, se presentan los trazos que se deben realizar utilizando la regla, para verificar que los segmentos que unen los vértices correspondientes se cortan en el centro de simetría, mientras que en b. como lo que se desea es comparar longitudes se hace uso del compás. En 3, relacionar las características de una figura puntual con la solución proporcionada en 2.

Para los ejercicios en 4, dado que las figuras proporcionadas tienen simetría puntual, en a. se deben unir dos pares vértices correspondientes, utilizando la regla, y el punto donde se cortan los segmentos será el centro de simetría.

En b. y c. se puede hacer uso de la regla, uniendo cada vértice con el centro de simetría y luego prolongar dicha recta. El punto donde se corta la recta y un lado de la figura; será el vértice correspondiente.

También se puede hacer uso del compás para determinar los vértices correspondientes, copiando la distancia del vértice al centro de simetría, luego replicarla y el vértice correspondiente se ubicará en el punto de intersección del lado opuesto y la marca del compás.

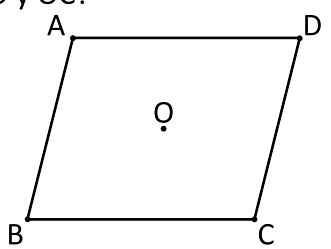


Fecha: **Clase:** 2.4

Ⓐ El paralelogramo tiene simetría puntual y O es el centro de simetría.

a. ¿Dónde se cortan los segmentos AC y BD?

b. Compara, ¿cómo son las longitudes de los segmentos AO y OC?



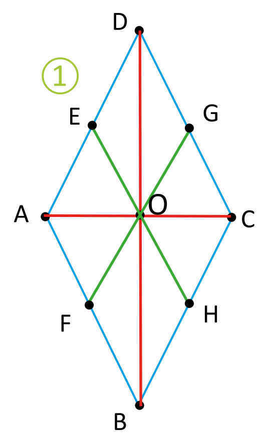
Ⓢ a. **R:** Los segmentos se cortan en el centro de simetría O.

b. **R:** Las longitudes son iguales.

Ⓡ 1. La figura ① poseen simetría puntual.

a. Uniendo dos pares de vértices correspondientes. El punto O es el centro de simetría.

b. El vértice correspondiente de E es H y el de F es G.



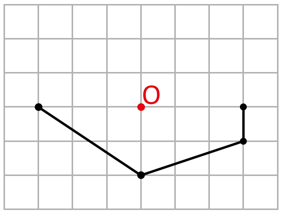
Tarea: página 174

Unidad 10

2.5 Construcción de figuras con simetría puntual

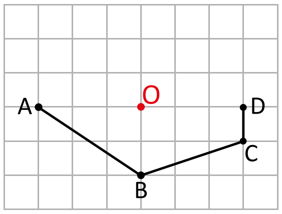
Analiza ❶

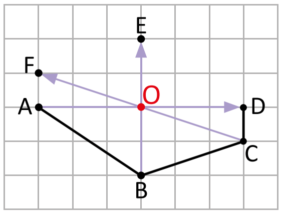
Completa la siguiente figura para que tengan simetría puntual, con centro de simetría el punto O.



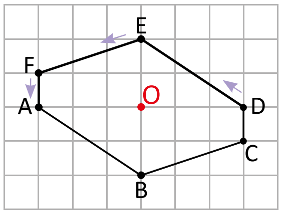
Soluciona ❷

① Marco los vértices.





② Utilizo la cuadrícula para ubicar los vértices correspondientes, cuyas distancias al punto O son iguales a las que hay entre cada vértice y ese punto (vértice correspondiente a A es D).



③ Finalmente, trazo los lados uniendo los vértices en el mismo orden que la figura original.

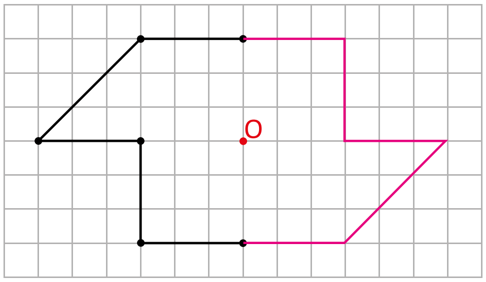
Comprende

Para construir una figura que tenga simetría puntual, dada una parte de la figura y el centro de simetría:
① Para cada vértice, se traza un segmento que pase por el vértice y por el centro de simetría.
② Se ubican los vértices correspondientes sobre el segmento y del lado opuesto del vértice, manteniendo la misma distancia al centro de simetría.
③ Se trazan los lados correspondientes uniendo los vértices en el orden que están en el original.

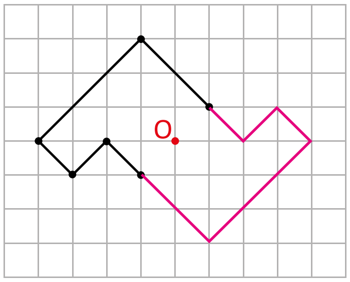
Resuelve ❸

Completa cada figura para que tengan simetría puntual, con centro de simetría el punto O:

a.



b.



Unidad 10

Indicador de logro:

2.5 Construye figuras con simetría puntual a partir del centro de simetría.

Propósito: Construir figuras con simetría respecto a un punto interno, con ayuda de una cuadrícula y utilizando regla.

Puntos importantes: Para resolver 1, se debe partir de las características que cumplen las figuras con simetría puntual, visto en la clase anterior

- El segmento que une dos puntos correspondientes pasa por el centro de simetría.
- La longitud desde el centro de simetría hasta los dos puntos correspondientes es la misma.

También se proporciona la cuadrícula para facilitar la ubicación de los vértices correspondientes, a través del conteo de cuadritos. En 2, se muestra el paso a paso para que el estudiante se guíe en la solución o le sirva para verificarla. Para resolver 3, debe seguir los pasos presentados en el Comprende.

Sugerencia metodológica:

- Utilizar la regla para unir los vértices correspondientes en el orden en que aparecen las letras.
- La imagen presentada en ② de 2, muestra las flechas que indican los vértices correspondientes, pero en la figura del paso ③, ya no se presentan, entonces los estudiantes pueden dibujar las flechas para tener una mejor orientación y luego se pueden borrar, para visualizar mejor la figura.

Materiales: Figuras del Analiza.

Anotaciones:

____

____

____

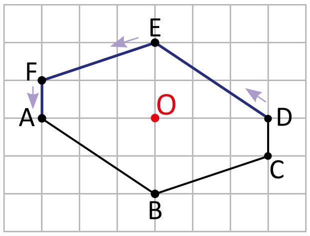
Fecha: **Clase:** 2.5

Ⓐ Completa la siguiente figura para que tenga simetría puntual, con centro de simetría el punto O.

Ⓢ ① Marcar los vértices.

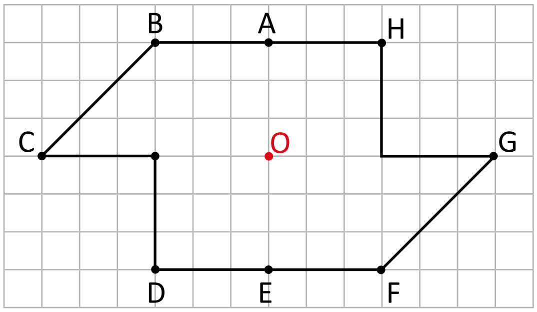
② Ubicar los vértices correspondientes.

③ Trazar los lados correspondientes uniendo los vértices.



Ⓡ 1. Completa la figura para que tenga simetría puntual, con centro en el punto O.

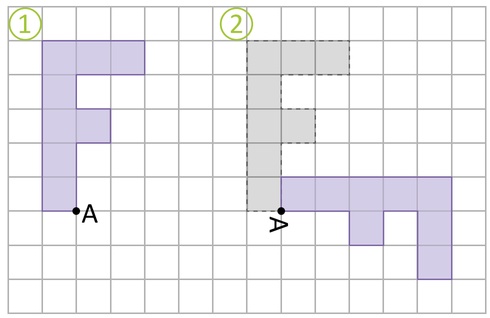
a.



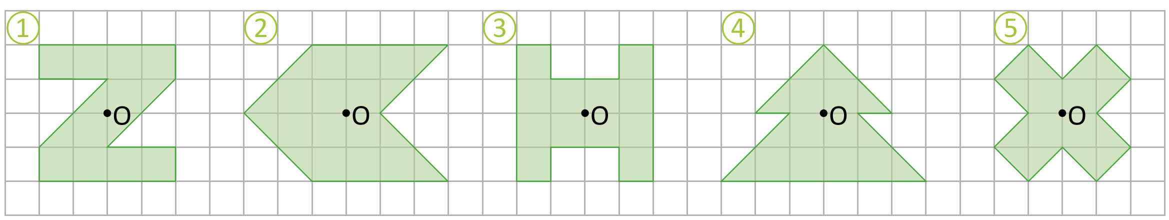
Tarea: página 175

2.6 Practica lo aprendido

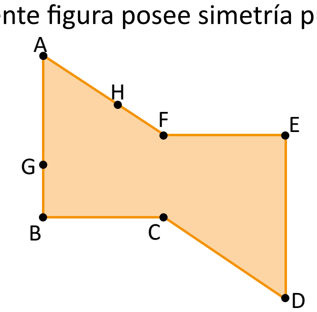
1. Se rota la figura (1) en sentido horario para obtener la figura (2). Si el centro de rotación fue el punto A, ¿cuántos grados se ha rotado?



2. Determina si las siguientes figuras poseen simetría puntual, con centro de simetría el punto O en cada caso:

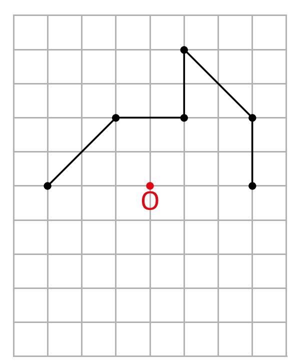


3. La siguiente figura posee simetría puntual:



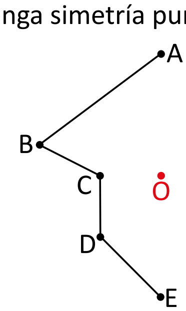
a. Encuentra el centro de simetría.
b. Encuentra los puntos correspondientes a los puntos G y H.

4. Completa la figura para que tenga simetría puntual, con centro de simetría el punto O.



★Desafíate

Completa la figura para que tenga simetría puntual y el centro de simetría sea el punto O.



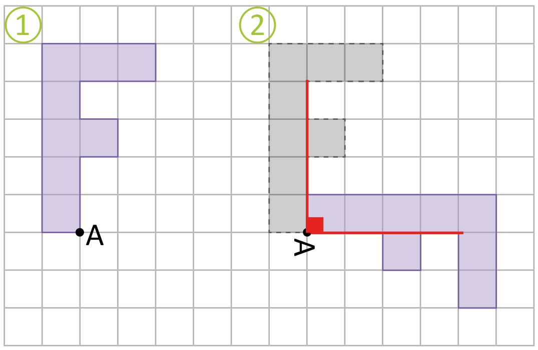
Investiga el procedimiento para dibujar figuras con simetría puntual usando regla y compás.

Indicador de logro:

2.6 Resuelve problemas sobre simetría puntual.

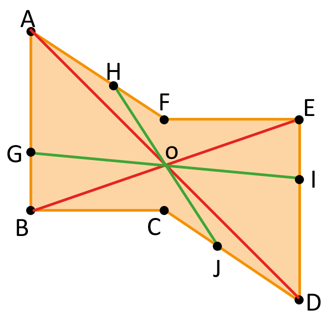
Solución de problemas:

1. **R:** 90°

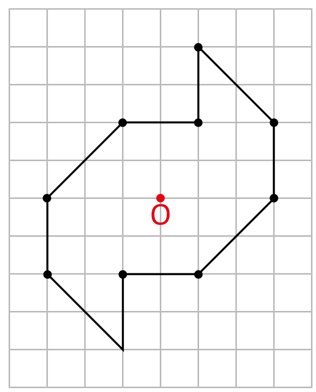


2. Las figuras ①, ③ y ⑤ son figuras que poseen simetría puntual respecto al punto O.

3. a. Centro de simetría en el punto O.
   b. Punto correspondiente de G :I
      Punto correspondiente de H: J



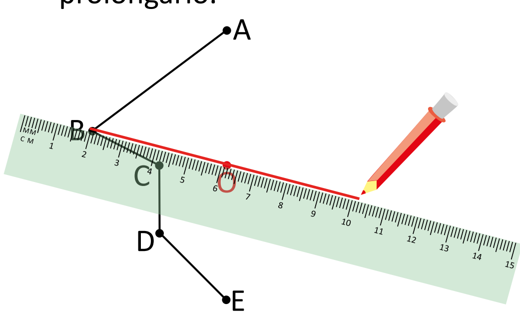
4.



