GOBIERNO DE
EL SALVADOR

MINISTERIO
DE EDUCACIÓN

Matemática 7

Tomo 1

Guía metodológica
Segunda edición

ESMATE

JICA

Tomo 1 7 Guía metodológica Matemática Segunda edición

MINISTERIO
DE EDUCACIÓN

GOBIERNO DE
EL SALVADOR

Matemática 7

Tomo 1

Guía metodológica
Segunda edición

ESMATE

JICA

Equipo técnico autoral y de diagramación del Ministerio de Educación

Ana Ester Argueta Aranda
Erick Amílcar Muñoz Deras
Reina Maritza Pleitez Vásquez
Diana Marcela Herrera Polanco
Francisco Antonio Mejía Ramos
Norma Elizabeth Lemus Martínez
Salvador Enrique Rodríguez Hernández
César Omar Gómez Juárez

Diseño y revisión de diagramación

Francisco René Burgos Álvarez
Judith Samanta Romero de Ciudad Real

Corrección de estilo

Mónica Marlene Martínez Contreras
Marlene Elizabeth Rodas Rosales
Ana Esmeralda Quijada Cárdenas

Cooperación Técnica de Japón a través de la Agencia de Cooperación Internacional del Japón (JICA).

Imagen de portada con fines educativos, en ella se pueden apreciar transformaciones de figuras, proporciones y potencias de números. La imagen se construye a partir de una secuencia de cuadrados.

372.704 4
M425 Matemática 7 [recurso electrónico] : tomo 1 : guía metodológica / Ana Ester Argueta Aranda, Erick Amilcar Muñoz Deras, Reina Maritza
slv Pleitez Vásquez, Diana Marcela Herrera Polanco, Francisco Antonio Mejía Ramos, Norma Elizabeth Lemus Martínez, Salvador Enrique Rodríguez Hernández, César Omar Gómez Juárez. -- 2ª ed. -- San Salvador, El Salv. : MINED, 2019.
1 recurso electrónico, (240 p. : il., 28 cm.) -- (Esmate)
Datos electrónicos (1 archivo : pdf, 66.8 mb). -- www.mined.gob.sv/index.php/esmate.
ISBN 978-99961-347-9-1 (E-Book)
1. Matemáticas-Libros de texto. 2. Matemáticas-Ejercicios, problemas, etc. 3. Educación primaria-Libros de texto. I. Argueta Aranda, Ana Ester, coaut. II. Título.

Estimados docentes:

Reciban un cordial saludo, por medio del cual les expresamos nuestro agradecimiento por la importante labor que realizan en beneficio de la ciudadanía salvadoreña.

Como Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología (MINEDUCYT) a través del Proyecto de Mejoramiento de los Aprendizajes de Matemática en Educación Básica y Educación Media (ESMATE) hemos diseñado para ustedes la Guía metodológica para la asignatura de Matemática, que se convertirá en una herramienta importante para la labor docente que realizan día con día.

El objetivo principal de este recurso es brindarles orientaciones concretas para el desarrollo de las clases de esta asignatura y lograr así una mejora significativa en los aprendizajes de los estudiantes salvadoreños.

Es importante destacar que la Guía metodológica está en correspondencia con las clases propuestas en el Libro de texto y Cuaderno de ejercicios diseñados para los estudiantes, concretizando de esta manera lo establecido en el Programa de estudio de Matemática.

No dudamos que aprovecharán al máximo este recurso y estamos seguros de que pondrán todo su esfuerzo y dedicación para seguir contribuyendo al desarrollo de nuestro querido país.

Atentamente,

Carla Evelyn Hananía de Varela
Ministra de Educación, Ciencia y Tecnología

Ricardo Cardona Alvarenga
Viceministro de Educación

Índice

I. Introducción

La presente Guía metodológica (GM) forma parte de una serie de materiales elaborados por el equipo del Proyecto de Mejoramiento de los Aprendizajes de Matemática en Educación Básica y Educación Media (ESMATE) del Ministerio de Educación, con la finalidad de contribuir a la mejora de los procesos de aprendizaje en la asignatura de Matemática.

La segunda edición, contiene dos tomos, en los cuales se han incorporado las sugerencias y observaciones brindadas por los docentes de tercer ciclo del sistema educativo nacional.

En esta GM se explican con detalle todos los elementos que deben considerarse para realizar el proceso de aprendizaje, con base en la resolución de problemas planteados para lograr el desarrollo de las competencias en los estudiantes. Su uso permitirá al docente abordar la clase de forma efectiva y optimizar el uso del Libro de texto (LT) y el Cuaderno de ejercicios (CE).

Los principales objetivos que se pretenden lograr con el uso de esta guía son los siguientes:

1. Orientar la planificación de la clase a partir de una propuesta de contenidos e indicadores organizados temporalmente en lecciones y unidades.
2. Ofrecer sugerencias metodológicas concretas y pertinentes que ayuden a los docentes y estudiantes en la comprensión de los contenidos.
3. Proponer estrategias concretas para el desarrollo de los indicadores de logros que permitan el abordaje de las competencias matemáticas que deben alcanzar los estudiantes.

El MINED ofrece al sistema educativo nacional estos materiales con la convicción de que el uso pertinente de estos, permitirá fortalecer la práctica docente y así desarrollar de manera efectiva los aprendizajes de los estudiantes. Para lograr este propósito, a continuación se establecen los puntos de partida esenciales para su implementación:

1. **Importancia fundamental del aprendizaje de la matemática:** el desarrollo del razonamiento matemático genera en los estudiantes competencias para resolver problemas complejos, analizar situaciones, ser creativos, críticos, eficientes, pragmáticos y lógicos; capacidades que les permitirán vivir como ciudadanos comprometidos consigo mismos y con el desarrollo sostenible de sus comunidades, ya que los saberes matemáticos permiten reconocer que la ciencia está presente en todo lo que nos rodea, por lo que cualquier objeto de la realidad puede ser utilizado como herramienta tecnológica que ayude a resolver situaciones problemáticas, las cuales enfrentará día con día cada estudiante.

2. **Rol fundamental del docente y protagonismo del estudiante:** la labor del docente se vuelve determinante en la formación del estudiante, de ahí su importancia para que el sistema educativo logre sus propósitos; estos materiales están estructurados de tal manera que el docente tenga herramientas oportunas para "asistir" el aprendizaje, es decir, con la mirada puesta en el logro del aprendizaje de cada estudiante, lo cual implica que ellos sean los protagonistas en las clases. Este protagonismo se evidencia con el logro de los indicadores de aprendizaje en cada clase, los cuales se convierten en "peldaños" para desarrollar las competencias de unidad y para lograr que los estudiantes utilicen todos los saberes alcanzados para resolver exitosamente problemas simples y complejos. Esto tiene como base, el conocimiento y la comprensión de cada indicador y su concreción en cada una de las clases propuestas.

3. **Secuencia de la clase, experiencia auténtica del aprendizaje**: el protagonismo del estudiante se traduce en la propuesta de la secuencia de la clase, la cual contiene los siguientes pasos o momentos:

- Problema inicial
- Solución del problema inicial
- Conclusión
- Problemas y ejercicios

El análisis de esta secuencia se desarrolla describiendo la intencionalidad de cada elemento de la clase. De esta forma, se propone un itinerario para que los estudiantes, asistidos por sus docentes, construyan los conceptos y logren las competencias requeridas.

4. **Sintonía determinante con la gestión escolar**: para optimizar la efectividad de estos materiales educativos, otro aspecto fundamental a considerar es la generación de un ambiente propicio para el desarrollo de los aprendizajes, el cual está unido estrechamente con la gestión administrativa y organización de la institución educativa. Entre los elementos de dicha gestión, se destaca como determinante la cantidad de horas clase efectivas que el personal docente desarrolla en el año escolar; la propuesta de contenidos está planteada para que sean desarrollados durante al menos 160 horas clase al año, las cuales se deben garantizar como condición indispensable en el logro de los aprendizajes.

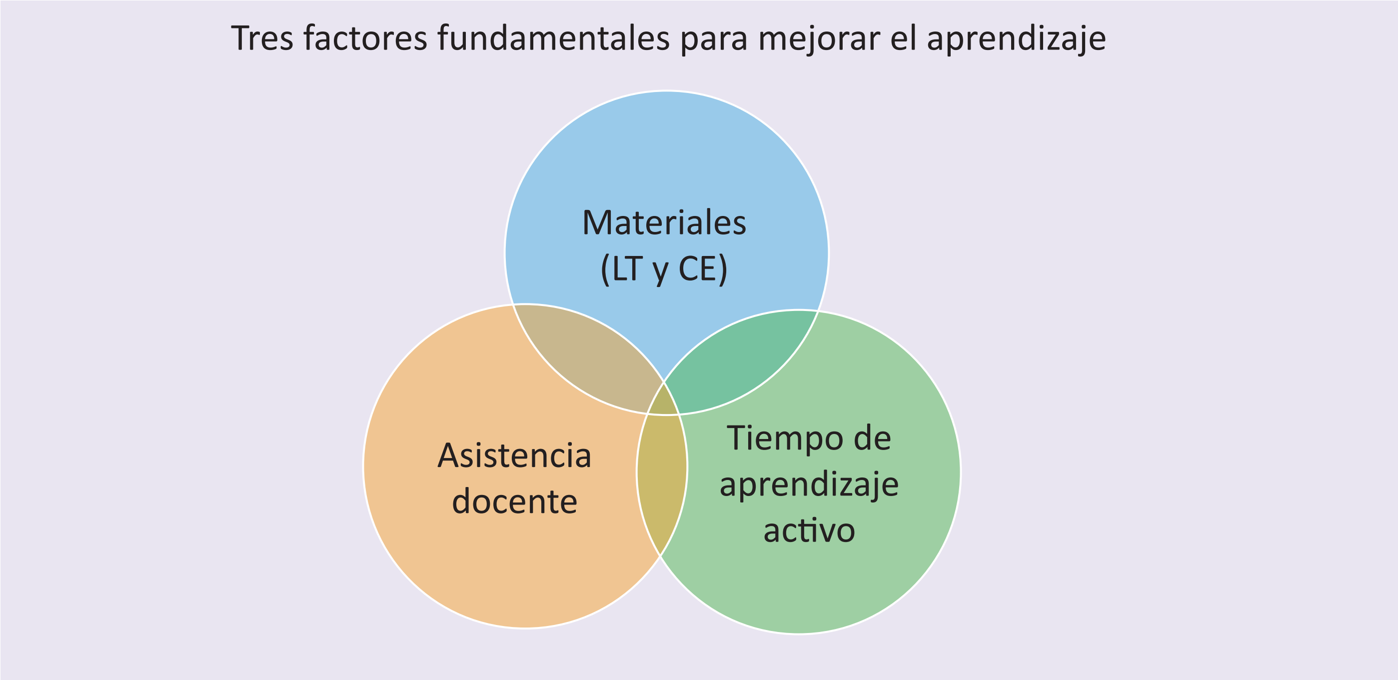
5. **Aprendizaje de los estudiantes en el hogar con el uso del Cuaderno de ejercicios**: el desarrollo de los saberes o de un contenido no solo está sujeto a la hora clase, sino que se prolonga al tiempo de estudio en sus hogares; por ello, se establece la práctica de problemas y ejercicios en los CE, para que el estudiante pueda seguir profundizando en la comprensión de los saberes matemáticos de cada una de las clases desarrolladas. Además, con esta prolongación de la clase al hogar, también se busca la implicación de la familia como espacio legítimo para la consolidación del saber e integración con la vida cotidiana.

Uno de los elementos importantes a mencionar de esta guía es el apartado **IV. Estructura de la Guía metodológica**, donde se explican las partes de la clase, la cual tiene especial relevancia, ya que en ella se profundiza por qué y para qué de cada elemento de la clase; además, describe las posibles limitaciones que los estudiantes tengan al desarrollar cada uno, como una forma de orientar al docente para aprovechar las oportunidades que ofrecen los errores en la construcción del aprendizaje. De esta forma, se considera que los docentes podrán interiorizar la intencionalidad de cada elemento y así tener más recursos para mejorar los logros de los aprendizajes en cada clase. También se propone, en esta parte, un prototipo de prueba de cada unidad, formulado en correspondencia directa con los indicadores de logro y los problemas planteados en cada clase, el cual puede ser de gran utilidad como una referencia para constatar los aprendizajes de cada estudiante en coherencia con todo el proceso.

Otro elemento relevante es el apartado **V. Orientación para el desarrollo de una clase de matemática con base en la resolución de problemas**, donde se describen cada uno de los elementos de la secuencia de la clase, las principales actividades que deben realizar los estudiantes en su proceso de aprendizaje y los docentes en la asistencia o mediación de los mismos. Se destacan además los aspectos que sugieren acciones específicas en sintonía directa con el protagonismo del estudiante y la función mediadora del docente.

Esta guía y demás materiales educativos han sido elaborados con la participación activa de muchos docentes a nivel nacional, que con su experiencia y empeño por la formación de los estudiantes, han hecho aportes significativos a cada uno de los elementos de los mismos. Siguiendo esta dinámica de participación, se considera importante asumir estos materiales como una propuesta flexible y mejorable, donde el personal docente deberá hacer las adecuaciones que considere necesarias para apoyar el aprendizaje de sus estudiantes.

La meta del uso de estos materiales educativos es el mejoramiento del aprendizaje de los estudiantes, quienes asumirán la responsabilidad del futuro del país; y como parte de la estrategia que se propone, a continuación se presentan los factores relacionados con dicha finalidad:



Estos tres factores constituyen las prioridades estratégicas: los **Materiales**, como el LT y el CE, el **Tiempo de aprendizaje activo** dentro de la clase y en el hogar y la **Asistencia** o **Facilitación** del docente para propiciar el aprendizaje.

Materiales

Para garantizar la efectividad y eficiencia del aprendizaje se necesita un material que tenga <u>la secuencia didáctica apropiada y el nivel de complejidad razonable</u>, basado en el nivel de comprensión de los estudiantes, es decir, los contenidos de dicho material tienen que ser académica y didácticamente adecuados y al mismo tiempo ser más amigables para el aprendizaje.

Para satisfacer la primera necesidad mencionada, en los dominios cognitivos que se desarrollarán en la asignatura de Matemática deben estar estrictamente reflejadas las competencias establecidas por el MINED. Para cumplir la segunda necesidad, el contenido del LT debe corresponder lo más cercanamente posible a las necesidades académicas que tienen los estudiantes salvadoreños.

Tiempo de Aprendizaje Activo

Es importante destacar que como un paso previo a la elaboración de estos materiales de texto, el MINED realizó una investigación en las aulas y detectó una característica no favorable, que el tiempo disponible en el aula para el aprendizaje activo es insuficiente, en consecuencia, se ha limitado el desarrollo de las capacidades de los estudiantes, es así que en el LT que se ha elaborado, se recomienda a los docentes que aseguren un espacio de al menos 20 minutos para que cada uno de los estudiantes aprenda activamente por sí mismo o interactivamente con sus compañeros.

Aprendizaje Activo

1. En forma individual
   ¿En qué momento se fortalecen los aprendizajes?
   Cuando un estudiante está trabajando individualmente, leyendo el LT, resolviendo problemas en su cuaderno de apuntes etc., se aprende activamente. Por el contrario, cuando el estudiante solo está escuchando lo que está explicando el docente, se aprende menos porque su actitud de aprendizaje será pasiva en forma general.

   Por esta razón, se recomienda al docente que garantice un espacio de tiempo donde cada uno de sus estudiantes aprenda activamente en forma individual.

2. En forma interactiva
   En la práctica docente, muchas veces se provee asistencia a uno o dos alumnos en forma particular, dejando sin atención al resto de estudiantes ya que es un hecho que es difícil brindar asistencia a todos los estudiantes, aunque todos tienen la necesidad de aprender.

¿Existe otra alternativa para que todos los alumnos reciban asistencia oportuna?
Se debe generar aprendizaje interactivo entre alumnos (o aprendizaje mutuo), ya que este tiene varias ventajas, primero, el trabajo en parejas, si un estudiante no entiende un contenido, puede consultar a su compañero sin perder el tiempo (sin esperar la asistencia de parte del docente); segundo, el estudiante que explica a sus compañeros, profundiza su comprensión a través de la explicación en forma verbal; tercero, los alumnos a quienes no se puede dar asistencia en forma individual tendrán más oportunidad de aprender en forma oportuna y cuarto, se genera un ambiente de convivencia en el aula.

Por lo que se recomienda que realicen primero el trabajo individual y luego el aprendizaje interactivo.

Se espera que cada uno de los estudiantes intente resolver los problemas y ejercicios planteados en las páginas del LT, durante (por lo menos) 20 minutos en cada clase. Con esta actividad individual (o interactiva) se pretende contribuir al fortalecimiento del aprendizaje de los estudiantes y por consiguiente a mejorarlo, así como incrementar la capacidad de interpretación de la situación problemática planteada.

Antes de finalizar este punto, cabe mencionar que, además del LT el CE pretende garantizar como mínimo 20 minutos de Aprendizaje Activo en el hogar. Sumando 20 minutos en el hogar a otros 20 minutos de Aprendizaje Activo en la clase, y esforzándose durante 160 días, se espera que se cumpla la siguiente relación:

(20 minutos + 20 minutos) × 160 días = Mejora de aprendizajes.

Se invita a todos los docentes del país a estar conscientes de esta fórmula.

Asistencia y facilitación

El MINED se propone cambiar el paradigma acerca del rol de los docentes, de **enseñar** hacia **asistir el aprendizaje**. Tradicionalmente, en el proceso de enseñanza se hacen esfuerzos por responder **¿qué es lo que hace el docente?**, en vez de preocuparse por saber **¿qué es lo que lograron los estudiantes?** Centrarse en el aprendizaje es un esfuerzo genuino, el cual debe ser la base para evaluar el desempeño docente.

Las actividades del docente deben ser planificadas para elevar el nivel de aprendizaje, y preocuparse por el resultado del aprendizaje de los estudiantes.

Elementos de una clase del Libro de texto

La siguiente página corresponde a la clase 3.2 de la unidad 6.

Indica el número de la lección.

Hace referencia al número de la clase.

Cuando aparezca este ícono, significa que los estudiantes pueden utilizar la calculadora para resolver el problema.

En el primer momento de la clase, el estudiante debe pensar una solución a partir de una situación problemática, la cual permite introducir el contenido que se desarrollará.

En este segundo momento de la clase, el libro de texto propone una o varias formas de resolver el problema planteado.

Se consolida el contenido, aquí se relaciona el problema inicial y la solución, para explicar con lenguaje matemático la finalidad del contenido.

En algunas clases se propone un problema más, para mejorar la comprensión del contenido.

Se presentan problemas y ejercicios para que el estudiante practique lo aprendido.

Indica la unidad a la que corresponde la clase.

3.2 Regla de tres simple directa con porcentaje

P

La tabla muestra el número de estudiantes y que corresponde al x%. Analiza si y es directamente proporcional a x, y en caso afirmativo, aplica la regla de tres simple directa para encontrar el número de estudiantes que corresponde al 90%.

Porcentaje (%)	10	...	50	...	90	100
No. Estudiantes	5	...	25	...	d	50

S

× 5

Porcentaje (%)	10	...	50	...	90	100
No. Estudiantes	5	...	25	...	d	50

× 5

Si son directamente proporcionales, entonces se aplica la regla de tres simple directa para encontrar la incógnita d.

$$10 : 5 = 90 : d$$
$$10d = 5 \times 90$$
$$d = 45$$

$$\frac{5}{10} = \frac{d}{90}$$
$$d = \frac{5 \times 90}{10}$$
$$d = 45$$

C

En situaciones que involucren porcentajes, se puede aplicar la regla de tres simple directa.

E

Encuentra el valor de la incógnita de cada caso, aplicando la regla de tres simple:

a) A una reunión donde se convocó a 125 personas, asistieron solamente el 80% de personas convocadas, ¿cuántas personas asistieron?

Porcentaje	80	100
Personas	b	125

$$80 : b = 100 : 125$$
$$100b = 80 \times 125$$
$$b = 100$$

$$\frac{b}{80} = \frac{125}{100}$$
$$b = \frac{80 \times 125}{100}$$
$$b = 100$$

b) En una escuela hay 750 estudiantes, ¿cuál es el porcentaje de niñas, si en total son 450?

Porcentaje	a	100
Personas	450	750

$$a : 450 = 100 : 750$$
$$750a = 450 \times 100$$
$$a = 60$$

$$\frac{450}{a} = \frac{750}{100}$$
$$a = \frac{450 \times 100}{750}$$
$$a = 60$$

Encuentra la cantidad desconocida en cada problema, aplicando la regla de tres simple directa.

a) En un estudio de preferencia entre mango verde y maduro, se encuestaron a 150 personas y el 60% prefiere mango verde. ¿Cuántas personas respondieron que prefieren mango verde?

b) Un recipiente de forma cilíndrica está lleno de agua hasta 16 cm de profundidad y corresponde al 40% de la profundidad del recipiente, ¿de cuántos centímetros es la profundidad de este recipiente?

Unidad 6

135

Información complementaria: en el libro se utilizan algunos elementos que facilitan el aprendizaje de los contenidos, como presaberes, pistas, información adicional relacionada con la historia de la matemática, y se representan con diferentes colores:

Presaberes	Pista	Información adicional

Distribución de las clases: el libro está compuesto por 8 unidades didácticas, cada una formada por diferentes lecciones y estas últimas compuestas por distintas clases. En la numeración del título de cada clase, el primer número indica la lección y el segundo indica la clase.

Además al finalizar cada unidad o cada lección siempre aparecen algunos problemas sobre todas las temáticas abordadas, estas clases reciben el nombre de **Practica lo aprendido**.

1. Programación anual

Trimestre	Mes	Unidad (Horas)	Pág. de GM (Pág. de LT)	Contenidos
Primero	Enero	U1: Números positivos, negativos y el cero (8)	27 – 49 (1 – 10)	• Números positivos, negativos y el cero para la temperatura. • Ubicación respecto a un punto de referencia. • Diferencia de una cantidad respecto a otra cantidad de referencia. • Recta numérica. • Comparación de números positivos y negativos. • Valor absoluto. • Orden de los números negativos y su valor absoluto. • Desplazamiento en la recta.
	Febrero	U2: Suma y resta de números positivos, negativos y el cero (12)	51 – 79 (11 – 24)	• Suma de números positivos, negativos y el cero. • Resta de números positivos, negativos y el cero. • Sumas y restas combinadas de números positivos, negativos y el cero.
	Febrero Marzo Abril	U3: Multiplicación y división de números positivos, negativos y el cero (26)	81 – 139 (25 – 52)	• Multiplicación de números positivos, negativos y el cero. • Potencia de un número. • División de números positivos, negativos y el cero. • Fracciones negativas. • Recíproco de un número. • Operaciones con suma, resta, multiplicación, división o potenciación combinadas. • Conjuntos numéricos. • Mínimo común múltiplo y máximo común divisor. • Relación entre los múltiplos y divisores de un número. • Números primos y compuestos. • Descomposición de un número en factores primos. • Máximo común divisor por descomposición en factores primos. • Mínimo común múltiplo por descomposición en factores primos. • Aplicación del mcm y MCD.
	Abril	U4: Comunicación con símbolos – continúa en el segundo trimestre – (9)	141 – 162 (53 – 62)	• Uso de variable. • Reglas de representación de expresiones algebraicas.
Segundo	Abril Mayo Junio	U4: Comunicación con símbolos – continuación – (24)	163 – 215 (63 – 86)	• Traducción de expresiones algebraicas al lenguaje coloquial y viceversa. • Valor numérico de una expresión algebraica. • Términos y coeficientes de una expresión algebraica. • Multiplicación y división de una expresión algebraica por un número. • Reducción de expresiones algebraicas. • Suma y resta de dos expresiones algebraicas. • Operaciones combinadas que incluyen expresiones algebraicas. • Representación de relaciones entre expresiones matemáticas.

<table>
<tr><th>Trimestre</th><th>Mes</th><th>Unidad
(Horas)</th><th>Pág. de GM
(Pág. de LT)</th><th>Contenidos</th></tr>
<tr><td rowspan="2">Segundo</td><td>Junio</td><td rowspan="2">U5: Ecuaciones de primer grado (25)</td><td rowspan="2">217 – 276
(87 – 112)</td><td rowspan="2">• Expresión de igualdades matemáticas.
• Ecuación de primer grado.
• Identificación de la solución de una ecuación de primer grado.
• Propiedades de una igualdad.
• Solución de una ecuación de primer grado aplicando las propiedades de una igualdad.
• Aplicación de ecuaciones de primer grado a situaciones del entorno.</td></tr>
<tr><td>Julio</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="5">Tercero</td><td>Julio</td><td rowspan="3">U6: Proporcionalidad directa e inversa (23)</td><td rowspan="3">277 – 332
(113 – 138)</td><td rowspan="3">• Función.
• Identificación y representación de la relación de dos cantidades directamente proporcionales.
• Lectura y ubicación de un par ordenado en el plano cartesiano.
• Gráfica de una relación de proporcionalidad directa.
• Identificación y representación de la relación de dos cantidades inversamente proporcionales.
• Gráfica de una relación de proporcionalidad inversa.
• Aplicación de la regla de tres simple directa e inversa.</td></tr>
<tr><td>Agosto</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Septiembre</td></tr>
<tr><td>U7: Gráfica de faja y circular (6)</td><td>333 – 355
(139 – 150)</td><td>• Lectura y construcción de una gráfica de faja.
• Lectura y construcción de una gráfica circular.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">U8: Figuras planas y construcción de cuerpos geométricos (27)</td><td rowspan="2">357 – 436
(151 – 188)</td><td rowspan="2">• Puntos y rectas en el plano.
• Traslación, simetría y rotación de figuras.
• Elementos de un círculo.
• Simetría de dos círculos que se intersecan (de igual y distinto radio).
• Perpendicularidad del segmento que une los radios de dos círculos con el que une la intersección de sus circunferencias.
• Construcciones utilizando regla y compás: hexágono, triángulo equilátero, rectas perpendiculares, distancia entre un punto y una recta, distancia entre rectas paralelas, mediatriz de un segmento, bisectriz de un ángulo y tangente a una circunferencia.
• Longitud de arco y área de un sector circular.
• Incentro de un triángulo.
• Cuerpos geométricos.
• Punto, rectas y planos en el espacio.
• Área total del prisma, pirámide y cilindro.</td></tr>
<tr><td></td><td>Octubre</td></tr>
</table>

Para desarrollar todo el contenido establecido, se debe cumplir la programación mostrada.

2. Apartados de la Unidad

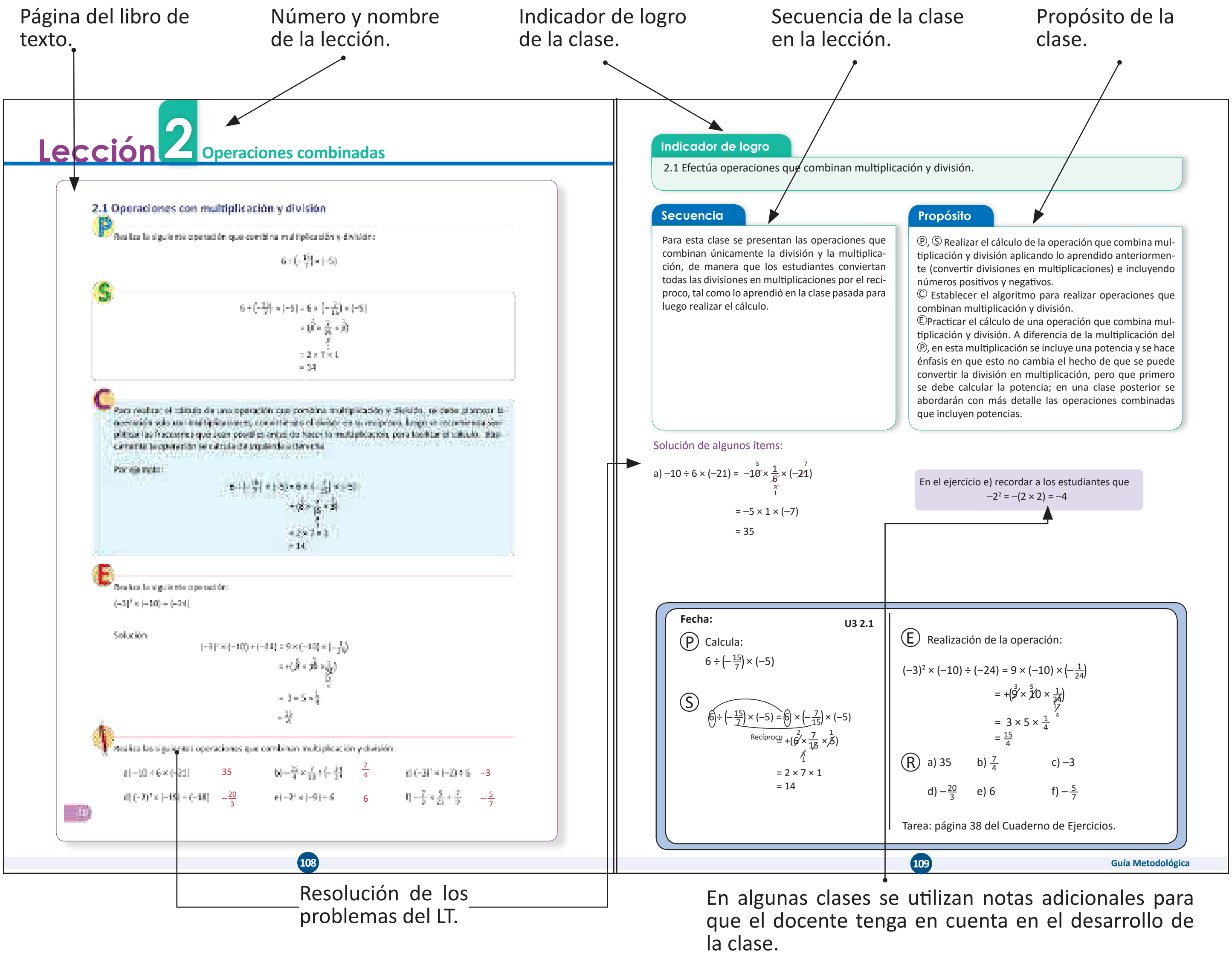
a) Competencia de la unidad: describe las capacidades que los estudiantes deben adquirir al finalizar la unidad.
b) Relación y desarrollo (entre el grado anterior y el posterior): muestra en qué grado los estudiantes aprendieron los presaberes y en qué grado darán continuidad al contenido.
c) Plan de estudio de la unidad: presenta el contenido de cada clase.
d) Puntos esenciales de cada lección: describe los elementos importantes de las lecciones por unidad.

3. Prueba de la Unidad

Se presenta un ejemplo de la prueba para medir tanto el nivel de comprensión por parte de los estudiantes como el nivel de alcance del objetivo de la unidad por parte de los docentes. Si el rendimiento es bajo en algunos problemas, los docentes deben pensar en cómo mejorarlo y al mismo tiempo, tratar que este bajo rendimiento no sea un obstáculo para el siguiente aprendizaje. De esta manera, los docentes podrán utilizar esta prueba para discutir los resultados con sus colegas, ya sea de la misma institución o de otras.

4. Elementos de las páginas de la GM

Una de las novedades de la segunda edición de la GM es que la página del LT y el plan de pizarra aparece más grande con el objetivo que facilite el desarrollo de la clase a los docentes.



En el desarrollo de los problemas de algunas clases, se presenta información adicional e importante para el docente, esto se hace a través de un cuadro como el siguiente:

Información importante para el docente.

1. Recomendación pedagógica para el desarrollo de la clase

En consonancia con el Programa de Estudio anterior, esta nueva versión también sugiere el desarrollo de las clases de Matemática basándose en el socioconstructivismo a través del enfoque de Resolución de Problemas. En las clases impartidas con este enfoque el centro del proceso de los aprendizajes son los estudiantes, por lo que ellos mismos construyen sus conocimientos y procedimientos a partir de la situación didáctica o problemática planteada. En este proceso, el rol principal del docente es facilitar o asistir en el aprendizaje de los estudiantes; para lo cual deberá seguir el procedimiento que se detalla a continuación:

Pasos	Proceso de aprendizaje (estudiante)	Proceso de asistencia de aprendizajes (docente)	Puntos que se deben tomar en cuenta en la asistencia
1	Confirmación de la respuesta de los problemas de la tarea y recordatorio de presaberes.	Verificar la respuesta correcta de los problemas de la tarea y asegurarse que están realizando los primeros ítems de cada grupo de problemas en el CE.	Utilizar como máximo 3 minutos para este paso.
2	Resolución individual del problema inicial de la clase.	Orientar para que lean el problema inicial de la clase, confirmar el nivel de comprensión de los estudiantes sobre el tema y luego invitarles a que resuelvan de manera individual.	- Mientras los estudiantes resuelven el problema inicial, el docente debe desplazarse en el aula, para verificar los avances y las dificultades que presenten. - Si presentan dificultades, deberá indicarles que lean la solución del LT. - Utilizar como máximo 6 minutos.
3	Aprendizaje interactivo con sus compañeros.	Fomentar el trabajo entre compañeros para que consulten entre ellos las soluciones y dudas.	- En un primer momento, que trabajen por parejas, gradualmente puede aumentar el número de integrantes por equipo, hasta un máximo de cuatro. - Si tienen dificultades, indicarles que lean la solución del LT.
4	Socialización de la solución y la conclusión de la clase.	Orientar para que lean la solución y conclusión de la clase.	Si se considera necesario, se debe explicar la solución o invitarles a que socialicen la solución en plenaria.

5	Resolución del primer ítem de la sección de problemas y ejercicios (aprendizaje activo).	Indicar que resuelvan el primer ítem de la sección de problemas.	Si hay estudiantes que ya resolvieron el primer ítem, invitarles a que trabajen los demás.
6	Evaluación del primer ítem de los problemas.	Verificar la solución del primer ítem de todos los estudiantes y asegurarse que las respuestas son correctas.	- Mientras los estudiantes trabajan, el docente debe desplazarse en el aula revisando el primer ítem de todos los estudiantes. - Dependiendo de la dificultad, el docente puede explicar la solución o simplemente la respuesta.
7	Resolución del resto de ítems.	Orientar para que realicen el resto de ítems. Luego verificar si las respuestas son correctas y orientar para que hagan nuevamente los problemas en los que se equivocaron.	A los estudiantes que terminan primero, se les indica que apoyen a sus compañeros.
8	Tomar nota de la tarea para la casa.	Asignar la tarea del CE, o de los ítems que no se resolvieron del LT.	Si no se logran resolver todos los problemas de la clase del LT, se pueden asignar como tarea, pero analizando la cantidad de tareas que tengan los estudiantes.

Tal como se presentó en la estrategia para el mejoramiento de los aprendizajes de los estudiantes, se deben garantizar como mínimo 20 minutos de aprendizaje activo, esto se logrará si se sigue el proceso presentado anteriormente, sobre todo en los pasos 2, 3, 5 y 7.

2. Puntos importantes a considerar en la facilitación del aprendizaje

a. Uso adecuado del tiempo

En el Programa de Estudio se proporcionan los indicadores de logro y los contenidos que deben ser desarrollados en el número de horas de clase establecidas en este mismo documento curricular. Según el programa, se establece que una clase debe durar 45 minutos y la carga horaria anual es de 200 clases. De acuerdo con este lineamiento, en este tiempo se debe facilitar el aprendizaje de todos los contenidos planteados. En este sentido, se requiere una eficiencia en el aprendizaje en función del tiempo establecido. Alcanzar el indicador de logro en 45 minutos no es una tarea sencilla, por lo que, a continuación, se presentan algunas técnicas para la facilitación de los aprendizajes.

■ Ubicación de los pupitres de los estudiantes

La forma para ubicar los escritorios o pupitres puede variar dependiendo del propósito de la clase, sin embargo, en la clase de Matemática básicamente se recomienda que los ubiquen en filas, es decir, todos los estudiantes viendo hacia la pizarra debido a las siguientes razones:

a. Facilidad para desplazarse entre los pupitres para verificar el aprendizaje de los estudiantes.
b. Facilidad para el aprendizaje interactivo entre compañeros.
c. Comodidad en la postura de los estudiantes para ver la pizarra.

■ Distribución del LT antes de iniciar la clase

En las aulas se tienen establecidas normas de conducta, pero será necesario que se incluya una más, que oriente a los estudiantes a tener preparados los recursos o materiales necesarios antes del inicio de la clase; por ejemplo, en el caso del LT de tercer ciclo, que debe utilizarse y luego se resguarda en la escuela; esta forma de proceder garantiza que los materiales estén protegidos, pero implica tiempo para la distribución al inicio de la clase. Una vez establecida esta norma, se puede asignar a algunos estudiantes la distribución del LT, de tal manera que se responsabilicen de repartirlos antes de iniciar la clase.

■ Tiempo que puede destinar para el recordatorio o repaso

El tiempo de una clase es limitado y cada una tiene su indicador de logro que todos los estudiantes deben alcanzar. Si se destinan más de 3 minutos en la parte inicial donde se recuerdan los presaberes, en la mayoría de los casos no se logrará alcanzar el indicador por falta de tiempo y este desfase irá provocando otros desfases en las clases posteriores; por consiguiente, en el año escolar no se conseguirá abordar todos los contenidos establecidos en el Programa de Estudio.

Cuando se detectan dificultades en la parte del recordatorio, muchas veces no se logra retroalimentar en un tiempo corto, sino que se requiere más tiempo para asegurar el presaber. Por ejemplo, en tercer ciclo usualmente se tienen dificultades en las operaciones básicas, pero para reforzar este dominio, se requiere de más tiempo para resolver problemas. Al desarrollar la parte del recordatorio entonces, el docente no debe olvidar que su propósito es dar una pista para poder resolver el problema de la clase de ese día, y el reforzamiento no es su propósito principal.

■ Tiempo que se debe destinar para la resolución individual en el Problema inicial de la clase

Tal como se estableció en el punto **1. Recomendación pedagógica para el desarrollo de la clase**, se deben utilizar 6 minutos. Muchas veces los estudiantes simplemente están esperando otra orientación del docente sin que sepan qué hacer en la resolución individual. En este caso, es mejor orientar un aprendizaje interactivo, invitándoles a que consulten con sus compañeros.

■ Tiempo insuficiente para terminar el contenido de una clase

Es posible que haya clases donde no alcance el tiempo por lo que quedarán ítems sin ser resueltos. Algunos docentes los toman como contenidos de otra clase y otros los asignan como tarea. Al tomar la primera medida, muchas veces se provocan desfases en el plan de enseñanza, y en el segundo caso, a veces quedan sobrecargadas las tareas, ya que los estudiantes además tendrán el CE cuyo uso principal es para las tareas. Por tanto, el docente puede tomar la decisión de reservar estos problemas sin resolverlos y utilizarlos para el reforzamiento previo a las pruebas o para asignar a los estudiantes que terminan rápido.

■ Formación del hábito de estudio en los tiempos extra en la escuela

En ocasiones, el tiempo de las clases no alcanza para la consolidación de los aprendizajes. En este caso, además de la asignación de la tarea, puede utilizar una alternativa de aprovechamiento del tiempo extra en la escuela. Según los horarios de las escuelas no hay un tiempo extra, pero en la práctica, sí existe. Por ejemplo, cuando el docente atiende alguna visita o emergencia antes de iniciar la clase o la jornada, antes de que esta termine o cuando termina una clase en menos de 45 minutos, etc., por lo que será mejor aprovechar este espacio de tiempo para realizar los problemas pendientes del LT. Principalmente, se puede aprovechar el tiempo para reforzar los contenidos básicos donde hay mayor dificultad.

■ Revisión de todos los problemas resueltos, garantizando que las respuestas son correctas

Revisar todos los problemas que hayan resuelto los estudiantes no es una tarea fácil, ya que implica bastante tiempo, por lo que se debe buscar una alternativa que resuelva esta situación. Para esto, es necesario formar dos hábitos en los estudiantes:

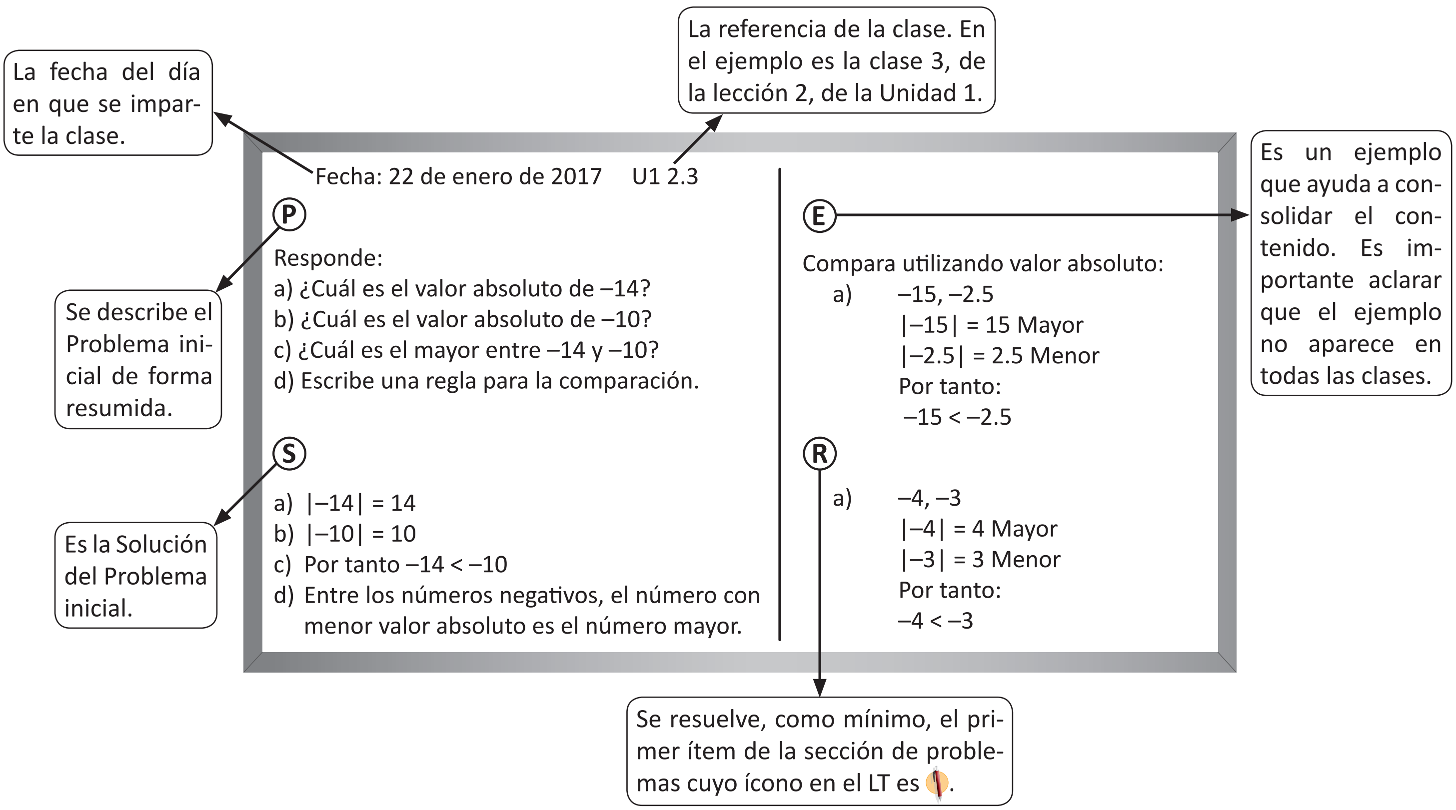
1. El hábito de autocorrección.
2. El hábito de realizar nuevamente los problemas donde se han equivocado.

Al formar el primer hábito, el docente consigue una opción para confirmar las respuestas correctas verbalmente o por escrito en la pizarra; para consolidarlo se puede invitar a los estudiantes a que intercambien los cuadernos para corregirse mutuamente. El segundo hábito permite que los estudiantes no se queden con dudas y esto ayudará a la formación de su personalidad ya que asigna valor al esfuerzo y motivación de lograr el aprendizaje.

Los siguientes puntos no se relacionan directamente con la gestión del tiempo, pero facilitarán la asistencia del docente en el proceso de aprendizaje.

b. Uso de la pizarra

La pizarra tiene la función de un cuaderno común entre el docente y los estudiantes, por lo que en ella debe ordenarse el desarrollo del aprendizaje de la clase. En esta guía se les propone utilizar la siguiente estructura en la pizarra, de acuerdo con el proceso de aprendizaje de matemática establecido en este mismo documento:



En este documento se les propone el uso de la pizarra para cada clase, la pizarra debe ser completada con la información correspondiente según sean los tiempos de cada paso de la clase y considerando los tiempos de aprendizaje activo del grupo de estudiantes.

c. Planificación

En esta guía se propone la planificación de cada clase y puede basarse en alla para impartir la clase, por lo que no es necesario elaborar en otra hoja la planificación, guión o carta didáctica. Incluso, si lo considera necesario, puede escribir algunos puntos importantes con lápiz de grafito (ya que la guía pertenece a la escuela y no al docente, por lo que no debe escribir con lapicero). En caso que considere necesario realizar una adecuación de acuerdo con la particularidad de sus estudiantes, puede elaborar un plan aparte; pero en tal caso, también puede elaborar solamente un plan de pizarra de acuerdo con la estructura anterior, ya que la pizarra es el resumen de todo el proceso de aprendizaje de una clase. A continuación se propone un ejemplo del plan de uso de la pizarra.

Fecha: ____________ Unidad: ________ Lección: ________

Indicador de logro: ____

Plan de pizarra:

Ⓟ

Ⓔ

Ⓢ

Ⓡ

Tarea:

Número de estudiantes que resolvieron el primer ítem:

Observaciones:

d. Uso del cuaderno del estudiante

Cada docente puede establecer el uso de cuaderno de apuntes del estudiante siempre y cuando se incluya: fecha de la clase, página del LT, tema del día, solución, problemas con respuestas correctas. A continuación se presenta un ejemplo del uso del cuaderno.

Fecha: 22 de enero de 2017 U1 2.3

Ⓟ

Responde:

a) ¿Cuál es el valor absoluto de –14?

b) ¿Cuál es el valor absoluto de –10?

c) ¿Cuál es el mayor entre –14 y –10?

d) Escribe una regla para la comparación.

Ⓢ

a) $|-14| = 14$

b) $|-10| = 10$

c) Por tanto $-14 < -10$

d) Entre los números negativos, el número con menor valor absoluto es el número mayor.

Ⓔ

Compara utilizando valor absoluto:

a) $-15, -2.5$

$|-15| = 15$ Mayor

$|-2.5| = 2.5$ Menor

Por tanto:

$-15 < -2.5$

Ⓡ

a) $-4, -3$

$|-4| = 4$ Mayor

$|-3| = 3$ Menor

Por tanto:

$-4 < -3$

e. Evaluar y brindar orientación necesaria desplazándose en el aula

Mientras los estudiantes resuelven el problema, el docente debe desplazarse en el aula para evaluar el nivel de comprensión del contenido, revisando el trabajo de los estudiantes y observando si han comprendido el enunciado.

Muchas veces se brinda asistencia individual a algunos estudiantes que han tenido dificultad, pero no alcanza el tiempo para atender a todos. La orientación debe realizarse de la siguiente manera: si el número de estudiantes que tienen dificultad es menor a cinco, brindar orientación individual, de lo contrario es mejor brindar otro tipo de orientación, tales como: explicación en plenaria, por grupo, a la hora de revisión de la respuesta correcta, entre otras.

f. Tratamiento a los estudiantes que terminan los problemas más rápido que el resto

Una sección está conformada por un grupo heterogéneo, por lo que siempre hay diferencias entre estudiantes, especialmente en el tiempo que se tardan en resolver los problemas. En la educación pública debe garantizarse igualdad de oportunidades para aprender, y en este sentido, si no se tiene orientación sobre qué hacer con los estudiantes que terminan los problemas antes que otros, ellos estarán perdiendo tiempo y se pueden convertir en un factor negativo para la disciplina del aula por no tener qué hacer. Para evitar esta situación y aprovechar el rendimiento de estos estudiantes, el docente puede establecer el siguiente compromiso: cuando terminen todos los problemas y los hayan revisado, entonces, ellos pueden orientar a sus compañeros. De esta manera, los que tienen dificultades pueden recibir orientación de sus compañeros, mientras los estudiantes que orientan también lograrán interiorizar el aprendizaje de la clase. Así mismo, el docente puede preparar otra serie de problemas para la fijación del contenido u otro tipo de problemas que tienen carácter de desafío, para que los estudiantes puedan seguir desarrollando sus capacidades.

g. Revisión de los cuadernos de apunte

Si no se brinda un monitoreo continuo sobre el uso del cuaderno, eventualmente puede que lo utilicen de manera desordenada, por lo que es necesario que se revise periódicamente su uso, en promedio, una vez al mes. La clave para esto es aumentar el número de revisiones al inicio del año escolar, de tal manera que los estudiantes sientan que están siendo monitoreados y se forme en ellos un hábito. Si se revisa hasta el último detalle del cuaderno, tal vez se necesite más tiempo, por lo que se puede revisar si sigue solamente la estructura del cuaderno de apuntes que se enseñó al inicio del año, el nivel de comprensión en el primer ítem y escribir un comentario sencillo felicitando el buen uso del cuaderno.

h. Revisión de las tareas o CE

De la misma manera que en la revisión de los cuadernos de apuntes, es necesario brindar un monitoreo continuo sobre la realización de las tareas. Además de verificar la realización de la tarea en el primer proceso de las clases, se puede programar periódicamente la revisión de la tarea o CE, prestando especial atención a los estudiantes que hayan cumplido con todas, los que hayan autorevisado con las respuestas correctas y los que resolvieron de nuevo los problemas donde se habían equivocado.

i. Formación del hábito de estudio en el hogar

Según el resultado de la prueba de matemática en el Tercer Estudio Regional Comparativo y Explicativo (TERCE), el resultado de los alumnos que estudian más de 30 minutos en el hogar es claramente mejor que los que estudian menos o nada. El tiempo ideal de estudio dependerá del grado, pero por lo general se consideran necesarios 10 minutos por grado, más 10 minutos. Por ejemplo, para el caso de 3.^{er} grado deberían ser $10 \times 3 + 10 = 40$ minutos. Formar el hábito de estudio de los estudiantes en el hogar es tarea no solamente del docente, sino también de los padres de familia y no es nada fácil. Por lo que, al inicio, se podría formar el hábito de estudio a través de la asignación de tareas.

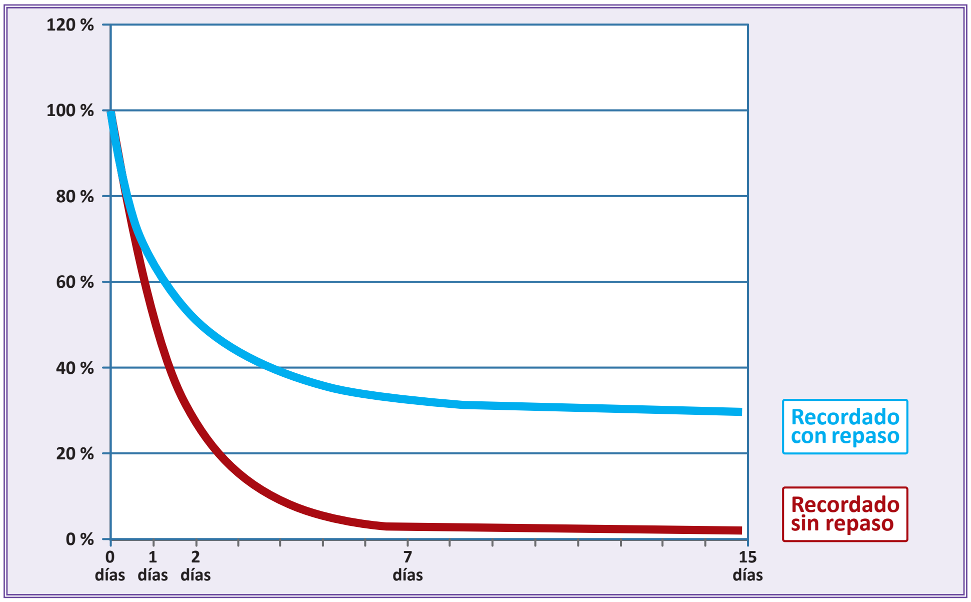
j. Ciclo de orientación, verificación, reorientación y felicitación

Como ciclo básico de todas las orientaciones que hace el docente, si se orienta una acción, se debe dar el monitoreo o verificación del cumplimiento de la misma. Luego, si los estudiantes cumplen, se les debe felicitar porque ya pueden hacerlo; en caso contrario, hay que orientar nuevamente sobre el asunto. Esto aplica en todas las orientaciones. Por ejemplo, si se asigna una tarea, se verifica si el estudiante la cumple, se le felicita y si no la realiza se debe reorientar. Este ciclo aplica también en la asistencia del aprendizaje, si se orienta respecto a un contenido y a través de la prueba se verifica que lo han hecho correctamente, se debe felicitar; en caso contrario, se debe reorientar. El ciclo parece sencillo, pero para cumplirlo continuamente se debe formar el hábito.

El CE que se le entrega a cada uno de los estudiantes como material fungible, tiene la finalidad de apoyar la fijación de los contenidos aprendidos ofreciendo los problemas para realizar en la casa, presentando algunos que tienen carácter de desafío para avanzar un poco más allá de lo que se aprende en la clase, integrar algunos temas transversales como la educación financiera, entre otros temas y formar el hábito de estudio en el hogar.

Muchas veces, al hablar de constructivismo, se da más énfasis al proceso de construcción de nuevos conocimientos por sí mismos, dejando de lado el proceso importante de la adquisición del buen dominio o interiorización de ese conocimiento como base para seguir construyendo otros conceptos más complejos. Para asegurar esta interiorización de un contenido se requiere mucha práctica.

Hermann Ebbinghaus, filósofo y psicólogo del siglo XIX, en la famosa **curva del olvido** muestra que como resultado de la memorización mecánica, un día después del aprendizaje, sin repasar, se mantiene en la memoria solamente el 50 % de lo memorizado, dos días después el 30 % y una semana después apenas el 3 %, tal como se muestra a continuación:



Tomando en cuenta este hecho, el Dr. Masaru Ogo experimentó en varios centros escolares de Japón una estrategia llamada "módulo de 3:3", donde los estudiantes refuerzan los problemas del mismo contenido durante tres días, obteniendo mejoras en el aprendizaje y logrando mejorar la curva del olvido, tal como se muestra en la línea celeste.

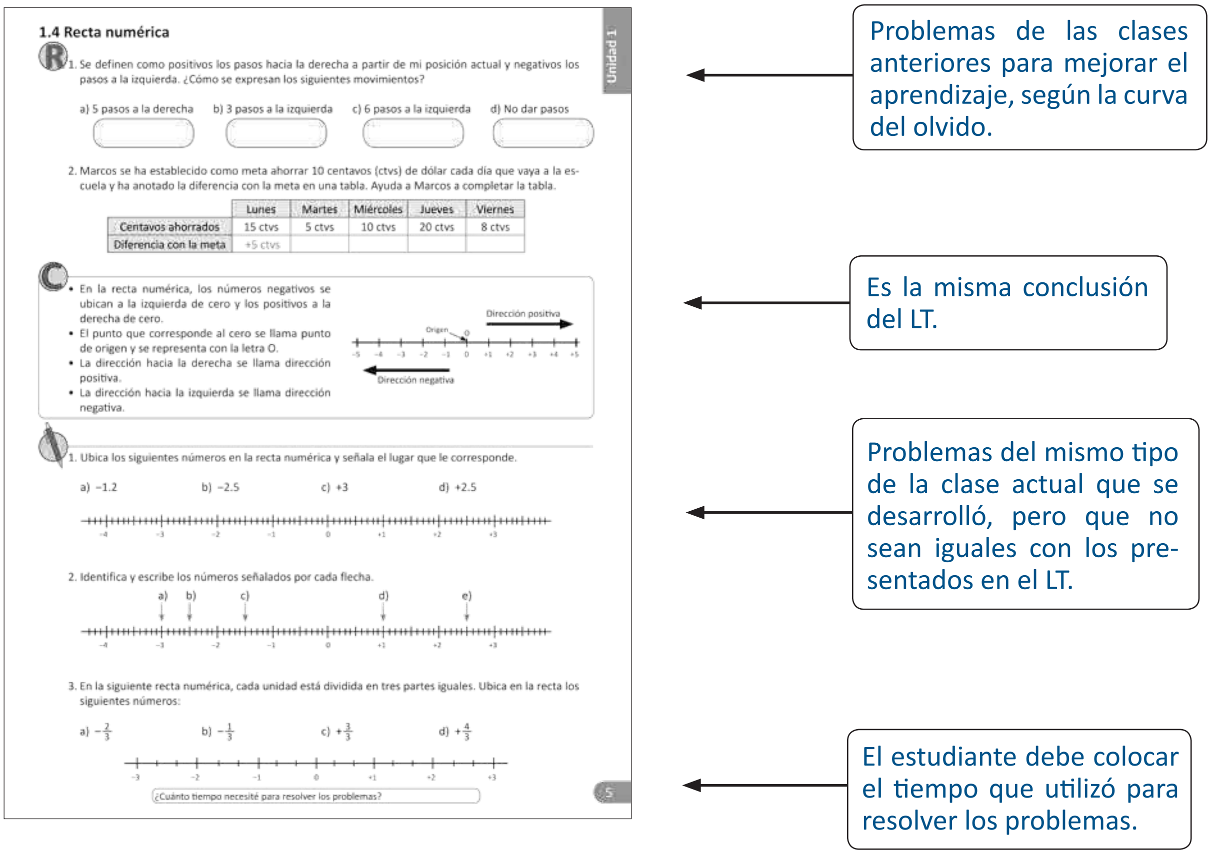
A veces, los problemas o ejercicios sencillos son catalogados como mecánicos; sin embargo, en estudios recientes, especialmente en el campo de neurología, hay una teoría de que los problemas simples activan más la parte de la corteza prefrontal del cerebro donde se encuentra la función de pensar, comunicar, controlar los sentimientos, etc., en comparación con los problemas complejos.

Para finalizar, la importancia de los problemas simples no debe faltar en los resultados de pruebas internacionales donde se evalúan clasificando los ítems, al menos en los dominios cognitivos del conocimiento y aplicación. En los resultados de estas pruebas siempre se obtiene mejor puntaje de conocimiento que de aplicación y claramente muestra correlación entre el puntaje del dominio del conocimiento y el puntaje del dominio de aplicación. De este hecho se puede interpretar que el dominio de conocimientos contribuye al dominio de aplicación, es decir, si se tiene buen dominio en conocimientos se puede mejorar el domino de aplicación.

