ユニット3.　正の数、負の数、0 の掛け算と割り算

このユニットのねらい

– 正の数、負の数、0の掛け算と割り算を習得し、それらを適切な場面で使う判断ができるようにします。
– 素数を学び、最大公約数と最小公倍数の計算に用います。

関連と発展

小学校低学年、高学年

- 100万までの自然数
- 正の小数
- 正の分数
- 自然数、正の小数と分数、0の四則演算
- 最小公倍数と最大公約数

7年生

ユニット1：正の数、負の数、0
- 正の数、負の数、0
- 数の大小関係と絶対値

ユニット2：正の数、負の数、0の足し算と引き算
- 正の数、負の数、0の足し算
- 正の数、負の数、0の引き算
- 正の数、負の数、0の足し算と引き算が混ざった計算

ユニット3：正の数、負の数、0 の掛け算と割り算
- 正の数、負の数、0　の掛け算と割り算
- 混合計算
- 素数と合成数

9年生

ユニット2：平方根
- 平方根と実数
- 平方根の演算

ユニット学習計画

レッスン	時間	授業
1. 正の数、負の数、0 の掛け算と割り算	1	1. 異符号の掛け算
	1	2. 同符号の掛け算
	1	3. -1、0、1を含む掛け算
	1	4. 掛け算の交換法則と結合法則
	1	5. 因数に応じた積の符号
	1	6. 累乗
	1	7. 累乗を含む掛け算
	1	8. 正の整数、負の整数と0の割り算
	1	9. 負の分数
	1	10. 逆数
	1	11. 掛け算を使った割り算
	1	12. 復習問題
2. 混合計算	1	1. 掛け算と割り算の計算
	1	2. 混合計算
	1	3. 累乗を含む混合計算
	1	4. かけ算における分配法則
	1	5. 数の集合
	1	6. 復習問題

レッスン	時間	授業
3. 素数と合成数	1	1. 最小公倍数と最大公約数
	1	2. 倍数と約数の関係
	1	3. 素数と合成数
	1	4. 素因数分解
	1	5. 素因数分解を使った最大公約数
	1	6. 素因数分解を使った最小公倍数
	1	7. 最小公倍数と最大公約数の応用
	1	8. 復習問題
	1	ユニット3のテスト

ユニット3　26時間の授業 +テスト

各レッスンの要点

レッスン1：正の数、負の数、0 の掛け算と割り算
掛け算のルールに導くとき、因数の1つが変わると積が変わることを確認することで、容易にルールを受け入れられるようになります。割り算は掛け算と反対の計算として取り組みます。最初の段階では正の符号(+)を入れて説明することで、掛け算のルールに対する理解度を上げることができます。

レッスン2：混合計算
生徒が計算の順序を習得していないように見受けられる場合、混合計算に負の数も含まれると複雑になることを踏まえ、複数の種類の計算を含む計算の順序のルールを見直す必要があります。有理数に関するさらに詳しい説明は9年生で無理数について学ぶときに行います。「有理数」という単語自体は教えないものの、ここでは自然数、整数、有理数の包含関係についてのみ取り扱います。

レッスン3：素数と合成数
生徒は既に小学校低学年・高学年で（公）倍数と（公）約数を学んでいますが、再度これらの概念を取り扱います。新たに学ぶことは素数と素因数分解です。素因数分解を用い最小公倍数と最大公約数の計算します。

レッスン 1 正の数、負の数、0 の掛け算と割り算

1.1 異符号の掛け算

P

各式の空欄に当てはまる数を書きましょう。

a) $(+2) \times (+3) = +6$
$(+2) \times (+2) = +4$
$(+2) \times (+1) = +2$
$(+2) \times 0 = 0$
$(+2) \times (-1) = \boxed{}$
$(+2) \times (-2) = \boxed{}$
$(+2) \times (-3) = \boxed{}$

b) $(+3) \times (+3) = +9$
$(+2) \times (+3) = +6$
$(+1) \times (+3) = +3$
$0 \times (+3) = 0$
$(-1) \times (+3) = \boxed{}$
$(-2) \times (+3) = \boxed{}$
$(-3) \times (+3) = \boxed{}$

S

a) $(+2) \times (+3) = +6$
−2
$(+2) \times (+2) = +4$
−2
$(+2) \times (+1) = +2$
−2
$(+2) \times 0 = 0$
−2
$(+2) \times (-1) = \boxed{-2}$
−2
$(+2) \times (-2) = \boxed{-4}$
−2
$(+2) \times (-3) = \boxed{-6}$

b) $(+3) \times (+3) = +9$
−3
$(+2) \times (+3) = +6$
−3
$(+1) \times (+3) = +3$
−3
$0 \times (+3) = 0$
−3
$(-1) \times (+3) = \boxed{-3}$
−3
$(-2) \times (+3) = \boxed{-6}$
−3
$(-3) \times (+3) = \boxed{-9}$

C

異符号の掛け算は次のステップで行います。

1. 負の符号(-)を書きます。
2. 絶対値の積を入れます。

例：

a) $(+2) \times (-3) = -(2 \times 3)$
$= -6$

b) $(-2) \times (+3) = -(2 \times 3)$
$= -6$

次の掛け算をしましょう。

a) $(-6) \times (+3)$ -18
b) $(-5) \times (+2)$ -10
c) $(+7) \times (-4)$ -28
d) $(+10) \times (-6)$ -60
e) $(+25) \times (-2)$ -50
f) $(-2.1) \times (+2)$ -4.2
g) $(+4.2) \times (-4)$ -16.8
h) $\left(-\frac{1}{2}\right) \times \left(+\frac{1}{5}\right)$ $-\frac{1}{10}$
i) $\left(+\frac{2}{3}\right) \times \left(-\frac{5}{7}\right)$ $-\frac{10}{21}$

達成の目安

1.1 異符号の2つの数の掛け算をします。

学習の流れ

正の数、負の数、0の掛け算について教えるとき、異符号の掛け算から始めます。Ⓟで想定された状況の掛け算の知識を生徒は下の学年で習得しているため、まずは取り組んでから詳細は後で説明するためです。この授業では異符号の掛け算のルールを明確にします。0を含む掛け算については別の授業で取り組みます。生徒は既に正の数を0で掛けると0になることを知っていますが、そのルールを負の数にも用いた内容はこの次の授業で取り扱います。

ねらい

Ⓟ, Ⓢ直観的に異符号の掛け算のルールを使えるようにするため、パターンを見つけた上で空欄に入る数を決定します。異符号の掛け算のルールについて説明する上で、正の数に符号(+)をつけます。

問題解決の方法

この授業の発展として、解を導き出す非常に重要なツールとして**パターン**を使います。

つまずきやすい点

生徒は誤って、足し算のように絶対値の大きい数の符号を積の符号として用いる可能性があります。その場合、異符号の掛け算で積の符号を決定するのに用いるルールは、異符号の足し算で和の符号を決定するものとは違うことを明確にする必要があります。

日付：

U3 1.1

Ⓟ よく見て各式の空欄を埋めましょう。

a)
$(+2)\times(+3)=+6$
$(+2)\times(+2)=+4$
$(+2)\times(+1)=+2$
$(+2)\times\ 0\ =0$
$(+2)\times(-1)=\boxed{}$
$(+2)\times(-2)=\boxed{}$
$(+2)\times(-3)=\boxed{}$

b)
$(+3)\times(+3)=+9$
$(+2)\times(+3)=+6$
$(+1)\times(+3)=+3$
$0\ \times(+3)=0$
$(-1)\times(+3)=\boxed{}$
$(-2)\times(+3)=\boxed{}$
$(-3)\times(+3)=\boxed{}$

Ⓢ

a)
$(+2)\times(+3)=+6$
$(+2)\times(+2)=+4$
$(+2)\times(+1)=+2$
$(+2)\times\ 0\ =0$
$(+2)\times(-1)=\boxed{-2}$
$(+2)\times(-2)=\boxed{-4}$
$(+2)\times(-3)=\boxed{-6}$

b)
$(+3)\times(+3)=+9$
$(+2)\times(+3)=+6$
$(+1)\times(+3)=+3$
$0\ \times(+3)=0$
$(-1)\times(+3)=\boxed{-3}$
$(-2)\times(+3)=\boxed{-6}$
$(-3)\times(+3)=\boxed{-9}$

Ⓡ

a) -18　b) -10
c) -28　d) -60
e) -50　f) -4.2
g) -16.8　h) $-\frac{1}{10}$
i) $-\frac{10}{21}$

宿題： 練習帳26ページ

1.2 同符号の掛け算

P

各式の空欄に当てはまる数を書きましょう。

a) $(-4) \times (+3) = -12$

$(-4) \times (+2) = -8$

$(-4) \times (+1) = -4$

$(-4) \times 0 = 0$

$(-4) \times (-1) = \boxed{}$

$(-4) \times (-2) = \boxed{}$

$(-4) \times (-3) = \boxed{}$

b) $(+3) \times (-5) = -15$

$(+2) \times (-5) = -10$

$(+1) \times (-5) = -5$

$0 \times (-5) = 0$

$(-1) \times (-5) = \boxed{}$

$(-2) \times (-5) = \boxed{}$

$(-3) \times (-5) = \boxed{}$

S

a) $(-4) \times (+3) = -12$

$\quad +4$

$(-4) \times (+2) = -8$

$\quad +4$

$(-4) \times (+1) = -4$

$\quad +4$

$(-4) \times 0 = 0$

$\quad +4$

$(-4) \times (-1) = \boxed{+4}$

$\quad +4$

$(-4) \times (-2) = \boxed{+8}$

$\quad +4$

$(-4) \times (-3) = \boxed{+12}$

b) $(+3) \times (-5) = -15$

$\quad +5$

$(+2) \times (-5) = -10$

$\quad +5$

$(+1) \times (-5) = -5$

$\quad +5$

$0 \times (-5) = 0$

$\quad +5$

$(-1) \times (-5) = \boxed{+5}$

$\quad +5$

$(-2) \times (-5) = \boxed{+10}$

$\quad +5$

$(-3) \times (-5) = \boxed{+15}$

C

同符号の掛け算は次のステップで行います。

1. 符号(+)を書きます。
2. 絶対値の積を入れます。

負の数を0で掛けたときの積は0になります。

次の掛け算をしましょう。

a) $(-6) \times (-4)$ $+24$

b) $(-8) \times (-2)$ $+16$

c) $(+5) \times (+4)$ $+20$

d) $(-9) \times (-3)$ $+27$

e) $(-8) \times (-9)$ $+72$

f) $(-3.2) \times (-2)$ $+6.4$

g) $(+4.1) \times (+3)$ $+12.3$

h) $\left(-\frac{2}{3}\right) \times \left(-\frac{5}{7}\right)$ $+\frac{10}{21}$

i) $\left(+\frac{3}{5}\right) \times \left(+\frac{7}{11}\right)$ $+\frac{21}{55}$

達成の目安

1.2同符号の2つの数の掛け算をします。

学習の流れ

この授業では同符号の2つの数の掛け算に取り組み、生徒が掛け算をするときに出て来るパターンをカバーします。また同符号の2つの数の掛け算のルールを明らかにします。

ねらい

Ⓟ, Ⓢ直観的に同符号の掛け算のルールを使えるようにするため、パターンを見つけた上で空欄に入る数を決定します。

Ⓒ同符号の掛け算のルールを明確にします。また負の数に0を掛けると0になるという生徒にとって新しい知識も明確にし、次の授業でこのケースについて展開します。

問題解決の方法

この授業の発展として、解を導き出す非常に重要なツールとして**パターン**を使います。

つまずきやすい点

生徒は誤って、足し算のように絶対値の大きい数の符号を積の符号として用いる可能性があります。その場合、異符号の掛け算で積の符号を決定するのに用いるルールは、異符号の足し算で和の符号を決定するものとは違うことを明確にする必要があります。

日付： U3 1.2

Ⓟ よく見て空欄を埋めましょう。

a) $(-4) \times (+3) = -12$
$(-4) \times (+2) = -8$
$(-4) \times (+1) = -4$
$(-4) \times 0 = 0$
$(-4) \times (-1) = \boxed{}$
$(-4) \times (-2) = \boxed{}$
$(-4) \times (-3) = \boxed{}$

Ⓢ a) $(-4) \times (+3) = -12$
$(-4) \times (+2) = -8$ +4
$(-4) \times (+1) = -4$ +4
$(-4) \times 0 = 0$ +4
$(-4) \times (-1) = \boxed{+4}$ +4
$(-4) \times (-2) = \boxed{+8}$ +4
$(-4) \times (-3) = \boxed{+12}$

Ⓡ

a) +24 b) +16 c) +20
d) +27 e) +72 f) +6.4
g) +12.3 h) $+\frac{10}{21}$ i) $+\frac{21}{55}$

宿題： 練習帳27ページ

レッスン 1

1.3 -1、0、1を含む掛け算

P

1.空欄に当てはまる数を書きましょう。

$(+3)\times(-2)=-6$

$(+2)\times(-2)=-4$

$(+1)\times(-2)=-2$

$0\times(-2)=\boxed{}$

2.各空欄に当てはまる数を書きましょう。

$(+1)\times(-3)=\boxed{}$　$(-1)\times(+3)=\boxed{}$　$(+2)\times(-1)=\boxed{}$

$(-2)\times(+1)=\boxed{}$　$(-1)\times(-3)=\boxed{}$　$(-2)\times(-1)=\boxed{}$

S

1. $(+3)\times(-2)=-6$ +2

$(+2)\times(-2)=-4$ +2

$(+1)\times(-2)=-2$ +2

$0\times(-2)=\boxed{0}$

2. $(+1)\times(-3)=-(1\times3)=\boxed{-3}$　$(-1)\times(+3)=-(1\times3)=\boxed{-3}$　$(+2)\times(-1)=-(2\times1)=\boxed{-2}$

$(-2)\times(+1)=-(2\times1)=\boxed{-2}$　$(-1)\times(-3)=+(1\times3)=\boxed{+3}$　$(-2)\times(-1)=+(2\times1)=\boxed{+2}$

C

数を-1、0、1で掛けると以下のようになります。

- $0\times a=0$
- $a\times0=0$
- $1\times a=a$
- $a\times1=a$
- $(-1)\times a=-a$
- $a\times(-1)=-a$

aは任意の数です。

足し算や引き算と同じように、掛け算でも正の数を示す+の符号を省略することができます。また負の数の場合も含め、計算の最初の数の括弧も省略することができます。

E

次の掛け算をしましょう。

a) -1×5　b) $0\times(-5)$　c) $1\times(-7)$

解答

a) $-1\times5=-5$　b) $0\times(-5)=0$　c) $1\times(-7)=-7$

次の掛け算をしましょう。

a) -1×8　-8　b) $8\times(-1)$　-8　c) $-1\times(-3)$　3　d) $-1\times(-1)$　1　e) -1×7　-7

f) $10\times(-1)$　-10　g) $0\times(-4)$　0　h) 9×0　0　i) $1\times(-11)$　-11　j) -3×1　-3

達成の目安

1.3 2つのうち1つの因数が-1、0、1のどれかである掛け算をします。

学習の流れ

生徒が同符号、異符号に関わらず2つの正負の数の掛け算を学んだところで、-1、0、1など特別な数を含む掛け算に取り組みます。この授業では0と1の掛け算のルールを負の数にも用い、また-1をある数で掛けた場合、或いはある数を-1で掛けた場合に、その積の正負が逆になることを明確にします。

ねらい

Ⓟ, Ⓢ問題1ではパターンの発見、或いは以前に学んだ0の掛け算のルールを用いて空欄を埋めます。

問題2では以前の授業で学んだ同符号や異符号の掛け算のルールを用いて空欄を埋めます。

Ⓒ正の数や負の数が-1、0、1のような特別な数によって掛けられた場合、またそれらを掛ける場合のルールを明確にします。これ以降は正の数を表す符号(+)は使用しません。

つまずきやすい点

生徒は誤って、足し算のように絶対値の大きい数の符号を積の符号として用いる可能性があります。その場合、異符号の掛け算で積の符号を決定するのに用いるルールは、異符号の足し算で和の符号を決定するものとは違うことを明確にする必要があります。

日付： U3 1.3

Ⓟ 1.空欄を埋めましょう。

$0 \times (-2) = \boxed{}$

2. 計算しましょう。

$(+1) \times (-3) = \boxed{}$
$(-2) \times (+1) = \boxed{}$
$(+2) \times (-1) = \boxed{}$
$(-2) \times (-1) = \boxed{}$

$(-1) \times (+3) = \boxed{}$
$(-1) \times (-3) = \boxed{}$

Ⓢ 1. $0 \times (-2) = \boxed{0}$

2. $(+1) \times (-3) = \boxed{-3}$
$(-2) \times (+1) = \boxed{-2}$
$(+2) \times (-1) = \boxed{-2}$
$(-2) \times (-1) = \boxed{+2}$