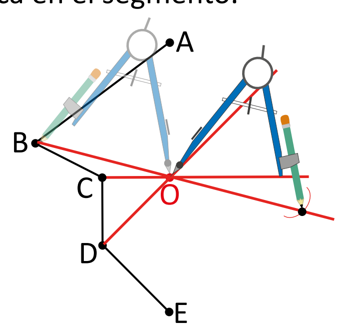
Desafíate

Pasos para completar una figura para que posea simetría puntual usando regla y compás:

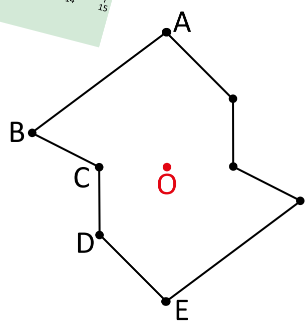
① Trazar un segmento que una el vértice con el centro de simetría y prolongarlo.



② Con el compás, tomar la medida del vértice al centro de simetría. Luego, colocar el centro del compás en el centro de simetría y hacer una marca en el segmento.



③ Unir los vértices.

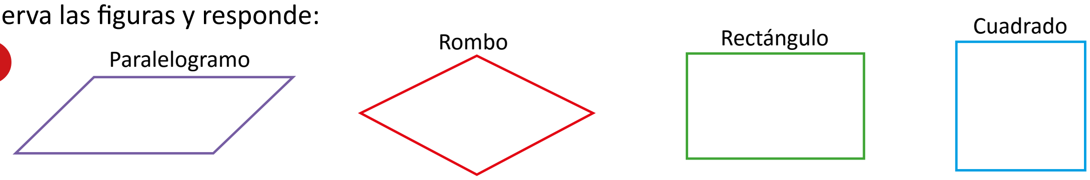


3.1 Simetría de figuras planas

Analiza

Observa las figuras y responde:

1

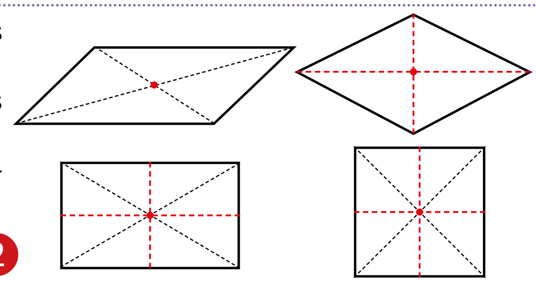


a. ¿Cuáles de las figuras son simétricas? Dibuja todos los ejes de simetría.
b. ¿Cuáles de las figuras simétricas de a., tienen diagonales que también son ejes de simetría?
c. ¿Cuáles de las figuras poseen simetría puntual? Dibuja el centro de simetría.
d. Completa la tabla marcando con un cheque (✓) si la figura posee ese tipo de simetría y con una equis (✗) si no la posee. Además, escribe el número de ejes de simetría.

Cuadrilátero	Figura simétrica	Número de ejes simetría	Simetría puntual
paralelogramo			
rombo			
rectángulo			
cuadrado			

Soluciona

a. El rombo, el rectángulo y el cuadrado son figuras simétricas.
b. El rombo y el cuadrado cumplen que sus diagonales también son ejes de simetría.
c. Las cuatro figuras poseen simetría puntual (el centro se encuentra donde se cortan las diagonales).
d. Completo la tabla.



Antonio

2

Cuadrilátero	Figura simétrica	Número de ejes simetría	Simetría puntual
paralelogramo	✗	0	✓
rombo	✓	2	✓
rectángulo	✓	2	✓
cuadrado	✓	4	✓

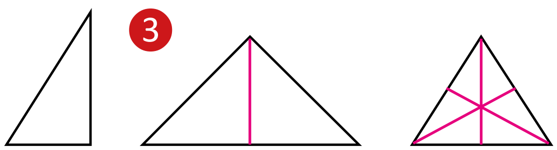
Comprende

Una figura plana puede ser simétrica (con uno o más ejes de simetría), poseer simetría puntual o no tener algún tipo de simetría.

Resuelve

Similar a lo realizado en el Analiza, estudia los tipos de simetría que tienen los siguientes triángulos y completa la tabla:

3



Triángulo	Figura simétrica	n.° de ejes de simetría	Simetría puntual
triángulo rectángulo	✗	0	✗
triángulo isósceles	✓	1	✗
triángulo equilátero	✓	3	✓

Indicador de logro:

3.1 Determina el tipo de simetría que posee una figura plana.

Propósito: Identificar si una figura plana posee simetría espectro a un eje interno o un punto.

Puntos importantes: En 1, el estudiante debe verificar qué tipo de simetría tiene cada figura plana, si es simetría respecto a un eje o simetría puntual. Los conceptos a recordar para resolver son: figuras simétricas, eje de simetría, simetría puntual, centro de simetría y diagonales de una figura plana. En 2, se muestran las figuras que son simétricas y sus respectivos ejes de simetría; que pueden ser las diagonales. Algo muy importante a observar en la tabla completa es que todas las figuras tienen simetría puntual y que solo el paralelogramo no es una figura simétrica, lo que implica que hay figuras que tienen ambos tipos de simetría.
En 3, se determinará el tipo de simetría que tiene cada tipo de triángulo, para ello, se debe completar la tabla al igual que en 2.

Sugerencia metodológica: Indique a los estudiantes que utilícenla regla para trazar los ejes de simetría. Si es posible entregue las figuras del Analiza recortadas, para que hagan los dobleces y comprueben cuál de los cuadriláteros es una figura simétrica.

Materiales: Figuras del Analiza.

Anotaciones:

Fecha: **Clase:** 3.1

A
a. ¿Cuáles de las figuras son simétricas?
b. ¿Cuáles de las figuras simétricas de a., tienen diagonales que son ejes de simetría?
c. ¿Cuáles de las figuras poseen simetría puntual?
d. Completa la tabla.

S
a. El rombo, el rectángulo y el cuadrado.
b. El rombo y el cuadrado.
c. Las cuatro figuras.
d.

Cuadrilátero	Figura simétrica	n.° de ejes simetría	Simetría puntual
paralelogramo	✗	0	✓
rombo	✓	2	✓
rectángulo	✓	2	✓
cuadrado	✓	4	✓

R
1. Estudia los tipos de simetría que tienen los siguientes triángulos.

Triángulo	Figura simétrica	n.° de ejes de simetría	Simetría puntual
rectángulo	✗	0	✗
isósceles	✓	1	✗
equilátero	✓	3	✓

Tarea: página 177

Lección 2

3.2 Simetría de polígonos regulares

Analiza

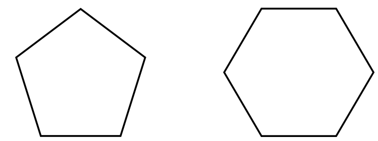
Observa el pentágono y hexágono regular y responde:

a. ¿Qué polígonos son figuras simétricas? Dibuja todos los ejes de simetría.

b. ¿Qué polígonos tienen simetría puntual? Dibuja el centro de simetría.

c. Completa la tabla marcando con un cheque (✓) si la figura posee ese tipo de simetría y con una equis (✗) si no la posee. Además escribe el número de ejes de simetría.

Pentágono regular   Hexágono regular



Polígono	Figura simétrica	n.° de ejes simetría	Simetría puntual
pentágono regular			
hexágono regular			

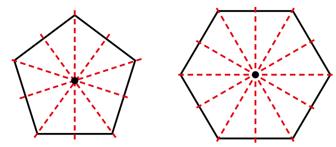
d. ¿Qué relación hay entre el número de lados del polígono regular y el tipo de simetría que posee? ¿Y qué relación hay entre el número de lados y el número de ejes de simetría?

Soluciona

a. Ambos polígonos (el pentágono regular y el hexágono regular) son figuras simétricas.

b. El pentágono regular no posee simetría puntual, pero el hexágono regular sí la posee.

c. Completo la tabla:



Ana

Polígono	Figura simétrica	n.° de ejes simetría	Simetría puntual
pentágono regular	✓	5	✗
hexágono regular	✓	6	✓

d. Observo que los polígonos regulares son figuras simétricas, y si el número de lados es par, entonces el polígono posee simetría puntual. Además, el número de ejes de simetría es igual al número de lados del polígono regular.

Comprende

En general:

- Todos los polígonos regulares son figuras simétricas, y la cantidad de ejes de simetría es igual al número de lados del polígono.
- Si el número de lados del polígono regular es par, entonces la figura tiene simetría puntual.

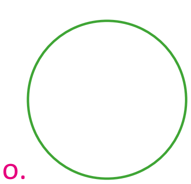
Resuelve

1. Responde las siguientes preguntas sobre el heptágono regular (7 lados):
   a. ¿Es una figura simétrica? En caso de serlo, ¿cuántos ejes de simetría tiene?
   b. ¿Posee simetría puntual? No, porque el número de lados es impar.

   Sí es una figura simétrica, tiene 7 ejes de simetría.

2. Analiza el círculo y contesta:
   a. ¿Es una figura simétrica? En caso de serlo, ¿cuántos ejes de simetría tiene?
   b. ¿Tiene simetría puntual? En caso de tenerla, ¿cuál es el centro de simetría?

   a. Sí es una figura simétrica, tiene infinitos ejes de simetría.
   b. Sí tiene simetría puntual, el centro de simetría es el centro del círculo.



Indicador de logro:

3.2 Determina el tipo de simetría que posee un polígono regular.

Propósito: Identificar si un polígono regular es una figura simétrica respecto a un eje o un punto.

Puntos importantes: A diferencia de la clase anterior, en la que se analizaron las figuras planas, en esta clase se analizará el tipo de simetría que tienen los polígonos regulares. Además, se determinará cómo se relaciona el número de lados, tipo de simetría y número de ejes de simetría. En 1, se muestra un pentágono regular (tiene 5 lados) y un hexágono regular (tiene 6 lados). Al completar la tabla, tal como se muestra en 2, el estudiante debe visualizar la relación que hay entre el número de lados y el tipo de simetría, también la relación entre el número de lados y número de ejes de simetría. En 3, se describen las características generales que cumplen los polígonos regulares y cómo a partir de estas características podemos determinar a simple vista, el tipo de simetría que posee un determinado polígono regular.

Sugerencia metodológica: En 1, para responder el literal d., puede presentar otros polígonos regulares, para que los estudiantes tengan una mejor visualización de la relación que hay entre:

- Cantidad de lados y tipo de simetría, para ello, dé una pista para que clasifiquen el número de lados en cantidades pares o cantidades impares.
- Cantidad de lados y número de ejes de simetría.

Materiales: Figuras del Analiza.

Anotaciones:

____

____

Fecha: **Clase:** 3.2

Ⓐ a. ¿Qué polígonos son figuras simétricas?
b. ¿Qué polígonos tienen simetría puntual?
c. Completa la tabla.
d. ¿Qué relación hay entre el número de lados del polígono regular y el tipo de simetría que posee? ¿Y qué relación hay entre el número de lados y el número de ejes de simetría?

Ⓢ a. Ambos polígonos.
b. El hexágono regular.
c.

Polígono	Figura simétrica	n.° de ejes simetría	Simetría puntual
pentágono regular	✓	5	✗
hexágono regular	✓	6	✓

Ⓡ 1. Responde las siguientes preguntas sobre el heptágono regular (7 lados):
a. **R:** Sí es figura simétrica, tiene 7 ejes de simetría.

b. El número de lados es impar.
R: No tiene simetría puntual.

Tarea: página 178

Unidad 10

Unidad 11

Formas de contar y ordenar objetos

1 Competencias de la unidad

- Utilizar el diagrama de árbol para encontrar los casos posibles al seleccionar y ordenar elementos u objetos en situaciones del entorno.

2 Secuencia y alcance

6.°

Unidad 4: Razones y porcentajes

- Razones
- Porcentajes

↓

Unidad 11: Formas de contar y ordenar objetos

- Formas de ordenar los objetos
- Probabilidad

3 Plan de la unidad

Lección	Clase	Título
1 Formas de ordenar los objetos	1	Ordenamientos de objetos
	2	Elaboración de diagramas de árbol
	3	Aplicación del diagrama de árbol
	4	Combinaciones de objetos
	5	Situación de extracción de objetos
2 Probabilidad	1	Probabilidad
	2	Practica lo aprendido
	1	Prueba de la unidad 11
	2	Prueba del tercer trimestre

7 Total de clases
+ prueba de la unidad
+ prueba de trimestre

Lección 1

Formas de ordenar los objetos (5 clases)

El propósito de la lección es determinar todas las formas posibles de seleccionar y ordenar objetos. Para este proceso se utilizará el diagrama de árbol, ya que es un método que permite encontrar de forma ordenada todos los posibles casos, evitando omitir alguno, aunque se darán a conocer otros métodos como el grafo y la tabla de doble entrada pero sin profundizar su abordaje.