Por medio del CE se pretende asegurar la interiorización de conocimientos básicos y luego desarrollar la aplicación.

Estructura del CE

Básicamente este documento está estructurado en correspondencia y de acuerdo con las páginas del LT. Para una clase del LT, hay una página correspondiente en el CE. Una página del CE tiene los siguientes elementos: recordatorio o retroalimentación de los contenidos de los días anteriores, conclusión del contenido del día y problemas del contenido del día. A continuación se presenta un esquema de la página:



1.4 Recta numérica

1. Se definen como positivos los pasos hacia la derecha a partir de mi posición actual y negativos los pasos a la izquierda. ¿Cómo se expresan los siguientes movimientos?

a) 5 pasos a la derecha b) 3 pasos a la izquierda c) 6 pasos a la izquierda d) No dar pasos

2. Marcos se ha establecido como meta ahorrar 10 centavos (ctvs) de dólar cada día que vaya a la escuela y ha anotado la diferencia con la meta en una tabla. Ayuda a Marcos a completar la tabla.

	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
Centavos ahorrados	15 ctvs	5 ctvs	10 ctvs	20 ctvs	8 ctvs
Diferencia con la meta	+5 ctvs				

- En la recta numérica, los números negativos se ubican a la izquierda de cero y los positivos a la derecha de cero.
- El punto que corresponde al cero se llama punto de origen y se representa con la letra O.
- La dirección hacia la derecha se llama dirección positiva.
- La dirección hacia la izquierda se llama dirección negativa.

Dirección positiva
Origen O
Dirección negativa

1. Ubica los siguientes números en la recta numérica y señala el lugar que le corresponde.

a) -1.2 b) -2.5 c) $+3$ d) $+2.5$

2. Identifica y escribe los números señalados por cada flecha.

a) b) c) d) e)

3. En la siguiente recta numérica, cada unidad está dividida en tres partes iguales. Ubica en la recta los siguientes números:

a) $-\frac{2}{3}$ b) $-\frac{1}{3}$ c) $+\frac{3}{3}$ d) $+\frac{4}{3}$

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

Uso general del CE

Al final de la clase de Matemática, se debe indicar como tarea el número de la página que corresponde al contenido de la clase del día. En el inicio de la siguiente clase se corroboran las respuestas correctas.

Orientaciones específicas del uso del CE

- Orientar como tarea para el día que tenga la clase de Matemática. En caso de que se tengan dos clases en un día, lo cual no es tan favorable pedagógicamente, debe invitar a que trabajen dos páginas que correspondan a los contenidos del día o separar para realizarlas en dos días.
- En el CE se puede escribir y manchar.
- El docente debe revisar periódicamente, al menos los primeros ítems de cada grupo de problemas y hacer comentarios que orienten e incentiven a los estudiantes.
- Si se considera conveniente, solicitar a los padres de familia que escriban comentarios sobre el avance del estudio en el hogar.
- Si quedan algunas páginas sin ser resueltas, asignar como tarea para los días de las reflexiones pedagógicas, cuando los estudiantes no asisten a las clases.

1. Importancia de la aplicación de las pruebas

Los resultados que se obtienen al evaluar el aprendizaje de los estudiantes, proporcionan al docente información valiosa que le permite tener un panorama real sobre el avance obtenido. Con base en esto, el docente puede tomar decisiones con el fin de garantizar que sus estudiantes alcancen los indicadores de logro de cada clase, desarrollen las competencias transversales y cumplan a su vez con los objetivos de grado propuestos.

Cuando los resultados son positivos, el docente continúa mejorando su práctica, con el fin de que cada vez sea más efectiva.

Si los resultados no son tan favorables, será necesario que el docente autoevalúe su desempeño basado en los resultados de los aprendizajes de los estudiantes y ponga todo su empeño y esfuerzo para dar lo mejor de sí. Para ello, debe participar en procesos de formación, debe investigar sobre los contenidos donde considere que tenga mayores dificultades y podría consultar con sus compañeros de trabajo.

Es importante destacar que el docente es uno de los actores más importantes en el ámbito educativo; por tal razón, debe asumir su rol como tal y autoevaluar su desempeño basado en los resultados de los aprendizajes de los estudiantes.

Considerando lo anterior, debe hacer uso de las pruebas que contiene esta GM, las cuales buscan recolectar información valiosa y relacionada con la realidad de los aprendizajes, tanto adquiridos como no adquiridos.

2. Propósito de las pruebas

Resumiendo lo anterior, se podría concluir que el propósito es el siguiente:

- Obtener información en cuanto al nivel de comprensión de los contenidos por parte de los estudiantes.
- Diseñar estrategias de mejora en los contenidos donde los estudiantes salieron deficientes.
- Evaluar el desempeño del docente y mejorar su práctica basado en el análisis de los resultados de la prueba.

3. Función de cada prueba

Son tres tipos de pruebas, de unidad, de trimestre y final. Todas tienen el mismo propósito planteado. Sin embargo, según su conveniencia, se pueden dar varias funciones a cada una de ellas. A continuación se plantean algunos ejemplos de cómo utilizarlas.

a. Prueba de Unidad

Los ítems que aparecen en dicha prueba corresponden a los principales indicadores de logro (curriculares) los cuales están enunciados en las clases de cada unidad. Por lo tanto, el docente puede conocer el nivel de comprensión de los contenidos por parte de los estudiantes. Lo ideal es dar una retroalimentación una vez se detecten las dificultades; sin embargo, no siempre se tiene suficiente tiempo para impartir clases adicionales. En este caso, se puede invitar a los estudiantes para que ellos mismos revisen y trabajen los ítems que no pudieron resolver en el momento de la aplicación de la prueba.

Se puede entregar la copia de las respuestas de la prueba que está en este documento para que la analicen en grupos, de esta forma, ellos pueden aprender interactivamente con sus compañeros; luego, el docente puede recoger la prueba revisada por los estudiantes y ésta podría ser una información referencial sobre el avance de sus estudiantes.

Antes de la aplicación de dicha prueba, es recomendable anunciarles a los estudiantes con el fin de que ellos repasen con antelación los contenidos de la unidad a evaluar.

b. Prueba de Trimestre

Los ítems que aparecen en esta prueba corresponden a los contenidos esenciales del respectivo trimestre. El momento ideal para aplicar dicha prueba será un día antes de finalizar el trimestre, ya que, en la última clase, se pueden retroalimentar los contenidos. Sin embargo, si no se puede hacer así, podría aplicarse en el último día del trimestre y dar la retroalimentación en la primera clase del próximo trimestre.

Además de esto, aprovechando las Reflexiones Pedagógicas, se puede compartir el resultado de las pruebas con docentes de otros centros educativos. Así se podrá consultar cuáles son las dificultades que han encontrado, qué tipo de esfuerzos han aplicado otros docentes, entre otros temas que contribuyan al mejoramiento de los aprendizajes. Una vez establecido un grado de confianza con otros docentes, se podría establecer comunicación vía redes sociales, para compartir información que facilite procesos y contribuya a mejorar los aprendizajes de los estudiantes.

c. Prueba Final

Los ítems que aparecen en esta prueba corresponden a los contenidos esenciales del año lectivo. Sin duda alguna la aplicación de esta prueba generará mucha expectativa, sabiendo que el resultado será el reflejo de todo el esfuerzo profesional del docente durante todo el año escolar. El resultado le indicará qué es lo que tiene que hacer el próximo año lectivo a fin de mejorar la práctica docente. Además, para dar un uso objetivo a estas pruebas, el docente debe registrar en el expediente escolar, las áreas o contenidos que debe reforzar el docente que atenderá el próximo año a los estudiantes.

4. Uso de los resultados de la prueba

Ejemplo. Se supone que se aplica una prueba a estudiantes de séptimo grado, y de ella se presentan dos situaciones:

Respuesta correcta:

	Encuentra el valor de x en la ecuación $2x = 4$
Solución de los estudiantes	$x = 2$
Porcentaje de estudiantes que resolvieron de esta forma	70 %

Respuesta incorrecta:

	Encuentra el valor de x en la ecuación $2x = 1$
Solución de los estudiantes	$x = 2$
Porcentaje de estudiantes que resolvieron de esta forma	60 %

Si se obtuvo el resultado planteado, ¿cómo se puede analizar?

Información que el docente puede obtener de este resultado:

Capacidad adquirida	Capacidad no adquirida
Concepto de la igualdad	Concepto de división
Algoritmo	Concepto de fracción

Estrategia para aprovechar los resultados para la retroalimentación:

Posible consideración a corto plazo	Posible consideración a mediano plazo
Para confirmar que el alumno comprende la solución de la ecuación, se deberá utilizar una, cuya respuesta sea un cociente, de lo contrario, no se podrá pasar a un nuevo tema porque no ha comprendido los contenidos anteriores.	Se deberá promover una actividad de "aprendizaje interactivo entre alumnos" con el fin de hacerles un recordatorio de los contenidos anteriores con el apoyo y sugerencia de sus compañeros.
Si se observa la misma situación con varios alumnos, será necesario reforzar haciéndoles un recordatorio en la pizarra sobre el mismo tipo de ítem.	Promover el autoestudio en la casa y en el centro educativo hasta que tengan dominio de este tipo de ítems.

Con lo anterior, el docente podrá dedicar su tiempo y esfuerzo a enfocarse en los contenidos que el estudiante no pudo contestar correctamente.

Para finalizar, a continuación se presenta el proceso del uso adecuado de las pruebas que el docente debe seguir:

a. Aplicar la prueba incluida en la GM en el momento oportuno.
   - Prueba de Unidad (cada vez que se finalice una unidad).
   - Prueba de Trimestre (antes de finalizar cada trimestre).
   - Prueba Final (antes de finalizar el grado).

b. Revisar la prueba aplicada.

c. Analizar la información que se obtenga con respecto a los resultados.

d. Diseñar una estrategia para la retroalimentación.

e. En el caso de la Prueba de Trimestre, se analizarán los resultados con los docentes de centros educactivos cercanos durante la Reflexión Pedagógica para crear una estrategia de mejora.

Unidad 1. Números positivos, negativos y el cero

Competencia de la Unidad

Conocer el significado de los números positivos, negativos y el cero representando una ubicación respecto a un punto de referencia o una diferencia respecto a una cantidad de referencia y reconocer la utilidad de los números negativos para representar situaciones del entorno.

Relación y desarrollo

Primero y segundo ciclo

- Números naturales hasta un millón
- Números decimales positivos
- Fracciones positivas
- Las cuatro operaciones básicas de naturales, decimales y fracciones positivas y el cero
- mcm y MCD

Séptimo grado

Unidad 1: Números positivos, negativos y el cero
- Números positivos, negativos y el cero
- Orden y valor absoluto de los números

Unidad 2: Suma y resta de números positivos, negativos y el cero
- Suma de números positivos, negativos y el cero
- Resta de números positivos, negativos y el cero
- Sumas y restas combinadas de números positivos, negativos y el cero

Unidad 3: Multiplicación y división de números positivos, negativos y el cero
- Multiplicación y división de números positivos, negativos y el cero
- Operaciones combinadas
- Números primos y compuestos

Noveno grado

Unidad 2: Raíz cuadrada
- Raíz cuadrada y números reales
- Operaciones con raíces cuadradas

Plan de estudio de la Unidad

Lección	Horas	Clases
1. Números positivos, negativos y el cero	1	1. Números positivos, negativos y el cero para la temperatura
	1	2. Ubicación respecto a un punto de referencia
	1	3. Diferencia de una cantidad respecto a otra cantidad de referencia
	1	4. Recta numérica
2. Orden y valor absoluto de los números	1	1. Comparación de números positivos y negativos
	1	2. Valor absoluto
	1	3. Orden de los números negativos y su valor absoluto
	1	4. Desplazamiento en la recta
	1	Prueba de la Unidad 1

8 horas clase + prueba de la Unidad 1

Puntos esenciales de cada lección

Lección 1: Números positivos, negativos y el cero

En Educación Básica los estudiantes aprendieron los números positivos; tanto los números decimales como las fracciones, con sus respectivas operaciones básicas. Basado en este aprendizaje para esta unidad se introducen los números negativos a través del uso del termómetro; aquí se usan los números negativos para representar los valores que están por debajo del punto de referencia. El termómetro sirve como un primer modelo de la recta numérica. Luego se utiliza la situación de altura tomando como punto de referencia el nivel del mar, es decir, los números positivos representan altura y los negativos la profundidad; en este ejemplo es natural tomar la dirección hacia arriba como la dirección positiva. Sin embargo, hay que prestar atención a que en muchos casos se puede definir la dirección positiva arbitrariamente; así que se debe hacer énfasis sobre este punto. Por ejemplo, en la situación de la posición de la carretera que va de oeste a este; aunque en el texto está definida la dirección positiva como la dirección hacia el este, también se puede definir inversamente. Además, se puede tomar como punto de referencia cualquier lugar.

En primero y segundo ciclo los estudiantes aprendieron el concepto de recta numérica de la parte no negativa. En esta lección se agrega la parte negativa haciendo referencia a los ejemplos de la lección 1, así los estudiantes entenderán con mayor facilidad la ampliación de la recta numérica.

Lección 2: Orden y valor absoluto de los números

Se define el valor absoluto de un número como la distancia entre el origen y el número. Algo importante es que los estudiantes comprendan que los números opuestos (tienen el mismo valor absoluto pero diferente signo) están ubicados en la recta numérica simétricamente respecto al origen. Unos ejemplos de los errores frecuentes son: a) confundir la posición del número –1.9 con la de –2.1 y b) equivocarse en la relación de orden entre los números negativos. Familiarizarse con los desplazamientos en la recta numérica es de utilidad para entender la suma y la resta de los números, para destacar el signo y al mismo tiempo para la comparación con los números negativos; en esta unidad se escribe el signo positivo (+) a los números positivos.

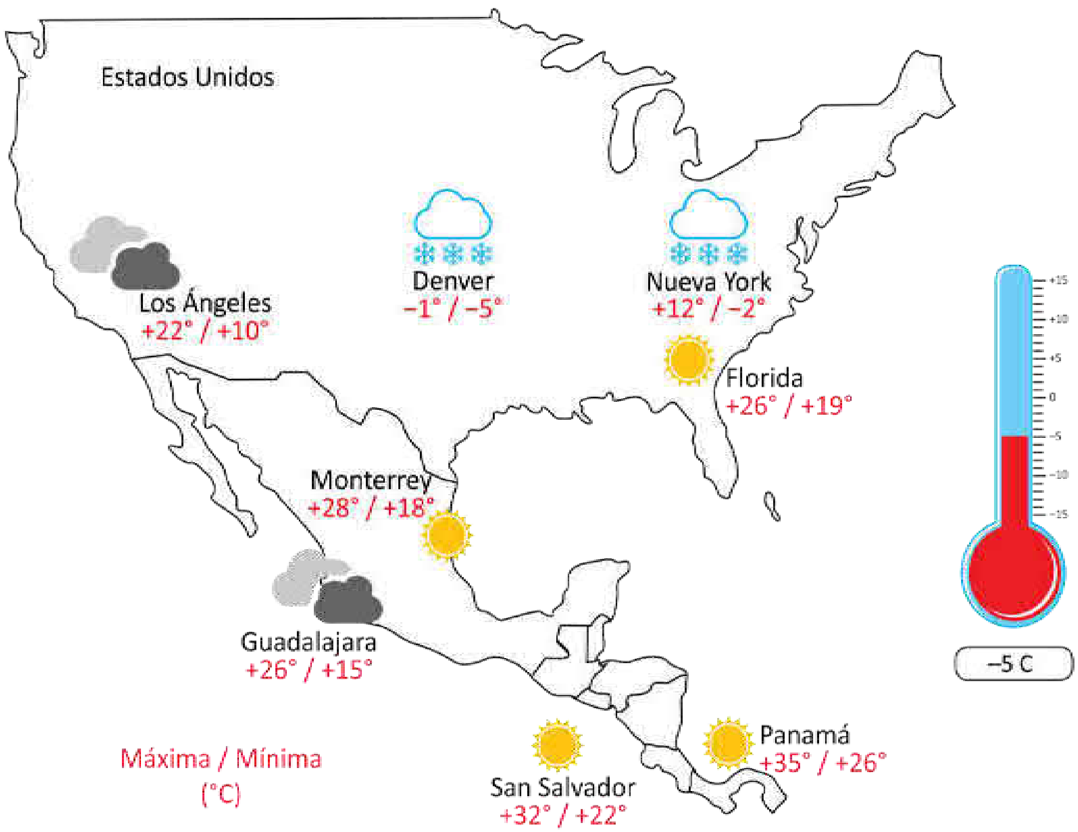
Lección 1 Números positivos, negativos y el cero

1.1 Números positivos, negativos y el cero para la temperatura

P

La imagen muestra el pronóstico del tiempo de algunas ciudades de Centroamérica y Norteamérica. Responde las siguientes preguntas:

1. ¿Cuál será la temperatura máxima y mínima en San Salvador?
2. ¿Cuál será la temperatura máxima y mínima en Nueva York?
3. ¿En qué ciudad se registrará la temperatura más baja?



S

1. La temperatura máxima en San Salvador será de +32° C y se lee, más 32 grados centígrados. Y su mínima será de +22° C y se lee, más 22 grados centígrados.
2. La temperatura máxima en Nueva York será de +12° C y se lee, más 12 grados centígrados. La temperatura mínima en Nueva York será −2° C y se lee, menos 2 grados centígrados.
3. La temperatura más baja se registrará en Denver, donde la temperatura mínima será de −5° C (menos 5 grados centígrados).

El cerro El Pital se encuentra a 83 km de la capital de San Salvador, el cual es uno de los lugares más fríos en El Salvador, donde se han registrado temperaturas menores a los +1.2° C.

C

Para medir la temperatura se toma 0° C como el punto de referencia. Temperaturas por arriba de 0° C se representan con un signo (+) antes del número, por ejemplo +12° y se lee "más doce grados centígrados". Temperaturas debajo de 0° C se representan con un signo (–) antes del número, por ejemplo –5° C y se lee "menos 5 grados centígrados".

A los números que les antecede un signo (+) como +12 se les llama **números positivos** y a los números que les antecede un signo (–) como –12 se les llama **números negativos**. El número 0 no es positivo ni es negativo.

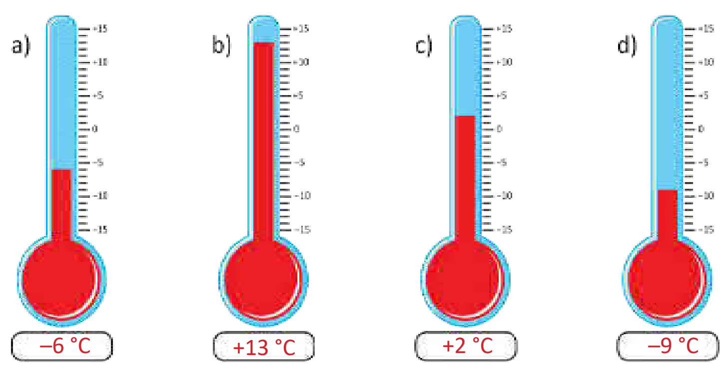
Ahora que ya se conocen números negativos como –5, al decir **números** se incluye **números positivos**, **0** y **números negativos.** Los números positivos se pueden expresar con o sin el signo (+), por ejemplo +5 es equivalente a escribir 5, e igualmente escribir 6 es equivalente a escribir +6. Vale aclarar que para escribir un número negativo nunca se debe omitir la escritura del signo (–). Por tanto, los números +1, +2, +3, +4, +5, ... son los mismos **números naturales** que se conocen. Algunos autores consideran al número 0 como el primer número natural, pero en este texto se considerará al 1 como el primero. También los números decimales y las fracciones pueden ser negativas.

Números

Números negativos		*Números positivos*
$-\frac{4}{9}$ -3.6 ..., –3, –2, –1	0	$+\frac{4}{9}$ +3.6 *Números Naturales* +1, +2, +3, ... $+\frac{3}{5}$ +1.5

1. Expresa las siguientes temperaturas con el signo positivo o negativo según corresponda.
   a) 12° C por encima de los 0° C +12 b) 5° C por debajo de los 0° C –5 c) 28.5° C por encima de los 0° C +28.5
   d) 3° C por debajo de los 0° C –3 e) 9° C por debajo de los 0° C –9 f) 27.7° C por encima de los 0° C +27.7

2. Escribe la temperatura que marca cada termómetro.



En un termómetro se toma 0° C como el punto de referencia. Valores más altos que 0° C se expresan como +☐° C; valores más bajos como –☐° C.

3. Coloca en el grupo correspondiente los siguientes números positivos y negativos.
   +6, –5, $+\frac{2}{11}$, –1.5, $-\frac{5}{9}$, +7, +8, –6, –8, –0.3

Números

Números negativos		*Números positivos*
–1.5 –6 –8 –0.3 –5	0	$+\frac{2}{11}$ *Naturales* +6 +7 +8

Indicador de logro

1.1 Asigna un valor positivo o negativo a distintas temperaturas.

Secuencia

Esta unidad pretende darle sentido, razón y propiedad al uso de números negativos en situaciones de la vida cotidiana. A lo largo de esta unidad es importante escribir números positivos como (+) número y leer "más" número. Y escribir números negativos como (–) número y leer "menos" número. Además, en los grados anteriores se estudió el cero como ausencia de algo, ahora el cero se estudiará desde una perspectiva diferente: como un punto de referencia.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Observar la aplicabilidad que tienen los números negativos en la vida cotidiana. Para los numerales 1 y 2, asignar números positivos o negativos a las temperaturas máximas y mínimas en cada ciudad presentada en el mapa. Para la solución de estos literales se debe hacer énfasis en la lectura de los números. Para el numeral 3, establecer intuitivamente una comparación entre dos números negativos auxiliándose de la ilustración del termómetro en la página. Ⓒ En esta parte es importante destacar el hecho de que algunos matemáticos consideran al cero como el primer natural, pero que en esta clase se tomará como acuerdo que 1 es el primer número natural. Se puede hacer mención del matemático italiano Giuseppe Peano, quien hace una construcción del conjunto de los números naturales a partir del número 0, aunque, como ya se dijo, se puede encontrar la construcción del conjunto utilizando el 1 como primer elemento.

Posibles dificultades

El cero es visto ahora como un punto de referencia; arriba de cero los números son positivos y debajo de cero los números son negativos. Esto será algo nuevo para los estudiantes por lo que si se presenta alguna dificultad al inicio, no es motivo de sorpresa, pues históricamente algunos matemáticos solo reconocían al cero como la representación de nada y fue muy difícil llegar a aceptar los números negativos y manipularlos en cualquier actividad matemática como se hace ahora. Pensar en el cero como punto de referencia ayuda a los estudiantes a comprender por qué no es positivo ni negativo.

Fecha: **U1 1.1**

Ⓟ

1. ¿Cuál es la temperatura máxima y mínima en San Salvador?
2. ¿Cuál es la temperatura máxima y mínima en Nueva York?
3. ¿Dónde se registrará la temperatura más baja?

Ⓢ

1. Máxima: +32 °C, se lee "más 32 grados centígrados". Mínima: +22 °C, se lee "más 22 grados centígrados".
2. Máxima: +12 °C, se lee "más 12 grados centígrados". Mínima: –2 °C, se lee "menos 2 grados centígrados".
3. En Denver, fue de –5 °C, se lee "menos 5 grados centígrados".

Ⓡ

1. a) +12 b) –5 c) +28.5
   d) –3 e) –9 f) +27.7
2. a) –6 °C b) +13 °C
   c) +2 °C d) –9 °C

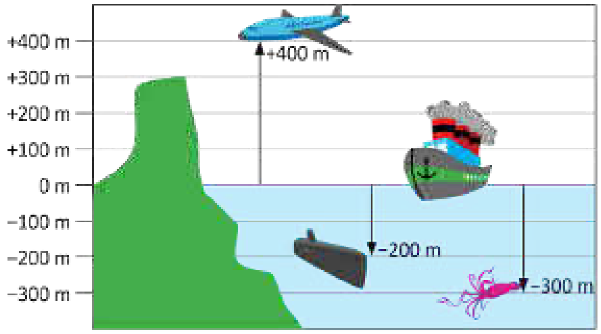
Tarea: página 2 del Cuaderno de Ejercicios.

1.2 Ubicación respecto a un punto de referencia

P

En la imagen, se muestran las alturas y profundidades de distintos objetos con respecto al nivel del mar.

Por ejemplo, la altura de la avioneta es de 400 m sobre el nivel del mar y se escribe como +400 m. El submarino se encuentra a 200 m bajo el nivel del mar y se escribe como −200 m.



1. Con referencia al nivel del mar, cómo se representa la altura de
   a) El cerro
   b) El calamar

2. Si un buzo se encuentra 30 m bajo el nivel del mar, ¿cómo se expresa esa altura?

Las cantidades positivas se interpretan como "sobre el nivel del mar" y las negativas "bajo el nivel del mar". Así: +300 m se interpreta como 300 m sobre el nivel del mar y −300 m se interpreta como 300 m bajo el nivel del mar.

S

1. Con referencia al nivel del mar, se tiene que
   a) La altura del cerro es de +300 m y se lee **más 300 metros**.
   b) La altura del calamar es −300 m y se lee **menos 300 metros**.
2. Si un buzo se encuentra 30 metros por debajo del nivel del mar, se expresa como −30 m.

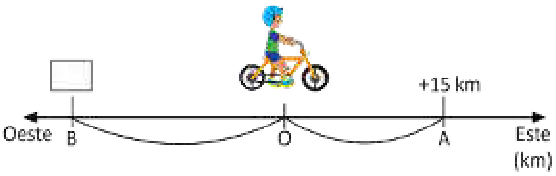
C

Cuando se define un punto de referencia y hay objetos cuya posición varía respecto a ese punto; se puede asignar un número positivo (+) o un número negativo (−) a sus posiciones.

E

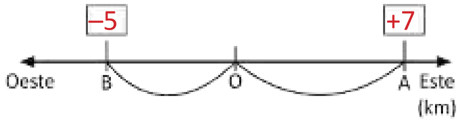
Mario se encuentra ubicado en el punto O de una carretera. Si se expresa con +15 km la posición del punto A que se ubica 15 km hacia el este del punto O, ¿cómo se expresa la posición del punto B que queda 22 km hacia el oeste del punto O?

Solución.
Como el punto B está en dirección contraria del punto A en referencia al punto O, la respuesta es: −22 km.



Si en una carretera se establece que el punto de referencia es O, y la dirección hacia el oeste es negativa (−), la dirección hacia el este es positiva (+).

a) ¿Cómo se expresa la posición del punto A que está a 7 km al este de O? +7 km
b) ¿Cómo se expresa la posición del punto B que está a 5 km al oeste? −5 km



c) Si otro punto C se encuentra a −8 km, ¿en qué dirección está ubicado C respecto de O y a qué distancia? 8 km al oeste

4

Indicador de logro

1.2 Asigna un valor positivo o negativo a la ubicación de un objeto respecto a un punto de referencia.

Secuencia

En la clase anterior se estudió el cero como un valor neutro, arriba de él los números son positivos y por debajo de él los números son negativos. Ahora se estudia al cero como un punto de referencia, apoyándose de la intuición se definen números positivos a partir de este punto y negativos en dirección contraria. Esto es de vital importancia para lograr comprender de forma intuitiva el uso que tienen los números negativos, además de establecer una base para definir la recta numérica posteriormente.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Asignar un valor positivo o negativo a la altura de cada elemento de la ilustración tomando el nivel del mar como punto de referencia, es fundamental hacer notar que la lectura del número indica si el objeto está debajo o sobre el nivel del mar. Se utiliza únicamente la palabra "altura" y no "profundidad". La expresión "+200 m de profundidad" equivale a "–200 m de altura". Ⓒ Establecer que a partir de un punto de referencia se puede asignar a las cantidades un valor positivo o negativo.

Posibles dificultades

Los estudiantes pueden mostrar dificultades para comprender que al ser definido un sentido como positivo a partir del punto de referencia, el sentido contrario es negativo, en este momento se puede hacer referencia a la conclusión obtenida en la clase.

Fecha: **U1 1.2**

Ⓟ 1. Cómo se representa respecto del nivel del mar:
a) La altura de la montaña.
b) La altura del calamar.

2. Si un buzo se encuentra 30 m bajo el nivel del mar, ¿cómo se expresa esa altura?

Ⓢ 1. a) +300 m y se lee: más 300 metros.
b) –300 m y se lee: menos 300 metros.

2. La altura del buzo se expresa: –30 m.

Ⓔ Un punto B que está 22 km al oeste de O, se expresa como –22 km.

Ⓡ ¿Cómo se expresa?
a) La posición de A: +7 km.
b) La posición de B: –5 km.
c) Al oeste, a 8 km.

Tarea: página 3 del Cuaderno de Ejercicios.

1.3 Diferencia de una cantidad respecto a otra cantidad de referencia

P

El centro turístico Los Chorros tiene como meta recibir 200 personas por día. La siguiente tabla muestra el número de asistencias al centro turístico durante una semana. Tomando como positivo cuando el número de asistentes sobrepasa la meta. Completa los datos faltantes en la tabla.

	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado
Asistencia	191	193	204	180	225	200
Diferencia con la meta		−7			+25	

S

	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado
Asistencia	191	193	204	180	225	200
Diferencia con la meta	−9	−7	+4	−20	+25	0

C

Para representar la diferencia de cantidades mayores o menores respecto a una cantidad de referencia, se utilizan números positivos o negativos.

Por ejemplo: 10 más que la cantidad de referencia, se expresa **+10**
3 menos que la cantidad de referencia, se expresa **−3**

E

Expresa con un número positivo o negativo cada diferencia respecto a la cantidad de referencia:

a) 2 lb más del "peso ideal"
b) 6 cm menos de la "medida solicitada" a la costurera
c) 15 personas más " de las esperadas"
d) $5 menos de la "cantidad que se tenía"

Solución.

a) +2 b) −6 c) +15 d) −5

En ocasiones se utilizan números negativos para representar situaciones como la disminución, pérdida o deuda.

1. Expresa con un número positivo o negativo cada diferencia respecto a la cantidad de referencia:

a) 4 lb menos del "peso ideal" −4
b) 2 kg más del "peso permitido" +2
c) 10 cm menos de la "altura permitida" −10
d) 5 km/h menos de la "velocidad establecida" −5

2. Una empresa que fabrica focos, tiene como meta producir 500 focos cada día. Tomando como positivo el dato que sobrepasa la meta, completa la siguiente tabla.

	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
Producción	525	450	498	530	300
Diferencia con la meta	+25	−50	−2	+30	−200

¿Sabes cómo llamaban antes a los números negativos?
Números ficticios, absurdos, o números deudos.

Indicador de logro

1.3 Asigna un valor positivo o negativo a la diferencia de una cantidad con respecto a otra cantidad de referencia.

Secuencia

Se extiende el uso de los números positivos y negativos, y se expande a la idea de cantidades que representan un exceso o déficit con respecto a una cantidad de referencia. Esta clase presenta al estudiante ejemplos de la forma en cómo se pueden aplicar los números positivos y negativos en situaciones del entorno. En forma de aclaración, para la clase se consideran como números positivos a los que son mayores que las cantidades de referencia y como negativos a los que son menores que las cantidades de referencia.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Escribir un número positivo o negativo que represente el déficit o exceso de una cantidad respecto a otra cantidad de referencia. Ⓒ Establecer que se pueden utilizar números positivos o negativos para representar la diferencia de una cantidad respecto a otra cantidad de referencia. Ⓔ Practicar la representación de la diferencia de una cantidad respecto a otra de referencia con números positivos o negativos, se debe enfatizar que en ocasiones las cantidades negativas representan disminución, pérdida o deuda.

Posibles dificultades

Una posible dificultad en el Ⓟ de la clase para el estudiante es que logre comprender que al día sábado le corresponde 0, de modo que se debe insistir en que la meta establecida de 200 personas es ahora el punto de referencia, por lo que la diferencia del número de visitantes que se tuvo el sábado, con la meta es 0.

Fecha: **U1 1.3**

Ⓟ Tomando como positivo sobrepasar la meta de 200 personas. Copia en tu cuaderno y completa la tabla.

Ⓢ

	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado
Asistencia	191	193	204	180	225	200
Diferencia con la meta	-9	-7	+4	-20	+25	0

Ⓔ Considerando la cantidad de referencia en cada situación, se tiene que

a) +2 b) –6 c) +15 d) –5

Ⓡ 1. Considerando la cantidad de referencia, representa con un número positivo o negativo cada literal.

a) –4 b) +2

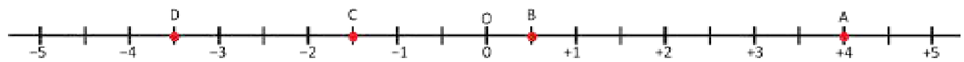
c) –10 d) –5

Tarea: página 4 del Cuaderno de Ejercicios.

1.4 Recta numérica

P

Observa la siguiente recta numérica:



1. ¿Qué características tiene?
2. ¿Qué números corresponden a los puntos A, B, C y D?

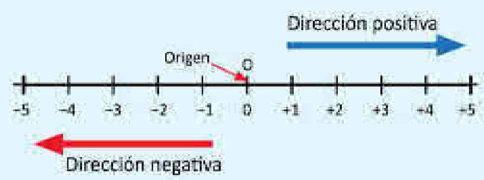
S

1. Características:
   - El punto de referencia se corresponde con el número “0”.
   - Las marcas están a la misma distancia tanto a la derecha como a la izquierda del punto “O”.
   - Los números positivos están a la derecha del punto “O” y los números negativos están a la izquierda del punto “O”.

2. A → +4, B → +0.5 o $+\frac{1}{2}$, C → −1.5 o $-\frac{3}{2}$ y D → −3.5 o $-\frac{7}{2}$

C

- En la recta numérica, los números negativos se ubican a la izquierda de cero y los positivos a la derecha de cero.
- El punto que corresponde a cero se llama punto de origen y se representa con la letra O.
- La dirección hacia la derecha se llama dirección positiva.
- La dirección hacia la izquierda se llama dirección negativa.

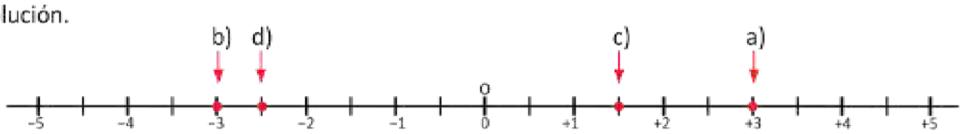


E

Ubica los siguientes números en la recta numérica.

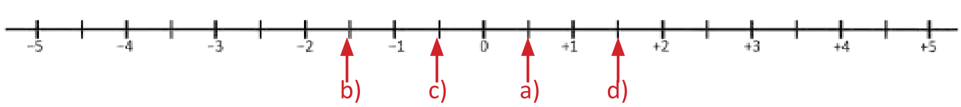
a) +3 b) −3 c) +1.5 d) −2.5

Solución.

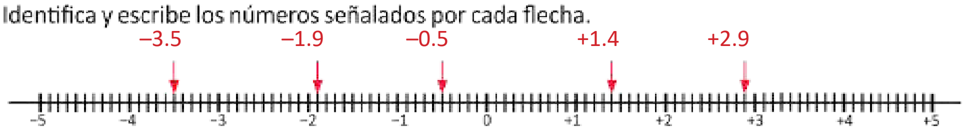


1. Ubica los siguientes números en la recta numérica y señala el lugar que le corresponde.

   a) +0.5 b) −1.5 c) −0.5 d) $+\frac{3}{2}$



2. Identifica y escribe los números señalados por cada flecha.



6

Indicador de logro

1.4 Representa números positivos y negativos en la recta numérica.

Secuencia

Anteriormente los estudiantes conocieron el cero como punto o cantidad de referencia y cómo asignar un número positivo o negativo a una cantidad menor o mayor al punto o cantidad de referencia. Para esta clase se presenta la recta numérica, estableciendo una correspondencia entre la idea de punto de referencia y la forma de denotar un número mayor o menor al punto de referencia con las características de la recta numérica.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Determinar que el cero es el valor de referencia y que a su lado derecho se encuentran los números positivos que son mayores y a la izquierda los números negativos que son menores. De igual manera, que el estudiante, a partir de una posición en la recta numérica pueda determinar qué número corresponde a esa posición. Destacarles que en la recta numérica se pueden escribir números decimales y fracciones.
Ⓒ Establecer que el cero es el punto de referencia en la recta, a la derecha de él se encuentran los números positivos y a la izquierda los números negativos. De igual manera, la dirección hacia la derecha se llama dirección positiva y hacia la izquierda dirección negativa.Ⓔ Practicar la ubicación de números positivos y negativos en la recta numérica.

Posibles dificultades

La forma en que se ha divido la recta del numeral 2 es diferente a las anteriores y puede generarles confusión. Por ello, se debe explicar que una recta se puede dividir de diferentes formas y establecer como ejemplo las rectas utilizadas en clases.

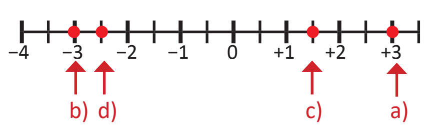
Fecha: **U1 1.4**

Ⓟ 1. ¿Qué características tiene la recta?
2. ¿Qué números señalan A, B, C y D?

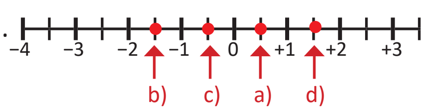
Ⓢ 1. Características:
- El punto de referencia es 0.
- Las marcas están a igual distancia a la izquierda y a la derecha de 0.
- Los números positivos están a la derecha de 0 y los negativos a la izquierda.

2. A ➛ +4 B ➛ +0.5 o $+\frac{1}{2}$
C ➛ −1.5 o $-\frac{3}{2}$ D ➛ −3.5 o $-\frac{7}{2}$

Ⓔ Ubica los números en la recta numérica.



Ⓡ

1.


Tarea: página 5 del Cuaderno de Ejercicios.

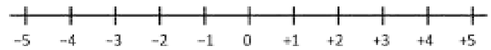
Lección 2 Orden y valor absoluto de los números

2.1 Comparación de números positivos y negativos

P

Responde las siguientes preguntas:

a) En la recta numérica, ¿cuál de los números está más a la derecha +2 o +4?
b) ¿Cuál de ellos es mayor?
c) ¿Cuál de los números −3 o −5 está más a la derecha en la recta numérica?



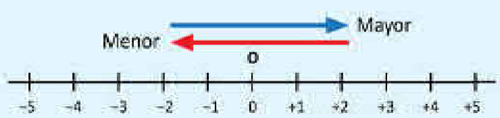
S

a) El número +4 está más a la derecha que +2.
b) El mayor de ellos es +4.
c) −3 está ubicado más a la derecha que −5 en la recta numérica.

Los símbolos > (mayor que) y < (menor que) son utilizados para expresar una relación de orden entre dos números, y se les llama **signos de desigualdad**.

C

Conforme se avanza a la derecha en la recta, los números son mayores y conforme se avanza hacia la izquierda los números son menores.



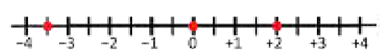
Según lo anterior, −3 se encuentra más a la derecha que −5 en la recta, por tanto la relación de orden entre −3 y −5 se expresa: $-5 < -3$ o $-3 > -5$.

E

Expresa la relación de orden entre los números 0, −3.5, +2.

Solución.
En la recta numérica 0 está a la derecha de −3.5 y +2 está a la derecha de 0.

- Por lo tanto, $-3.5 < 0$ y $0 < +2$.
- Esto puede expresarse como $-3.5 < 0 < +2$ o bien $+2 > 0 > -3.5$.



Los números positivos son mayores que 0.
Los números negativos son menores que 0.

1. Compara los siguientes números con los signos > y <, apóyate en la recta numérica.
   a) −2, −3 $\quad -2 > -3$
   b) +4, 0 $\quad +4 > 0$
   c) +1, −2 $\quad -2 < +1$
   d) 0, +1, −2 $\quad -2 < 0 < +1$
2. La relación de orden $-3 < +4 < -2$ está incorrecta. Escríbela correctamente. $-3 < -2 < +4$
3. Completa la oración escribiendo la palabra "mayor" o "menor", según corresponda.
   a) Cualquier número positivo es __mayor__ que cualquier número negativo.
   b) El cero es __mayor__ que cualquier número negativo y __menor__ que cualquier número positivo.
4. En cada literal, ¿qué número es el mayor?
   a) −0.1, −0.01 $\quad -0.1 < -0.01$
   b) $-\frac{1}{7}, -\frac{1}{5}$ $\quad -\frac{1}{7} > -\frac{1}{5}$
   c) $-\frac{1}{2}$, −0.5 $\quad -\frac{1}{2} = -0.5$

Indicador de logro

2.1 Determina y compara números positivos, negativos y el cero para establecer una relación de orden entre ellos.

Secuencia

En la clase anterior los estudiantes representaron los números positivos y negativos en la recta numérica identificando su posición. Ahora deberán comparar números positivos o negativos según su posición en la recta numérica para determinar una relación de orden entre ellos.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Determinar el sentido de los números mayores en la recta numérica, a partir de los conocimientos adquiridos en grados anteriores, donde un número positivo es mayor entre más a la derecha se encuentre en la recta numérica. Ahora esta idea se extiende intuitivamente incluyendo a los números negativos.
Ⓒ Establecer que los números entre más a la derecha se encuentran son mayores y entre más a la izquierda son menores. Se puede relacionar la recta numérica de esta clase con la de la clase anterior, para establecer que al seguir desplazamientos en la dirección positiva, los números van siendo mayores, y que al seguir desplazamientos en la dirección negativa, los números van siendo menores. Ⓔ Practicar la representación de la relación de orden entre tres números, positivos y negativos, en esta parte resaltar que dibujar la recta numérica y ubicar los números en ella, puede ser una estrategia útil para determinar la relación de orden.

Fecha:

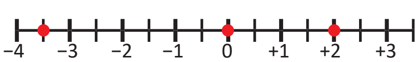
U1 2.1

Ⓟ En la recta numérica:

a) ¿Cuál está más a la derecha, +2 o +4?
b) ¿Cuál es mayor?
c) ¿Cuál está más a la derecha –3 o –5?

Ⓢ a) +4 está más a la derecha que +2.
b) +4 es el mayor.
c) –3 está más a la derecha en la recta.

Ⓔ Expresa la relación de orden entre: 0, –3.5, +2:



$-3.5 < 0$ y $0 < +2$

Por tanto:

$-3.5 < 0 < +2$ o $+2 > 0 > -3.5$

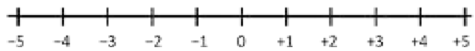
Ⓡ 1. a) $-2 > -3$ b) $+4 > 0$
c) $-2 < +1$ d) $-2 < 0 < +1$

4. a) $-0.1 < -0.01$ b) $-\frac{1}{7} > -\frac{1}{5}$
c) $-\frac{1}{2} = -0.5$

Tarea: página 6 del Cuaderno de Ejercicios.

2.2 Valor absoluto

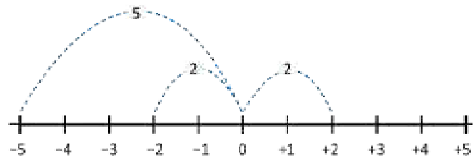
P

En la recta numérica: 

a) ¿Cuál es la distancia que hay entre −5 y 0?
b) ¿Cuál es la distancia que hay entre +2 y 0?
c) ¿Cuál es la distancia que hay entre −2 y 0?

S

a) La distancia entre −5 y 0 es 5.
b) La distancia entre +2 y 0 es 2.
c) La distancia entre −2 y 0 es 2.



C

Tomando como punto de referencia a "0", a la distancia que hay entre 0 y otro número se le llama valor absoluto. Y se expresa mediante el símbolo | |. Por ejemplo:

$|-5| = 5$ significa que el valor absoluto de −5 es 5 (la distancia entre 0 y −5 es 5).
$|+2| = 2$ significa que el valor absoluto de +2 es 2 (la distancia entre 0 y +2 es 2).
$|-2| = 2$ significa que el valor absoluto de −2 es 2 (la distancia entre 0 y −2 es 2).

Se observa que $|-2| = |+2| = 2$. La distancia entre +2 y 0 es la misma que la distancia entre −2 y 0.
Expresiones como $|-2| = 2$ se leen "el valor absoluto de menos dos es igual a dos".

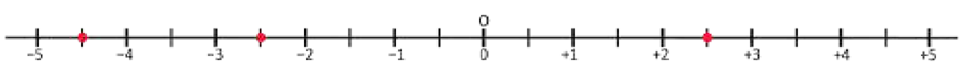
A los pares de números que tienen signos distintos e igual valor absoluto se les conoce como **números opuestos**.

E

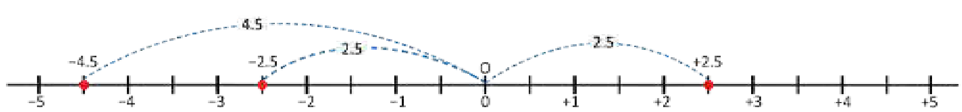
Utilizando la recta numérica, encuentra el valor absoluto de los siguientes números, y responde cuáles de ellos son números opuestos.

a) $|-2.5|$ b) $|-4.5|$ c) $|+2.5|$

Solución.
Primero, se ubican en la recta numérica los números indicados en cada literal.



Luego, se encuentran las distancias correspondientes.



Por tanto:
a) $|-2.5|=2.5$ b) $|-4.5|=4.5$ c) $|+2.5|=2.5$

Se observa que −2.5 y +2.5 son números opuestos, pues tienen igual distancia respecto de cero.

Encuentra el valor absoluto de los números en cada literal, y determina si son números opuestos.

a) +6, −6 Ambos son 6 Opuestos
b) −4, +3 4 y 3
c) +3.5, −4.5 3.5 y 4.5
d) −1.5, +1.5 1.5 Opuestos
e) +5, −2.5 5 y 2.5
f) −6.3, +8 6.3 y 8
g) $-\frac{1}{3}, +\frac{1}{3}$ $\frac{1}{3}$ Opuestos
h) −0.5, $+\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ Opuestos

8

Indicador de logro

2.2 Encuentra el valor absoluto de un número dado.

Secuencia

Los estudiantes ya conocen la ubicación de los números en la recta numérica, por lo que se introduce el concepto de valor absoluto de un número como la distancia entre el cero y la posición en la que se encuentra ubicado el número. El dominio del valor absoluto es indispensable para comprender las reglas de cálculo que se desarrollarán en las siguientes unidades.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Determinar la distancia de cero a un número positivo o negativo. En esta parte hay que enfatizar el hecho de que dos números con signo distinto pueden tener la misma distancia respecto a cero. Ⓒ Establecer que la distancia de cero a un número positivo o negativo se llama **valor absoluto**, así como la notación utilizada para representarlo. También se define a los números opuestos como aquellos que están a igual distancia del cero pero en distinta dirección, es decir, los números que tienen signos distintos. Ⓔ Identificar números opuestos a partir del valor absoluto.

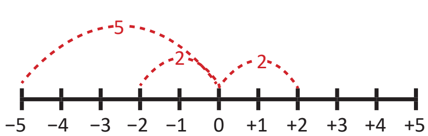
Posibles dificultades

Puede que el estudiante confunda que calcular, determinar o encontrar el valor absoluto de un número consiste en escribir |–2|, en este caso se le debe aclarar que la expresión |–2| es solamente la notación del valor absoluto aplicado a un número, pero que el valor absoluto del número es la distancia que hay entre el 0 y el número, así |–2| = 2.

Fecha: **U1 2.2**

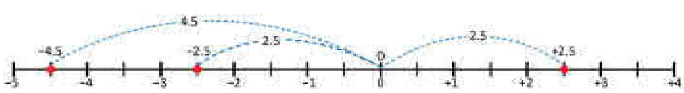
Ⓟ En la recta numérica determina la distancia entre:
a) –5 y 0
b) +2 y 0
c) –2 y 0

Ⓢ



La distancia entre:
a) –5 y 0 es 5
b) +2 y 0 es 2
c) –2 y 0 es 2

Ⓔ Para determinar los valores absolutos de –2.5, –4.5 y +2.5 usando la recta numérica se hace:



a) |–2.5| = 2.5
b) |–4.5| = 4.5
c) |+2.5| = 2.5
–2.5 y 2.5 son números opuestos.

Ⓡ a) |+6| = 6
|–6| = 6
Por lo tanto, +6 y –6 son números opuestos.

Tarea: página 7 del Cuaderno de Ejercicios.

2.3 Orden de los números negativos y su valor absoluto

P

Al comparar números positivos: un número es mayor cuando el valor absoluto del número es mayor que el valor absoluto de otro número. Por ejemplo, al comparar +4 y +7. Los dos números son positivos y $|+4| = 4$, $|+7| = 7$, por lo tanto $+4 < +7$.

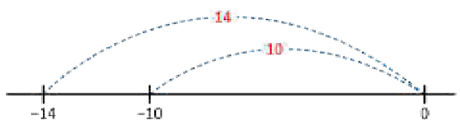
Analiza ahora lo que sucede al comparar números negativos y su valor absoluto. Responde las siguientes preguntas:

a) ¿Cuál es el valor absoluto de −14?
b) ¿Cuál es el valor absoluto de −10?
c) ¿Qué número es mayor entre −14 y −10?
d) Escribe una regla para la comparación de dos números negativos utilizando el valor absoluto.

Recuerda que el valor absoluto de un número significa la distancia de cero a ese número.

S

a) $|-14|=14$
b) $|-10|=10$
c) $-14 < -10$



Puedes comprobar la respuesta, ya que −14 está a la izquierda de −10; por tanto, $-14 < -10$.

d) El número que tiene mayor valor absoluto es el número menor.

C

Al comparar números negativos: el número que tiene mayor valor absoluto es el menor de los dos números.

E

Utilizando valor absoluto, compara los números: −15 y −2.5, y escribe la relación de orden.

Solución.
Los dos números son negativos, además:
$|-15| = 15$
$|-2.5| = 2.5$

$15 > 2.5$ El valor absoluto de −15 es mayor que el valor absoluto de −2.5.

Por lo tanto, $-15 < -2.5$.

1. Aplicando valor absoluto determina el menor y mayor de los siguientes números, y escribe la relación de orden.
   a) −4, −3 $-4 < -3$ b) −23, −39 $-39 < -23$ c) −0.8, −0.12 $-0.8 < -0.12$ d) $-\frac{7}{6}$, −1 $-\frac{7}{6} < -1$

2. Completa las siguientes oraciones con las palabras *mayor* o *menor*.
   a) Los números positivos son mayor que el cero, los números negativos son menor que cero. Por tanto, un número positivo es siempre mayor que un número negativo.
   b) Entre dos números positivos es mayor el que tiene mayor valor absoluto.
   c) Entre dos números negativos es mayor el que tiene menor valor absoluto.

3. Aplicando valor absoluto determina el menor y mayor de los siguientes números, y escribe la relación de orden.
   a) −15, −2, −36 b) $-5, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}$ c) −0.1, −0.01, −0.001
   $-36 < -15 < -2$ $-5 < -\frac{1}{2} < -\frac{1}{3}$ o $-\frac{1}{3} > -\frac{1}{2} > -5$ $-0.1 < -0.01 < -0.001$ o $-0.001 > -0.01 > -0.1$

Indicador de logro

2.3 Identifica una relación de orden entre un grupo de números negativos, utilizando como criterio el valor absoluto de los números.

Secuencia

En la clase anterior se definió el valor absoluto, por lo que ahora se hará uso del concepto para establecer la relación de orden entre varios números negativos en función del valor absoluto de cada uno.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Formular intuitivamente una regla para determinar la relación de orden entre números negativos según su valor absoluto. Para la formulación de la regla se presenta como ayuda un análisis en el que se comparan dos números positivos a partir de sus valores absolutos. Ⓒ Establecer la regla para determinar la relación de orden entre varios números negativos según su valor absoluto.

Posibles dificultades

Cuando escriban la relación de orden entre los valores absolutos de los números negativos, por ejemplo, en lugar de escribir $-10 < -9$ escriban en la respuesta que $|-10| > |-9|$, en tal caso se hará la aclaración a los estudiantes de que la relación $|-10| > |-9|$ es el criterio utilizado para determinar cuál de los números negativos es el mayor, pero que la relación de orden que se les solicita es la de los números -10 y -9.

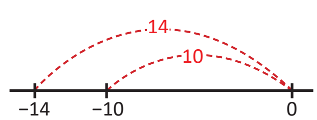
Fecha: **U1 2.3**

P Responde:

a) ¿Cuál es el valor absoluto de -14?
b) ¿Cuál es el valor absoluto de -10?
c) ¿Cuál es el mayor entre -14 y -10?
d) Escribe una regla para la comparación.

S

a) $|-14| = 14$
b) $|-10| = 10$



c) Por tanto, $-14 < -10$.
d) Entre los números negativos, el número con menor valor absoluto es el número mayor.

E Compara -15 y -2.5 utilizando valor absoluto:

$|-15| = 15$ Mayor
$|-2.5| = 2.5$ Menor
Por tanto:
$-15 < -2.5$

R a) -4, -3

$|-4| = 4$ Mayor
$|-3| = 3$ Menor
Por tanto:
$-4 < -3$

Tarea: página 8 del Cuaderno de Ejercicios.

2.4 Desplazamientos en la recta

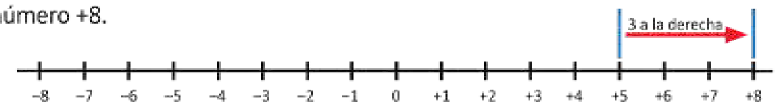
P

Utilizando de la recta numérica, responde lo siguiente:

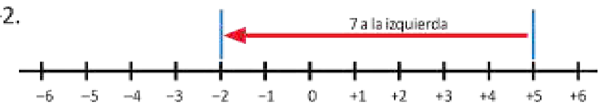
a) ¿Qué número es 3 unidades mayor que +5?
b) ¿Qué número es 7 unidades menor que +5?

S

a) El número que es 3 unidades mayor que +5, es el que se ubica 3 unidades a la derecha de +5. Este es el número +8.



b) El número que es 7 unidades menor que +5, es el que se ubica 7 unidades a la izquierda de +5. Este es el número −2.



C

Utilizando las posiciones de los números y desplazamientos a la derecha o a la izquierda en la recta numérica, se pueden encontrar números mayores o menores que un número dado.

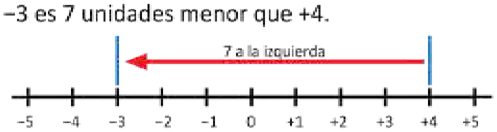
E

Responde:

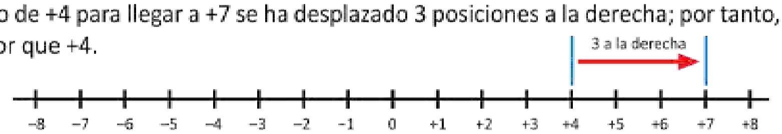
1. ¿Cuántas unidades es menor −3 con respecto a +4?
2. ¿Cuántas unidades es mayor +7 con respecto a +4?

Solución.

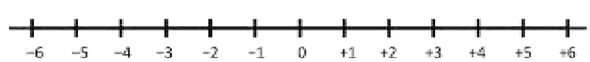
1. Partiendo de +4 para llegar a −3, se ha desplazado 7 posiciones a la izquierda como se muestra en la figura; por lo tanto, −3 es 7 unidades menor que +4.



2. Partiendo de +4 para llegar a +7 se ha desplazado 3 posiciones a la derecha; por tanto, +7 es 3 unidades mayor que +4.



1. Utilizando la recta numérica:



a) Encuentra el número que es 7 unidades menor que +3. −4
b) Encuentra el número que es 4 unidades mayor que −2. +2
c) ¿Cuántas unidades es mayor +4 con respecto a −3? 7 unidades
d) ¿Cuántas unidades es menor −5 con respecto a −3? 2 unidades
e) ¿Cuántas unidades es mayor +3.5 con respecto a +1? 2.5 unidades
f) ¿Cuántas unidades es menor −5.5 con respecto a +1? 6.5 unidades

2. Sin utilizar la recta numérica responde:

a) ¿Cuántas unidades es mayor +12 con respecto a +1? 11 unidades
b) ¿Cuántas unidades es menor −12 con respecto a −1? 11 unidades

Indicador de logro

2.4 Determina un número mayor o menor que otro a partir de los desplazamientos a la izquierda o a la derecha en la recta numérica.

Secuencia

Dado que el estudiante ya conoce sobre la ubicación de los números positivos y negativos en la recta, puede determinar un número que sea mayor o menor a otro según el número de unidades desplazadas ya sea hacia la derecha o izquierda respectivamente.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Determinar un número que es menor o mayor que un segundo, a partir de las unidades desplazadas hacia la izquierda o derecha del segundo número.

Ⓒ Establecer que se puede determinar un número mayor o menor que otro a partir de un número dado de desplazamiento de unidades hacia la derecha o a la izquierda. Ⓔ Determinar el número de unidades en las que es mayor o menor un número con respecto a otro, de manera que siga un procedimiento inverso al realizado en el Ⓟ, que contribuya a una mejor consolidación de la Ⓒ de la clase.

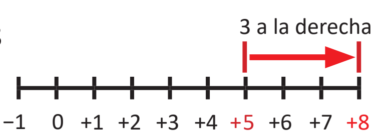
Posibles dificultades

El estudiante puede confundir el número de unidades de desplazamiento con el número buscado, por ejemplo, si se busca un número que sea 3 unidades mayor que 2, el estudiante puede establecer que es 3, en este caso se debe hacer la aclaración de que el punto de referencia para empezar a contar las unidades no es 0 sino que es 2, por lo que al desplazarse 3 unidades a partir de 2, el resultado es 5.

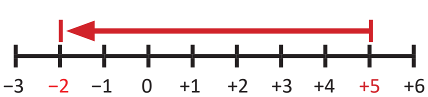
Fecha: **U1 2.4**

Ⓟ a) ¿Qué número es 3 unidades mayor que +5?
b) ¿Qué número es 7 unidades menor que +5?

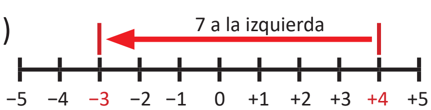
Ⓢ a) +8



b) −2

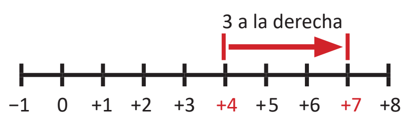


Ⓔ a)



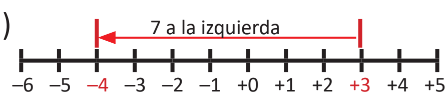
−3 es 7 unidades menor que +4.

b)



+7 es 3 unidades mayor que +4.