$(-1) \times (+3) = \boxed{-3}$
$(-1) \times (-3) = \boxed{-3}$

Ⓔ -1、0、1を使って掛け算をすると次のようになります。

a) $-1 \times 5 = -5$
b) $0 \times (-5) = 0$
c) $1 \times (-7) = -7$

Ⓡ a) -8 b) -8 c) 3

d) 1 e) -7 f) -10

g) 0 h) 0 i) -11

j) -3

宿題： 練習帳28ページ

1.4掛け算の交換法則と結合法則

P

次の各行の掛け算1と掛け算2の積を比較しましょう。

掛け算1	掛け算2
a) -5×4	$4\times(-5)$
b) $(-3\times 2)\times 4$	$-3\times(2\times 4)$

S

掛け算1

a) $-5\times 4=-20$

掛け算2

$4\times(-5)=-20$

答えは同じです。

掛け算1

b) $(-3\times 2)\times 4=-6\times 4$
$=-24$

掛け算2

$-3\times(2\times 4)=-3\times 8$
$=-24$

答えは同じです。

C

足し算と同様に掛け算も「交換法則」と「結合法則」を満たします。

一般的に

- $a\times b=b\times a$
- $(a\times b)\times c=a\times(b\times c)$

これらの法則により、負の数のある掛け算も含め、複数の数の積はどのような順序でも計算することができます。

E

次の掛け算をしましょう。

$-5\times 17\times(-2)$

解答

$$
\begin{aligned}
-5\times 17\times(-2)&=-5\times(-2)\times 17 &&\text{交換法則}\\
&=[-5\times(-2)]\times 17 &&\text{結合法則}\\
&=10\times 17\\
&=170
\end{aligned}
$$

交換法則は-1、0、1をとある正の数や負の数で掛けるときに有効です。つまり

$0\times a=a\times 0$
$1\times a=a\times 1$
$-1\times a=a\times(-1)$

交換法則と結合法則を用い因数の順番を変えることで、計算を簡単なものにすることができます。

交換法則と結合法則を用い次の掛け算を簡単なものにしましょう。

a) $8\times 13\times 5$ 520　b) $-5\times 27\times 4$ −540　c) $0.25\times 0.35\times(-4)$ −0.35

d) $0.5\times(-0.6)\times 4$ −1.2　e) $-24\times 10\times\left(-\frac{1}{8}\right)$ 30　f) $-14\times\left(-\frac{7}{11}\right)\times\left(-\frac{1}{2}\right)$ $-\frac{49}{11}$

ユニット3

29

達成の目安

1.4 交換法則と結合法則を用いて掛け算を簡単なものにします。

学習の流れ

この授業では交換法則と結合法則を負の数に用い、既に習った掛け算に取り入れていきます。生徒には法則の使い方を理解させるだけでなく、掛け算を簡略化する上でこれらの法則が重要になる場合があることを強調する必要があります。

ねらい

Ⓟ，Ⓢ掛け算での交換法則と結合法則は負の数を含む場合にも有効であることを定めます。

Ⓒ交換法則と結合法則は負の数を含む掛け算にも用いられることを明確にします。

Ⓔ交換法則と結合法則を使った負の数を含む掛け算の練習をします。この練習は全体的に教師の指導のもとで実施し、掛け算をする上でこれらの法則が便利である場合があることを強調する必要があります。

日付： U3 1.4

Ⓟ 次の各行の掛け算1と掛け算2の積を比較しましょう。

a) -5×4 y $4 \times (-5)$

b) $(-3 \times 2) \times 4$ y $-3 \times (2 \times 4)$

Ⓢ a) $-5 \times 4 = -20$

$4 \times (-5) = -20$

積は同じです。

b) $(-3 \times 2) \times 4 = -6 \times 4 = -24$

$-3 \times (2 \times 4) = -3 \times 8 = -24$

積は同じです。

Ⓔ $-5 \times 17 \times (-2) = -5 \times (-2) \times 17$
$= [-5 \times (-2)] \times 17$
$= 10 \times 17$
$= 170$

Ⓡ a) $8 \times 5 \times 13 = 40 \times 13 = 520$

b) $-5 \times 4 \times 27 = -20 \times 27 = -540$

c) $0.25 \times (-4) \times 0.35 = -1 \times 0.35 = -0.35$

d) $0.5 \times 4 \times (-0.6) = 2 \times (-0.6) = -1.2$

e) $-24 \times \left(-\frac{1}{8}\right) \times 10 = 3 \times 10 = 30$

f) $-14 \times \left(-\frac{1}{2}\right) \times \left(-\frac{7}{11}\right) = 7 \times \left(-\frac{7}{11}\right) = -\frac{49}{11}$

宿題： 練習帳29ページ

1.5 因数に応じた積の符号

P

次の掛け算をしましょう。

a) $2 \times 3 \times 4 \times 10$　　b) $-2 \times 3 \times 4 \times 10$　　c) $-2 \times (-3) \times 4 \times 10$

d) $-2 \times (-3) \times (-4) \times 10$　　e) $-2 \times (-3) \times (-4) \times (-10)$

負の数が個数と積の符号にはどのような関係がありますか？

S

a) $2 \times 3 \times 4 \times 10 = 6 \times 4 \times 10 = 24 \times 10 = 240$
b) $-2 \times 3 \times 4 \times 10 = -6 \times 4 \times 10 = -24 \times 10 = -240$
c) $-2 \times (-3) \times 4 \times 10 = 6 \times 4 \times 10 = 24 \times 10 = 240$
d) $-2 \times (-3) \times (-4) \times 10 = 6 \times (-4) \times 10 = (-24) \times 10 = -240$
e) $-2 \times (-3) \times (-4) \times (-10) = 6 \times (-4) \times (-10) = (-24) \times (-10) = 240$

掛け算に負の数が奇数個あるとき、その積は負の数になります。

C

以下を強調することが重要です。

- 掛け算に負の数が偶数個あるとき、積の符号は(+)になります。
- 掛け算に負の数が奇数個あるとき、積の符号は(-)になります。

E

次の掛け算の積を計算しましょう。
$-2 \times 3 \times (-5) \times 10$

解答
$-2 \times 3 \times (-5) \times 10 = +(2 \times 3 \times 5 \times 10)$
$= 300$

負の数が偶数個あるときはまず+符号を入れ、それから掛け算をします。

次の掛け算をしましょう。

a) $5 \times (-2) \times 15$　-150　　b) $-2 \times 3 \times (-5)$　30　　c) $-2 \times (-6) \times (-3)$　-36

d) $2 \times 5 \times 6 \times 10$　600　　e) $-1 \times 2 \times (-3) \times (-4)$　-24　　f) $-11 \times 2 \times 3 \times (-5)$　330

g) $-1 \times (-5) \times (-3) \times (-6)$　90　　h) $-2 \times 4 \times (-3) \times 10 \times (-5)$　-1200　　i) $\frac{5}{4} \times (-8) \times \left(-\frac{3}{5}\right)$　6

30

達成の目安

1.5 負の因数の個数に応じて積の符号を決定します。

学習の流れ

生徒は既に2つの数の掛け算の積の符号を出すことができます。それ以上の数がある場合、積の符号は2つおきに決まります。そのためこの授業で重要なことは、3つ以上の数がある場合の積の符号は掛け算に含まれる負の因数の個数によって決まることを生徒が学び、計算を速められることです。

ねらい

Ⓟ, Ⓢ掛け算での負の因数の個数と積の符号の関係を明確にします。

Ⓒ積の符号は掛け算に含まれる負の因数の個数によってすぐに決まることを強調しながら、明確にされたルールを使う練習をします。

一部の設問の解答：

a) $5 \times (-2) \times 15 = -(5 \times 2 \times 15)$
$= -150$

h) $-2 \times 4 \times (-3) \times 10 \times (-5)$
$= -(2 \times 4 \times 3 \times 10 \times 5)$
$= -1\,200$

i) $\frac{5}{4} \times (-8) \times \left(-\frac{3}{5}\right)$
$= \frac{\cancel{5}^{1}}{\cancel{4}_{1}} \times \cancel{8}^{2} \times \frac{3}{\cancel{5}_{1}}$
$= 1 \times 2 \times 3$
$= 6$

日付： U3 1.5

Ⓟ 次の掛け算をしましょう。
a) $2 \times 3 \times 4 \times 10$
b) $-2 \times 3 \times 4 \times 10$
c) $-2 \times (-3) \times 4 \times 10$
d) $-2 \times (-3) \times (-4) \times 10$
e) $-2 \times (-3) \times (-4) \times (-10)$
負の因数の個数に応じ積の符号はどうなりますか？

Ⓢ a) $2 \times 3 \times 4 \times 10 = 240$
b) $-2 \times 3 \times 4 \times 10 = -240$
c) $-2 \times (-3) \times 4 \times 10 = 240$
d) $-2 \times (-3) \times (-4) \times 10 = -240$
奇数個あると、積は負の数になります。

Ⓔ 積の計算において
$-2 \times 3 \times (-5) \times 10$
$= 2 \times 3 \times 5 \times 10$
$= 300$
負の数は偶数個あるので、符号は正です。

Ⓡ a) −150 b) 30
c) −36 d) 600
e) −24 f) 330
g) 90 h) −1 200
i) 6

宿題： 練習帳30ページ

レッスン 1

1.6 累乗

P

ある数を同じ数で2度や3度掛けたときの積は次のように表されます。

$4 \times 4 = 4^2$; $4 \times 4 \times 4 = 4^3$

次の掛け算はどう表されますか？

a) $(-4) \times (-4)$　　b) $(-4) \times (-4) \times (-4)$

S

a) $(-4) \times (-4) = (-4)^2$　　b) $(-4) \times (-4) \times (-4) = (-4)^3$

$(-4)^2$ は-4が2度掛けられています。　　$(-4)^3$ は-4が3度掛けられています。

C

同じ数が2度掛けられるときその数の2乗となり、3度掛けられるとき3乗となります。

$(-4)^2$ と$(-4)^3$ にある2や3は指数と呼ばれ、掛け算の因数-4が現れる回数を意味しています。例：

$$(-4)^{3} = \overbrace{(-4) \times (-4) \times (-4)}^{\text{因数(-4)が3回}}$$

ある数の2乗のことを**平方**、3乗のことを**立方**と呼びます。例えば、$(-4)^2$ は「-4の平方」、$(-4)^3$ は「-4の立方」と言います。

E

次の累乗を計算しましょう。

a) $(-4)^2$　　b) -4^2　　c) $(3 \times 4)^2$

解答

a) $(-4)^2 = (-4) \times (-4)$
$= 16$

b) $-4^2 = -(4 \times 4)$
$= -16$

c) $(3 \times 4)^2 = (3 \times 4) \times (3 \times 4)$
$= 12 \times 12$
$= 144$

- $(-4)^2$と -4^2 は似て見えるかもしれないが、別の積を意味しています。
- 負の数や分数の累乗を表すとき、数は括弧の中に書く必要があります。

1.次の掛け算を累乗で表しましょう。

a) 5×5　5^2　　b) $5 \times 5 \times 5$　5^3　　c) $(-3) \times (-3) \times (-3)$　$(-3)^3$　　d) $-(3 \times 3)$　-3^2

e) $\left(-\frac{1}{3}\right) \times \left(-\frac{1}{3}\right)$　$\left(-\frac{1}{3}\right)^2$　　f) $\frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4}$　$\left(\frac{3}{4}\right)^3$　　g) $(-1.5) \times (-1.5)$　$(-1.5)^2$　　h) $-(0.5 \times 0.5)$　-0.5^2

2.次の累乗を計算しましょう。

a) $(-6)^2$　36　　b) -6^2　-36　　c) $(-4)^3$　-64　　d) $\left(\frac{4}{7}\right)^2$　$\frac{16}{49}$　　e) $\left(-\frac{5}{2}\right)^2$　$\frac{25}{4}$

f) $(-3.1)^2$　9.61　　g) -3.1^2　-9.61　　h) $(2 \times 3)^2$　36　　i) $(2 \times 4)^3$　512　　j) $(5 \times 2)^2$　100

達成の目安

1.6掛け算を通して ある数の2乗や3乗を計算します。

学習の流れ

この授業で生徒は、同じ数が2度や3度因数となっている掛け算を、正の数や負の数の累乗で表します。-2^2 や $(-2)^2$ のようなケースでは、「-」符号の解釈について強調する必要があります。

ねらい

Ⓟ, Ⓢ正の数の平方や立方との対比をしながら、負の数の平方や立方を示します。

Ⓒ具体例を用いてある数の平方や立方の定義付けをします。

Ⓔ正の数や負の数の平方の計算練習をします。この練習は全体的に教師の指導のもとで実施し、より間違えやすいので平方のみに取り組むことを明確にすると良いです。$(-4)^2$ と -4^2 の違いを強調します。

つまずきやすい点

-2^2と$(-2)^2$ のような場合に生徒が取り違える可能性が高いです。そのときは、-2^2は$-2^2 = -(2 \times 2) = -4$であるため負の数になり、$(-2)^2$ の場合、この累乗は2つの負の因数の掛け算を示しているので正の数になることを、生徒に示す必要があります。また分数の累乗を表すとき、例えば次のような問題が生じることが考えられます。

$$\frac{3}{7} \times \frac{3}{7} = \frac{3^2}{7}$$

従って分数の2乗や3乗を表すときは、次のように括弧を使うべきことを強調する必要があります。

$$\frac{3}{7} \times \frac{3}{7} = \left(\frac{3}{7}\right)^2$$

日付： U3 1.6

Ⓟ 以下であることを考慮すると

$4 \times 4 = 4^2$; $4 \times 4 \times 4 = 4^3$

次の式はどう表しますか？

a) $-4 \times (-4)$
b) $-4 \times (-4) \times (-4)$

Ⓢ a) $-4 \times (-4) = (-4)^2$
b) $-4 \times (-4) \times (-4) = (-4)^3$

Ⓔ a) $(-4)^2 = -4 \times (-4) = 16$　b) $-4^2 = -(4 \times 4) = -16$
c) $(3 \times 4)^2 = (3 \times 4) \times (3 \times 4) = 12 \times 12 = 144$

$(-4)^2$と-4^2は違うことに注意しましょう。

Ⓡ 1. a) 5^2　b) 5^3　c) $(-3)^3$
d) -3^2　e) $\left(-\frac{1}{3}\right)^2$　f) $\left(\frac{3}{4}\right)^3$
g) $(-1.5)^2$　h) -0.5^2

2. a) 36　b) −36　c) −64
d) $\frac{16}{49}$　e) $\frac{25}{4}$　f) 9.61
g) −9.61　h) 36　i) 512

宿題： 練習帳31ページ

1.7 累乗を含む掛け算

P

次の掛け算をしましょう。

$$(-3)^2 \times (-4)$$

S

$(-3)^2 \times (-4) = [(-3) \times (-3)] \times (-4)$　累乗の展開
$= 9 \times (-4)$
$= -36$

赤字のような展開をする必要はなく、$(-3)^2 = 9$ であることを次のように用います。

$$\begin{aligned}(-3)^2 \times (-4) &= 9 \times (-4)\\ &= -36\end{aligned}$$

C

少なくとも1つの累乗を含む掛け算は次のように行います。

1. 累乗の計算をします。
2. 掛け算をします。

例：

$$\begin{aligned}(-3)^2 \times (-4) &= 9 \times (-4)\\ &= -36\end{aligned}$$

E

次の掛け算をしましょう。

a) 2×3^2　　b) $(2 \times 3)^2$

解答

a) $2 \times 3^2 = 2 \times 9$
$= 18$

b) $(2 \times 3)^2 = (2 \times 3) \times (2 \times 3)$
$= 6 \times 6$
$= 36$

$(2 \times 3)^2$と 2×3^2のような場合、取り違えないよう注意する必要があります。
$(2 \times 3)^2 = 6^2 = 36$ と $2 \times 3^2 = 2 \times 9 = 18$ は非常に似て見えるかもしれないが、積は異なります。

次の掛け算をしましょう。

a) $2^3 \times 3$
24

b) $4 \times (-3)^2$
36

c) -2×3^3
-54

d) $(-1)^3 \times 2$
-2

e) $2^2 \times 3^2$
36

f) $3^3 \times (-4)^2$
432

g) $(-2)^3 \times 3^3$
-216

h) $(-3)^3 \times (-5)^2$
-675

達成の目安

1.7 2乗と3乗を含む掛け算をします。

学習の流れ

生徒は既に2乗や3乗の数の計算ができるので、この授業では2乗や3乗の因数を含んだ掛け算に取り組みます。2×3^2 は $(2 \times 3)^2$ とは違うことを明確にする必要があります。

ねらい

Ⓟ, Ⓢ全体の掛け算をする前にまず平方を含む因数の掛け算をするので、生徒は前の授業で学んだことを使わなければなりません。累乗の展開を書き示す必要はないが、教科書に書かれいてる通り、累乗を計算し掛け算をすることを明確にする必要があります。