En un primer momento el estudiante conocerá el diagrama de árbol, resolviendo situaciones que cumplan una condición inicial, dada en el mismo problema. Luego, aprenderá a dibujar el diagrama de árbol y resolverá situaciones donde inicialmente no hay una condición en el problema, pero será necesario suponer una condición preliminar para elaborar el diagrama. Por ejemplo, si se desea saber cuántos casos posibles hay en la forma de llegada de tres niños en una carrera, y los niños se llaman Andrés, José y Mauricio, puedo suponer que llega primero José y elaborar el diagrama, luego tendría que elaborar otro diagrama de árbol suponiendo que ahora llega primero Andrés y otro para cuando sea Mauricio. Entonces, siempre es necesario "suponer" alguna información, para encontrar todas las posibles formas que se denominan "casos posibles" y de estos, los que cumplan una condición se denominan "casos que cumplen la condición".

En las situaciones de combinación de objetos y extracción de objetos, es necesario quitar los casos repetidos, pues en estas situaciones el orden de los elementos no importa.

Lección 2

Probabilidad (2 clases)

El propósito de esta lección es introducir la noción del concepto de probabilidad. Como en la lección anterior el estudiante ya se familiarizó con los términos: casos posibles y casos que cumplen la condición; y en la unidad 4 se abordó el término de razón como la comparación entre dos cantidades, entonces se define la probabilidad como la razón entre la cantidad de casos que cumplen la condición y la cantidad de casos posibles. El valor de dicha razón será el número asignado a la probabilidad de que ocurra un determinado evento.

Es importante que los estudiantes conozcan esta temática ya que en la vida cotidiana escuchamos, por ejemplo en las noticias, las probabilidades de lluvia. En otro contexto, cuando una persona compra un billete de lotería, de alguna manera quiere saber cuál es la probabilidad de ganar.

1.1 Ordenamientos de objetos

Analiza

En una carrera de costales participan Ana, Carlos, José y Marta. Si Ana llega en primer lugar, ¿cuáles son las diferentes maneras en el orden de llegada de los demás? 1

Soluciona

Elaboro una tabla para organizar el orden de llegada:


Antonio

1.°	2.°	3.°	4.°
Ana	Carlos	José	Marta
Ana	Carlos	Marta	José
Ana	José	Carlos	Marta
Ana	José	Marta	Carlos
Ana	Marta	José	Carlos
Ana	Marta	Carlos	José

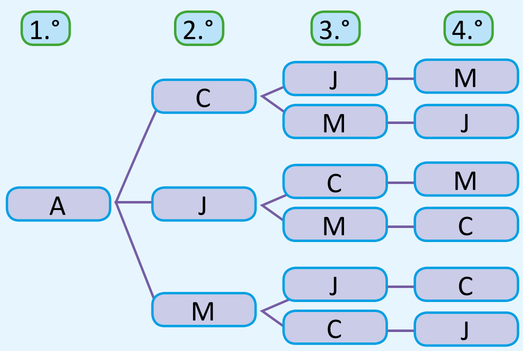
Contar ordenadamente permite eliminar las formas que estén repetidas y no omitir (del conteo) a alguna de ellas.

R: 6 formas en el orden de llegada.

Comprende

Para contar todas las formas de ordenar objetos se puede utilizar una tabla, pero existe un método llamado **diagrama de árbol** que ayuda a tener menos errores al contar. El diagrama de árbol es la forma más rápida ya que se escriben menos palabras. Por ejemplo, la tabla de la solución anterior se puede representar con un diagrama de árbol así:

2



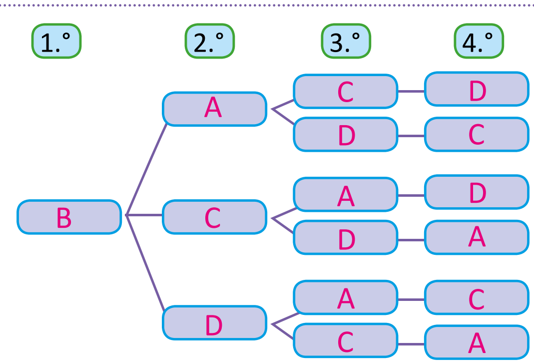
Es más fácil usar las iniciales.
A: Ana
C: Carlos
J: José
M: Marta

Observa que:
Cada línea del diagrama de árbol representa una forma de ordenar los elementos. Es decir, las 6 líneas del diagrama representan las 6 formas de ordenar la llegada de los niños a la meta.

Resuelve

3 En una carrera de costales participan Antonio, Beatriz, Carolina y Daniel. Si Beatriz llega en primer lugar, ¿cuáles son las diferentes maneras en el orden de llegada de los demás? Completa el diagrama de árbol.

A: Antonio, B: Beatriz, C: Carolina y D: Daniel.
R: 6 formas en el orden de llegada.



Indicador de logro:

1.1 Ordena objetos diferentes en un diagrama de árbol a partir de una condición inicial.

Propósito: Ordenar un conjunto de elementos u objetos utilizando el diagrama de árbol a partir de una condición inicial.

Puntos importantes: En esta clase es necesario que el estudiante plantee una estrategia para encontrar las diferentes formas en el orden de llegada de los niños, de tal manera que se evidencie la necesidad de hacer el conteo ordenadamente; para no omitir casos y obtener todas las formas posibles. En 1, la tabla ayudará a comprender y comparar la solución planteada por los estudiantes.
En 2, se presentan los datos de la tabla utilizando el método del diagrama de árbol. En este método se puede usar el nombre de los objetos, pero es preferible solo usar la inicial para simplificar la información. Para registrar la información y poder obtener todas la formas posibles, se tienen que respetar las condiciones iniciales propuestas en el problema, en este caso la condición inicial es que Ana llega primero, una vez registrado este dato para el segundo lugar disminuirá una opción, es decir, solo puede aparecer Carlos, José y Marta, y así sucesivamente; pues un niño no puede ocupar más de una posición en el orden de llegada en una carrera. El diagrama de árbol permite conocer "cuáles" son todas las posibles formas y también permite determinar "cuántas" son. Para obtener cuáles son las formas posibles se recorre cada rama del diagrama de árbol y estas equivalen a determinar todos los casos posibles, y para saber cuántas se cuenta la cantidad de ramas.
Indicar que en 3 copien el diagrama proporcionado y que completen la información según corresponda, la intención no es que lo dibuje por sí mismo; pues eso se hará en la siguiente clase.

Sugerencia metodológica: Los estudiantes deben contrastar su solución y la solución a través del diagrama de árbol para identificar los siguientes beneficios al usar este método:

- Se encuentran todas las maneras posibles de forma ordenada.
- Se evita cometer algún error.
- Permite conocer "cuáles" y "cuántas" son todas las posibilidades.

Fecha: **Clase:** 1.1

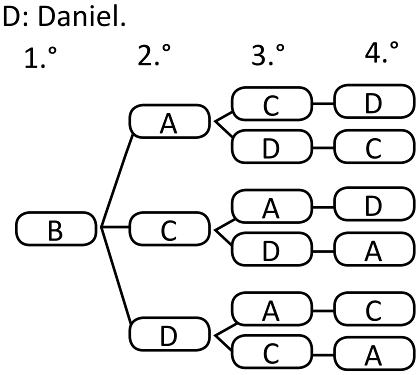
A En la carrera participan Ana, Carlos, José y Marta. Si Ana llega en primer lugar, ¿cuáles son las diferentes maneras en el orden de llegada de los demás?

S Se elabora una tabla:

1.°	2.°	3.°	4.°
Ana	Carlos	José	Marta
Ana	Carlos	Marta	José
Ana	José	Carlos	Marta
Ana	José	Marta	Carlos
Ana	Marta	José	Carlos
Ana	Marta	Carlos	José

R: 6 formas en el orden de llegada.

R Se completa el diagrama de árbol:
A: Antonio, B: Beatriz, C: Carolina y D: Daniel.



R: 6 formas en el orden de llegada.

Tarea: página 182

1.2 Elaboración de diagramas de árbol

Analiza

Si antes de la competencia de costales de la clase anterior, no se sabe quién llegará en primer lugar, ¿de cuántas formas los estudiantes pueden llegar a la meta?

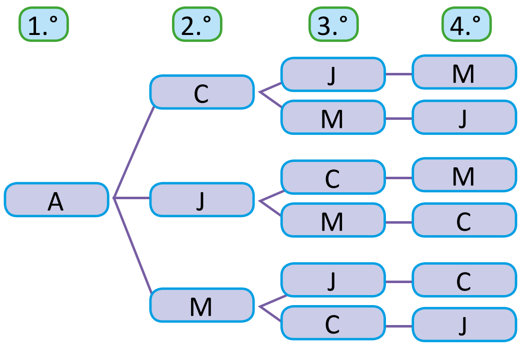
1

Las “formas en que los estudiantes pueden llegar a la meta”, se debe entender como el orden en que llegan.

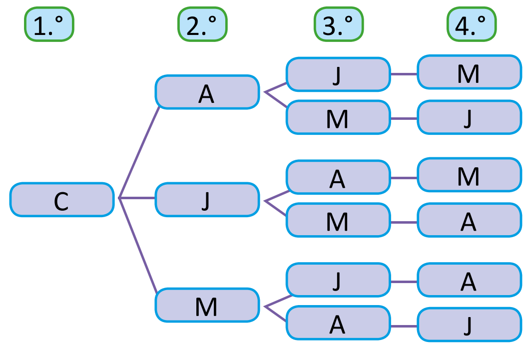
Soluciona

Dibujo los diagramas de árbol de todas las formas de llegar a la meta:

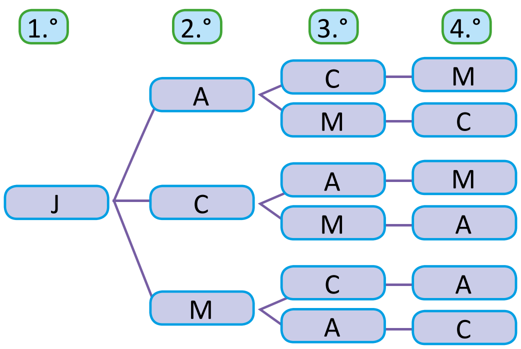
2



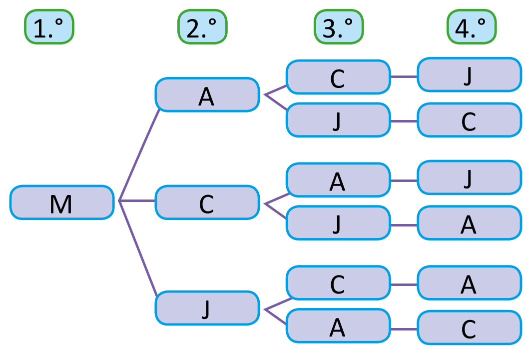
R: 6 formas.



R: 6 formas.



R: 6 formas.



R: 6 formas.

3 Como por cada estudiante resultan 6 formas y son 4 estudiantes, en total se tienen $6 \times 4 = 24$ formas.
R: 24 formas.

Comprende

Se elabora el diagrama de árbol para conocer y contar todas las formas de ordenar los objetos en una situación.

4

Resuelve

Para los siguientes ejercicios dibuja el diagrama de árbol y responde lo que se te pide:

1. Con los números 1, 2 y 3, ¿cuántos números de tres cifras diferentes se pueden formar?

2. En un estudio fotográfico desean retratar a tres mascotas; un perro, un gato y un conejo. Si se colocan en línea, ¿de cuántas formas se pueden ordenar los animales para la fotografía?

Indicador de logro:

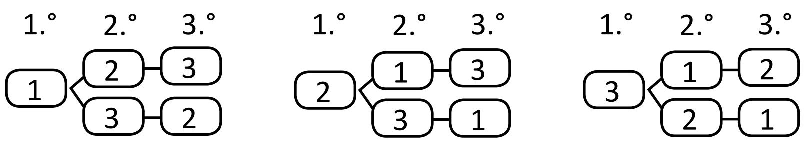
1.2 Encuentra la cantidad total de formas de ordenar objetos usando diagramas de árbol.