Ⓡ a)



−4 es 7 unidades menor que +3

Tarea: página 9 del Cuaderno de Ejercicios.

Unidad 2. Suma y resta de números positivos, negativos y el cero

Competencia de la Unidad

Utilizar las operaciones de suma y resta de números positivos, negativos y el cero, e identificar situaciones del entorno en las que se pueden aplicar.

Relación y desarrollo

Primero y segundo ciclo

- Números naturales hasta un millón
- Números decimales positivos
- Fracciones positivas
- Las cuatro operaciones básicas de naturales, decimales y fracciones positivas y el cero
- mcm y MCD

Séptimo grado

Unidad 1: Números positivos, negativos y el cero
- Números positivos, negativos y el cero
- Orden y valor absoluto de los números

Unidad 2: Suma y resta de números positivos, negativos y el cero
- Suma de números positivos, negativos y el cero
- Resta de números positivos, negativos y el cero
- Sumas y restas combinadas de números positivos, negativos y el cero

Unidad 3: Multiplicación y división de números positivos, negativos y el cero
- Multiplicación y división de números positivos, negativos y el cero
- Operaciones combinadas
- Números primos y compuestos

Noveno grado

Unidad 2: Raíz cuadrada
- Raíz cuadrada y números reales
- Operaciones con raíces cuadradas

Plan de estudio de la Unidad

Lección	Horas	Clases
1. Suma de números positivos, negativos y el cero	1	1. Suma de números con igual signo
	1	2. Suma de números con diferente signo
	1	3. Sumas que incluyen cero
	1	4. Suma con números decimales o fracciones positivas y negativas
	1	5. Propiedad conmutativa y asociativa de la suma
	1	6. Practica lo aprendido
2. Resta de números positivos, negativos y el cero	1	1. Resta de un número positivo o negativo
	1	2. Restas que incluyen el cero
3. Sumas y restas combinadas de números positivos, negativos y el cero	1	1. Sumas y restas combinadas de números positivos y negativos, parte 1
	1	2. Sumas y restas combinadas de números positivos y negativos, parte 2
	1	3. Sumas y restas combinadas de números positivos y negativos, parte 3
	1	4. Practica lo aprendido
	1	Prueba de la Unidad 2

12 horas clase + prueba de la Unidad 2

Puntos esenciales de cada lección

Lección 1: Suma de números positivos, negativos y el cero

Para deducir las reglas de la operación se utiliza la situación de ahorro y deuda, porque los estudiantes juzgarán fácilmente: a) si el resultado es positivo o negativo y b) si el resultado aumenta o disminuye. El orden de enseñanza (orden de la deducción de la regla) en la suma es: 1) suma de los números con igual signo, 2) suma de los números con diferente signo, 3) suma con el cero, 4) suma con números decimales y fraccionarios y 5) propiedad conmutativa y asociativa. Aquí se utiliza el valor absoluto para explicar la regla; lo importante es que en las etapas de la 1) a la 3), hay que emplear los números enteros con valor absoluto pequeño para que los estudiantes puedan asimilar la regla. Por la misma razón se pueden omitir los ejercicios con los números decimales y fraccionarios si los estudiantes tardan demasiado tiempo en calcularlos. Una razón por la cual se enseña la propiedad asociativa de la suma es porque permite las representaciones donde no está indicado el orden de cálculo, por ejemplo, (–3) + (+4) + (–5).

Lección 2: Resta de números positivos, negativos y el cero

Utilizando siempre la misma situación de ahorro y deuda se deduce que se puede convertir la resta en suma con el número opuesto.

Lección 3: Sumas y restas combinadas de números positivos, negativos y el cero

Hasta la lección anterior se ha venido colocando el signo positivo (+) a los números positivos, sin embargo, con la introducción del concepto de término y las operaciones combinadas, se ha comenzado a omitir.

1.1 Suma de números con igual signo

P

1. Para las situaciones que se presentan en cada literal, escribe el número que corresponde a cada una.

a) Ahorro \$5 | Ahorro \$3

En total hay \$ ☐ de ahorro.

b) Deuda \$5 | Deuda \$3

En total hay \$ ☐ de deuda.

Se le llama deuda económica a la cantidad de dinero que se le debe a otra persona o institución.

2. Si se expresa el ahorro con un número positivo y la deuda con un número negativo, las situaciones anteriores quedarían de la siguiente manera:

a) $(+5) + (+3) =$ ☐ b) $(-5) + (-3) =$ ☐

S

1.

a) Ahorro \$5 | Ahorro \$3

En total hay \$ $\boxed{8}$ de ahorro.

b) Deuda \$5 | Deuda \$3

En total hay \$ $\boxed{8}$ de deuda.

2.

a) $(+5) + (+3) = \boxed{+8}$ b) $(-5) + (-3) = \boxed{-8}$

C

Para sumar dos números que tienen el mismo signo, se escribe ese signo y se suman los valores absolutos.

Por ejemplo, las sumas $(+5) + (+3)$ y $(-5) + (-3)$ se calculan de la siguiente manera:

$(+5) + (+3)$
$(+5) + (+3) = +(5 + 3)$
$= +8$

$(-5) + (-3)$
$(-5) + (-3) = -(5 + 3)$
$= -8$

E

Calcula las siguientes sumas:

a) $(+5) + (+2)$ b) $(-4) + (-2)$

Solución.

a) $(+5) + (+2) = +(5 + 2)$
$= +7$

b) $(-4) + (-2) = -(4 + 2)$
$= -6$

Calcula las siguientes sumas:

a) $(+4) + (+3)$ $+7$ b) $(-3) + (-2)$ -5 c) $(+1) + (+3)$ $+4$ d) $(-3) + (-6)$ -9

e) $(+4) + (+8)$ $+12$ f) $(-5) + (-8)$ -13 g) $(-25) + (-50)$ -75 h) $(-30) + (-60)$ -90

Indicador de logro

1.1 Realiza la suma de dos números no decimales ni fraccionarios con igual signo.

Secuencia

Se considera que la suma de números con igual signo es la mejor manera para comenzar con la de números positivos o negativos debido a que es más fácil para el estudiante comprender el aumento o disminución (aumento negativo) de una cantidad a partir de otra, cuando se hace en una misma dirección, es decir, cuando a un número positivo se le suma otro positivo o cuando a un número negativo se le suma otro negativo. Por ello, en esta clase se establecerá la regla para la suma de dos números con el mismo signo, en la que se hace referencia al concepto de valor absoluto de un número que ya fue desarrollado en la clase anterior.

Cabe destacar que solo se abordan operaciones con números enteros para no distraer la atención del estudiante en la aplicación de la regla con algoritmos de suma de decimales o fracciones. En la clase 4 se abordan los casos de números no enteros.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Realizar la suma de dos números con el mismo signo de una forma intuitiva, a partir de una situación común del entorno.

Ⓒ Establecer la regla para sumar dos números con el mismo signo. Para el caso en que algún estudiante pregunte si es necesario escribir el signo (+) se le debe orientar explicándole que no es necesario, pero que se escribirá como parte del proceso que se llevará a lo largo de la unidad, y que en el caso en que se omita la escritura del signo se le especificará previamente, ya sea verbalmente o a través de un ejemplo del texto.

Fecha: **U2 1.1**

Ⓟ 1. Llena el recuadro en cada literal.

a) \$5 de ahorro
\$3 de ahorro

En total hay \$$\boxed{}$ de ahorro.

b) \$5 de deuda
\$3 de deuda

En total hay \$$\boxed{}$ de deuda.

2. Si el ahorro se expresa con un número positivo y la deuda con un número negativo, ¿cómo expresar a) y b)?

Ⓢ 1. a) En total hay \$$\boxed{8}$ de ahorro.
b) En total hay \$$\boxed{8}$ de deuda.

2. a) $(+5) + (+3) = \boxed{+8}$
b) $(-5) + (-3) = \boxed{-8}$

Ⓔ
a) $(+5) + (+2) = +(5 + 2)$
$= +7$

b) $(-4) + (-2) = -(4 + 2)$
$= -6$

Ⓡ
a) $+7$ b) -5
c) $+4$ d) -9
e) $+12$ f) -13

Tarea: página 12 del Cuaderno de Ejercicios.

1.2 Suma de números con diferente signo

P

1. Para las situaciones que se presentan en cada literal, escribe el número que corresponde a cada una.

a)

Ahorro $5	Deuda $3

Como hay más ☐ que ☐
En total hay $☐ de ☐

b)

Ahorro $3	Deuda $5

Como hay más ☐ que ☐
En total hay $☐ de ☐

c)

Ahorro $5	Deuda $5

Como se tiene la misma cantidad de ahorro y deuda, en total no hay ni ahorro ni deuda.

2. Si se expresa el ahorro con un número positivo y la deuda con un número negativo, las situaciones anteriores se expresan de la siguiente manera:

a) (+5) + (–3) = ☐ b) (+3) + (–5) = ☐ c) (+5) + (–5) = ☐

S

1.

a)

Ahorro $5	Deuda $3

Como hay más ahorro que deuda
En total hay $ 2 de ahorro

b)

Ahorro $3	Deuda $5

Como hay más deuda que ahorro
En total hay $ 2 de deuda

c)

Ahorro $5	Deuda $5

Como se tiene la misma cantidad de ahorro y deuda, en total no hay ni ahorro ni deuda.

2.

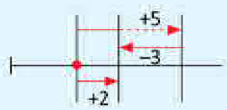
a) (+5) + (–3) = +2 b) (+3) + (–5) = –2 c) (+5) + (–5) = 0

C

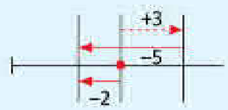
Para sumar dos números que tienen diferente signo y valor absoluto:
1. Se escribe el signo del número con mayor valor absoluto.
2. Se restan los valores absolutos, restando el menor del mayor.

Por ejemplo:

a) $(+5) + (-3) = +(5 - 3)$
$= +2$



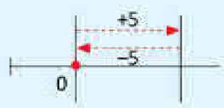
b) $(+3) + (-5) = -(5 - 3)$
$= -2$



La suma de dos números opuestos es 0.

Por ejemplo:

$(+5) + (-5) = 0$



E

Calcula las siguientes sumas:

a) $(-3) + (+5)$ b) $(-5) + (+3)$ c) $(-6) + (+6)$

Solución.

a) $(-3) + (+5) = +(5 - 3)$
$= +2$

b) $(-5) + (+3) = -(5 - 3)$
$= -2$

c) $(-6) + (+6) = 0$

Calcula las siguientes sumas:

a) $(-5) + (+2)$ -3 b) $(-9) + (+6)$ -3 c) $(+4) + (-4)$ 0 d) $(+2) + (-8)$ -6

e) $(+7) + (-4)$ $+3$ f) $(-5) + (+9)$ $+4$ g) $(+4) + (-7)$ -3 h) $(-23) + (+10)$ -13

i) $(+17) + (-12)$ $+5$ j) $(-13) + (+33)$ $+20$ k) $(+7) + (-7)$ 0 l) $(-13) + (+13)$ 0

Indicador de logro

1.2 Efectúa la suma de dos números no decimales ni fraccionarios con diferente signo.

Secuencia

Una vez que el estudiante ha comprendido la regla para sumar números que tienen el mismo signo, se aborda el caso en que los números que se suman tienen signo distinto. Esta situación se complica para el estudiante en comparación a la anterior debido a que se hacen aumentos o disminuciones de un número con respecto a otro en sentido contrario, es decir, a un número positivo se le suma uno negativo, o a un número negativo se le resta un número positivo. En esta clase se establece la regla para sumar dos números con distinto signo, e igualmente se hace referencia al concepto de valor absoluto.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Realizar la suma de dos números con distinto signo de una forma intuitiva, a partir de una situación común del entorno.

Ⓒ Establecer la regla para sumar dos números con distinto signo. Para el caso en que algún estudiante pregunte si es necesario escribir el signo (+) se le debe orientar explicándole que no es necesario, pero que se escribirá como parte del proceso que se llevará a lo largo de la unidad, y que en el caso en que se omita la escritura del signo se le especificará previamente; ya sea verbalmente o a través de un ejemplo del texto.

Ⓔ Practicar la aplicación de la regla establecida para la suma de dos números con distinto signo. En esta parte se realizan sumas en las cuales el primer sumando es negativo a diferencia de las sumas del Ⓟ.

Fecha: **U2 1.2**

Ⓟ 1. Llena el recuadro en cada literal.

a) \$5 de ahorro
\$3 de deuda
En total hay \$☐ de ☐.

b) \$3 de ahorro
\$5 de deuda
En total hay \$☐ de ☐.

c) \$5 de ahorro
\$5 de deuda
No hay ahorro ni deuda.

2. Si el ahorro se expresa con un número positivo y la deuda con un número negativo, ¿cómo expresar a), b) y c)?

Ⓢ 1. a) En total hay \$$\boxed{2}$ de $\boxed{\text{ahorro}}$.

b) En total hay \$$\boxed{2}$ de $\boxed{\text{deuda}}$.

c) Se tiene la misma cantidad de ahorro y deuda.

2. a) $(+5) + (-3) = \boxed{+2}$ b) $(+3) + (-5) = \boxed{-2}$ c) $(+5) + (-5) = \boxed{0}$

Ⓔ Calcula:

a) $(-3) + (+5) = +(5 - 3)$
$= +2$

b) $(-5) + (+3) = -(5 - 3)$
$= -2$

c) $(-6) + (+6) = 0$

Ⓡ

a) -3 b) -3 c) 0

d) -6 e) $+3$ f) $+4$

g) -3

Tarea: página 13 del Cuaderno de Ejercicios.

1.3 Sumas que incluyen cero

P

1. Para las situaciones que se presentan en cada literal, escribe el número que corresponde a cada una.

a) Deuda \$3 | \$0

En total hay \$ ☐ de ☐

b) \$0 | Deuda \$3

En total hay \$ ☐ de ☐

2. Si se expresa la deuda con un número negativo, las situaciones anteriores se expresan de la siguiente manera:

a) $(-3) + 0 = \square$

b) $0 + (-3) = \square$

S

1.

a) En total hay \$ 3 de deuda

b) En total hay \$ 3 de deuda

2.

a) $(-3) + 0 = \boxed{-3}$

b) $0 + (-3) = \boxed{-3}$

C

En las sumas, en las que interviene el cero, se presentan 2 casos:

1. Si se suma cero a un número, el resultado es el mismo número.
   Por ejemplo: $(-3) + 0 = -3$

2. Si se suma un número al cero el resultado es el número.
   Por ejemplo: $0 + (-4) = -4$

Realiza las siguientes sumas:

a) $(+5) + 0$ $+5$	b) $(-8) + 0$ -8	c) $0 + (+2)$ $+2$	d) $0 + (-7)$ -7
e) $(+7) + 0$ $+7$	f) $(-9) + 0$ -9	g) $0 + (+4)$ $+4$	h) $0 + (-6)$ -6
i) $(+20) + 0$ $+20$	j) $(-15) + 0$ -15	k) $0 + (+37)$ $+37$	l) $0 + (-23)$ -23
m) $(+77) + 0$ $+77$	n) $(-43) + 0$ -43	o) $0 + (+100)$ $+100$	p) $0 + (-105)$ -105

Unidad 2

15

Indicador de logro

1.3 Realiza sumas que tienen como sumandos al cero y a otro número no decimal ni fraccionario.

Secuencia

Se estudia la forma de realizar las sumas que tienen al número cero como un sumando. Esta clase se desarrolla aparte, debido a la condición de que cero no es un número positivo ni negativo, por lo que no se podía incluir en ninguna de las dos clases anteriores.

En las sumas (+5) + 0 o 0 + (–3) no se puede decir que alguna de ellas es una suma de números con igual o diferente signo. En la conclusión de la clase se establece la regla para realizar sumas de números positivos o negativos con el cero.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Realizar sumas que incluyen al cero, de una forma intuitiva, a partir de una situación común del entorno. Debe enfatizarse en que el cero no se escribe entre paréntesis.

Fecha:

U2 1.3

P 1. Llena el recuadro en cada literal.

a) \$3 de deuda
\$0
En total hay \$$\boxed{}$ de $\boxed{}$.

b) \$0
\$3 de deuda
En total hay \$$\boxed{}$ de $\boxed{}$.

2. Si la deuda se expresa con un número negativo, ¿cómo expresar a) y b)?

S 1. a)
En total hay \$ $\boxed{3}$ de $\boxed{\text{deuda}}$.

b)
En total hay \$ $\boxed{3}$ de $\boxed{\text{deuda}}$.

2.
a) (–3) + 0 = $\boxed{-3}$
b) 0 + (–3) = $\boxed{-3}$

R

a) +5 b) –8
c) +2 d) –7
e) +7 f) –9
g) +4 h) –6
i) +20 j) –15
k) +37 l) –23
m) +77 n) –43
o) +100 p) –105

Tarea: página 14 del Cuaderno de Ejercicios.

1.4 Suma con números decimales o fracciones positivas y negativas

P

Calcula las siguientes sumas:

a) $(-2.5) + (-3.4)$ b) $\left(+\frac{4}{5}\right) + \left(-\frac{3}{5}\right)$

S

a) $(-2.5) + (-3.4) = -(2.5 + 3.4)$
$= -5.9$

b) $\left(+\frac{4}{5}\right) + \left(-\frac{3}{5}\right) = +\left(\frac{4}{5} - \frac{3}{5}\right)$
$= +\frac{1}{5}$

C

Las reglas para realizar la suma de dos números positivos o negativos que son decimales o fracciones son las mismas que se establecieron en las tres clases anteriores.

1. Para sumar dos números que tienen el mismo signo, se escribe ese signo y se suman los valores absolutos.

2. Para sumar dos números que tienen diferente signo y valor absoluto, se escribe el signo del número con mayor valor absoluto y se restan los valores absolutos, restando el menor del mayor. En caso de que los números sean opuestos la suma es cero.

3. Si se suma cero a un número el resultado es el número o si se suma un número al cero el resultado es el número.

Por ejemplo:

a) $(-2.5) + (-3.4) = -(2.5 + 3.4)$
$= -5.9$

b) $\left(+\frac{4}{5}\right) + \left(-\frac{3}{5}\right) = +\left(\frac{4}{5} - \frac{3}{5}\right)$
$= +\frac{1}{5}$

E

Calcula las siguientes sumas:

a) $(-2.5) + (+2.5)$ b) $\left(-\frac{1}{3}\right) + \left(+\frac{1}{3}\right)$ c) $(-4.6) + 0$ d) $0 + \left(-\frac{3}{5}\right)$

Solución.

a) $(-2.5) + (+2.5) = 0$ b) $\left(-\frac{1}{3}\right) + \left(+\frac{1}{3}\right) = 0$ c) $(-4.6) + 0 = -4.6$ d) $0 + \left(-\frac{3}{5}\right) = -\frac{3}{5}$

Calcula las siguientes sumas:

a) $(+2.4) + (+1.3)$ $+3.7$
b) $(-3.5) + (-2.2)$ -5.7
c) $\left(-\frac{1}{5}\right) + \left(-\frac{3}{5}\right)$ $-\frac{4}{5}$
d) $\left(-\frac{2}{7}\right) + \left(-\frac{3}{7}\right)$ $-\frac{5}{7}$
e) $(+3.9) + (-1.5)$ $+2.4$
f) $(+4.2) + (-5.3)$ -1.1
g) $\left(-\frac{1}{5}\right) + \left(+\frac{3}{5}\right)$ $+\frac{2}{5}$
h) $\left(-\frac{1}{2}\right) + \left(+\frac{1}{3}\right)$ $-\frac{1}{6}$
i) $(+7.3) + (-9.5)$ -2.2
j) $(-2.4) + (+6.7)$ $+4.3$
k) $\left(+\frac{1}{6}\right) + \left(-\frac{1}{6}\right)$ 0
l) $\left(+\frac{2}{7}\right) + \left(-\frac{2}{7}\right)$ 0
m) $(-3.8) + 0$ -3.8
n) $0 + (+5.9)$ $+5.9$
o) $\left(+\frac{3}{5}\right) + 0$ $+\frac{3}{5}$
p) $0 + \left(-\frac{3}{5}\right)$ $-\frac{3}{5}$

Indicador de logro

1.4 Efectúa una suma de números decimales o fraccionarios que son positivos o negativos.

Secuencia

En clases anteriores se ha establecido el algoritmo de cálculo de la suma de números positivos, negativos y el cero. Se operó con números no decimales y no fraccionarios, ya que el objetivo era practicar la aplicación de la regla para operar con números negativos y fijarla en el estudiante; evitando así que la forma de operar los números decimales y fraccionarios dificulte el cumplimiento de tal objetivo, por lo que en esta clase se abordarán los casos en que los sumandos son números decimales y fracciones.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Realizar sumas de números positivos o negativos que son decimales o fracciones a partir del conocimiento de las reglas establecidas y practicadas en las tres clases anteriores y de su dominio.

Ⓒ Hacer énfasis en que la forma de realizar las sumas de números opuestos o las que incluyen al 0 es idéntica a la que se hace cuando los números no son decimales o fraccionarios.

Posibles dificultades

Si el estudiante no recuerda la forma de operar los decimales y fracciones, en este caso se deberá hacer una breve explicación de la forma de realizar dichos cálculos y en caso de observar la dificultad en forma generalizada hacer la explicación para todos. De ser posible entregar a los estudiantes una página con un resumen de las reglas para realizar la suma de este tipo de números con sus respectivos ejemplos.

Fecha: **U2 1.4**

Ⓟ Calcula las siguientes sumas:

a) $(-2.5) + (-3.4)$ b) $\left(+\frac{4}{5}\right) + \left(-\frac{3}{5}\right)$

Ⓢ a) $(-2.5) + (-3.4) = -(2.5 + 3.4)$
$= -5.9$

b) $\left(+\frac{4}{5}\right) + \left(-\frac{3}{5}\right) = +\left(\frac{4}{5} - \frac{3}{5}\right)$
$= +\frac{1}{5}$

Ⓔ a) $(-2.5) + (+2.5) = 0$

b) $\left(-\frac{1}{3}\right) + \left(+\frac{1}{3}\right) = 0$

c) $(-4.6) + 0 = -4.6$

d) $0 + \left(-\frac{3}{5}\right) = -\frac{3}{5}$

Ⓡ a) $+3.7$ b) -5.7

c) $-\frac{4}{5}$ d) $-\frac{5}{7}$

e) $+2.4$ f) -1.1

Tarea: página 15 del Cuaderno de Ejercicios.

1.5 Propiedad conmutativa y asociativa de la suma

P

Para cada literal, ¿son iguales los resultados obtenidos en la **Operación 1** y **Operación 2**?

a) **Operación 1** $(-3)+(+4)$ **Operación 2** $(+4)+(-3)$

b) **Operación 1** $[(-5)+(-7)]+(+15)$ **Operación 2** $(-5)+[(-7)+(+15)]$

S

Operación 1

a) $(-3)+(+4) = +(4-3)$
$= +1$

b) $[(-5)+(-7)]+(+15) = [-(7+5)]+(+15)$
$= (-12)+(+15)$
$= +(15-12)$
$= +3$

Operación 2

a) $(+4)+(-3) = +(4-3)$
$= +1$

b) $(-5)+[(-7)+(+15)] = (-5)+[+(15-7)]$
$= (-5)+(+8)$
$= +(8-5)$
$= +3$

R. Los resultados de la Operación 1 y Operación 2 son iguales en ambos literales.

C

La suma de dos números positivos o negativos no depende del orden de los sumandos. A esto se le llama **Propiedad conmutativa**.

$$a+b=b+a$$

La suma de varios números positivos o negativos no depende de la forma en que se asocian. A esto se le llama **Propiedad asociativa**.

$$(a+b)+c=a+(b+c)$$

Cuando en una operación ya se ha utilizado paréntesis, y se requiere utilizar otro signo de agrupación se utilizan los corchetes.

E

Realiza las siguientes sumas:

$(-5)+(+8)+(+4)+(-2)$

Solución.

$$\begin{aligned}(-5)+(+8)+(+4)+(-2) &= (+8)+(-5)+(+4)+(-2)\\ &= (+8)+(+4)+(-5)+(-2)\\ &= [(+8)+(+4)]+[(-5)+(-2)]\\ &= (+12)+(-7)\\ &= +5\end{aligned}$$

Los sumandos se ordenan según el signo para facilitar el cálculo (aplicando la propiedad conmutativa). En caso de tener fracciones, el ordenamiento también se puede hacer con base a los denominadores, de manera que sea más fácil la realización del cálculo.

Calcula las siguientes sumas:

a) $(+2)+(-3)+(+5)+(-2)$ $+2$

b) $(+4)+(-2)+(+8)+(-5)$ $+5$

c) $(-6)+(+4)+(+1)+(-4)$ -5

d) $(-2)+(+5)+(+3)+(-5)$ $+1$

e) $(+1)+(-3)+(-1)+(+4)$ $+1$

f) $(+5)+(-4)+(-2)+(+8)$ $+7$

g) $(-8)+(+1)+(-4)+(+1)$ -10

h) $(-6)+(-4)+(+9)+(-8)$ -9

i) $(+11)+(-10)+(+4)+(+5)$ $+10$

j) $(-2.3)+(+1.2)+(-1.5)+(+6.3)$ $+3.7$

k) $\left(-\frac{1}{7}\right)+\left(-\frac{2}{7}\right)+\left(+\frac{3}{7}\right)+\left(-\frac{4}{7}\right)$ $-\frac{4}{7}$

l) $\left(-\frac{4}{3}\right)+\left(-\frac{1}{5}\right)+\left(+\frac{1}{3}\right)+\left(+\frac{3}{5}\right)$ $-\frac{3}{5}$

17

Unidad 2

Indicador de logro

1.5 Aplica la propiedad conmutativa y asociativa para realizar el cálculo de una suma.

Secuencia

Dado que los estudiantes ya pueden realizar la suma de números con igual o diferente signo, en esta clase se pretende que los estudiantes apliquen la propiedad conmutativa y asociativa de la suma, para que sean capaces de ordenar los números de manera que todos los términos que tienen un número positivo estén juntos y hacer lo mismo para los términos con números negativos. Una vez que los números estén asociados según su signo, se realiza la suma de números con igual signo, para que al final la operación se reduzca a una suma de números con diferente signo. En general, se busca ampliar la propiedad conmutativa y asociativa para las sumas desarrolladas en grados anteriores, a las sumas que incluyen números negativos.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Mostrar la validez de la propiedad conmutativa y asociativa con los números negativos utilizando ejemplos numéricos.

Ⓒ Establecer que las propiedades conmutativa y asociativa de la suma son válidas para sumas que incluyen números negativos.

Ⓔ Aplicar las propiedades a cuatro sumandos. Hacer énfasis en que se agrupan los sumandos con el mismo signo para facilitar el cálculo.

Posibles dificultades

Comprender el uso de las letras a, b y c en la regla para denotar números. Se debe explicar que esas letras representan números, pero que en lugar de números se escriben letras porque se quiere generalizar que la propiedad es válida para cualquiera de los tres números positivos, negativos o el cero.

Solución de algunos ítems:

a) $(+2) + (-3) + (+5) + (-2)$
$= (+2) + (+5) + (-3) + (-2) = (+7) + (-5)$
$= +(7 - 5)$
$= +2$

Fecha: **U2 1.5**

Ⓟ ¿Son iguales los resultados en la **Operación 1** y **Operación 2**?

	Operación 1	**Operación 2**
a)	$(-3) + (+4)$	$(+4) + (-3)$
b)	$[(-5) + (-7)] + (+15)$	$(-5) + [(-7) + (+15)]$

Ⓢ

Operación 1	**Operación 2**
a) $(-3) + (+4) = +(4 - 3)$ $= +1$	$(+4) + (-3) = +(4 - 3)$ $= +1$
b) $[(-5) + (-7)] + (+15)$	$(-5) + [(-7) + (+15)]$
$= [-(7 + 5)] + (+15)$	$= (-5) + [+(15 - 7)]$
$= (-12) + (+15)$	$= (-5) + (+8)$
$= +(15 - 12)$	$= +(8 - 5)$
$= +3$	$= +3$

Ⓔ $(-5) + (+8) + (+4) + (-2)$
$= (+8) + (-5) + (+4) + (-2)$
$= (+8) + (+4) + (-5) + (-2)$
$= [(+8) + (+4)] + [(-5) + (-2)]$
$= (+12) + (-7)$
$= +5$

Ⓡ a) +2 b) +5

c) −5 d) +1

e) +1 f) +7

Tarea: página 16 del Cuaderno de Ejercicios.

1.6 Practica lo aprendido

1. Realiza las siguientes sumas:

a) $(+3) + (+2)$ $+5$
b) $(-7) + (-3)$ -10
c) $(+2) + (+7)$ $+9$
d) $(-1) + (-4)$ -5

e) $(+11) + (+4)$ $+15$
f) $(-16) + (-9)$ -25
g) $(+7) + (+13)$ $+20$
h) $(-8) + (-12)$ -20

i) $(+15.1) + (+10.1)$ $+25.2$
j) $(-8.7) + (-0.3)$ -9
k) $\left(+\frac{2}{11}\right) + \left(+\frac{7}{11}\right)$ $+\frac{9}{11}$
l) $\left(-\frac{8}{13}\right) + \left(-\frac{2}{13}\right)$ $-\frac{10}{13}$

2. Realiza las siguientes sumas:

a) $(+8) + (-5)$ $+3$
b) $(-9) + (+3)$ -6
c) $(-5) + (+5)$ 0

d) $(+18) + (-8)$ $+10$
e) $(-14) + (+9)$ -5
f) $(+13) + (-23)$ -10

g) $(-21) + (+28)$ $+7$
h) $(-35) + (+35)$ 0
i) $(0.2) + (-1.8)$ -1.6

j) $(+5.9) + (-2.9)$ $+3$
k) $\left(-\frac{4}{5}\right) + \left(+\frac{1}{5}\right)$ $-\frac{3}{5}$
l) $\left(+\frac{2}{5}\right) + \left(-\frac{3}{7}\right)$ $-\frac{1}{35}$

m) $(-33) + 0$ -33
n) $0 + (-0.95)$ -0.95
o) $\left(-\frac{2}{3}\right) + 0$ $-\frac{2}{3}$

3. Cambia el orden de los números en las siguientes sumas aplicando la propiedad conmutativa y asociativa, luego realiza el cálculo.

a) $(+2) + (-18) + (+3) + (-7)$ -20
b) $(-25) + (+5) + (+40) + (-10)$ $+10$
c) $(-12) + (+14) + (-18) + (+2)$ -14

d) $(+15) + (-6) + (+5) + (-4)$ $+10$
e) $(-12) + (-14) + (+18) + (-2)$ -10
f) $(-20) + (-10) + (-6) + (+9)$ -27

g) $(+1.3) + (-8.1) + (+7.7) + (-1.9)$ -1
h) $(-2.5) + (+1.4) + (+0.4) + (-0.3)$ -1
i) $(-5.6) + (+4.2) + (-2.3) + (+3.3)$ -0.4

j) $\left(+\frac{1}{7}\right) + \left(-\frac{2}{7}\right) + \left(+\frac{4}{7}\right) + \left(-\frac{6}{7}\right)$ $-\frac{3}{7}$
k) $\left(-\frac{2}{5}\right) + \left(+\frac{1}{10}\right) + \left(+\frac{9}{10}\right) + \left(-\frac{1}{5}\right)$ $+\frac{2}{5}$
l) $\left(+\frac{1}{6}\right) + \left(-\frac{1}{3}\right) + \left(+\frac{2}{3}\right) + \left(-\frac{5}{6}\right)$ $-\frac{1}{3}$

18

Indicador de logro

1.6 Resuelve problemas correspondientes a sumas de números positivos, negativos y el cero.

Solución de algunos ítems:

3\. c) $(-12) + (+14) + (-18) + (+2)$
$= (+14) + (-12) + (-18) + (+2)$
$= (+14) + (-12) + (+2) + (-18)$
$= (+14) + (+2) + (-12) + (-18)$
$= (+16) + (-30)$
$= -(30 - 16)$
$= -14$

3\. i) $(-5.6) + (+4.2) + (-2.3) + (+3.3)$
$= (+4.2) + (-5.6) + (-2.3) + (+3.3)$
$= (+4.2) + (-5.6) + (+3.3) + (-2.3)$
$= (+4.2) + (+3.3) + (-5.6) + (-2.3)$
$= (+7.5) + (-7.9)$
$= -(7.9 - 7.5)$
$= -0.4$

También se puede hacer de una forma más breve, como la siguiente:

3\. c) $(-12) + (+14) + (-18) + (+2)$
$= (+14) + (+2) + (-12) + (-18)$
$= (+16) + (-30)$
$= -(30 - 16)$
$= -14$

3\. l) $\left(+\frac{1}{6}\right)+\left(-\frac{1}{3}\right)+\left(+\frac{2}{3}\right)+\left(-\frac{5}{6}\right)$

$= \left(+\frac{1}{6}\right)+\left(-\frac{1}{3}\right)+\left(-\frac{5}{6}\right)+\left(+\frac{2}{3}\right)$

$= \left(+\frac{1}{6}\right)+\left(-\frac{5}{6}\right)+\left(-\frac{1}{3}\right)+\left(+\frac{2}{3}\right)$

$= \left(-\frac{4}{6}\right)+\left(+\frac{1}{3}\right)$

$= \left(-\frac{4}{6}\right)+\left(+\frac{2}{6}\right)$

$= -\frac{2}{6}$

$= -\frac{1}{3}$

En los casos donde hay fracciones de diferente denominador es más conveniente asociar los términos según el denominador y no según el signo.

Tarea: página 17 del Cuaderno de Ejercicios.

2.1 Resta de un número positivo o negativo

P

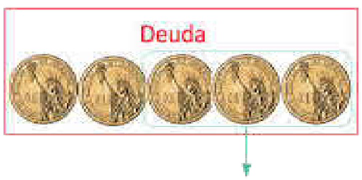
Llena el recuadro $\boxed{}$ en cada literal:

a) Hay \$5 de ahorro

Al quitar \$3 de ahorro resulta lo mismo que agregar \$3 de deuda.

$(+5) - (+3) = (+5) + (-3) = \boxed{}$

b) Hay \$5 de deuda



Al quitar \$3 de deuda resulta lo mismo que agregar \$3 de ahorro.

$(-5) - (-3) = \boxed{} + \boxed{} = \boxed{}$

S

a) $(+5) - (+3) = (+5) + (-3) = \boxed{+2}$

b) $(-5) - (-3) = \boxed{(-5)} + \boxed{(+3)} = \boxed{-2}$

C

Restar un número es igual a sumar el opuesto del mismo número.

E

Realiza las siguientes restas:

a) $(-5) - (+3)$

b) $(+5) - (-3)$

Solución.

a) $(-5) - (+3) = (-5) + (-3)$
$= -8$

b) $(+5) - (-3) = (+5) + (+3)$
$= +8$

Realiza las siguientes restas:

a) $(-4) - (+2)$ -6

b) $(+3) - (+7)$ -4

c) $(+4) - (-2)$ $+6$

d) $(-8) - (-5)$ -3

e) $(+2.5) - (+5.1)$ -2.6

f) $(-7.8) - (-11.3)$ $+3.5$

g) $\left(+\frac{4}{5}\right) - \left(+\frac{1}{5}\right)$ $+\frac{3}{5}$

h) $\left(+\frac{3}{7}\right) - \left(-\frac{1}{7}\right)$ $+\frac{4}{7}$

Indicador de logro

2.1 Realiza una resta de dos números que tienen igual o diferente signo.

Secuencia

En la lección anterior se estudió cómo realizar una suma con números positivos, negativos y el cero. Basándose en ese hecho, la resta de números positivos o negativos se aborda como una suma equivalente, de manera que la resta de un número positivo o negativo, se entiende como la suma del número opuesto.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Determinar de forma intuitiva que restar una cantidad positiva es equivalente a agregar una cantidad negativa y que quitar una cantidad negativa es equivalente a sumar una cantidad positiva a partir de una situación común del entorno.

Ⓒ Realizar restas que difieren del Ⓟ en el hecho de que al aplicar la regla se obtiene una suma de números de igual signo (hacer notar que en el Ⓟ las restas se convierten en sumas de números con diferente signo).

Solución de algunos ítems:

a) $(-4) - (+2) = (-4) + (-2)$
$= -(4 + 2)$
$= -6$

f) $(-7.8) - (-11.3) = (-7.8) + (+11.3)$
$= +(11.3 - 7.8)$
$= +3.5$

h) $\left(+\frac{3}{7}\right) - \left(-\frac{1}{7}\right) = \left(+\frac{3}{7}\right) + \left(+\frac{1}{7}\right)$
$= +\left(\frac{3}{7} + \frac{1}{7}\right)$
$= +\frac{4}{7}$

Fecha: **U2 2.1**

Ⓟ Llena el recuadro en cada literal.

a) Hay \$5 de ahorro.
Quitar \$3 de ahorro resulta lo mismo que agregar \$3 de deuda.
$(+5) - (+3) = (+5) + (-3) = \boxed{}$

b) Hay \$5 de deuda.
Quitar \$3 de deuda resulta lo mismo que agregar \$3 de ahorro.
$(-5) - (-3) = \boxed{} + \boxed{} = \boxed{}$

Ⓢ a) $(+5) - (+3) = (+5) + (-3) = \boxed{+2}$

b) $(-5) - (-3) = \boxed{(-5)} + \boxed{(+3)} = \boxed{-2}$

Ⓔ Realización de algunas restas:

a) $(-5) - (+3) = (-5) + (-3)$
$= -8$

b) $(+5) - (-3) = (+5) + (+3)$
$= +8$

Ⓡ a) -6 b) -4 c) $+6$

d) -3 e) -2.6 f) $+3.5$

g) $+\frac{3}{5}$ h) $+\frac{4}{7}$

Tarea: página 18 del Cuaderno de Ejercicios.

2.2 Restas que incluyen el cero

P

Realiza lo que se pide en cada literal:

a) Calcula la siguiente operación convirtiéndola en suma: $0 - (+4)$.

b) Analiza para llenar el recuadro $\boxed{}$

$(-4) - (+3) = -7$

$(-4) - (+2) = -6$

$(-4) - (+1) = -5$

$(-4) - 0 = \boxed{}$

S

a) $0 - (+4) = 0 + (-4)$
$= -4$

b) $(-4) - (+3) = -7$ $\quad +1$

$(-4) - (+2) = -6$ $\quad +1$

$(-4) - (+1) = -5$ $\quad +1$

$(-4) - \ 0 \ = \boxed{-4}$

C

En las restas que interviene el cero, se presentan 2 casos:

1. Si se resta un número del cero, la diferencia es el opuesto del sustraendo.
   Por ejemplo: $0 - (+4) = -4$

2. Si se resta cero de un número, la diferencia es el minuendo.
   Por ejemplo: $(-4) - 0 = -4$

E

Realiza las siguientes restas:

a) $0 - (-6)$ b) $(-6) - 0$

Solución.

a) $0 - (-6) = +6$ b) $(-6) - 0 = -6$

Realiza las siguientes restas:

a) $(+5) - 0$ $+5$
b) $0 - (+11)$ -11
c) $(+8) - 0$ $+8$
d) $0 - (+8)$ -8
e) $(-2) - 0$ -2
f) $0 - (-6)$ $+6$
g) $(-9) - 0$ -9
h) $0 - (-9)$ $+9$
i) $0 - 0$ 0
j) $(+5.4) - 0$ $+5.4$
k) $(+3.45) - 0$ $+3.45$
l) $0 - (+8.36)$ -8.36
m) $(-9.12) - 0$ -9.12
n) $0 - (-15.75)$ $+15.75$
o) $\left(+\frac{1}{2}\right) - 0$ $+\frac{1}{2}$
p) $0 - \left(+\frac{5}{6}\right)$ $-\frac{5}{6}$
q) $\left(-\frac{7}{11}\right) - 0$ $-\frac{7}{11}$
r) $0 - \left(-\frac{5}{8}\right)$ $+\frac{5}{8}$

20

Indicador de logro

2.2 Efectúa una resta que tiene al cero como minuendo o sustraendo.

Secuencia

Los casos en que la resta tiene en el minuendo o sustraendo al cero, no se estudiaron en la clase anterior debido a que el cero no puede ser clasificado como un número positivo o negativo, pero con el fin de que este tipo de restas no se queden sin ser trabajadas, se ha dado un apartado específicamente para ellas.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Para a) determinar que al restar de cero un número positivo la diferencia es el opuesto del número a partir de convertir la resta en suma.
Para b) determinar intuitivamente que al restar 0 de un número negativo la diferencia es el mismo número a partir del patrón observado en las diferencias.

Ⓒ Hacer énfasis en el caso del literal a), dado que el signo del número que se resta es opuesto al presentado en a) del Ⓟ. Se puede hacer referencia al resultado de la resta para hacer notar que el número obtenido es el opuesto del sustraendo.

Fecha: **U2 2.2**

Ⓟ Realiza lo que se pide en cada literal.

a) Calcula convirtiendo en suma: $0-(+4)$

b) Analiza para llenar el recuadro

$(-4)-(+3)=-7$
$(-4)-(+2)=-6$
$(-4)-(+1)=-5$
$(-4)-\ 0=\boxed{}$.

Ⓢ a) $0-(+4)=0+(-4)$
$=-4$

b)
$(-4)-(+3)=-7$ +1
$(-4)-(+2)=-6$ +1
$(-4)-(+1)=-5$ +1
$(-4)-\ 0\ =\boxed{-4}$

Ⓔ Realización de algunas restas.

a) $0-(-6)=+6$
b) $(-6)-0=-6$

Ⓡ

a) +5 b) −11

c) +8 d) −8

e) −2 f) +6

g) −9 h) +9

Tarea: página 19 del Cuaderno de Ejercicios.

3.1 Sumas y restas combinadas de números positivos y negativos, parte 1

P

Observa que la operación 4 – 8 se puede escribir como (+4) – (+8) y luego expresarse como una suma de números positivos y negativos (+4) + (–8).

Igualmente – 3 – 7 se puede escribir como (–3) – (+7) y luego expresarse como una suma de números positivos y negativos (–3) + (–7).

Ahora expresa como suma de números positivos y negativos la siguiente operación que combina sumas y restas de números positivos: 5 – 6 + 8 – 4.

La resta de un número positivo o negativo se puede convertir en la suma del número con el signo opuesto.

S

5 – 6 + 8 – 4 = (+5) – (+6) + (+8) – (+4)
= (+5) + (–6) + (+8) + (–4)

De modo que
5 – 6 + 8 – 4 = (+5) + (–6) + (+8) + (–4).

C

En general, las operaciones que combinan suma y resta de números positivos y negativos, omitiendo los paréntesis de los números que intervienen en la operación, se pueden expresar como una suma de números positivos y negativos.

Así la expresión: 5 – 6 + 8 – 4 ... ①
se puede expresar como: (+5) + (–6) + (+8) + (–4) ... ②

En la operación 5 – 6 + 8 – 4 los números +5, –6, +8 y – 4 se les llama **términos**.

Se debe observar que en ① se omiten los paréntesis y los signos + que denotan la adición en ②, y también que en el primer término cuando es positivo no se escribe el signo. A la acción de omitir la escritura de los paréntesis comúnmente se le llama **suprimir los paréntesis,** y se puede hacer siempre y cuando sea un signo + el que antecede a los paréntesis, en caso contrario debe cambiarse la resta a suma, según la regla trabajada en las 2 clases anteriores.

E

Representa las siguientes operaciones en la forma ① e identifica los términos.

a) (–2) + (+8) + (–1)   b) (–4) – (+10) + (–2)   c) (–3) – (–2) + 8

Solución.

a) (–2) + (+8) + (–1) = – 2 + 8 – 1
Términos: –2, +8, –1

b) (–4) – (+10) + (–2) = (–4) + (–10) + (–2)
= – 4 – 10 – 2
Términos: –4, –10, –2

c) (–3) – (–2) + 8 = (–3) + (+2) + 8
= – 3 + 2 + 8
Términos: –3, +2, +8

Representa las siguientes operaciones en la forma ① e identifica los términos.

a) (+1) + (–2) + (+3)   1 – 2 + 3
Términos: +1, –2, +3

b) (–1) + (–2) + (–3)   –1 – 2 – 3
Términos: –1, –2, –3

c) (+2) – (+5) + (–4)   2 – 5 – 4
Términos: +2, –5, –4

d) (–1) – (+5) + (–2) – (–2)
–1 – 5 – 2 + 2
Términos: –1, –5,–2, +2

e) (–2.1) – (+3.4) + (–2) – (–1.5)
–2.1 – 3.4 – 2 + 1.5
Términos: –2.1, –3.4, –2, +1.5

f) $\left(+\frac{1}{11}\right) + \left(-\frac{4}{11}\right) - \left(+\frac{6}{11}\right) - \left(-\frac{2}{11}\right)$

$\frac{1}{11} - \frac{4}{11} - \frac{6}{11} + \frac{2}{11}$

Términos: $+\frac{1}{11}, -\frac{4}{11}, -\frac{6}{11}, +\frac{2}{11}$

21

Indicador de logro

3.1 Expresa sumas y restas combinadas de números positivos o negativos, como suma de números positivos o negativos y viceversa.

Secuencia

En esta clase se presentan las sumas y restas combinadas de números positivos y negativos sin la escritura de los paréntesis para los términos, y se hace una interpretación de este tipo de operaciones como una suma de números positivos y negativos (incluyendo paréntesis). Para realizar tal interpretación se hace uso de la regla establecida para convertir la resta de un número en una suma.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Determinar que las sumas y las restas de números positivos y negativos, sin la escritura de los paréntesis de los números que intervienen en la operación, se pueden expresar como una operación solo con sumas de números positivos y negativos. Cuando se explique la solución evitar el uso de la palabra "términos" porque se define en ©.

© Establecer que la operación que combina sumas y restas de números positivos y negativos sin la escritura de los paréntesis se puede escribir como una suma de números positivos y negativos. También se establece que a los números que intervienen en la operación se les llama **términos**.

Solución de algunos ítems:

a) $(+1) + (-2) + (+3) = 1 - 2 + 3$
Términos: $+1$, -2, $+3$

e) $(-2.1) - (+3.4) + (-2) - (-1.5)$
$= (-2.1) + (-3.4) + (-2) + (+1.5)$
$= -2.1 - 3.4 - 2 + 1.5$
Términos: -2.1, -3.4, -2, $+1.5$

f) $\left(+\frac{1}{11}\right) + \left(-\frac{4}{11}\right) - \left(+\frac{6}{11}\right) - \left(-\frac{2}{11}\right)$

$= \left(+\frac{1}{11}\right) + \left(-\frac{4}{11}\right) + \left(-\frac{6}{11}\right) + \left(+\frac{2}{11}\right)$

Términos: $+\frac{1}{11}, -\frac{4}{11}, -\frac{6}{11}, +\frac{2}{11}$

Fecha:

U2 3.1

Ⓟ Si $4 - 8 = (+4) + (-8)$ y $-3 - 7 = (-3) + (-7)$

Escribir como suma de números positivos y negativos la expresión:
$5 - 6 + 8 - 4$

Ⓢ $5 - 6 + 8 - 4 = (+5) - (+6) + (+8) - (+4)$
$= (+5) + (-6) + (+8) + (-4)$

De modo que
$5 - 6 + 8 - 4 = (+5) + (-6) + (+8) + (-4)$

Ⓔ
a) $(-2) + (+8) + (-1) = -2 + 8 - 1$
Términos: -2, $+8$, -1
b) $(-4) - (+10) + (-2) = (-4) + (-10) + (-2)$
$= -4 - 10 - 2$
Términos: -4, -10, -2
c) $(-3) - (-2) + 8 = (-3) + (+2) + 8$
$= -3 + 2 + 8$
Términos: -3, $+2$, $+8$

Ⓡ
a) $1 - 2 + 3$
Términos: $+1$, -2, $+3$
b) $-1 - 2 - 3$
Términos: -1, -2, -3

Tarea: página 20 del Cuaderno de Ejercicios.

3.2 Sumas y restas combinadas de números positivos y negativos, parte 2

P

Realiza la siguiente operación sin utilizar la forma ② de la clase anterior.

$9 - 6 + 7 - 8$

Recuerda la propiedad que aplicabas para realizar las sumas de números positivos y negativos. Solo como orientación ten en cuenta que: $9 - 6 + 7 - 8 = (+9) + (-6) + (+7) + (-8)$.

S

$$\begin{aligned} 9 - 6 + 7 - 8 &= 9 + 7 - 6 - 8 \\ &= 16 - 14 \\ &= 2 \end{aligned}$$

Cuando se realiza una operación combinada expresada en la forma ① se omite el signo + del resultado cuando sea positivo.

C

Para realizar una operación que combina suma y resta de números positivos y negativos sin paréntesis en los términos, se aplican las propiedades conmutativa y asociativa de la suma; se asocian los números que se están sumando ◯, y los que se están restando ◯; luego, se realizan los cálculos.

$$\begin{aligned} 9 - 6 + 7 - 8 &= 9 + 7 - 6 - 8 \\ &= 16 - 14 \\ &= 2 \end{aligned}$$

E

Realiza la siguiente operación:

$11 - 12 - 10 + 13$

Solución.

$$\begin{aligned} 11 - 12 - 10 + 13 &= 11 + 13 - 12 - 10 \\ &= 24 - 22 \\ &= 2 \end{aligned}$$

Procura que los signos (=) queden en columna.

$$\begin{aligned} 11 - 12 - 10 + 13 &= 11 + 13 - 12 - 10 \\ &= 24 - 22 \\ &= 2 \end{aligned}$$

Realiza las siguientes operaciones:

a) $-2 + 8 + 6 - 3$ 9

b) $-3 + 16 - 7 + 4$ 10

c) $-5 + 2 - 5 - 6$ -14

d) $4 + 5 - 8 + 3$ 4

e) $-7 - 1 + 6 - 2$ -4

f) $-1 + 9 - 2 - 6$ 0

g) $6 - 5 + 3 - 1 + 10$ 13

h) $2.8 - 1.2 + 3.1 - 2.6$ 2.1

i) $-\frac{1}{11} - \frac{4}{11} + \frac{6}{11} + \frac{2}{11}$ $\frac{3}{11}$

22

Indicador de logro

3.2 Realiza sumas y restas combinadas de números positivos y negativos.

Secuencia

Anteriormente se trabajó el hecho de que una operación que combina sumas y restas de números positivos y negativos sin paréntesis en los términos se puede expresar como una suma de números positivos y negativos; por lo que se puede establecer que las propiedades conmutativas y asociativas para la suma que se vieron en la lección anterior, son igualmente válidas para aplicarse a las operaciones que combinan suma y resta en las que no se escriben los paréntesis de los términos.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Realizar la operación que combina suma y resta de números positivos y negativos sin paréntesis en los términos, aplicando la propiedad conmutativa y asociativa de la suma, sin la necesidad de escribir la operación original como una suma de números positivos y negativos.

Solución de algunos ítems:

a) $-2 + 8 + 6 - 3 = 8 + 6 - 2 - 3$
$= 14 - 5$
$= 9$

h) $2.8 - 1.2 + 3.1 - 2.6$
$= 2.8 + 3.1 - 1.2 - 2.6$
$= 5.9 - 3.8$
$= 2.1$

i) $-\frac{1}{11} - \frac{4}{11} + \frac{6}{11} + \frac{2}{11}$
$= \frac{6}{11} + \frac{2}{11} - \frac{1}{11} - \frac{4}{11}$
$= \frac{8}{11} - \frac{5}{11}$
$= \frac{3}{11}$

No siempre es necesario conmutar los términos positivos al inicio, ya que podrían realizarse las operaciones directamente.

Fecha: **U2 3.2**

Ⓟ Realiza la siguiente operación:
$9 - 6 + 7 - 8$

Ⓢ $9 - 6 + 7 - 8 = 9 + 7 - 6 - 8$
$= 16 - 14$
$= 2$

Ⓔ Realización de una operación:

$11 - 12 - 10 + 13 = 11 + 13 - 12 - 10$
$= 24 - 22$
$= 2$

Ⓡ a) 9 b) 10 c) -14

d) 4 e) -4 f) 0

g) 13 h) 2.1 i) $\frac{3}{11}$

Tarea: página 21 del Cuaderno de Ejercicios.

3.3 Sumas y restas combinadas de números positivos y negativos, parte 3

P

Realiza la siguiente operación:

$5 - 8 + (-4) - (-3)$

S

$$\begin{aligned} 5 - 8 + (-4) - (-3) &= 5 - 8 + (-4) + (+3) \\ &= 5 - 8 - 4 + 3 \\ &= 5 - 8 + 3 - 4 \\ &= 5 + 3 - 8 - 4 \\ &= 8 - 12 \\ &= -4 \end{aligned}$$

C

Cuando hay paréntesis en la operación, primero se deben suprimir los paréntesis y luego realizar los cálculos. Por ejemplo:

$$\begin{aligned} 5 - 8 + (-4) - (-3) &= 5 - 8 + (-4) + (+3) && \text{convirtiendo la resta en la suma del número opuesto de } -3, \\ &= 5 - 8 - 4 + 3 && \text{suprimiendo los paréntesis,} \\ &= 5 - 8 + 3 - 4 && \text{propiedad conmutativa y luego asociativa,} \\ &= 5 + 3 - 8 - 4 \\ &= 8 - 12 \\ &= -4. \end{aligned}$$

E

Realiza las siguientes sumas y restas combinadas.

$$-8 - (-6) + (-5) - 10$$

Solución.

$$\begin{aligned} -8 - (-6) + (-5) - 10 &= -8 + (+6) + (-5) - 10 \\ &= -8 + 6 - 5 - 10 \\ &= 6 - 8 - 5 - 10 \\ &= 6 - 23 \\ &= -17 \end{aligned}$$

Efectúa las siguientes sumas y restas combinadas, suprimiendo los paréntesis.

a) $8 + (-2) - (-4)$
10

b) $3 + (-4) - (-2)$
1

c) $-2 - 4 - (-3)$
-3

d) $-5 - (-6) - (-4)$
5

e) $-2 - (-4) + (-5) + 1$
-2

f) $5 - 2 - (-3) - 6$
0

g) $4 - 5 + (-5) - (-1)$
-5

h) $-8 - (-6) - (-4) - 1$
1

i) $-12 + (-4) - 9 + 0$
-25

j) $2.4 - 2.8 + 0.3 - 1.1$
-1.2

k) $2.3 + (-0.7) - (-0.5)$
2.1

l) $\frac{5}{3} - \left(-\frac{8}{3}\right) + \frac{1}{12}$
$\frac{53}{12}$

Unidad 2

23

Indicador de logro

3.3 Realiza sumas y restas combinadas de números positivos y negativos suprimiendo los paréntesis.

Secuencia

En la clase anterior se trabajó la forma de realizar el cálculo de una operación combinada de suma y resta de números positivos y negativos sin la escritura de los paréntesis en los términos, por lo que ahora se realizará el cálculo de la operación cuando aparecen paréntesis en algunos de los términos, de modo que el estudiante los suprima y lleve la operación a una forma en la que no se tenga ningún paréntesis.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Realizar una operación combinada de suma y resta de números positivos y negativos que presenta paréntesis en al menos uno de los términos, suprimiendo los paréntesis para llevar la operación a la forma en la que se trabajó la clase anterior.

Solución de algunos ítems:

a) $8 + (-2) - (-4) = 8 + (-2) + (+4)$
$= 8 - 2 + 4$
$= 8 + 4 - 2$
$= 12 - 2$
$= 10$

l) $\frac{5}{3} - \left(-\frac{8}{3}\right) + \frac{1}{12}$
$= \frac{5}{3} + \left(+\frac{8}{3}\right) + \frac{1}{12}$
$= \frac{5}{3} + \frac{8}{3} + \frac{1}{12}$
$= \frac{13}{3} + \frac{1}{12}$
$= \frac{52}{12} + \frac{1}{12}$
$= \frac{53}{12}$

Fecha:

U2 3.3

Ⓟ Realiza las siguientes operaciones sin la utilización de los paréntesis.

$5 - 8 + (-4) - (-3)$

Ⓢ

$5 - 8 + (-4) - (-3) = 5 - 8 + (-4) + (+3)$
$= 5 - 8 - 4 + 3$
$= 5 + 3 - 8 - 4$
$= 8 - 12$
$= -4$

Ⓔ Realización de una operación:
$-8 - (-6) + (-5) - 10$
$= -8 + (+6) + (-5) - 10$
$= -8 + 6 - 5 - 10$
$= 6 - 8 - 5 - 10$
$= 6 - 23$
$= -17$

Ⓡ a) 10 b) 1 c) −3

d) 5 e) −2 f) 0

Tarea: página 22 del Cuaderno de Ejercicios.