Ⓒ累乗を含む掛け算の練習をし、以下のような計算の違いを強調します。

2×3^2 y $(2 \times 3)^2$

一部の設問の解答：

a) $2^3 \times 3 = 8 \times 3$
$= 24$

f) $3^3 \times (-4)^2 = 27 \times 16$
$= 432$

g) $(-2)^3 \times 3^3 = (-8) \times 27$
$= -216$

h) $(-3)^3 \times (-5)^2 = (-27) \times 25$
$= -675$

日付： **U3 1.7**

Ⓟ 次の掛け算をしましょう。

$(-3)^2 \times (-4)$

Ⓢ まず累乗の計算をします。

$(-3)^2 \times (-4) = [(-3) \times (-3)] \times (-4)$
$= 9 \times (-4)$
$= -36$

Ⓔ a) $2 \times 3^2 = 2 \times 9$
$= 18$

b) $(2 \times 3)^2 = (2 \times 3) \times (2 \times 3)$
$= 6 \times 6$
$= 36$

注：2×3^2と$(2 \times 3)^2$は違います。

Ⓡ a) 24　b) 36　c) −54

d) −2　e) 36　f) 432

g) −216　h) −675

宿題： 練習帳32ページ

1.8 正の整数、負の整数と0の割り算

P 各空欄に当てはまる数を書きましょう。

$(+6) \div (+2) = +3$ なので $(+2) \times (+3) = +6$

$(-6) \div (-2) = \square$ なので $(-2) \times \square = -6$

$(-6) \div (+2) = \square$ なので $(+2) \times \square = -6$

$(+6) \div (-2) = \square$ なので $(-2) \times \square = +6$

S

$(-6) \div (-2) = \boxed{+3}$ なので $(-2) \times \boxed{+3} = -6$

$(-6) \div (+2) = \boxed{-3}$ なので $(+2) \times \boxed{-3} = -6$

$(+6) \div (-2) = \boxed{-3}$ なので $(-2) \times \boxed{-3} = +6$

C 次の表では、割られる数と割る数の符号に応じた商の符号と絶対値を示しています。

割られる数と割る数の符号	商の符号	商の絶対値
同じ	+	それぞれの数の絶対値の商
違う	−	

割り算では掛け算と同じように+符号と括弧を使います。

例：

a) $(+6) \div (+2) = +(6 \div 2)$
$= +3$
$= 3$

b) $(-6) \div (-2) = +(6 \div 2)$
$= +3$
$= 3$

c) $(-6) \div (+2) = -(6 \div 2)$
$= -3$

d) $(+6) \div (-2) = -(6 \div 2)$
$= -3$

E 次のわり算を解きましょう。$0 \div (-2)$

解答
空欄□ に$0 \div (-2)$ の商が当てはまる場合、$\square \times (-2) = 0$ なので、
$\square = 0$ になり $0 \div (-2) = 0$ となります。

空欄□に$5 \div 0$の商が当てはまる場合、
$\square \times 0 = 5$となるが、0や5に掛けられる数
は存在しません。

0 を0 以外のある数で割ると商は0になります。ある数を0で割ることは、計算自体が定義されず不可能です。

次の割り算をしましょう。

a) $6 \div (-3)$ -2　b) $10 \div (-2)$ -5　c) $18 \div 2$ 9　d) $12 \div (-4)$ -3　e) $-24 \div 3$ -8

f) $-20 \div (-4)$ 5　g) $-60 \div (-5)$ 12　h) $0 \div 10$ 0　i) $0 \div (-7)$ 0　j) $-1 \div 2$ $-\frac{1}{2}$

達成の目安

1.8 正の数、負の数、0の割り算をします。

学習の流れ

生徒は既に正の数、負の数、0の掛け算を理解しているため、割り算は掛け算の反対の計算として学びます。この授業では正の数、負の数、0 の割り算をするためのルールを明らかにします。0 をある正の数や負の数で割る場合については、 Ⓟを解く論理を振り返りながら、Ⓔで明らかにします。

ねらい

Ⓟ, Ⓢ以前の授業で学んだ2つの正負の数の積を参考にし、割り算は掛け算の反対の計算であることを踏まえ、直観的に2つの正負の数の割り算の商を決定します。

©0を正の数や負の数で割る特別な場合について伝えます。この部分では0を0以外のある数で割ると商は0になり、ある数を0で割ることは計算自体が定義されないことを強調する必要があります。

日付：

U3 1.8

Ⓟ よく見て空欄を埋めましょう。

(+6) ÷ (+2) = +3 なので (+2) × (+3) = +6

(-6) ÷ (-2) = □ なので (-2) × □ = -6

(-6) ÷ (+2) = □ なので (+2) × □ = -6

(+6) ÷ (-2) = □ なので (+2) × □ = +6

Ⓢ (+6) ÷ (+2) = +3 なので (+2) × (+3) = +6

(-6) ÷ (-2) = $\boxed{+3}$ なので (-2) × $\boxed{(+3)}$ = -6

(-6) ÷ (+2) = $\boxed{-3}$ なので (+2) × $\boxed{(-3)}$ = -6

(+6) ÷ (-2) = $\boxed{-3}$ なので (+2) × $\boxed{(-3)}$ = +6

商の符号に関するルールは積の場合と同じです。

Ⓔ 0 ÷ (-2)の割り算をすると

□が
0 ÷ (-2) の商を表すとき

□ × (-2) = 0 になるので
□ = 0 となるため0 ÷ (-2) = 0

Ⓡ

a) −2	b) −5	c) 9
d) −3	e) −8	f) 5
g) 12	h) 0	i) 0

宿題： 練習帳33ページ

1.9 負の分数

P

ある割り算を分数 $5 \div 7 = \frac{5}{7}$ で表させるとき $-(5 \div 7) = -\frac{5}{7}$ となります 。
$\frac{-5}{7} = \frac{5}{-7} = -\frac{5}{7}$ がなぜ正しいかを説明しましょう。

S

以下であるとき

$-\frac{5}{7} = -(5 \div 7)$ $\frac{-5}{7} = -5 \div 7$ $\frac{5}{-7} = 5 \div (-7)$

次のようになります

$$\frac{-5}{7} = -5 \div 7 = -(5 \div 7) = -\frac{5}{7}.$$

同様に

$$\frac{5}{-7} = 5 \div (-7) = -(5 \div 7) = -\frac{5}{7}.$$

よって

$$-5 \div 7 = 5 \div (-7) = -(5 \div 7) \text{ o } \frac{-5}{7} = \frac{5}{-7} = -\frac{5}{7}.$$

C

分子か分母に符号（-）のある分数は、分数の前に符号（-）をつけることができます。
つまり

$$\frac{-a}{b} = \frac{a}{-b} = -\frac{a}{b}$$

負の分数である場合、a と b が正の数となった $\frac{a}{b}$ の形で表されます。

1.次の割り算を負の分数で表しましょう。

a) $-5 \div 11$ $-\frac{5}{11}$

b) $3 \div (-7)$ $-\frac{3}{7}$

c) $-(11 \div 13)$ $-\frac{11}{13}$

以下である
$\frac{-a}{-b} = \frac{a}{b}$
なので
$-a \div (-b) = +(a \div b)$
$= a \div b$

2.次の分数を $\frac{a}{b}$ の形で表しましょう。

a) $\frac{-2}{11}$ $-\frac{2}{11}$

b) $\frac{7}{-13}$ $-\frac{7}{13}$

3.次の式の空欄 □ を埋めましょう。

a) $-\frac{2}{5} = \boxed{-2} \div 5 = 2 \div \boxed{(-5)} = -(2 \div 5)$

b) $-\frac{3}{7} = \boxed{-3} \div 7 = 3 \div \boxed{(-7)} = -(3 \div 7)$

c) $-\frac{7}{9} = \boxed{-7} \div 9 = 7 \div \boxed{(-9)} = -(7 \div 9)$

d) $-\frac{5}{11} = \boxed{-5} \div 11 = 5 \div \boxed{(-11)} = -(5 \div 11)$

達成の目安

1.9分子か分母に負の数を含む分数を $\frac{a}{b}$ の形で表します。

学習の流れ

前の授業で正の数、負の数の割り算に取り組んだため、生徒は既に(-5) ÷ (+4) のような表現に慣れています。また生徒は下の学年で 割り算は分数で表せることも学んでいます。これら2つのことを踏まえ、負の数を含む割り算であることを示す分数は全て$-\frac{a}{b}$ の形で表されることを明確にします。

ねらい

Ⓟ, Ⓢ分数は割り算を表記したものであることを踏まえ、また前の授業で学んだ正の数、負の数の割り算のルールを用い、分子か分母が負の数である分数は $-\frac{a}{b}$ の形で表されることを定めます。

©分子か分母に負の数がある分数は $-\frac{a}{b}$ の形で書き表す必要があることを明確にします。

Ⓔそれぞれに負の分数を表す練習をします。追加情報として、分子も分母も負の数である分数は正の分数として表されることを生徒に説明しても良いです。

日付： U3 1.9

P $5 \div 7 = \frac{5}{7}$ である場合 $-(5 \div 7) = -\frac{5}{7}$ です。

次の式が正しいのはなぜですか？

S 以下であるとき

$-\frac{5}{7} = -(5 \div 7), \frac{-5}{7} = (-5) \div 7, \frac{5}{-7} = 5 \div (-7)$

次のようになります $\frac{-5}{7} = (-5) \div 7 = -(5 \div 7) = -\frac{5}{7}.$

同様に $\frac{5}{-7} = 5 \div (-7) = -(5 \div 7) = -\frac{5}{7}.$

よって

-5 ÷ 7 = 5 ÷ (-7) = -(5 ÷ 7) または $\boxed{\frac{-5}{7} = \frac{5}{-7} = -\frac{5}{7}}$

R
1. a) $-\frac{5}{11}$ b) $-\frac{3}{7}$ c) $-\frac{11}{13}$
2. a) $-\frac{2}{11}$ b) $-\frac{7}{13}$
3. a) $\boxed{-2}$, $\boxed{(-5)}$
   b) $\boxed{-3}$, $\boxed{(-7)}$
   c) $\boxed{-7}$, $\boxed{(-9)}$
   d) $\boxed{-5}$, $\boxed{(-11)}$

宿題：練習帳 34ページ

レッスン1

1.10 逆数

P

次の掛け算をしましょう。

a) $3 \times \frac{1}{3}$　　b) $-\frac{5}{3} \times \left(-\frac{3}{5}\right)$

3は$\frac{3}{1}$として解釈できます。

1. 上の式の積はいくつでしたか？
2. それぞれの掛け算での掛ける数にはどのような特徴がありますか？

S

a) $3 \times \frac{1}{3} = \cancel{3}^{1} \times \frac{1}{\cancel{3}_{1}} = 1$　　b) $-\frac{5}{3} \times \left(-\frac{3}{5}\right) = -\frac{\cancel{5}^{1}}{\cancel{3}_{1}} \times \left(-\frac{\cancel{3}^{1}}{\cancel{5}_{1}}\right) = 1$

1. どちらの式も積は1です。
2. 掛ける数は掛けられる数の分子と分母の位置が入れ替わった分数です。

C

ある数に対して掛けると1になる数のことを**逆数**と言います。a が 0 以外であるとき、$a \times \frac{1}{a} = 1$であるため、その逆数は$\frac{1}{a}$です。

同様に $\frac{1}{a}$ の逆数は a です。一般的に $\frac{a}{b}$ の逆数は $\frac{b}{a}$です。

E

次の数の逆数を求めましょう。

a) $\frac{3}{4}$　b) $-\frac{4}{5}$　c) -1　d) $-\frac{1}{3}$　e) 0　f) 0.4

解答

a) $\frac{3}{4}$ の逆数は $\frac{4}{3}$ です。
b) $-\frac{4}{5}$の逆数は$-\frac{5}{4}$です。
c) -1 の逆数は-1 です。
d) $-\frac{1}{3}$ の逆数は-3 です。
e) 0 ×□= 1 になる□は存在しないため、0 に逆数はありません。
f) $0.4 = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$ の逆数は $\frac{5}{2}$です。

次の数の逆数を求めましょう。

a) 2　$\frac{1}{2}$　b) -5　$-\frac{1}{5}$　c) $\frac{1}{3}$　3　d) $\frac{1}{5}$　5　e) $-\frac{1}{8}$　-8

f) $\frac{3}{5}$　$\frac{5}{3}$　g) $-\frac{7}{11}$　$-\frac{11}{7}$　h) 0.25　4　i) -0.2　-5　j) -0.6　$-\frac{5}{3}$

ユニット3

達成の目安

1.10 ある数の逆数を求めます。

学習の流れ

「ある数の逆数」の定義をし、次の授業で逆数を用いて掛け算を使った割り算に取り組めるようにします。

ねらい

Ⓟ, Ⓢ分数の掛け算で、掛ける数が掛けられる数の分子と分母の位置を入れ替えた数であるとき、答えは1になることを定めます。b) の解答では因数の符号（-）は消滅しているが、これは既に明確にしたように、負の数が偶数個あるとき積は正の数になるためです。

Ⓒ逆数の計算の練習をします。0には逆数がないことを明確にします。

一部の設問の解答：

a) $2 \longrightarrow \frac{1}{2}$

h) $0.25 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4} \longrightarrow 4$

i) $-0.2 = -\frac{2}{10} = \frac{1}{5} \longrightarrow -5$

j) $-0.6 = -\frac{6}{10} = -\frac{3}{5} \longrightarrow -\frac{5}{3}$

日付：

U3 1.10

Ⓟ 次の式の積はいくつですか？

a) $3 \times \frac{1}{3}$　　b) $-\frac{5}{3} \times \left(-\frac{3}{5}\right)$

掛ける数にはどのような特徴がありますか？

Ⓢ a) $3 \times \frac{1}{3} = \frac{\cancel{3}^{1}}{1} \times \frac{1}{\cancel{3}_{1}}$

$= 1$

b) $-\frac{5}{3} \times \left(-\frac{3}{5}\right) = \frac{\cancel{5}^{1}}{\cancel{3}_{1}} \times \frac{\cancel{3}^{1}}{\cancel{5}_{1}}$

$= 1$

どちらの式も積は1です。

これらは掛けられる数の分子と分母の位置が入れ替わった分数です。

Ⓔ a) $\frac{3}{4}$ の逆数は $\frac{4}{3}$です。

b) $-\frac{4}{5}$の逆数は$-\frac{5}{4}$です。

c) -1 の逆数は-1 です。

d) $-\frac{1}{3}$ の逆数は-3 です。

e) 0には逆数がなく、0 × □ = 1 となる□は存在しません。

f) $0.4 = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$ の逆数は$\frac{5}{2}$です。

Ⓡ a) $\frac{1}{2}$　b) $-\frac{1}{5}$　c) 3　d) 5　e) −8

f) $\frac{5}{3}$　g) $-\frac{11}{7}$　h) 4　i) −5　j) $-\frac{5}{3}$

宿題：練習帳 35ページ

レッスン 1

1.11掛け算を使った割り算

P

次の計算をし答えを比較しましょう。

a) $12 \div (-3)$

b) $12 \times \left(-\frac{1}{3}\right)$

S

a) $12 \div (-3) = -(12 \div 3)$
$= -4$

b) $12 \times \left(-\frac{1}{3}\right) = -\left(\cancel{12}^{4} \times \frac{1}{\cancel{3}_{1}}\right)$
$= -4$

C

ある数を別の数で割ることは、ある数を割る数の逆数で掛けることに等しいです。そのため割り算をすることは、割られる数を割る数の逆数で掛け算することに置き換えられます。

例：

a) $12 \div (-3) = -(12 \div 3)$
$= -4$

b) $12 \times \left(-\frac{1}{3}\right) = -\left(\cancel{12}^{4} \times \frac{1}{\cancel{3}_{1}}\right)$
$= -4$

E

次の割り算を掛け算に置き換えて計算しましょう。

a) $-\frac{4}{7} \div 2$

b) $\frac{12}{15} \div \left(-\frac{3}{5}\right)$

解答

a) $-\frac{4}{7} \div 2 = -\frac{4}{7} \times \frac{1}{2}$
$= -\left(\frac{\cancel{4}^{2}}{7} \times \frac{1}{\cancel{2}_{1}}\right)$
$= -\frac{2 \times 1}{7 \times 1}$
$= -\frac{2}{7}$

b) $\frac{12}{15} \div \left(-\frac{3}{5}\right) = \frac{12}{15} \times \left(-\frac{5}{3}\right)$
$= -\left(\frac{\cancel{12}^{4}}{\cancel{15}_{3}} \times \frac{\cancel{5}^{1}}{\cancel{3}_{1}}\right)$
$= -\frac{4 \times 1}{3 \times 1}$
$= -\frac{4}{3}$

次の割り算を掛け算に置き換えて計算しましょう。

a) $-16 \div 4$
$-16 \times \frac{1}{4} = -4$

b) $18 \div (-9)$
$18 \times \left(-\frac{1}{9}\right) = -2$

c) $\frac{2}{5} \div \left(-\frac{6}{25}\right)$
$\frac{2}{5} \times \left(-\frac{25}{6}\right) = -\frac{5}{3}$

d) $\frac{13}{14} \div \left(-\frac{39}{7}\right)$
$\frac{13}{14} \times \left(-\frac{7}{39}\right) = -\frac{1}{6}$

e) $-\frac{2}{3} \div (-10)$
$-\frac{2}{3} \times \left(-\frac{1}{10}\right) = \frac{1}{15}$

f) $-\frac{3}{5} \div (-6)$
$-\frac{3}{5} \times \left(-\frac{1}{6}\right) = \frac{1}{10}$

g) $-10 \div \frac{2}{5}$
$-10 \times \frac{5}{2} = -25$

h) $15 \div \left(-\frac{3}{5}\right)$
$15 \times \left(-\frac{5}{3}\right) = -25$