Propósito: Utilizar el diagrama de árbol para resolver situaciones del entorno encontrando todas las maneras posibles de ordenar objetos diferentes.

Puntos importantes: En la clase anterior se abordó el método del diagrama de árbol para encontrar todas las formas posibles de ordenar objetos, en 1 el estudiante debe resolver usando este método.
Para la solución de este problema no se tiene una condición inicial respecto al niño que llega primero, entonces cualquiera puede ocupar el primer lugar, que serían condiciones previas, para elaborar un diagrama de árbol por cada niño. En 2, se muestran todos los diagramas de árbol, hacer notar que para cada niño que ocupa el primer lugar siempre se tiene la misma cantidad de opciones, lo que permite plantear una multiplicación para obtener cuántas formas posibles hay en total en el orden de llegada de la carrera. Por ello, en 3 se plantea la multiplicación respetando el sentido de la multiplicación (elementos × grupos), identificando que por cada estudiante resultan 6 formas y son 4 estudiantes, en total 6 × 4 = 24, 24 formas.
Para 4 los estudiantes deben elaborar los diagramas de árbol, teniendo en cuenta condiciones previas.

Solución de problemas:

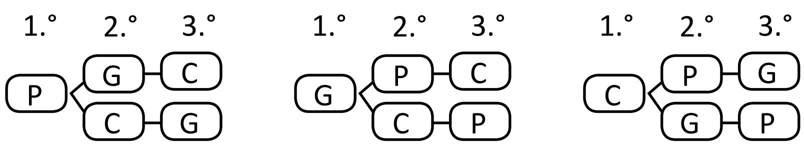
1. Se dibuja el diagrama de árbol.



Hay 2 formas por número y 3 número total:
2 × 3 = 6

R: 6 números de tres cifras.

2. Se dibuja el diagrama de árbol y se escriben las iniciales de las mascotas. P: perro, G: gato y C: conejo.



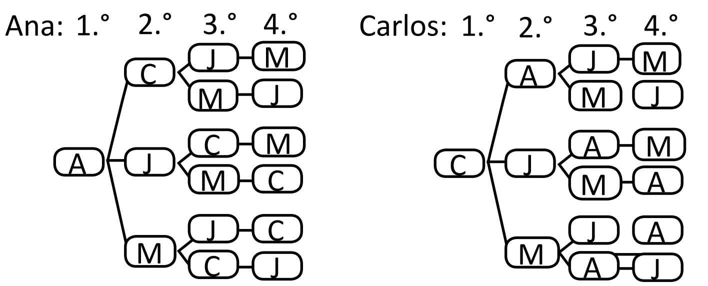
Hay 2 formas por mascota y 3 mascotas, total:
2 × 3 = 6

R: 6 formas.

Fecha: **Clase:** 1.2

Ⓐ ¿De cuántas formas los estudiantes pueden llegar a la meta?

Ⓢ A: Ana, C: Carlos, J: José y M: Marta.

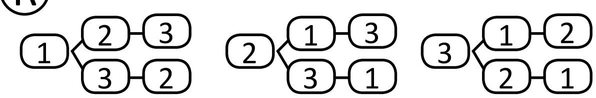


Juan: 6 formas Mario: 6 formas

6 formas por estudiante y 4 estudiantes, total: 6 × 4 = 24

R: 24 formas

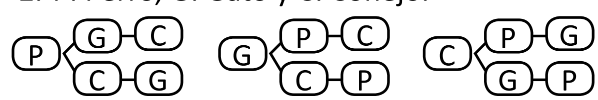
Ⓡ 1.



Hay 2 formas por número y 3 números, total:
2 × 3 = 6

R: 6 números de tres cifras.

2. P: Perro, G: Gato y C: Conejo.



Hay 2 formas por mascota y 3 mascotas, total:
2 × 3 = 6

R: 6 formas.

Tarea: página 183

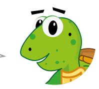
1.3 Aplicación del diagrama de árbol

Analiza

Si para el lanzamiento de una moneda tres veces se hiciera un listado de las formas en que podría caer, ¿cuántas formas tendría el listado?

1

Ejemplo de una forma en que cae la moneda en los lanzamientos es: cara, águila, cara.

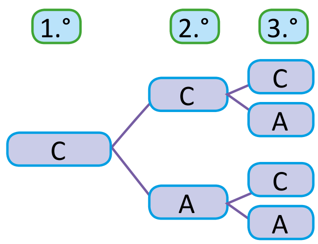


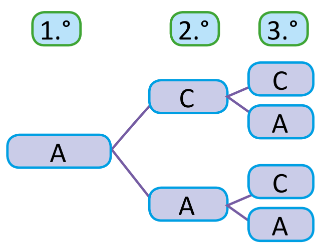
Soluciona

Dibujo el diagrama de árbol completo y utilizo C si cae cara y A si cae águila:


Julia

2





R: 8 formas.

Comprende

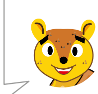
Se puede utilizar el diagrama de árbol para resolver problemas que requieren contar la cantidad total de formas para ordenar objetos. Al total de formas se les llama **casos posibles**.

Resuelve

Con los siguientes números se formarán cantidades de cuatro cifras, sin repetir ninguna.

1	2	3	4

El total de números que se pueden formar es equivalente a determinar todos los casos posibles en las formas de ordenar las cifras.



a. Dibuja el diagrama de árbol cuando el primer número es 1.

b. Encuentra todas las cantidades que se pueden formar.

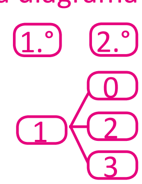
✶ Desafíate

Con los números de las tarjetas:

0	1	2	3

¿cuántos números de dos cifras (sin repetir ninguna) se pueden formar?

Los números que pueden estar en la primera cifra solo son: 1, 2 y 3. Entonces se tendrán tres diagramas de árbol por cada número y en cada diagrama hay 3 opciones.



R: 9 números de dos cifras.

Indicador de logro:

1.3 Encuentra la cantidad total de formas de ordenar objetos usando diagramas de árbol.

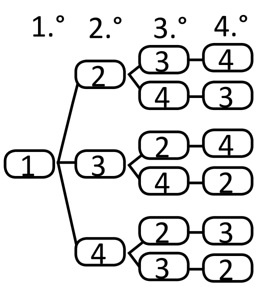
Propósito: Resolver situaciones del entorno aplicando el diagrama de árbol para un suceso que se repite varias veces.

Puntos importantes: En 1, la situación planteada es sobre un suceso que se repite, es decir, que por cada vez que acontezca se tendrá la misma cantidad de opciones, ya sea cara (C) o águila (A).
Como no hay una condición inicial de qué cae en el primer lanzamiento se debe elaborar un diagrama de árbol por cada opción, cuando cae primero cara y otra cuando cae águila, para los dos lanzamientos restantes se tendrán las mismas opciones de "C" o "A". A diferencia del problema de la clase anterior en el que un niño no podía aparecer dos veces, ya que no se puede asignar dos lugares en el orden de llegada.
En este caso se deben entender las formas posibles como el orden de lanzamiento de la moneda.
Recalcar en 2 que para obtener cuáles son las formas posibles que tendría el listado, se recorre cada rama del diagrama de árbol y estas equivalen a determinar todos los casos posibles y para saber cuántas, se cuenta la cantidad de ramas.

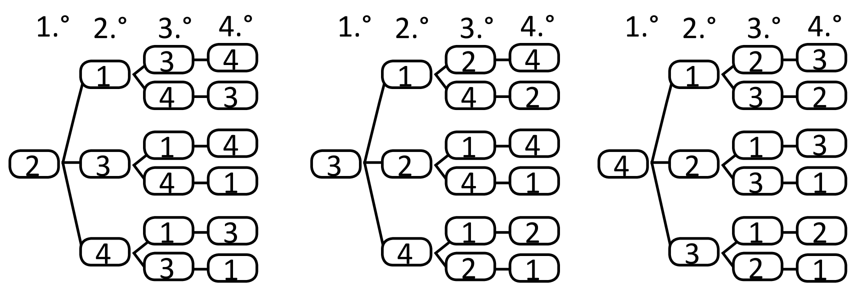
Materiales: Una moneda para que los estudiantes simulen el problema del Analiza.

Solución de problemas:

a. El primer número es 1.



b. Todas las cantidades que se pueden formar.



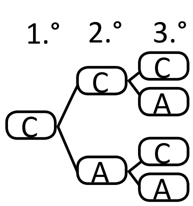
R: 24 números de cuatro cifras.

Fecha: **Clase:** 1.3

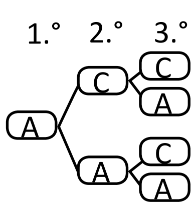
Ⓐ Se lanza una moneda tres veces. Si se hace un listado de las formas en que podría caer, ¿cuántas formas tendría el listado?

Ⓢ C: Cara y A: Águila.

Si sale cara en el primer lanzamiento



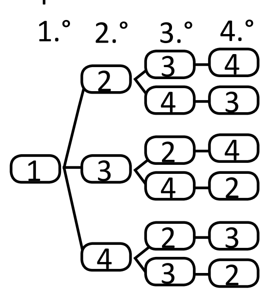
Si sale águila en el primer lanzamiento



R: 8 formas.

Ⓡ Números de 4 cifras, sin repetir ninguno.

a. El primer número es 1.



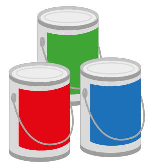
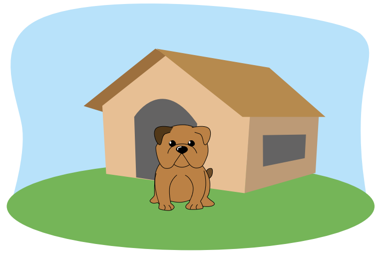
b. Por cada número resultan seis formas y son 4 números.
R: 24 números de cuatro cifras.

Tarea: página 184

1.4 Combinaciones de objetos

Analiza

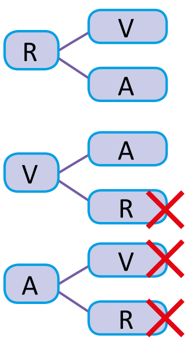
1 Mario pintará la casa de su perro con tres colores de pintura: rojo, azul y verde; pero no le gustan esos colores, así que decide elegir dos para combinarlos y hacer un nuevo color.
Encuentra todas las formas de combinar dos de esos colores.

Soluciona


Antonio

2 Utilizo el diagrama de árbol (R: rojo, V: verde, A: azul)

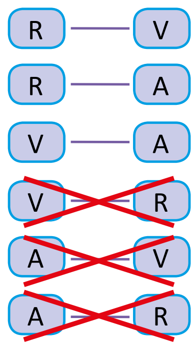


Como seleccionar rojo y verde es lo mismo que verde y rojo, elimino las opciones repetidas.

R: 3 formas de combinar colores diferentes.

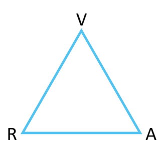

Ana

Elaboro una lista para seleccionar las pinturas y elimino las mezclas que se repiten:



R: 3 formas de combinar colores diferentes.

Otra forma es trazando líneas que unan dos de las pinturas a combinar y luego contamos cuántas líneas se forman. A estas figuras se les llama **Grafos** y relaciona objetos dos a dos.



3

Elaborando una tabla de doble entrada. Las casillas centrales están vacías pues sería la mezcla del mismo color; además en la parte inferior y superior de la diagonal se repiten las combinaciones, por lo que solo se toma en cuenta la parte superior.

	R	V	A
R		✓	✓
V	×		✓
A	×	×	

Comprende

Para contar todas las formas de combinar objetos, se puede usar el diagrama de árbol, pero se deben eliminar algunas formas en la solución porque se consideran repetidas; en la combinación de objetos el orden de ellos no importa. Al total de formas diferentes de combinar los objetos también se les llama **casos posibles.**

Resuelve

1. Para vacaciones, Mario desea visitar a sus abuelos, su tía y su hermano, pero sus padres le dicen que solo puede hacer dos de las visitas. ¿De cuántas formas puede combinar los lugares a visitar?

2. En una tienda se venden bombones de fresa, uva, naranja y sandía. Si se compran solo dos bombones, ¿cuántos formas de combinar los sabores hay para elegir?

Indicador de logro:

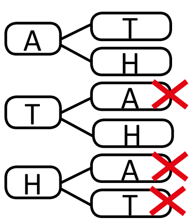
1.4 Encuentra todas las maneras posibles de combinar objetos usando diagramas de árbol.