3.4 Practica lo aprendido

1. Realiza las siguientes restas:

a) $(+8)-(+4)$
4

b) $(+7)-(+10)$
-3

c) $(-8)-(+7)$
-15

d) $(+1.4)-(+2.5)$
-1.1

e) $\left(-\frac{7}{9}\right)-\left(+\frac{2}{9}\right)$
-1

f) $(+3)-(-2)$
5

g) $(-1)-(-11)$
10

h) $(-12)-(-4)$
-8

i) $(-13.2)-(-3.1)$
-10.1

j) $\left(-\frac{2}{11}\right)-\left(-\frac{1}{5}\right)$
$\frac{1}{55}$

2. Realiza las siguientes restas:

a) $(+20)-0$
20

b) $0-(+22)$
-22

c) $(-16)-0$
-16

d) $0-(-17)$
17

e) $(7.8)-0$
7.8

f) $0-\left(-\frac{3}{25}\right)$
$\frac{3}{25}$

3. Plantea solo como suma las siguientes sumas y restas combinadas y escribe cuáles son los términos.

a) $(+20)+(-8)+(+1)$
$20-8+1$
Términos: $+20, -8, +1$

b) $(+17)+(-9)-(+11)$
$17-9-11$
Términos: $+17, -9, -11$

c) $(+3.2)-(+0.4)-(-3.6)$
$3.2-0.4+3.6$
Términos: $+3.2, -0.4, +3.6$

d) $\left(+\frac{8}{7}\right)-\left(+\frac{2}{3}\right)+\left(-\frac{4}{5}\right)-\left(-\frac{10}{13}\right)$
$\frac{8}{7}-\frac{2}{3}-\frac{4}{5}+\frac{10}{13}$
Términos: $+\frac{8}{7}, -\frac{2}{3}, -\frac{4}{5}, +\frac{10}{13}$

4. Plantea las siguientes sumas y restas combinadas solo como suma y calcula.

a) $(-2)-(-6)-(-4)-(+5)$
$-2+6+4-5=3$

b) $(-6)+(+3)-(+6)+(-7)$
$-6+3-6-7=-16$

c) $(+3.4)+(-0.2)-(-5.2)-(+1.4)$
$3.4-0.2+5.2-1.4=7$

d) $\left(+\frac{2}{13}\right)-\left(+\frac{3}{13}\right)-\left(-\frac{5}{13}\right)-\left(-\frac{1}{13}\right)$
$\frac{2}{13}-\frac{3}{13}+\frac{5}{13}+\frac{1}{13}=\frac{5}{13}$

5. Efectúa las siguientes sumas y restas combinadas.

a) $-6+5-10$
-11

b) $3.7-3.4+0.3-4.6$
-4

c) $\frac{1}{6}-\frac{8}{15}+\frac{7}{6}-\frac{2}{15}$
$\frac{2}{3}$

6. Efectúa las siguientes sumas y restas combinadas suprimiendo los paréntesis.

a) $5+(-8)-(-7)$
4

b) $-27-(-18)-4+0$
-13

c) $2.3+(-0.7)-(-0.5)-(+0.1)$
2

d) $\frac{1}{3}-\left(-\frac{1}{6}\right)+\left(-\frac{1}{4}\right)+\frac{1}{2}$
$\frac{3}{4}$

Indicador de logro

3.4 Resuelve problemas correspondientes a sumas y restas combinadas de números positivos, negativos y el cero.

Solución de algunos ítems:

4. d) $\left(+\frac{2}{13}\right)-\left(+\frac{3}{13}\right)-\left(-\frac{5}{13}\right)-\left(-\frac{1}{13}\right)$

$=\left(+\frac{2}{13}\right)+\left(-\frac{3}{13}\right)+\left(+\frac{5}{13}\right)+\left(+\frac{1}{13}\right)$

$=\frac{2}{13}-\frac{3}{13}+\frac{5}{13}+\frac{1}{13}$

$=\frac{2}{13}+\frac{5}{13}+\frac{1}{13}-\frac{3}{13}$

$=\frac{8}{13}-\frac{3}{13}$

$=\frac{5}{13}$

5. b) $3.7 - 3.4 + 0.3 - 4.6$

$= 3.7 + 0.3 - 3.4 - 4.6$

$= 4 - 8$

$= -4$

6. c) $2.3 + (-0.7) - (-0.5) - (+0.1)$

$= 2.3 + (-0.7) + (+0.5) + (-0.1)$

$= 2.3 - 0.7 + 0.5 - 0.1$

$= 2.3 + 0.5 - 0.7 - 0.1$

$= 2.8 - 0.8$

$= 2$

6. d) $\frac{1}{3}-\left(-\frac{1}{6}\right)+\left(-\frac{1}{4}\right)+\frac{1}{2}$

$=\frac{1}{3}+\left(+\frac{1}{6}\right)+\left(-\frac{1}{4}\right)+\frac{1}{2}$

$=\frac{1}{3}+\frac{1}{6}-\frac{1}{4}+\frac{1}{2}$

$=\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{2}-\frac{1}{4}$

$=\frac{2}{6}+\frac{1}{6}+\frac{2}{4}-\frac{1}{4}$

$=\frac{3}{6}+\frac{1}{4}$

$=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$

$=\frac{2}{4}+\frac{1}{4}$

$=\frac{3}{4}$

Tarea: página 23 del Cuaderno de Ejercicios.

Unidad 3. Multiplicación y división de números positivos, negativos y el cero

Competencias de la Unidad

– Efectuar las operaciones de multiplicación y división de números positivos, negativos y el cero, e identificar situaciones del entorno en las que se puedan aplicar.
– Conocer los números primos y aplicarlos en el cálculo del máximo común divisor y el mínimo común múltiplo.

Relación y desarrollo

Primero y segundo ciclo

- Números naturales hasta un millón
- Números decimales positivos
- Fracciones positivas
- Las cuatro operaciones básicas de naturales, decimales, fracciones positivas y el cero
- mcm y MCD

Séptimo grado

Unidad 1: Números positivos, negativos y el cero
- Números positivos, negativos y el cero
- Orden y valor absoluto de los números

Unidad 2: Suma y resta de números positivos, negativos y el cero
- Suma de números positivos, negativos y el cero
- Resta de números positivos, negativos y el cero
- Sumas y restas combinadas de números positivos, negativos y el cero

Unidad 3: Multiplicación y división de números positivos, negativos y el cero
- Multiplicación y división de números positivos, negativos y el cero
- Operaciones combinadas
- Números primos y compuestos

Noveno grado

Unidad 2: Raíz cuadrada
- Raíz cuadrada y números reales
- Operaciones con raíces cuadradas

Plan de estudio de la Unidad

Lección	Horas	Clases
1. Multiplicación y división de números positivos, negativos y el cero	1	1. Multiplicación de números con diferente signo
	1	2. Multiplicación de números con igual signo
	1	3. Multiplicaciones que incluyen –1, 0 y 1
	1	4. Propiedad conmutativa y asociativa de la multiplicación
	1	5. Signo del producto según el número de factores de la multiplicación
	1	6. Potencia de un número
	1	7. Multiplicaciones que incluyen potencias
	1	8. División de números enteros positivos, negativos y el cero
	1	9. Fracciones negativas
	1	10. Recíproco de un número
	1	11. Cálculo de una división como multiplicación
	1	12. Practica lo aprendido
2. Operaciones combinadas	1	1. Operaciones con multiplicación y división
	1	2. Operaciones combinadas
	1	3. Operaciones combinadas que incluyen potencias
	1	4. Propiedad distributiva de la multiplicación
	1	5. Conjuntos numéricos
	1	6. Practica lo aprendido

Lección	Horas	Clases
3. Números primos y compuestos	1	1. Mínimo común múltiplo y máximo común divisor
	1	2. Relación entre los múltiplos y divisores de un número
	1	3. Números primos y compuestos
	1	4. Descomposición en factores primos
	1	5. Máximo común divisor por descomposición en factores primos
	1	6. Mínimo común múltiplo por descomposición en factores primos
	1	7. Aplicación del mcm y MCD
	1	8. Practica lo aprendido
	1	Prueba de la Unidad 3

26 horas clase + prueba de la Unidad 3

Puntos esenciales de cada lección

Lección 1: Multiplicación y división de números positivos, negativos y el cero
Para deducir la regla de multiplicación se utiliza un patrón que consiste en la observación del cambio del producto cuando uno de los factores varía, se ha adoptado esta manera por su accesibilidad. En cuanto a la división, se aborda como la operación inversa de la multiplicación; en la primera etapa de la explicación, se vuelve a poner el signo positivo (+) para una mejor comprensión de la regla para la multiplicación.

Lección 2: Operaciones combinadas
Si observa que los estudiantes no dominan la jerarquía de las operaciones, hay que reforzar las reglas acerca del orden de cálculo cuando hay más de dos tipos de operaciones, considerando la dificultad de que la operación combinada incluye números negativos. La explicación más detallada del conjunto de los números racionales se les dará a los estudiantes en 9° donde se trabaja con algunos números irracionales. Aquí se limita a tratar la relación de inclusión de los conjuntos de números naturales, enteros y racionales, aunque no se enseñará el término "número racional".

Lección 3: Números primos y compuestos
Aunque los estudiantes aprendieron los múltiplos (comunes) y los divisores (comunes) en primero y segundo ciclo, se trabajarán nuevamente estos conceptos. El aspecto nuevo es la introducción del concepto de los números primos y la descomposición de los números en factores primos; aplicando el último se calcula el mínimo común múltiplo y máximo común divisor.

Lección 1 Multiplicación y división de números positivos, negativos y el cero

1.1 Multiplicación de números con diferente signo

P

Escribe el número que corresponde a los recuadros en cada literal.

a) $(+2) \times (+3) = +6$
$(+2) \times (+2) = +4$
$(+2) \times (+1) = +2$
$(+2) \times 0 = 0$
$(+2) \times (-1) = \boxed{}$
$(+2) \times (-2) = \boxed{}$
$(+2) \times (-3) = \boxed{}$

b) $(+3) \times (+3) = +9$
$(+2) \times (+3) = +6$
$(+1) \times (+3) = +3$
$0 \times (+3) = 0$
$(-1) \times (+3) = \boxed{}$
$(-2) \times (+3) = \boxed{}$
$(-3) \times (+3) = \boxed{}$

S

a) $(+2) \times (+3) = +6$
-2
$(+2) \times (+2) = +4$
-2
$(+2) \times (+1) = +2$
-2
$(+2) \times 0 = 0$
-2
$(+2) \times (-1) = \boxed{-2}$
-2
$(+2) \times (-2) = \boxed{-4}$
-2
$(+2) \times (-3) = \boxed{-6}$

b) $(+3) \times (+3) = +9$
-3
$(+2) \times (+3) = +6$
-3
$(+1) \times (+3) = +3$
-3
$0 \times (+3) = 0$
-3
$(-1) \times (+3) = \boxed{-3}$
-3
$(-2) \times (+3) = \boxed{-6}$
-3
$(-3) \times (+3) = \boxed{-9}$

C

Para multiplicar dos números con diferentes signos se realizan los pasos siguientes:

1. Se escribe el signo (−).
2. Se coloca el producto de los valores absolutos de los números.

Por ejemplo:

a) $(+2) \times (-3) = -(2 \times 3)$
$= -6$

b) $(-2) \times (+3) = -(2 \times 3)$
$= -6$

Realiza las siguientes multiplicaciones:

a) $(-6) \times (+3)$ -18
b) $(-5) \times (+2)$ -10
c) $(+7) \times (-4)$ -28
d) $(+10) \times (-6)$ -60
e) $(+25) \times (-2)$ -50
f) $(-2.1) \times (+2)$ -4.2
g) $(+4.2) \times (-4)$ -16.8
h) $\left(-\frac{1}{2}\right) \times \left(+\frac{1}{5}\right)$ $-\frac{1}{10}$
i) $\left(+\frac{2}{3}\right) \times \left(-\frac{5}{7}\right)$ $-\frac{10}{21}$

Indicador de logro

1.1 Multiplica dos números con distinto signo.

Secuencia

Para introducir la multiplicación de números positivos, negativos y el cero, se comienza con la multiplicación de números de distinto signo, ya que la situación planteada en el Ⓟ parte del conocimiento de la multiplicación que los estudiantes han adquirido en los grados anteriores, por lo que la actividad inicial se explicará con mayor detalle posteriormente. En esta clase se establece la regla para la multiplicación de números con distinto signo. Las multiplicaciones que incluyen cero se abordarán en una clase aparte, aunque los estudiantes ya saben que multiplicar un número positivo por cero es cero, la ampliación de la regla a los números negativos se hará en una clase posterior a esta.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Determinar el valor del recuadro a partir del descubrimiento de un patrón, de forma que intuitivamente se aplique la regla para multiplicar números con diferente signo. Para hacer explícita la deducción de la regla de la multiplicación para dos números con distintos signos se vuelve a escribir el signo (+) para los números positivos.

Estrategias de resolución de problemas

Para el desarrollo de esta clase se utiliza una herramienta muy importante para la resolución de problemas: **los patrones**.

Posibles dificultades

Los estudiantes podrían determinar el signo del producto erróneamente, asignándole el del número con mayor valor absoluto tal como lo hacían en la suma, por lo que en este caso es necesario aclarar que la regla para determinar el signo de un producto de números con distinto signo es diferente a encontrar el del resultado de una suma de números con distinto signo.

Fecha:

U3 1.1

Ⓟ Observa y llena el recuadro en cada literal.

a)
$(+2) \times (+3) = +6$
$(+2) \times (+2) = +4$
$(+2) \times (+1) = +2$
$(+2) \times 0 = 0$
$(+2) \times (-1) = \boxed{}$
$(+2) \times (-2) = \boxed{}$
$(+2) \times (-3) = \boxed{}$

b)
$(+3) \times (+3) = +9$
$(+2) \times (+3) = +6$
$(+1) \times (+3) = +3$
$0 \times (+3) = 0$
$(-1) \times (+3) = \boxed{}$
$(-2) \times (+3) = \boxed{}$
$(-3) \times (+3) = \boxed{}$

Ⓢ

a)
$(+2) \times (+3) = +6$
$(+2) \times (+2) = +4$ -2
$(+2) \times (+1) = +2$ -2
$(+2) \times 0 = 0$ -2
$(+2) \times (-1) = \boxed{-2}$ -2
$(+2) \times (-2) = \boxed{-4}$ -2
$(+2) \times (-3) = \boxed{-6}$ -2

b)
$(+3) \times (+3) = +9$
$(+2) \times (+3) = +6$ -3
$(+1) \times (+3) = +3$ -3
$0 \times (+3) = 0$ -3
$(-1) \times (+3) = \boxed{-3}$ -3
$(-2) \times (+3) = \boxed{-6}$ -3
$(-3) \times (+3) = \boxed{-9}$ -3

Ⓡ

a) -18 b) -10
c) -28 d) -60
e) -50 f) -4.2
g) -16.8 h) $-\frac{1}{10}$
i) $-\frac{10}{21}$

Tarea: página 26 del Cuaderno de Ejercicios.

1.2 Multiplicación de números con igual signo

P

Escribe el número que corresponde a los recuadros en cada literal.

a)
$(-4)\times(+3)=-12$
$(-4)\times(+2)=-8$
$(-4)\times(+1)=-4$
$(-4)\times 0=0$
$(-4)\times(-1)=\boxed{}$
$(-4)\times(-2)=\boxed{}$
$(-4)\times(-3)=\boxed{}$

b)
$(+3)\times(-5)=-15$
$(+2)\times(-5)=-10$
$(+1)\times(-5)=-5$
$0\times(-5)=0$
$(-1)\times(-5)=\boxed{}$
$(-2)\times(-5)=\boxed{}$
$(-3)\times(-5)=\boxed{}$

S

a)
$(-4)\times(+3)=-12$
+4
$(-4)\times(+2)=-8$
+4
$(-4)\times(+1)=-4$
+4
$(-4)\times 0=0$
+4
$(-4)\times(-1)=\boxed{+4}$
+4
$(-4)\times(-2)=\boxed{+8}$
+4
$(-4)\times(-3)=\boxed{+12}$

b)
$(+3)\times(-5)=-15$
+5
$(+2)\times(-5)=-10$
+5
$(+1)\times(-5)=-5$
+5
$0\times(-5)=0$
+5
$(-1)\times(-5)=\boxed{+5}$
+5
$(-2)\times(-5)=\boxed{+10}$
+5
$(-3)\times(-5)=\boxed{+15}$

C

Para multiplicar dos números con igual signo se realizan los pasos siguientes:

1. Se escribe el signo (+).
2. Se coloca el producto de los valores absolutos de los números.

Al multiplicar un número negativo por cero el producto es cero.

Realiza las siguientes multiplicaciones:

a) $(-6)\times(-4)$ $+24$

b) $(-8)\times(-2)$ $+16$

c) $(+5)\times(+4)$ $+20$

d) $(-9)\times(-3)$ $+27$

e) $(-8)\times(-9)$ $+72$

f) $(-3.2)\times(-2)$ $+6.4$

g) $(+4.1)\times(+3)$ $+12.3$

h) $\left(-\frac{2}{3}\right)\times\left(-\frac{5}{7}\right)$ $+\frac{10}{21}$

i) $\left(+\frac{3}{5}\right)\times\left(+\frac{7}{11}\right)$ $+\frac{21}{55}$

Indicador de logro

1.2 Multiplica dos números con igual signo.

Secuencia

En esta clase se trabaja la multiplicación de dos números con igual signo para completar los casos que se le pueden presentar al estudiante a la hora de realizar una multiplicación; y se formalizará la regla para multiplicar dos números con igual signo.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Determinar el valor que debe ir en el recuadro a partir del descubrimiento de un patrón, para que intuitivamente se aplique la regla para multiplicar números con igual signo.

Ⓒ Establecer la regla para la multiplicación de números con igual signo. De igual manera se establece que un número negativo multiplicado por cero es cero, lo que representa un nuevo conocimiento para el estudiante; se hará una ampliación de este tipo de situaciones en la siguiente clase.

Estrategias de resolución de problemas

Para el desarrollo de esta clase se utilizará una herramienta muy importante para la resolución de problemas: **los patrones**.

Posibles dificultades

Los estudiantes podrían determinar el signo del producto erróneamente, asignándole el del número con mayor valor absoluto tal como lo hacían en la suma, por lo que en este caso es necesario aclarar que la regla para determinar el signo de un producto de números con distinto signo es diferente a encontrar el del resultado de una suma de números con distinto signo.

Fecha: **U3 1.2**

Ⓟ Observa y llena el recuadro.

a) $(-4) \times (+3) = -12$
$(-4) \times (+2) = -8$
$(-4) \times (+1) = -4$
$(-4) \times 0 = 0$
$(-4) \times (-1) = \boxed{}$
$(-4) \times (-2) = \boxed{}$
$(-4) \times (-3) = \boxed{}$

Ⓢ a) $(-4) \times (+3) = -12$
$(-4) \times (+2) = -8$ +4
$(-4) \times (+1) = -4$ +4
$(-4) \times 0 = 0$ +4
$(-4) \times (-1) = \boxed{+4}$ +4
$(-4) \times (-2) = \boxed{+8}$ +4
$(-4) \times (-3) = \boxed{+12}$

Ⓡ

a) +24 b) +16 c) +20
d) +27 e) +72 f) +6.4
g) +12.3 h) $+\frac{10}{21}$ i) $+\frac{21}{55}$

Tarea: página 27 del Cuaderno de Ejercicios.

1.3 Multiplicaciones que incluyen –1, 0 y 1

P

1. Escribe el número que corresponde en el recuadro.

$(+3) \times (-2) = -6$

$(+2) \times (-2) = -4$

$(+1) \times (-2) = -2$

$0 \times (-2) = \boxed{}$

2. Escribe el número que corresponde en cada recuadro.

$(+1) \times (-3) = \boxed{}$ $\quad (-1) \times (+3) = \boxed{}$ $\quad (+2) \times (-1) = \boxed{}$

$(-2) \times (+1) = \boxed{}$ $\quad (-1) \times (-3) = \boxed{}$ $\quad (-2) \times (-1) = \boxed{}$

S

1. $(+3) \times (-2) = -6$ $\quad +2$

$(+2) \times (-2) = -4$ $\quad +2$

$(+1) \times (-2) = -2$ $\quad +2$

$0 \times (-2) = \boxed{0}$

2. $(+1) \times (-3) = -(1 \times 3) = \boxed{-3}$ $\quad (-1) \times (+3) = -(1 \times 3) = \boxed{-3}$ $\quad (+2) \times (-1) = -(2 \times 1) = \boxed{-2}$

$(-2) \times (+1) = -(2 \times 1) = \boxed{-2}$ $\quad (-1) \times (-3) = +(1 \times 3) = \boxed{+3}$ $\quad (-2) \times (-1) = +(2 \times 1) = \boxed{+2}$

C

Al multiplicar un número por –1, 0 y 1 se tendrá:

- $0 \times a = 0$
- $a \times 0 = 0$
- $1 \times a = a$
- $a \times 1 = a$
- $(-1) \times a = -a$
- $a \times (-1) = -a$

Donde a es cualquier número.

En la multiplicación, como en la suma y la resta, se puede omitir el signo + de los números positivos. También se puede omitir el paréntesis del primer número de la operación, aún cuando sea negativo.

E

Realiza las siguientes multiplicaciones:

a) -1×5 $\quad$ b) $0 \times (-5)$ $\quad$ c) $1 \times (-7)$

Solución.

a) $-1 \times 5 = -5$ $\quad$ b) $0 \times (-5) = 0$ $\quad$ c) $1 \times (-7) = -7$

Efectúa las siguientes multiplicaciones:

a) -1×8 $\quad -8$ $\quad$ b) $8 \times (-1)$ $\quad -8$ $\quad$ c) $-1 \times (-3)$ $\quad 3$ $\quad$ d) $-1 \times (-1)$ $\quad 1$ $\quad$ e) -1×7 $\quad -7$

f) $10 \times (-1)$ $\quad -10$ $\quad$ g) $0 \times (-4)$ $\quad 0$ $\quad$ h) 9×0 $\quad 0$ $\quad$ i) $1 \times (-11)$ $\quad -11$ $\quad$ j) -3×1 $\quad -3$

Indicador de logro

1.3 Multiplica dos números donde un factor es –1, 0 o 1.

Secuencia

Una vez que los estudiantes han aprendido a multiplicar dos números positivos y negativos indiferentemente de sus signos, se trabajará la multiplicación por números especiales como –1, 0 y 1. En esta clase se amplían las reglas de multiplicación de 0 y 1 a los números negativos, y también se establece que si se multiplica –1 por cualquier número o cualquier número por –1 se obtiene el opuesto del número.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Para el numeral 1 llenar el recuadro a partir del descubrimiento del patrón, o a partir de la regla de la multiplicación por cero que los estudiantes aprendieron anteriormente.

Para el numeral 2 llenar el recuadro a partir de las reglas de multiplicación de números con igual o diferente signo que aprendieron en las dos clases anteriores.

Ⓒ Establecer las reglas de multiplicación de un número positivo o negativo por los números especiales –1, 0 o 1, y viceversa. A partir de aquí, ya no se escribe el signo (+) a los números positivos.

Posibles dificultades

Los estudiantes podrían determinar el signo del producto erróneamente, asignándole el del número con mayor valor absoluto tal como lo hacían en la suma, por lo que en este caso es necesario aclarar que la regla para determinar el signo de un producto de números con distinto signo es diferente a encontrar el del resultado de una suma de números con distinto signo.

Fecha: **U3 1.3**

Ⓟ 1. Llena el recuadro.

$0 \times (-2) = \boxed{}$

2. Calcula:

$(+1) \times (-3) = \boxed{}$
$(-2) \times (+1) = \boxed{}$
$(+2) \times (-1) = \boxed{}$
$(-2) \times (-1) = \boxed{}$

$(-1) \times (+3) = \boxed{}$
$(-1) \times (-3) = \boxed{}$

Ⓢ 1. $0 \times (-2) = \boxed{0}$

2. $(+1) \times (-3) = \boxed{-3}$
$(-2) \times (+1) = \boxed{-2}$
$(+2) \times (-1) = \boxed{-2}$
$(-2) \times (-1) = \boxed{+2}$

$(-1) \times (+3) = \boxed{-3}$
$(-1) \times (-3) = \boxed{-3}$

Ⓔ Realizando algunas multiplicaciones de –1, 0 y 1 tienes:
a) $-1 \times 5 = -5$
b) $0 \times (-5) = 0$
c) $1 \times (-7) = -7$

Ⓡ a) –8 b) –8 c) 3

d) 1 e) –7 f) –10

g) 0 h) 0 i) –11

j) –3

Tarea: página 28 del Cuaderno de Ejercicios.

Lección 1

1.4 Propiedad conmutativa y asociativa de la multiplicación

P

Compara el resultado de la multiplicación 1 y 2 en cada uno de los siguientes literales:

Multiplicación 1	Multiplicación 2
a) -5×4	$4 \times (-5)$

Multiplicación 1	Multiplicación 2
b) $(-3 \times 2) \times 4$	$-3 \times (2 \times 4)$

S

Multiplicación 1	Multiplicación 2	
a) $-5 \times 4 = -20$	$4 \times (-5) = -20$	Los resultados son iguales.

Multiplicación 1	Multiplicación 2	
b) $(-3 \times 2) \times 4 = -6 \times 4$ $= -24$	$-3 \times (2 \times 4) = -3 \times 8$ $= -24$	Los resultados son iguales.

C

Al igual que la suma, la multiplicación también cumple con la "propiedad conmutativa" y la "propiedad asociativa".

De forma general:

- $a \times b = b \times a$
- $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$

Las propiedades permiten calcular el producto de varios números en cualquier orden, aunque hayan números negativos incluidos en la multiplicación.

E

Realiza la siguiente multiplicación:

$-5 \times 17 \times (-2)$

Solución.

$$\begin{aligned} -5 \times 17 \times (-2) &= -5 \times (-2) \times 17 && \text{Propiedad conmutativa} \\ &= [-5 \times (-2)] \times 17 && \text{Propiedad asociativa} \\ &= 10 \times 17 \\ &= 170 \end{aligned}$$

La propiedad conmutativa es válida para la multiplicación de -1, 0 y 1 por un número positivo o negativo. Es decir:

$0 \times a = a \times 0$

$1 \times a = a \times 1$

$-1 \times a = a \times (-1)$

Utilizando la propiedad conmutativa y asociativa se puede cambiar el orden de los factores para facilitar el cálculo.

Utiliza la propiedad conmutativa y asociativa para facilitar el cálculo en las siguientes multiplicaciones:

a) $8 \times 13 \times 5$ 520   b) $-5 \times 27 \times 4$ -540 c) $0.25 \times 0.35 \times (-4)$ -0.35

d) $0.5 \times (-0.6) \times 4$ -1.2 e) $-24 \times 10 \times \left(-\frac{1}{8}\right)$ 30   f) $-14 \times \left(-\frac{7}{11}\right) \times \left(-\frac{1}{2}\right)$ $-\frac{49}{11}$

Unidad 3

Indicador de logro

1.4 Aplica la propiedad conmutativa y asociativa para facilitar el cálculo de una multiplicación.

Secuencia

Esta clase consiste en una ampliación hacia los números negativos de las propiedades conmutativas y asociativas para la multiplicación que los estudiantes aprendieron anteriormente. Además de que ellos comprendan la manera en que se aplican las propiedades, se deberá enfatizar en la importancia que tienen estas propiedades para facilitar el cálculo de algunas multiplicaciones.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Determinar que la propiedad conmutativa y asociativa de la multiplicación es igualmente válida cuando se incluyen números negativos en la multiplicación.

Ⓒ Establecer que la propiedad conmutativa y asociativa también es aplicable en multiplicaciones en las que se tienen números negativos.

Ⓔ Practicar la aplicación de la propiedad conmutativa y asociativa en una multiplicación que incluye números negativos; esta práctica debe desarrollarse en forma plenaria bajo la orientación del profesor y se debe destacar la utilidad que tienen estas propiedades para facilitar el cálculo de algunas multiplicaciones.

Fecha: **U3 1.4**

Ⓟ Compara el producto de la multiplicación 1 y 2 en cada uno de los siguientes literales:

a) -5×4 y $4 \times (-5)$

b) $(-3 \times 2) \times 4$ y $-3 \times (2 \times 4)$

Ⓢ a) $-5 \times 4 = -20$

$4 \times (-5) = -20$

Los productos son iguales.

b) $(-3 \times 2) \times 4 = -6 \times 4 = -24$

$-3 \times (2 \times 4) = -3 \times 8 = -24$

Los productos son iguales.

Ⓔ
$$\begin{aligned}-5 \times 17 \times (-2) &= -5 \times (-2) \times 17\\ &= [-5 \times (-2)] \times 17\\ &= 10 \times 17\\ &= 170\end{aligned}$$

Ⓡ a) $8 \times 5 \times 13 = 40 \times 13 = 520$

b) $-5 \times 4 \times 27 = -20 \times 27 = -540$

c) $0.25 \times (-4) \times 0.35 = -1 \times 0.35 = -0.35$

d) $0.5 \times 4 \times (-0.6) = 2 \times (-0.6) = -1.2$

e) $-24 \times \left(-\frac{1}{8}\right) \times 10 = 3 \times 10 = 30$

f) $-14 \times \left(-\frac{1}{2}\right) \times \left(-\frac{7}{11}\right) = 7 \times \left(-\frac{7}{11}\right) = -\frac{49}{11}$

Tarea: página 29 del Cuaderno de Ejercicios.

1.5 Signo del producto según el número de factores de la multiplicación

P

Realiza las siguientes multiplicaciones:

a) $2 \times 3 \times 4 \times 10$
b) $-2 \times 3 \times 4 \times 10$
c) $-2 \times (-3) \times 4 \times 10$
d) $-2 \times (-3) \times (-4) \times 10$
e) $-2 \times (-3) \times (-4) \times (-10)$

¿Qué relación existe entre la cantidad de números negativos y el signo del producto de la multiplicación?

S

a) $2 \times 3 \times 4 \times 10 = 6 \times 4 \times 10 = 24 \times 10 = 240$
b) $-2 \times 3 \times 4 \times 10 = -6 \times 4 \times 10 = -24 \times 10 = -240$
c) $-2 \times (-3) \times 4 \times 10 = 6 \times 4 \times 10 = 24 \times 10 = 240$
d) $-2 \times (-3) \times (-4) \times 10 = 6 \times (-4) \times 10 = (-24) \times 10 = -240$
e) $-2 \times (-3) \times (-4) \times (-10) = 6 \times (-4) \times (-10) = (-24) \times (-10) = 240$

Cuando hay una cantidad impar de números negativos en la multiplicación, el producto es negativo.

C

Es importante destacar que

- Cuando hay una cantidad par de números negativos en la multiplicación, el signo del producto es (+).
- Cuando hay una cantidad impar de números negativos en la multiplicación, el signo del producto es (−).

E

Calcula el producto de la siguiente multiplicación:
$-2 \times 3 \times (-5) \times 10$

Solución.
$$-2 \times 3 \times (-5) \times 10 = +(2 \times 3 \times 5 \times 10)$$
$$= 300$$

Como hay una cantidad par de números negativos inmediatamente se colocó el signo + y luego se realizó la multiplicación.

Realiza las siguientes multiplicaciones:

a) $5 \times (-2) \times 15$ -150
b) $-2 \times 3 \times (-5)$ 30
c) $-2 \times (-6) \times (-3)$ -36
d) $2 \times 5 \times 6 \times 10$ 600
e) $-1 \times 2 \times (-3) \times (-4)$ -24
f) $-11 \times 2 \times 3 \times (-5)$ 330
g) $-1 \times (-5) \times (-3) \times (-6)$ 90
h) $-2 \times 4 \times (-3) \times 10 \times (-5)$ $-1\,200$
i) $\frac{5}{4} \times (-8) \times \left(-\frac{3}{5}\right)$ 6

Indicador de logro

1.5 Determina el signo del producto de una multiplicación según el número de factores negativos.

Secuencia

Los estudiantes ya pueden determinar el signo del producto de la multiplicación de dos números; en el caso de que haya más de dos números, el signo del producto se determinará dos a dos, por lo que en esta clase lo importante será que el estudiante determine el signo del producto de más de dos números únicamente identificando el número de factores negativos en la multiplicación para agilizar la realización del cálculo.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Establecer la relación entre el número de factores negativos en una multiplicación y el signo del producto.

Ⓒ Practicar la aplicación de la regla establecida, enfatizando que el signo del producto se determina inmediatamente según el número de factores negativos en la multiplicación.

Solución de algunos ítems:

a) $5 \times (-2) \times 15 = -(5 \times 2 \times 15)$
$= -150$

h) $-2 \times 4 \times (-3) \times 10 \times (-5)$
$= -(2 \times 4 \times 3 \times 10 \times 5)$
$= -1\,200$

i) $\frac{5}{4} \times (-8) \times \left(-\frac{3}{5}\right)$
$= \frac{\cancel{5}^{1}}{\cancel{4}_{1}} \times \cancel{8}^{2} \times \frac{3}{\cancel{5}_{1}}$
$= 1 \times 2 \times 3$
$= 6$

Fecha: **U3 1.5**

P Realiza las siguientes multiplicaciones:
a) $2 \times 3 \times 4 \times 10$
b) $-2 \times 3 \times 4 \times 10$
c) $-2 \times (-3) \times 4 \times 10$
d) $-2 \times (-3) \times (-4) \times 10$
e) $-2 \times (-3) \times (-4) \times (-10)$
¿Cómo es el signo del producto según el número de factores negativos?

S a) $2 \times 3 \times 4 \times 10 = 240$
b) $-2 \times 3 \times 4 \times 10 = -240$
c) $-2 \times (-3) \times 4 \times 10 = 240$
d) $-2 \times (-3) \times (-4) \times 10 = -240$
e) $-2 \times (-3) \times (-4) \times (-10) = 240$
Con una cantidad impar el producto es negativo.

E En el cálculo del producto:
$-2 \times 3 \times (-5) \times 10$
$= 2 \times 3 \times 5 \times 10$
$= 300$
Como la cantidad de números negativos es par, el signo es positivo.

R a) –150 b) 30
c) –36 d) 600
e) –24 f) 330
g) 90 h) –1 200
i) 6

Tarea: página 30 del Cuaderno de Ejercicios.

1.6 Potencia de un número

P

El producto de multiplicar un número por sí mismo 2 o 3 veces se representa de la siguiente forma:
$4 \times 4 = 4^2$; $4 \times 4 \times 4 = 4^3$

¿Cómo se representan las siguientes multiplicaciones?

a) $(-4) \times (-4)$ b) $(-4) \times (-4) \times (-4)$

S

a) $(-4) \times (-4) = (-4)^2$ b) $(-4) \times (-4) \times (-4) = (-4)^3$

$(-4)^2$ representa -4 multiplicado 2 veces. $(-4)^3$ representa -4 multiplicado 3 veces.

C

Cuando un número se multiplica por sí mismo 2 veces, se obtiene la potencia 2 del número, y cuando se multiplica 3 veces se obtiene la potencia 3 del número.

En las expresiones $(-4)^2$ y $(-4)^3$, el 2 y 3 se llaman exponentes y representan la cantidad de veces que aparece como factor el -4 en la multiplicación. Por ejemplo:

$$(-4)^{3} = \overbrace{(-4) \times (-4) \times (-4)}^{\text{3 veces el factor } (-4)}$$

A la potencia 2 de un número se le llama potencia **cuadrada**, y a la potencia 3 se le llama potencia **cúbica**. Así, por ejemplo: $(-4)^2$ se lee "el cuadrado de menos cuatro" y $(-4)^3$ se lee "el cubo de menos cuatro".

E

Calcula las siguientes potencias:

a) $(-4)^2$ b) -4^2 c) $(3 \times 4)^2$

Solución.

a) $(-4)^2 = (-4) \times (-4)$
$= 16$

b) $-4^2 = -(4 \times 4)$
$= -16$

c) $(3 \times 4)^2 = (3 \times 4) \times (3 \times 4)$
$= 12 \times 12$
$= 144$

- $(-4)^2$ y -4^2 pueden ser parecidos, pero representan un producto diferente.
- Cuando se representa la potencia de un número negativo o fraccionario, el número debe escribirse entre paréntesis.

1. Representa las siguientes multiplicaciones con potencias:

a) 5×5 5^2 b) $5 \times 5 \times 5$ 5^3 c) $(-3) \times (-3) \times (-3)$ $(-3)^3$ d) $-(3 \times 3)$ -3^2

e) $\left(-\frac{1}{3}\right) \times \left(-\frac{1}{3}\right)$ $\left(-\frac{1}{3}\right)^2$ f) $\frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4}$ $\left(\frac{3}{4}\right)^3$ g) $(-1.5) \times (-1.5)$ $(-1.5)^2$ h) $-(0.5 \times 0.5)$ -0.5^2

2. Calcula las siguientes potencias:

a) $(-6)^2$ 36 b) -6^2 -36 c) $(-4)^3$ -64 d) $\left(\frac{4}{7}\right)^2$ $\frac{16}{49}$ e) $\left(-\frac{5}{2}\right)^2$ $\frac{25}{4}$

f) $(-3.1)^2$ 9.61 g) -3.1^2 -9.61 h) $(2 \times 3)^2$ 36 i) $(2 \times 4)^3$ 512 j) $(5 \times 2)^2$ 100

Indicador de logro

1.6 Calcula la potencia 2 o 3 de un número a través de la multiplicación.

Secuencia

Para esta clase los estudiantes expresarán como una potencia de un número positivo o negativo, la multiplicación que tiene al mismo número 2 o 3 veces como factor. Se deberá recalcar en la interpretación del signo "–" en casos como los siguientes: -2^2 y $(-2)^2$.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Representar la potencia cuadrada o cúbica de un número negativo haciendo la analogía con la representación de la potencia cuadrada o cúbica de un número positivo.

Ⓒ Definir la potencia cuadrada o cúbica de un número a partir de un ejemplo particular.

Ⓔ Practicar el cálculo de la potencia cuadrada de números positivos y negativos. Esta práctica debe desarrollarse bajo la orientación del profesor en forma de plenaria; vale aclarar que solo se aborda la potencia cuadrada porque es en la que más tendencia a error se tiene. Enfatizar la diferencia del cálculo entre las operaciones $(-4)^2$ y -4^2.

Posibles dificultades

Es muy probable que los estudiantes confundan expresiones como -2^2 y $(-2)^2$, para este caso será necesario señalar al estudiante que la expresión -2^2 se puede interpretar como $-2^2 = -(2 \times 2) = -4$. Por lo que se obtiene un número negativo y que $(-2)^2$ es un número positivo porque la potencia representa una multiplicación con dos factores negativos. También es posible que tengan dificultades para representar la potencia de una fracción, por ejemplo:

$$\frac{3}{7} \times \frac{3}{7} = \frac{3}{7}^2$$

De modo que se debe hacer énfasis en que para representar las potencias 2 y 3 de una fracción se deben utilizar paréntesis de la siguiente forma:

$$\frac{3}{7} \times \frac{3}{7} = \left(\frac{3}{7}\right)^2$$

Fecha: **U3 1.6**

Ⓟ Considerando que

$4 \times 4 = 4^2$; $4 \times 4 \times 4 = 4^3$

¿Cómo se representan?

a) $-4 \times (-4)$

b) $-4 \times (-4) \times (-4)$

Ⓢ a) $-4 \times (-4) = (-4)^2$

b) $-4 \times (-4) \times (-4) = (-4)^3$

Ⓔ a) $(-4)^2 = -4 \times (-4)$
$= 16$

b) $-4^2 = -(4 \times 4)$
$= -16$

c) $(3 \times 4)^2 = (3 \times 4) \times (3 \times 4)$
$= 12 \times 12$
$= 144$

Nota que $(-4)^2$ es diferente a -4^2.

Ⓡ 1. a) 5^2 b) 5^3 c) $(-3)^3$
d) -3^2 e) $\left(-\frac{1}{3}\right)^2$ f) $\left(\frac{3}{4}\right)^3$
g) $(-1.5)^2$ h) -0.5^2

2. a) 36 b) –36 c) –64
d) $\frac{16}{49}$ e) $\frac{25}{4}$ f) 9.61
g) –9.61 h) 36 i) 512

Tarea: página 31 del Cuaderno de Ejercicios.

1.7 Multiplicaciones que incluyen potencias

P

Efectúa la siguiente multiplicación:

$$(-3)^2 \times (-4)$$

S

$(-3)^2 \times (-4) = [(-3) \times (-3)] \times (-4)$ Desarrollo de la potencia
$= 9 \times (-4)$
$= -36$

No es necesario desarrollar el paso en color rojo, se puede usar el hecho de que $(-3)^2 = 9$, de la siguiente manera:

$$(-3)^2 \times (-4) = 9 \times (-4)$$
$$= -36$$

C

Para multiplicaciones que tienen al menos un número con potencia se tiene que hacer lo siguiente:

1. Calcular las potencias
2. Realizar la multiplicación

Por ejemplo:

$$(-3)^2 \times (-4) = 9 \times (-4)$$
$$= -36$$

E

Efectúa las siguientes multiplicaciones:

a) 2×3^2 b) $(2 \times 3)^2$

Solución.

a) $2 \times 3^2 = 2 \times 9$
$= 18$

b) $(2 \times 3)^2 = (2 \times 3) \times (2 \times 3)$
$= 6 \times 6$
$= 36$

Se debe tener cuidado para no confundir expresiones tales como $(2 \times 3)^2$ y 2×3^2, ya que $(2 \times 3)^2 = 6^2 = 36$ y $2 \times 3^2 = 2 \times 9 = 18$, pueden ser multiplicaciones muy parecidas pero su producto es diferente.

Efectúa las siguientes multiplicaciones:

a) $2^3 \times 3$
24

b) $4 \times (-3)^2$
36

c) -2×3^3
-54

d) $(-1)^3 \times 2$
-2

e) $2^2 \times 3^2$
36

f) $3^3 \times (-4)^2$
432

g) $(-2)^3 \times 3^3$
-216

h) $(-3)^3 \times (-5)^2$
-675

Indicador de logro

1.7 Efectúa multiplicaciones que incluyen potencias 2 o 3.

Secuencia

Como los estudiantes ya pueden calcular las potencias 2 o 3 de un número, para esta clase se tratarán las multiplicaciones que tienen factores con potencias 2 o 3. Se debe aclarar que la expresión 2×3^2 es diferente que $(2 \times 3)^2$.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Realizar una multiplicación que tenga un factor con potencia cuadrada donde se calcule la potencia del número antes de realizar la multiplicación, por lo tanto, los estudiantes deberán aplicar lo aprendido en la clase anterior. Se debe especificar que no es necesario escribir el desarrollo de la potencia; mas bien se calcula la potencia y se realiza la multiplicación tal como se presenta en el libro de texto.

Ⓒ Practicar el cálculo de multiplicaciones que incluyen potencias, y enfatizar en la diferencia del cálculo de las operaciones:
2×3^2 y $(2 \times 3)^2$

Solución de algunos ítems:

a) $2^3 \times 3 = 8 \times 3$
$= 24$

f) $3^3 \times (-4)^2 = 27 \times 16$
$= 432$

g) $(-2)^3 \times 3^3 = (-8) \times 27$
$= -216$

h) $(-3)^3 \times (-5)^2 = (-27) \times 25$
$= -675$

Fecha: **U3 1.7**

Ⓟ Realiza la siguiente multiplicación:
$(-3)^2 \times (-4)$

Ⓢ Primero se calculan las potencias.
$(-3)^2 \times (-4) = [(-3) \times (-3)] \times (-4)$
$= 9 \times (-4)$
$= -36$

Ⓔ a) $2 \times 3^2 = 2 \times 9$
$= 18$

b) $(2 \times 3)^2 = (2 \times 3) \times (2 \times 3)$
$= 6 \times 6$
$= 36$

Nota: 2×3^2 es diferente a $(2 \times 3)^2$.

Ⓡ a) 24 b) 36 c) –54

d) –2 e) 36 f) 432

g) –216 h) –675

Tarea: página 32 del Cuaderno de Ejercicios.

1.8 División de números enteros positivos, negativos y el cero

P

Escribe el número que corresponde en cada recuadro:

$(+6) \div (+2) = +3$ porque $(+2) \times (+3) = +6$

$(-6) \div (-2) = \square$ porque $(-2) \times \square = -6$

$(-6) \div (+2) = \square$ porque $(+2) \times \square = -6$

$(+6) \div (-2) = \square$ porque $(-2) \times \square = +6$

S

$(-6) \div (-2) = \boxed{+3}$ porque $(-2) \times \boxed{+3} = -6$

$(-6) \div (+2) = \boxed{-3}$ porque $(+2) \times \boxed{-3} = -6$

$(+6) \div (-2) = \boxed{-3}$ porque $(-2) \times \boxed{-3} = +6$

C

En la siguiente tabla se presenta el signo y el valor absoluto del cociente, dependiendo de los signos del dividendo y del divisor se tienen los siguientes casos:

Signo del dividendo y divisor	Signo del cociente	Valor absoluto del cociente
Igual	+	Cociente de los valores absolutos de los números
Diferente	–	

En la división se aplica la misma convención acerca del uso del signo + y los paréntesis como en la multiplicación.

Ejemplo:

a) $(+6) \div (+2) = +(6 \div 2)$
$= +3$
$= 3$

b) $(-6) \div (-2) = +(6 \div 2)$
$= +3$
$= 3$

c) $(-6) \div (+2) = -(6 \div 2)$
$= -3$

d) $(+6) \div (-2) = -(6 \div 2)$
$= -3$

E

Realiza la siguiente división: $0 \div (-2)$

Solución.
Si el recuadro $\square$ representa el cociente de $0 \div (-2)$ se tiene que $\square \times (-2) = 0$, por lo que $\square = 0$; de modo que $0 \div (-2) = 0$.

Si el recuadro $\square$ representa el cociente de $5 \div 0$, se tiene que $\square \times 0 = 5$, pero no existe ningún valor que multiplicado por 0 sea 5.

Al dividir 0 entre cualquier número diferente de 0, el cociente es 0. En caso de dividir cualquier número entre 0, la operación es indefinida, es decir, no se puede hacer.

Efectúa las siguientes divisiones:

a) $6 \div (-3)$ -2
b) $10 \div (-2)$ -5
c) $18 \div 2$ 9
d) $12 \div (-4)$ -3
e) $-24 \div 3$ -8

f) $-20 \div (-4)$ 5
g) $-60 \div (-5)$ 12
h) $0 \div 10$ 0
i) $0 \div (-7)$ 0
j) $-1 \div 2$ $-\frac{1}{2}$

Indicador de logro

1.8 Realiza la división de números positivos, negativos y el cero.

Secuencia

Dado que los estudiantes ya comprenden la forma de multiplicar números positivos, negativos y el cero, se estudia la división como la operación inversa de la multiplicación. Para esta clase se formalizan las reglas para dividir números positivos, negativos y el cero. El caso de dividir cero por cualquier número positivo o negativo se formaliza en el Ⓔ, retomando la lógica con la que se resuelve el Ⓟ.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Determinar el cociente de dos números positivos o negativos intuitivamente, tomando como referencia el producto de dos números positivos y negativos que se aprendió en la clase anterior, es decir, considerando la división como la operación inversa de la multiplicación.

Ⓒ Presentar el caso especial de la división de cero entre un número positivo o negativo. En esta parte se debe enfatizar en el hecho de que al dividir 0 entre cualquier número diferente de 0, el cociente es 0 y que en caso de dividir cualquier número entre 0, la operación no está definida.

Fecha: **U3 1.8**

Ⓟ Observa y llena el recuadro.

$(+6) \div (+2) = +3$ porque $(+2) \times (+3) = +6$
$(-6) \div (-2) = \boxed{}$ porque $(-2) \times \boxed{} = -6$
$(-6) \div (+2) = \boxed{}$ porque $(+2) \times \boxed{} = -6$
$(+6) \div (-2) = \boxed{}$ porque $(-2) \times \boxed{} = +6$

Ⓢ $(+6) \div (+2) = +3$ porque $(+2) \times (+3) = +6$
$(-6) \div (-2) = \boxed{+3}$ porque $(-2) \times \boxed{(+3)} = -6$
$(-6) \div (+2) = \boxed{-3}$ porque $(+2) \times \boxed{(-3)} = -6$
$(+6) \div (-2) = \boxed{-3}$ porque $(-2) \times \boxed{(-3)} = +6$

La regla para el signo del cociente es similar a la del producto.

Ⓔ Cuando divides $0 \div (-2)$

Si $\boxed{}$ representa el cociente de $0 \div (-2)$ se tiene que

$\boxed{} \times (-2) = 0$, por lo que

$\boxed{} = 0$; de modo que $0 \div (-2) = 0$

Ⓡ
a) -2 b) -5 c) 9
d) -3 e) -8 f) 5
g) 12 h) 0 i) 0

Tarea: página 33 del Cuaderno de Ejercicios.

1.9 Fracciones negativas

P

Si una división se puede expresar en forma de fracción $5 \div 7 = \frac{5}{7}$, entonces $-(5 \div 7) = -\frac{5}{7}$.

Explica por qué es cierto que $\frac{-5}{7} = \frac{5}{-7} = -\frac{5}{7}$.

S

Como

$$-\frac{5}{7} = -(5 \div 7) \qquad \frac{-5}{7} = -5 \div 7 \qquad \frac{5}{-7} = 5 \div (-7)$$

se tiene que

$$\frac{-5}{7} = -5 \div 7 = -(5 \div 7) = -\frac{5}{7}.$$

De igual forma:

$$\frac{5}{-7} = 5 \div (-7) = -(5 \div 7) = -\frac{5}{7}.$$

Por tanto:

$$-5 \div 7 = 5 \div (-7) = -(5 \div 7) \text{ o } \frac{-5}{7} = \frac{5}{-7} = -\frac{5}{7}.$$

C

Para cualquier fracción que tenga el signo (–) en el numerador o denominador, se puede escribir el signo (–) antes de la fracción. Es decir:

$$\frac{-a}{b} = \frac{a}{-b} = -\frac{a}{b}$$

Siempre que se tenga una fracción negativa se representa en la forma $-\frac{a}{b}$, donde a y b representan números positivos.

1. Expresa como una fracción negativa las siguientes divisiones:

a) $-5 \div 11$ $\quad -\frac{5}{11}$

b) $3 \div (-7)$ $\quad -\frac{3}{7}$

c) $-(11 \div 13)$ $\quad -\frac{11}{13}$

> Observa que
> $$\frac{-a}{-b} = \frac{a}{b}$$
> Porque
> $$-a \div (-b) = +(a \div b)$$
> $$= a \div b$$

2. Representa la siguientes fracciones en la forma $-\frac{a}{b}$.

a) $\frac{-2}{11}$ $\quad -\frac{2}{11}$

b) $\frac{7}{-13}$ $\quad -\frac{7}{13}$

3. Completa el recuadro $\boxed{}$ en los siguientes literales:

a) $-\frac{2}{5} = \boxed{-2} \div 5 = 2 \div \boxed{(-5)} = -(2 \div 5)$

b) $-\frac{3}{7} = \boxed{-3} \div 7 = 3 \div \boxed{(-7)} = -(3 \div 7)$

c) $-\frac{7}{9} = \boxed{-7} \div 9 = 7 \div \boxed{(-9)} = -(7 \div 9)$

d) $-\frac{5}{11} = \boxed{-5} \div 11 = 5 \div \boxed{(-11)} = -(5 \div 11)$

Indicador de logro

1.9 Expresa las fracciones con un número negativo en el numerador o denominador en la forma $-\frac{a}{b}$.

Secuencia

Como en la clase anterior se trabajó la división de números positivos y negativos, los estudiantes ya están familiarizados con expresiones como (–5) ÷ (+4), así mismo los estudiantes en grados anteriores aprendieron que una división se puede expresar como una fracción, por lo que retomando estos dos hechos se establece que toda fracción que represente una división que incluya un número negativo se deberá representar de la forma $-\frac{a}{b}$.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Determinar que las fracciones que tienen el numerador o denominador negativo, se pueden escribir de la forma $-\frac{a}{b}$ considerando que una fracción es una división indicada y aplicando las reglas de la división de números positivos y negativos desarrolladas en la clase anterior.

Ⓒ Establecer que una fracción que tenga en el numerador o denominador un número negativo se debe escribir en la forma $-\frac{a}{b}$.

Ⓔ Practicar individualmente la representación de fracciones negativas. Como una información adicional se puede explicar a los estudiantes que una fracción en la que tanto el numerador como el denominador son números negativos se puede expresar como una fracción positiva.

Fecha: **U3 1.9**

Ⓟ Si $5 \div 7 = \frac{5}{7}$, entonces $-(5 \div 7) = -\frac{5}{7}$.

¿Por qué es cierto que $\frac{-5}{7} = \frac{5}{-7} = -\frac{5}{7}$?

Ⓢ Como $-\frac{5}{7} = -(5 \div 7)$, $\frac{-5}{7} = (-5) \div 7$, $\frac{5}{-7} = 5 \div (-7)$.

Se tiene que $\frac{-5}{7} = (-5) \div 7 = -(5 \div 7) = -\frac{5}{7}$.

De igual forma: $\frac{5}{-7} = 5 \div (-7) = -(5 \div 7) = -\frac{5}{7}$.

Por tanto:
$-5 \div 7 = 5 \div (-7) = -(5 \div 7)$ o $\boxed{\frac{-5}{7} = \frac{5}{-7} = -\frac{5}{7}}$

Ⓡ 1. a) $-\frac{5}{11}$ b) $-\frac{3}{7}$ c) $-\frac{11}{13}$
2. a) $-\frac{2}{11}$ b) $-\frac{7}{13}$

3. a) $\boxed{-2}$, $\boxed{(-5)}$
b) $\boxed{-3}$, $\boxed{(-7)}$
c) $\boxed{-7}$, $\boxed{(-9)}$
d) $\boxed{-5}$, $\boxed{(-11)}$

Tarea: página 34 del Cuaderno de Ejercicios.

1.10 Recíproco de un número

P

Realiza las siguientes multiplicaciones:

a) $3 \times \frac{1}{3}$

b) $-\frac{5}{3} \times \left(-\frac{3}{5}\right)$

El 3 se puede interpretar como $\frac{3}{1}$.

1. ¿Cuál fue el producto en los literales anteriores?

2. ¿Qué característica tienen los multiplicadores en cada multiplicación?

S

a) $3 \times \frac{1}{3} = \cancel{3}^{1} \times \frac{1}{\cancel{3}_{1}} = 1$

b) $-\frac{5}{3} \times \left(-\frac{3}{5}\right) = -\frac{\cancel{5}^{1}}{\cancel{3}_{1}} \times \left(-\frac{\cancel{3}^{1}}{\cancel{5}_{1}}\right) = 1$

1. En ambos literales el producto es 1.
2. El multiplicador es una fracción en la que se ha intercambiado la posición del numerador y denominador del multiplicando.

C

Un número es el **recíproco** de otro número, cuando al multiplicarse ambos números el producto es 1.

Si a representa un número diferente de 0, el recíproco del número es $\frac{1}{a}$, porque $a \times \frac{1}{a} = 1$.

De igual manera, el recíproco de $\frac{1}{a}$ es a. En general el recíproco de $\frac{a}{b}$ es $\frac{b}{a}$.

E

Encuentra el recíproco de los siguientes números:

a) $\frac{3}{4}$ b) $-\frac{4}{5}$ c) -1 d) $-\frac{1}{3}$ e) 0 f) 0.4

Solución.

a) El recíproco de $\frac{3}{4}$ es $\frac{4}{3}$.
b) El recíproco de $-\frac{4}{5}$ es $-\frac{5}{4}$.
c) El recíproco de -1 es -1.
d) El recíproco de $-\frac{1}{3}$ es -3.
e) El número cero no tiene recíproco, porque no existe un número $\square$ tal que $0 \times \square = 1$.
f) El recíproco de $0.4 = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$ es $\frac{5}{2}$.

Encuentra el recíproco de los siguientes números:

a) 2 $\frac{1}{2}$ b) -5 $-\frac{1}{5}$ c) $\frac{1}{3}$ 3 d) $\frac{1}{5}$ 5 e) $-\frac{1}{8}$ -8

f) $\frac{3}{5}$ $\frac{5}{3}$ g) $-\frac{7}{11}$ $-\frac{11}{7}$ h) 0.25 4 i) -0.2 -5 j) -0.6 $-\frac{5}{3}$

Unidad 3

35

Indicador de logro

1.10 Determina el recíproco de un número dado.

Secuencia

Se da la definición de "recíproco de un número" para que en la siguiente clase se pueda abordar la división por un número como una multiplicación por su recíproco.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Determinar que en la multiplicación de un número por otro en la cual el multiplicador es una fracción en la que se ha intercambiado la posición del numerador y denominador del multiplicando, el resultado es 1. En la solución de b) se omite el signo (–) en los factores, dado que anteriormente se ha establecido que el producto es positivo cuando hay un número par de números negativos.

Ⓒ Practicar el cálculo del recíproco de un número. Especificar que 0 no tiene recíproco.

Solución de algunos ítems:

a) $2 \longrightarrow \frac{1}{2}$

h) $0.25 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4} \longrightarrow 4$

i) $-0.2 = -\frac{2}{10} = \frac{1}{5} \longrightarrow -5$

j) $-0.6 = -\frac{6}{10} = -\frac{3}{5} \longrightarrow -\frac{5}{3}$

Fecha:

U3 1.10

Ⓟ Cuál es el producto de

a) $3 \times \frac{1}{3}$ b) $-\frac{5}{3} \times \left(-\frac{3}{5}\right)$

¿Cuál es la característica de los multiplicadores?

Ⓢ a) $3 \times \frac{1}{3} = \overset{1}{\cancel{3}} \times \frac{1}{\underset{1}{\cancel{3}}} = 1$

b) $-\frac{5}{3} \times \left(-\frac{3}{5}\right) = \frac{\overset{1}{\cancel{5}}}{\underset{1}{\cancel{3}}} \times \frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{1}{\cancel{5}}} = 1$

En ambos literales el producto es 1.

Son fracciones en las que se ha intercambiado la posición del numerador con el denominador del multiplicando.

Ⓔ a) El recíproco de $\frac{3}{4}$ es $\frac{4}{3}$

b) El recíproco de $-\frac{4}{5}$ es $-\frac{5}{4}$

c) El recíproco de -1 es -1

d) El recíproco de $-\frac{1}{3}$ es -3

e) El cero no tiene recíproco, no existe un número $\boxed{}$ tal que $0 \times \boxed{} = 1$

f) El recíproco de $0.4 = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$ es $\frac{5}{2}$

Ⓡ a) $\frac{1}{2}$ b) $-\frac{1}{5}$ c) 3 d) 5 e) -8

f) $\frac{5}{3}$ g) $-\frac{11}{7}$ h) 4 i) -5 j) $-\frac{5}{3}$

Tarea: página 35 del Cuaderno de Ejercicios.

1.11 Cálculo de una división como multiplicación

P

Efectúa las siguientes operaciones y compara los resultados.

a) $12 \div (-3)$

b) $12 \times \left(-\frac{1}{3}\right)$

S

a) $12 \div (-3) = -(12 \div 3)$
$= -4$

b) $12 \times \left(-\frac{1}{3}\right) = -\left(\cancel{12}^{4} \times \frac{1}{\cancel{3}_{1}}\right)$
$= -4$

C

Hacer la división de un número por otro, es equivalente a hacer la multiplicación del número por el recíproco del divisor en la división. Por tanto, para realizar una división se puede convertir en una multiplicación del dividendo por el recíproco del divisor.

Por ejemplo:

a) $12 \div (-3) = -(12 \div 3)$
$= -4$

b) $12 \times \left(-\frac{1}{3}\right) = -\left(\cancel{12}^{4} \times \frac{1}{\cancel{3}_{1}}\right)$
$= -4$

E

Realiza la siguiente división convirtiéndola en multiplicación.

a) $-\frac{4}{7} \div 2$

b) $\frac{12}{15} \div \left(-\frac{3}{5}\right)$

Solución.

a) $-\frac{4}{7} \div 2 = -\frac{4}{7} \times \frac{1}{2}$

$= -\left(\frac{\cancel{4}^{2}}{7} \times \frac{1}{\cancel{2}_{1}}\right)$

$= -\frac{2 \times 1}{7 \times 1}$

$= -\frac{2}{7}$

b) $\frac{12}{15} \div \left(-\frac{3}{5}\right) = \frac{12}{15} \times \left(-\frac{5}{3}\right)$

$= -\left(\frac{\cancel{12}^{4}}{\cancel{15}_{3}} \times \frac{\cancel{5}^{1}}{\cancel{3}_{1}}\right)$

$= -\frac{4 \times 1}{3 \times 1}$

$= -\frac{4}{3}$

Realiza las siguientes divisiones convirtiéndolas en multiplicaciones.

a) $-16 \div 4$
$-16 \times \frac{1}{4} = -4$

b) $18 \div (-9)$
$18 \times \left(-\frac{1}{9}\right) = -2$

c) $\frac{2}{5} \div \left(-\frac{6}{25}\right)$
$\frac{2}{5} \times \left(-\frac{25}{6}\right) = -\frac{5}{3}$

d) $\frac{13}{14} \div \left(-\frac{39}{7}\right)$
$\frac{13}{14} \times \left(-\frac{7}{39}\right) = -\frac{1}{6}$

e) $-\frac{2}{3} \div (-10)$
$-\frac{2}{3} \times \left(-\frac{1}{10}\right) = \frac{1}{15}$

f) $-\frac{3}{5} \div (-6)$
$-\frac{3}{5} \times \left(-\frac{1}{6}\right) = \frac{1}{10}$

g) $-10 \div \frac{2}{5}$
$-10 \times \frac{5}{2} = -25$

h) $15 \div \left(-\frac{3}{5}\right)$
$15 \times \left(-\frac{5}{3}\right) = -25$

Indicador de logro

1.11 Realiza una división de un numero por otro, efectuando la multiplicación del dividendo por el recíproco del divisor.