達成の目安

1.11 割られる数を割る数の逆数で掛け算に置き換え、割り算をします。

学習の流れ

生徒は既に逆数の求め方がわかることを踏まえ、割り算は割る数の逆数の掛け算であると伝えることができます。

ねらい

Ⓟ, Ⓢある数で割ることは、その数の逆数で掛けることに等しいことを定めます。

Ⓒ割り算をすることは割る数の逆数で掛けることに等しく、割り算をするときは、まず掛け算の形に変えて計算できることを明確にします。

一部の設問の解答：

a) $-16 \div 4 = -\overset{4}{\cancel{16}} \times \frac{1}{\underset{1}{\cancel{4}}}$

$= -4 \times \frac{1}{1}$

$= -4 \times 1$

$= -4$

d) $\frac{13}{14} \div \left(-\frac{39}{7}\right) = \frac{13}{14} \times \left(-\frac{7}{39}\right)$

$= -\left(\frac{\overset{1}{\cancel{13}}}{\underset{2}{\cancel{14}}} \times \frac{\overset{1}{\cancel{7}}}{\underset{3}{\cancel{39}}}\right)$

$= -\left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}\right)$

$= -\frac{1}{6}$

日付： U3 1.11

Ⓟ 次の計算をし答えを比較しましょう。

a) $12 \div (-3)$　　b) $12 \times \left(-\frac{1}{3}\right)$

Ⓢ a) $12 \div (-3) = -(12 \div 3)$

$= -4$

b) $12 \times \left(-\frac{1}{3}\right) = -\left(\overset{4}{\cancel{12}} \times \frac{1}{\underset{1}{\cancel{3}}}\right)$

$= -4$

割り算＝逆数での掛け算

Ⓔ b) $\frac{12}{15} \div \left(-\frac{3}{5}\right) = \frac{12}{15} \times \left(-\frac{5}{3}\right)$

$= -\left(\frac{\overset{4}{\cancel{12}}}{\underset{3}{\cancel{15}}} \times \frac{\overset{1}{\cancel{5}}}{\underset{1}{\cancel{3}}}\right)$

$= -\frac{4 \times 1}{3 \times 1}$

$= -\frac{4}{3}$

Ⓡ

a) -4	b) -2
c) $-\frac{5}{3}$	d) $-\frac{1}{6}$
e) $\frac{1}{15}$	f) $\frac{1}{10}$
g) -25	h) -25

宿題：練習帳 36ページ

1.12 復習問題

次の各設問を指示に従って解きましょう。

1. 次の掛け算をしましょう。

a) $(-5)\times(-2)$ 10 b) $(-7)\times(+4)$ -28 c) $(+6)\times(-8)$ -48 d) $(-6)\times(+7)$ -42

2. 次の掛け算をしましょう。

a) $(-3.5)\times(-3)$ 10.5 b) $\left(+\frac{1}{2}\right)\times\left(-\frac{9}{13}\right)$ $-\frac{9}{26}$ c) $\left(-\frac{10}{3}\right)\times\left(-\frac{9}{5}\right)$ 6 d) $\left(-\frac{9}{2}\right)\times\left(-\frac{4}{3}\right)$ 6

3.次の掛け算をしましょう。

a) 8×1 8 b) -1.1×1 -1.1 c) $1\times\frac{7}{13}$ $\frac{7}{13}$ d) $1\times(-11)$ -11

e) -1×9 -9 f) $-1\times(-17)$ 17 g) $\frac{7}{9}\times(-1)$ $-\frac{7}{9}$ h) $-\frac{11}{12}\times(-1)$ $\frac{11}{12}$

i) 21×0 0 j) -3.6×0 0 k) $\frac{8}{15}\times0$ 0 l) $0\times\left(-\frac{2}{29}\right)$ 0

4.交換法則と結合法則を用い次の掛け算を簡単なものにしましょう。

a) $0.5\times(-0.16)\times2$ -0.16 b) $-36\times25\times\left(-\frac{1}{12}\right)$ 75 c) $-55\times\left(-\frac{7}{3}\right)\times\left(-\frac{1}{5}\right)$ $-\frac{77}{3}$

5.因数に応じた積の符号をつけて次の掛け算をしましょう。

a) $-3\times(-4)\times(-5)\times(-2)$ 120 b) $-6\times5\times(-3)\times10\times(-1)$ -900 c) $\frac{7}{3}\times(-6)\times\left(-\frac{5}{7}\right)$ 10

6.次の累乗を計算しましょう。

a) $(-5)^2$ 25 b) -5^2 -25 c) $(-2)^3$ -8

d) $\left(\frac{2}{3}\right)^2$ $\frac{4}{9}$ e) $\left(-\frac{3}{5}\right)^3$ $-\frac{27}{125}$ f) $(1.2)^2$ 1.44

g) -0.6^2 -0.36 h) 10×2^2 40 i) $(5\times2)^3$ 1000

7.次の掛け算をしましょう。

a) $2^2\times(-3)^2$ 36 b) $(-5)^3\times2^2$ -500 c) $(-10)^3\times(-5)^2$ $-25\,000$

8. 次の割り算をしましょう。

a) $-36\div12$ -3 b) $-60\div(-15)$ 4 c) $0\div(-25)$ 0

9. 次の割り算を負の分数で表しましょう。

a) $(-7)\div9$ $-\frac{7}{9}$ b) $5\div(-11)$ $-\frac{5}{11}$ c) $-(15\div17)$ $-\frac{15}{17}$

10. 次の数の逆数を求めましょう。

a) -6 $-\frac{1}{6}$ b) $\frac{1}{19}$ 19 c) 0.6 $\frac{3}{5}$

11.次の割り算をしましょう。

a) $-12\div\frac{3}{5}$ -20 b) $\frac{1}{7}\div\left(-\frac{5}{21}\right)$ $-\frac{3}{5}$ c) $-\frac{6}{5}\div(-18)$ $\frac{1}{15}$

達成の目安

1.12 正の数、負の数、0の掛け算と割り算の問題を解きます。

一部の設問の解答：

10.

a) $-6 \longrightarrow -\frac{1}{6}$

b) $\frac{1}{19} \longrightarrow 19$

c) $0.6 = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} \longrightarrow \frac{5}{3}$

11.

a) $-12 \div \frac{3}{5} = -12 \times \frac{5}{3}$

$= -\left(\cancel{12}^{4} \times \frac{5}{\cancel{3}_{1}}\right)$

$= -(4 \times 5)$

$= -20$

b) $\frac{1}{7} \div \left(-\frac{5}{21}\right) = \frac{1}{7} \times \left(-\frac{21}{5}\right)$

$= -\left(\frac{1}{\cancel{7}_{1}} \times \frac{\cancel{21}^{3}}{5}\right)$

$= -\left(1 \times \frac{3}{5}\right)$

$= -\frac{3}{5}$

c) $-\frac{6}{5} \div (-18) = -\frac{6}{5} \times \left(-\frac{1}{18}\right)$

$= \frac{\cancel{6}^{1}}{5} \times \frac{1}{\cancel{18}_{3}}$

$= \frac{1}{5} \times \frac{1}{3}$

$= \frac{1}{15}$

宿題：練習帳 37ページ

レッスン 2 混合計算

2.1 掛け算と割り算の計算

P

次の掛け算と割り算の混合計算をしなさい。

$$6 \div \left(-\frac{15}{7}\right) \times (-5)$$

S

$$\begin{aligned} 6 \div \left(-\frac{15}{7}\right) \times (-5) &= 6 \times \left(-\frac{7}{15}\right) \times (-5) \\ &= \left(\overset{2}{\cancel{6}} \times \frac{7}{\underset{\underset{1}{\cancel{3}}}{\cancel{15}}} \times \overset{1}{\cancel{5}}\right) \\ &= 2 \times 7 \times 1 \\ &= 14 \end{aligned}$$

C

掛け算と割り算の混合計算をするためには約数を逆数にしながら、掛け算だけの式に直して計算しなければなりません。そして計算をしやすくするために、掛け算の計算をする前に分数の数値を簡略化することが勧められています。基本的に計算は左から右へとおこないます。

例

$$\begin{aligned} 6 \div \left(-\frac{15}{7}\right) \times (-5) &= 6 \times \left(-\frac{7}{15}\right) \times (-5) \\ &= \left(\overset{2}{\cancel{6}} \times \frac{7}{\underset{\underset{1}{\cancel{3}}}{\cancel{15}}} \times \overset{1}{\cancel{5}}\right) \\ &= 2 \times 7 \times 1 \\ &= 14 \end{aligned}$$

E

次の式を解きましょう。

解答

$$\begin{aligned} (-3)^2 \times (-10) \div (-24) &= 9 \times (-10) \times \left(-\frac{1}{24}\right) \\ &= +\left(\overset{3}{\cancel{9}} \times \overset{5}{\cancel{10}} \times \frac{1}{\underset{\underset{4}{\cancel{12}}}{\cancel{24}}}\right) \\ &= 3 \times 5 \times \frac{1}{4} \\ &= \frac{15}{4} \end{aligned}$$

次の掛け算と割り算の混合計算をしなさい。

a) $-10 \div 6 \times (-21)$ 35

b) $-\frac{15}{4} \times \frac{7}{10} \div \left(-\frac{3}{2}\right)$ $\frac{7}{4}$

c) $(-3)^2 \times (-2) \div 6$ -3

d) $(-2)^3 \times (-15) \div (-18)$ $-\frac{20}{3}$

e) $-2^2 \times (-9) \div 6$ 6

f) $-\frac{7}{3} \times \frac{5}{21} \div \frac{7}{9}$ $-\frac{5}{7}$

達成の目安

2.1　掛け算と割り算の混合計算を行います。

学習の流れ

この授業では掛け算と割り算のみの混合計算が出てきます。よって、生徒は以前授業で習ったように、逆数ですべての割り算を掛け算になおしてから計算します。

ねらい

Ⓟ、Ⓢ割り算を掛け算になおすことや正負の数も含めて、これまでに学習してきたことを応用して掛け算と割り算の混合式を計算します。

Ⓒ掛け算と割り算の混合式の計算法を明らかにします。

Ⓔ掛け算と割り算の混合式の計算を練習します。Ⓟの掛け算と異なる点は、この掛け算の式には累乗が含まれており、掛け算を割り算になおしても、結果に変化はないことを強調します。しかしながら、最初に累乗から計算しなければなりません。後の授業では累乗を含んだ混合計算を詳しく取り扱う予定です。

いくつかの項目の解答

a) $-10 \div 6 \times (-21) = -\cancelto{5}{10} \times \frac{1}{\cancel{6}_{\cancel{2}\,1}} \times (-\cancelto{7}{21})$

$= -5 \times 1 \times (-7)$

$= 35$

練習e) での生徒への注意点

$-2^2 = -(2 \times 2) = -4$

日付 **U3 2.1**

Ⓟ 計算しましょう。

$6 \div \left(-\frac{15}{7}\right) \times (-5)$

Ⓢ

$6 \div \left(-\frac{15}{7}\right) \times (-5) = 6 \times \left(-\frac{7}{15}\right) \times (-5)$

逆数 $= +\left(\cancelto{2}{6} \times \frac{7}{\cancel{15}_{\cancel{3}\,1}} \times \cancelto{1}{5}\right)$

$= 2 \times 7 \times 1$

$= 14$

Ⓔ 計算の実行

$(-3)^2 \times (-10) \div (-24) = 9 \times (-10) \times \left(-\frac{1}{24}\right)$

$= +\left(\cancelto{3}{9} \times \cancelto{5}{10} \times \frac{1}{\cancel{24}_{4}}\right)$

$= 3 \times 5 \times \frac{1}{4}$

$= \frac{15}{4}$

Ⓡ a) 35　b) $\frac{7}{4}$　c) -3

d) $-\frac{20}{3}$　e) 6　f) $-\frac{5}{7}$

宿題　練習帳の38ページ

レッスン 2

2.2 混合計算

P

次の混合計算を解きなさい。

a) $10 + 5 \times (-3)$

b) $40 \div (-10 + 5)$

S

a) $10 + 5 \times (-3) = 10 + (-15)$
$= 10 - 15$
$= -5$

b) $40 \div (-10 + 5) = 40 \div (-5)$
$= -8$

C

正と負の数がある足し算、引き算、掛け算、割り算、あるいはかっこ内に式があるものを含む混合計算をするときには、正の数の計算方法と同様に行います。計算する順番は次のとおりです。

1. （ある場合）かっこの中の計算をします。
2. 掛け算と割り算
3. 足し算と引き算

例

a) $10 + 5 \times (-3) = 10 + (-15)$
$= 10 - 15$
$= -5$

b) $40 \div (-10 + 5) = 40 \div (-5)$
$= -8$

次の混合計算を解きなさい。

a) $5 + 2 \times 3$ 11

b) $-12 - 18 \div 3$ -18

c) $4 \times (-5) - 7$ -27

d) $-20 \div (-4) - 8$ -3

e) $5 \times (-2) + 4 \times 3$ 2

f) $-9 \div 3 + 8 \div 4$ -1

g) $-12 \div 2 + 2 \times 3$ 0

h) $5 \times (-12) - 16 \div 8$ -62

i) $-8 \times (-5 + 17)$ -96

j) $-24 \div (-6 - 2)$ 3

k) $(-3 + 8) \div (-5)$ -1

l) $(2 - 13) \div 22$ $-\frac{1}{2}$

達成の目安

2.2　足し算、引き算、掛け算、割り算の混合計算を行います。

学習の流れ

この授業では足し算、引き算、掛け算、割り算の混合式を学びますが、このテーマはすでに前学年で学んだことから、負の数がある場合のみの計算の仕方まで応用を広げます。

ねらい

Ⓟ, Ⓢ前学年で習った計算する順番の決まりにそって混合計算をします。しかしながら、今回は正と負の数のある式に決まりを応用します。割り算のまま、あるいは掛け算になおすかは、生徒に決めさせます。

いくつかの項目の解答

a) $5 + 2 \times 3 = 5 + 6$
$= 11$

g) $-12 \div 2 + 2 \times 3 = -6 + 6$
$= 0$

j) $-24 \div (-6 - 2) = -24 \div (-8)$
$= 24 \div 8$
$= 3$

l) $(2 - 13) \div 22 = -11 \div 22$
$= -\frac{11}{22}$
$= -\frac{1}{2}$

日付　　**U3 2.2**

Ⓟ 計算しましょう。

a) $10 + 5 \times (-3)$　　b) $40 \div (-10 + 5)$

Ⓢ

a) $10 + 5 \times (-3) = 10 + (-15)$
$= 10 - 15$
$= -5$

b) $40 \div (-10 + 5) = 40 \div (-5)$
$= -8$

Ⓡ

a) 11	b) −18	c) −27
d) −3	e) 2	f) −1
g) 0	h) −62	i) −96
j) 3	k) −1	l) $-\frac{1}{2}$

宿題　練習帳の39ページ

レッスン 2

2.3 累乗を含む混合計算

P

次の計算をしましょう。

$$32 \div (-2)^2 - 6$$

S

$$\begin{aligned} 32 \div (-2)^2 - 6 &= 32 \div 4 - 6 \\ &= 8 - 6 \\ &= 2 \end{aligned}$$

C

計算式に累乗、かっこつき計算、掛け算あるいは割り算、そして足し算あるいは引き算が含まれるときは次の順番で行います。

1. （ある場合）かっこの中の計算
2. 累乗
3. 掛け算と割り算
4. 足し算と引き算

E

次の計算をしましょう。

$$-4 \times (-7 + 4)^2 + 4^2$$

解答

$$\begin{aligned} -4 \times (-7 + 4)^2 + 4^2 &= -4 \times (-3)^2 + 4^2 \\ &= -4 \times 9 + 16 \\ &= -36 + 16 \\ &= -20 \end{aligned}$$

次の計算をしましょう。

a) $5 - 4 \times (-3)^2$
-31

b) $-4 - 5 \times (-2)^3$
36

c) $27 - 3^2 \times 4$
-9

d) $-8 \times (1 - 3)^3 + 4^2$
80

e) $2 - 7 \times (-2^2)$
30

f) $(-2)^3 + 3^2 \div (-3)$
-11

g) $-4^2 + (-2)^3 \div (-9 + 5)$
-14

h) $(-5)^2 + 20^2 \div (7 - 17)$
-15

達成の目安

2.3　足し算、引き算、掛け算、割り算や累乗を含む式の計算をします。

学習の流れ

この授業で練習する混合計算は、復習となりますが、計算に累乗を加えます。さらに正と負の数で練習します。このようにして、この授業では、このような式では、どの順番で計算をするかということを明らかにします。