Propósito: Resolver situaciones del entorno utilizando el diagrama de árbol para encontrar todas las formas de combinar colores, lugares a visitar, sabores, entre otros.

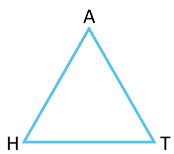
Puntos importantes: En las clases anteriores se ha trabajado con el diagrama de árbol como método para encontrar todos los casos posibles que pueden ocurrir en un evento. En 1, además de conocer todos esos casos posibles es necesario analizar si algunos se repiten o no, pues el orden en que se mezclan dos pinturas no importa, dado que resulta el mismo color; por lo que es necesario eliminar opciones que dan el mismo resultado. En 2, se utiliza el diagrama de árbol para obtener el listado de todas las posibles formas, y de estas se descartarán las que dan como resultado la misma mezcla. Al utilizar este método se debe cuidar la selección de la información, ya que está sujeta a la pregunta planteada en el problema.
En 3, se plantean otros métodos para obtener todas las formas de combinar dos de tres colores. El grafo es un método poco utilizado pero que tiene la ventaja de proporcionar todos los casos sin necesidad de descartar alguno, pues únicamente se cuenta la cantidad de rectas que unen dos letras, que representan las pinturas. Mientras que la tabla de doble entrada, aunque da todos los resultados, hay algunos que son repetidos, por ello, solo se debe tomar la información de la parte superior o inferior a la diagonal.

Solución de problemas:

1. Formas de combinar los lugares.
A: abuelos, T: tía y H: hermano.



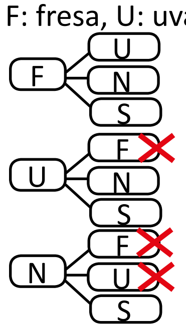
Otras formas de resolver.

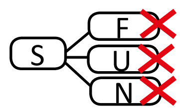


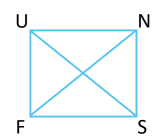
	A	T	H
A		✓	✓
T	✗		✓
H	✗	✗	

R: 3 formas de combinar los lugares.

2. Formas de combinar los sabores.
F: fresa, U: uva N: naranja y S: sandía.







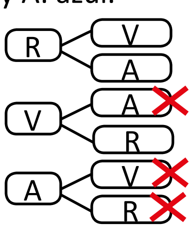
	F	U	N	S
F		✓	✓	✓
U	✗		✓	✓
N	✗	✗		✓
S	✗	✗	✗	

R: 6 formas de combinar los sabores.

Fecha: **Clase:** 1.4

(A) Con tres colores de pintura: rojo, azul y verde. Encuentra todas las formas de combinar dos de esos colores.

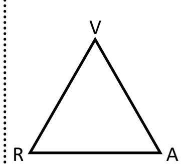
(S) Diagrama de árbol.
R: rojo, V: verde
y A: azul.



R: 3 formas de combinar los colores.

Otras formas de resolver.

Grafo



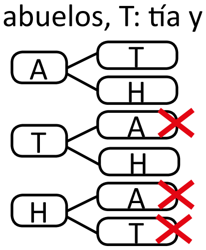
R: 3 formas.

Tabla de doble entrada

	R	V	A
R		✓	✓
V	✗		✓
A	✗	✗	

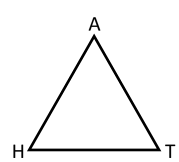
R: 3 formas.

(R) 1. Formas de combinar los lugares.
A: abuelos, T: tía y H: hermano.



R: 3 formas de combinar los lugares.

Otras formas de resolver.



	A	T	H
A		✓	✓
T	✗		✓
H	✗	✗	

Tarea: página 185

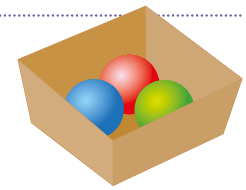
1.5 Situación de extracción de objetos

Analiza 1

En una caja hay 3 bolitas, 1 azul, 1 roja y 1 verde. Se sacarán 2 bolitas de una sola vez.

a. ¿Cuántos casos posibles se pueden dar al extraer las bolitas?

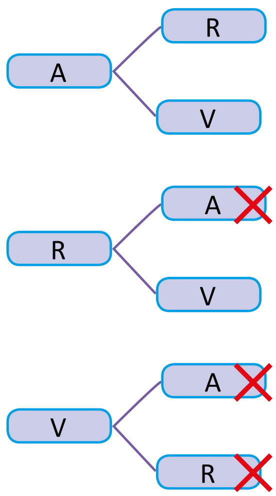
b. ¿En cuántos casos una de las bolitas es verde?



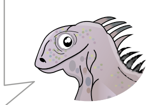
Soluciona

Puedo utilizar el diagrama de árbol para determinar los casos posibles:

José



En la extracción de las dos bolitas de una sola vez, no importa el orden. Es la misma acción sacar una bolita verde y una roja, que una roja y una verde.



a. Los casos posibles son: AR, AV y RV.
R: 3 casos posibles.

2 b. Los casos en los que una de las bolitas es verde son AV y RV.
R: 2 casos.

3 Comprende

De los casos posibles se pueden tomar algunos de ellos que cumplan una condición; a estos se les llamará **casos que cumplen la condición**.

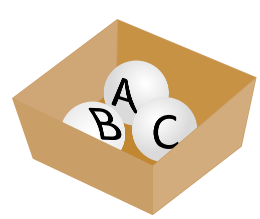
Resuelve

En una caja hay 3 bolitas blancas, cada una está identificada con una letra. Las letras con las que se identifican las bolitas son A, B y C. Se sacarán 2 bolitas de una sola vez.

a. ¿Cuántos casos posibles se pueden dar al extraer las bolitas?

b. ¿Cuántos casos cumplen la condición de tener la bolita con la letra B?

c. ¿Cuántos casos cumplen la condición de tener la bolita con la letra C?



Indicador de logro:

1.5 Utiliza el diagrama de árbol para encontrar todos los casos que cumplen una condición.

Propósito: Resolver situaciones del entorno utilizando el diagrama de árbol para encontrar todas las formas posibles de extraer cierta cantidad de objetos de un recipiente y seleccionar los casos que cumplen una condición.

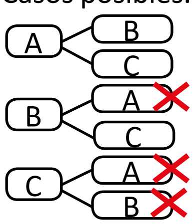
Puntos importantes: En 1, los estudiantes pueden resolver por diagrama de árbol e incluso utilizar grafos o la tabla de doble entrada vistos en la clase anterior. Algunas consideraciones que se deben de tener en cuenta al resolver este tipo de problemas es que el orden no importa, pues en la extracción de bolitas lo que interesa saber es qué tipo de bolitas se sacó, no el orden en que se sacaron; consecuentemente, se tendrán casos repetidos que deben eliminarse. También cuando se agrega una condición, como en el caso de b., se descartarán más formas, que aunque cumplían no ser casos repetidos; ya no cumplen la nueva condición; tal como se muestra en 2. En 3, debe indicarse que los casos encontrados en b. del Soluciona, son los casos que cumplen que una bolita es verde y estos son los llamados "casos que cumplen la condición".

Materiales: Tres bolitas, 1 azul, 1 roja y 1 verde, para que el estudiante simule el problema del Analiza.

Solución de problemas:

Se elabora el diagrama de árbol.

a. Casos posibles.



Casos: AB, AC y BC.
R: 3 casos posibles.

b. Casos con una bolita con la letra B: AB y BC.

R: 2 casos posibles.

c. Casos con una bolita con la letra C: AC y BC.

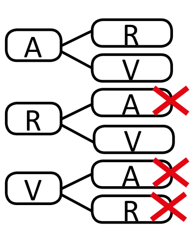
R: 2 casos posibles.

Fecha: **Clase:** 1.5

(A) Hay 3 bolitas, 1 azul, 1 roja y 1 verde. Se sacarán dos de una sola vez.

a. ¿Cuántos casos posibles hay?
b. ¿En cuántos casos una de las bolitas es verde?

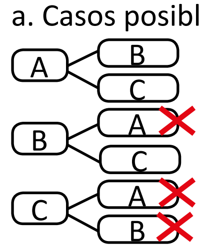
(S) Se elabora el diagrama de árbol.
A: azul, R: rojo y V: verde.



a. Casos: AR, AV y RV.
R: 3 casos posibles.

b. Casos: AV y RV.
R: 2 casos posibles.

(R) a. Casos posibles



R: 3 formas de combinar los lugares.

b. Casos con una bolita con la letra B: AB y BC.
R: 2 casos posibles.

c. Casos con una bolita con la letra C: AC y BC.
R: 2 casos posibles.

Tarea: página 186

Lección 2 Probabilidad

2.1 Probabilidad

Analiza

1 Se lanzará una moneda una vez:
a. ¿Cuáles son los casos posibles para el resultado?
b. ¿Cuántos casos cumplen la condición de ser águila?
c. Expresa con un número la posibilidad de que caiga águila.

Soluciona

a. Los casos posibles para el resultado son 2, que corresponden a cara y águila.
2 **R:** 2 casos posibles.


Beatriz

b. Como debe resultar águila, dentro de los casos posibles solo hay 1 caso.
R: 1 caso que cumple la condición.

c. Como es 1 de los 2 casos posibles entonces lo expreso como $\frac{1}{2}$.
R: $\frac{1}{2}$

Comprende

El número que expresa la posibilidad de que ocurran los casos, cumpliendo una condición se le llama **probabilidad**. Para calcular la probabilidad se efectúa lo siguiente:

① Se encuentra el número de los casos posibles.
② Se encuentra el número de los casos que cumplen con la condición.
③ Se aplica la fórmula de la probabilidad:

$$\textbf{probabilidad} = \frac{\textbf{casos que cumplen la condición}}{\textbf{casos posibles}}$$ 3

Resuelve

1. En una bolsa oscura se tienen pelotas de tres colores: azul, verde y rojo. Al extraer una:
   a. ¿Cuántos casos posibles hay al realizar la extracción?
   b. ¿En cuántos casos se cumple que en la extracción se obtiene una pelota azul?
   c. Utiliza la fórmula para calcular la probabilidad de extraer una pelota azul.

2. Si se agrega otra pelota azul a la situación de 1.:
   a. ¿Cuántos casos posibles hay al realizar la extracción?
   b. ¿En cuántos casos se cumple que en la extracción se obtiene una pelota azul?
   c. Utiliza la fórmula para calcular la probabilidad de extraer una pelota azul.

Para calcular la probabilidad considera que las dos pelotas azules son distinguibles (es decir, se diferencian una de la otra).

Indicador de logro:

2.1 Encuentra la probabilidad de ocurrencia de un suceso usando la fórmula:
casos que cumplen la condición ÷ casos posibles

Propósito: Expresar numéricamente la ocurrencia de un evento mediante la probabilidad, identificando los casos que cumplen cierta condición y los casos posibles.

Puntos importantes: En más de una ocasión hemos estado interesados en saber con qué nivel de certeza puede ocurrir un evento, en esta clase se aborda cómo asignar un valor numérico a dicha ocurrencia. En 1 se determinarán los casos posibles que se tienen al lanzar una moneda; una vez encontrados, se contabilizarán los casos que cumplen que el resultado sea águila y de alguna manera se debe asignar un número a la posibilidad de que ocurra el caso anterior.

En c. de 2, como se desean comparar los casos que cumplen la condición (que el resultado sea águila) con todos los casos posibles, se identifica la razón y el valor de razón asociada, entonces se tiene que en 1 de los 2 casos posibles cae águila, por lo tanto el valor de la razón es $\frac{1}{2}$.

Entonces el número asignado a la posibilidad de que caiga águila al lanzar una moneda, es el valor de la razón, el cual es una fracción cuyo numerador indica los casos que cumplen la condición y el denominador todos los casos posibles que pueden suceder al lanzar una moneda (cara y águila).

En 3, se plantea la fórmula para encontrar la probabilidad. Generalmente a los casos que cumplen la condición se les denomina casos favorables.

Solución de problemas:

1. a. Casos posibles: azul, verde y rojo.
   R: 3 casos posibles.
   b. Casos con una pelota azul.
   R: 1 caso que cumple la condición.
   c. Como es 1 de los 3 casos posibles
   probabilidad = $\frac{1}{3}$

   R: $\frac{1}{3}$

2. a. Casos posibles: azul, azul, verde y rojo.
   R: 4 casos posibles.
   b. Casos con una pelota azul.
   R: 2 casos que cumplen la condición.
   c. De los literales anteriores se obtiene que:
   probabilidad = $\frac{\cancel{2}^{1}}{\cancel{4}_{2}}$

   R: $\frac{1}{2}$

Fecha: **Clase:** 2.1

(A) Se lanza una moneda una vez:

a. ¿Cuáles son los casos posibles para el resultado?
b. ¿Cuántos casos cumplen la condición de ser águila?
c. Expresa con un número la posibilidad de que caiga águila.