Secuencia

Considerando que los estudiantes ya conocen cómo determinar el recíproco de un número, se puede presentar el cálculo de una división por un número como multiplicación por su recíproco.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Determinar que realizar la división entre un número es equivalente a realizar la multiplicación por su recíproco.

Ⓒ Establecer que hacer la división de un número por otro, es equivalente a hacer la multiplicación del número por el recíproco del divisor en la división; de manera que para realizar una división se puede convertir primero en una multiplicación y luego operar.

Solución de algunos ítems:

a) $-16 \div 4 = -\overset{4}{\cancel{16}} \times \frac{1}{\underset{1}{\cancel{4}}}$

$= -4 \times \frac{1}{1}$

$= -4 \times 1$

$= -4$

d) $\frac{13}{14} \div \left(-\frac{39}{7}\right) = \frac{13}{14} \times \left(-\frac{7}{39}\right)$

$= -\left(\frac{\overset{1}{\cancel{13}}}{\underset{2}{\cancel{14}}} \times \frac{\overset{1}{\cancel{7}}}{\underset{3}{\cancel{39}}}\right)$

$= -\left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}\right)$

$= -\frac{1}{6}$

Fecha: **U3 1.11**

Ⓟ Realiza las siguientes operaciones y compara los resultados.

a) $12 \div (-3)$ b) $12 \times \left(-\frac{1}{3}\right)$

Ⓢ a) $12 \div (-3) = -(12 \div 3)$

$= -4$

b) $12 \times \left(-\frac{1}{3}\right) = -\left(\overset{4}{\cancel{12}} \times \frac{1}{\underset{1}{\cancel{3}}}\right)$

$= -4$

Dividir = Multiplicar por el recíproco.

Ⓔ b) $\frac{12}{15} \div \left(-\frac{3}{5}\right) = \frac{12}{15} \times \left(-\frac{5}{3}\right)$

$= -\left(\frac{\overset{4}{\cancel{12}}}{\underset{3}{\cancel{15}}} \times \frac{\overset{1}{\cancel{5}}}{\underset{1}{\cancel{3}}}\right)$

$= -\frac{4 \times 1}{3 \times 1}$

$= -\frac{4}{3}$

Ⓡ

a) -4 b) -2

c) $-\frac{5}{3}$ d) $-\frac{1}{6}$

e) $\frac{1}{15}$ f) $\frac{1}{10}$

g) -25 h) -25

Tarea: página 36 del Cuaderno de Ejercicios.

1.12 Practica lo aprendido

Realiza lo que se te pide en cada uno de los siguientes numerales:

1. Efectúa las siguientes multiplicaciones:

a) $(-5) \times (-2)$ 10 b) $(-7) \times (+4)$ −28 c) $(+6) \times (-8)$ −48 d) $(-6) \times (+7)$ −42

2. Realiza las siguientes multiplicaciones:

a) $(-3.5) \times (-3)$ 10.5 b) $\left(+\frac{1}{2}\right) \times \left(-\frac{9}{13}\right)$ $-\frac{9}{26}$ c) $\left(-\frac{10}{3}\right) \times \left(-\frac{9}{5}\right)$ 6 d) $\left(-\frac{9}{2}\right) \times \left(-\frac{4}{3}\right)$ 6

3. Efectúa las siguientes multiplicaciones:

a) 8×1 8 b) -1.1×1 −1.1 c) $1 \times \frac{7}{13}$ $\frac{7}{13}$ d) $1 \times (-11)$ −11

e) -1×9 −9 f) $-1 \times (-17)$ 17 g) $\frac{7}{9} \times (-1)$ $-\frac{7}{9}$ h) $-\frac{11}{12} \times (-1)$ $\frac{11}{12}$

i) 21×0 0 j) -3.6×0 0 k) $\frac{8}{15} \times 0$ 0 l) $0 \times \left(-\frac{2}{29}\right)$ 0

4. Aplica la propiedad conmutativa y asociativa para facilitar el cálculo en las siguientes multiplicaciones:

a) $0.5 \times (-0.16) \times 2$ −0.16 b) $-36 \times 25 \times \left(-\frac{1}{12}\right)$ 75 c) $-55 \times \left(-\frac{7}{3}\right) \times \left(-\frac{1}{5}\right)$ $-\frac{77}{3}$

5. Efectúa las siguientes multiplicaciones determinando el signo del producto según el número de factores en la multiplicación:

a) $-3 \times (-4) \times (-5) \times (-2)$ 120 b) $-6 \times 5 \times (-3) \times 10 \times (-1)$ −900 c) $\frac{7}{3} \times (-6) \times \left(-\frac{5}{7}\right)$ 10

6. Calcula las siguientes potencias:

a) $(-5)^2$ 25 b) -5^2 −25 c) $(-2)^3$ −8

d) $\left(\frac{2}{3}\right)^2$ $\frac{4}{9}$ e) $\left(-\frac{3}{5}\right)^3$ $-\frac{27}{125}$ f) $(1.2)^2$ 1.44

g) -0.6^2 −0.36 h) 10×2^2 40 i) $(5 \times 2)^3$ 1 000

7. Efectúa las siguientes multiplicaciones:

a) $2^2 \times (-3)^2$ 36 b) $(-5)^3 \times 2^2$ −500 c) $(-10)^3 \times (-5)^2$ −25 000

8. Efectúa la siguientes divisiones:

a) $-36 \div 12$ −3 b) $-60 \div (-15)$ 4 c) $0 \div (-25)$ 0

9. Expresa como una fracción negativa las siguientes divisiones:

a) $(-7) \div 9$ $-\frac{7}{9}$ b) $5 \div (-11)$ $-\frac{5}{11}$ c) $-(15 \div 17)$ $-\frac{15}{17}$

10. Encuentra el recíproco de los siguientes números:

a) -6 $-\frac{1}{6}$ b) $\frac{1}{19}$ 19 c) 0.6 $\frac{3}{5}$

11. Efectúa las siguientes divisiones:

a) $-12 \div \frac{3}{5}$ −20 b) $\frac{1}{7} \div \left(-\frac{5}{21}\right)$ $-\frac{3}{5}$ c) $-\frac{6}{5} \div (-18)$ $\frac{1}{15}$

Indicador de logro

1.12 Resuelve problemas correspondientes a la multiplicación y división de números positivos, negativos y el cero.

Solución de algunos ítems:

10.

a) $-6 \longrightarrow -\frac{1}{6}$

b) $\frac{1}{19} \longrightarrow 19$

c) $0.6 = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} \longrightarrow \frac{5}{3}$

11.

a) $-12 \div \frac{3}{5} = -12 \times \frac{5}{3}$

$= -\left(\overset{4}{\cancel{12}} \times \frac{5}{\underset{1}{\cancel{3}}}\right)$

$= -(4 \times 5)$

$= -20$

b) $\frac{1}{7} \div \left(-\frac{5}{21}\right) = \frac{1}{7} \times \left(-\frac{21}{5}\right)$

$= -\left(\frac{1}{\underset{1}{\cancel{7}}} \times \frac{\overset{3}{\cancel{21}}}{5}\right)$

$= -\left(1 \times \frac{3}{5}\right)$

$= -\frac{3}{5}$

c) $-\frac{6}{5} \div (-18) = -\frac{6}{5} \times \left(-\frac{1}{18}\right)$

$= \frac{\overset{1}{\cancel{6}}}{5} \times \frac{1}{\underset{3}{\cancel{18}}}$

$= \frac{1}{5} \times \frac{1}{3}$

$= \frac{1}{15}$

Tarea: página 37 del Cuaderno de Ejercicios.

Lección 2 Operaciones combinadas

2.1 Operaciones con multiplicación y división

P

Realiza la siguiente operación que combina multiplicación y división:

$$6 \div \left(-\frac{15}{7}\right) \times (-5)$$

S

$$\begin{aligned} 6 \div \left(-\frac{15}{7}\right) \times (-5) &= 6 \times \left(-\frac{7}{15}\right) \times (-5) \\ &= \left(\overset{2}{\cancel{6}} \times \frac{7}{\underset{\underset{1}{\cancel{5}}}{\cancel{15}}} \times \overset{1}{\cancel{5}}\right) \\ &= 2 \times 7 \times 1 \\ &= 14 \end{aligned}$$

C

Para realizar el cálculo de una operación que combina multiplicación y división, se debe plantear la operación solo con multiplicaciones, convirtiendo el divisor en su recíproco, luego se recomienda simplificar las fracciones que sean posibles antes de hacer la multiplicación, para facilitar el cálculo. Básicamente la operación se calcula de izquierda a derecha.

Por ejemplo:

$$\begin{aligned} 6 \div \left(-\frac{15}{7}\right) \times (-5) &= 6 \times \left(-\frac{7}{15}\right) \times (-5) \\ &= \left(\overset{2}{\cancel{6}} \times \frac{7}{\underset{\underset{1}{\cancel{5}}}{\cancel{15}}} \times \overset{1}{\cancel{5}}\right) \\ &= 2 \times 7 \times 1 \\ &= 14 \end{aligned}$$

E

Realiza la siguiente operación:

$(-3)^2 \times (-10) \div (-24)$

Solución.

$$\begin{aligned} (-3)^2 \times (-10) \div (-24) &= 9 \times (-10) \times \left(-\frac{1}{24}\right) \\ &= +\left(\overset{3}{\cancel{9}} \times \overset{5}{\cancel{10}} \times \frac{1}{\underset{\underset{4}{\cancel{12}}}{\cancel{24}}}\right) \\ &= 3 \times 5 \times \frac{1}{4} \\ &= \frac{15}{4} \end{aligned}$$

Realiza las siguientes operaciones que combinan multiplicación y división:

a) $-10 \div 6 \times (-21)$ 35

b) $-\frac{15}{4} \times \frac{7}{10} \div \left(-\frac{3}{2}\right)$ $\frac{7}{4}$

c) $(-3)^2 \times (-2) \div 6$ -3

d) $(-2)^3 \times (-15) \div (-18)$ $-\frac{20}{3}$

e) $-2^2 \times (-9) \div 6$ 6

f) $-\frac{7}{3} \times \frac{5}{21} \div \frac{7}{9}$ $-\frac{5}{7}$

Indicador de logro

2.1 Efectúa operaciones que combinan multiplicación y división.

Secuencia

Para esta clase se presentan las operaciones que combinan únicamente la división y la multiplicación, de manera que los estudiantes conviertan todas las divisiones en multiplicaciones por el recíproco, tal como lo aprendió en la clase pasada para luego realizar el cálculo.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Realizar el cálculo de la operación que combina multiplicación y división aplicando lo aprendido anteriormente (convertir divisiones en multiplicaciones) e incluyendo números positivos y negativos.
Ⓒ Establecer el algoritmo para realizar operaciones que combinan multiplicación y división.
ⒺPracticar el cálculo de una operación que combina multiplicación y división. A diferencia de la multiplicación del Ⓟ, en esta multiplicación se incluye una potencia y se hace énfasis en que esto no cambia el hecho de que se puede convertir la división en multiplicación, pero que primero se debe calcular la potencia; en una clase posterior se abordarán con más detalle las operaciones combinadas que incluyen potencias.

Solución de algunos ítems:

$$a)\ -10 \div 6 \times (-21) = -\overset{5}{\cancel{10}} \times \frac{1}{\underset{\underset{1}{\cancel{3}}}{\cancel{6}}} \times (-\overset{7}{\cancel{21}})$$

$$= -5 \times 1 \times (-7)$$

$$= 35$$

En el ejercicio e) recordar a los estudiantes que
$-2^2 = -(2 \times 2) = -4$

Fecha: **U3 2.1**

Ⓟ Calcula:

$$6 \div \left(-\frac{15}{7}\right) \times (-5)$$

Ⓢ

$$6 \div \left(-\frac{15}{7}\right) \times (-5) = 6 \times \left(-\frac{7}{15}\right) \times (-5)$$

Recíproco

$$= +\left(\overset{2}{\cancel{6}} \times \frac{7}{\underset{\underset{1}{\cancel{5}}}{\cancel{15}}} \times \overset{1}{\cancel{5}}\right)$$

$$= 2 \times 7 \times 1$$
$$= 14$$

Ⓔ Realización de la operación:

$$(-3)^2 \times (-10) \div (-24) = 9 \times (-10) \times \left(-\frac{1}{24}\right)$$

$$= +\left(\overset{3}{\cancel{9}} \times \overset{5}{\cancel{10}} \times \frac{1}{\underset{\underset{4}{\cancel{12}}}{\cancel{24}}}\right)$$

$$= 3 \times 5 \times \frac{1}{4}$$

$$= \frac{15}{4}$$

Ⓡ a) 35 b) $\frac{7}{4}$ c) -3

d) $-\frac{20}{3}$ e) 6 f) $-\frac{5}{7}$

Tarea: página 38 del Cuaderno de Ejercicios.

2.2 Operaciones combinadas

P

Realiza las siguientes operaciones combinadas:

a) $10 + 5 \times (-3)$

b) $40 \div (-10 + 5)$

S

a) $10 + 5 \times (-3) = 10 + (-15)$
$= 10 - 15$
$= -5$

b) $40 \div (-10 + 5) = 40 \div (-5)$
$= -8$

C

Para realizar operaciones con números positivos y negativos que combinan suma, resta, multiplicación, división o que incluye otra operación al interior de paréntesis (operaciones anidadas), se trabaja de igual forma como se hace con los números positivos. El orden del cálculo es:

1. Operaciones al interior de los paréntesis (si los hay)
2. Multiplicaciones y divisiones
3. Sumas y restas

Ejemplos:

a) $10 + 5 \times (-3) = 10 + (-15)$
$= 10 - 15$
$= -5$

b) $40 \div (-10 + 5) = 40 \div (-5)$
$= -8$

Realiza las siguientes operaciones combinadas:

a) $5 + 2 \times 3$ 11

b) $-12 - 18 \div 3$ -18

c) $4 \times (-5) - 7$ -27

d) $-20 \div (-4) - 8$ -3

e) $5 \times (-2) + 4 \times 3$ 2

f) $-9 \div 3 + 8 \div 4$ -1

g) $-12 \div 2 + 2 \times 3$ 0

h) $5 \times (-12) - 16 \div 8$ -62

i) $-8 \times (-5 + 17)$ -96

j) $-24 \div (-6 - 2)$ 3

k) $(-3 + 8) \div (-5)$ -1

l) $(2 - 13) \div 22$ $-\frac{1}{2}$

Indicador de logro

2.2 Realiza operaciones que combinan suma, resta, multiplicación y división.

Secuencia

Para esta clase se estudian operaciones que combinan suma, resta, multiplicación o división, considerando que este tema se trabajó en grados anteriores, solamente se hace la ampliación de la aplicación de las reglas de cálculo cuando hay números negativos.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Realizar el cálculo de las operaciones combinadas, en orden, según lo aprendido sobre dichas operaciones en años anteriores, pero esta vez aplicando las reglas para operar con números negativos y positivos. Se deja libertad al estudiante para que realice las divisiones como tal o las convierta a multiplicaciones.

Solución de algunos ítems:

a) $5 + 2 \times 3 = 5 + 6$
$= 11$

g) $-12 \div 2 + 2 \times 3 = -6 + 6$
$= 0$

j) $-24 \div (-6 - 2) = -24 \div (-8)$
$= 24 \div 8$
$= 3$

l) $(2 - 13) \div 22 = -11 \div 22$
$= -\frac{11}{22}$
$= -\frac{1}{2}$

Fecha: **U3 2.2**

Ⓟ Calcula:
a) $10 + 5 \times (-3)$ b) $40 \div (-10 + 5)$

Ⓢ

① ②
a) $10 + 5 \times (-3) = 10 + (-15)$
$= 10 - 15$
$= -5$

① ②
b) $40 \div (-10 + 5) = 40 \div (-5)$
$= -8$

Ⓡ a) 11 b) –18 c) –27

d) –3 e) 2 f) –1

g) 0 h) –62 i) –96

j) 3 k) –1 l) $-\frac{1}{2}$

Tarea: página 39 del Cuaderno de Ejercicios.

2.3 Operaciones combinadas que incluyen potencias

P

Realiza la siguiente operación:

$$32 \div (-2)^2 - 6$$

S

$$\begin{aligned} 32 \div (-2)^2 - 6 &= 32 \div 4 - 6 \\ &= 8 - 6 \\ &= 2 \end{aligned}$$

C

Cuando en la operación se incluyan potencias, operaciones anidadas, multiplicaciones o divisiones y sumas o restas, el orden para hacer los cálculos es:

1. Operaciones al interior de paréntesis (si los hay)
2. Potencias
3. Multiplicaciones y divisiones
4. Sumas y restas

E

Realiza las siguientes operaciones:

$-4 \times (-7 + 4)^2 + 4^2$

Solución.

$$\begin{aligned} -4 \times (-7 + 4)^2 + 4^2 &= -4 \times (-3)^2 + 4^2 \\ &= -4 \times 9 + 16 \\ &= -36 + 16 \\ &= -20 \end{aligned}$$

Realiza las siguientes operaciones:

a) $5 - 4 \times (-3)^2$
-31

b) $-4 - 5 \times (-2)^3$
36

c) $27 - 3^2 \times 4$
-9

d) $-8 \times (1 - 3)^3 + 4^2$
80

e) $2 - 7 \times (-2^2)$
30

f) $(-2)^3 + 3^2 \div (-3)$
-11

g) $-4^2 + (-2)^3 \div (-9 + 5)$
-14

h) $(-5)^2 + 20^2 \div (7 - 17)$
-15

Indicador de logro

2.3 Efectúa operaciones que combinan suma, resta, multiplicación o división e incluyen potencias.

Secuencia

Las operaciones combinadas que se trabajan en esta clase retoman las vistas anteriormente e incorporan potencias en la operación, además se trabaja con números positivos y negativos. De manera que en esta clase se establece cuál es el orden de cálculo cuando se tiene este tipo de operaciones.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Realizar la operación combinada que incluye números positivos y negativos, primero haciendo el cálculo de la potencia para posteriormente seguir con el orden establecido de las operaciones en la clase anterior. Se debe dejar la libertad al estudiante para que realice las divisiones como tal o las convierta a multiplicaciones.

Ⓒ Establecer el orden en que se realizan las operaciones cuando están combinadas en una sola operación y se incluyen potencias.

Solución de algunos ítems:

a) $5 + (-4) \times (-3)^2 = 5 - 4 \times 9$
$= 5 - 36$
$= -31$

g) $-4^2 + (-2)^3 \div (-9 + 5)$
$= -4^2 + (-2)^3 \div (-4)$
$= -16 + (-8) \div (-4)$
$= -16 + 8 \div 4$
$= -16 + 2$
$= -14$

h) $(-5)^2 + 20^2 \div (7 - 17)$
$= (-5)^2 + 20^2 \div (-10)$
$= 25 + 400 \div (-10)$
$= 25 + (-40)$
$= 25 - 40$
$= -15$

Fecha: **U3 2.3**

Ⓟ Calcula.

$32 \div (-2)^2 - 6$

Ⓢ

$32 \div (-2)^2 - 6 = 32 \div 4 - 6$
$= 8 - 6$
$= 2$

① ② ③

Ⓔ Realización de una operación:

$-4 \times (-7 + 4)^2 + 4^2 = -4 \times (-3)^2 + 4^2$
$= -4 \times 9 + 16$
$= -36 + 16$
$= -20$

① ② ② ③ ④

Ⓡ a) −31 b) 36 c) −9

d) 80 e) 30 f) −11

g) −14 h) −15

Tarea: página 40 del Cuaderno de Ejercicios.

2.4 Propiedad distributiva de la multiplicación

P

Compara los resultados de las operaciones 1 y 2 de cada literal.

	Operación 1	**Operación 2**		**Operación 1**	**Operación 2**
a)	$(-6-4)\times 3$;	$-6\times 3+(-4)\times 3$	b)	$-4\times(-15+10)$;	$-4\times(-15)+(-4)\times 10$

S

Operación 1

a) $(-6-4)\times 3 = (-10)\times 3$
$= -30$

Operación 2

$-6\times 3+(-4)\times 3 = -18+(-12)$
$= -18-12$
$= -30$

Los resultados son iguales, entonces $(-6-4)\times 3 = -6\times 3+(-4)\times 3$.

Operación 1

b) $-4\times(-15+10) = (-4)\times(-5)$
$= 20$

Operación 2

$-4\times(-15)+(-4)\times 10 = 60+(-40)$
$= 60-40$
$= 20$

Los resultados son iguales, entonces $-4\times(-15+10) = -4\times(-15)+(-4)\times 10$.

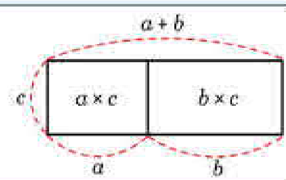
C

Para cualquier número a, b y c, se cumple que

$$(a+b)\times c = a\times c+b\times c$$
$$c\times(a+b) = c\times a+c\times b$$

Al hecho anterior se le conoce como **propiedad distributiva**.

La propiedad distributiva se puede representar de manera gráfica a través de áreas:



Cuando se aplica la propiedad distributiva en la multiplicación $(a+b)\times c$ los paréntesis desaparecen obteniéndose $a\times c+b\times c$. A la acción de quitar los paréntesis a través de la aplicación de la propiedad distributiva también se le llama **suprimir paréntesis**.

E

Efectúa las siguientes operaciones aplicando la propiedad distributiva:

a) $\left(\frac{7}{9}-\frac{5}{6}\right)\times 18$

b) $47\times(-9)+13\times(-9)$

Solución.

a) $\left(\frac{7}{9}-\frac{5}{6}\right)\times 18 = \left[\frac{7}{9}+\left(-\frac{5}{6}\right)\right]\times 18$
$= \frac{7}{9}\times 18+\left(-\frac{5}{6}\right)\times 18$
$= 14+(-15)$
$= 14-15$
$= -1$

b) $47\times(-9)+13\times(-9) = (47+13)\times(-9)$
$= 60\times(-9)$
$= -540$

Realiza las siguientes operaciones aplicando la propiedad distributiva:

a) $5\times(-7-3)$ -50
b) $(-23+3)\times(-2)$ 40
c) $60\times\left(\frac{5}{12}-\frac{13}{30}\right)$ -1
d) $12\times 13+88\times 13$ 1 300
e) $-21\times 2-4\times 2$ -50
f) $99\times(-15)$ $-1\,485$

En f) observa que $99 = 100-1$.

Unidad 3

Indicador de logro

2.4 Aplica la propiedad distributiva de la multiplicación.

Secuencia

Los estudiantes ya conocen la propiedad distributiva por lo que harán una ampliación de la propiedad a la incorporación de los números negativos, de igual manera se orienta la aplicación de la propiedad como una forma de facilitar la realización de los cálculos en algunas situaciones.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Determinar la igualdad de las operaciones 1 y 2 en cada literal, haciendo énfasis en que las operaciones incluyen números negativos.

Ⓒ Definir la propiedad distributiva haciendo referencia a las igualdades obtenidas anteriormente. En grados anteriores se ha trabajado la propiedad distributiva pero es importante recalcar, que la propiedad es igualmente válida cuando se incluyen números negativos en la operación. De igual forma, se debe hacer referencia a que la aplicación de la propiedad distributiva es una forma de suprimir paréntesis y que en algunas ocasiones su uso puede facilitar el cálculo de una operación ya sea que se aplique de izquierda a derecha o viceversa.

Ⓔ Practicar la aplicación de la propiedad distributiva de izquierda a derecha y viceversa, haciendo énfasis en que el cálculo se facilita al aplicarla. En el caso de a), hay una resta entre los paréntesis, por lo que se debe convertir en suma para aplicar la propiedad; ciertamente no es necesario hacer el cambio en la operación, pero de momento no es conveniente saturar al estudiante de mucha información, en una clase posterior se hará referencia a que la propiedad distributiva es igualmente aplicable cuando hay una resta.

Solución de algunos ítems:

a) $5 \times (-7 - 3)$

$= 5 \times (-7) + 5 \times (-3)$

$= -35 + (-15)$

$= -35 - 15 = -50$

Fecha: **U3 2.4**

Ⓟ Compara los resultados de las 2 operaciones.

	Operación 1	**Operación 2**
a)	$[-6 + (-4)] \times 3$	$-6 \times 3 + (-4) \times 3$
	Operación 1	**Operación 2**
b)	$-4 \times [-15 + 10]$	$-4 \times (-15) + (-4) \times 10$

Ⓢ a) $[-6 + (-4)] \times 3 = -10 \times 3 = -30$

$-6 \times 3 + (-4) \times 3 = (-18) + (-12) = -30$

$[-6 + (-4)] \times 3 = -6 \times 3 + (-4) \times 3$

b) $-4 \times [-15 + 10] = -4 \times (-5) = 20$

$-4 \times (-15) + (-4) \times 10 = 60 + (-40) = 20$

$-4 \times [-15 + 10] = -4 \times (-15) + (-4) \times 10$

Ⓔ Realización de operaciones:

a) $\left(\frac{7}{9} - \frac{5}{6}\right) \times 18 = \left[\frac{7}{9} + \left(-\frac{5}{6}\right)\right] \times 18$

$= \frac{7}{9} \times 18 + \left(-\frac{5}{6}\right) \times 18$

$= 14 + (-15)$

$= 14 - 15$

$= -1$

b) $47 \times (-9) + 13 \times (-9)$

$= (47 + 13) \times (-9)$

$= 60 \times (-9)$

$= -540$

Ⓡ

a) -50 b) 40 c) -1

d) $1\,300$ e) -50 f) $-1\,485$

Tarea: página 41 del Cuaderno de Ejercicios.

2.5 Conjuntos numéricos

P

Si a y b representan 2 números naturales cualesquiera, ¿en cuáles de las siguientes operaciones el resultado siempre es un número natural?

a) $a + b$ b) $a - b$ c) $a \times b$ d) $a \div b$

S

La suma y la multiplicación de 2 números naturales siempre tiene como resultado un número natural. Al contrario, la resta y división de 2 números naturales no necesariamente tiene como resultado un número natural. Por ejemplo: $2 - 7$ y $3 \div 7$ no tienen como resultado un número natural.

C

A un grupo de elementos, números u objetos se le llama **conjunto**, por ejemplo, al grupo de los números naturales se le llama **conjunto de los números naturales.** En general, a un conjunto de números se le llama conjunto numérico. En el conjunto de los números naturales no siempre se pueden hacer las operaciones resta y división, porque el resultado de ellas no necesariamente es un número natural. Por tanto, se hace necesario ampliar el conjunto de los números naturales.

E

Resuelve:

a) ¿Qué conjunto de números debe agregarse a los naturales para que la resta se pueda realizar siempre?

b) ¿El conjunto de números agregados en a) será suficiente para que también la división se pueda hacer siempre?

Solución.

a) Debe agregarse el 0 y el conjunto de los números negativos para tener un conjunto numérico más amplio y poder hacer siempre la resta. A este nuevo conjunto se le llama **números enteros**, de aquí en adelante al referirse al conjunto de los números enteros se entenderá que es el conjunto de números: ..., −3, −2, −1, 0, 1, 2, 3, ...

b) No es suficiente, es necesario agregar los **números que se pueden expresar como fracción**.

Los números enteros como por ejemplo 5, también se pueden escribir en forma de fracción, $\frac{5}{1}$, por lo que el conjunto de números enteros es parte del conjunto de números que se pueden expresar como fracción.

Considera que los números decimales también se pueden expresar como fracción, por ejemplo: $0.8 = \frac{8}{10}$.

Números que se pueden expresar como fracción

$\frac{1}{5}$, $\frac{3}{2}$, 0.222, 0.33, 0.1, −0.15

Enteros

..., −3, −2, −1, 0,

Naturales

1, 2, 3,...

1. ¿Cuáles son las operaciones que se pueden realizar en los diferentes conjuntos de números? Escribe una X si la operación se puede realizar siempre en cada uno de los conjuntos de números. No consideres la división por 0.

	Suma	Resta	Multiplicación	División
Natural	x		x	
Entero	x	x	x	
Números que se pueden expresar como fracción	x	x	x	x

2. Escribe los conjuntos de números que permiten realizar la operación planteada en cada literal.

a) 8 + 2

Natural
Entero
Fracción

b) −5 × 4

Entero
Fracción

c) 9 − 10

Entero
Fracción

d) 5 ÷ 6

Fracción

Indicador de logro

2.5 Determina las operaciones que siempre se pueden realizar según el conjunto numérico dado.

Secuencia

Operaciones como 9 – 10 o 3 ÷ 2 no tienen como resultado un número natural, de manera que para poder clasificar el resultado de operaciones como las anteriores es necesario definir nuevos tipos de números. En esta clase se presentarán los tipos de números en que se pueden clasificar los resultados de operaciones como las anteriores y se definirá qué es un conjunto numérico.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Determinar que hay operaciones de las que se obtienen números que no son naturales, por lo que no siempre se pueden realizar estas operaciones.

Ⓒ Definir qué es un conjunto numérico. En esta parte se debe enfatizar que en el conjunto de los números naturales no siempre se pueden hacer las operaciones de resta y división, por lo que ampliarlo se vuelve una necesidad.

Ⓔ Determinar los tipos de números que se deben agregar al conjunto de los números naturales para que las operaciones de resta y división siempre se puedan realizar y a partir de ahí darle nombre a los nuevos conjuntos numéricos generados.

Solución de algunos ítems:

Asociar individualmente las operaciones que se pueden realizar según el conjunto numérico y viceversa, es decir, a partir de la operación determinar cuáles conjuntos numéricos permiten realizar el cálculo.
Para cada literal del numeral 2 se deben listar todos los conjuntos numéricos que permiten realizar la operación.

Fecha: **U3 2.5**

Ⓟ Si a y b son números naturales, ¿cuáles siempre son números naturales?
a) $a + b$ b) $a - b$ c) $a \times b$ d) $a \div b$

Ⓢ a) Sí b) No siempre
Ejemplo: 2 – 3

c) Sí d) No siempre
Ejemplo: 3 ÷ 7

Ⓔ a) Debe agregarse el 0 y el conjunto de los números negativos para poder hacer siempre la resta.
b) No es suficiente, es necesario agregar los números que se pueden expresar como fracción.

Ⓡ 1. **Natural:** suma y multiplicación.
Entero: suma, resta y multiplicación.
Números que se pueden expresar como fracción: suma, resta, multiplicación y división.

Tarea: página 42 del Cuaderno de Ejercicios.

2.6 Practica lo aprendido

Realiza lo que se te pide en cada uno de los siguientes numerales:

1. Efectúa las siguientes operaciones que combinan multiplicación y división:

a) $-\frac{21}{2} \times \frac{6}{7} \div \left(-\frac{3}{4}\right)$
12

b) $-1 \times (-6)^2 \div 8$
$-\frac{9}{2}$

c) $-3^2 \times (-6) \div 2$
27

2. Realiza las siguientes operaciones que combinan multiplicación, división, suma o resta:

a) $7 + 5 \times 2$ 17

b) $-2 + (-32) \div 4$ −10

c) $3 \times (-4) - 3$ −15

d) $6 \times (-4) + 7 \times 3$ −3

e) $-12 \div 6 + 35 \div 7$ 3

f) $13 \times (-2) - 30 \div 5$ −32

3. Desarrolla las siguientes operaciones que combinan multiplicación y división con operaciones anidadas:

a) $(19 - 10) \times (-3)$ −27

b) $-4 \times (8 - 5)$ −12

c) $-5 \div (-5 - 20)$ $\frac{1}{5}$

4. Realiza las siguientes operaciones que combinan multiplicación, división, suma o resta e incluyen potencias.

a) $2 - 3 \times (-5)^2$
−73

b) $-3 - 7 \times (-3^2)$
60

c) $-2 \times (2 - 7)^3 + 3^2$
259

5. Efectúa las siguientes multiplicaciones aplicando la propiedad distributiva:

a) $(-25 - 11) \times 4$
−144

b) $42 \times \left(\frac{3}{14} - \frac{5}{6}\right)$
−26

c) $17 \times 14 + 83 \times 14$
1 300

6. Escribe el conjunto de números que permiten realizar la operación planteada en cada literal.

a) $10 + 3$
Natural
Entero
Fracción

b) -6×3
Entero
Fracción

c) $12 - 15$
Entero
Fracción

Indicador de logro

2.6 Resuelve problemas correspondientes a operaciones combinadas.

Solución de algunos ítems:

3.

c) $-5 \div (-5 - 20) = -5 \div (-25)$

$= 5 \div 25$

$= \dfrac{\cancel{5}^{1}}{\cancel{25}_{5}}$

$= \dfrac{1}{5}$

b) $42 \times \left(\dfrac{3}{14} - \dfrac{5}{6}\right)$

$= 42 \times \left[\dfrac{3}{14} + \left(-\dfrac{5}{6}\right)\right]$

$= \overset{3}{\cancel{42}} \times \dfrac{3}{\underset{1}{\cancel{14}}} + \overset{7}{\cancel{42}} \times \left(-\dfrac{5}{\underset{1}{\cancel{6}}}\right)$

$= 3 \times 3 + 7 \times (-5)$

$= 9 + (-35)$

$= 9 - 35$

$= -26$

5.

a) $(-25 - 11) \times 4$

$= [-25 + (-11)] \times 4$

$= -25 \times 4 + (-11) \times 4$

$= -25 \times 4 + (-44)$

$= -100 - 44$

$= -144$

c) $12 \times 13 + 88 \times 13 = (12 + 88) \times 13$

$= 100 \times 13$

$= 1\,300$

Tarea: página 43 del Cuaderno de Ejercicios.

3.1 Mínimo común múltiplo y máximo común divisor

P

1. Escribe los primeros 12 múltiplos para cada uno de los siguientes números:
   2:
   5:

   Responde:
   a) ¿Cuáles son los múltiplos comunes de 2 y 5? b) ¿Cuál es el menor de los múltiplos en **a**?

2. Escribe los divisores para cada uno de los siguientes números:
   18:
   24:

   Responde:
   a) ¿Cuáles son los divisores comunes de 18 y 24? b) ¿Cuál es el mayor de los divisores en **a**?

S

1. 2: 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22 y 24
   5: 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55 y 60

   a) 10 y 20 b) 10

2. 18: 1, 2, 3, 6, 9 y 18
   24: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 y 24

   a) 1, 2, 3 y 6 b) 6

C

El menor de los múltiplos comunes de dos o más números se llama **mínimo común múltiplo** y su abreviatura es **mcm.**

Los pasos para calcularlo son:
1. Escribir los múltiplos de cada número.
2. Encontrar los múltiplos comunes.
3. Encontrar el menor de los múltiplos comunes.

El mayor de los divisores comunes de dos o más números se llama **máximo común divisor** y su abreviatura es **MCD.**

Los pasos para calcularlo son:
1. Escribir todos los divisores de cada número.
2. Encontrar los divisores comunes.
3. Encontrar el mayor de los divisores comunes.

1. Encuentra el mcm para los siguientes números.
   a) 6 y 9 mcm = 18
   b) 5 y 10 mcm = 10
   c) 3 y 5 mcm = 15
   d) 3, 6 y 9 mcm = 18

2. Encuentra el MCD para los siguientes números:
   a) 6 y 9 MCD = 3
   b) 12 y 8 MCD = 4
   c) 18 y 3 MCD = 3
   d) 14, 21 y 28 MCD = 7

Indicador de logro

3.1 Calcula el mínimo común múltiplo y máximo común divisor de 2 o 3 números listando múltiplos y divisores de los números.

Secuencia

En grados anteriores el estudiante ya aprendió a calcular el mcm y el MCD, de manera que esta clase se orienta a recordar el proceso de cálculo, por lo que una hora clase basta para trabajar ambos conceptos.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Recordar el concepto de divisor y múltiplo de un número.

Ⓒ Definir el mínimo común múltiplo (mcm) y máximo común divisor (MCD) y establecer el algoritmo para calcularlos. Hay que hacer referencia que el mcm y el MCD son los mismos que se han visto en años anteriores por lo que el trabajo se enfocará en la realización del algoritmo para su cálculo.

Solución de algunos ítems:

1.

a) 6: 6, 12, 18, 24...
9: 9, 18, 27, 36.
mcm = 18

d) 3: 3, 6, 9, 12, 15, 18...
6: 6, 12, 18, 24, 20...
9: 9, 18, 27, 36, 45...
mcm = 18

2.

a) 6: 1, 2, 3, 6...
9: 1, 3...

MCD = 3

d) 14: 1, 2, 7, 14...
21: 1, 3, 7...
28: 1, 2, 4, 7, 14

MCD = 7

Cuando se trata de los múltiplos y los divisores, se consideran solo los números naturales.

Fecha: **U3 3.1**

Ⓟ 1. Encuentra los primeros 12 múltiplos para 2 y 5.
a) ¿Cuáles son los múltiplos comunes de 2 y 5?
b) ¿Cuál es el menor de los múltiplos comunes en a)?
2. Encuentra los divisores de 18 y 24.
a) ¿Cuáles son los divisores comunes de 18 y 24?
b) ¿Cuál es el mayor de los divisores en a)?

Ⓢ 1. a) 10 y 20
b) 10 ⟵ mínimo común múltiplo
2. a) 1, 2, 3 y 6
b) 6 ⟵ máximo común divisor

Ⓡ

1. a) 18 b) 10 c) 15
d) 18

2. a) 3 b) 4 c) 3
d) 7

Tarea: página 44 del Cuaderno de Ejercicios.

3.2 Relación entre los múltiplos y divisores de un número

P

Realiza lo que se pide en los siguientes numerales:

1. Copia y llena en tu cuaderno los espacios ___ con los divisores y múltiplos de 24 y 36.

Divisores de 24 | Múltiplos de 24

1, 2, 3, ___, ___, ___, ___, ___ **:24:** 24, 48, ___, ___, ___, ___, ___, ___, ___, ...

Divisores de 36 | Múltiplos de 36

1, 2, 3, ___, ___, ___, ___, ___, ___ **:36:** 36, 72, ___, ___, ___, ___, ___, ...

2. Según lo realizado en el numeral anterior, responde las siguientes preguntas:
   a) ¿Es 24 múltiplo de 4? ¿Es 4 divisor de 24?
   b) ¿Es 24 múltiplo de 1? ¿Es 1 divisor de 24?
   c) ¿Es 24 múltiplo de 24? ¿Es 24 divisor de 24?

3. Calcula el mcm y el MCD de 24 y 36.

4. ¿Es el mcm un múltiplo del MCD?

S

1. Divisores de 24 | Múltiplos de 24

1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24 **: 24 :** 24, 48, 72, 96, 120, 144, 168, 192, 216, ...

Divisores de 36 | Múltiplos de 36

1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36 **: 36 :** 36, 72, 108, 144, 180, 216, 252, ...

2. a) 24 es múltiplo de 4, 4 es divisor de 24.
   b) 24 es múltiplo de 1, 1 es divisor de 24.
   c) 24 es múltiplo de 24, 24 es divisor de 24.

3. mcm = 72, MCD = 12.

4. Se puede expresar el mcm como múltiplo del MCD, mcm = MCD × 6 porque 72 = 12 × 6, el mcm es múltiplo del MCD.

C

Con respecto a los múltiplos y divisores de un número, y el mcm y MCD de dos o más números, se cumple que

- Si un número es múltiplo de otro número, ese es divisor del primero.
- Cualquier número es múltiplo de 1 y 1 es divisor de cualquier número.
- Un número es tanto divisor como múltiplo de sí mismo.
- El mcm es múltiplo del MCD.

Copia en tu cuaderno y completa.

1. 4 es divisor de 20. Entonces, 20 es múltiplo de 4.
2. 8 es múltiplo de 2. Entonces, 2 es divisor de 8.
3. Cualquier número es múltiplo de 1.
4. 1 es divisor de cualquier número.
5. ¿6 es múltiplo de 6? Explica por qué. sí, porque 6 = 6 × 1
6. ¿6 es divisor de 6? Explica por qué. sí, porque 6 ÷ 6 = 1
7. Para cada literal del ejercicio 2 de la clase anterior expresa el mcm de los números como un múltiplo de su MCD. a) mcm = MCD × 6, 18 = 3 × 6 b) mcm = MCD × 6, 24 = 4 × 6 c) mcm = MCD × 6, 18 = 3 × 6 d) mcm = MCD × 12, 84 = 7 × 12

Unidad 3

45

Indicador de logro

3.2 Determina si un número es múltiplo de otro, dado que el segundo es divisor del primero y viceversa.

Secuencia

Para esta clase se aborda el hecho de que para un número dado que es divisor de un segundo número, el segundo es múltiplo del primero. También se planteará que el mcm es un múltiplo del MCD.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Determinar la relación que existe entre dos números en los que uno es el múltiplo del otro, y la relación entre el MCD y mcm de dos números.

Ⓒ Establecer que si un número es múltiplo de otro, el segundo es divisor del primero y que cualquier número es múltiplo de 1 y 1 es divisor de cualquier número. Además aclarar que todo número es divisor y múltiplo de sí mismo y que el mcm es múltiplo del MCD.

Fecha: **U3 3.2**

Ⓟ
2. Según lo realizado en el cuaderno:
   a) ¿Es 24 múltiplo de 4? ¿Es 4 divisor de 24?
   b) ¿Es 24 múltiplo de 1? ¿Es 1 divisor de 24?
   c) ¿Es 24 múltiplo de 24? ¿Es 24 divisor de 24?
3. Calcula el mcm y el MCD de 24 y 36.
4. ¿Es el mcm un múltiplo del MCD?

Ⓢ

1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24**: 24:** 24, 48, 72, 96, 120, 144, 168, 192, 216...

1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36**: 36:** 36, 72, 108, 144, 180, 216, 252...

2. a) Sí, $24 = 4 \times 6$ b) Sí, $24 = 1 \times 24$ c) Sí, $24 = 24 \times 1$

   Sí, $24 \div 4 = 6$ Sí, $24 \div 1 = 24$ Sí, $24 \div 24 = 1$

3. MCD = 12, mcm = 72
4. Sí, mcm = MCD × 6 porque $72 = 12 \times 6$.

Ⓡ

1. Múltiplo
2. Divisor
3. 1
4. 1
5. Sí, porque $6 = 6 \times 1$
6. Sí, porque $6 \div 6 = 1$
7. mcm = 18, MCD = 3,
   mcm = MCD × 6
   $= 3 \times 6$
   $= 18$

Tarea: página 45 del Cuaderno de Ejercicios.

3.3 Números primos y compuestos

P

Copia la tabla en tu cuaderno y escribe todos los divisores de los números dados, después clasifica los números según la cantidad de divisores.

Número	Divisores	Número	Divisores
1		11	
2		12	
3		13	
4		14	
5		15	
6		16	
7		17	
8		18	
9		19	
10		20	

a) ¿Qué números tienen solo dos divisores?
b) ¿Qué números tienen más de dos divisores?

S

Número	Divisores	Número	Divisores
1	1	11	1, 11
2	1, 2	12	1, 2, 3, 4, 6, 12
3	1, 3	13	1, 13
4	1, 2, 4	14	1, 2, 7, 14
5	1, 5	15	1, 3, 5, 15
6	1, 2, 3, 6	16	1, 2, 4, 8, 16
7	1, 7	17	1, 17
8	1, 2, 4, 8	18	1, 2, 3, 6, 9, 18
9	1, 3, 9	19	1, 19
10	1, 2, 5, 10	20	1, 2, 4, 5, 10, 20

a) 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17 y 19.
b) 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18 y 20.

C

A los números que tienen solo dos divisores (el 1 y el mismo número) se les llama **números primos**. Ejemplo de estos números son los del literal **a**.

Los números que tienen más de dos divisores se llaman **números compuestos**. Ejemplos de estos números son los del literal **b**.

El 1 solo tiene 1 como divisor. El 1 no es número primo ni compuesto.

E

Eratóstenes ideó un método para encontrar números primos conocido como la Criba de Eratóstenes. Esta permite encontrar todos los números primos desde un valor inicial hasta un valor final. Se basa en eliminar de la lista los múltiplos de los números primos entre el valor inicial y final. Una vez acabado el proceso, los números que queden sin descartar serán primos. El proceso termina hasta llegar al primer número cuya potencia cuadrada es igual o mayor que el valor final.

a) Determina todos los números primos hasta el 100 utilizando la Criba de Eratóstones, auxiliándote de la tabla numerada del 1 al 100.

b) Clasifica los números 11, 23, 29, 42, 54, 75, 88, 91 en primos y compuestos.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Solución.

a)

~~1~~	2	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	~~9~~	~~10~~
11	~~12~~	13	~~14~~	~~15~~	~~16~~	17	~~18~~	19	~~20~~
~~21~~	~~22~~	23	~~24~~	~~25~~	~~26~~	~~27~~	~~28~~	29	~~30~~
31	~~32~~	~~33~~	~~34~~	~~35~~	~~36~~	37	~~38~~	~~39~~	~~40~~
41	~~42~~	43	~~44~~	~~45~~	~~46~~	47	~~48~~	~~49~~	~~50~~
~~51~~	~~52~~	53	~~54~~	~~55~~	~~56~~	~~57~~	~~58~~	59	~~60~~
61	~~62~~	~~63~~	~~64~~	~~65~~	~~66~~	67	~~68~~	~~69~~	~~70~~
71	~~72~~	73	~~74~~	~~75~~	~~76~~	~~77~~	~~78~~	79	~~80~~
~~81~~	~~82~~	83	~~84~~	~~85~~	~~86~~	~~87~~	~~88~~	89	~~90~~
~~91~~	~~92~~	~~93~~	~~94~~	~~95~~	~~96~~	97	~~98~~	~~99~~	~~100~~

1. 1 no es un número primo. Se tacha.
2. 2 es primo.
3. Tachar todos los múltiplos de 2.
4. El siguiente número sin tachar es 3 y es primo.
5. Tachar todos los múltiplos de 3.
6. El siguiente número sin tachar es 5 y es primo.
6. Tachar todos los múltiplos de 5.
7. El siguiente número sin tachar es 7 y es primo.
8. Tachar todos los múltiplos de 7.
9. Los números que quedan sin tachar, son todos los números primos entre 1 y 100. Se termina el proceso porque el próximo primo será 11 el cuál supera a 10 y $10^2 = 100$.

b) Números primos: 11, 23 y 29.
Números compuestos: 42, 54, 75,88 y 91.

Clasifica los siguientes números en primos y compuestos:
5, 9, 21, 23, 26, 27, 30, 31, 33, 35, 36, 41, 47, 49 y 53.

Primos: 5, 23, 31, 41, 47 y 53. Compuestos: 9, 21, 26, 27, 30, 33, 36 y 49.

Indicador de logro

3.3 Determina si un número es primo o compuesto, dependiendo del número de divisores.

Secuencia

Puesto que en las clases anteriores se ha trabajado con divisores y múltiplos de un número, ahora se definirá qué es un número primo y un compuesto a partir de la cantidad de divisores que tienen los números.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Determinar que hay números que solo tienen dos divisores y otros que tienen más de dos divisores. También en esta parte es importante resaltar el hecho de que el 1 solo tiene un divisor.

Ⓒ Definir los números primos y compuestos. Se debe enfatizar que el 1 no es primo ni compuesto porque solo tiene un divisor.

Ⓔ Presentar la “Criba de Eratóstenes” como una estrategia para agilizar la identificación de los números primos que hay del 1 al 100 y hacer uso del resultado para clasificar en primos y compuestos a los números de un conjunto dado. Debe hacerse notar que sin el uso de la Criba de Eratóstenes el proceso para obtener los divisores de cada número hubiese sido demasiado largo.

Fecha:

U3 3.3

Ⓟ Según lo realizado en el cuaderno,
a) ¿Qué números tienen solo dos divisores?
b) ¿Qué números tienen más de dos divisores?

Ⓢ

a) 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17 y 19.
b) 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18 y 20.

Ⓔ a) Criba de Eratóstenes hasta el 100.

~~1~~	2	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	~~9~~	~~10~~
11	~~12~~	13	~~14~~	~~15~~	~~16~~	17	~~18~~	19	~~20~~
~~21~~	~~22~~	23	~~24~~	~~25~~	~~26~~	~~27~~	~~28~~	29	~~30~~
31	~~32~~	~~33~~	~~34~~	~~35~~	~~36~~	37	~~38~~	~~39~~	~~40~~
41	~~42~~	43	~~44~~	~~45~~	~~46~~	47	~~48~~	~~49~~	~~50~~
~~51~~	~~52~~	53	~~54~~	~~55~~	~~56~~	~~57~~	~~58~~	59	~~60~~
61	~~62~~	~~63~~	~~64~~	~~65~~	~~66~~	67	~~68~~	~~69~~	~~70~~
71	~~72~~	73	~~74~~	~~75~~	~~76~~	~~77~~	~~78~~	79	~~80~~
~~81~~	~~82~~	83	~~84~~	~~85~~	~~86~~	~~87~~	~~88~~	89	~~90~~
~~91~~	~~92~~	~~93~~	~~94~~	~~95~~	~~96~~	97	~~98~~	~~99~~	~~100~~

b) Según la Criba de Eratóstenes:
Números primos: 11, 23 y 29.
Números compuestos: 42, 54, 75, 88 y 91.

Ⓡ Primos: 5, 23, 31, 41, 47 y 53.
Compuestos: 9, 21, 26, 27, 30, 33, 35, 36 y 49.

Tarea: página 46 del Cuaderno de Ejercicios.

3.4 Descomposición en factores primos

P

Representa el número 24 como producto de números primos. Se pueden repetir números primos si se considera necesario.

El producto es el resultado de una multiplicación.

S

Para obtener los números primos de la multiplicación, se puede hacer el siguiente procedimiento:

24	2
12	2
6	2
3	3
1	

Significa $24 \div 2 = 12$ Y así se sigue consecutivamente.

$12 \div 2 = 6$

$6 \div 2 = 3$

$3 \div 3 = 1$

Por tanto, $24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$; de forma equivalente puedes representarlo como $24 = 2^3 \times 3$.

A los números en un producto se les llama **factores**.

C

Cualquier número compuesto puede ser expresado como producto de números primos. A este procedimiento se le llama **descomposición en factores primos**.

E

Llena el recuadro $\square$ con el número correspondiente en la descomposición en factores primos de 36 y luego escribe el número como producto de factores primos.

36	$\square$
18	$\square$
9	$\square$
$\square$	$\square$
1	

24	$\square$
12	$\square$
6	$\square$
$\square$	$\square$
1	

Solución.

36	$\boxed{2}$
18	$\boxed{2}$
9	$\boxed{3}$
$\boxed{3}$	$\boxed{3}$
1	

$36 = 2^2 \times 3^2$

24	$\boxed{2}$
12	$\boxed{2}$
6	$\boxed{2}$
$\boxed{3}$	$\boxed{3}$
1	

$24 = 2^3 \times 3$

Descompone en factores primos los siguientes números:

a) 12 $2^2 \times 3$

b) 16 2^4

c) 20 $2^2 \times 5$

d) 30 $2 \times 3 \times 5$

e) 35 5×7

f) 56 $2^3 \times 7$

g) 50 2×5^2

h) 54 2×3^3

i) 64 2^6

j) 100 $2^2 \times 5^2$

Indicador de logro

3.4 Descompone un número en sus factores primos utilizando la división sucesiva.

Secuencia

Dado que los estudiantes ya tienen el concepto de qué es un número primo, para esta clase se aborda la descomposición de un número en sus factores primos, y se introduce la forma:

$$\begin{array}{r|c} 36 & \boxed{2} \\ 18 & \boxed{2} \\ 9 & \boxed{3} \\ \boxed{3} & \boxed{3} \\ 1 & \end{array}$$

$$36 = 2^2 \times 3^2$$

Para determinar los factores primos del número. También se establece que un número se puede expresar como la multiplicación de sus factores primos, por ejemplo $36 = 2^2 \times 3^2$.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Determinar un procedimiento para representar un número como una multiplicación de factores primos. Si bien los estudiantes pueden llegar a la representación del número como una multiplicación de los factores primos sin hacer el procedimiento que se plantea en la Ⓢ, se debe decir a los estudiantes que a partir de esta clase, ese será el procedimiento que se seguirá. También, es importante hacer notar que en caso de que un número se repita en los factores, se debe escribir ese número una vez, con una potencia que describa el número de veces que aparece como factor.

Solución de algunos ítems:

a)
$$\begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$12 = 2^2 \times 3$

j)
$$\begin{array}{r|l} 100 & 2 \\ 50 & 2 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$100 = 2^2 \times 5^2$

Fecha: **U3 3.4**

Ⓟ Representa 24 como producto de números primos. Puedes repetir números primos si lo consideras necesario.

Ⓢ

$$\begin{array}{r|c} 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r} 24 \div 2 = 12 \\ 12 \div 2 = 6 \\ 6 \div 2 = 3 \\ 3 \div 3 = 1 \end{array}$$

Por tanto, $24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$; o $24 = 2^3 \times 3$.

Ⓔ

$$\begin{array}{r|c} 36 & \boxed{2} \\ 18 & \boxed{2} \\ 9 & \boxed{3} \\ \boxed{3} & \boxed{3} \\ 1 & \end{array}$$

$36 = 2^2 \times 3^2$

Ⓡ

a) $12 = 2^2 \times 3$
b) $16 = 2^4$
c) $20 = 2^2 \times 5$
d) $30 = 2 \times 3 \times 5$
e) $35 = 5 \times 7$
f) $56 = 2^3 \times 7$

Tarea: página 47 del Cuaderno de Ejercicios.

3.5 Máximo común divisor por descomposición en factores primos

El cálculo del MCD de 8 y 12 se hace de la siguiente manera:

Número	Divisores
8:	1, 2, 4, 8
12:	1, 2, 3, 4, 6, 12

Por tanto, el MCD de 8 y 12 es 4.

El proceso de descomposición en factores primos de 8 y 12 es:

$$\begin{array}{r|l} 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$8 = 2 \times 2 \times 2 \quad = 2^3$$
$$12 = 2 \times 2 \quad \times 3 = 2^2 \times 3$$

¿Cómo se calcula el MCD de 8 y 12 a partir de la descomposición de estos números?

$$8 = \boxed{2} \times \boxed{2} \times 2 \quad = 2^3$$
$$12 = \boxed{2} \times \boxed{2} \quad \times 3 = 2^2 \times 3$$

El MCD de 8 y 12 se puede calcular multiplicando los primos comunes con el menor exponente de ambas descomposiciones. Es decir, $2 \times 2 = 2^2 = 4$.

El MCD de dos números se determina realizando los siguientes pasos:

1. Descomponer los dos números en sus factores primos.
2. Expresar si es posible, los números como producto de potencias de los números primos en cada descomposición.
3. Multiplicar las potencias de primos comunes en ambas descomposiciones que tengan el menor exponente.

Encuentra el MCD para 12 y 18 a través de la descomposición en factores primos.

Solución.

$$\begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$12 = \boxed{2} \times 2 \times \boxed{3} \quad = 2^2 \times 3$$
$$18 = \boxed{2} \quad \times \boxed{3} \times 3 = 2 \times 3^2$$
$$\text{MCD} = 2 \times 3 = 6$$

Calcula el MCD por descomposición en factores primos.

a) 12 y 15 MCD = 3
b) 9 y 27 MCD = 9
c) 8 y 20 MCD = 4
d) 12 y 16 MCD = 4
e) 15 y 25 MCD = 5
f) 6 y 14 MCD = 2
g) 7 y 14 MCD = 7
h) 6 y 8 MCD = 2
i) 5 y 15 MCD = 5
j) 9 y 12 MCD = 3

Unidad 3

Indicador de logro

3.5 Calcula el máximo común divisor por descomposición en factores primos.

Secuencia

Se plantea la forma de determinar el MCD de varios números aplicando la descomposición de los números en sus factores primos.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Determinar que el MCD de dos números a través de su descomposición en factores primos se obtiene multiplicando los factores comunes en cada descomposición o si están expresados con potencias, los factores comunes con menor potencia. La acción anterior se espera que sea realizada por un proceso deductivo del estudiante a partir de que previamente se le proporciona el MCD de los números obtenido a través del procedimiento que ya conoce.

Solución de algunos ítems:

a)

$$\begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$12 = 2^2 \times 3$ $\qquad 15 = 3 \times 5$

MCD = 3

Fecha: **U3 3.5**

Ⓟ Observando la descomposición en factores primos de 8 y 12:

$$8 = 2 \times 2 \times 2 \qquad = 2^3$$
$$12 = 2 \times 2 \qquad \times 3 = 2^2 \times 3$$

¿Cómo se puede calcular el MCD de 8 y 12?

Ⓢ

$$8 = \boxed{2 \times 2} \times 2 \qquad = 2^3$$
$$12 = \boxed{2 \times 2} \qquad \times 3 = 2^2 \times 3$$

MCD = $2 \times 2 = 2^2 = 4$

Ⓔ

$$\begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$12 = \boxed{2} \times 2 \times \boxed{3} \qquad = 2^2 \times 3$$
$$18 = \boxed{2} \qquad \times \boxed{3} \times 3 = 2 \times 3^2$$

MCD = $2 \times 3 = 6$

Ⓡ a) 3 b) 9 c) 4
d) 4 e) 5

Tarea: página 48 del Cuaderno de Ejercicios.

3.6 Mínimo común múltiplo por descomposición en factores primos

P

El cálculo del mcm de 8 y 12 se hace de la siguiente manera:

Número	Múltiplos
8:	8, 16, 24, 32, 40, ...
12:	12, 24, 36, 48, ...

Por tanto, el mcm de 8 y 12 es 24.