ねらい

Ⓟ, Ⓢ正と負の数を含んだ混合計算をします。最初に累乗の計算をしてから、以前習った規則の順に従い計算します。割り算のままか、あるいは掛け算に直すかは生徒に決めさせます。

Ⓒ累乗を含む一式混合計算の順番を明らかにする。

いくつかの項目の解答

a) $5 + (-4) \times (-3)^2 = 5 - 4 \times 9$
$= 5 - 36$
$= -31$

g) $-4^2 + (-2)^3 \div (-9 + 5)$
$= -4^2 + (-2)^3 \div (-4)$
$= -16 + (-8) \div (-4)$
$= -16 + 8 \div 4$
$= -16 + 2$
$= -14$

h) $(-5)^2 + 20^2 \div (7 - 17)$
$= (-5)^2 + 20^2 \div (-10)$
$= 25 + 400 \div (-10)$
$= 25 + (-40)$
$= 25 - 40$
$= -15$

日付　**U3 2.3**

Ⓟ 計算

$32 \div (-2)^2 - 6$

Ⓢ

$32 \div (-2)^2 - 6 = 32 \div 4 - 6$
$= 8 - 6$
$= 2$

① ② ③

Ⓔ 演算の実行

$-4 \times (-7 + 4)^2 + 4^2 = -4 \times (-3)^2 + 4^2$
$= -4 \times 9 + 16$
$= -36 + 16$
$= -20$

① ② ② ③ ④

Ⓡ a) -31　b) 36　c) -9

d) 80　e) 30　f) -11

g) -14　h) -15

宿題　練習帳の40ページ。

レッスン 2

2.4 掛け算の分配法則

P

演算1と演算2のそれぞれの結果を比べなさい。

	演算 1	演算 2		演算 1	演算 2
a)	$(-6-4)\times 3$;	$-6\times 3+(-4)\times 3$	b)	$-4\times(-15+10)$;	$-4\times(-15)+(-4)\times 10$

S

演算 1

a) $(-6-4)\times 3 = (-10)\times 3$
$= -30$

演算 2

$-6\times 3+(-4)\times 3 = -18+(-12)$
$= -18-12$
$= -30$

両方の結果は同じです。よって $(-6-4)\times 3 = -6\times 3+(-4)\times 3$です。

演算 1

b) $-4\times(-15+10) = (-4)\times(-5)$
$= 20$

演算 2

$-4\times(-15)+(-4)\times 10 = 60+(-40)$
$= 60-40$
$= 20$

両方の結果は同じです。よって $-4\times(-15+10) = -4\times(-15)+(-4)\times 10$です。

C

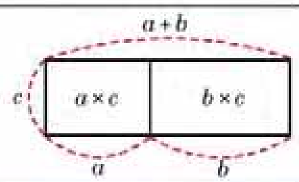
a、b、cはいかなる数字でも成り立ちます。

$(a+b)\times c = a\times c+b\times c$

$c\times(a+b) = c\times a+c\times b$

前述のことがらは**分配法則**と知られています。

分配法則は図のように面積によって表すことができます。



掛け算 $(a+b)\times c$の式に 分配法則を用いると、かっこは消えて、$a\times c+b\times c$の式になります。分配法則でかっこを除くことを**かっこをはずす**ともいいます。

E

分配法則を活用して次の計算をしましょう。

a) $\left(\frac{7}{9}-\frac{5}{6}\right)\times 18$　　b) $47\times(-9)+13\times(-9)$

解答

a) $\left(\frac{7}{9}-\frac{5}{6}\right)\times 18 = \left[\frac{7}{9}+\left(-\frac{5}{6}\right)\right]\times 18$
$= \frac{7}{9}\times 18+\left(-\frac{5}{6}\right)\times 18$
$= 14+(-15)$
$= 14-15$
$= -1$

b) $47\times(-9)+13\times(-9) = (47+13)\times(-9)$
$= 60\times(-9)$
$= -540$

分配法則を活用して次の計算をしなさい。

a) $5\times(-7-3)$　-50　　b) $(-23+3)\times(-2)$　40　　c) $60\times\left(\frac{5}{12}-\frac{13}{30}\right)$　-1

f)では$99 = 100-1$であることに注意してください。

d) $12\times 13+88\times 13$　1300　　e) $-21\times 2-4\times 2$　-50　　f) $99\times(-15)$　-1485

ユニット3

41

達成の目安

2.4 掛け算の分配法則の応用

学習の流れ

生徒はすでに分配法則を習得しているので、ここでは負の数の導入範囲まで法則の応用を広げます。また同じく、別の状況で計算する場合でも、計算しやすくするために法則の応用ができるよう指導します。

ねらい

Ⓟ, Ⓢ負の数が含まれていることを強調しながら、それぞれの演算1と2が同じになるようにします。

Ⓒ前の段階で同等にしたことを言及しながら、分配法則を明確にします。前学年で分配法則を習いましたが、この法則はたとえ計算式に負の数が含まれていても、同様に有効であることを強調することが重要です。同様に、分配法則の応用はカッコを外すことであると言及すべきであり、また場合によっては、左から右へ、またその逆の順番で計算を進めるうえでより計算しやすくします。

Ⓔ分配法則の活用で計算しやすくなることを強調しながら、左から右へ、またはその逆の方向に計算する練習をします。a)の式にはかっこの中に引き算があり、しかるに分配法則の応用のために、それらを足し算になおさなければなりません。確かに、これらの計算の変換は必要ではありませんが、現時点において生徒に過剰な情報を詰め込むことはあまり勧められません。次回の授業において、分配法則はたとえ式に引き算があっても、同じように用いることができることに言及します。

いくつかの項目の解答

a) $5 \times (-7 - 3)$
$= 5 \times (-7) + 5 \times (-3)$
$= -35 + (-15)$
$= -35 - 15 = -50$

日付 U3 2.4

Ⓟ 2つの演算を比較しなさい。

	演算 1	演算 2
a)	$[-6 + (-4)] \times 3$	$-6 \times 3 + (-4) \times 3$
	演算 1	演算 2
b)	$-4 \times [-15 + 10]$	$-4 \times (-15) + (-4) \times 10$

Ⓢ a) $[-6 + (-4)] \times 3 = -10 \times 3 = -30$
$-6 \times 3 + (-4) \times 3 = (-18) + (-12) = -30$
$[-6 + (-4)] \times 3 = -6 \times 3 + (-4) \times 3$

b) $-4 \times [-15 + 10] = -4 \times (-5) = 20$
$-4 \times (-15) + (-4) \times 10 = 60 + (-40) = 20$
$-4 \times [-15 + 10] = -4 \times (-15) + (-4) \times 10$

演算の実行

Ⓔ a) $\left(\frac{7}{9} - \frac{5}{6}\right) \times 18 = \left[\frac{7}{9} + \left(-\frac{5}{6}\right)\right] \times 18$
$= \frac{7}{9} \times 18 + \left(-\frac{5}{6}\right) \times 18$
$= 14 + (-15)$
$= 14 - 15$
$= -1$

b) $47 \times (-9) + 13 \times (-9)$
$= (47 + 13) \times (-9)$
$= 60 \times (-9)$
$= -540$

Ⓡ

a) -50　b) 40　c) -1
d) $1\,300$　e) -50　f) $-1\,485$

宿題　練習帳の41ページ

2.5 数の集合

P

もしa と bがいかなる2つの自然数を表すとしたら、次のどの演算の結果が、常に自然数になりますか。

a) $a+b$ b) $a-b$ c) $a\times b$ d) $a\div b$

S

2つの自然数を足し算あるいは掛け算すると、結果は必ず自然数になります。反対に2つの自然数を引き算あるいは割り算すると、かならずしも結果が自然数になるとは限りません。例2 – 7 と 3 ÷ 7 の演算の結果は自然数ではありません。

C

要素、数、あるいはものの集合体を**集合と**呼びますが、たとえば、自然数の集合体を**自然数の集合**と呼びます。一般に数の集合体を数の集合と呼びます。自然数の集合においては常に引き算と割り算ができるわけではなく、なぜならそれらの結果が常に自然数にならないからです。それゆえに、自然数の集合の範囲を広げる必要があります。

E

問題を解きましょう。

a) いつでも引き算で計算できるために、自然数にどの数の集合を加えなければなりませんか。
b) いつでも割り算で計算できるようにするためには、問題a) で加えた数の集合で十分ですか。

解答

a) 最も広がりのある集合にするため、また、いつでも引き算でできるために、0と負の数の集合を加えなければなりません。この新しい集合体を**整数**と呼びます。この時点から先に整数の集合と言った場合「..., –3, –2, –1, 0, 1, 2, 3, ...」の数の集合となります。

b) 十分ではありません。**分数のように表される数字**を加えなければなりません。

整数のうち、例えると5の場合ですが、分数でも書き表せられます、$\frac{5}{1}$ 、ということから整数の集合は、分数のように表される数の集合の一部に含まれていることになります。

小数も同じく、分数として表されると考えます。例$0.8 = \frac{8}{10}$.

分数に表せられる数、
$\frac{1}{5}, \frac{3}{2}, 0.222, 0.\overline{33}, 0.1, -0.15$
整数
..., –3, –2, –1, 0,
自然数
1, 2, 3,...

1.どの演算が、異なる数の集合での計算が可能ですか。それぞれの数の集合で常に計算が可能なものにX印をつけなさい。0においては割り算に考慮されません。

	足し算	引き算	掛け算	割り算
自然数	x		x	
整数	x	x	x	
分数で表せる数	x	x	x	x

2.それぞれの演算で計算できる数の集合名を書きなさい。

a) 8 + 2
自然数
整数
分数

b) –5 × 4
整数
分数

c) 9 – 10
整数
分数

d) 5 ÷ 6
分数

達成の目安

2.5 指定された数の集合においていつも計算できる演算を明確化します。

学習の流れ

9 – 10 あるいは3 ÷ 2の演算をすると結果は自然数ではありません。ですから、このような演算の結果を分類するために、別の新しい数の集合を決める必要があります。この授業では前述の演算の結果を分類できる数の種類が出てきます。そしてそれをひとつの数の集合として定義します。

ねらい

Ⓟ, Ⓢ演算によっては結果が自然数にならない場合があります、ですから、これらの計算が常に可能ではないことを明確にします。

Ⓒ数の集合を定義します。ここでは、自然数の集合で引き算と割り算の計算を常にできるとは限らないことを強調します。ですから数の集合の範囲を広げる必要があります。

Ⓔ引き算と割り算が常にできるようにするためには自然数の集合に別の種類の数を加える必要があり、それらを定め、この新しく出来た数の集合に名称をつけます。

いくつかの項目の解答

それぞれに計算可能な演算と数の集合を結びつけます。つまり演算によつてどの数の集合が計算できるのかを定めます。
2番においては、それぞれの四則計算で計算可能な数の集合名をすべて表示しなければなりません。

日付 U3 2.5

Ⓟ もしも a とb が自然数の場合には、どの演算が自然数になりますか。
a) $a+b$ b) $a-b$ c) $a \times b$ d) $a \div b$

Ⓢ a) はい。 b) いつもとは限らない。例2 – 3
c) はい。 d) いつもとは限らない。例3 ÷ 7

Ⓔ a) 引き算がいつでもできるようにするためには0と負の数の集合を加えなければなりません。
b)十分ではありません。分数で表せる数を加える必要があります。

Ⓡ 1.**自然数** 足し算と掛け算
整数 足し算、引き算、掛け算**分数で表せる数** 足し算、引き算、掛け算、割り算。

宿題 練習帳の42ページ

2.6 復習問題

次の各設問を指示に従って解きましょう。

1. 次の掛け算と割り算の混合計算をしなさい。

a) $-\frac{21}{2}\times\frac{6}{7}\div\left(-\frac{3}{4}\right)$
12

b) $-1\times(-6)^2\div 8$
$-\frac{9}{2}$

c) $-3^2\times(-6)\div 2$
27

2.次の掛け算、割り算、足し算あるいは引き算の混合計算をしなさい。

a) $7+5\times 2$ 17

b) $-2+(-32)\div 4$ −10

c) $3\times(-4)-3$ −15

d) $6\times(-4)+7\times 3$ −3

e) $-12\div 6+35\div 7$ 3

f) $13\times(-2)-30\div 5$ −32

3.かっこのある掛け算と割り算の混合計算をしなさい。

a) $(19-10)\times(-3)$ −27

b) $-4\times(8-5)$ −12

c) $-5\div(-5-20)$ $\frac{1}{5}$

4.次の累乗を含んだ掛け算、割り算、足し算あるいは引き算の混合計算をしなさい。

a) $2-3\times(-5)^2$
−73

b) $-3-7\times(-3^2)$
60

c) $-2\times(2-7)^3+3^2$
259

5.分配法則を用いて次の掛け算をしなさい。

a) $(-25-11)\times 4$
−144

b) $42\times\left(\frac{3}{14}-\frac{5}{6}\right)$
−26

c) $17\times 14+83\times 14$
1300

6.次にあげる式で成り立つ数の集合の名称を書きなさい。

a) $10+3$
自然数
整数
分数

b) -6×3
整数
分数

c) $12-15$
整数
分数

達成の目安

2.6複合演算にある問題を解決します。

いくつかの項目の解答

3.

c) $-5 \div (-5-20) = -5 \div (-25)$

$= 5 \div 25$

$= \frac{\cancel{5}^{1}}{\cancel{25}_{5}}$

$= \frac{1}{5}$

b) $42 \times \left(\frac{3}{14} - \frac{5}{6}\right)$

$= 42 \times \left[\frac{3}{14} + \left(-\frac{5}{6}\right)\right]$

$= \overset{3}{\cancel{42}} \times \frac{3}{\underset{1}{\cancel{14}}} + \overset{7}{\cancel{42}} \times \left(-\frac{5}{\underset{1}{\cancel{6}}}\right)$

$= 3 \times 3 + 7 \times (-5)$

$= 9 + (-35)$

$= 9 - 35$

$= -26$

5.

a) $(-25 - 11) \times 4$

$= [-25 + (-11)] \times 4$

$= -25 \times 4 + (-11) \times 4$

$= -25 \times 4 + (-44)$

$= -100 - 44$

$= -144$

c) $12 \times 13 + 88 \times 13 = (12 + 88) \times 13$

$= 100 \times 13$

$= 1300$

宿題　練習帳の43ページ

3.1 最小公倍数と最大公約数

P

1. 次の数のそれぞれの倍数を最初から12個書きましょう。
2:
5:

答えましょう。
a) 2と5の倍数のなかで共通する数はどれですか。
b) aの解答の数字の中でいちばん小さい倍数はいくつですか。

2.次にあげる数のそれぞれの約数を書きなさい。
18:
24:

答えましょう。
a) 18と24の公約数はいくつですか。
b) aの解答の中でいちばん大きい数はいくつですか。

S

1. 2: 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22 および 24
5: 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, および 60

a) 10 y 20　　b) 10

2. 18: 1, 2, 3, 6, 9 および 18
24: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 および 24

a) 1, 2, 3 y 6　　b) 6

C

ふたつ以上の数字の公倍数の中で、一番小さい数を**最小公倍数**といいます。その省略形は**LCM**です。

計算するための工程は次の通りです。
1. それぞれの数字の倍数を書きます。
2. 共通する倍数を見つけます。
3. 共通する倍数の中からいちばん小さい数を見つけます。

ふたつ以上の数で共通する約数のいちばん大きい数を**最大公約数**といいます。省略形は **GCD**です。

計算するための工程は次の通りです。
1. それぞれの数のすべての約数を書きます。
2. 共通する約数を見つけます。
3. その公約数の中からいちばん大きな約数を見つけます。

1.次の数字の最小公倍数を求めましょう。

a) 6 y および 9
LCM = 18

b) 5 および 10
LCM = 10

c) 3 および 5
LCM = 15

d) 3, 6 および 9
LCM = 18

2.つぎの数の最大公約数を求めましょう。

a) 6 および 9
GCD= 3

b) 12 および 8
GCD = 4

c) 18 および 3
GCD= 3

d) 14, 21 および 28
GCD = 7

達成の目安

3.1　あげられた2つあるいは3つの数の最小公倍数と最大公約数を計算します。

学習の流れ

前の学年で生徒はすでに最小公倍数と最大公約数の求め方を学んだため、この授業ではその計算過程を復習できるように指導します。ですから、この両方を練習するためには一時間で十分です。

ねらい

Ⓟ, Ⓢ約数と倍数の概念を復習します。

Ⓒ最小公倍数 (LCM) と最大公約数 (GCD) を明確にして、それらの計算方法を明らかにします。最小公倍数（LCM）と最大公約数（GCD）は以前学習したものと同じであることに言及し、ここではその計算方法の練習を中心にしなければなりません。

いくつかの項目の解答

1.
a) 6: 6, 12, 18, 24...
9: 9, 18, 27, 36.
mcm = 18

d) 3: 3, 6, 9, 12, 15, 18...
6: 6, 12, 18, 24, 20...
9: 9, 18, 27, 36, 45...
mcm = 18

2.
a) 6: 1, 2, 3, 6...
9: 1, 3...