(S) a. Casos posibles: cara y águila.
R: 2 casos posibles.
b. Casos en que resulta águila.
R: 1 caso que cumple la condición.
c. Como es 1 de los 2 casos posibles, lo expreso como $\frac{1}{2}$.

R: $\frac{1}{2}$

(R) a. Casos posibles: azul, verde y rojo.
R: 3 casos posibles.
b. Casos en que resulta una pelota azul
R: 1 caso que cumple la condición.
c. Como es 1 de los 3 casos posibles
probabilidad = $\frac{1}{3}$

R: $\frac{1}{3}$

Tarea: página 187

2.2 Practica lo aprendido

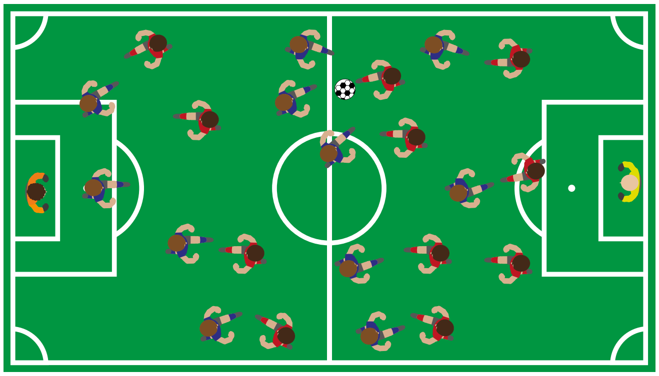
1. Antonio pronto tendrá una hermanita y a sus padres les gustan cuatro nombres: Azucena, Blanca, Celina y Diana, de los cuales deben elegir dos para nombrar a la niña.

   a. Dibuja el diagrama de árbol con todas las opciones de los nombres que pueden elegir.

   b. ¿Cuántos son los casos posibles?

   c. Sin dibujar todos los diagramas de árbol, ¿cómo se puede conocer la cantidad de casos posibles?

2. Una escuela tiene tres equipos de fútbol: Escarlatas, Fantásticos y Guerreros. Si juegan todos contra todos, ¿cuántos partidos se jugarán en total? Utiliza cualquiera de los métodos aprendidos en clase y no olvides descartar aquellas formas que se repiten.



Desafíate

Se lanza un dado una vez:

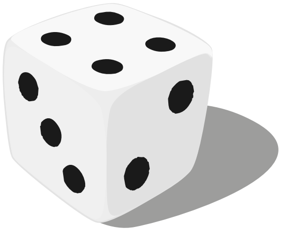
a. ¿Cuántos casos posibles hay?

b. ¿Cuántos casos cumplen la condición de ser 6?

c. Utiliza la fórmula para calcular la probabilidad de obtener un 6.

d. ¿Cuántos casos cumplen la condición de ser impar?

e. Utiliza la fórmula para calcular la probabilidad de obtener un número impar.

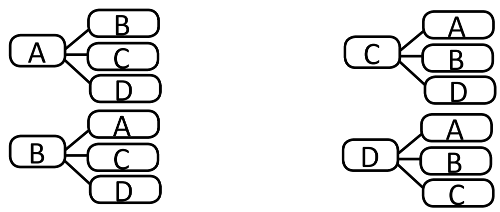


Indicador de logro:

2.2 Resuelve problemas sobre el diagrama de árbol y probabilidad.

Solución de problemas:

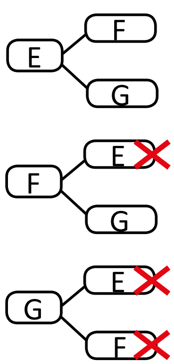
1. a. Diagrama de árbol. A: Azucena, B: Blanca, C: Celina y D: Diana



b. Casos posibles: AB, AC, AD, BA, BC. BD, CA, CB, CD, DA, DB y DC.
R: 12 casos posibles.

c. 3 formas por nombre y 4 nombres, total:
$3 \times 4 = 12$
R: 12 casos posibles para elegir el nombre.

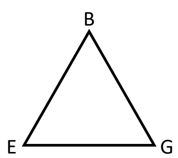
2. Diagrama de árbol. E: Escarlatas, F: Fantásticos y G: Guerreros.



Casos: EF, EG y FG.
R: 3 casos posibles.

Otras formas de resolver.

Grafo



R: 3 formas.

Tabla de doble entrada

	E	F	G
E		✓	✓
F	×		✓
G	×	×	

R: 3 formas.

Desafíate

a. **R:** 1, 2, 3, 4, 5 y 6.

b. **R:** Un caso.

c. Como es 1 de los 6 casos posibles
probabilidad = $\frac{1}{6}$

R: $\frac{1}{6}$

d. **R:** 3 casos.

e. Como son 3 de los 6 casos posibles

probabilidad = $\frac{\cancel{3}^{1}}{\cancel{6}_{2}}$

R: $\frac{1}{2}$

Repaso

1 Plan

Lección	Clase	Título
1 Repaso de números y operaciones	1	Practica lo aprendido
2 Repaso de relación entre cantidades	1	Practica lo aprendido
3 Repaso de geometría	1	Practica lo aprendido
	1	Prueba final

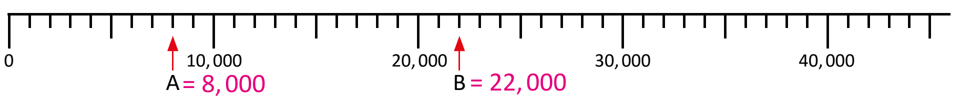
3 Total de clases
+ prueba final

Repaso de números y operaciones

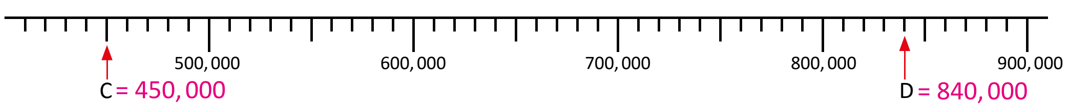
Practica lo aprendido

1. En las siguientes rectas numéricas, identifica los números que están señalados:

a.



b.



2. Coloca el símbolo “>”, “<” o “=” en cada casilla, según corresponda:

a. 548, 781 $\boxed{>}$ 547, 871

b. 9, 874 $\boxed{<}$ 87, 403

3. Calcula el resultado de las siguientes operaciones:

a. 54, 024 + 125, 782

b. 100, 000 – 542

4. Calcula el resultado de las siguientes multiplicaciones:

a. 2, 354 × 6

b. 321 × 10

c. 423 × 100

5. Calcula el cociente de las siguientes divisiones y el residuo si lo hay:

a. 79 ÷ 5

b. 80 ÷ 4

c. 53 ÷ 8

d. 353 ÷ 8

e. 96 ÷ 24

6. Resuelve las siguientes operaciones combinadas:

a. (18 – 4) ÷ 2

b. 6 × 7 – 3 × 4

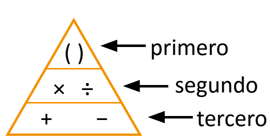
c. 3 × (4 + 8) × 5

d. 42 ÷ 6 – 35 ÷ 5

e. 36 ÷ (1 + 2) × 4

f. 4 × 2 – 30 ÷ (8 + 2)

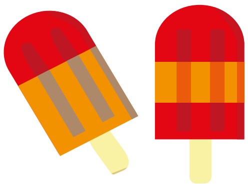
Recuerda el orden de las operaciones:



7. Encuentra el mínimo común múltiplo (mcm) de 12 y 20.

8. Encuentra el máximo común divisor (MCD) de 24 y 60.

9. Marta comprará paletas y galletas. Las paletas vienen en paquetes de 6 unidades y las galletas en paquetes de 8 unidades. Ella quiere comprar la misma cantidad de paletas y galletas. ¿Cuántas galletas comprará como mínimo?



10. Escribe el número que hace falta:

a. 0.6 es $\boxed{6}$ veces 0.1

b. 0.28 es $\boxed{28}$ veces 0.01

11. Realiza las siguientes operaciones de números decimales:

a. 0.45 + 1.46

b. 6.45 + 1.2

c. 5.23 − 1.94

d. 7 − 3.52

12. Calcula:

a. 2.43×10

b. 4.81×100

c. $62.3 \div 10$

d. $42.1 \div 100$

13. Realiza las siguientes multiplicaciones:

a. 2.7×3

b. 3.1×421

c. 1.34×7

d. 2.5×50

e. 4.2×1.3

f. 1.2×0.3

g. 0.3×0.6

h. 0.8×0.2

14. Realiza las siguientes divisiones:

a. $9.3 \div 3$

b. $8.24 \div 4$

c. $10 \div 0.2$

d. $80 \div 3.2$

e. $7.2 \div 2.4$

f. $7.68 \div 1.2$

g. $2 \div 8$

h. $3 \div 4$

15. Una varilla de hierro mide 3 metros y pesa 2.4 libras. ¿Cuánto pesa 1 metro de esta varilla?

16. Realiza las siguientes sumas, expresa el resultado como fracción propia más simple o número mixto.

a. $\frac{5}{7} + \frac{4}{7}$

b. $2\frac{1}{9} + 1\frac{4}{9}$

c. $\frac{4}{11} + 2\frac{5}{11}$

d. $4\frac{5}{7} + 2\frac{4}{7}$

e. $2\frac{3}{5} + 4\frac{2}{5}$

f. $\frac{4}{3} + \frac{5}{6}$

17. Realiza las siguientes restas, expresa el resultado como fracción propia más simple o número mixto:

a. $\frac{15}{7} - \frac{2}{7}$

b. $6\frac{5}{9} - 2\frac{1}{9}$

c. $4\frac{3}{5} - 3$

d. $\frac{1}{4} - \frac{1}{6}$

e. $\frac{7}{6} - \frac{3}{10}$

f. $2\frac{3}{4} - 1\frac{1}{2}$

g. $3\frac{3}{5} - 1\frac{2}{3}$

h. $2\frac{1}{3} - 1\frac{1}{6}$

i. $4 - 3\frac{1}{2}$

18. Efectúa, luego expresa el resultado como fracción propia más simple o número mixto:

a. $\frac{3}{5} \times 4$

b. $1\frac{1}{4} - 3$

c. $\frac{10}{3} \times \frac{3}{5}$

d. $\frac{6}{7} \div 2$

e. $1 \div \frac{1}{4}$

f. $\frac{3}{7} \times \frac{1}{3}$

19. Completa los espacios en blanco aplicando las propiedades de los números:

a. $0.8 + 0.4 = \boxed{0.4} + 0.8$

b. $\frac{1}{2} \times \frac{3}{5} = \frac{3}{5} \times \boxed{\frac{1}{2}}$

c. $(198 + 82) + 16 = 198 + (\boxed{82} + 16)$

d. $(1.3 \times 2.5) \times 4 = 1.3 \times (\boxed{2.5} \times 4)$

e. $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right) \times 6 = \frac{1}{2} \times \boxed{6} + \frac{1}{4} \times \boxed{6}$

f. $(12 - 6) \div 3 = 12 \div \boxed{3} - 6 \div \boxed{3}$

Indicador de logro:

Resuelve problemas sobre números naturales y sus operaciones.

Solución de problemas:

3. a.

		5	4,	0	2	4
+	1	2	5,	7	8	2
	1	7	9,	8	0	6

b.

	1	0	0,	0	0	0
–				5	4	2
		9	9,	4	5	8

4. a.

	2	3	5	4
×				6
1	4,	1	2	4

b. 321 × 10 = 3, 210

c. 423 × 100 = 42, 300

5. a.

	D	U		
	7	9	5	
–	5		1	5
	2	9	D	U
–	2	5		
		4		

b. **R:** 20

c.

	D	U	
	5	3	8
–	4	8	6
	0	5	U

d.

	C	D	U		
	3	5	3	8	
–	3	2		4	4
		3	3	D	U
	–	3	2		
			1		

e.

	D	U		
	9	6	2	4
–	9	6	4	
	0	0	U	

6. a. (18 – 4) ÷ 2 = 14 ÷ 2 = 7

b. 6 × 7 – 3 × 4 = 42 – 12 = 30

c. 3 × (4 + 8) × 5 = 3 × 12 × 5 = 180

d. 42 ÷ 6 – 35 ÷ 5 = 7 – 7 = 0

e. 36 ÷ (1 + 2) × 4 = 36 ÷ 3 × 4
= 12 × 4
= 48

f. 4 × 2 – 30 ÷ (8 + 2) = 8 – 30 ÷ 10
= 8 – 3
= 5

7. Múltiplos de 12: 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96, 108, 120, ...

Múltiplos de 20: 20, 40, 60, 80, 100, 120, 140, ...