Ahora observa el proceso de descomposición en factores primos de 8 y 12, luego escribe cómo calcular su mcm a partir de la descomposición:

$$\begin{array}{r|l} 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

Por lo que la descomposición en factores primos es:

$$8 = 2 \times 2 \times 2 \quad = 2^3$$
$$12 = 2 \times 2 \quad \times 3 = 2^2 \times 3$$

S

$$8 = \boxed{2 \times 2 \times 2} \quad = 2^3$$
$$12 = 2 \times 2 \quad \times \boxed{3} = 2^2 \times 3$$

El mcm de 8 y 12 se puede calcular multiplicando los números primos diferentes en cada descomposición, en caso de haber primos comunes se toman solamente los de mayor exponente para la multiplicación. Es decir, $2 \times 2 \times 2 \times 3 = 2^3 \times 3 = 24$.

C

El mcm de dos números se determina por
1. Descomponer los dos números en sus factores primos.
2. Expresar si es posible, los números como producto de potencias de los números primos en cada descomposición.
3. Multiplicar las potencias de primos no comunes en la descomposición, en caso de haber primos comunes, solo se toman las potencias de primos con mayor exponente (si los comunes tienen el mismo exponente se toman solo una vez).

E

Encuentra el mcm de los números 20 y 24 a través de la descomposición en factores primos.

Solución.

$$\begin{array}{r|l} 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \\ & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$20 = 2 \times 2 \quad \times \boxed{5} = 2^2 \times 5$$
$$24 = \boxed{2 \times 2 \times 2} \times \boxed{3} \quad = 2^3 \times 3$$
$$\text{mcm} = 2^3 \times 3 \times 5$$
$$= 120$$

Calcula el mcm por descomposición en factores primos:

a) 12 y 18 mcm = 36
b) 9 y 27 mcm = 27
c) 8 y 20 mcm = 40
d) 12 y 16 mcm = 48
e) 15 y 20 mcm = 60
f) 6 y 21 mcm = 42
g) 7 y 14 mcm = 14
h) 6 y 8 mcm = 24
i) 5 y 15 mcm = 15
j) 9 y 12 mcm = 36

Indicador de logro

3.6 Calcula el mínimo común múltiplo por descomposición en factores primos.

Secuencia

Esta clase presenta la forma de determinar el mcm de varios números aplicando la descomposición de los mismos en sus factores primos.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Determinar que el mcm de dos números a través de su descomposición en factores primos se obtiene multiplicando los factores diferentes en cada descomposición y que en caso de haber factores comunes se toman los que tengan mayor potencia. La acción anterior se espera que sea realizada por un proceso deductivo del estudiante a partir de que previamente se le proporciona el mcm de los números obtenidos a través del procedimiento que ya conoce.

Ⓒ Establecer el algoritmo para el cálculo del mcm de dos números a través de la descomposición en factores primos. Recalcando que si los factores comunes tienen la misma potencia se toman solo una vez para el cálculo del mcm.

Solución de algunos ítems:

a) $\begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$ $\qquad$ $\begin{array}{r|l} 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$

$12 = 2^2 \times 3 \qquad 18 = 2 \times 3^2$

$\text{mcm} = 2^2 \times 3^2 = 4 \times 9$

$= 36$

j) $\begin{array}{r|l} 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$ $\qquad$ $\begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$

$9 = 3^2 \qquad 12 = 2^2 \times 3$

$\text{mcm} = 2^2 \times 3^2$

$= 4 \times 9 = 36$

Fecha: **U3 3.6**

Ⓟ Observando la descomposición en factores primos de 8 y 12:

$8 = 2 \times 2 \times 2 \quad = 2^3$

$12 = 2 \times 2 \quad \times 3 = 2^2 \times 3$

¿Cómo se puede calcular el mcm de 8 y 12?

Ⓢ $8 = \boxed{2 \times 2 \times 2} = 2^3$

$12 = 2 \times 2 \times \boxed{3} = 2^2 \times 3$

$\text{mcm} = 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 2^3 \times 3 = 24$

Ⓔ $\begin{array}{r|l} 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$ $\qquad$ $\begin{array}{r|l} 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$

$20 = 2 \times 2 \quad \times \boxed{5} = 2^2 \times 5$

$24 = \boxed{2 \times 2 \times 2} \times \boxed{3} \quad = 2^3 \times 3$

$\text{mcm} = 2^3 \times 3 \times 5 = 120$

Ⓡ a) 36 b) 27
c) 40 d) 48
e) 60

Tarea: página 49 del Cuaderno de Ejercicios.

Lección 3

3.7 Aplicación del mcm y MCD

P

Hay 126 niños y 12 maestros. Si se quiere formar la mayor cantidad de grupos y de manera equitativa (respecto a niños y maestros), ¿cuántos grupos se formarían?, ¿cuántos niños hay en cada grupo?

S

Como cada grupo debería de tener la misma cantidad de niños, entonces el número de grupos debe ser un divisor de la cantidad de niños, es decir, de 126. De la misma manera, el número de grupos debe ser divisor de la cantidad total de maestros, es decir, de 12. Por lo tanto, el número de grupos es un divisor común de 126 y 12, pero como se quiere la mayor cantidad de grupos, este divisor debe ser el máximo común divisor de 126 y 12.

La descomposición en factores primos es:

$$126 = \boxed{2} \times \boxed{3} \times 3 \times 7 = 2 \times 3^2 \times 7$$
$$12 = \boxed{2} \times 2 \times \boxed{3} = 2^2 \times 3$$

Entonces, MCD $= 2 \times 3 = 6$.

Por lo tanto, se formarán 6 grupos y en cada grupo deben haber $126 \div 6 = 21$ niños.

C

Se puede utilizar el MCD y el mcm para resolver problemas del entorno.

E

Ana escribe a su abuela cada 15 días y a su tío cada 18 días. Si hoy le tocó escribirle a ambos, ¿dentro de cuántos días volverá a coincidir por primera vez en escribirles a su tío y su abuela?

Solución.
Si Ana escribe a su abuela cada 15 días, el número de días que deben pasar para que vuelva a escribirle debe ser un múltiplo de 15, de la misma forma si a su tío le escribe cada 18 días, el número de días que deben pasar para coincidir nuevamente, debe ser múltiplo de 18. Por lo tanto, el número de días que deben pasar es múltiplo de 15 y de 18; y como se quiere que sea la primera vez que coincida nuevamente, debe ser el mínimo común múltiplo.
Por lo que la descomposición en factores es:

$$15 = 3 \times \boxed{5} = 3 \times 5$$
$$18 = \boxed{2} \times \boxed{3 \times 3} = 2 \times 3^2$$

Entonces, el mcm $= 2 \times 3^2 \times 5 = 90$.

De tal forma que le tocará volver a escribirles el mismo día dentro de 90 días.

1. Se repartirán equitativamente 90 cuadernos y 72 lápices entre la mayor cantidad de niños que se pueda. ¿Entre cuántos niños se pueden repartir? ¿Cuántos cuadernos y cuántos lápices recibirá cada niño? 18 niños, recibirán 5 cuadernos y 4 lápices.
2. Carlos hornea galletas y las empaqueta para venderlas; si ha hecho 90 galletas de vainilla y 60 de chocolate, y cada paquete debe ser idéntico, ¿cuál es el máximo número de paquetes que se pueden hacer?, ¿cuántas galletas de cada sabor debe tener un paquete cualquiera?
3. José va a jugar fútbol cada 6 días y Carlos cada 21 días. Si hoy coincidieron en ir a jugar, ¿cuántos días pasarán para que vuelvan a coincidir? Pasarán 42 días.
4. Para la fiesta de cumpleaños de Julia se quieren comprar vasos y platos. Los vasos vienen en paquete de 6 unidades, mientras que los platos en paquetes de 8 unidades; considerando que el número de platos y vasos debe ser el mismo y el mínimo posible, ¿cuál es la cantidad de platos y vasos que se tendrán? 24 de cada uno.

Unidad 3

51

30 paquetes, 3 de vainilla y 2 de chocolate.

Indicador de logro

3.7 Aplica el mínimo común múltiplo y máximo común divisor para resolver problemas del entorno.

Secuencia

Para esta clase se presentan diferentes situaciones en las que se plantean preguntas que requieren de la aplicación del MCD y mcm para dar una respuesta.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Presentar una situación en la que se puede dar una respuesta a una pregunta a través de la aplicación del concepto de mcm. Para el cálculo del mcm se debe utilizar la descomposición en factores primos.

Solución de algunos ítems:

1. Como cada niño debe tener el mismo número de cuadernos, entonces el número de niños debe ser un divisor de la cantidad de cuadernos, es decir, de 90. De la misma manera, el número de niños debe ser divisor del número de lápices, es decir, de 72. Por lo tanto, el número de grupos es un divisor común de 90 y 72, pero como se quiere la mayor cantidad de niños, este debe ser el máximo común divisor de 90 y 72.

3. Si José va a jugar cada 6 días, el número de días que deben pasar para que juegue de nuevo debe ser un múltiplo de 6; de la misma forma si Carlos va a jugar cada 21 días el número de días que deben pasar para que vuelva a jugar debe ser múltiplo de 21. Por lo tanto, el número de días que pasen es múltiplo de 6 y 21, y como se quiere que coincidan nuevamente, debe ser el mínimo común múltiplo.

Fecha: **U3 3.7**

Ⓟ Hay 126 niños y 12 maestros.
Se forman grupos de modo que se distribuyan equitativamente en la mayor cantidad de grupos.
¿Cuántos grupos se formarían? ¿Cuántos niños hay en cada grupo?

Ⓢ El número de grupos es el MCD de 126 y 12;

$126 = \boxed{2} \times \boxed{3} \times 3 \times 7 = 2 \times 3^2 \times 7$

$12 = \boxed{2} \times 2 \times \boxed{3} = 2^2 \times 3$

Por tanto, MCD = 2 × 3 = 6.
Se deben formar 6 grupos y en cada grupo deben haber 126 ÷ 6 = 21 niños.

Ⓔ El número de días que deben pasar es el mcm de 15 y de 18.

$15 = \boxed{3} \times 5$

$18 = \boxed{2} \times \boxed{3 \times 3} = 2 \times 3^2$

El mcm $= 2 \times 3^2 \times 5 = 90$

Le tocará volver a escribirles el mismo día dentro de 90 días.

Ⓡ 1. 18 niños, 5 cuadernos y 4 lápices.
2. 30 paquetes, 3 de vainilla y 2 de chocolate.

Tarea: página 50 del Cuaderno de Ejercicios.

3.8 Practica lo aprendido

1. Para los siguiente literales:
   a) 2, 3 y 4 b) 3, 5 y 15

   1. Escribe los primeros 10 múltiplos de cada número.
   2. Escribe los múltiplos comunes.
   3. Encuentra el mcm.

a) Múltiplos
2: 2,4,6,8,10,12,14,16,18,20
3: 3,6,9,12,15,18,21,24,27,30
4: 4,8,12,16,20,24,28,32,36,40
Múltiplos comunes: 12
mcm = 12

b) Múltiplos
3: 3,6,9,12,15,18,21,24,27,30
5: 5,10,15,20,25,30,35,40,45,50
15: 15,30,45,60,75,90,105,120,135,150
Múltiplos comunes: 15,30
mcm = 15

2. Para los siguientes literales:
   a) 18, 24 y 36 b) 16, 24 y 32

   1. Escribe todos los divisores de cada número.
   2. Escribe los divisores comunes.
   3. Encuentra el MCD.

a) 1. 18: 1,2,3,6,9,18
24: 1,2,3,4,6,8,12,24
36: 1,2,3,4,6,9,12,18,36
2. 1,2,3,6
3. MCD = 6

b) 1. 16: 1,2,4,8,16
24:1,2,3,4,6,8,12,24
32: 1,2,3,4,8,16,32
2. 1,2,4,8
3. MCD = 8

3. Completa el espacio en blanco y responde a la pregunta:
   6 es divisor de 12. Entonces, 12 es múltiplo de 6.
   24 es múltiplo de 8. Entonces, 8 es divisor de 24.
   ¿7 es múltiplo de 7? Explica por qué.
   Sí, porque $7 = 7 \times 1$

4. Clasifica los siguientes números en primos y compuestos:
   4, 7, 9, 13, 21, 27, 32, 37, 39 y 41.
   Primos: 7, 13, 37 y 41. Compuestos: 4, 9, 21, 27, 32 y 39.

5. Descompone en factores primos los siguientes números:
   a) 18 2×3^2
   b) 40 $2^3 \times 5$
   c) 42 $2 \times 3 \times 7$
   d) 60 $2^2 \times 3 \times 5$

6. Encuentra el MCD por descomposición en factores primos:
   a) 12 y 18 MCD = 6
   b) 9 y 15 MCD = 3
   c) 16 y 20 MCD = 4
   d) 24 y 36 MCD = 12

7. Encuentra el mcm por descomposición en factores primos:
   a) 6 y 8 mcm = 24
   b) 5 y 10 mcm = 10
   c) 6 y 15 mcm = 30
   d) 12 y 15 mcm = 60

8. Resuelve los siguientes problemas:
   a) Se tienen 20 dulces de fresa y 24 de piña y se reparten de tal manera que el número de dulces de cada sabor sea el mismo en cada bolsita, ¿cuál es el mayor número de bolsitas que se pueden hacer?, ¿cuántos dulces de cada sabor tiene cada bolsa? 4 bolsitas, 5 de fresa y 6 de piña.

   b) Hay una cinta que tiene una graduación en cada 8 cm y otra en cada 12 cm, ¿en cuántos cm coinciden las graduaciones por primera vez en ambas cintas? En 24 cm.

52

Indicador de logro

3.8 Resuelve problemas correspondientes a números primos y compuestos.

Solución de algunos ítems:

5. d)
$$\begin{array}{r|l} 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$60 = 2^2 \times 3 \times 5$

6. d)
$$\begin{array}{r|l} 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$24 = 2^3 \times 3$ $\qquad$ $36 = 2^2 \times 3^2$

$$\begin{aligned} \text{MCD} &= 2^2 \times 3 \\ &= 4 \times 3 \\ &= 12 \end{aligned}$$

7. d)
$$\begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$60 = 2^2 \times 3$ $\qquad$ $15 = 3 \times 5$

$$\begin{aligned} \text{mcm} &= 2^2 \times 3 \times 5 \\ &= 4 \times 3 \times 5 \\ &= 60 \end{aligned}$$

8.

a) Como cada bolsita debe tener la misma cantidad de dulces de fresa, entonces el número de bolsitas debe ser divisor de la cantidad de dichos dulces, es decir, de 20. De la misma forma, el número de bolsitas debe ser divisor de la cantidad total de dulces de piña, es decir, de 24. Por lo tanto, el número de bolsitas debe ser divisor de 20 y 24, pero como se quiere que sea la mayor cantidad de bolsitas, este debe ser el máximo común divisor de 20 y 24.

b) Cada marca de la cinta que está graduada cada 8 cm debe estar colocada en un múltiplo de 8 cm, de la misma forma cada marca de la cinta con graduación en cada 12 cm está colocada en un múltiplo de 12 cm. Por tanto, los cm en que coinciden las graduaciones deben ser múltiplos de 8 y 12, y como se quiere que sea la primera vez que coinciden, debe ser el mínimo común múltiplo.

Tarea: página 51 del Cuaderno de Ejercicios.

Unidad 4. Comunicación con símbolos

Competencia de la Unidad

Modelar situaciones del entorno a través de la utilización de expresiones algebraicas para resolver problemas.

Relación y desarrollo

Séptimo grado

Unidad 4: Comunicación con símbolos
- Expresiones algebraicas
- Operaciones con expresiones algebraicas
- Representación de relaciones entre expresiones matemáticas

Unidad 5: Ecuaciones de primer grado
- Igualdad de expresiones matemáticas
- Ecuación de primer grado
- Aplicación de ecuaciones de primer grado

Octavo grado

Unidad 1: Operaciones algebraicas
- Operaciones con polinomios
- Aplicación de las expresiones algebraicas

Unidad 2: Sistemas de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas
- Métodos para resolver ecuaciones de primer grado con dos incógnitas
- Aplicación de las ecuaciones de primer grado con dos incógnitas

Noveno grado

Unidad 1: Multiplicación de polinomios
- Multiplicación de polinomios
- Productos notables
- Factorización

Unidad 3: Ecuación cuadrática
- Ecuación cuadrática
- Aplicaciones de la ecuación cuadrática

Plan de estudio de la Unidad

Lección	Horas	Clases
1. Expresiones algebraicas	1	1. Patrones numéricos
	1	2. Generalización de un patrón numérico
	1	3. Expresiones algebraicas de una variable
	1	4. Expresiones algebraicas con más de una variable
	1	5. Representación de expresiones algebraicas sin el signo “×”
	1	6. Expresiones algebraicas multiplicadas por 1 o –1
	1	7. Potencia de una expresión algebraica
	1	8. Expresión algebraica con división
	1	9. Expresiones algebraicas con multiplicación y división
	1	Prueba del primer trimestre
	1	10. Traducción del lenguaje coloquial al algebraico, parte 1
	1	11. Traducción del lenguaje coloquial al algebraico, parte 2
	1	12. Traducción del lenguaje coloquial al algebraico, parte 3
	1	13. Traducción del lenguaje algebraico al coloquial
	1	14. Valor numérico de una expresión algebraica, parte 1
	1	15. Valor numérico de una expresión algebraica, parte 2
	1	16. Valor numérico de una expresión algebraica, parte 3
	1	17. Valor numérico de una expresión algebraica, parte 4
	1	18. Practica lo aprendido
2. Operaciones con expresiones algebraicas	1	1. Términos y coeficientes de una expresión algebraica
	1	2. Multiplicación de una expresión algebraica de un término por un número

Lección	Horas	Clases
	1	3. División de una expresión algebraica de un término por un número
	1	4. Multiplicación de una expresión algebraica con dos términos por un número
	1	5. División de una expresión algebraica con dos términos entre un número
	1	6. Multiplicación de una expresión de dos términos por un número
	1	7. Reducción de expresiones algebraicas
	1	8. Reducción de términos semejantes
	1	9. Suma de expresiones algebraicas
	1	10. Resta de dos expresiones algebraicas
	1	11. Operaciones combinadas
	2	12. Practica lo aprendido
3. Representación de relaciones entre expresiones matemáticas	1	1. Representación de la relación de igualdad
	1	2. Representación de la relación de desigualdad
	1	Prueba de la Unidad 4

33 horas clase + prueba de la Unidad 4 + prueba del primer trimestre

Puntos esenciales de cada lección

Lección 1: Expresiones algebraicas

Se introducen polinomios de primer grado en una variable para utilizarlos en la ecuación de primer grado en la Unidad 5. Para introducir las variables se utiliza la representación de un recuadro que tiene un significado, este puede cambiar según la situación, por ejemplo, puede ser el número de láminas, de cuadrados, de camisas o calculadoras. Luego se enseñan las reglas generales acerca de la representación con variables de cantidades que cambian. El propósito de estas reglas es facilitar la expresión con variables omitiendo lo que se puede entender sin símbolos específicos, por lo tanto, no es obligatorio, pero en esta etapa se enseñará como una norma. La parte más importante es la representación de situaciones usando variables; sin esta habilidad no se pueden resolver problemas de aplicación con ecuaciones, como se han introducido variables con un recuadro es natural sustituirlas por números para trabajar el valor numérico de una expresión algebraica.

Lección 2: Operaciones con expresiones algebraicas

Después de la explicación sobre los elementos “término” y “coeficiente”, se tratarán solo los polinomios de primer grado con una variable ya que lo más importante es la reducción de los términos semejantes.

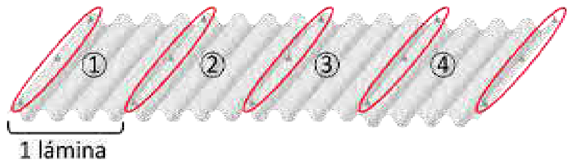
Lección 3: Representación de relaciones entre expresiones matemáticas

Aunque ya se ha utilizado el signo de igualdad, en esta lección se explica lo que significa la igualdad y la desigualdad.

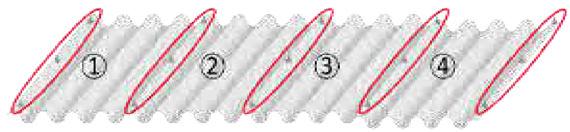
1.1 Patrones numéricos

P

Observa la ilustración, ¿cuántos pines se necesitan para poner cuatro láminas?



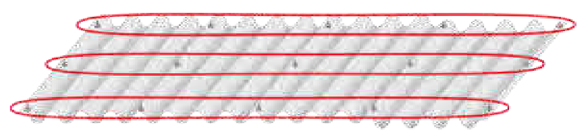
S



Contando los pines que están en el lado izquierdo de cada lámina por el número de láminas, y sumando los tres últimos que aparecen en la derecha de la última lámina entonces, $3 \times 4 + 3 = 15$,

R. 15 pines

o también puede ser:



Observando los pines por fila, en cada fila hay igual número de pines que número de láminas más uno y si hay tres filas entonces, $3 \times (4 + 1) = 15$ **R.** 15 pines.

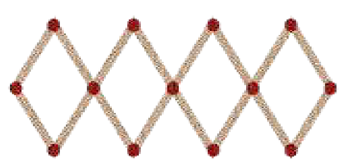
C

Se puede obtener el número de pines con la expresión:
3 × (*número de láminas*) + 3 o **3 × (*número de láminas* + 1)**

El descubrimiento de un patrón numérico puede facilitar el conteo de un elemento en una situación determinada o un cálculo.

1. En la situación del Problema inicial, cuántos pines se necesitan, si se quiere poner:
   a) 5 láminas $3 \times (5 + 1) = 18$
   b) 6 láminas $3 \times (6 + 1) = 21$
   c) 7 láminas $3 \times (7 + 1) = 24$

2. Se tiene un acordeón para colgar sombreros. Escribe una expresión numérica que represente el número de perchas según el número de romboides.



3 × (número de romboides) + 1

Indicador de logro

1.1 Determina el valor de una cantidad desconocida a través de un patrón numérico.

Secuencia

En esta clase el estudiante deberá determinar expresiones numéricas a través de la aplicación de patrones para responder a cuestionamientos que se le hacen sobre diferentes situaciones. Aún no es conveniente utilizar el término variable ya que este se introducirá hasta la tercera clase. Las nociones de patrones ya han sido trabajadas en años anteriores de manera que en esta clase se utilizan como un medio para la posterior definición de "expresión algebraica".

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Presentar una situación en la cual el estudiante pueda determinar diferentes patrones de cálculo para una misma cantidad. Se debe motivar a pensar en más de una forma.

Ⓒ Hacer referencia a la situación concreta de la parte Ⓟ y Ⓢ, estableciendo dos diferentes expresiones numéricas generadas a partir de patrones que permiten calcular el número de pines.

Solución de algunos ítems:

En el numeral 1 del apartado de ejercicios o problemas buscar que el estudiante encuentre el número de pines según las condiciones que se establecen haciendo uso de la expresión numérica, mientras que en el segundo debe determinar la expresión numérica a través de patrones que le permitan encontrar el número de perchas que tiene el acordeón para colgar sombreros a partir del número de romboides.

Fecha:

U4 1.1

Ⓟ ¿Cómo determinar el número de pines para poner 4 láminas?

Ⓢ Forma 1.
$3 \times 4 + 3 = 15$

Forma 2.
$3 \times (4 + 1) = 15$

Ⓡ 1. a) 18 b) 21 c) 24

2. $3 \times$ (n° de romboides) $+ 1$
o
$3 \times 4 + 1$

Tarea: página 56 del Cuaderno de Ejercicios.

1.2 Generalización de un patrón numérico

P

Para calcular el número de pines necesarios para colocar 1, 2, 3 y 4 láminas en el problema de la clase anterior, se hace de la siguiente manera:

1 lámina $3 \times 1 + 3$ (pines)
2 láminas $3 \times 2 + 3$ (pines)
3 láminas $3 \times 3 + 3$ (pines)
4 láminas $3 \times 4 + 3$ (pines)

a) Expresa el número de pines que se necesitan para poner 5, 6 y 7 láminas.
b) Si el número de láminas que se ponen es $\square$, ¿cuántos pines se necesitan?

S

Número de láminas	Número de pines
1	$3 \times 1 + 3$
2	$3 \times 2 + 3$
3	$3 \times 3 + 3$
4	$3 \times 4 + 3$
5	$3 \times 5 + 3$
6	$3 \times 6 + 3$
7	$3 \times 7 + 3$

a) Para 5 láminas, $3 \times 5 + 3 = 18$ (pines)
Para 6 láminas, $3 \times 6 + 3 = 21$ (pines)
Para 7 láminas, $3 \times 7 + 3 = 24$ (pines)
R. 18 pines, 21 pines y 24 pines.

b) Son 3 pines al lado izquierdo de cada lámina más tres que están a la derecha de la última lámina, si hay $\square$ láminas, se tendrán $3 \times \square + 3$ (pines).

Así por ejemplo, si se quieren poner 22 láminas hay:
$3 \times 22 + 3 = 69$ (pines).
R. $3 \times \square + 3$ (pines)

C

Cuando se hacen operaciones con cantidades variantes se puede utilizar $\square$ para representar a estas cantidades en las operaciones.

E

Si la cantidad de camisetas blancas que se compran se representan con $\square$ y cada una vale 2 dólares.
a) ¿Cuál es el costo de la compra?
b) ¿Cuál es el vuelto al comprar con un billete de 20 dólares?

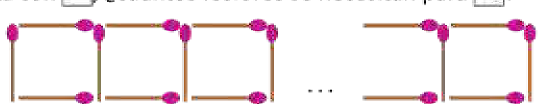
Solución.

Número de camisetas	Cantidad de dinero
1	$2 \times 1 = \$2$
2	$2 \times 2 = \$4$
⋮	⋮
$\square$	$2 \times \square$

a) **R.** $2 \times \square$ (dólares)

b) **R.** $20 - 2 \times \square$ (dólares)

1. Se forman varios cuadrados con fósforos, uno después de otro. Si el número de cuadrados que se forman se representa con $\square$, ¿cuántos fósforos se necesitan para $\square$?



$3 \times \square + 1$

2. Si un estuche de geometría vale 3 dólares:
a) ¿Cuál es el costo al comprar $\square$ estuches? $3 \times \square$
b) ¿Cuál es vuelto al comprar con un billete de 20 dólares? $20 - 3 \times \square$

Unidad 4

55

Indicador de logro

1.2 Generaliza el patrón numérico de una cantidad desconocida.

Secuencia

Anteriormente se utilizaron patrones para determinar una expresión numérica para calcular una cantidad. Para esta clase se retoman los patrones para determinar expresiones con las que se puedan calcular cantidades que dependen de otras cantidades variantes. Aún no se debe presentar el concepto de variable, por el momento se utilizará la figura $\square$ para desarrollar la idea.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Retomar la situación del número de pines vista en la clase anterior, de manera que se le solicite al estudiante determinar el número de pines según una cantidad que está variando y que será denotada por $\square$.

La finalidad es que el alumno pueda plantear una expresión numérica que determine el número de pines indiferentemente del valor que retome $\square$, es decir que la expresión numérica se generaliza.

Ⓒ Presentar que en una expresión general se puede hacer uso de símbolos para denotar las cantidades que varían.

Ⓔ Escribir una expresión general utilizando la información establecida anteriormente.

Fecha:

U4 1.2

Ⓟ Cuántos pines se necesitan para:
a) 5, 6 y 7 láminas.
b) $\square$ láminas.

Ⓢ a) $3 \times 5 + 3 = 18$ pines.
$3 \times 6 + 3 = 21$ pines.
$3 \times 7 + 3 = 24$ pines.
b) $3 \times \square + 3$ pines.

Ⓔ Precio por camisa: \$2.
Cantidad de camisas: $\square$
a) $2 \times \square$ dólares.
b) $20 - 2 \times \square$ dólares.

Ⓡ 1. $3 \times \square + 1$ fósforos.
2. a) $3 \times \square$ dólares.
b) $20 - 3 \times \square$ dólares.

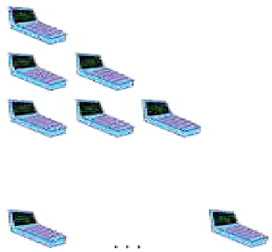
Tarea: página 57 del Cuaderno de Ejercicios.

1.3 Expresiones algebraicas de una variable

P

Una calculadora tiene un precio de 10 dólares, ¿cuál es el costo al comprar $\square$ calculadoras?

S



Cantidad	Costo
1	$10 \times 1 = 10$ (dólares)
2	$10 \times 2 = 20$ (dólares)
3	$10 \times 3 = 30$ (dólares)
⋮	⋮
$\square$	$10 \times \square$ (dólares)

R. $10 \times \square$ (dólares)

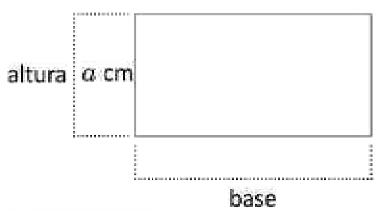
C

Se ha utilizado el recuadro $\square$ para representar cantidades variantes, pero regularmente para referirse a este tipo de cantidades se utilizan letras, por ejemplo la expresión $10 \times \square$ se puede escribir como $10 \times a$. Se utilizó la letra a pero puede usarse cualquier otra letra.

A las expresiones como $10 \times a$ se les llama **expresiones algebraicas**. A las letras que representan cantidades variantes se les llaman **variables**. En la expresión algebraica $10 \times a$ la letra a es la variable. Una expresión algebraica combina números, variables y operaciones.

E

En el rectángulo de la ilustración la base es 2 cm más larga que la altura. Representa con una expresión algebraica la base del rectángulo.



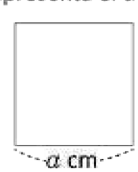
Las letras que representan variables se escriben con un formato distinto al de una letra utilizada en un texto normal o para las unidades de medida. Por ejemplo:
"x" representa una variable
"x" texto normal
"×" Signo de multiplicación

Solución.
La base es $a + 2$ cm.

1. Escribe una expresión algebraica que responda a cada una de las siguientes preguntas:
   a) Si la edad de Mario se representa con a, ¿cuál es la edad de su hermano que es 5 años mayor que él? $20 - b$
   b) Si se compra un pantalón que vale b dólares, ¿cuál es el vuelto si se compra con un billete de 20 dólares? $a + 5$

2. Si n representa un número entero, ¿cómo se representa el doble de ese número? $2 \times n$

3. ¿Cuál es el perímetro del siguiente cuadrado?
   $P = a + a + a + a$
   $P = a \times 4$



Indicador de logro

1.3 Determina expresiones algebraicas con una variable a partir de una situación dada.

Secuencia

En la clase anterior se introdujo la idea de variable sin hacer uso del término, denotando a la cantidad que varía con □, por lo que para esta clase se retoma la estrategia de utilizar □ y se define lo que se entiende por expresión algebraica y variable; teniendo en cuenta que las expresiones algebraicas tratadas en esta clase presentan únicamente una variable. Es importante mencionar que a pesar de las opciones que hay en cuanto a símbolos para denotar la multiplicación se sigue utilizando el signo (×) al que el estudiante está habituado desde grados anteriores, con la intención de que el uso de otros símbolos, ya sean punto centro o paréntesis, no distraiga su atención al aprender una nueva forma de representar la multiplicación, cuando el objetivo principal es que aprenda a escribir expresiones algebraicas. Gradualmente se inducirá al estudiante a que vaya omitiendo el uso del signo (×) cuando esté trabajando con expresiones algebraicas.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Presentar la generalización de un patrón de cálculo utilizando el símbolo □ para representar la cantidad variante.

Ⓒ Establecer que en lugar de un símbolo se pueden usar letras, lo que se aprovecha para introducir el concepto de expresión algebraica y de variable.

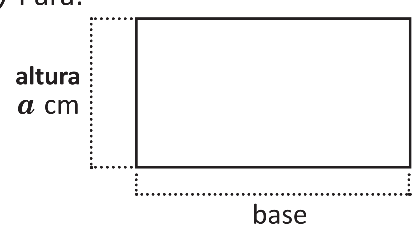
Ⓔ Escribir una expresión algebraica que represente la base del rectángulo para practicar lo que se estableció anteriormente. En esta parte se debe hacer énfasis en el cuadro de información adicional, para que los estudiantes no confundan la escritura de variables con otros caracteres. De igual manera recalcar que las unidades (cm, dólares, etc.) se escriben al final de la expresión algebraica.

Fecha: **U4 1.3**

Ⓟ Si una calculadora vale \$10, ¿cuál es el costo de comprar □ calculadoras?

Ⓢ 10 × □ dólares.

Ⓔ Para:



¿Cómo se representa la base? a + 2 cm

Ⓡ 1. a) a + 5 años.
b) 20 – b dólares.

Tarea: página 58 del Cuaderno de Ejercicios.

Lección 1

1.4 Expresiones algebraicas con más de una variable

P

Si una lata con bebida pesa x libras, y una hielera y libras. ¿Cuál es el peso total de la hielera con 6 latas de bebida en ella?

S

Peso de las 6 latas: $6 \times x$ (lb)

Peso de la hielera: y (lb)

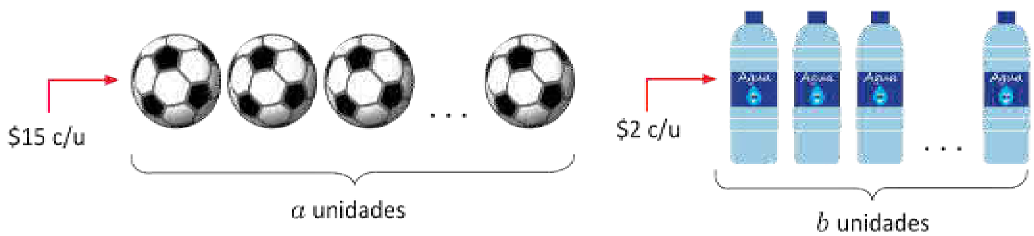
Peso total: $6 \times x + y$ (lb)

C

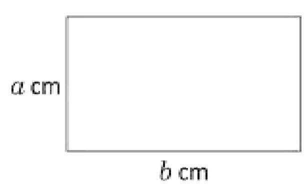
Las expresiones algebraicas pueden combinar más de una variable y más de una operación.

Escribe una expresión algebraica que responda la pregunta de cada numeral.

1. Un entrenador de fútbol comprará a balones que cuestan 15 dólares cada uno y b botellas de bebida rehidratante que cuestan 2 dólares cada una. Escribe una expresión que represente el costo total de la compra: $15 \times a + 2 \times b$



2. ¿Cuál es el área del siguiente rectángulo?

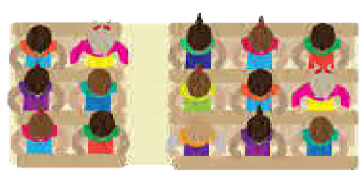


$b \times a$ cm^2

3. Si un cuaderno pesa a gramos, y una mochila b gramos, ¿cuál es el peso total de la mochila con 5 cuadernos en ella? $a \times 5 + b$

4. Si un lapicero cuesta m dólares y un cuaderno n dólares, ¿cuál es el vuelto al comprar 4 lapiceros y 3 cuadernos con un billete de 10 dólares? $10 - m \times 4 - n \times 3$

5. Un autobús tiene una distribución de asientos en 2 secciones, la primera tiene 2 asientos y la segunda tiene 3 asientos, y hay a filas de asientos en la primera sección y b en la segunda. Escribe una expresión algebraica que represente la capacidad del autobús según el número de asientos. $2 \times a + 3 \times b$



Unidad 4

57

Indicador de logro

1.4 Determina expresiones algebraicas con más de una variable a partir de una situación.

Secuencia

Siguiendo con la idea iniciada en la clase anterior, se trabajarán expresiones algebraicas que tienen más de una variable y en algunos casos más de una operación.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Escribir una expresión algebraica para una situación que presenta más de una variable y operación. En Ⓢ según el orden de los factores de la multiplicación aprendido en grados anteriores, se debe representar $x \times 6$ en lugar de $6 \times x$, por lo que es necesariocorregir ese detalle; la respuesta final sería $x \times 6 + y$.

Ⓒ Indicar que una expresión algebraica puede tener más de una variable y operación.

Ⓔ Practicar la representación de situaciones a través de expresiones algebraicas que tienen más de una variable y en algunos casos más de una operación. En el problema 2 se escriben las unidades de medida de las longitudes del rectángulo pero no debe especificarse que cm × cm es cm^2, puesto que los estudiantes aún no han trabajado la potencia cuadrada de expresiones algebraicas, pero se puede explicar que al final de la expresión algebraica que denota el área del rectángulo se le agrega cm^2 puesto que es la unidad que se utiliza para representar áreas, tal y como lo aprendieron en grados anteriores.

Fecha:

U4 1.4

Ⓟ ¿Cuál es el peso de una hielera con 6 latas de bebida en ella?, considerando que los pesos son:
Una lata, x libras
La hielera, y libras
¿Cuánto pesa la hielera con seis latas?

Ⓢ Peso de seis latas: $6 \times x$ lb.
Peso de la hielera: y lb.
Peso total: $6 \times x + y$ lb.

Ⓡ 1. Costo de balones: $15 \times a$ dólares.
Costo de las bebidas: $2 \times b$ dólares.
Costo total: $15 \times a + 2 \times b$ dólares.

2. $b \times a$ cm^2
3. Peso total: $a \times 5 + b$ g.
4. Vuelto: $10 - m \times 4 - n \times 3$ dólares.
5. Vuelto: $2 \times a + 3 \times b$ asientos.

Tarea: página 59 del Cuaderno de Ejercicios.

1.5 Representación de expresiones algebraicas sin el signo "×"

P

Representa el área y perímetro para cada uno de los siguientes rectángulos utilizando expresiones algebraicas:

a) 4 cm, b cm

b) a cm, b cm

El área de un rectángulo es igual al producto de su base por la altura.

El perímetro de un rectángulo es dos veces la suma de su base por la altura.

S

a) Área = $b \times 4$ cm²
Perímetro = $2 \times (b + 4)$ cm

b) Área = $b \times a$ cm²
Perímetro = $2 \times (b + a)$ cm

En una expresión algebraica se omite el signo "×" entre los factores si uno de ellos es variable u otra expresión algebraica entre paréntesis.

- $b \times 4$ cm² = $4b$ cm²
- $2 \times (b + 4)$ cm = $2(b + 4)$ cm
- $b \times a$ cm² = ab cm²
- $2 \times (a + b)$ cm = $2(a + b)$ cm

C

Al representar una multiplicación que incluya una o más variables o una expresión algebraica se tiene que

1. Omitir el signo de multiplicación "×".
2. Escribir primero el número cuando se multiplique por una variable o expresión algebraica entre paréntesis.
3. Ordenar las variables según el alfabeto, cuando el producto es de dos o más variables.

Cuando la multiplicación es de dos números el signo "×" no se puede omitir, salvo que se utilice otra forma de representar la multiplicación.

E

Representa sin el signo "×" y ordena las variables en las siguientes expresiones algebraicas:

a) $b \times (-4) \times a$ b) $b \times \frac{5}{7} \times a$

Solución.

a) $b \times (-4) \times a = -4 \times b \times a$
$= -4 \times a \times b$
$= -4ab$

b) $b \times \frac{5}{7} \times a = \frac{5}{7} \times b \times a$
$= \frac{5}{7} \times a \times b$
$= \frac{5}{7}ab$

La expresión: $\frac{5}{7}ab = \frac{5ab}{7}$ es igualmente válida.

1. Representa sin el signo "×" y ordena las variables en las siguientes expresiones algebraicas:

a) $15 \times a$ $15a$ b) $a \times 10$ $10a$ c) $b \times (-4)$ $-4b$ d) $b \times \frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}b$

e) $-\frac{3}{5} \times a$ $-\frac{3}{5}a$ f) $y \times \left(-\frac{4}{7}\right)$ $-\frac{4}{7}y$ g) $4 \times a \times b$ $4ab$ h) $x \times 3 \times y$ $3xy$

i) $a \times b \times 3$ $3ab$ j) $c \times b \times 2$ $2bc$ k) $-3 \times a \times b$ $-3ab$ l) $x \times y \times (-2)$ $-2xy$

m) $c \times b \times (-10)$ $-10bc$ n) $f \times (-13) \times e$ $-13ef$ o) $5 \times (3 + x)$ $5(3 + x)$ p) $(4 - y) \times 2$ $2(4 - y)$

q) $-2 \times (1 - x)$ $-2(1 - x)$ r) $(a + 35) \times (-6)$ $-6(a + 35)$ s) $(4 - m) \times (-10)$ $-10(4 - m)$ t) $(-b + 3) \times (-4)$ $-4(-b + 3)$

2. Representa las siguientes expresiones algebraicas utilizando el signo "×":

a) $2a$ $2 \times a$ b) $-4m$ $-4 \times m$ c) $\frac{3}{5}xy$ $\frac{3}{5} \times x \times y$

d) $-3ab$ $-3 \times a \times b$ e) $\frac{2}{7}(x + y)$ $\frac{2}{7} \times (x + y)$ f) $-3(y + 2)$ $-3 \times (y + 2)$

Indicador de logro

1.5 Representa sin el signo “×” las expresiones algebraicas con multiplicación y viceversa.

Secuencia

Una vez que los estudiantes han comprendido qué es una expresión algebraica, se retoman únicamente aquellas que tienen multiplicación, de manera que en la clase se les presenta la forma de escribir la expresión algebraica omitiendo el signo “×”; también se trabajará con una expresión algebraica sin el signo “×” para que ellos lo escriban, con el objetivo de que puedan practicar cómo representar este tipo de expresiones algebraicas en ambos sentidos.

Propósito

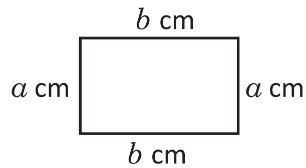
Ⓟ, Ⓢ Plantear una expresión algebraica a partir de una situación que presente la multiplicación de dos cantidades, para el caso particular de la situación del Ⓟ, se debe calcular el área y el perímetro de dos rectángulos, en Ⓢ se presenta el perímetro de un rectángulo como el doble de la suma de sus dimensiones (base y altura).

Posibles dificultades

Si algún estudiante presenta la dificultad de comprender por qué el perímetro de un rectángulo es:

$$2 \times (a + b)$$

donde a y b son la altura y la base respectivamente, explicar que el perímetro también se puede calcular como $2 \times a + 2 \times b$, pero que aplicando la propiedad distributiva que ya conoce, la expresión se puede escribir como $2 \times (a + b)$.

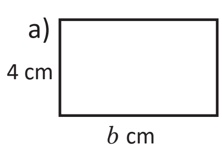


Fecha:

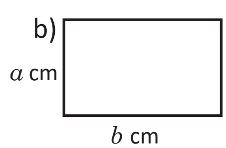
U4 1.5

Ⓟ ¿Cuál es el área y perímetro de los siguientes rectángulos?

a)



b)



Ⓢ a) Área = $b \times 4$
Perímetro = $2 \times (b + 4)$

b) Área = $b \times a$
Perímetro = $2 \times (a + b)$

Ⓔ a) $b \times (-4) \times a = (-4) \times b \times a$
$= (-4) \times a \times b$
$= -4ab$

b) $b \times \frac{5}{7} \times a = \frac{5}{7} \times b \times a$
$= \frac{5}{7} \times a \times b$
$= \frac{5}{7}ab$

Ⓡ a) $15a$ b) $10a$ c) $-4b$ d) $\frac{1}{2}b$
e) $-\frac{3}{5}a$ f) $-\frac{4}{7}a$ g) $4ab$ h) $3xy$

Tarea: página 60 del Cuaderno de Ejercicios.

1.6 Expresiones algebraicas multiplicadas por 1 o −1

P

Representa sin el signo (×) las siguientes expresiones algebraicas:

a) $1 \times a$ b) $-1 \times a$

S

a) $1 \times a = 1a$ b) $-1 \times a = -1a$

C

En la multiplicación de una variable o expresión algebraica por 1, se omite el signo de multiplicación y el 1.

Por ejemplo:

$$1 \times a = 1a = a \qquad 1 \times (a + 3) = 1(a + 3) = a + 3$$

Se escribe a en lugar de $1a$ porque el producto de 1 multiplicado por un número es ese mismo número.

En el producto de una variable o expresión algebraica por (−1), se escribe el signo (−), se omite el signo de multiplicación y el 1.

Por ejemplo:

$$-1 \times a = -1a = -a \qquad -1 \times (a + 3) = -1\,(a + 3) = -(a + 3)$$

E

Representa sin el signo (×) las siguientes expresiones algebraicas:

a) $a \times (-1) \times b$ b) $y \times x \times 1$ c) $-1 \times (3 + x)$ d) $(m + n) \times (-1)$

Solución.

a) $a \times (-1) \times b = -1ab = -ab$

b) $y \times x \times 1 = 1xy = xy$

c) $-1 \times (3 + x) = -1(3 + x) = -(3 + x)$

d) $(m + n) \times (-1) = -1(m + n) = -(m + n)$

1. Representa sin el signo (×) las siguientes expresiones algebraicas:

a) $1 \times r$ — r
b) $x \times 1$ — x
c) $-1 \times y$ — $-y$
d) $r \times (-1)$ — $-r$
e) $1 \times c \times d$ — cd
f) $m \times 1 \times n$ — mn
g) $m \times n \times 1$ — mn
h) $-1 \times j \times k$ — $-jk$
i) $r \times (-1) \times t$ — $-rt$
j) $x \times y \times (-1)$ — $-xy$
k) $f \times e \times (-1)$ — $-ef$
l) $n \times (-1) \times m$ — $-mn$
m) $1 \times (p + 1)$ — $p + 1$
n) $(x + y) \times 1$ — $x + y$
o) $-1 \times (s + 3)$ — $-(s + 3)$
p) $(a + b) \times (-1)$ — $-(a + b)$

2. Representa las siguientes expresiones algebraicas utilizando el signo (×). Utiliza multiplicaciones por 1 o −1.

a) r — $1 \times r$
b) $-m$ — $-1 \times m$
c) $x + y$ — $1 \times (x + y)$
d) $-(y + 5)$ — $-1 \times (y + 5)$

Unidad 4

Indicador de logro

1.6 Representa sin el signo “×” las expresiones algebraicas con multiplicación por 1 y –1 y viceversa.

Secuencia

Para esta clase se trabajan las expresiones algebraicas que presentan la multiplicación de una variable por 1 o –1, las cuales tienen una forma particular de expresarse omitiendo el uso no solo de “×”, también del número. Será importante señalar que
$-1 \times x = -x$ e igualmente $-x = -1 \times x$.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Expresar con los conocimientos ya adquiridos la multiplicación de 1 y –1 por una variable a omitiendo “×”, de manera que en función del resultado se pueda hacer la conclusión.

Ⓒ Establecer la regla de multiplicación de una variable o expresión algebraica por –1 y 1.

Ⓔ Practicar individualmente la regla establecida en la Ⓒ. Para el numeral 2 las expresiones algebraicas deben escribirse incorporando el signo “×”, de manera que la regla se aplique en ambas direcciones para lograr una mejor comprensión por parte del estudiante.

Posibles dificultades

Es posible que el estudiante escriba:
$0.1a$ como $0.a$; en este caso es necesario aclarar que esta escritura no es correcta porque la variable no se multiplica por 1 sino por 0.1.

Fecha: **U4 1.6**

Ⓟ Representa sin el signo “×” las siguientes expresiones algebraicas.
a) $1 \times a$ b) $-1 \times a$

Ⓢ a) $1 \times a = 1a$
b) $-1 \times a = -1a$

Ⓔ a) $a \times (-1) \times b = -1ab = -ab$
b) $y \times x \times (1) = 1xy = xy$
c) $-1 \times (3 + x) = -1(3 + x) = -(3 + x)$
d) $(m + n) \times (-1) = -1(m + n) = -(m + n)$

Ⓡ

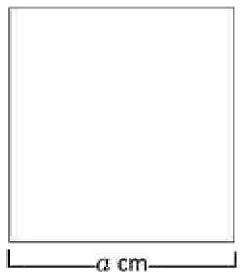
a) r	b) x	c) $-y$	d) $-r$
e) cd	f) mn	g) mn	h) $-jk$
i) $-rt$	j) $-xy$	k) $-ef$	l) $-mn$
m) $p + 1$	n) $x + y$	o) $-(s + 3)$	p) $-(a + b)$

Tarea: página 61 del Cuaderno de Ejercicios.

1.7 Potencia de una expresión algebraica

P

Representa el área del siguiente cuadrado de lado a, mediante una expresión algebraica.



Recuerda que el área de un cuadrado se calcula multiplicando lado por lado.

S

El área del cuadrado es $a \times a$ cm^2.

C

El producto de la misma variable o la misma expresión algebraica se representa con el uso de exponentes. Por ejemplo: $a \times a$ cm^2 es a^2 cm^2.

E

Representa de forma abreviada las siguientes expresiones:

a) $b \times b \times b$

b) $-2 \times b \times b \times a$

Solución.

a) $b \times b \times b = b^3$

b) $-2 \times b \times b \times a = -2 \times a \times b \times b$
$= -2ab^2$

1. Representa sin el signo (×) las siguientes expresiones algebraicas:

a) $x \times x$
x^2

b) $y \times y \times y$
y^3

c) $x \times x \times y$
x^2y

d) $x \times x \times y \times y$
x^2y^2

e) $x \times x \times x \times y \times y \times y$
x^3y^3

f) $1 \times a \times a$
a^2

g) $b \times b \times 7$
$7b^2$

h) $-8 \times b \times b$
$-8b^2$

i) $c \times (-1) \times c$
$-c^2$

j) $m \times m \times n \times (-2)$
$-2m^2n$

k) $-3 \times p \times m \times p \times m$
$-3m^2p^2$

l) $r \times n \times (-1) \times n \times r$
$-n^2r^2$

2. Representa las siguientes expresiones algebraicas utilizando el signo (×) y sin potencias:

a) $5a^2$
$5 \times a \times a$

b) $-7b^3$
$-7 \times b \times b \times b$

c) $2a^2b$
$2 \times a \times a \times b$

d) $-3x^2y^2$
$-3 \times x \times x \times y \times y$

e) $4x^3y$
$4 \times x \times x \times x \times y$

f) $-5x^3y^2$
$-5 \times x \times x \times x \times y \times y$

g) x^3y^3
$x \times x \times x \times y \times y \times y$

h) $-x^2y^3$
$-1 \times x \times x \times y \times y \times y$

Indicador de logro

1.7 Representa la multiplicación reiterada de una variable como una potencia de la variable.

Secuencia

Dado que en clases anteriores se ha trabajado la forma de representar expresiones algebraicas sin el signo (×) cuando se indica una multiplicación, ahora se trabajará la manera de representar las expresiones algebraicas en las que hay una multiplicación de una misma variable 2 o 3 veces con el uso de potencias.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Proponer una situación de la cual se pueda escribir una expresión algebraica que implique la multiplicación de una misma variable dos veces.

Ⓒ Señalar que la representación de la multiplicación de una misma variable 2 o 3 veces se puede hacer con el uso de exponentes denotando la potencia cuadrada o cúbica de un número.

Ⓔ Practicar a través de la orientación del docente la regla establecida en la parte anterior. Cuando se proporcione la solución de los ejemplos en este punto de la clase, se debe hacer referencia a que las reglas vistas en las dos clases anteriores se siguen aplicando y que así será para todo contenido posterior en el que aparezca una multiplicación que incluya una variable o expresión algebraica.

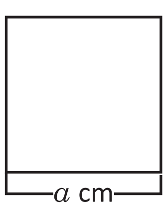
Solución de algunos ítems:

En el numeral 2 el estudiante debe escribir las expresiones algebraicas incorporando el signo (×) y en caso de que hayan potencias, representarlas como la multiplicación de la misma variable, de manera que la regla se aplique en ambas direcciones para lograr una mejor comprensión por parte del estudiante.

Fecha:

U4 1.7

Ⓟ Para el siguiente cuadrado:



¿Cuál es el área?

Ⓢ El área del cuadrado es $a \times a$ cm^2

Ⓔ a) $b \times b \times b = b^3$

b) $-2 \times b \times b \times a = (-2) \times a \times b \times b$
$= -2ab^2$

Ⓡ a) x^2 b) y^3 c) x^2y d) x^2y^2

e) x^3y^3 f) a^2 g) $7b^2$ h) $-8b^2$

i) $-c^2$ j) $-2m^2n$ k) $-3m^2p^2$ l) $-n^2r^2$

Tarea: página 62 del Cuaderno de Ejercicios.

1.8 Expresión algebraica con división

P

Si hay x litros de jugo, y se quiere repartir entre 3 personas equitativamente, ¿cuántos litros de jugo le corresponden a cada persona?

Una fracción es un cociente indicado. Por ejemplo: $2 \div 3 = \frac{2}{3}$

S

Como hay x litros y se reparten equitativamente entre 3, a cada persona le corresponde:

$x \div 3 = \frac{x}{3}$ **R.** $\frac{x}{3}$ *l*

C

La división de una variable o expresión algebraica se escribe en forma de fracción omitiendo el signo (÷). El dividendo se convierte en el numerador de la fracción y el divisor en el denominador.

A diferencia con (×) y (÷), los signos (+) y (–) no se pueden omitir dentro de las expresiones algebraicas.

E

Escribe las siguientes expresiones algebraicas omitiendo el signo (÷).

a) $(x + y) \div (-5)$ b) $n \div (-7)$

Solución.

a) $(x + y) \div (-5) = \frac{x + y}{-5}$
$= -\frac{x + y}{5}$

b) $n \div (-7) = \frac{n}{-7}$
$= -\frac{n}{7}$

Como dividir entre un número es equivalente a multiplicar por el recíproco del número, se puede escribir:

a) $(x + y) \div (-5) = -\frac{x + y}{5} = -\frac{1}{5}(x + y)$ b) $n \div (-7) = -\frac{n}{7} = -\frac{1}{7}n$

1. Representa las siguientes expresiones algebraicas omitiendo el signo (÷).

a) $x \div 2$ $\frac{x}{2}$ b) $y \div (-2)$ $-\frac{y}{2}$ c) $(r - s) \div 4$ $\frac{r - s}{4}$ d) $(m + n) \div (-5)$ $-\frac{m + n}{5}$

e) $r \div t$ $\frac{r}{t}$ f) $2 \div m$ $\frac{2}{m}$ g) $-3 \div p$ $-\frac{3}{p}$ h) $-10 \div x$ $-\frac{10}{x}$

2. Representa las siguientes expresiones algebraicas utilizando el signo (÷).

a) $\frac{1}{4}a = \frac{a}{4} = a \div 4$ b) $-\frac{1}{5}b = -\frac{b}{5} = \frac{b}{-5} = b \div \boxed{-5}$ c) $-\frac{m}{5} = \boxed{m} \div (-5)$

d) $\frac{x}{5} = \boxed{x} \div \boxed{5}$ e) $-\frac{y}{2}$ $y \div (-2)$ f) $\frac{a + b}{5}$ $(a + b) \div 5$

g) $-\frac{1}{7}(x - y)$ $(x - y) \div (-7)$ h) $\frac{p}{q}$ $p \div q$ i) $\frac{3}{b}$ $3 \div b$

Indicador de logro

1.8 Representa sin el signo "÷" las expresiones algebraicas con división y viceversa.

Secuencia

Así como se omitió el signo (×) en las expresiones algebraicas que tenían multiplicaciones, también se omite el signo (÷) de las expresiones algebraicas que presentan división, de forma que en esta clase se muestra al estudiante la manera de hacerlo, refiriéndose al hecho de que una división se puede representar como fracción.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Proponer una situación de la cual se pueda escribir una expresión algebraica que implique una división que incluya una variable. En esta parte es importante hacer énfasis en que una división también se puede representar en forma de fracción, en donde el dividendo es el numerador y el divisor el denominador.

Ⓒ Establecer la regla para representar una división que incluya una variable o expresión algebraica.

Ⓔ Practicar a través de la orientación del docente la regla establecida. En esta parte, al finalizar los ejemplos se debe destacar que realizar la división por un número es equivalente a efectuar la multiplicación por su recíproco, también se puede hacer la ampliación de la regla cuando la división se hace por una variable o expresión algebraica.

Posibles dificultades

En esta parte es importante recordar a los estudiantes que las fracciones con el signo (–) en el numerador o denominador siempre se representarán de la forma $-\frac{a}{b}$, incluso los estudiantes pueden volver a la página correspondiente a esa clase para revisar.

Fecha:

U4 1.8

Ⓟ Si hay x litros de jugo y se quiere repartir entre 3 personas equitativamente, ¿cuántos litros de jugo le corresponden a cada persona?

Ⓢ $x \div 3 = \frac{x}{3}$

R. $\frac{x}{3}\, l$

Ⓔ a) $(x + y) \div (-5) = \frac{x+y}{-5}$

$= -\frac{x+y}{5}$

b) $n \div (-7) = \frac{n}{-7}$

$= -\frac{n}{7}$

Ⓡ a) $\frac{x}{2}$ b) $-\frac{y}{2}$ c) $\frac{r-s}{4}$

d) $-\frac{m+n}{5}$ e) $\frac{r}{t}$ f) $\frac{2}{m}$

g) $-\frac{3}{p}$

Tarea: página 63 del Cuaderno de Ejercicios.

1.9 Expresiones algebraicas con multiplicación y división

P

Escribe en una forma equivalente las siguientes expresiones algebraicas:

a) $2 \times a + 3 \times b$ b) $a \div 3 + 4 \times b$ c) $4 \div a \times b \div 5$

d) $(a + b) \div 2 + 3 \times (c + d)$ e) $3 \times a \times a + b \div 4$ f) $4 \times a \times a \times a - 2 \times b \times b$

S

a) $2 \times a + 3 \times b = 2a + 3b$

b) $a \div 3 + 4 \times b = \frac{a}{3} + 4b$
también se puede escribir como $\frac{1}{3}a + 4b$.

c) $4 \div a \times b \div 5 = \frac{4}{a} \times b \div 5 = \frac{4b}{a} \div 5 = \frac{4b}{5a}$

d) $(a + b) \div 2 + 3 \times (c + d) = \frac{a + b}{2} + 3(c + d)$

e) $3 \times a \times a + b \div 4 = 3a^2 + \frac{b}{4}$

f) $4 \times a \times a \times a - 2 \times b \times b = 4a^3 - 2b^2$

C

En las operaciones de multiplicación y división se puede omitir los signos (×) y (÷), cuando ambas operaciones aparecen combinadas en una expresión algebraica.