GCD= 3

d) 14: 1, 2, 7, 14...
21: 1, 3, 7...
28: 1, 2, 4, 7, 14

GCD = 7

倍数と約数に関しては、自然数のみ考慮されます。

日付　　U3 3.1

Ⓟ
1. 2 と5の最初から12個の倍数を各々見つけなさい。
   a)　2と5の公倍数はどれですか。
   b)　a)の公倍数の中でいちばん小さいのはどの数ですか。
2. 18と24のそれぞれの約数を求めましょう。
   a)　a)18と24の公約数はどの数ですか。
   b)　a)の答えの中でいちばん大きい数はどれですか。

Ⓢ
1.a) 10 y 20
b) 10 ← 最小公倍数
2.a) 1, 2, 3 y 6
b) 6 ← 最大公約数

Ⓡ
1.a) 18　b) 10　c) 15
d) 18

2.a) 3　b) 4　c) 3
d) 7

宿題　練習帳の44ページ。

3.2 ひとつの数の倍数と約数の間の関係性

P

次の各設問を指示に従って解きましょう。

1.問題をノートに写して、空欄の下線の部分に24と36の約数と倍数で埋めなさい。

$\underbrace{1, 2, 3, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_}_{24の約数}$ **:24:** $\underbrace{24, 48, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_}_{24の倍数}$, ...

$\underbrace{1, 2, 3, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_}_{36の約数}$ **:36:** $\underbrace{36, 72, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_}_{36の倍数}$, ...

2. 前の設問で求めた数について、次の質問に答えなさい。
   a) 24は4の倍数ですか。4は24の約数ですか。
   b) 24は1の倍数ですか。1は24の約数ですか。
   c) 24は24の倍数ですか。24は24の約数ですか。

3. 24と36のLCMとGCDを計算しなさい。

4. LCMはGCDの倍数ですか。

S

1.

$\underbrace{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24}_{24の約数}$: **24** : $\underbrace{24, 48, 72, 96, 120, 144, 168, 192, 216}_{24の倍数}$, ...

$\underbrace{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36}_{36の約数}$: **36** : $\underbrace{36, 72, 108, 144, 180, 216, 252}_{36の倍数}$, ...

2. a) 24は4の倍数で、4は24の約数です。
   b) 24は1の倍数で、1は24の約数です。
   c) 24は24の倍数で、24は24の約数です。

3. LCM= 72、GCD = 12。

4.LCMがGCDの倍数といえるのは、LCM＝GCD×6であり、72＝12×6ですから、LCMはGCDの倍数です。

C

ひとつの数の倍数と約数、ふたつ以上の数のLCMとGCDに関して、それらが成り立つには、
- ひとつの数が別の数の倍数であるなら、それは前者の数の約数です。
- あらゆる数は1の倍数であり、1はあらゆる数の約数です。
- ひとつの数は、その数自体の倍数であり、約数です。
- LCMはGCDの倍数です。

ノートに写して、解答しましょう。

1. 4 は20の約数です。ですから20 は4の 倍数 です。
2. 8は2の倍数です。ですから2は8の約数です。
3. いかなる数は 1 の倍数です。
4. 1 はいかなる数の約数です。
5. 6は6の倍数ですか。理由を説明しなさい。　はい、なぜなら 6 = 6 × 1だからです。
6. 6は6の約数ですか。理由を説明しなさい。　はい、なぜなら6 ÷ 6 = 1だからです。
7. 前日の授業で行った練習2の数のLCM、そのGCDの倍数を書きなさい。

a) LCM = GCD × 6	b) LCM = GCD × 6	c) LCM = GCD × 6	d) LCM= GCD × 12
18 = 3 × 6	24 = 4 × 6	18 = 3 × 6	84 = 7 × 12

達成の目安

3.2 もしひとつ数がもうひとつの数の倍数であるならば、後者の数は前者の数の約数であり、その逆の場合もあることを解明します。

学習の流れ

この授業では与えられた一つの数は、もうひとつの数の約数であり、後者の数は、前者の数の倍数であることについて取り組みます。またLCMはGCDの一倍数であることを考えます。

ねらい

Ⓟ、Ⓢひとつの数はもう一方の数の倍数である二つの数の間にある関連性や二つの数のGCDとLCMの関係について考えます。

©もしも一つの数がもうひとつの数の倍数であるとしたら、後者の数はの数の約数であり、いかなる数は1の倍数で、1はいかなる数の約数であることを明らかにします。さらにすべての数はその数自体の約数、倍数であり、LCMはGCDの倍数であることをはっきりさせます。

日付 U3 3.2

Ⓟ 2. ノートで練習したこと
- a) 24は4の倍数ですか。4は24の約数ですか。
- b) 24は1の倍数ですか。1は24の約数ですか。
- c) 24は24の倍数ですか。24は24の約数ですか。

3. 24と36のLCMとGCDを計算しなさい。
4. LCMはGCDの倍数ですか。

Ⓢ 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24: **24:** 24, 48, 72, 96, 120, 144, 168, 192, 216...
1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36: **36:** 36, 72, 108, 144, 180, 216, 252...

2. a) はい、24 = 4 × 6
はい、24 ÷ 4 = 6
b) はい、24 = 1 × 24
はい、24 ÷ 1 = 24
c) はい、24 = 24 × 1
はい、24 ÷ 24 = 1

3.GCD = 12, LCM = 72
4.はい、LCM = GCD × 6 で、72 = 12 × 6だからです。

Ⓡ 1. 倍数
2. 約数
3.1
4.1
5. はい、なぜなら 6 = 6 × 1だからです。
6.はい、なぜなら6 ÷ 6 = 1だからです。
7.LCM = 18、GCD =3、
LCM= GCD × 6
= 3 × 6
= 18

宿題　練習帳の45ページ。

レッスン 3

3.3 素数と合成数

P 表をノートに写して、与えられた数のすべての約数を書きなさい。そして約数の個数に従い数を分類しなさい。

数	約数	数	約数
1		11	
2		12	
3		13	
4		14	
5		15	
6		16	
7		17	
8		18	
9		19	
10		20	

a) 約数がふたつだけの数はどれですか。
b) 三つ以上の約数がある数はどれですか。

S

数	約数	数	約数
1	1	11	1, 11
2	1, 2	12	1, 2, 3, 4, 6, 12
3	1, 3	13	1, 13
4	1, 2, 4	14	1, 2, 7, 14
5	1, 5	15	1, 3, 5, 15
6	1, 2, 3, 6	16	1, 2, 4, 8, 16
7	1, 7	17	1, 17
8	1, 2, 4, 8	18	1, 2, 3, 6, 9, 18
9	1, 3, 9	19	1, 19
10	1, 2, 5, 10	20	1, 2, 4, 5, 10, 20

a) 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17 y 19.
b) 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18 y 20.

C

約数がふたつだけの数（1とその数そのもの）を**素数**といいます。例は**a**となる数です。

三つ以上の約数を持つ数を**合成数**といいます。例は**b**となる数です。

1はただひとつ1が約数となります。1は素数でも合成数でもありません。

E

エラトステネスは「エラトステネスの篩」として知られる素数を発見できる方法を考案しました。この方法で最初の値から最後の値まですべての素数を見つけることができます。最初の値から最後の値までの素数の倍数を除いていくことに基づきます。一旦工程が終わった時点で、外されることなく、残った数が素数です。工程は、二乗にしたときに最後の数値と同等または大きい最初の数値を見つけた時に終わります。

46

レッスン 3

a)「エラトステネスの篩」を用いて、100までの数の中からすべての素数を、1から100までの表を使って出しなさい。

b) これらの数 11、23、29、42、54、75、88、91 を素数と合成数に分類しなさい。

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

解答

a)

~~1~~	2	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	~~9~~	~~10~~
11	~~12~~	13	~~14~~	~~15~~	~~16~~	17	~~18~~	19	~~20~~
~~21~~	~~22~~	23	~~24~~	~~25~~	~~26~~	~~27~~	~~28~~	29	~~30~~
31	~~32~~	~~33~~	~~34~~	~~35~~	~~36~~	37	~~38~~	~~39~~	~~40~~
41	~~42~~	43	~~44~~	~~45~~	~~46~~	47	~~48~~	~~49~~	~~50~~
~~51~~	~~52~~	53	~~54~~	~~55~~	~~56~~	~~57~~	~~58~~	59	~~60~~
61	~~62~~	~~63~~	~~64~~	~~65~~	~~66~~	67	~~68~~	~~69~~	~~70~~
71	~~72~~	73	~~74~~	~~75~~	~~76~~	~~77~~	~~78~~	79	~~80~~
~~81~~	~~82~~	83	~~84~~	~~85~~	~~86~~	~~87~~	~~88~~	89	~~90~~
~~91~~	~~92~~	~~93~~	~~94~~	~~95~~	~~96~~	97	~~98~~	~~99~~	~~100~~

1. 1は素数ではありません。消します。
2. 2は素数です。
3. 2の倍数をすべて消します。
4. 次に消さない数字は素数である3です。
5. 3の倍数である数を全部消します。
6. 次の消さない数は素数である5です。
7. 5の倍数である数をすべて消します。
8. 次に消さない数は素数である7です。
9. 7の倍数である数をすべて消します。
10. 消されないで残った数が1から100までのすべて素数です。工程はここで終わりになるのは、次の素数は11ですが、 10 および $10^2 = 100$で範囲を超えるからです。

b) 素数11、23、29。
合成数42、54、75、88 、91。

次の数を素数と合成数とに区別しなさい。
5、9、21、23、26、27、30、31、33、35、36、41、47、49、53。

素数5、23、31、41、47と53。　　合成数9、21、26、27、30、33、36と49。

達成の目安

3.3 約数の数によって、一つの数が素数かあるいは合成数になるかを解明します。

学習の流れ

前の授業では数の約数と倍数とともに学びましたので、ここでは各々の数がいくつの約数を持っているのかという観点から、素数と合成数を定義します。

ねらい

Ⓟ、Ⓢ数の中にはふたつだけの約数を持つものと、三つ以上の約数を持つものがあることを明らかにします。またここでは1の約数はひとつだけということを強調することが重要です。

Ⓒ素数と合成数を定義します。1は素数でも合成数でもないのは、約数がひとつだけであることを強調しなければなりません。

Ⓔ1から100までの数において素数を迅速に見つけ出すための方法として「エラトステネスの篩」を紹介します。これらの結果をふまえて、与えられた数の中での素数と合成数を分類するために用います。「エラトステネスの篩」を使わずにそれぞれの約数を求めることは非常に長い作業になっていたであろうということに注目させなければなりません。

日付

U3 3.3

Ⓟ ノートで練習したこと

a) 約数がふたつだけの数はどれですか。

b) 三つ以上の約数がある数はどれですか。

Ⓢ

a) 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17 y 19.

b) 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18 y 20.

Ⓔ a)エラトステネスの篩
100まで

b) エラトステネスの篩によると素数11、23、29。
合成数42、54、75、88 、91。

Ⓡ 素数5、23、31、41、47、53。
合成数9、21、26、27、30、33、 35、36、49。

宿題　練習帳の46ページ。

レッスン 3

3.4 素因数分解

P

24という数を素数の積として表します。必要であれば素数を繰り返すことができます。

積とは掛け算の結果です。

S

掛け算の素数を出すために、次のような方法で行うことができます。

$$\begin{array}{r|l} 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

表示
$24 \div 2 = 12$
$12 \div 2 = 6$
$6 \div 2 = 3$
$3 \div 3 = 1$

このように継続していきます。

ですから、$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$となり、同値の形で$24 = 2^3 \times 3$と表すことができます。

積の数を**因数**といいます。

C

いかなる合成数も素数の積として示すことができます。この工程を**素因数分解**といいます。

E

四角い枠に36の素因数で分解した数を入れ、それから素因数の積としての数を書きなさい。

$$\begin{array}{r|l} 36 & \square \\ 18 & \square \\ 9 & \square \\ \square & \square \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 24 & \square \\ 12 & \square \\ 6 & \square \\ \square & \square \\ 1 & \end{array}$$

解答

$$\begin{array}{r|l} 36 & \boxed{2} \\ 18 & \boxed{2} \\ 9 & \boxed{3} \\ \boxed{3} & \boxed{3} \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 24 & \boxed{2} \\ 12 & \boxed{2} \\ 6 & \boxed{2} \\ \boxed{3} & \boxed{3} \\ 1 & \end{array}$$

$36 = 2^2 \times 3^2$ $\qquad$ $24 = 2^3 \times 3$

I

次の数を素因数分解しなさい。

a) 12 $2^2 \times 3$	b) 16 2^4	c) 20 $2^2 \times 5$	d) 30 $2 \times 3 \times 5$	e) 35 5×7
f) 56 $2^3 \times 7$	g) 50 2×5^2	h) 54 2×3^3	i) 64 2^6	j) 100 $2^2 \times 5^2$

達成の目安

3.4 素因数での一つの数を継続する割り算を用いて分解します。

学習の流れ

生徒はすでに素数の概念を学んでいるので、この授業では素因数の数の分解に取り組みます。そして形式を導入します。

$$\begin{array}{r|l} 36 & \boxed{2} \\ 18 & \boxed{2} \\ 9 & \boxed{3} \\ \boxed{3} & \boxed{3} \\ 1 & \end{array}$$

$36 = 2^2 \times 3^2$

数の素因数を明らかにするためまたひとつの数は素因数の掛け算として表せられることをはっきりさせます。例えると$36 = 2^2 \times 3^2$です。

ねらい

Ⓟ、Ⓢひとつの数を素因数の掛け算として表すための工程を明らかにします。生徒たちがⓈの工程をふまずに素因数の掛け算としての数を求められたとしても、これから先はこの工程で求めていくことを生徒たちに告げなければなりません。また因数で一つの数が繰り返される場合には、その数を一度書き示し、あとは因数として出て来る数の分だけ累乗で示すことが重要であることを言わなければなりません。

いくつかの項目の解答

a)
$$\begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$12 = 2^2 \times 3$

j)
$$\begin{array}{r|l} 100 & 2 \\ 50 & 2 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$100 = 2^2 \times 5^2$

日付 U3 3.4

Ⓟ 素数の積として24を表します。必要であれば素数を繰り返すことができます。

Ⓢ

$$\begin{array}{r|l} 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$24 \div 2 = 12$
$12 \div 2 = 6$
$6 \div 2 = 3$
$3 \div 3 = 1$

ですから、 $24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$; o $24 = 2^3 \times 3$.

Ⓔ

$$\begin{array}{r|l} 36 & \boxed{2} \\ 18 & \boxed{2} \\ 9 & \boxed{3} \\ \boxed{3} & \boxed{3} \\ 1 & \end{array}$$

$36 = 2^2 \times 3^2$

Ⓡ

a) $12 = 2^2 \times 3$
b) $16 = 2^4$
c) $20 = 2^2 \times 5$
d) $30 = 2 \times 3 \times 5$
e) $35 = 5 \times 7$
f) $56 = 2^3 \times 7$

宿題　練習帳の47ページ。

3.5 素因数分解による最大公約数

P

8と12のMCDの計算は次のようにします。

数	約数
8:	1, 2, 4, 8
12:	1, 2, 3, 4, 6, 12

よって、8と12のMCDは4です。

8と12の素因数分解の工程

$$\begin{array}{r|l} 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$8 = 2 \times 2 \times 2 \quad = 2^3$$
$$12 = 2 \times 2 \quad \times 3 = 2^2 \times 3$$

8と12の数字の分解してから、この二つの数のMCDをどのように出しますか。

S

$$8 = \boxed{2} \times \boxed{2} \times 2 \quad = 2^3$$
$$12 = \boxed{2} \times \boxed{2} \quad \times 3 = 2^2 \times 3$$

8と12のMCDは両方の分解した最小指数と両方の共通素数をかけ合わせて計算出来ます。つまり、$2 \times 2 = 2^2 = 4$です。

C

二つの数のMCDを明らかにするには次のように行います。

1. 二つの数を素因数分解する。
2. できる場合には、それぞれの分解において素数の累乗の積としての数を表す。
3. 両方の分解において共通する累乗で最小の指数同士を掛け合わせます。

E

素因数分解で12と18のMCDを求めなさい。

解答

$$\begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$12 = \boxed{2} \times 2 \times \boxed{3} \quad = 2^2 \times 3$$
$$18 = \boxed{2} \quad \times \boxed{3} \times 3 = 2 \times 3^2$$

MCD= 2 × 3 = 6

素因数分解でMCDを求めなさい。

a) 12 y 15 MCD= 3	b) 9 および 27 MCD= 9	c) 8 および 20 MCD = 4	d) 12 および 16 MCD = 4	e) 15 および 25 MCD = 5
f) 6 y 14 MCD = 2	g) 7 および 14 MCD = 7	h) 6 yおよび 8 MCD = 2	i) 5 および 15 MCD = 5	j) 9 および 12 MCD= 3

ユニット3

49

達成の目安

3.5 素因数分解で最大公約数を求めます。

学習の流れ

素因数分解を用いていくつかの数のMCDを明らかにする形式を考えます。

ねらい

Ⓟ, Ⓢ素因数分解によってふたつの数のMCDは、それぞれの分解の共通因数、あるいは累乗で表されている場合には最小値の共通因数を掛け合わせて求められます。この工程では、生徒がすでに学んだ方法により予め求めた二つの数のMCDを得たところから、演繹的に工程を進めることに期待します。

いくつかの項目の解答

a)

12	2
6	2
3	3
1	

15	3
5	5
1	

$12 = 2^2 \times 3$　　$15 = 3 \times 5$

MCD = 3

日付　　U3 3.5

Ⓟ 8と12の素因数分解をよく見ましょう。

$8 = 2 \times 2 \times 2 \quad = 2^3$

$12 = 2 \times 2 \quad \times 3 = 2^2 \times 3$

どのように8と12のMCDを計算できますか。

Ⓢ

$8 = 2 \times 2 \times 2 \quad = 2^3$

$12 = 2 \times 2 \quad \times 3 = 2^2 \times 3$

$\text{MCD} = 2 \times 2 = 2^2 = 4$

Ⓔ

12	2
6	2
3	3
1	

18	2
9	3
3	3
1	

$12 = \boxed{2} \times 2 \times \boxed{3} \quad = 2^2 \times 3$

$18 = \boxed{2} \quad \times \boxed{3} \times 3 = 2 \times 3^2$

MCD= 2 × 3 = 6

Ⓡ a) 3　　b) 9　　c) 4

d) 4　　e) 5

宿題　練習帳の48ページ。

レッスン 3

3.6 素因数分解による最小公倍数

P

8と12のMCMを次のように計算しなさい。

数	倍数
8:	8, 16, 24, 32, 40, ...
12:	12, 24, 36, 48, ...