Los múltiplos comunes de 12 y 20 son: 60, 120,...

R: El mcm de 12 y 20 es 60.

8. Divisores de 24: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 y 24.

Divisores de 60: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30 y 60.

Los divisores comunes de 24 y 60 son 1, 2, 3, 4, 6 y 12.

R: El MCD de 24 y 60 es 12.

9. Múltiplos de 6: 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60, ...

Múltiplos de 8: 8, 16, 24, 32, 48, 56, 64, 72, 160, 180, ...

Los múltiplos comunes de 6 y 8 son: 24, 48, ...

El mcm de 6 y 8 es 24. Por lo que la cantidad de galletas que comprará como mínimo es 24.

R: 24 galletas.

11. a.

	U	d	c
	0 .	4	5
+	1 .	4	6
	1 .	9	1

b.

	U	d	c
	6 .	4	5
+	1 .	2	0
	7 .	6	5

c. **R:** 3.29

b. **R:** 3.48

12. a. $2.43 \times 10 = 24.3$ b. $4.81 \times 100 = 481.00$ c. $62.3 \div 10 = 6.23$ d. $42.1 \div 100 = 0.421$

13. a.

		2.	7
	×		3
		$\overset{2}{8}$.	1

b. **R:** 1, 305.1

c. **R:** 9.38

d. **R:** 125

e.

				4.	2
		×		1.	3
			1	2	6
		+	4	2	
			5.	4	6

f. **R:** 0.36

g. **R:** 0.18

h. **R:** 0.16

14. a.

		U	d		
		9.	3	3	
	−	9		3.	1
		0	3	U	d
	−		3		
			0		

b. **R:** 2.06

c. **R:** 50

d. **R:** 25

e.

		U	d			
		7	2 .		2	4 .
	−	7	2		3	
		0	0		U	

f. **R:** 6.4

g. **R:** 0.25

h. **R:** 0.75

15. **PO:** $2.4 \div 3$

		U	d		
		2	4.	3	
	−	2	4	0.	8
		0	0	U	d

R: 0.8 libras.

16. a. $\frac{5}{7} + \frac{4}{7} = \frac{9}{7}$

b. $2\frac{1}{9} + 1\frac{4}{9} = 3\frac{5}{9}$

c. $\frac{4}{11} + 2\frac{5}{11} = 2\frac{9}{11}$

d. $4\frac{5}{7} + 2\frac{4}{7} = 6\frac{9}{7}$
$= 7\frac{2}{7}$

e. $2\frac{3}{5} + 4\frac{2}{5} = 6\frac{5}{5}$
$= 7$

f. $\frac{4}{3} + \frac{5}{6} = \frac{8}{6} + \frac{5}{6}$
$= \frac{13}{6}$
$= 2\frac{1}{6}$

17. a. $\frac{15}{7} - \frac{2}{7} = \frac{13}{7} = 1\frac{6}{7}$

b. $6\frac{5}{9} - 2\frac{1}{9} = 4\frac{4}{9}$

c. $4\frac{3}{5} - 3 = 1\frac{3}{5}$

d. $\frac{1}{4} - \frac{1}{6} = \frac{3}{12} - \frac{2}{12}$
$= \frac{1}{12}$

e. $\frac{7}{6} - \frac{3}{10} = \frac{35}{30} - \frac{9}{30}$
$= \frac{26}{30}$
$= \frac{13}{15}$

f. $2\frac{3}{4} - 1\frac{1}{2} = 2\frac{3}{4} - 1\frac{2}{4}$
$= 1\frac{1}{4}$

g. $3\frac{3}{5} - 1\frac{2}{3} = 3\frac{9}{15} - 1\frac{10}{15}$
$= 2\frac{24}{15} - 1\frac{10}{15}$
$= 1\frac{14}{15}$

h. $2\frac{1}{3} - 1\frac{1}{6} = 2\frac{2}{6} - 1\frac{1}{6}$
$= 1\frac{1}{6}$

i. $4 - 3\frac{1}{2} = 3\frac{2}{2} - 3\frac{1}{2}$
$= \frac{1}{2}$

18. a. $\frac{3}{5} \times 4 = \frac{3 \times 4}{5} = \frac{12}{5}$

b. Se cambiará el 3 por 1, para que el resultado sea un número natural.
$1\frac{1}{4} - 1 = \frac{1}{4}$

c. $\frac{10}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{\overset{2}{\cancel{10}} \times \overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{1}{\cancel{3}} \times \underset{1}{\cancel{5}}}$
$= \frac{2 \times 1}{1 \times 1}$
$= \frac{2}{1} = 2$

d. $\frac{6}{7} \div 2 = \frac{6 \div 2}{7} = \frac{3}{7}$

e. $1 \div \frac{1}{4} = 4$

f. $\frac{3}{7} \times \frac{1}{3} = \frac{\overset{1}{\cancel{3}} \times 1}{7 \times \underset{1}{\cancel{3}}}$
$= \frac{1 \times 1}{7 \times 1}$
$= \frac{1}{7}$

Practica lo aprendido

1. Para cada uno de los siguientes problemas escribe el **PO** y resuelve identificando la cantidad a comparar, la cantidad base y la cantidad de veces.

   a. Antonio ahorró $36 y esto es 4 veces comparado con la cantidad que ahorró Julia. ¿Cuánto dinero ahorró Julia?

   b. Juan compró 3 plantas y su mamá compró 5 veces esta cantidad de plantas. ¿Cuántas plantas compró la mamá de Juan?

   c. María corrió 200 m y Marta corrió 800 m. ¿Cuántas veces es la distancia recorrida por Marta comparada con la distancia recorrida por María?

   d. Mario tiene una cinta de 6 m y su amiga Beatriz tiene una cinta de 8 m. ¿Cuántas veces es la longitud de la cinta de Mario comparada con la longitud de la cinta de Beatriz?

   e. Un rectángulo mide 10 cm de largo, esto es 2.5 veces comparado con la longitud del ancho. ¿Cuántos centímetros mide el ancho?

   f. José lee 10 páginas por día, mientras que Carmen lee 1.5 veces con respecto a la cantidad de páginas que lee José. ¿Cuántas páginas lee Carmen?

2. Compara la cantidad de estudiantes en los salones de 5.° y 6.° grado. ¿Cuál está más lleno?

	5.° grado	6.° grado
n.° de alumnos	10	16
Área (m^2)	32	48

Puedes comparar el número de metros cuadrados por alumno.

3. Don Carlos sembró maíz en dos parcelas diferentes y obtuvo los datos que se presentan en la tabla. ¿Cuál parcela fue más productiva?

	Parcela A	Parcela B
n.° de matas	2,000	2,400
Área (m^2)	500	800

4. Determina la rapidez, distancia o tiempo según sea el caso:

   a. ¿Cuál es la rapidez de un automóvil que recorre 120 km en 3 horas?

   b. ¿Cuál es la distancia de un automóvil que viaja con una rapidez de 50 km/h durante 4 horas?

   c. ¿Cuánto tiempo tarda un automóvil en recorrer 280 km si viaja con una rapidez de 70 km/h?

5. Identifica si en las siguientes situaciones las cantidades son directa o inversamente proporcionales, o ninguna de las dos:

   a. El número de tiquetes que se compran para una rifa y su costo:

n.° de tiquetes	1	2	3	4	...
Costo ($)	2	4	6	8	...

   b. El número de trabajadores y el tiempo que tardan en pintar una casa:

n.° de trabajadores	1	3	6	12	...
n.° de días	12	6	4	1	...

   c. El número de mangos de Julia y Marta al repartirse 10 mangos:

Cantidad de mangos de Julia	1	2	3	4	...
Cantidad de mangos de Marta	9	8	7	6	...

   d. El número de niños y la cantidad de jugo que les corresponde a cada uno al repartir 800 ml:

n.° de niños	1	2	4	8	...
Cantidad de jugo (ml)	800	400	200	100	...

6. Al pesar 20 tornillos del mismo tipo pesan 60 g, ¿cuánto pesarán 40 tornillos?

n.° de tornillos	20	40
Peso (g)	60	a

7. Hay vino en 4 toneles de 200 litros cada uno. Se quiere envasar esta cantidad de vino usando 16 toneles iguales y llenos completamente. ¿Cuál debe ser la capacidad de esos nuevos toneles?

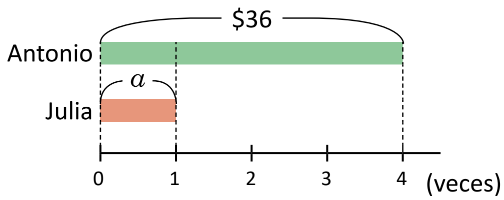
n.° de toneles	4	16
Capacidad (litros)	200	a

Indicador de logro:

Resuelve problemas sobre relaciones entre cantidades.

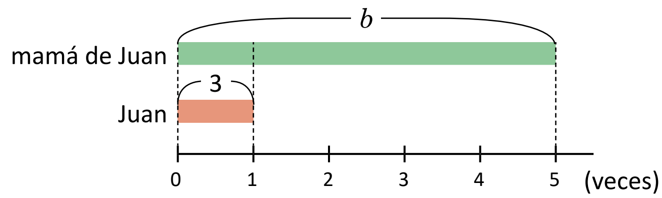
Solución de problemas:

1. a. **PO:** 36 ÷ 4
Cantidad a comparar: \$36
Cantidad de veces: 4
Cantidad base: a = 36 ÷ 4 = 9



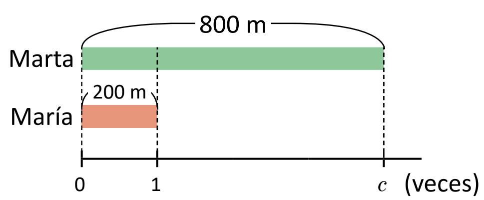
R: \$9

b. **PO:** 3 × 5
Cantidad base: 9 plantas
Cantidad de veces: 5
Cantidad a comparar: b = 3 × 5 = 15



R: 15 plantas

c. **PO:** 800 ÷ 200
Cantidad a comparar: 800 m
Cantidad base: 200 m
Cantidad de veces: c = 800 ÷ 200 = 4



R: 4 veces.

d. **PO:** 6 ÷ 8
Cantidad a comparar: 6 m
Cantidad base: 8 m
Cantidad de veces: c = 6 ÷ 8 = 0.75

R: 0.75 veces

e. **PO:** 10 ÷ 2.5
Cantidad a comparar: 10 cm
Cantidad de veces: 2.5
Cantidad base: a = 10 ÷ 2.5 = 4

R: 4 cm

f. **PO:** 10 × 1.5
Cantidad base: 10 páginas
Cantidad de veces: 1.5
Cantidad a comparar: b = 10 × 1.5 = 15

R: 15 páginas.

2. Se calcula en cada caso, cuántos alumnos hay por metro cuadrado.
5.° grado: 10 ÷ 32 = 0.3125
6.° grado: 16 ÷ 48 = 0.33 ...
El salón de 6.° grado está más lleno, ya que por cada m^2 hay 0.33 alumnos.

R: Está más lleno 6.° grado.

3. Se calcula en cada caso, cuántas matas de maíz hay por metro cuadrado.
Parcela A: 2, 000 ÷ 500 = 4
Parcela B: 2, 400 ÷ 800 = 3
La parcela más productiva es la parcela A, ya que por cada m^2 se siembran 4 matas de maíz.

R: Fue más productiva la parcela A.

4. a. Se utiliza la fórmula:
rapidez = distancia recorrida ÷ tiempo
= 120 ÷ 3
= 40

R: 40 km/h

b. Se utiliza la fórmula:
distancia recorrida = rapidez × tiempo
= 50 × 4
= 200

R: 200 km

c. Se utiliza la fórmula:

$$\begin{aligned} \text{tiempo} &= \text{distancia recorrida} \div \text{rapidez} \\ &= 280 \div 70 \\ &= 4 \end{aligned}$$

R: 4 h

5. a. Se calcula el cociente costo ÷ n.° de tiquetes:

n.° de tiquetes	1	2	3	4
Costo ($)	2	4	6	8
Cociente	2	2	2	2

El cociente es constante.