E

Escribe las siguientes expresiones algebraicas utilizando el signo (×) y (÷) y sin emplear potencias.

a) $\frac{a}{4} + \frac{1}{5}b$ b) $3a^2 + 4b^3$

Solución.

a) $\frac{a}{4} + \frac{1}{5}b = a \div 4 + \frac{1}{5} \times b$ b) $3a^2 + 4b^3 = 3 \times a \times a + 4 \times b \times b \times b$

Otra forma de escribir la expresión es:

$$\frac{a}{4} + \frac{1}{5}b = \frac{a}{4} + \frac{b}{5}$$
$$= a \div 4 + b \div 5$$

Recuerda que
$\frac{1}{7}x = \frac{x}{7} = x \div 7$

1. Escribe la siguiente expresión algebraica omitiendo los signos (×) y (÷).

a) $3 \times x + 7 \times y$ $3x + 7y$

b) $-5 \times a + c \div d$ $-5a + \frac{c}{d}$

c) $(c - d) \div 3 - (r + f) \div 5$ $\frac{c-d}{3} - \frac{r+f}{5}$

d) $\frac{1}{5} \times a - (x + y) \div 3$ $\frac{a}{5} - \frac{x+y}{3}$ o $\frac{1}{5}a - \frac{x+y}{3}$

e) $-3 \div (c + d) - a \times a \times a$ $-\frac{3}{c+d} - a^3$

f) $a \times a \times 3 - b \times b \times (-1)$ $3a^2 + b^2$

g) $a \times a \times 2 - (s + e) \div (-1)$ $2a^2 + s + e$

h) $b \times (-3) \times b - (x - y) \div (-1)$ $-3b^2 + x - y$

2. Escribe las siguientes expresiones algebraicas utilizando el signo (×) y (÷) y sin emplear potencias.

a) $100 - 4a$
$100 - 4 \times a$

b) $\frac{1}{2}(x + y) - 4a$
$(x + y) \div 2 - 4 \times a$

c) $a^2 - b^2$
$a \times a - b \times b$

d) $\frac{r+s}{3} + \frac{b}{7}$
$(r + s) \div 3 + b \div 7$

e) $-8(3 + b) + a^2b^3$
$-8 \times (3 + b) + a \times a \times b \times b \times b$

f) $-\frac{(a-3)}{2} + (x - y)$
$(a - 3) \div (-2) + (x - y)$

Indicador de logro

1.9 Representa expresiones algebraicas con multiplicación y división sin los signos “×” y “÷” respectivamente.

Secuencia

En las clases 5 y 8 se ha trabajado cómo omitir en una expresión algebraica los signos (×) y (÷) respectivamente, por lo que ahora se trabajará con expresiones algebraicas que tienen ambas operaciones, de manera que los estudiantes deberán aplicar lo aprendido en ambas clases. Vale mencionar que se trabajó la potencia de una expresión algebraica como la multiplicación de una misma variable, por lo que en algunos casos deberá omitir el signo (×) haciendo uso de la potencia del número, es decir que también deberá utilizar lo aprendido en la clase 7.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Representar una expresión algebraica que incluye multiplicación y división omitiendo los signos (×) y (÷) utilizando los conocimientos adquiridos previamente.

Ⓒ Practicar a través de la orientación del docente la regla establecida en la Ⓒ. En el literal a) se debe enfatizar en que la forma de representar la expresión sin los signos (×) y (÷), no es única por lo que será necesario recordar al estudiante que dividir por un número es equivalente a multiplicar por su recíproco, por lo que refiriéndose al ejercicio en particular debe señalarse que $\frac{1}{5}$ es el recíproco de 5.

Solución de algunos ítems:

En el numeral 2 el estudiante debe escribir las expresiones algebraicas incorporando los signos (×) y (÷), y en caso de que hayan potencias, representarlas como la multiplicación de la misma variable, de manera que la regla se aplique en ambas direcciones para lograr una mejor comprensión por parte del estudiante.

Fecha:

U4 1.9

Ⓟ Escribir en forma equivalente:

a) $2 \times a + 3 \times b$
b) $a \div 3 + 4 \times b$
c) $4 \div a \times b \div 5$
d) $(a + b) \div 2 + 3 \times (c + d)$
e) $3 \times a \times a + b \div 4$
f) $4 \times a \times a \times a - 2 \times b \times b$

Ⓢ a) $2 \times a + 3 \times b = 2a + 3b$

b) $a \div 3 + 4 \times b = \frac{a}{3} + 4b$

c) $4 \div a \times b \div 5 = \frac{4}{a} \times b \div 5 = \frac{4b}{a} \div 5 = \frac{4b}{5a}$

d) $(a + b) \div 2 + 3 \times (c + d) = \frac{a+b}{2} + 3(c + d)$

e) $3 \times a \times a + b \div 4 = 3a^2 + \frac{b}{4}$

f) $4 \times a \times a \times a - 2 \times b \times b = 4a^3 - 2b^2$

Ⓔ a) $\frac{a}{4} + \frac{1}{5}b = a \div 4 + \frac{1}{5} \times b$

b) $3a^2 + 4b^3$
$= 3 \times a \times a + 4 \times b \times b \times b$

Ⓡ a) $3x + 7y$

b) $-5a + \frac{c}{d}$

c) $\frac{c-d}{3} - \frac{r+f}{5}$

d) $\frac{a}{5} - \frac{x+y}{3}$ o $\frac{1}{5}a - \frac{x+y}{3}$

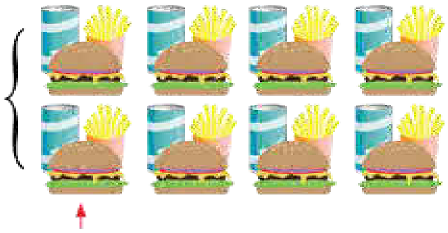
Tarea: página 64 del Cuaderno de Ejercicios.

1.10 Traducción del lenguaje coloquial al algebraico, parte 1

P

Se compran 8 combos de hamburguesas y se paga con un billete de 50 dólares. Sabiendo que un combo cuesta x dólares representa con una expresión algebraica:

a) El costo total de la compra.
b) El vuelto que se recibe al hacer la compra.



S

a) El costo de la compra es el precio de la unidad por el número de combos, es decir:

$$x \times 8 = 8x \text{ (dólares).}$$

b) El vuelto es lo que se obtiene de restar el costo de la compra del total de dólares pagados:

$$50 - 8x \text{ (dólares).}$$

C

El lenguaje algebraico es la traducción del lenguaje coloquial a variables y números relacionados, mediante operaciones.

E

Una caja que pesa 30 lb contiene artículos de porcelana, un plato pesa a lb y una taza b lb. Representa con una expresión algebraica:

a) El peso total de tres platos y dos tazas.
b) El peso total de la caja cuando se sacan tres platos y dos tazas.

Solución.

a) El peso total de tres platos y dos tazas es:

$$a \times 3 + b \times 2 = 3a + 2b \text{ (lb).}$$

b) El peso total de la caja cuando se sacan tres platos y dos tazas es:

$$30 - 3a - 2b \text{ (lb).}$$

Traduce al lenguaje algebraico las siguientes situaciones descritas en lenguaje coloquial:

1. En una canasta hay 15 frutas, entre peras y manzanas. Expresa el número de peras cuando hay a manzanas. $15 - a$ peras
2. El costo total de comprar dos sandías si cada una vale b dólares. $2b$ dólares
3. Un hombre repartirá equitativamente 180 dólares entre a niños. ¿Cómo se expresa la cantidad de dinero que recibe cada niño? $\frac{180}{a}$ dólares
4. El vuelto de comprar con un billete de 10 dólares, cuando se compran b pares de calcetines si cada par cuesta 2 dólares. $10 - 2b$ dólares
5. El costo total, al comprar cuatro cuadernos y seis lapiceros, si cada cuaderno vale x dólares y cada lapicero cuesta y dólares. $4x + 6y$ dólares
6. El vuelto de comprar con un billete de 50 dólares, m camisas y n pantalones si cada camisa vale 8 dólares y cada pantalón vale 12 dólares. $50 - 8m - 12n$ dólares

Indicador de logro

1.10 Traduce expresiones del lenguaje coloquial a expresiones algebraicas.

Secuencia

Para introducir la definición de expresiones algebraicas se usaron algunas situaciones del entorno, por lo que los estudiantes ya tienen la idea de representar situaciones a través de expresiones algebraicas, pero es en esta clase en la que formalmente se define lo que significa traducir una expresión en lenguaje coloquial a una expresión en el lenguaje algebraico.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Representar situaciones que se describen a través del lenguaje coloquial haciendo uso de expresiones algebraicas.

Ⓒ Practicar la traducción de situaciones descritas en lenguaje coloquial a lenguaje algebraico en forma de plenaria bajo la orientación del docente.

Fecha: **U4 1.10**

Ⓟ Compra: 8 combos
Precio por combo: x dólares
Representa con una expresión algebraica:

a) El costo total de la compra.
b) El vuelto que se recibe al hacer la compra.

Ⓢ
a) $x \times 8 = 8x$ dólares
b) $50 - 8x$ dólares

Ⓔ a) 3 platos y 2 tazas:
$a \times 3 + b \times 2 = 3a + 2b$ lb
b) El peso de la caja sin 3 platos y 2 tazas:
$30 - 3a - 2b$ lb

Ⓡ
1. $15 - a$ peras
2. $2b$ dólares
3. $\frac{180}{a}$ dólares
4. $10 - 2b$ dólares
5. $4x + 6y$ dólares
6. $50 - 8m - 12n$ dólares

Tarea: página 65 del Cuaderno de Ejercicios.

1.11 Traducción del lenguaje coloquial al algebraico, parte 2

P

Traduce al lenguaje algebraico las siguientes expresiones en lenguaje común.

a) La velocidad de Ana si caminó x km en 4 horas.

b) Las horas que se necesitan para viajar 42 km en bicicleta con una velocidad de x km/h.

Recuerda:
Distancia = Velocidad × Tiempo
Tiempo = Distancia ÷ Velocidad
Velocidad = Distancia ÷ Tiempo

c) La distancia que se puede recorrer en t horas, en un autobús que tiene una velocidad de 30 km/h.

S

a) Ana caminó x kilómetros en 4 horas. La velocidad es la distancia que ha recorrido entre el tiempo en que la recorrió: $x \div 4 = \frac{x}{4}$ km/h.

b) El tiempo es igual a la distancia entre la velocidad de la bicicleta, por tanto: $42 \div x = \frac{42}{x}$ h.

c) La distancia es igual a la velocidad del autobús por el tiempo, es decir: $30 \times t = 30t$ km.

C

Las situaciones de distancia, velocidad y tiempo expresadas en lenguaje coloquial también se pueden traducir al lenguaje algebraico.

Responde las preguntas de las siguientes situaciones:

1. Si se camina a metros en ocho minutos, ¿cuál es la velocidad por minuto? $\frac{a}{8}$ m/min

2. María recorre x metros con una velocidad de 60 m/min, ¿cuánto tiempo caminó María? $\frac{x}{60}$ min

3. Si Juan toma un autobús de su casa a un parque ecológico, y su viaje dura x horas a una velocidad de 60 km/h, ¿qué distancia hay de su casa al parque? $60x$ km

4. Si José anda en su silla de ruedas y recorre b km en dos horas, ¿cuál es su velocidad? $\frac{b}{2}$ km/h

5. Para trasladarse de la casa a la universidad, Beatriz camina por x minutos con una velocidad de 30 m/min y luego corre por y minutos, con una velocidad de 90 m/min.

   a) ¿Cuál es el tiempo total del recorrido? $x + y$ min

   b) ¿Cuál es la distancia total recorrida? $30x + 90y$ m

Indicador de logro

1.11 Traduce expresiones sobre distancia, velocidad y tiempo en lenguaje coloquial a expresiones algebraicas.

Secuencia

Siguiendo con la traducción de expresiones en lenguaje coloquial al algebraico, para la clase de hoy se aborda la traducción de expresiones que tratan sobre distancia, velocidad y tiempo, conocidas como situaciones de Movimiento Rectilíneo Uniforme (MRU).

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Traducir situaciones de MRU que están descritas en lenguaje coloquial a expresiones algebraicas. Si los estudiantes no pueden plantear las expresiones algebraicas, puede hacerse referencia al recuadro de recordatorio en el que se establecen las fórmulas:

Distancia = Velocidad × Tiempo
Tiempo = Distancia ÷ Velocidad
Velocidad = Distancia ÷ Tiempo

Fecha: **U4 1.11**

Ⓟ Traduce las expresiones a, b y c al lenguaje algebraico.

a) distancia: x km
tiempo: 4 horas
¿velocidad?

b) distancia: 42 km
¿tiempo?
velocidad: x km/h

c) ¿distancia?
tiempo: t h
velocidad: 30 km/h

Ⓢ a) $x \div 4 = \frac{x}{4}$ km/h

b) $42 \div x = \frac{42}{x}$ h

c) $30 \times t = 30t$ km

Ⓡ 1. $a \div 8 = \frac{a}{8}$ m/min

2. $x \div 60 = \frac{x}{60}$ min

3. $60 \times x = 60x$ km

4. $b \div 2 = \frac{b}{2}$ km/h

5. a) $x + y$ min
b) $30x + 90y$ m

Tarea: página 66 del Cuaderno de Ejercicios.

1.12 Traducción del lenguaje coloquial al algebraico, parte 3

P

Traduce al lenguaje algebraico lo que se te pide en las siguientes situaciones:

1. El área de un bosque del país que tiene p km² de territorio, y el 35% de ello es bosque.
2. La rebaja de un pantalón que vale x dólares y tiene un 25% de descuento.
3. El costo de una camisa cuyo precio es y dólares y con un 20% de descuento.

S

1. Si p es la cantidad total y c es la cantidad de bosque, la razón de c entre p en % es $r = \frac{c}{p} \times 100$. Por lo tanto:

   $c = p \times \frac{r}{100} = \frac{r}{100}p$

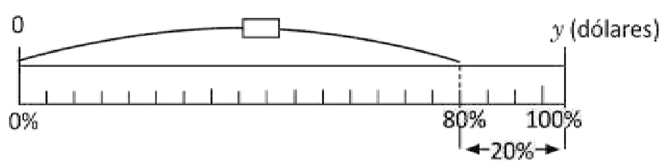
   Por lo que el área de bosque del país es:

   $\frac{35}{100}p = \frac{7}{20}p$ (km²)

2. $\frac{25}{100}x = \frac{x}{4}$ (dólares)

3. $\left(\frac{100}{100} - \frac{20}{100}\right)y = \frac{80}{100}y$

   $= \frac{4}{5}y$ (dólares)



C

El x% de una Cantidad se representa como: $\frac{x}{100} \times$ Cantidad así:

a) El x% de un Territorio es $\frac{x}{100} \times$ Territorio.
b) El y% de descuento del Precio original de un objeto es $\frac{y}{100} \times$ Precio original.
c) El precio de un objeto después de hacer un z% de descuento es $\frac{(100 - z)}{100} \times$ Precio original.

Responde la pregunta de cada una de las siguientes situaciones:

1. El Salvador tiene una extensión territorial de a km² y el 74% de ello es superficie agrícola, ¿cuántos km² de superficie agrícola hay en el país? $\frac{37}{50}a$ km²

2. Una camisa que vale b dólares tiene un descuento del 15%, ¿cuál es el valor de la camisa con el descuento? $\frac{17}{20}b$ dólares

3. Una persona compró un vehículo en x dólares, después de un año el vehículo perdió el 10% de su valor, ¿cuánto cuesta el vehículo actualmente? $\frac{9}{10}x$ dólares

Indicador de logro

1.12 Traduce expresiones sobre porcentajes, del lenguaje coloquial a expresiones algebraicas.

Secuencia

Se presenta la traducción de expresiones del lenguaje coloquial al lenguaje algebraico referentes a situaciones de porcentajes, para una mejor comprensión en la interpretación de la situación se hace uso del recurso gráfico.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Traducir situaciones que involucran porcentajes que están descritas en lenguaje coloquial a expresiones algebraicas. En la Ⓢ, se hace una representación gráfica de cada situación para que el estudiante tenga una visualización de la solución.

Ⓒ Establecer cómo representar algebraicamente el porcentaje de una cantidad, particularmente de las situaciones del Ⓟ que sirven de referencia al traducir al lenguaje algebraico otras situaciones que incluyan porcentajes.

Fecha:

U4 1.12

Ⓟ Traducir al lenguaje algebraico:

1. Área total: p km^2
   porcentaje de bosque: 35 %
   ¿Área de bosque?
2. Precio: x dólares
   descuento: 25 %
   ¿Rebaja?
3. Precio: y dólares
   descuento: 20 %
   ¿Costo?

Ⓢ

1. $\frac{7}{20}p$ km^2
2. $\frac{x}{4}$ dólares
3. $\frac{4}{5}y$ dólares

Ⓡ

1. $\frac{74}{100}a = \frac{37}{50}a$ km^2
2. $\left(\frac{100}{100} - \frac{15}{100}\right)b = \frac{85}{100}b$
   $= \frac{17}{20}b$ dólares
3. $\left(\frac{100}{100} - \frac{10}{100}\right)x = \frac{90}{100}x$
   $= \frac{9}{10}x$ dólares

Tarea: página 67 del Cuaderno de Ejercicios.

1.13 Traducción del lenguaje algebraico al coloquial

P

1. El precio de la entrada a un museo para un adulto es a dólares y para un menor de edad es b. ¿Qué representan las siguientes expresiones algebraicas?
   a) $a + b$ b) $4a + 2b$ c) $10 - 2a$ d) $a - b$

2. Para poder trasladarse de la casa a la universidad, Ana camina por m minutos con una velocidad de 70 m/min y luego corre por n minutos, con una velocidad de 120 m/min.
   a) ¿Qué representa la expresión algebraica $m + n$?
   b) ¿Qué representa la expresión algebraica $70m + 120n$?

S

1. a) El costo de la entrada de un adulto y un menor de edad.
   b) El costo de la entrada de 4 adultos y 2 menores de edad.
   c) El vuelto de pagar con un billete de 10 dólares la entrada de 2 adultos.
   d) La diferencia entre el precio de la entrada de un adulto con el de un menor de edad.

2. a) El tiempo que se tarda Ana en trasladarse desde su casa a la universidad.
   b) La distancia en metros entre la casa de Ana y la universidad.

C

Traducir una expresión del lenguaje algebraico al coloquial es darle una interpretación a una expresión algebraica, según un contexto.

1. El precio de la entrada para un adulto a un parque ecológico que es refugio de vida salvaje es x dólares y para un menor de edad es y dólares.

   ¿Qué representan las siguientes expresiones algebraicas?

   a) $x + y$
   El costo de entrada de un adulto y un menor de edad.

   b) $4x + 5y$
   El costo de entrada de 4 adultos y 5 menores de edad.

   c) $20 - 2x$
   El vuelto de pagar 2 entradas de adulto con un billete de $20.

   d) $x - y$
   La diferencia entre el precio de la entrada de un adulto con el de un menor de edad.

2. Miguel y Mario participaron en una carrera de relevos. Si Miguel corrió a minutos a una velocidad de 200 m/min y Mario corrió b minutos a una velocidad de 215 m/min.

   ¿Qué representan las siguientes expresiones algebraicas?

   a) $a + b$
   El tiempo total recorrido por ambos.

   b) $200a$
   La distancia recorrida por Miguel.

   c) $200a + 215b$
   La distancia recorrida por Miguel y Mario.

Indicador de logro

1.13 Traduce expresiones algebraicas a expresiones del lenguaje coloquial.

Secuencia

En las tres clases anteriores el estudiante ha trabajado la traducción de expresiones en lenguaje coloquial al lenguaje algebraico en situaciones de diferente tipo. Para esta clase se desarrollará el proceso de traducción en un sentido opuesto, es decir, se traducirán expresiones algebraicas a expresiones del lenguaje coloquial para un contexto previamente determinado.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Interpretar el significado de expresiones en lenguaje algebraico a sus expresiones equivalentes en lenguaje coloquial a partir de contextos previamente establecidos en cada situación.

Ⓒ Establecer que la traducción de expresiones en lenguaje algebraico al lenguaje coloquial consiste en darle sentido a expresiones algebraicas según un contexto dado previamente.

Fecha: **U4 1.13**

Ⓟ 1. Precios:
adulto: a dólares; niño: b dólares ¿Qué representa?
a) $a + b$ b) $4a + 2b$ c) $10 - 2a$ d) $a - b$

2. Ana camina: m min, velocidad: 70 m/min, corre: n min, velocidad: 120 m/min ¿Qué representan?
a) $m + n$ b) $70m + 120n$

Ⓢ 1. a) El costo para un adulto y un niño.
b) El costo para 4 adultos y 2 niños.
c) El vuelto de pagar con un billete de 10 para entrar 2 adultos.
d) Diferencia entre el precio de la entrada de 1 adulto y 1 niño.

2. a) El tiempo que tarda Ana de su casa a la universidad.
b) La distancia en metros entre la casa de Ana y la universidad.

Ⓡ 1. a) El costo de un adulto y un niño.
b) El costo de 4 adultos y 5 niños.
c) El vuelto de pagar con un billete de 20 para entrar 2 adultos.
d) Diferencia entre el precio de la entrada de 1 adulto y 1 niño.

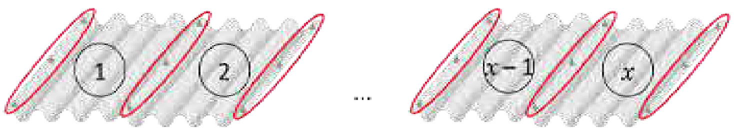
2. a) El tiempo que se tardó Miguel y Mario en la carrera.
b) Distancia que recorrió Miguel.
c) Distancia recorrida en la carrera por Miguel y Mario.

Tarea: página 68 del Cuaderno de Ejercicios.

1.14 Valor numérico de una expresión algebraica, parte 1

P

Para determinar el número de pines que se utilizan para colocar x láminas, se usa la expresión algebraica $3x + 3$.



Número de pines
$3x + 3$

Cuántos pines se necesitan para poner:

a) 6 láminas b) 15 láminas c) 20 láminas

S

a) Número de pines

$3x + 3$ ← Sustituye x por 6

$3 \times 6 + 3 = 18 + 3 = 21$

Valor sustituido — Valor numérico de la expresión algebraica

Número de láminas	Número de pines
6	$3 \times 6 + 3 = 21$
15	$3 \times 15 + 3 = 48$
20	$3 \times 20 + 3 = 63$

R. a) 21 pines, b) 48 pines y c) 63 pines

C

Al sustituir un número en una variable, el resultado obtenido después de realizar las operaciones indicadas en la expresión se conoce como **valor numérico de la expresión**. Por ejemplo, para calcular el valor numérico de la expresión $3x + 3$ cuando $x = 6$ se hace de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} 3x + 3 &= 3 \times x + 3 \\ &= 3 \times 6 + 3 \\ &= 18 + 3 \\ &= 21 \end{aligned}$$

1. En la situación de la compra de las calculadoras (clase 3 de esta unidad), cuál es el costo de la compra cuando:

a) $a = 5$ b) $a = 8$ c) $a = 13$ d) $a = 20$

$10 \times 50 = 50$ dólares $10 \times 8 = 80$ dólares $10 \times 13 = 130$ dólares $10 \times 20 = 200$ dólares

2. Si se tiene la expresión algebraica $x - 18$, encuentra el valor numérico de la expresión en los siguientes casos:

a) $x = 20$ b) $x = 8$ c) $x = 4$ d) $x = 0$

$20 - 18 = 2$ $8 - 18 = -10$ $4 - 18 = -14$ $0 - 18 = -18$

3. Con la expresión algebraica $9 - 4t$, encuentra el valor numérico de la expresión cuando:

a) $t = 1$ b) $t = 2$ c) $t = 3$ d) $t = 4$

$9 - 4 \times 1 = 5$ $9 - 4 \times 2 = 1$ $9 - 4 \times 3 = -3$ $9 - 4 \times 4 = -7$

4. Si se tiene la expresión algebraica $-8 - 5n$, encuentra el valor numérico de la expresión en los siguientes casos:

a) $n = 1$ b) $n = 2$ c) $n = 3$ d) $n = 4$

$-8 - 5 \times 1 = -13$ $-8 - 5 \times 2 = -18$ $-8 - 5 \times 3 = -23$ $-8 - 5 \times 4 = -28$

Indicador de logro

1.14 Calcula el valor numérico de una expresión algebraica con una variable sustituyendo valores enteros positivos.

Secuencia

En esta clase se define el término sustitución y valor numérico de una expresión algebraica. Se estudia el caso en el que se sustituyen solamente valores positivos en la expresión algebraica, aclarando que el valor numérico obtenido puede ser tanto positivo como negativo.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Aprovechar una situación trabajada anteriormente por los estudiantes para introducir algunas definiciones como sustitución y valor numérico de una expresión algebraica; por lo que se retoma la situación en la que se determina el número de pines necesarios para poner un cierto número de láminas.

Ⓒ Definir qué es sustitución y valor numérico de una expresión algebraica. En esta parte se debe hacer énfasis en que no confunda x con x.

Ⓔ Practicar individualmente el cálculo del valor numérico de expresiones algebraicas, el estudiante puede consultar al profesor cuando sea necesario. En este punto de la clase se debe poner atención en la forma en que el estudiante realiza las operaciones combinadas.

Posibles dificultades

Si el estudiante presenta dificultades para realizar el cálculo de operaciones combinadas puede referirlo a las clases 2.1, 2.2 y 2.3 a manera de recordatorio.

Fecha: **U4 1.14**

Ⓟ El número de pines se determina con la expresión algebraica $3x + 3$.
Cuántos pines se utilizan para:
a) 6 láminas b) 15 láminas c) 20 láminas

Ⓢ

Número de láminas	Número de pines
6	3 × 6 + 3 = 21
15	3 × 15 + 3 = 48
20	3 × 20 + 3 = 63

a) 21 pines b) 48 pines y c) 63 pines

Ⓡ 1. a) 50 dólares b) 80 dólares c) 130 dólares d) 200 dólares

2. a) 2 b) −10 c) −14 d) −18

3. a) 5 b) 1 c) −3 d) −7

4. a) −13 b) −18 c) −23 d) −28

Tarea: página 69 del Cuaderno de Ejercicios.

1.15 Valor numérico de una expresión algebraica, parte 2

P

Calcula el valor numérico de $5 - 9y$, cuando $y = -4$, $y = 0$ y $y = \frac{2}{3}$.

S

Cuando $y = -4$

$$5 - 9 \times (-4) = 5 - (-36)$$
$$= 5 + 36$$
$$= 41$$

Cuando $x = 0$

$$5 - 9 \times 0 = 5 - 0$$
$$= 5$$

Cuando $y = \frac{2}{3}$

$$5 - 9 \times \frac{2}{3} = 5 - \overset{3}{\cancel{9}} \times \frac{2}{\underset{1}{\cancel{3}}}$$
$$= 5 - 3 \times \frac{2}{1}$$
$$= 5 - 3 \times 2$$
$$= 5 - 6$$
$$= -1$$

C

En las expresiones algebraicas también se pueden sustituir valores negativos y fracciones.

Al sustituir un número, en una expresión algebraica, se debe escribir entre paréntesis cuando por ejemplo:

- El número sea negativo.
- El número sea una fracción y la expresión algebraica que está en forma de fracción.

Para evitar errores de cálculo se debe poner atención en los signos que anteceden a las variables y simplificar las fracciones antes de realizar las operaciones indicadas.

E

Calcula el valor numérico de las siguientes expresiones:

a) $-y$, cuando $y = -9$

b) $\frac{x}{12}$, cuando $x = 3$ y $x = \frac{1}{2}$

La expresión $-a$ se puede escribir como $-1 \times a$
$-a = -1 \times a$

Solución.

a) Si $y = -9$
$$-y = -(-9) = 9$$

b) Si $x = 3$
$$\frac{x}{12} = \frac{3}{12}$$
$$= \frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{4}{\cancel{12}}}$$
$$= \frac{1}{4}$$

Si $x = \frac{1}{2}$
$$\frac{x}{12} = \frac{\left(\frac{1}{2}\right)}{12} = \frac{1}{2} \div 12$$
$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{12}$$
$$= \frac{1}{24}$$

Una fracción cuyo numerador o denominador es otra fracción se le llama fracción compleja y se puede representar de cualquiera de la siguientes formas:

$$\frac{\left(\frac{1}{2}\right)}{12} \text{ o } \frac{\frac{1}{2}}{12}$$

1. En la expresión algebraica $5 - 6x$, encuentra el valor numérico de la expresión en los siguientes casos:
   a) $x = -3$ — $5 - 6 \times (-3) = 23$
   b) $x = \frac{2}{3}$ — $5 - 6 \times \frac{2}{3} = 1$
   c) $x = -\frac{1}{12}$ — $5 - 6 \times \left(-\frac{1}{12}\right) = \frac{11}{2}$
   d) $x = \frac{1}{5}$ — $5 - 6 \times \frac{1}{5} = \frac{19}{5}$

2. Para la expresión algebraica $-a$, encuentra el valor numérico de la expresión en los siguientes casos:
   a) $a = -5$ — $-(-5) = 5$
   b) $a = 0$ — 0
   c) $a = \frac{7}{8}$ — $-\frac{7}{8}$
   d) $x = \frac{1}{2}$ — $-\frac{1}{2}$

3. Si se tiene la expresión algebraica $\frac{x}{10}$, encuentra el valor numérico de la expresión en los siguientes casos:
   a) $x = -2$ — $\frac{-2}{10} = -\frac{1}{5}$
   b) $x = 0$ — $\frac{0}{10} = 0$
   c) $x = -\frac{1}{2}$ — $\frac{\left(-\frac{1}{2}\right)}{10} = -\frac{1}{20}$
   d) $x = \frac{2}{3}$ — $\frac{\left(\frac{2}{3}\right)}{10} = \frac{1}{15}$

Indicador de logro

1.15 Encuentra el valor numérico de expresiones algebraicas con una variable sustituyendo valores negativos o fracciones.

Secuencia

Se continúa con el cálculo del valor numérico de una expresión algebraica, con la diferencia de que se sustituyen valores negativos o fracciones, en esta clase se debe poner especial atención al momento que el estudiante trabaje la sustitución en ciertas expresiones algebraicas que se detallan posteriormente.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Determinar el valor numérico de la expresión cuando los valores son negativos o fracciones partiendo del aprendizaje adquirido en la clase anterior.

Ⓒ Establecer que en las expresiones algebraicas también se pueden sustituir valores negativos o fracciones, además se establecen algunas condiciones con las que se debe tener cuidado cuando se hacen sustituciones. En esta parte se debe poner especial atención en los signos que anteceden a las variables así como en simplificar las fracciones antes de realizar operaciones que se encuentren indicadas.

Ⓔ Practicar el cálculo del valor numérico de expresiones algebraicas en forma de plenaria bajo la orientación del profesor. En esta parte se debe recordar al estudiante que la expresión $-a = -1 \times a$, por lo que el signo del número que se sustituye cambia.

Solución de algunos ítems:

1. a) $5 - 6 \times (-3) = 5 - (-18)$
$= 5 + 18$
$= 23$

c) $5 - 6 \times \left(-\frac{1}{12}\right) = 5 - 1 \times \left(-\frac{1}{2}\right)$
$= 5 - \left(-\frac{1}{2}\right)$
$= 5 + \frac{1}{2}$
$= \frac{11}{2}$

Practicar individualmente el calculo del valor numérico de expresiones algebraicas, poniendo mayor atención en el trabajo del estudiante cuando sustituya valores en las expresiones de 2 y 3, en los casos que sea necesario el estudiante puede consultar al profesor.

Fecha: **U4 1.15**

Ⓟ Calcula el valor numérico de la siguiente expresión:
$5 - 9y$, cuando $y = -4$, $y = 0$ y $y = \frac{2}{3}$

Ⓢ Cuando $y = -4$
$5 - 9 \times (-4) = 5 - (-36)$
$= 5 + 36$
$= 41$

Cuando $y = 0$
$5 - 9 \times 0 = 5 - 0$
$= 5$

Cuando $y = \frac{2}{3}$
$5 - 9 \times \frac{2}{3} = 5 - \cancel{9}^{3} \times \frac{2}{\cancel{3}_{1}}$
$= 5 - 3 \times \frac{2}{1}$
$= 5 - 3 \times 2$
$= 5 - 6$
$= -1$

Ⓔ a) $-y$, cuando $y = -9$
$-(-9) = 9$

b) $\frac{x}{12}$, cuando $x = 3$ y $x = \frac{1}{2}$

cuando $x = 3$
$\frac{x}{12} = \frac{3}{12}$
$= \frac{\cancel{3}^{1}}{\cancel{12}_{4}}$
$= \frac{1}{4}$

cuando $x = \frac{1}{2}$
$\frac{\left(\frac{1}{2}\right)}{12} = \frac{1}{2} \div 12$
$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{12}$
$= \frac{1}{24}$

Ⓡ 1. a) 23 b) 1
c) $\frac{11}{2}$ d) $\frac{19}{5}$

Tarea: página 70 del Cuaderno de Ejercicios.

1.16 Valor numérico de una expresión algebraica, parte 3

P

Encuentra el valor numérico de las siguientes expresiones:

a) $\frac{12}{x}$ cuando $x = \frac{1}{2}$ y $x = -3$

b) y^2, cuando $y = 4$ y $y = -\frac{1}{2}$

S

a) Para $x = \frac{1}{2}$

$$\frac{12}{x} = \frac{12}{\left(\frac{1}{2}\right)} = 12 \div \frac{1}{2} = 12 \times \frac{2}{1} = 24$$

Para $x = -3$

$$\frac{12}{x} = \frac{12}{(-3)} = 12 \div (-3) = -4$$

b) Para $y = 4$

$$y^2 = 4^2 = 4 \times 4 = 16$$

Para $y = -\frac{1}{2}$

$$y^2 = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \left(-\frac{1}{2}\right) \times \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}$$

C

Se puede calcular el valor numérico de una expresión algebraica que tiene a la variable en el denominador de una fracción, sabiendo que una fracción es un cociente indicado.
Por ejemplo:

$$\frac{2}{x} = 2 \div x$$

Se puede calcular el valor numérico de una expresión algebraica con potencia, sabiendo que el exponente determina el número de veces que aparece como factor la base en la multiplicación.
Por ejemplo:

$$x^3 = x \times x \times x.$$

E

Encuentra el valor numérico de las siguientes expresiones:

a) $-a^2$ cuando $a = -2$ b) $(-a)^2$, cuando $a = -2$

Solución.

a) Si $a = -2$

$$-a^2 = -(-2)^2 = -[(-2) \times (-2)] = -4$$

b) Si $a = -2$

$$(-a)^2 = [-(-2)]^2 = [-(-2)] \times [-(-2)] = 2 \times 2 = 4$$

Se observa que al sustituir un mismo número en las expresiones algebraicas $-a^2$ y $(-a)^2$ se obtienen números opuestos. El único caso en el que se cumple que $-a^2$ y $(-a)^2$ generan el mismo número es cuando $a = 0$.

Encuentra el valor numérico de las siguientes expresiones:

a) $\frac{10}{x}$, cuando $x = \frac{1}{2}$ y $x = -5$
20 −2

b) a^2, cuando $a = 3$ y $a = -3$
9 9

c) m^2, cuando $m = \frac{1}{2}$ y $m = -\frac{2}{3}$
$\frac{1}{4}$ $\frac{4}{9}$

d) $-\frac{5}{y}$, cuando $y = 10$ y $y = -7$
$-\frac{1}{2}$ $\frac{5}{7}$

e) $-r^2$, cuando $r = -5$
−25

f) $(-t)^2$, cuando $t = -5$
25

Unidad 4

Indicador de logro

1.16 Calcula el valor numérico de una expresión algebraica con una variable y donde la expresión es racional o cuadrática.

Secuencia

Para esta clase se trabaja el cálculo del valor numérico de expresiones algebraicas que no son de primer grado, que para el caso concreto de la clase son expresiones algebraicas racionales y cuadráticas, teniendo cuidado de no mencionar a los estudiantes los términos "grado de la expresión algebraica", "expresiones algebraicas racionales" y "expresiones algebraicas cuadráticas" porque son términos aún no definidos para ellos según la secuencia didáctica que se tiene.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Que el estudiante pueda realizar las operaciones sin orientación previa por parte del profesor partiendo de lo que sabe sobre cálculo del valor numérico de una expresión algebraica, operaciones y potencias 2 y 3 de un número.

Ⓒ Establecer la forma de calcular el valor numérico de una expresión algebraica que tiene a la variable en el denominador de una fracción y de una expresión algebraica que tiene potencias cuadradas o cúbicas.

Ⓔ Al finalizar los dos ejemplos hacer énfasis en que las expresiones $-a^2$ y $(-a)^2$ generan números opuestos, salvo cuando $a = 0$.

Solución de algunos ítems:

a) Cuando $x = \frac{1}{2}$

$$\frac{10}{\left(\frac{1}{2}\right)} = 10 \div \frac{1}{2}$$
$$= 10 \times 2$$
$$= 20$$

Cuando $x = -5$

$$\frac{10}{(-5)} = -\frac{10}{5}$$
$$= -2$$

Fecha: **U4 1.16**

Ⓟ Encuentra el valor numérico de las siguientes expresiones:

a) $\frac{12}{x}$ cuando $x = \frac{1}{2}$ y $x = -3$

b) y^2, cuando $y = 4$ y $y = -\frac{1}{2}$

Ⓢ a) Cuando $x = \frac{1}{2}$

$$\frac{12}{\left(\frac{1}{2}\right)} = 12 \div \frac{1}{2} = 24$$

Cuando $x = -3$

$$\frac{12}{(-3)} = 12 \div (-3)$$
$$= -4$$

b) Cuando $y = 4$

$$4^2 = 4 \times 4$$
$$= 16$$

Cuando $y = -\frac{1}{2}$

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \left(-\frac{1}{2}\right) \times \left(-\frac{1}{2}\right)$$
$$= \frac{1}{4}$$

Ⓔ a) $-a^2$ cuando $a = -2$

cuando $a = -2$

$$-(-2)^2 = -[(-2) \times (-2)]$$
$$= -4$$

b) $(-a)^2$, cuando $a = -2$

cuando $a = -2$

$$[-(-2)]^2 = [-(-2)] \times [-(-2)]$$
$$= 2 \times 2$$
$$= 4$$

Ⓡ a) 20, –2 b) 9, 9 c) $\frac{1}{4}$, $\frac{4}{9}$

d) $-\frac{1}{2}$, $\frac{5}{7}$ e) –25 f) 25

Tarea: página 71 del Cuaderno de Ejercicios.

1.17 Valor numérico de una expresión algebraica, parte 4

P

Un entrenador de fútbol comprará a balones y b botellas de bebida rehidratante. Si la expresión algebraica $15a + 2b$ representa el costo total de la compra, ¿cuál sería el costo si comprara 5 balones y 11 botellas?

S

Sustituyendo $a = 5$ y = $b = 11$ se tiene que

$$15 \times 5 + 2 \times 11 = 75 + 22$$
$$= 97$$

R. 97 (dólares)

C

Para calcular el valor de una expresión, en ocasiones es necesario sustituir más de un valor. El número de valores que se sustituyen depende del número de variables en la expresión algebraica.

E

Encuentra el valor numérico de las siguientes expresiones:

a) $-m - n$, cuando $m = -4$ y $n = \frac{2}{3}$

b) $-3x - 4y$, cuando $x = \frac{5}{6}$ y $y = -2$

Solución.

a) $-m - n = -(-4) - \frac{2}{3}$
$= 4 - \frac{2}{3}$
$= \frac{12}{3} - \frac{2}{3}$
$= \frac{10}{3}$

b) $-3x - 4y = -3 \times \frac{5}{6} - 4 \times (-2)$
$= -\frac{5}{2} - (-8)$
$= -\frac{5}{2} + 8$
$= -\frac{5}{2} + \frac{16}{2}$
$= \frac{11}{2}$

1. Se tiene la expresión algebraica $x + y$, encuentra el valor numérico de la expresión, cuando:

a) $x = 2$ y $y = 3$
$2 + 3 = 5$

b) $x = -4$ y $y = -5$
$(-4) + (-5) = -9$

c) $x = 7$ y $y = -2$
$7 + (-2) = 5$

d) $x = -3$ y $y = 9$
$(-3) + 9 = 6$

e) $x = \frac{5}{7}$ y $y = -\frac{3}{7}$
$\frac{5}{7} + \left(-\frac{3}{7}\right) = \frac{2}{7}$

f) $x = -\frac{1}{2}$ y $y = \frac{1}{4}$
$\left(-\frac{1}{2}\right) + \frac{1}{4} = -\frac{1}{4}$

2. Se tiene la expresión algebraica $-x - y$, encuentra el valor numérico de la expresión, cuando:

a) $x = 2$ y $y = 3$
$-2 - 3 = -5$

b) $x = -4$ y $y = -5$
$-(-4) - (-5) = 9$

c) $x = 7$ y $y = -2$
$-7 - (-2) = -5$

d) $x = -3$ y $y = 9$
$-(-3) - 9 = -6$

e) $x = \frac{5}{7}$ y $y = -\frac{3}{7}$
$-\frac{5}{7} - \left(-\frac{3}{7}\right) = -\frac{2}{7}$

f) $x = -\frac{1}{2}$ y $y = \frac{1}{4}$
$-\left(-\frac{1}{2}\right) - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$

3. Se tiene la expresión algebraica $5a - 10b$, encuentra el valor numérico de la expresión, cuando:

a) $a = 3$ y $b = 2$
-5

b) $a = -3$ y $b = -2$
5

c) $a = -3$ y $b = 2$
-35

d) $a = \frac{3}{20}$ y $b = -\frac{7}{20}$
$\frac{17}{4}$

Indicador de logro

1.17 Calcula el valor numérico de una expresión algebraica con más de una variable.

Secuencia

En esta clase se finaliza el tema del valor numérico de una expresión algebraica trabajando los casos en los que se sustituyen dos valores en una expresión algebraica con dos variables.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Mostrar una situación que se represente con una expresión algebraica con dos variables de manera que para calcular el valor numérico de la expresión sea necesario sustituir dos valores. Se espera que el estudiante realice el proceso anterior por analogía con lo que hizo en las tres clases anteriores.

Ⓒ Establecer que para calcular el valor numérico de una expresión algebraica se sustituyen tantos valores como variables tenga la expresión. Notar que toda la clase se orienta a expresiones algebraicas con dos variables, pero que la Ⓒ no se limita solo a este tipo de expresiones sino que se plantea de forma general.

Solución de algunos ítems:

3.

b) $5 \times (-3) - 10 \times (-2)$
$= -15 - (-20)$
$= -15 + 20$
$= 5$

d) $\cancel{5}^{1} \times \frac{3}{\cancel{20}_{4}} - \cancel{10}^{1} \times \left(-\frac{7}{\cancel{20}_{2}}\right)$
$= 1 \times \frac{3}{4} - 1 \times \left(-\frac{7}{2}\right)$
$= \frac{3}{4} - \left(-\frac{7}{2}\right) = \frac{3}{4} + \frac{7}{2}$
$= \frac{3}{4} + \frac{14}{4} = \frac{17}{4}$

Fecha: **U4 1.17**

Ⓟ Se compran:
a balones, b botellas
El costo total de la compra es
$15a + 2b$
¿Cuál sería el costo si se compran 5 balones y 11 botellas?

Ⓢ 5 balones y 11 botellas
$15 \times 5 + 2 \times 11 = 75 + 22$
$= 97$ dólares
R. 97 dólares

Ⓔ a) $-m - n$
Cuando
$m = -4$ y $n = \frac{2}{3}$
$= -(-4) - \frac{2}{3}$
$= 4 - \frac{2}{3}$
$= \frac{12}{3} - \frac{2}{3}$
$= \frac{10}{3}$

b) $-3x + 4y$
Cuando
$x = \frac{5}{6}$ y $y = -2$
$= -3 \times \frac{5}{6} - 4 \times (-2)$
$= -\frac{5}{2} - (-8)$
$= -\frac{5}{2} + 8$
$= -\frac{5}{2} + \frac{16}{2}$
$= \frac{11}{2}$

Ⓡ 1. a) 5 b) −9 c) 5 d) 6 e) $\frac{2}{7}$ f) $-\frac{1}{4}$
2. a) −5 b) 9 c) −5 d) −6 e) $-\frac{2}{7}$ f) $\frac{1}{4}$
3. a) −5 b) 5 c) −35 d) $\frac{17}{4}$

Tarea: página 72 del Cuaderno de Ejercicios.

1.18 Practica lo aprendido

1. Escribe la siguiente expresión algebraica omitiendo los signos (×) y (÷).

a) $-4 \div (x - y) - y \times y \times y$

$-\frac{4}{x-y} - y^3$

b) $m \times m \times 4 - n \times (-1) \times n$

$4m^2 + n^2$

c) $y \times y \times 3 - (r + t) \div (-1)$

$3y^2 + r + t$

d) $p \times p \times p - p \times (1) \times p$

$p^3 - p^2$

2. Traduce al lenguaje algebraico la siguiente expresión en lenguaje coloquial:
El vuelto de comprar con un billete de 20 dólares, a lápices y b borradores si cada lápiz vale un dólar y cada borrador vale dos dólares. $20 - a - 2b$ dólares

3. Para trasladarse de la casa a la escuela, Mario camina por x minutos con una velocidad de 60 m/min y luego corre por y minutos, con una velocidad de 130 m/min.

a) ¿Cuál es el tiempo total del recorrido? $x + y$ min

b) ¿Cuál es la distancia total recorrida? $60x + 130y$ m

4. Ana compró una cartera cuyo precio original es x dólares con el 10% de descuento y un perfume con precio original de y dólares con un descuento del 15%, ¿cuánto gastó en total Ana?

$\frac{9}{10}x + \frac{17}{20}y$ dólares

5. Si un atleta de olimpiadas especiales corrió por x minutos a una velocidad de 150 m/min en una calle cuesta arriba y luego de subirla corrió hacia abajo durante y minutos a una velocidad de 175 m/min.

a) ¿Qué representa la expresión algebraica $x + y$? El tiempo total recorrido.

b) ¿Qué representa la expresión algebraica $150x$? La distancia recorrida cuesta arriba.

c) ¿Qué representa la expresión algebraica $150x + 175y$? La distancia total recorrida.

6. Si se tiene la expresión algebraica $-5 + a$, encuentra el valor de la expresión en los siguientes casos:

a) $a = 1$ — $-5 + 1 = -4$

b) $a = 7$ — $-5 + 7 = 2$

c) $a = -3$ — $-5 + (-3) = -8$

d) $a = -4$ — $-5 + (-4) = -9$

7. Si se tiene la expresión algebraica $12 - 2x$, encuentra el valor de la expresión en los siguientes casos:

a) $x = 1$ — 10

b) $x = 8$ — -4

c) $x = -4$ — 20

d) $x = -6$ — 24

8. Determina el valor de las siguientes expresiones algebraicas cuando el valor numérico es $y = -48$.

a) $\frac{y}{6}$ — -8

b) $-\frac{y}{6}$ — 8

c) $-\frac{y}{12}$ — 4

d) $\frac{y}{12}$ — -4

9. Si se tiene la expresión algebraica $-x^2$, encuentra el valor de la expresión cuando:

a) $x = 3$ — -9

b) $x = -3$ — -9

c) $x = \frac{3}{5}$ — $-\frac{9}{25}$

d) $x = -\frac{2}{3}$ — $-\frac{4}{9}$

10. Si se tiene la expresión algebraica $-4x + 5y$, encuentra el valor numérico, cuando:

a) $x = 3$ y $y = 2$ — -2

b) $x = -3$ y $y = -2$ — 2

c) $x = -3$ y $y = 2$ — 22

d) $x = \frac{3}{16}$ y $y = -\frac{3}{20}$ — $-\frac{3}{2}$

Indicador de logro

1.18 Resuelve problemas correspondientes a expresiones algebraicas.

Solución de algunos ítems:

8. a) $\frac{(-48)}{6} = -48 \div 6$
$= -8$

b) $-\frac{(-48)}{6} = \frac{(-48)}{-6}$
$= -48 \div (-6)$
$= 48 \div 6$
$= 8$

9. a) $-3^2 = -9$

b) $-(-3)^2 = -9$

10. b) $-4 \times (-3) + 5 \times (-2)$
$= 12 + (-10)$
$= 12 - 10$
$= 2$

d) $-4 \times \frac{3}{16} + 5 \times \left(-\frac{3}{20}\right)$

$= -1 \times \frac{3}{4} + 1 \times \left(-\frac{3}{4}\right)$

$= -\frac{3}{4} + \left(-\frac{3}{4}\right)$

$= -\frac{3}{4} - \frac{3}{4}$

$= -\frac{6}{4}$

$= -\frac{3}{2}$

Tarea: página 73 del Cuaderno de Ejercicios.

2.1 Términos y coeficientes de una expresión algebraica

P

La expresión $3a - 7$ se puede escribir como una suma:

$$3a - 7 = 3a + (-7)$$

Escribe las siguientes expresiones como una suma:

a) $a - 5$ b) $a - 5b - 2$

S

a) $a + (-5)$ b) $a + (-5b) + (-2)$

C

La expresión algebraica $3a + (-7)$ representa la suma de $3a$ y -7. A cada parte de esta expresión algebraica que se conecta con el signo (+), se le llama **término** de la expresión algebraica, $3a$ se representa en forma de producto como $3 \times a$. En este caso, al 3 se le llama **coeficiente** de a.

Para $a + (-5)$ y $a + (-5b) + (-2)$ se tiene que

a) $\underbrace{\overset{\text{Coeficiente}}{1}\,a}_{\text{Término}} + \underbrace{(-5)}_{\text{Término}}$

b) $a - 5b - 2 = \underbrace{\overset{\text{Coeficiente}}{1}\,a}_{\text{Término}} + \underbrace{(\overset{\text{Coeficiente}}{-5}\,b)}_{\text{Término}} + \underbrace{(-2)}_{\text{Término}}$

E

En las siguientes expresiones algebraicas, escribe todos los términos y los coeficientes de los términos que incluyen variable.

a) $2y - 3$ b) $m - 3n - 9$ c) $-\frac{x}{5} - m$

Solución.

Términos:

a) $2y - 3 = 2y + (-3)$
Términos: $2y$, -3.

b) $m - 3n - 9 = m + (-3n) + (-9)$
Términos: m, $-3n$, -9.

c) $-\frac{x}{5} - m = -\frac{x}{5} + (-m)$
Términos son: $-\frac{x}{5}$, $-m$.

Coeficientes:

a) Como $2y = 2 \times y$
El coeficiente de y es 2.

b) $m = 1 \times m$
El coeficiente de m es 1.

$-3n = -3 \times n$
El coeficiente de n es -3.

c) $-\frac{x}{5} = -\frac{1}{5} \times x$
El coeficiente de x es $-\frac{1}{5}$.

$-m = -1 \times m$
El coeficiente de m es -1.

Escribe todos los términos de cada expresión algebraica y coeficientes de los términos que incluyen variables:

a) $4x + 5$ T: $4x$, 5 C: 4

b) $2x + 3y$ T: $2x$, $3y$ C: 2, 3

c) $5x - 7$ T: $5x$, -7 C: 5

d) $-a + 3b - 5$ T: $-a$, $3b$, -5 C: -1, 3

e) $-4x - 5$ T: $-4x$, -5 C: -4

f) $\frac{3}{4}x - \frac{2}{5}y - 1$ T: $\frac{3}{4}x$, $-\frac{2}{5}y$, -1 C: $\frac{3}{4}$, $-\frac{2}{5}$

g) $\frac{x}{6} - \frac{y}{7}$ T: $\frac{x}{6}$, $-\frac{y}{7}$ C: $\frac{1}{6}$, $-\frac{1}{7}$

h) $-m - n - 7$ T: $-m$, $-n$, -7 C: -1, -1

Indicador de logro

2.1 Identifica términos y coeficientes de una expresión algebraica.

Secuencia

Para esta clase se define qué es un término y coeficiente de una expresión algebraica. Para explicar cómo determinar los términos de una expresión algebraica se escribe la expresión algebraica solo con sumas dado que en la clase 3.1 de la Unidad 2 se explicó la forma de hacerlo.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Identificar los términos de una expresión algebraica, cuando la expresión está representada solamente con sumas para que la identificación de los términos sea más clara.

Ⓒ Definir término y coeficiente. Después de leer la Ⓒ señalar que los términos pueden ser positivos o negativos.

Solución de algunos ítems:

e) $-4x - 5 = -4x + (-5)$
Términos: $-4x$, -5
Coeficiente: -4

f) $\frac{3}{4}x - \frac{2}{5}y - 1$

$= \frac{3}{4}x + \left(-\frac{2}{5}y\right) + (-1)$

Términos: $\frac{3}{4}x, -\frac{2}{5}y, -1$

Coeficientes: $\frac{3}{4}, -\frac{2}{5}$

Hacer énfasis en el hecho de que si se presentan términos con división en las expresiones algebraicas, estos se pueden expresar como la multiplicación por el recíproco del divisor.

Fecha: **U4 2.1**

Ⓟ Escribe las siguientes expresiones como una suma:
a) $a - 5$
b) $a - 5b - 2$

Ⓢ a) $a + (-5)$
b) $a + (-5b) + (-2)$

Ⓔ **Términos:**
a) $2y - 3 = 2y + (-3)$
Términos: $2y$, -3.

b) $m - 3n - 9 = m + (-3n) + (-9)$
Términos: m, $-3n$, -9.

c) $-\frac{x}{5} - m = -\frac{x}{5} + (-m)$
Términos: $-\frac{x}{5}$, $-m$.

Coeficientes:
a) $2y = 2 \times y$
Coeficiente: 2

b) $m = 1 \times m$
Coeficiente: 1
$-3n = -3 \times n$
Coeficiente: -3

c) $-\frac{x}{5} = -\frac{1}{5} \times x$
Coeficiente: $-\frac{1}{5}$
$-m = -1 \times m$
Coeficiente: -1

Ⓡ a) Términos: $4x$, 5
Coeficiente: 4

Tarea: página 74 del Cuaderno de Ejercicios.

Lección 2

2.2 Multiplicación de una expresión algebraica de un término por un número

P

Efectúa las siguientes multiplicaciones:

a) $2x \times 3$ b) $3y \times (-4)$ c) $\frac{3}{5}m \times (-2)$

S

a) $2x \times 3 = 2 \times x \times 3$
$= 2 \times 3 \times x$
$= 6 \times x$
$= 6x$

b) $3y \times (-4) = 3 \times y \times (-4)$
$= 3 \times (-4) \times y$
$= -12 \times y$
$= -12y$

c) $\frac{3}{5}m \times (-2) = \frac{3}{5} \times m \times (-2)$
$= \frac{3}{5} \times (-2) \times m$
$= -\frac{6}{5} \times m$
$= -\frac{6}{5}m$

Otra forma de escribir $-\frac{6}{5}m$ es $-\frac{6m}{5}$.

C

Para multiplicar una expresión algebraica por un número se aplica la propiedad conmutativa, y se multiplica el número por el coeficiente de la expresión algebraica.

Por ejemplo:

a) $2\,x \times 3 = 6\,x$ b) $3\,y \times (-4) = -12\,y$ c) $\frac{3}{5}\,m \times (-2) = -\frac{6}{5}\,m$

E

Efectúa la siguiente multiplicación: $-\frac{3}{5}y \times \left(-\frac{2}{21}\right)$

Solución.

$$-\frac{3}{5}y \times \left(-\frac{2}{21}\right) = \left(-\frac{3}{5}\right) \times \left(-\frac{2}{21}\right)y$$
$$= \left(-\frac{\cancel{3}^{1}}{5_{1}}\right) \times \left(-\frac{2}{\cancel{21}_{7}}\right)y$$
$$= \left(-\frac{1}{5}\right) \times \left(-\frac{2}{7}\right)y$$
$$= \frac{2}{35}y$$

Efectúa las siguientes multiplicaciones de una expresión algebraica por un número.

a) $2x \times 7$
$14x$

b) $5x \times (-4)$
$-20x$

c) $2x \times (-3)$
$-6x$

d) $-y \times (-5)$
$5y$

e) $-2x \times (-11)$
$22x$

f) $3x \times 5$
$15x$

g) $7x \times \left(-\frac{3}{7}\right)$
$-3x$

h) $-\frac{2}{5}x \times \frac{3}{8}$
$-\frac{3}{20}x$

Unidad 4

Indicador de logro

2.2 Multiplica una expresión algebraica con un término por un número.

Secuencia

Para esta clase se trabaja la multiplicación de una expresión algebraica que tiene un solo término por un número, para comenzar se muestra todo el procedimiento haciendo uso de la propiedad conmutativa de la multiplicación para realizar el cálculo, posteriormente la formulación de la regla en la Ⓒ, el procedimiento debe realizarse directamente tal como se establece en la regla.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Aplicar la propiedad conmutativa de la multiplicación trabajada anteriormente. En la Ⓢ se debe señalar que

$$-\frac{6}{5}m$$

También se puede escribir como

$$-\frac{6m}{5}$$

Ⓒ Establecer la regla para realizar la multiplicación de una expresión algebraica con un término por un número. Se debe enfatizar que a partir de este momento se hará una aplicación de la regla para realizar los cálculos.

Solución de algunos ítems:

h) $-\frac{2}{5}x \times \frac{3}{8} = -\frac{\overset{1}{\cancel{2}}}{5} \times \frac{3}{\underset{4}{\cancel{8}}}x$

$= -\frac{1}{5} \times \frac{3}{4}x$

$= -\frac{3}{20}x$

Fecha: **U4 2.2**

Ⓟ Efectúa las siguientes multiplicaciones:

a) $2x \times 3$

b) $3y \times (-4)$

c) $\frac{3}{5}m \times (-2)$

Ⓢ a) $2x \times 3 = 2 \times x \times 3$

$= 6x$

b) $3y \times (-4) = 3 \times y \times (-4)$

$= -12y$

c) $\frac{3}{5}m \times (-2) = \frac{3}{5} \times m \times (-2)$

$= -\frac{6}{5}m$

Ⓔ $-\frac{3}{5}y \times \left(-\frac{2}{21}\right) = \left(-\frac{3}{5}\right) \times \left(-\frac{2}{21}\right)y$

$= \left(-\frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{5}\right) \times \left(-\frac{2}{\underset{7}{\cancel{21}}}\right)y$

$= \left(-\frac{1}{5}\right) \times \left(-\frac{2}{7}\right)y$

$= \frac{2}{35}y$

Ⓡ a) $14x$ b) $-20x$ c) $-6x$

d) $5y$ e) $22x$ f) $15x$

g) $-3x$ h) $-\frac{3}{20}x$

Tarea: página 75 del Cuaderno de Ejercicios.