したがって、8と12のMCMは24です。

今度は8と12の素因数分解の工程をよく見なさい。そして分解の後にどのようにMCMを求めているかを書きなさい。

$$\begin{array}{r|l} 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

ですから素因数分解は

$$8 = 2 \times 2 \times 2 \quad = 2^3$$
$$12 = 2 \times 2 \quad \times 3 = 2^2 \times 3$$

S

$$8 = \boxed{2 \times 2 \times 2} \quad = 2^3$$
$$12 = 2 \times 2 \quad \times \boxed{3} = 2^2 \times 3$$

8と12のMCMはそれぞれの分解の異なる素因数を掛け合わせて求めることができます。共通素数がある場合には最大の指数同士を掛け合わせます。つまり、$2 \times 2 \times 2 \times 3 = 2^3 \times 3 = 24$です。

C

二つの数のMCMを求めるためには
1. 二つの数を素因数分解します。
2. できる場合には、それぞれの分解において素数の累乗の積としての数を表します。
3. 分解したもので共通しない素因数を掛け合わせます。共通素数がある場合には指数が大きい方の累乗を選びます（もし共通する指数で同じものがある場合はひとつだけとります）。

E

20と24のMCMを素因数分解で求めなさい。

解答

$$\begin{array}{r|l} 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$20 = 2 \times 2 \quad \times \boxed{5} = 2^2 \times 5$$
$$24 = \boxed{2 \times 2 \times 2} \times \boxed{3} \quad = 2^3 \times 3$$

$$MCM = 2^3 \times 3 \times 5$$
$$= 120$$

素因数分解でMCMを計算しなさい。

a) 12 および 18	b) 9 および 27	c) 8 および 20	d) 12 および 16	e) 15 および 20
MCM=36	MCM= 27	MCM = 40	MCM = 48	MCM = 60
f) 6 および 21	g) 7 および 14	h) 6 および 8	i) 5 および 15	j) 9 および 12
MCM = 42	MCM= 14	MCM= 24	MCM = 15	MCM=36

50

達成の目安

3.6 素因数分解による最小公倍数の計算。

学習の流れ

この授業ではいくつかの数を素因数分解して、それらの最小公倍数を求める形式を提示します。

ねらい

Ⓟ, Ⓢ二つの数のMCMを素因数分解で求めるのは、各分解で異なる因数を掛け合わせます。そして共通因数がある場合には、累乗が大きいものを選びます。この工程では、生徒がすでに学んだ方法により予め求めた二つの数のMCMを得たところから、演繹的に工程を進めることに期待します。

Ⓒふたつの数のMCMを素因数分解によって計算するアルゴリズムを明らかにします。もし同じ累乗の共通因数がある場合には、MCMの計算にはひとつだけ用いることを強調します。

いくつかの項目の解答

a)

$$\begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$12 = 2^2 \times 3$　　$18 = 2 \times 3^2$

$\text{mcm} = 2^2 \times 3^2 = 4 \times 9$
$= 36$

j)

$$\begin{array}{r|l} 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$9 = 3^2$　　$12 = 2^2 \times 3$

$\text{mcm} = 2^2 \times 3^2$
$= 4 \times 9 = 36$

日付　　**U3 3.6**

Ⓟ 8と12の素因数分解をよく見ましょう。

$8 = 2 \times 2 \times 2 \quad = 2^3$
$12 = 2 \times 2 \quad \times 3 = 2^2 \times 3$

どのように8と12のMCMを計算できますか。

Ⓢ $8 = \boxed{2 \times 2 \times 2} = 2^3$
$12 = 2 \times 2 \times \boxed{3} = 2^2 \times 3$

MCM= 2 × 2 × 2 × 3 = 2^3 × 3 = 24。

Ⓔ

$$\begin{array}{r|l} 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$20 = 2 \times 2 \quad \times \boxed{5} = 2^2 \times 5$
$24 = \boxed{2 \times 2 \times 2} \times \boxed{3} = 2^3 \times 3$
$\text{mcm} = 2^3 \times 3 \times 5 = 120$

Ⓡ a) 36　b) 27
c) 40　d) 48
e) 60

宿題　練習帳の49ページ。

3.7 MCMとMCDの応用

P

126人の子どもと12人の教師がいます。もしも均等により多くのグループを構成するとすれば（子どもと教師）いくつのグループができますか。ひとつのグループに子どもが何人いますか。

S

各グループは同じ数の子供がいなければなりませんのでグループの数は、子供の数の約数になります、つまり126の約数です。同じように、グループの数は教諭の数の約数にならなければなりません、つまり12の約数です。したがって、グループの数は126と12の共通な約数になりますが、より多くの数のグループを構成したいということで、この約数は126と12の最大公約数でなければなりません。

素因数分解は

$$126 = \boxed{2} \times \boxed{3} \times 3 \times 7 = 2 \times 3^2 \times 7$$
$$12 = \boxed{2} \times 2 \times \boxed{3} = 2^2 \times 3$$

したがって、MCD = 2 × 3 = 6です。

ですから、6グループに構成され、グループごとに126 ÷ 6 = 21人の子どもがいることになります。

C

MCDとMCMを身の回りの問題を解決するために用いることができます。

E

アナさんは、彼女のおばあさんには15日に一度、彼女の叔父さんには18日に一度手紙を書きます。もし今日アナさんが二人に手紙を書く日だとしたら、次におばあさんとおじさんに手紙を書く日が重なるのは何日後でしょうか。

解答
もしもアナさんが彼女のおばあさんに15日ごとに手紙を書くとしたら、また書く日が来るまでの日数は15の倍数にならなければなりません。同じように彼女のおじさんには18日ごとに手紙を書きますから、次に手紙を書く日までの日数は18の倍数になります。ゆえに、各々15と18の倍数が過ぎる日数となり、最初に書くのが重なる日を求めるには、二つの数の最小公倍数でなければなりません。
というわけで因数分解は

$$15 = 3 \times \boxed{5} = 3 \times 5$$
$$18 = \boxed{2} \times \boxed{3 \times 3} = 2 \times 3^2$$

よってMCM = 2 × 3^2 × 5 = 90です。

このようにして、同じ日にふたりに書く日は90日後となります。

1. 90冊のノートと72本の鉛筆があり、できるだけ多くの子供たちに均等に配りたいと思います。何人の子どもに配ることができますか。子どもたちはそれぞれに何冊のノートと何本の鉛筆を受け取りますか。 18人のこどもが、各々5冊のノートと4本の鉛筆を受け取ります。
2. カルロスさんはビスケットを焼いて、それらを売るために包みます。90枚のバニラ味と60枚のチョコレート味のビスケットを焼きましたが、すべてのパックはぴったり同じでなければなりません。最高何パックできますか。いかなるパックにもそれぞれの味のビスケットが何枚ずつ入っていなければなりませんか。
3. ホセさんはサッカーを6日ごとに、カルロスさんは21日ごとにします。もし今日二人がサッカーをしたら、次回に居合わせるのは何日後ですか。 42日後に一致します。
4. フリアさんのお誕生会のためにコップと皿を買いたいと思っています。コップは6個ずつのパックで、皿は8枚一組で売られています。買うコップと皿の数は同じで、できるだけ少ない数を考慮します。コップと皿の数はいくつになるでしょうか。各々24点。

30パックでバニラ味が3枚とチョコレート味が2枚。

達成の目安

3.7 身のまわりの問題を解決するための最小公倍数と最大公約数の活用。

学習の流れ

この授業では様々な異なる状況がでてきますが、その中でMCDとMCMの応用で解決できる問題を考えます。

ねらい

Ⓟ, ⓈMCMの概念の応用によって、問題を解決できる状況例を提示します。MCMの計算には素因数分解を用いなければなりません。

いくつかの項目の解答

1.それぞれの子供は同じ数のノートを受け取らなければなりませんので、子供の数は、ノートの数、つまり90の約数にならなければなりません。同じように、子供の数は鉛筆の数、つまり72の約数にならなければなりません。したがって、グループ数は90と72の公約数ですが、できるだけ子どもの数を多くしたいということですから、90と72の最大公約数でなければなりません。

3.もしホセさんが6日ごとにサッカーをするとすれば、次回までの日数は6の倍数にならなければなりません。同じようにカルロスさんは21日ごとにサッカーをしますから、次回までの日数は21の倍数にならなければなりません。したがって、6と21の倍数が、それぞれの日数になりますが、彼らがサッカーをする日が重なる日を求めたいですから、二つの最小公倍数を求めなければなりません。

日付 U3 3.7

Ⓟ 126人の子どもと12人の教師がいます。
均等でできるだけ多くのグループ数に組み分けします。
いくつのグループに組み分けできるでしょうか。
各グループに何人の子供がいますか。

Ⓢ グループ数は126と12のMCDです。

$126 = \boxed{2} \times \boxed{3} \times 3 \times 7 = 2 \times 3^2 \times 7$
$12 = \boxed{2} \times 2 \times \boxed{3} = 2^2 \times 3$

ですから、MCD = 2 × 3 = 6です。
それぞれに126 ÷ 6 = 21人の子どもたちがいる6組のグループを構成しなければなりません。

Ⓔ 経過する日数は15と18のMCMにならなければなりません。

$15 = \boxed{3} \times 5$
$18 = \boxed{2} \times \boxed{3 \times 3} = 2 \times 3^2$
MCM= $2 \times 3^2 \times 5 = 90$

彼女が二人に手紙を書く同じ日は90日後です。

Ⓡ
1. こどもは18人で、5冊のノートと4本の鉛筆を受け取ります。
2. 30パックとなり、バニラ味が3枚とチョコレート味が2枚入ります。

宿題 練習帳の50ページ。

8. 復習問題

1. つぎのことがらについて答えなさい。
   a) 2、3、4　　b) 3、5 、15

   1. それぞれの数の最初から10個の倍数を書きなさい。
   2. 公倍数を書きなさい。
   3. MCMを求めなさい。

a) 倍数
2: 2,4,6,8,10,12,14,16,18,20
3: 3,6,9,12,15,18,21,24,27,30
4: 4,8,12,16,20,24,28,32,36,40
公倍数12
MCM = 12

b) 倍数
3: 3,6,9,12,15,18,21,24,27,30
5: 5,10,15,20,25,30,35,40,45,50
15: 15,30,45,60,75,90,105,120,135,150
公倍数15、30
MCM = 15

2. 次のことがらについて答えなさい。
   a) 18、24 、36　　b) 16、24 、32

   1. それぞれの数のすべての約数を書きなさい。
   2. 公約数を書きなさい。
   3. MCDを求めなさい。

a) 1. 18: 1,2,3,6,9,18
24: 1,2,3,4,6,8,12,24
36: 1,2,3,4,6,9,12,18,36
2. 1,2,3,6
3.MCD = 6

b) 1. 16: 1,2,4,8,16
24:1,2,3,4,6,8,12,24
32: 1,2,3,4,8,16,32
2. 1,2,4,8
3.MCD=8

3. 空欄を埋めて、質問に答えなさい。6は12の約数です。ですから、12は6の 倍数 です。24は8の倍数です。ですから、8は24の 約数 です。
7は7の倍数ですか。理由を説明しなさい。
はい、なぜなら7 = 7 × 1だからです。

4. 次の数を素数と合成数とに区別しなさい。
4、7、9、13、21、27、32、37、39、41。
素数7、13、37、41。　合成数4、9、21、27、32、39。

5.次の数を素因数分解しなさい。

a) 18	b) 40	c) 42	d) 60
2×3^2	$2^3 \times 5$	$2 \times 3 \times 7$	$2^2 \times 3 \times 5$

6.素因数分解でMCDを求めなさい。

a) 12、18	b) 9、15	c) 16、20	d) 24、36
MCD = 6	MCD= 3	MCD = 4	MCD=12

7.素因数分解でMCMを求めなさい。

a) 6 、8	b) 5 、10	c) 6 、15	d) 12 、15
MCM= 24	MCM = 10	MCM = 30	MCM = 60

8. 次の問題を解きなさい。
a) イチゴ味のお菓子が20個とパイン味のお菓子が24個あります。各々の味のお菓子が均等にそれぞれの袋に同じ数で入るように分けます。そのようにするには最高いくつの袋になりますか。またそれぞれの袋には各味が何個ずつ入りますか。4袋、イチゴ味が5個ずつ、パイン味が6個ずつ入ります。

b) ひとつのテープには8センチごとに目盛が入り、もう一つのテープには12センチごとに目盛が付いています。これらの二本のテープの目盛が最初に一致するのは何センチですか。24センチです。

52

達成の目安

3.8素数や合成数にある問題の解決

いくつかの項目の解答

5. d)

60	2
30	2
15	3
5	5
1	

$60 = 2^2 \times 3 \times 5$

6. d)

24	2
12	2
6	2
3	3
1	

36	2
18	2
9	3
3	3
1	

$24 = 2^3 \times 3$　　$36 = 2^2 \times 3^2$

$$\begin{aligned} MCD &= 2^2 \times 3 \\ &= 4 \times 3 \\ &= 12 \end{aligned}$$

7. d)

12	2
6	2
3	3
1	

15	3
5	5
1	

$60 = 2^2 \times 3$　　$15 = 3 \times 5$

$$\begin{aligned} MCM &= 2^2 \times 3 \times 5 \\ &= 4 \times 3 \times 5 \\ &= 60 \end{aligned}$$

8.
a)イチゴ味のお菓子をそれぞれの袋に同じ数入れなければならないので、袋の数はそのお菓子の数（20）の約数にならなければなりません。同じように袋の数はパイン味のお菓子の数（24）の約数にならなければなりません。したがって袋の数は20と24の約数にならなければなりません。しかしできるだけ多くの袋にしたいということで、20と24の最大公約数にしなければなりません。

b)テープの目盛は8センチごとにしるされているため、8センチの倍数となり、同じように12センチごとに標されているテープは12センチの倍数です。よってこれら二本のテープの目盛が一致するのは、8と12の倍数であり、最初に一致するところは、最小公倍数でなければなりません。

宿題　練習帳の51ページ。

ユニット4.符号を使った表現

このユニットのねらい

問題を解くために代数式を用いて環境状況をモデル化します。

関連と発展

7学年

ユニット4：符号を使った表現
- 代数式
- 代数式を用いた計算
- 数式の相関関係の表記

ユニット5：一次方程式
- 等式の数式
- 一次方程式
- 一次方程式の関数

8学年

ユニット1：代数計算
- 多項式を用いた計算
- 代数式の関数

ユニット 2：連立二元一次方程式
- 二元一次方程式を解く方法
- 二元一次方程式の関数

9学年

ユニット1：多項式の乗法
- 多項式の乗法
- 特別な多項式
- 因数分解

ユニット 3：二次方程式
- 二次方程式
- 二次方程式の応用

ユニット学習計画

レッスン	授業時間数	授業
1. 代数式	1	1. 数値パターン
	1	2. 数値パターンの一般化
	1	3. 変数代数式
	1	4. 多変数代数式
	1	5. 記号「×」のない代数式の表記
	1	6. 1または–1を掛けた代数式
	1	7. 代数式の累乗
	1	8. 除算を用いた代数式
	1	9. 乗算と除算を用いた代数式
	1	1学期の期末テスト
	1	10. 口語から代数言語への翻訳、パート1
	1	11. 口語から代数言語への翻訳、パート2
	1	12. 口語から代数言語への翻訳、パート3
	1	13. 口語から代数言語への翻訳
	1	14. 代数式の数値、パート1
	1	15. 代数式の数値、パート2
	1	16. 代数式の数値、パート3
	1	17. 代数式の数値、パート4
	1	18. 復習問題
2. 代数式を用いた計算	1	1. 代数式の項と係数
	1	2. 項の代数式の数による乗算