R: Son directamente proporcionales.

b. Se calculan el cociente n.° de días ÷ n.° de trabajadores, y el producto n.° de trabajadores × n.° de días para verificar si alguno es constante:

n.° de trabajadores	1	3	6	12
n.° de días	12	6	4	1
Cociente	12	2	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{12}$
Producto	12	18	24	12

Ni el cociente ni el producto es constante.

R: No son directa ni inversamente proporcionales.

c. Se calculan el cociente y el producto para verificar si alguno de ellos es constante:

Cantidad de mangos de Julia	1	2	3	4
Cantidad de mangos de Marta	9	8	7	6
Cociente	9	4	$\frac{7}{3}$	$\frac{2}{3}$
Producto	9	16	21	24

Ni el cociente ni el producto es constante.

R: No son directa ni inversamente proporcionales.

d. Se calcula el producto n.° de niños × cantidad de jugo para verificar si es constante:

n.° de niños	1	2	4	8
Cantidad de jugo (ml)	800	400	200	100
Producto	800	800	800	800

El producto es constante.

R: Son inversamente proporcionales.

6. Son cantidades directamente proporcionales. Como el número de tornillos se multiplicó por 2 (para pasar de 20 a 40 tornillos), entonces el peso también debe multiplicarse por 2:

n.° de tornillos	20	40
Peso (g)	60	a

× 2

$a = 60 \times 2 = 120$

R: 120 g

7. Son cantidades inversamente proporcionales. Como el número de toneles se multiplicó por 4 (para pasar de 4 a 16 toneles), entonces la capacidad debe multiplicarse por $\frac{1}{4}$:

n.° de toneles	4	16
Capacidad (litros)	200	a

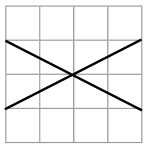
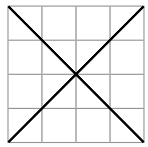
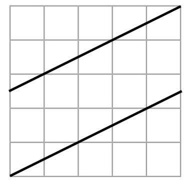
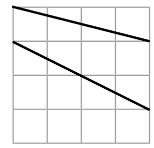
× 4, × $\frac{1}{4}$

$a = 200 \times \frac{1}{4} = 50$

R: 50 litros.

Practica lo aprendido

1. Identifica en cuáles de los literales se observan rectas paralelas y en cuáles perpendiculares:

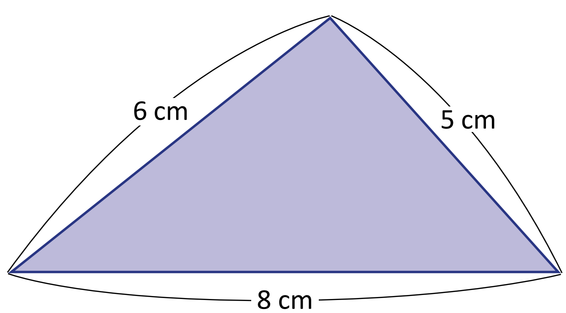
a.  b.  c.  d. 

En b. son rectas perpendiculares, mientras que en c. son paralelas.

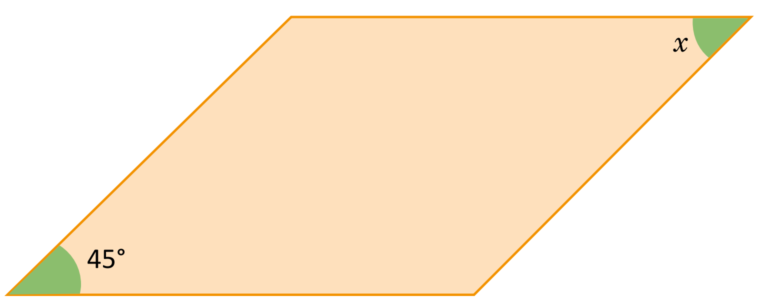
2. Identifica las figuras geométricas que cumplen con las características dadas:

Características \ Figura	Trapecio	Paralelogramo	Rombo	Rectángulo	Cuadrado
2 pares de lados opuestos paralelos		✓	✓	✓	✓
4 lados de igual longitud			✓		✓
4 ángulos rectos				✓	✓
La longitud de sus dos diagonales es igual				✓	✓
Las diagonales se cortan perpendicularmente			✓		✓

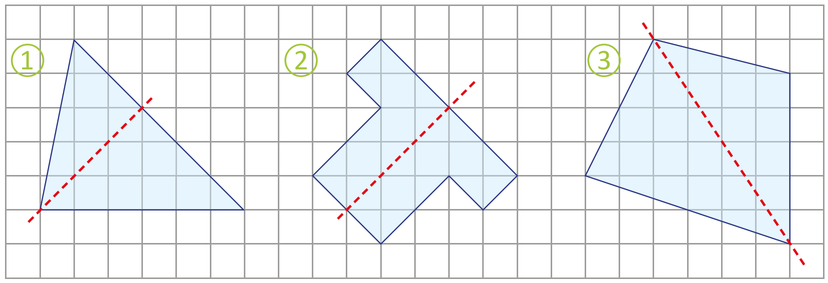
3. Calcula el perímetro de la siguiente figura.



4. Encuentra el valor del ángulo x en el paralelogramo. Justifica tu respuesta.

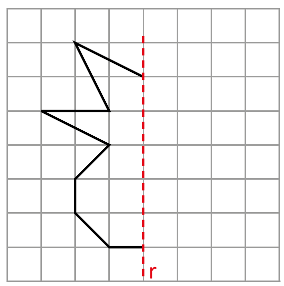


5. Identifica cuál de las siguientes figuras es simétrica con respecto al eje indicado:

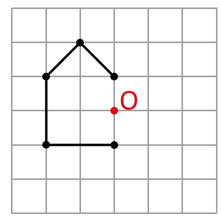


Solo 2 es simétrica ya que se puede doblar por el eje de tal forma que se sobrepongan dos partes iguales.

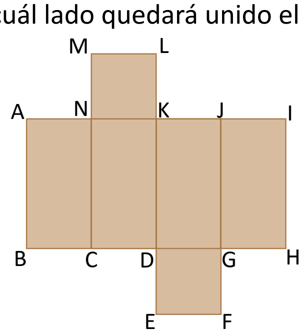
6. Completa la figura para que sea simétrica, respecto al eje r.



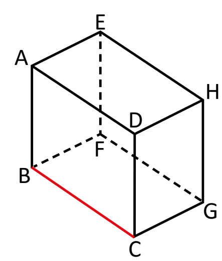
7. Completa la figura para que tenga simetría puntual, con centro de simetría el punto O.



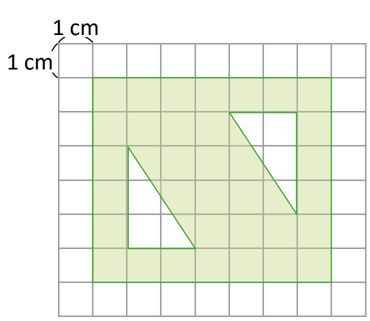
8. Al armar el patrón que se muestra, responde:
   a. ¿Con cuál lado quedará unido el lado IJ?
   b. ¿Con cuál lado quedará unido el lado EF?
   c. ¿Con cuál lado quedará unido el lado CD?



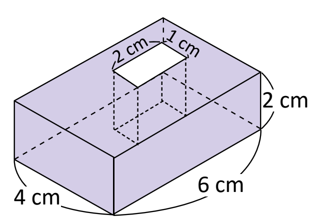
9. Observa el prisma y responde:
   a. ¿Con qué caras es perpendicular la arista AB?
   b. ¿Con qué aristas es perpendicular la arista BC?



10. Encuentra el área de la figura coloreada.



11. Calcula el volumen del cuerpo geométrico compuesto.



Indicador de logro:

Resuelve problemas sobre geometría.

Solución de problemas:

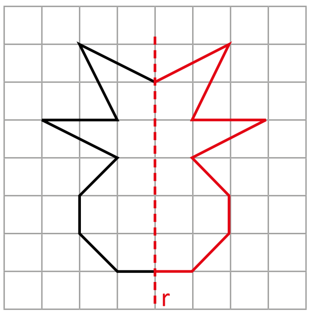
3. El perímetro del triángulo se calcula sumando las longitudes de sus tres lados:

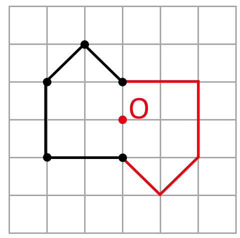
$$\text{perímetro} = 6 + 5 + 8 = 19$$

R: 19 cm

4. Como es un paralelogramo, sus ángulos opuestos son de igual medida. Por lo tanto, el valor de x es 45°.

R: 45°

6. 

7. 

8. a. **R:** Con el lado ML.
   b. **R:** Con el lado BC.
   c. **R:** Con el lado DE.

9. a. **R:** Con ADHE y BCGF.
   b. **R:** Con DC, CG, AB y BF.

10. Se calcula el área total del rectángulo de 7 cm de base y 6 cm de altura:

$$\text{área total} = 7 \times 6 = 42$$

El área total es 42 cm^2. Luego, se calcula el área sin sombrear de los dos triángulos rectángulos, la cual es igual a tener un rectángulo de 2 cm de base y 3 cm de altura

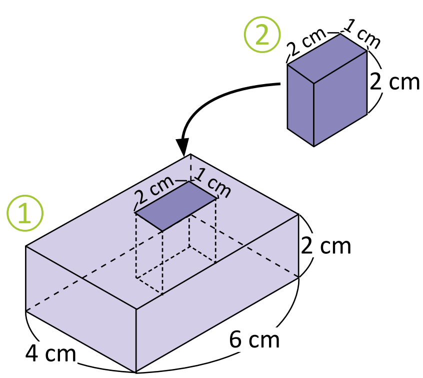
$$\text{área sin sombrear} = 2 \times 3 = 6$$

El área sin sombrear es 6 cm^2. Finalmente, se resta del área total, la obtenida anteriormente:

$$42 - 6 = 36$$

R: 36 cm^2

11. Se completa un prisma rectangular:



Volumen de 1:

$$6 \times 4 \times 2 = 48 \longrightarrow 48\ cm^3$$

Volumen de 2:

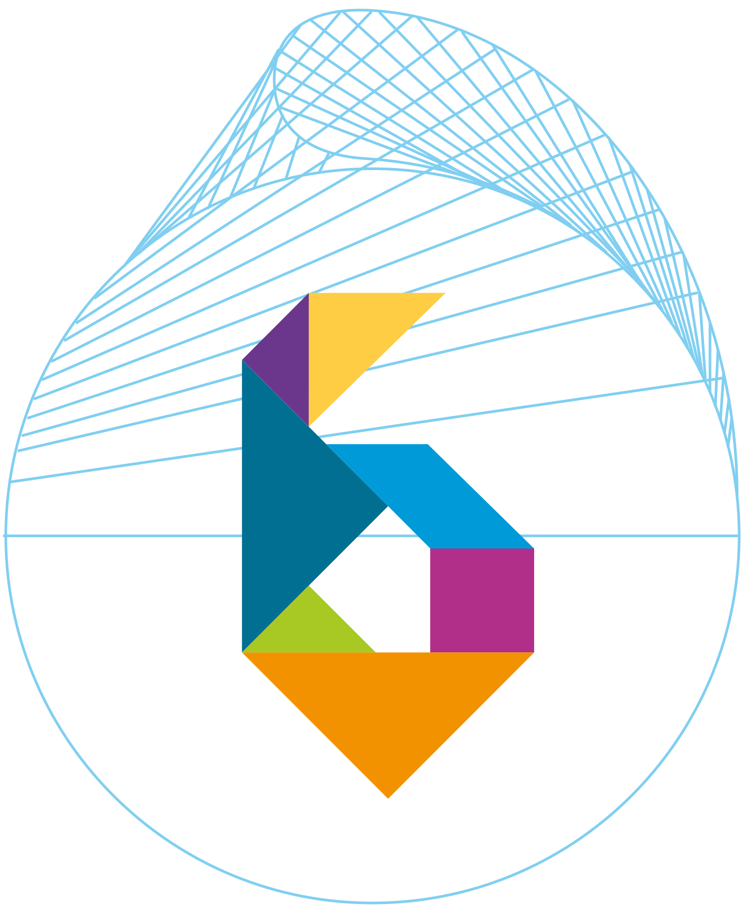
$$2 \times 1 \times 2 = 4 \longrightarrow 4\ cm^3$$

Volumen total:

$$48 - 4 = 44 \longrightarrow 44\ cm^3$$

R: 44 cm^3

REPÚBLICA DE EL SALVADOR EN LA AMÉRICA CENTRAL



Guía metodológica **Matemática** Segunda edición

6

Tomo 2