2.3 División de una expresión algebraica de un término por un número

P

Efectúa las siguientes divisiones:

a) $27x \div 3$ b) $-35x \div 5$ c) $8x \div (-4)$ d) $-5x \div \frac{10}{13}$

S

a) $27x \div 3 = 27x \times \frac{1}{3}$
$= \overset{9}{\cancel{27}} \times \frac{1}{\underset{1}{\cancel{3}}} \times x$
$= 9 \times 1 \times x$
$= 9x$

b) $-35x \div 5 = -35x \times \frac{1}{5}$
$= -35 \times x \times \frac{1}{5}$
$= -\overset{7}{\cancel{35}} \times \frac{1}{\underset{1}{\cancel{5}}} \times x$
$= -7 \times 1 \times x$
$= -7x$

c) $8x \div (-4) = 8x \times \frac{1}{-4}$
$= 8x \times \left(-\frac{1}{4}\right)$
$= \overset{2}{\cancel{8}} \times \left(-\frac{1}{\underset{1}{\cancel{4}}}\right) \times x$
$= 2 \times (-1) \times x$
$= -2x$

d) $-5x \div \frac{10}{13} = -5x \times \frac{13}{10}$
$= (-\overset{1}{\cancel{5}}) \times \frac{13}{\underset{2}{\cancel{10}}} \times x$
$= (-1) \times \frac{13}{2} \times x$
$= -\frac{13}{2}x$

C

Para dividir una expresión algebraica entre un número se convierte la división en multiplicación, tal como se aprendió anteriormente; luego se aplica la propiedad conmutativa para multiplicar el coeficiente de la expresión algebraica por el multiplicador.
Por ejemplo:

$$27x \div 3 = 27x \times \frac{1}{3}$$
$$= \overset{9}{\cancel{27}} \times \frac{1}{\underset{1}{\cancel{3}}} \times x$$
$$= 9 \times 1 \times x$$
$$= 9x$$

Opcionalmente se puede hacer el siguiente proceso:

$$27x \div 3 = \frac{27x}{3}$$
$$= \frac{\overset{9}{\cancel{27}}x}{\underset{1}{\cancel{3}}}$$
$$= 9x$$

Efectúa las siguientes divisiones de una expresión algebraica por un número.

a) $18x \div 3$ — $6x$
b) $-21x \div 7$ — $-3x$
c) $-16x \div (-4)$ — $4x$
d) $5x \div (-5)$ — $-x$
e) $4x \div \frac{4}{5}$ — $5x$
f) $-5x \div \frac{5}{11}$ — $-11x$
g) $-2a \div \left(-\frac{8}{3}\right)$ — $\frac{3}{4}a$
h) $3x \div \left(-\frac{12}{7}\right)$ — $-\frac{7}{4}x$

Indicador de logro

2.3 Divide una expresión algebraica con un término por un número.

Secuencia

Dado que en la clase anterior se trabajó la multiplicación de una expresión algebraica con un término por un número y que ya se sabe que una división por un número se puede calcular como la multiplicación por su recíproco, en esta clase se aborda la división de una expresión algebraica con un término por un número, convirtiéndola en multiplicación.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Realizar las divisiones planteadas en cada literal considerando que la división por un número se puede expresar como la multiplicación por su recíproco y haciendo uso de la regla de multiplicación de una expresión algebraica con un término por un número.

Ⓒ Establecer el algoritmo para realizar la división de una expresión algebraica con un término por un número. Al leer la Ⓒ se debe poner énfasis en el proceso opcional que se presenta.

Solución de algunos ítems:

a) $18x \div 3 = 18x \times \frac{1}{3}$

$= \overset{6}{\cancel{18}} \times \frac{1}{\underset{1}{\cancel{3}}}x$

$= 6 \times 1x$

$= 6x$

O también se puede hacer:

a) $18x \div 3 = \dfrac{\overset{6}{\cancel{18}}x}{\underset{1}{\cancel{3}}}$

$= \dfrac{6x}{1}$

$= 6x$

Fecha: **U4 2.3**

Ⓟ Efectúa las siguientes divisiones:

a) $27x \div 3$ b) $-35x \div 5$

c) $8x \div (-4)$ d) $-5x \div \frac{10}{13}$

Ⓢ a) $27x \div 3 = 27x \times \frac{1}{3}$
$= 9x$

b) $-35x \div 5 = -35x \times \frac{1}{5}$
$= -7x$

c) $8x \div (-4) = 8x \times \frac{1}{-4}$
$= 8x \times \left(-\frac{1}{4}\right)$
$= -2x$

d) $-5x \div \frac{10}{13} = -5x \times \frac{10}{13}$
$= -\frac{13}{2}x$

Ⓡ a) $6x$ b) $-3x$ c) $4x$

d) $-x$ e) $5x$ f) $-11x$

g) $\frac{3}{4}a$ h) $-\frac{7}{4}x$

Tarea: página 76 del Cuaderno de Ejercicios.

Lección 2

2.4 Multiplicación de una expresión algebraica con dos términos por un número

P

Efectúa las siguientes multiplicaciones:

a) $4(2x + 5)$ b) $3(2x - 5)$ c) $(4x - 3) \times (-2)$ d) $-(6x - 2)$

S

a) $4(2x + 5) = 4 \times (2x + 5)$
$= 4 \times 2x + 4 \times 5$
$= 8x + 20$

b) $3(2x - 5) = 3[2x + (-5)]$
$= 3 \times [2x + (-5)]$
$= 3 \times 2x + 3 \times (-5)$
$= 6x - 15$

c) $(4x - 3) \times (-2) = [4x + (-3)] \times (-2)$
$= 4x \times (-2) + (-3) \times (-2)$
$= 4 \times (-2) \times x + (-3) \times (-2)$
$= -8x + 6$

d) $-(6x - 2) = (-1) \times (6x - 2)$
$= (-1) \times [6x + (-2)]$
$= (-1) \times 6x + (-1) \times (-2)$
$= -6x + 2$

Para b) se puede realizar un proceso opcional, como el siguiente:

$$3(2x - 5) = 3 \times (2x - 5)$$
$$= 3 \times 2x - 3 \times 5$$
$$= 6x - 15$$

De la misma manera se pueden realizar las operaciones con los productos de los otros literales.

C

Para multiplicar una expresión algebraica de más de dos términos por un número, se aplica la propiedad distributiva.

$$a(x + y) = ax + ay \quad \text{o} \quad (x + y) \times a = ax + ay$$

E

Efectúa la siguiente multiplicación: $\frac{2}{3}(6y - 9)$

Solución.

$$\frac{2}{3}(6y - 9) = \frac{2}{\cancel{3}_1} \times \cancel{6}_2 y + \frac{2}{\cancel{3}_1} \times (-\cancel{9}_3)$$
$$= 2 \times 2y + 2 \times (-3)$$
$$= 4y - 6$$

Efectúa las siguientes multiplicaciones:

a) $5(3x + 2)$
$15x + 10$

b) $4(3x - 2)$
$12x - 8$

c) $(2x + 6) \times (-2)$
$-4x - 12$

d) $-(2x + 3)$
$-2x - 3$

e) $\frac{3}{4}(16x - 12)$
$12x - 9$

f) $-\frac{3}{4}(8x - 16)$
$-6x + 12$

Indicador de logro

2.4 Multiplica una expresión algebraica con dos términos por un número.

Secuencia

Puesto que el estudiante ya puede aplicar la propiedad distributiva, se hace una ampliación de la propiedad cuando la suma al interior de los paréntesis es una expresión algebraica; de manera que en la Ⓒ de la clase se hará la formalización de la regla.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Realizar el cálculo de la multiplicación de una expresión algebraica con dos términos por un número aplicando la propiedad distributiva que ya se conoce. En la Ⓢ, una vez resueltas las multiplicaciones planteadas se debe resaltar el método opcional que se presenta.

Posibles dificultades

Es probable que los estudiantes tengan dificultades para recordar la propiedad distributiva, en ese caso se deberá hacer referencia a la clase 2.4 de la Unidad 3, para que el estudiante pueda leer de nuevo los detalles de la forma de aplicar la propiedad.

Solución de algunos ítems:

a) $5(3x + 2) = 5 \times 3x + 5 \times 2$
$= 15x + 10$

d) $-(2x + 3) = -1(2x + 3)$
$= -1 \times 2x + (-1) \times 3$
$= -2x + (-3)$
$= -2x - 3$

Fecha: **U4 2.4**

Ⓟ Efectúa las siguientes multiplicaciones:

a) $4(2x + 5)$ b) $3(2x - 5)$
c) $(4x - 3) \times (-2)$ d) $-(6x - 2)$

Ⓢ

a) $4(2x + 5) = 4 \times (2x + 5)$
$= 8x + 20$

b) $3(2x - 5) = 3[2x + (-5)]$
$= 6x - 15$

c) $(4x - 3) \times (-2) = [4x + (-3)] \times (-2)$
$= -8x + 6$

d) $-(6x - 2) = -1 \times (6x - 2)$
$= -6x + 2$

Ⓔ Realización de una multiplicación:

$\frac{2}{3}(6y - 9) = \frac{2}{\cancel{3}_1} \times \cancel{6}^{2}y + \frac{2}{\cancel{3}_1} \times (-\cancel{9}^{3})$
$= 2 \times 2y + 2 \times (-3)$
$= 4y - 6$

Ⓡ

a) $15x + 10$ b) $12x - 8$

c) $-4x - 12$ d) $-2x - 3$

e) $12x - 9$ f) $-6x + 12$

Tarea: página 77 del Cuaderno de Ejercicios.

2.5 División de una expresión algebraica con dos términos entre un número

P

Efectúa las siguientes divisiones:

a) $(8x + 12) \div 4$

b) $(4x - 6) \div (-2)$

Recuerda que el recíproco de $\frac{a}{b}$ es así $\frac{b}{a}$, el recíproco de $\frac{2}{3}$ es $\frac{3}{2}$.
También el recíproco de c es $\frac{1}{c}$ y de $\frac{1}{c}$ es c.

S

a)
$$\begin{aligned}(8x + 12) \div 4 &= (8x + 12) \times \frac{1}{4}\\ &= 8x \times \frac{1}{4} + 12 \times \frac{1}{4}\\ &= \overset{2}{\cancel{8}} \times \frac{1}{\underset{1}{\cancel{4}}} \times x + \overset{3}{\cancel{12}} \times \frac{1}{\underset{1}{\cancel{4}}}\\ &= 2 \times 1 \times x + 3 \times 1\\ &= 2x + 3\end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned}(4x - 6) \div (-2) &= (4x - 6) \times \left(-\frac{1}{2}\right)\\ &= 4 \times \left(-\frac{1}{2}\right) \times x + (-6) \times \left(-\frac{1}{2}\right)\\ &= \overset{2}{\cancel{4}} \times \left(-\frac{1}{\underset{1}{\cancel{2}}}\right) \times x + (-\overset{3}{\cancel{6}}) \times \left(-\frac{1}{\underset{1}{\cancel{2}}}\right)\\ &= 2 \times (-1) \times x + (-3) \times (-1)\\ &= -2x + 3\end{aligned}$$

C

Para dividir una expresión algebraica de dos o más términos por un número, se convierte en la multiplicación de la expresión algebraica por el recíproco del divisor, como en el ejemplo 1 u opcionalmente se puede realizar de la forma que se presenta en 2.

1.
$$\begin{aligned}(8x + 12) \div 4 &= (8x + 12) \times \frac{1}{4}\\ &= 8x \times \frac{1}{4} + 12 \times \frac{1}{4}\\ &= \overset{2}{\cancel{8}} \times \frac{1}{\underset{1}{\cancel{4}}} \times x + \overset{3}{\cancel{12}} \times \frac{1}{\underset{1}{\cancel{4}}}\\ &= 2 \times 1 \times x + 3 \times 1\\ &= 2x + 3\end{aligned}$$

2.
$$\begin{aligned}(8x + 12) \div 4 &= \frac{8x + 12}{4}\\ &= \frac{\overset{2}{\cancel{8x}}}{\underset{1}{\cancel{4}}} + \frac{\overset{3}{\cancel{12}}}{\underset{1}{\cancel{4}}}\\ &= \frac{2x}{1} + \frac{3}{1}\\ &= 2x + 3\end{aligned}$$

E

Efectúa la siguiente división: $(-9x - 6) \div \left(-\frac{3}{7}\right)$

Solución.

$$\begin{aligned}(-9x - 6) \div \left(-\frac{3}{7}\right) &= (-9x - 6) \times \left(-\frac{7}{3}\right)\\ &= 3x \times 7 + 2 \times 7\\ &= 21x + 14\end{aligned}$$

Efectúa las siguientes divisiones:

a) $(2x + 4) \div 2$
$x + 2$

b) $(6x - 9) \div 3$
$2x - 3$

c) $(-15x + 10) \div 5$
$-3x + 2$

d) $(-28x - 14) \div 7$
$-4x - 2$

e) $(2x + 4) \div (-2)$
$-x - 2$

f) $(6x - 9) \div (-3)$
$-2x + 3$

g) $(-15x + 10) \div (-5)$
$3x - 2$

h) $(-28x - 14) \div (-7)$
$4x + 2$

i) $(3y + 18) \div \frac{3}{4}$
$4y + 24$

j) $(4y - 8) \div \frac{4}{7}$
$7y - 14$

k) $(-15x + 10) \div \left(-\frac{5}{6}\right)$
$18x - 12$

l) $(3y + 18) \div \left(-\frac{6}{7}\right)$
$-\frac{7}{2}y - 21$

Indicador de logro

2.5 Divide una expresión algebraica con dos términos por un número.

Secuencia

Considerando que el estudiante ya conoce la propiedad distributiva y la manera de realizar las divisiones como multiplicación; para esta clase se trabaja la división de expresiones algebraicas con dos términos por un número, de manera que primero se convierta la división en multiplicación y luego se aplique la propiedad distributiva. En la Ⓒ se presenta un proceso alternativo.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Realizar las divisiones propuestas de expresiones algebraicas con dos términos entre un número aplicando la propiedad distributiva y el algoritmo para realizar divisiones como multiplicaciones.

Posibles dificultades

Si el estudiante retoma la forma 2 presentada en la Ⓒ para realizar las divisiones, será propenso a cometer el siguiente error:

$$\frac{21x + 14}{7} = 3x + 14$$

Por ello, se debe hacer la aclaración de que cuando en el numerador hay una suma, la simplificación de uno de los términos de la suma con el denominador de la fracción no se puede realizar.

Solución de algunos ítems:

a) $(2x + 4) \div 2 = (2x + 4) \times \frac{1}{2} = 2x \times \frac{1}{2} + 4 \times \frac{1}{2}$

$= \cancel{2}^{1}x \times \frac{1}{\cancel{2}_{1}} + \cancel{4}^{2} \times \frac{1}{\cancel{2}_{1}}$

$= x + 2$

Fecha: **U4 2.5**

Ⓟ Efectúa las siguientes divisiones:

a) $(8x + 12) \div 4$ b) $(4x - 6) \div (-2)$

Ⓢ a) $(8x + 12) \div 4 = (8x + 12) \times \frac{1}{4}$

$= 2x + 3$

b) $(4x - 6) \div (-2) = (4x - 6) \times \left(-\frac{1}{2}\right)$

$= -2x + 3$

Ⓔ Realización de una división:

$(-9x - 6) \div \left(-\frac{3}{7}\right) = (-9x - 6) \times \left(-\frac{7}{3}\right)$

$= 3x \times 7 + 2 \times 7$

$= 21x + 14$

Ⓡ a) $x + 2$ b) $2x - 3$

c) $-3x + 2$ d) $-4x - 2$

e) $-x - 2$ f) $-2x + 3$

Tarea: página 78 del Cuaderno de Ejercicios.

2.6 Multiplicación de una expresión de dos términos por un número

P

Efectúa las siguientes multiplicaciones:

a) $\frac{4x+2}{3} \times 6$

b) $\frac{x+2}{3} \times (-18)$

S

a) $\frac{4x+2}{3} \times 6 = \frac{4x+2}{\cancel{3}_1} \times \cancel{6}^2$

$= \frac{4x+2}{1} \times 2$

$= (4x+2) \times 2$

$= 8x + 4$

b) $\frac{x+2}{3} \times (-18) = \frac{x+2}{\cancel{3}_1} \times (-\cancel{18}^6)$

$= \frac{x+2}{1} \times (-6)$

$= (x+2) \times (-6)$

$= -6x - 12$

C

Cuando se opera con expresiones algebraicas en fracciones, se simplifica el denominador siempre que sea posible y luego se realiza la multiplicación.

Por ejemplo:

$$\frac{4x+2}{3} \times 6 = \frac{4x+2}{\cancel{3}_1} \times \cancel{6}^2$$

$$= \frac{4x+2}{1} \times 2$$

$$= (4x+2) \times 2$$

$$= 8x + 4$$

Efectúa las siguientes multiplicaciones:

a) $\frac{3x+1}{4} \times 8$
$6x + 2$

b) $\frac{2x+2}{3} \times 15$
$10x + 10$

c) $\frac{2x-4}{3} \times 9$
$6x - 12$

d) $\frac{3x-5}{2} \times 10$
$15x - 25$

e) $8 \times \frac{5x+3}{4}$
$10x + 6$

f) $16 \times \frac{2x+3}{4}$
$8x + 12$

g) $15 \times \frac{3x-2}{5}$
$9x - 6$

h) $\frac{2x-1}{4} \times (-12)$
$-6x + 3$

i) $\frac{2x+1}{2} \times (-4)$
$-4x - 2$

j) $\frac{4x-2}{3} \times (-9)$
$-12x + 6$

k) $-25 \times \frac{2x-3}{5}$
$-10x + 15$

l) $-18 \times \frac{2x+4}{9}$
$-4x - 8$

Unidad 4

Indicador de logro

2.6 Multiplica una expresión algebraica de dos términos en el numerador de una fracción por un numero entero.

Secuencia

Se trabaja la multiplicación de expresiones algebraicas en forma de fracción cuyo numerador es una expresión algebraica de dos términos por un número entero o viceversa, se debe hacer énfasis en simplificar el denominador de la fracción con el número entero antes de aplicar la propiedad distributiva.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Realizar el cálculo de la multiplicación aplicando la simplificación del denominador de la fracción con el multiplicador y la propiedad distributiva.

Ⓒ Enfatizar en hacer la simplificación antes de realizar la multiplicación.

Posibles dificultades

Es probable que los estudiantes tengan dificultades para recordar la propiedad distributiva, en ese caso se deberá hacer referencia a la clase 2.4 de la Unidad 3, para que pueda leer de nuevo los detalles en cuanto a la forma de aplicar la propiedad.

Solución de algunos ítems:

a) $\frac{3x+1}{4} \times 8 = (3x+1) \times 2$
$= 3x \times 2 + 1 \times 2$
$= 6x + 2$

l) $-18 \times \frac{2x+4}{9}$
$= 2(2x+4)$
$= -2 \times 2x + (-2) \times 4$
$= -4x + (-8)$
$= -4x - 8$

Enfatizar en hacer la simplificación antes de realizar la multiplicación.

Fecha: **U4 2.6**

Ⓟ Efectúa la siguiente multiplicación:

$$\frac{4x+2}{3} \times 6$$

Ⓢ $\frac{4x+2}{3} \times 6 = \frac{4x+2}{\cancel{3}_1} \times \cancel{6}^2$
$= \frac{4x+2}{1} \times 2$
$= (4x+2) \times 2$
$= 8x + 4$

Ⓡ
a) $6x + 2$ b) $10x + 10$
c) $6x - 12$ d) $15x - 25$
e) $10x + 6$ f) $8x + 12$
g) $9x - 6$ h) $-6x + 3$
i) $-4x - 2$ j) $-12x + 6$
k) $-10x + 15$ l) $-4x - 8$

Tarea: página 79 del Cuaderno de Ejercicios.

2.7 Reducción de expresiones algebraicas

P

En una venta de frutas, una sandía cuesta x dólares. María compra 5 y Carlos compra 3. Escribe la expresión algebraica que representa las siguientes cantidades:

a) El gasto total de María y Carlos.
b) La diferencia del gasto de María y Carlos.

S

a) El gasto total de María y Carlos se puede representar con la expresión algebraica $5x + 3x$, pero una expresión algebraica reducida para la representación es $8x$, es decir entre los dos compraron 8 sandías. También se puede aplicar la propiedad distributiva a la expresión $5x + 3x$ para determinar su forma reducida de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} 5x + 3x &= (5 + 3) \times x \\ &= 8 \times x \\ &= 8x \end{aligned}$$

b) La diferencia entre el gasto de María y Carlos se puede representar con la expresión algebraica $5x - 3x$; pero una expresión algebraica reducida para la representación de la diferencia entre las compras de ambos es $2x$, porque Ana compró 2 sandías más que Antonio. Al igual que en el literal a) también se puede aplicar la propiedad distributiva, para determinar la forma reducida de la expresión $5x - 3x$ en la siguiente forma:

$$\begin{aligned} 5x - 3x &= 5 \times x + (-3) \times x \\ &= [5 + (-3)] \times x \\ &= (5 - 3) \times x \\ &= 2 \times x \\ &= 2x \end{aligned}$$

C

Para determinar la expresión algebraica reducida de una expresión algebraica dada, se aplica la propiedad distributiva.

a) $5x + 3x = (5 + 3)\,x$
$= 8x$

b) $5x - 3x = (5 - 3)\,x$
$= 2x$

Reduce las siguientes expresiones algebraicas:

a) $4a + 2a$
$6a$

b) $y + y$
$2y$

c) $3x - 8x$
$-5x$

d) $-5x + 2x$
$-3x$

e) $-3x + 7x$
$4x$

f) $-2x - x$
$-3x$

g) $-x - x$
$-2x$

h) $x - x$
0

i) $-2.6y - 1.3y$
$-3.9y$

j) $-0.2y + 0.1y$
$-0.1y$

k) $-\frac{1}{5}y + \frac{2}{5}y$
$\frac{1}{5}y$

l) $\frac{3}{7}y - \frac{1}{7}y$
$\frac{2}{7}y$

Indicador de logro

2.7 Reduce una expresión algebraica aplicando el recíproco de la propiedad distributiva.

Secuencia

Para esta clase se introduce la forma de reducir una expresión algebraica; al principio se hace un detalle del proceso, presentando la propiedad distributiva como la clave del algoritmo, pero en la Ⓒ se formaliza la regla para realizar la reducción, por lo que se espera que en los problemas se aplique directamente. Es importante aclarar que en esta clase aún no se debe hacer referencia a "términos semejantes" ya que en la próxima se definirán. Si bien implícitamente se utiliza el concepto de términos semejantes para reducir la expresión, no se le dice a los estudiantes ya que el objetivo de la clase es que ellos solo comprendan y practiquen el algoritmo de reducción.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Representar una misma situación a través de expresiones algebraicas en las que una de ellas tiene una forma reducida.

Ⓒ Establecer que para situaciones como las presentadas en el Ⓟ se pueden hacer dos representaciones, una de ellas es la forma reducida de la otra, de igual manera se formaliza el algoritmo para la reducción de las expresiones algebraicas.

Solución de algunos ítems:

a) $4a + 2a = (4 + 2)a$
$= 6a$

c) $3x - 8x = (3 - 8)x$
$= -5x$

f) $-2x - x = (-2 - 1)x$
$= -3x$

Fecha: **U4 2.7**

Ⓟ Precio de una sandía: x dólares.
Si Ana compra 5 sandías y Antonio compra 3 sandías:
a) ¿Cuánto es el gasto total?
b) ¿Cuánta es la diferencia entre el gasto de cada uno?

Ⓢ a) $5x + 3x = (5 + 3) \times x$
$= 8 \times x$
$= 8x$

b) $5x - 3x = 5 \times x + (-3) \times x$
$= [5 + (-3)] \times x$
$= (5 - 3) \times x$
$= 2 \times x$
$= 2x$

Ⓡ a) $6a$ b) $2y$ c) $-5x$

d) $-3x$ e) $4x$ f) $-3x$

g) $-2x$ h) 0 i) $-3.9y$

j) $-0.1y$ k) $\frac{1}{5}y$ l) $\frac{2}{7}y$

Tarea: página 80 del Cuaderno de Ejercicios.

2.8 Reducción de términos semejantes

P

Reduce las siguientes expresiones algebraicas:

a) $6x - 5 - 4x + 1$

b) $-x + 7 - x - 6$

S

a) $6x - 5 - 4x + 1 = 6x - 4x - 5 + 1$
$= (6 - 4)x - 5 + 1$
$= 2x - 4$

b) $-x + 7 - x - 6 = -x - x + 7 - 6$
$= (-1 - 1)x + 7 - 6$
$= -2x + 1$

C

Las expresiones algebraicas se pueden reducir, según el tipo de términos:

- Entre los términos que tienen la misma variable.
- Entre los términos numéricos (que no tienen variable).

Por ejemplo:

a) $6x - 5 - 4x + 1 = 6x - 4x - 5 + 1$
$= (6 - 4)x - 5 + 1$
$= 2x - 4$

b) $-x + 7 - x - 6 = -x - x + 7 - 6$
$= (-1 - 1)x + 7 - 6$
$= -2x + 1$

A los términos que tienen la parte de las variables igual se les llama **términos semejantes**. Por ejemplo en la expresión $6x + 5 - 4x + 1$, los términos $6x$ y $-4x$ son semejantes.

Reduce términos semejantes en las siguientes expresiones algebraicas:

a) $4x + 3 + 3x + 2$
$7x + 5$

b) $6x - 4 - 4x - 1$
$2x - 5$

c) $2y + 5 - y - 1$
$y + 4$

d) $-y + 1 - y - 4$
$-2y - 3$

e) $-4x + 3 + 3x - 3$
$-x$

f) $2x + 3 - x - 3$
x

g) $-m + 6 - m - 6$
$-2m$

h) $2y - 4 - 2y - 1$
-5

i) $x + 4 - x + 2$
6

Unidad 4

Indicador de logro

2.8 Reduce una expresión algebraica identificando términos semejantes.

Secuencia

En la clase anterior se introdujo el algoritmo de reducción de una expresión algebraica a través de la aplicación de la propiedad distributiva, sin mencionar que los términos reducidos son términos semejantes, por lo que para la clase de hoy ya se puede hacer uso de ese algoritmo. Dado que el estudiante ya conoce la propiedad conmutativa de la suma y la reducción de una expresión algebraica, se parte de esos hechos para realizar la reducción de la expresión aplicando la propiedad conmutativa de la suma, de modo que los términos con la variable queden juntos y se pueda aplicar el algoritmo de reducción visto en la clase anterior. En la Ⓒ de esta clase se define qué son los términos semejantes.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Reduce la expresión algebraica aplicando la propiedad conmutativa de modo que los términos con la variable queden juntos para reducirlos y luego operar los términos numéricos.
Ⓒ Establecer que las expresiones algebraicas se pueden reducir según los términos que tienen variables iguales y los términos numéricos. También se definen los términos semejantes.

Posibles dificultades

Los estudiantes pueden tener dificultades para recordar la propiedad distributiva, en el caso de que suceda esto se deberá hacer referencia a la clase 2.4 de la Unidad 3, para que puedan leer de nuevo los detalles claves para recordar la forma de aplicar la propiedad.

Solución de algunos ítems:

a) $4x + 3 + 3x + 2 = 4x + 3x + 3 + 2$
$= (4 + 3)x + 5$
$= 7x + 5$

Fecha: **U4 2.8**

Ⓟ Reduce las siguientes expresiones algebraicas:
a) $6x - 5 - 4x + 1$ b) $-x + 7 - x - 6$

Ⓢ a) $6x - 5 - 4x + 1 = 6x - 4x - 5 + 1$
$= (6 - 4)x + (-5 + 1)$
$= 2x - 4$

b) $-x + 7 - x - 6 = -x - x + 7 - 6$
$= (-1 - 1)x + (7 - 6)$
$= -2x + 1$

Ⓡ a) $7x + 5$ b) $2x - 5$ c) $y + 4$
d) $-2y - 3$ e) $-x$ f) x
g) $-2m$ h) -5 i) 6

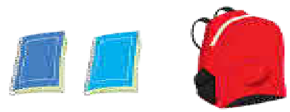
Tarea: página 81 del Cuaderno de Ejercicios.

2.9 Suma de expresiones algebraicas

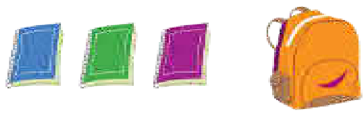
P

José y Julia van a comprar cuadernos y mochila, considerando que

José compra:
2 cuadernos de a dólares,
1 mochila de 10 dólares.



Julia compra:
3 cuadernos de a dólares,
1 mochila de 15 dólares.



Escribe una expresión algebraica que represente el gasto de

a) José b) Julia c) Ambos

S

a) $2a + 10$ b) $3a + 15$

c) $2a + 3a + 10 + 15$, también se puede obtener una expresión algebraica reducida, considerando el gasto en los 5 cuadernos y las 2 mochilas de la siguiente forma $5a + 25$. Para sumar dos expresiones algebraicas se puede utilizar la propiedad conmutativa de la suma y luego la reducción de términos semejantes.

C

Para sumar dos expresiones algebraicas por ejemplo $2a + 10$ y $3a + 15$ se tiene que

1. Escribir la primera expresión. $2a + 10$
2. Escribir el signo (+) de la suma. $2a + 10 +$
3. Escribir la segunda expresión, si esta tiene signo negativo o más de un término, escribirla entre paréntesis. $2a + 10 + (3a + 15)$
4. Suprimir los paréntesis. $2a + 10 + 3a + 15$
5. Reducir términos semejantes. $5a + 25$

E

Suma las siguientes expresiones algebraicas:

a) $4x$ con $6x - 1$ b) $-3x + 7$ con $4x + 5$

Solución.

a) $4x + (6x - 1) = 4x + 6x - 1$
$= 10x - 1$

b) $-3x + 7 + (4x + 5) = -3x + 7 + 4x + 5$
$= -3x + 4x + 7 + 5$
$= x + 12$

Suma las siguientes expresiones algebraicas:

a) $2x$ con $3x - 4$
$5x - 4$

b) $-5x$ con $4x + 2$
$-x + 2$

c) $3x - 4$ con $5x + 2$
$8x - 2$

d) $2x + 5$ con $5x - 4$
$7x + 1$

e) $4x - 5$ con $4x - 7$
$8x - 12$

f) $-7y + 8$ con $4y + 5$
$-3y + 13$

g) $-2x + 6$ con $x - 3$
$-x + 3$

h) $2y - 4$ con $-4y + 6$
$-2y + 2$

Indicador de logro

2.9 Suma dos expresiones algebraicas.

Secuencia

Dado que en la clase pasada los estudiantes aprendieron a simplificar expresiones algebraicas identificando términos semejantes, para la clase de hoy se introducirá la suma de dichas expresiones.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Presentar una situación en la que se tengan que sumar dos expresiones algebraicas, de manera que el proceso se pueda hacer directamente pensando en que hay un total de 5 cuadernos de a dólares y 2 mochilas, la primera de \$10 y la segunda de \$15 y plantear la expresión:

$$5a + 25$$

O puede ser que se plantee la operación:

$$2a + 10 + 3a + 15$$

Y reducirla identificando términos semejantes.

Solución de algunos ítems:

a) $2x + (3x - 4) = 2x + 3x - 4$
$= 5x - 4$

c) $3x - 4 + (5x + 2) = 3x - 4 + 5x + 2$
$= 3x + 5x - 4 + 2$
$= 8x - 2$

h) $2y - 4 + (-4y + 6) = 2y - 4 - 4y + 6$
$= 2y - 4y - 4 + 6$
$= -2y + 2$

Fecha: **U4 2.9**

Ⓟ José compra:
2 cuadernos de a dólares
1 mochila de 10 dólares.
Julia compra:
3 cuadernos de a dólares
1 mochila de 15 dólares.
Escribe una expresión algebraica para el gasto de
a) José b) Ana c) Ambos

Ⓢ a) $2a + 10$ b) $3a + 15$
c) $2a + 3a + 10 + 15$, o también
$5a + 25$

Ⓔ Realización de dos sumas con expresiones algebraicas.
a) $4x + (6x - 1) = 4x + 6x - 1$
$= 10x - 1$

b) $-3x + 7 + (4x + 5) = -3x + 7 + 4x + 5$
$= -3x + 4x + 7 + 5$
$= x + 12$

Ⓡ a) $5x - 4$ b) $-x + 2$ c) $8x - 2$
d) $7x + 1$ e) $8x - 12$ f) $-3y + 13$
g) $-x + 3$ h) $-2y + 2$

Tarea: página 82 del Cuaderno de Ejercicios.

2.10 Resta de dos expresiones algebraicas

P

Realiza las siguientes restas:

a) De $3x + 1$ restar $2x - 3$

b) De $7x - 3$ restar $-6x + 1$

S

a) $3x + 1 - (2x - 3) = 3x + 1 + (-2x + 3)$
$= 3x + 1 - 2x + 3$
$= 3x - 2x + 1 + 3$
$= x + 4$

b) $7x - 3 - (-6x + 1) = 7x + 3 + (+ 6x - 1)$
$= 7x + 3 + 6x - 1$
$= 7x + 6x + 3 - 1$
$= 13x + 2$

Restar un número positivo o negativo es equivalente a sumar el opuesto del número.

En una resta después de la palabra "De" está el minuendo y después de la palabra "restar" aparece el sustraendo.

C

Los pasos para realizar una resta de dos expresiones algebraicas son:

1. Escribir el minuendo. $3x + 1$
2. Escribir el signo (–) de la resta. $3x + 1 -$
3. Escribir el sustraendo, si este tiene signo negativo o más de un término, escribirlo entre paréntesis.
   $3x + 1 - (2x - 3)$
4. Convertir la resta en suma cambiando los signos de los términos del sustraendo.
5. Suprimir los paréntesis. $3x + 1 + (-2x + 3)$
6. Reducir términos semejantes. $3x + 1 - 2x + 3$
   $3x - 2x + 1 + 3 = x + 4$

Resta las siguientes expresiones algebraicas:

a) De $3x + 7$ restar $9x + 2$
$-6x + 5$

b) De $5x - 4$ restar $3x + 4$
$2x - 8$

c) De $5m - 7$ restar $3m - 2$
$2m - 5$

d) De $-y - 5$ restar $2y + 5$
$-3y - 10$

e) De $6p - 2$ restar $-4p + 4$
$10p - 6$

f) De $-7q + 5$ restar $- 9q - 8$
$2q + 13$

Unidad 4

81

Indicador de logro

2.10 Resta dos expresiones algebraicas.

Secuencia

Anteriormente se estableció el algoritmo para realizar la suma de dos expresiones algebraicas, para esta clase se establece que la resta de una expresión algebraica se convierte en suma, recordando las reglas establecidas en la resta de un número positivo o negativo y aclarando que las reglas son igualmente válidas para la resta de expresiones algebraicas.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Realizar la resta de expresiones algebraicas convirtiéndolas a sumas, y cambiando los signos de los términos de la expresión algebraica del sustraendo.

Posibles dificultades

Puede ser que el estudiante presente dificultad al convertir la resta de un número negativo o positivo en la suma del número opuesto, por lo que se puede hacer referencia a que lea nuevamente la Ⓒ y ejemplos de la clase 2.1 de la Unidad 2.

Solución de algunos ítems:

a) $3x + 7 - (9x + 2)$
$= 3x + 7 + (-9x - 2)$
$= 3x + 7 - 9x - 2$
$= 3x - 9x + 7 - 2$
$= -6x + 5$

f) $-7q + 5 - (-9q - 8)$
$= -7q + 5 + (9q + 8)$
$= -7q + 5 + 9q + 8$
$= -7q + 9q + 5 + 8$
$= 2q + 13$

Fecha:

U4 2.10

Ⓟ Realiza las siguientes restas:
a) De $3x + 1$ restar $2x - 3$
b) De $7x - 3$ restar $-6x + 1$

Ⓢ a) $3x + 1 - (2x - 3) = 3x + 1 + (-2x + 3)$
$= 3x + 1 - 2x + 3$
$= 3x - 2x + 1 + 3$
$= x + 4$

b) $7x + 3 - (-6x + 1) = 7x + 3 + (+6x - 1)$
$= 7x + 3 + 6x - 1$
$= 7x + 6x + 3 - 1$
$= 13x + 2$

Ⓡ a) $-6x + 5$ b) $2x - 8$
c) $2m - 5$ d) $-3y - 10$
e) $10p - 6$ f) $2q + 13$

Tarea: página 83 del Cuaderno de Ejercicios.

2.11 Operaciones combinadas

P

Realiza las siguientes operaciones combinadas:

a) $-2(-x+4)+5(-2x+3)$

b) $3(4x+2)-4(2x-7)$

S

a) $-2(-x+4)+5(-2x+3) = 2x-8+(-10x+15)$
$= 2x-8-10x+15$
$= 2x-10x+15-8$
$= -8x+7$

Propiedad distributiva
$-2(-x+4) = -2\times(-x)+(-2)\times 4$
$= 2x-8$

b) $3(4x+2)-4(2x-7) = 12x+6-(8x-28)$
$= 12x+6+(-8x+28)$
$= 12x+6-8x+28$
$= 12x-8x+6+28$
$= 4x+34$

Propiedad distributiva
$4(2x-7) = 4\times 2x+4\times(-7)$
$= 8x-28$

C

Pasos para realizar el cálculo de operaciones combinadas:

1. Suprimir los paréntesis aplicando la propiedad distributiva.
2. Ordenar los términos según la variable (aplicando la propiedad conmutativa).
3. Reducir términos semejantes.

En la realización de operaciones combinadas como la anterior, se debe tener un especial cuidado con los signos, cuando se aplique la propiedad distributiva.

Realiza las siguientes operaciones combinadas:

a) $6(x-3)+3(2x+7)$
$12x+3$

b) $9(x+2)+6(x-3)$
$15x$

c) $(y-2)-4(y-1)$
$-3y+2$

d) $-6(-x+1)-8(-x-3)$
$14x+18$

e) $-5(3a-2)+5(-a-2)$
$-20a$

f) $2(-8x-5)+5(-3x+4)$
$-31x+10$

g) $2(3x-1)-3(2x-3)$
7

h) $2(-2x-3)-(-4x-5)$
-1

i) $-(-4x-2)+(-4x-2)$
0

j) $\frac{1}{3}(3y-6)-4(y+1)$
$-3y-6$

k) $-\frac{1}{4}(4a-12)+\frac{5}{6}(-3a+2)$
$-\frac{7}{2}a+\frac{14}{3}$

l) $-\frac{1}{4}(4a-12)+\frac{5}{12}(2a-6)$
$-\frac{1}{6}a+\frac{1}{2}$

Indicador de logro

2.11 Realiza el cálculo de operaciones combinadas de suma, resta y multiplicación por un número de expresiones algebraicas.

Secuencia

Los estudiantes previamente han trabajado las reglas para realizar operaciones combinadas, la propiedad distributiva y la reducción de términos semejantes, de manera que se puede hacer la ampliación de las operaciones combinadas cuando se incluyen variables en los cálculos.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Realizar el cálculo de las operaciones planteadas a partir de la combinación de contenidos ya desarrollados.

Solución de algunos ítems:

a) $6(x-3)+3(2x+7)$
$= 6x - 18 + 6x + 21$
$= 6x + 6x - 18 + 21$
$= 12x + 3$

c) $(y-2)-4(y-1)$
$= y - 2 + (-4y + 4)$
$= y - 2 - 4y + 4$
$= y - 4y - 2 + 4$
$= -3y + 2$

Fecha: **U4 2.11**

Ⓟ Realiza las siguientes operaciones combinadas:
a) $-2(-x+4)+5(-2x+3)$
b) $3(4x+2)-4(2x-7)$

Ⓢ a) $-2(-x+4)+5(-2x+3) = 2x - 8 - 10x + 15$
$= 2x - 10x - 8 + 15$
$= -8x + 7$

b) $3(4x+2)-4(2x-7) = 12x + 6 - 8x + 28$
$= 12x - 8x + 6 + 28$
$= 4x + 34$

Ⓡ a) $12x + 3$ b) $15x$
c) $-3y + 2$ d) $14x + 18$
e) $-20a$ f) $-31x + 10$
g) 7 h) -1
i) 0 j) $-3y - 6$
k) $-\frac{7}{2}a + \frac{14}{3}$ l) $-\frac{1}{6}a + \frac{1}{2}$

Tarea: página 84 del Cuaderno de Ejercicios.

2.12 Practica lo aprendido

1. Efectúa las siguientes multiplicaciones:
   a) $2(3y + 1)$ $6y + 2$ b) $7(-2y + 8)$ $-14y + 56$ c) $2(12x - 18)$ $24x - 36$
   d) $5(-2y - 4)$ $-10y - 20$ e) $-\frac{2}{7}(14x - 21)$ $-4x + 6$ f) $\frac{7}{2}\left(\frac{6}{49}y - \frac{1}{7}\right)$ $\frac{3}{7}y - \frac{1}{2}$

2. Efectúa las siguientes divisiones:
   a) $(-16x + 8) \div 4$ $-4x + 2$ b) $(-6x - 2) \div (-2)$ $3x + 1$ c) $(9y - 6) \div 3$ $3y - 2$
   d) $(15y - 10) \div \frac{5}{7}$ $21y - 14$ e) $(-6x + 9) \div \left(-\frac{3}{7}\right)$ $14x - 21$ f) $(-11x - 22) \div \left(-\frac{11}{13}\right)$ $13x + 26$

3. Efectúa las siguientes multiplicaciones:
   a) $4 \times \frac{x + 2}{2}$ $2x + 4$ b) $12 \times \frac{-2x + 3}{4}$ $-6x + 9$ c) $\frac{3x - 4}{5} \times 20$ $12x - 16$
   d) $-6 \times \frac{x - 2}{3}$ $-2x + 4$ e) $\frac{-4x - 5}{2} \times 10$ $-20x - 25$ f) $\frac{3x - 2}{2} \times (-10)$ $-15x + 10$

4. Reduce las siguientes expresiones algebraicas que tienen términos semejantes:
   a) $-5a - 3a$ $-8a$ b) $-4x - 2x$ $-6x$ c) $\frac{5}{7}y - \frac{3}{7}y$ $\frac{2}{7}y$
   d) $-3.5y - 2.5y$ $-6y$ e) $-0.6y + 0.2y$ $-0.4y$ f) $-\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}x$ $\frac{1}{3}x$

5. Reduce las siguientes expresiones algebraicas:
   a) $-4y + 2 - y - 10$
   $-5y - 8$
   b) $-10x + 8 + 4x - 8$
   $-6x$
   c) $7y - 8 - 7y - 4$
   -12
   d) $-10x + 7 + 11x - 7$
   x
   e) $-x + 3 + x - 3$
   0

6. Suma las siguientes expresiones algebraicas:
   a) $4x + 11$ con $-3x - 6$ $x + 5$ b) $-10y + 3$ con $5y - 3$ $-5y$ c) $6x - 10$ con $-6x + 13$ 3

7. Resta las dos expresiones algebraicas:
   a) De $-4x + 9$ restar $-5x - 9$
   $x + 18$
   b) De $-m + 2$ restar $-m + 7$
   -5
   c) De $3x + 4$ restar $-x + 4$
   $4x$

8. Realiza las siguientes operaciones combinadas:
   a) $2(x - 1) - (-2x + 1)$
   $4x - 3$
   b) $3(2y - 4) - 2(y + 1)$
   $4y - 14$
   c) $3(4y - 5) - 2(3y - 5)$
   $6y - 5$
   d) $4(2y - 3) - 2(4y - 3)$
   -6
   e) $-\frac{1}{3}(3x - 12) + \frac{7}{5}(-5x + 10)$
   $-8x + 18$
   f) $-\frac{1}{3}(3n - 12) - \frac{7}{10}(5n - 2)$
   $-\frac{9}{2}n + \frac{27}{5}$

Unidad 4

83

Indicador de logro

2.12 Resuelve problemas correspondientes a operaciones con expresiones algebraicas.

Solución de algunos ítems:

1.

a) $2(3y + 1) = 2 \times 3y + 2 \times 1$
$= 6y + 2$

2.

a) $(-16x + 8) \div 4 = (-16x + 8) \times \frac{1}{4}$

$= -16x \times \frac{1}{4} + \cancel{8}^{2} \times \frac{1}{\cancel{4}_{1}}$

$= -\cancel{16}^{4}x \times \frac{1}{\cancel{4}_{1}} + 2 \times 1$

$= -4x + 2$

3.

a) $\cancel{4}^{2} \times \frac{x + 2}{\cancel{2}_{1}} = 2(x + 2)$

$= 2x + 4$

4.

a) $-5a - 3a = (-5 - 3)a$
$= -8a$

5.

a) $-4y + 2 - y - 10$
$= -4y - y + 2 - 10$
$= (-4 - 1)\,y + 2 - 10$
$= -5y - 8$

6.

a) $4x + 11 + (-3x - 6)$
$= 4x - 3x + 11 - 6$
$= x + 5$

7.

a) $-4x + 9 - (-5x - 9)$
$= -4x + 9 + (5x + 9)$
$= -4x + 9 + 5x + 9$
$= -4x + 5x + 9 + 9$
$= x + 18$

8.

a) $2(x - 1) - (-2x + 1)$
$= 2x - 2 + (2x - 1)$
$= 2x - 2 + 2x - 1$
$= 2x + 2x - 2 - 1$
$= 4x - 3$

Tarea: página 85 del Cuaderno de Ejercicios.

Lección 3 Representación de relaciones entre expresiones algebraicas

3.1 Representación de la relación de igualdad

P

De una caja de y lapiceros se reparten 4 a cada uno de x estudiantes, sin que sobre algún lapicero de la caja. Representa con el símbolo de igualdad el número de lapiceros repartidos con el número de lapiceros de la caja.

El símbolo (=) se utiliza para representar la relación de las cantidades iguales.

S

Cantidad de lapiceros por persona: 4 (lapiceros)
Cantidad de personas: x
Total de lapiceros repartidos: $4x$ (lapiceros)

Total de lapiceros repartidos = cantidad de lapiceros de la caja

$$4x = y$$

R. $4x = y$

C

Dos expresiones algebraicas que representan al mismo valor se conectan con el símbolo (=). A la relación de dos expresiones matemáticas que representan el mismo valor se le llama **igualdad**.

En la igualdad $4x = y$:

$$\underbrace{4x}_{\text{miembro izquierdo}} = \underbrace{y}_{\text{miembro derecho}}$$

Ejemplos de igualdades:

Igualdad	**Lectura**
a) 10 = 10	10 **es igual a** 10
b) 5 + 2 = 7	5 + 2 **es igual a** 7
c) 3 + 4 = 6 + 1	3 + 4 **es igual a** 6 + 1

E

En la situación anterior, considera que sobran 3 lapiceros luego de repartir. Representa con el símbolo de igualdad el número de lapiceros repartidos y sobrantes con el número de lapiceros de la caja.

Solución.

Total de lapiceros repartidos y sobrantes: $4x + 3$ (lapiceros).
Total de lapiceros repartidos y sobrantes = cantidad de lapiceros de la caja

$$4x + 3 = y$$

R. $4x + 3 = y$

1. Escribe por cada literal una igualdad en la situación presentada.
   a) La estatura de Carmen es a cm y Ana es 4 centímetros más alta que Carmen cuya altura es b. Expresa en una relación de igualdad las estaturas de Carmen y Ana. $b = a + 4$
   b) El costo de comprar 4 libros de matemática que cuestan a dólares cada uno es de b dólares. $4a = b$
   c) Una planta cuesta x dólares, se paga con un billete de 20 dólares y el vuelto es y dólares. $y = 20 - x$
   d) La diferencia entre el precio de una camisa de n dólares y un pantalón de m dólares es de 12 dólares (considera que la camisa es más cara que el pantalón). $n - m = 12$
   e) Al comprar cinco libras de frijol de x dólares c/u y una de café que cuesta y dólares, el costo total fue de 5 dólares. $5x + y = 5$
   f) La cantidad de dinero para comprar un pantalón de a dólares más 4 dólares es la misma que la de comprar un pantalón de b dólares más 7 dólares. $a + 4 = b + 7$

2. En las siguientes igualdades escribe en tu cuaderno cuál es el miembro izquierdo y el miembro derecho.
   a) $2 \times 5 = 10$
   Miembro izquierdo: 2×5
   Miembro derecho: 10
   b) $2n - 1 = 0$
   Miembro izquierdo: $2n - 1$
   Miembro derecho: 0
   c) $3 - 2x = y + 4$
   Miembro izquierdo: $3 - 2x$
   Miembro derecho: $y + 4$

Indicador de logro

3.1 Representa la relación de igualdad de dos expresiones matemáticas.

Secuencia

Esta clase expone situaciones que se pueden representar a través de una relación de igualdad de dos expresiones algebraicas o numéricas, por lo que se aprovecha para introducir algunos conceptos que son útiles en la siguiente unidad de ecuaciones de primer grado, tales como "miembro izquierdo", "miembro derecho" e "igualdad".

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Mostrar una situación que se puede representar a través de una relación de igualdad entre dos expresiones algebraicas o numéricas.

Ⓒ Establecer que dos expresiones aritméticas o algebraicas que representan al mismo valor se conectan con el símbolo (=), definir el término "igualdad" y presentar los términos de miembro izquierdo y miembro derecho.

Ⓔ Representar de forma individual la relación de igualdad entre dos expresiones matemáticas o numéricas en situaciones determinadas.

Solución de algunos ítems:

a)
Estatura de Carmen: a cm
Estatura de Ana: b cm

Estatura de Carmen = Estatura de Ana + 4 cm

$$a = b + 4$$

b)
Costo de comprar un libro: a dólares
Costo total de la compra: b dólares

4 × Costo de comprar un libro = Costo total de la compra

$$4a = b$$

Fecha: **U4 3.1**

Ⓟ La caja tiene y lapiceros.
Se reparten 4 a cada uno de x estudiantes (sin que sobre alguno).
Utiliza el símbolo de igualdad para representar la relación.

Ⓢ Total de lapiceros repartidos = Cantidad de lapiceros de la caja

$4x = y$

R. $4x = y$

Ⓔ Total de lapiceros repartidos y sobrantes = Cantidad de lapiceros de la caja

$4x + 3 = y$

Ⓡ 1. a) $a = b + 4$
b) $4a = b$
c) $y = 20 - x$
d) $n - m = 12$
e) $5x + y = 5$
f) $a + 4 = b + 7$

Tarea: página 86 del Cuaderno de Ejercicios.

3.2 Representación de la relación de desigualdad

P

Realiza lo que se te pide en cada uno de los siguientes literales:

a) Una aerolínea sugiere a sus clientes que, para evitar cargos adicionales por su equipaje, el peso de una maleta de carga debe ser 23 kg o menos. Si Marta viajará con esa aerolínea y su maleta de carga pesa y kg, representa con un símbolo de desigualdad la condición que el peso debe cumplir.

b) Julia ahorra 5 dólares semanales durante x semanas, con el dinero que logra reunir no le alcanza para comprar los lentes que necesita que valen 65 dólares. Representa con un símbolo de desigualdad la relación que hay entre la cantidad de dinero ahorrado con el precio de los lentes.

S

a) Peso de la maleta de carga: y (kg)

Peso de la maleta de carga ≤ condición de la aerolínea.

$$y \leq 23$$

R. $y \leq 23$

b) Cantidad de dinero por semana: 5 (dólares)

Cantidad de semanas: x
Total de dinero ahorrado: $5x$ (dólares)
Total de dinero ahorrado < precio de los lentes

$$5x < 65$$

R. $5x < 65$

C

Los símbolos < o > se utilizan para representar la relación de cantidades distintas. El símbolo < se lee **menor que** y > se lee **mayor que**.

Los símbolos ≤ o ≥ se utilizan para representar la relación de dos cantidades iguales o distintas. El símbolo ≤ se lee **menor o igual que** y ≥ se lee **mayor o igual que.** A las relaciones de dos expresiones matemáticas que utilizan los símbolos anteriores se les llama **desigualdades.**

En la desigualdad $5x \leq 65$:

$$5x \leq 65$$

miembro izquierdo   miembro derecho

Ejemplos de desigualdades:

Desigualdad	**Lectura**
a) $x < 8$	x **es menor que** 8
b) $10 \leq x$	10 **es menor o igual que** x
c) $x > 4$	x **es mayor que** 4
d) $x \geq 7$	x **es mayor o igual que** 7

En ocasiones no se utilizan expresiones como "menor que", "mayor que", para referirse a una desigualdad, pueden utilizarse expresiones alternativas como "menos de", "más de" entre otras.

E

Realiza lo que se te pide en cada uno de los siguientes literales:

a) Un supermercado da a los clientes un regalo sorpresa por una compra mayor o igual a 25 dólares. Si una persona tiene pensado gastar m dólares, representa con una desigualdad la condición que debe cumplir la cantidad de dinero que piensa gastar, para tener un regalo sorpresa.

b) En la misma situación del literal **b** del Problema inicial de esta clase, supón que el papá de Julia le regala 12 dólares, con lo que al comprar los lentes aún le sobra dinero. Representa con una desigualdad el total de dinero que tiene Julia con respecto al precio de los lentes.

Solución.

a) Cantidad de dinero: m (dólares)

Cantidad de dinero ≥ cantidad mínima de gasto

$m \geq 25$

b) Total de dinero: $5x + 12$ (dólares)

Total de dinero > precio de los lentes

$5x + 12 > 65$

1. Expresa con una desigualdad las siguientes situaciones:

a) Si cinco estudiantes tienen x chibolas cada uno, y cuando las reúnen la cantidad que tienen es **menor que** 45. $5x < 45$

b) Dentro de una maleta de 10 kg, se echan n artículos que pesan 2 kg cada uno, luego de introducir todos los artículos el peso total de la maleta es **mayor que** 22 kg. $10 + 2n > 22$

c) En un supermercado una bandeja de tomates de ensalada vale 2 dólares y una bandeja de papas vale 3 dólares. Si se compran a bandejas de tomates y b bandejas de papas, el costo total es menos de 40 dólares. $2a + 3b < 40$

d) La cantidad x kwh de una persona que perdió el subsidio, porque el consumo de energía fue mayor de 200 kwh. $x > 200$

2. El precio de la entrada a la reserva natural del Parque El Imposible para un adulto es x dólares y para estudiante es y dólares. En la situación, ¿qué representan las siguientes desigualdades?

a) $4x + 3y \leq 25$

El costo de entrada de 4 adultos y 3 niños es menor o igual a 25 dólares

b) $9x + 7y \geq 43$

La entrada de 9 adultos y 7 niños cuesta 43 dólares o más

86

Indicador de logro

3.2 Representa la relación de desigualdad de dos expresiones matemáticas.

Secuencia

En la clase anterior se trabajó con situaciones que se pueden representar a través de una relación de igualdad entre dos expresiones algebraicas o numéricas, por lo que ahora se tratarán las situaciones que se pueden representar a través de una relación de desigualdad entre dos expresiones algebraicas o numéricas señalando los elementos claves de una desigualdad.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Presentar situaciones que se pueden expresar a través de una relación de igualdad o desigualdad entre dos expresiones algebraicas o numéricas.

Ⓒ Establecer que dos expresiones algebraicas o aritméticas que representan estrictamente un valor diferente se conectan con uno de los símbolos < o >, así mismo las expresiones algebraicas o numéricas que representan el mismo o diferente valor se conectan con uno de los símbolos ≤ o ≥. Definir el término "desigualdad" y establecer que en las desigualdades también se emplean los términos miembro izquierdo y miembro derecho.

Solución de algunos ítems:

1.

a)

Número de chibolas por niños: x

Total de chibolas reunidas: $5x$

Total de chibolas reunidas < 45

$5x < 45$

b)

Peso de todos los artículos: $2n$

Peso de la maleta: 10

Peso de todos los artículos + peso de la maleta > 22

$2n + 10 > 22$

Fecha: **U4 3.2**

Ⓟ a) Representa la relación que el peso de la maleta debe cumplir.
b) Representa la relación entre la cantidad de dinero ahorrado con el precio de los lentes.

Ⓢ a) Peso de la maleta de carga ≤ condición de la aerolínea

$y \leq 23$

b) Total de dinero ahorrado < Precio de los lentes

$5x < 65$

Ⓔ a) Cantidad de dinero ≥ Cantidad mínima de gasto

$m \geq 25$

b) Total de dinero > Precio de los lentes

$5x + 12 > 65$

Ⓡ 1. a) $5x < 45$ b) $10 + 2n > 22$

c) $2a + 3b < 40$ d) $x > 200$

Tarea: página 87 del Cuaderno de Ejercicios.

Anexos

Jornalización
Se presentan hojas para realizar la planificación anual en la asignatura de matemática, en ella se deben colocar las clases a impartir durante cada día lectivo.

Pruebas
Se proporcionan las pruebas de cada unidad, así como la prueba de trimestre, para que los docentes las fotocopien y apliquen a los estudiantes cuando corresponda.

Análisis de resultados
Cuando finalice el trimestre se pueden utilizar los cuadros para el análisis de los respectivos resultados.

Análisis de resultados del primer trimestre					
	Prueba U__	Prueba U__	Prueba U__	Prueba U__	Prueba de trimestre
Promedio obtenido					
n.° de estudiantes con promedio menor que 6					
n.° de estudiantes con promedio entre 6 y 8					
n.° de estudiantes con promedio mayor que 8					
Análisis de resultados del segundo trimestre					
	Prueba U__	Prueba U__	Prueba U__	Prueba U__	Prueba de trimestre
Promedio obtenido					
n.° de estudiantes con promedio menor que 6					
n.° de estudiantes con promedio entre 6 y 8					
n.° de estudiantes con promedio mayor que 8					
Análisis de resultados del tercer trimestre					
	Prueba U__	Prueba U__	Prueba U__	Prueba U__	Prueba de trimestre
Promedio obtenido					
n.° de estudiantes con promedio menor que 6					
n.° de estudiantes con promedio entre 6 y 8					
n.° de estudiantes con promedio mayor que 8					

Jornalización año: 2020											
	Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio	Julio	Agosto	Sept.	Oct.	Nov.
1		X	X					X			X
2		X			X			X			
3					X					X	
4	X			X			X			X	
5	X			X			X		X		
6						X			X		
7			X			X					X
8		X	X					X			X
9		X			X			X			
10					X					X	
11	X			X			X			X	
12	X			X			X		X		
13						X			X		
14			X			X					X
15		X	X					X			X
16		X			X			X			
17					X					X	
18	X			X			X			X	
19	X			X			X		X		
20	U1 1.1					X			X		
21	1.2		X			X					X
22		X	X					X			X
23		X			X			X			
24					X					X	
25	X			X			X			X	
26	X			X			X		X		
27						X			X		
28			X			X					X
29		X	X					X			X
30					X			X			
31					X					X	

Jornalización año:											
	Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio	Julio	Agosto	Sept.	Oct.	Nov.
1											
2											
3											
4											
5											
6											
7											
8											
9											
10											
11											
12											
13											
14											
15											
16											
17											
18											
19											
20											
21											
22											
23											
24											
25											
26											
27											
28											
29											
30											
31											

REPÚBLICA DE EL SALVADOR EN LA AMÉRICA CENTRAL

Guía metodológica Matemática Segunda edición Tomo 1 7