レッスン	授業時間数	授業
	1	3. 項の代数式の数による除算
	1	4. 2つの項を含む代数式の数による乗算
	1	5. 2つの項を含む代数式の数による除算
	1	6. 2つの項を含む代数式の数による乗算
	1	7. 代数式の約分
	1	8. 同類項の約分
	1	9. 代数式の合計
	1	10. 2つの代数式の減算
	1	11. 複合演算
	2	12. 復習問題
3. 数式の相関関係の表記	1	1. 等式関係の表記
	1	2. 不等式関係の表記
	1	ユニット4テスト

33 時間の授業 + ユニット4テスト + 1学期テスト

各レッスンの要点

レッスン1：代数式
一次多項式は、ユニット5の一次方程式で使用する変数に挿入されます。変数を挿入するためには、意味を伴う四角い枠の表記が使用されます。これは、例えばボード、正方形、シャツ、計算機の数など、状況に応じて変化する可能性があります。次に、変化する量の変数を用いた表記に関する一般的なルールを教授します。これらのルールのねらいは、特定の符号なしで理解できるものを省略して、変数を伴う代数式を簡易化することです。従って、必須ではありませんが、この段階では規則として教授します。最も重要な部分は、変数を利用した状況の表記です。この能力なしには方程式を含む関数問題を解くことができません。変数は四角い枠に挿入されているので、代数式の数値を出すために、それらを数値に置き換えることは自然な事です。

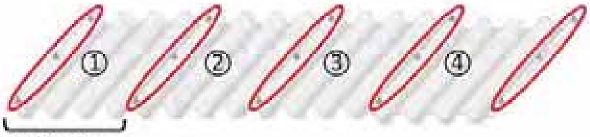
レッスン2：代数式を用いた計算
要素「項」および「係数」について説明した後、同類項の約分が最も重要であるため、1つの変数を伴う一次多項式のみを取り上げます。

レッスン3：数式の相関関係の表記
等式は既に用いられていますが、この課では等式および不等式の意味を説明します。

1.1数値パターン

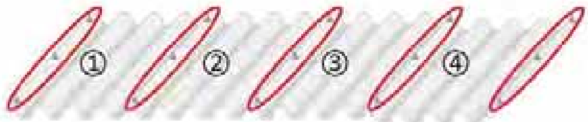
P

図を見て下さい。4枚のシートを置くのに、いくつのピンが必要ですか。



1シート

S



各シートの左側にあるピンをシートの数で数え、
最後のシートの右側に表示される最後の3つを足すと、$3 \times 4 + 3 = 15$となります。

答え： 15 ピン

もしくは次のようにすることもできます。

列ごとのピンを見ると、各列にはシートの数に1を加えた数と同じ数のピンがあり、3列の場合には$3 \times (4 + 1) = 15$となります。 **答え：** 15 ピン

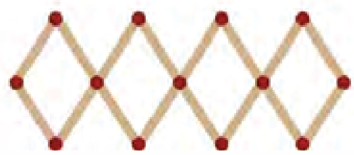
C

次の式でピンの数を求められます。
3 × (シートの数) + 3 または **3 × (シートの数 + 1)**

数値パターンを見つけると、特定の状況下で要素を数えたり、計算をするのが容易になります。

1. 冒頭の設問の状況で、次のようにピンを置きたい場合、いくつのピンが必要でしょうか。
   a) 5 シート $3 \times (5 + 1) = 18$
   b) 6 シート $3 \times (6 + 1) = 21$
   c) 7 シート $3 \times (7 + 1) = 24$

2. 帽子を掛けるためのアコーディオン型の竿があります。菱形の数に応じた棒の数を表す数式を書きなさい。



3 × (菱形の数) + 1

達成の目安

1.1 数値パターンを用いて、未知の量の値を定めます。

学習の流れ

この授業では、生徒は異なる状況について問われる質問に答えるために、パターンの関数を用いて数式を定めなければなりません。多項式は3番目の授業まで導入されるため、これを用いることはまだ適していません。パターンの概念は、この授業で「代数式」のその後の定義の手段として用いられているように、過去数年間で既に取り扱い済みです。

ねらい

Ⓟ, Ⓢ生徒が同じ量に対して異なる計算パターンを定められる状況を提示します。複数の方法で考えるよう促してください。

© Ⓟ および Ⓢの部分の特定の状況を参照し、ピンの数を計算できるパターンから定められた2つの異なる数式を確立します。

いくつかの項目の解決法：

練習問題と問題のセクションの1番目で、数式を用いて定められた条件に従って、ピンの数を見つけるよう生徒に促します。一方2番目では、菱形の数に基づいた、帽子を掛けるためのアコーディオン型の竿の棒の数を見つけるためのパターンを用いて数式を定めなければなりません。

日付：

ユニット4 1.1

Ⓟ 4枚のシートを置くのに必要なピンの数を求める方法は何ですか。

Ⓢ 方法1
$3 \times 4 + 3 = 15$

方法2
$3 \times (4 + 1) = 15$

Ⓡ 1. a) 18　b) 21　c) 24

2.3 × (菱形の数) + 1
または
3 × 4 + 1

宿題： ワークブック56ページ

1.2数値パターンの一般化

P

前回の授業の問題の、1、2、3、4枚のシートを置くのに必要なピンの数を求めるには次のようにします。

1 シート 3 × 1 + 3 (ピン)
2 シート 3 × 2 + 3 (ピン)
3 シート 3 × 3 + 3 (ピン)
4 シート 3 × 4 + 3 (ピン)

a) 5、6、7枚のシートを置くのに必要なピンの数を求めなさい。
b) 置くプレートの数が□の場合、ピンはいくつ必要ですか。

S

シート数	ピンの数
1	3 × 1 + 3
2	3 × 2 + 3
3	3 × 3 + 3
4	3 × 4 + 3
5	3 × 5 + 3
6	3 × 6 + 3
7	3 × 7 + 3

a) 5枚の場合 3 × 5 + 3 = 18 (ピン) 6 枚の場合 3 × 6 + 3 = 21 (ピン) 7 枚の場合 3 × 7 + 3 = 24 (ピン)
答え：18 ピン、21ピン、24ピン

b) 各シートの左側に3つのピンがあり、最後のシートの右側にも3つのピンがあります。□枚のシートがある場合、3 × □+ 3 (ピン)となります。

従って、例えば22枚のシートを置く場合には、次のようになります。
3 × 22 + 3 = 69 (ピン)。
答え：3 × □ + 3 (ピン)

C

様々な量で計算を行う場合は、□ を用いてこれらの量を求めることができます。

E

購入した白いシャツの数が□で表され、それぞれ2ドルかかる場合。
a) 購入にいくらかかりますか。
b) 20ドル札で購入した場合のお釣りはいくらですか。

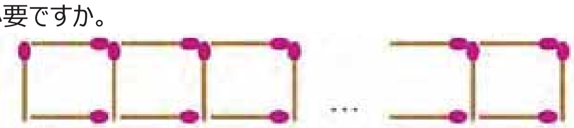
解答

シャツの枚数	金額
1	2 × 1 = $2
2	2 × 2 = $4
⋮	⋮
□	2 × □

a) 答え：2 × □ (ドル)

b) 答え：20 – 2 × □ (ドル)

1.マッチで様々な正方形が次々に形作られています。形作られる正方形の数が □で表される場合、□にはいくつのマッチが必要ですか。



3 × □ + 1

2. 1つの幾何学セットが3ドルかかる場合
a) □セットの購入にいくらかかりますか? 3 × □
b) 20ドル札で購入した場合のお釣りはいくらですか。20 - 3 × □

達成の目安

1.2 未知の数の数値パターンを一般化します。

学習の流れ

以前はパターンを用いて、数字を計算するための数式を定めていました。この授業では、パターンを再び用いて、他の様々な数字に依存する数字を計算出来る式を定めます。変数の概念はまだ提示されていません。今のところ、図□を使用してアイデアを展開させます。

ねらい

Ⓟ, Ⓢ前の授業で扱ったピンの数の状況を再び取り上げて、生徒が変化する量に応じてピンの数を定められるように求められ、□で示されます。

目的は生徒が□の値に関係なくピンの数を定める数式を提起できるようになること、つまり数式が一般化されることです。

Ⓒ一般的な代数式で、変化する数字を示すために符号を使用できることを提示します。

Ⓔ以前に確立した情報を用いて一般的な代数式を記述します。

日付：

U4 1.2

Ⓟ 次に必要なピンの数：
a) 5、6、7シート
b) □シート

Ⓢ a) 3 × 5 + 3 = 18ピン
3 × 6 + 3 = 21 ピン
3 × 7 + 3 = 24 ピン
b) 3 × □ + 3 ピン

Ⓔ シャツ1枚あたりの価格： 2ドル
シャツの枚数： □
a) 2 × □ (ドル)
b) 20 – 2 × □ドル

Ⓡ 1.3 × □ + 1マッチ
2. a) 3 × □ドル
b) 20 – 3 × □ドル

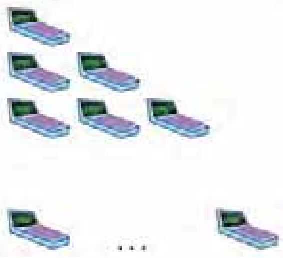
宿題： ワークブック57ページ

1.3 変数代数式

P

計算機の値段は10ドルです。□個の計算機を買うのにいくらかかりますか。

S



量	費用
1	10 × 1 = 10 (ドル)
2	10 × 2 = 20 (ドル)
3	10 × 3 = 30 (ドル)
⋮	⋮
□	10 × □(ドル)

答え：10 × □(ドル)

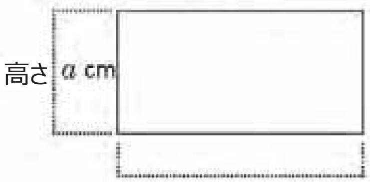
C

四角い枠は様々な数を求める用いられましたが、このタイプの数を表すには、通常、文字が用いられます。例えば10 ×□という式は10 × *a*と書くことができます。文字*a*が用いられましたが、他の文字で書くことも可能です。

10 × *a* という式は**代数式**と呼ばれます。様々な数を表す文字は**変数**と呼ばれます。代数式 10 × *a*では文字*a*は変数です。
代数式は数、変数、計算を組み合わせたものです。

E

図の長方形では、底辺が高さより 2 cm長くなっています。代数式では長方形の底辺を表します。



変数を表す文字は、通常のテキストや測定の単位で使用される文字とは異なる書式で書かれます。例えば：
「*x*」は変数を表します。
「x」は通常のテキスト
「×」は乗算の記号

解答
底辺は *a* + 2 cm

1. 以下の問題に対応する代数式を書きなさい。
   a) マリオの年齢を*a*で表すとすると、彼より5歳年上の兄の年齢は何歳ですか。*a* + 5
   b) *b*ドル相当のズボンを購入した場合、20ドル札で購入した場合のお釣りはいくらですか。20 - *b*

2. *n* が整数を表す場合、その数字の2倍はどのように表されますか。2 × *n*

3. 次の正方形の周囲は何ですか。

$P = a + a + a + a$
$P = a \times 4$

達成の目安

1.3 特定の状況から1つの変数を用いて代数式を定めること。

学習の流れ

前回の授業では、□で変化する数を示す項を用いずに、変数の概念が導入されたため、この授業では□を使用する戦略が再度取り上げられ、代数式と変数によって理解されるものが定められます。 この授業で扱われる代数式には変数が1つしかないことを考慮に入れてください。乗算を表す記号に関して、選択肢があるにもかかわらず、生徒が前の学年から慣れている記号 （×） は、他の記号を利用することを意図して使用されていることに言及することが重要です。 中心点であろうと括弧であろうと、乗算を求める新しい方法を学ぶときに注意をそらさないでください。主な目的は、代数式の書き方を学ぶことです。代数式を用いる場合、徐々に記号 (×) の使用を省略するように生徒に促します。

ねらい

Ⓟ, Ⓢ変数をあらわすために記号□を用いて、計算パターンの一般化を示します。

Ⓒ代数式と変数の概念を導入する為に、記号の代わりに、文字を使用できるものとします。

Ⓔ前述で確立したことを行うために、長方形の底辺を表す代数式を書きます。この部分では、生徒が変数の記述を他の文字と混同しないために、追加情報を明記した四角いボックスに重点を置かなければなりません。同様に、単位（cm、ドルなど）は代数式の最後に書くことを強調します。

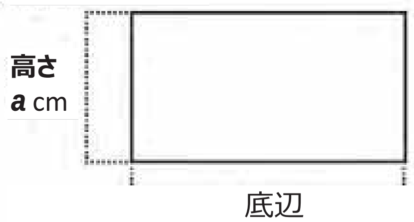
日付：

U4 1.3

Ⓟ 計算機の値段が10ドルの場合、□個の計算機を買うのにいくらかかりますか。

Ⓢ 10 × □(ドル)

Ⓔ 次 の場合、



底辺はどのように示されますか。$a + 2$ cm

Ⓡ 1. a) $a + 5$ 歳
b) $20 - b$ドル

宿題： ワークブック58ページ

1.4 多変数代数式

P 飲み物が入った缶の重さが x ポンドで、クーラーボックスの重さが y ポンドとします。6缶のドリンクが入ったクーラーボックスの総重量はいくらですか。

S 6缶の重さ：$6 \times x$ (lb)

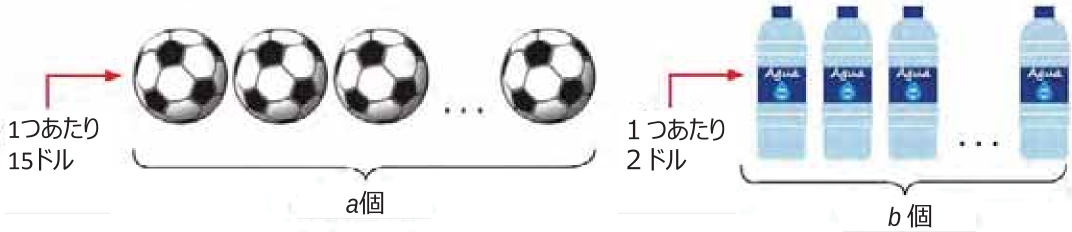
クーラーボックスの重さ： y (lb)

総重量：$6 \times x + y$ (lb)

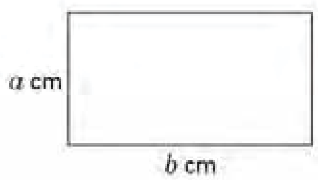
C 代数式は複数の変数と複数の計算を組み合わせることができます。

各数字の問題に対応する代数式を書きなさい。

1. サッカーのコーチは1個あたり15ドルするボールをa個、1つあたり2ドルする水分補給ドリンクを b個買います。買い物の合計を表す式を書きなさい。　$15 \times a + 2 \times b$



2. 次の長方形の面積はいくらですか。

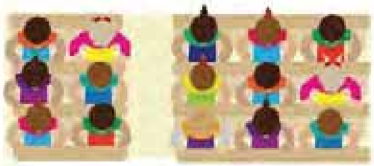


$b \times a$ cm^2

3. ノートがaグラム、リュックがbグラムの場合、5冊のノートが入ったリュックの総重量はいくらですか。
$a \times 5 + b$

4. ペンがmドル、ノートがnドルの場合、4本のペンと3冊のノートを10ドル札で買った際のおつりはいくらですか。
$10 - m \times 4 - n \times 3$

5. バスには2箇所の座席配置があり、1箇所めは2座席、2箇所めには3座席があります。一箇所めには a列の座席、2箇所めにはb列の座席があります。座席数に基づいてバスの収容能力を表す代数式を書きなさい。
$2 \times a + 3 \times b$



達成の目安

1.4 特定の状況から1つの変数を用いて代数式を定めること。

学習の流れ

前の授業で教授した概念に沿って、複数の変数を持ち、場合によっては複数の演算を持つ代数式を学びます。

ねらい

Ⓟ, Ⓢ複数の変数と演算を含む状況の代数式を書きます。Ⓢでは前の学年で学んだ乗算率の順序に従って、6 × xではなくx × 6を求める必要があります。
従って、その点を修正する必要があります。最終的な答えはx × 6 + yになります。

Ⓒ代数式が複数の変数と演算を持てることを示します。

Ⓔ複数の変数、場合によっては複数の演算を持つ代数式を通して、状態を示す練習を行います。問題2では、長方形の長さの測定単位が書かれていますが、生徒はまだ代数式の累乗根を学んでいないので、cm×cmがcm^2 であると明記するべきではありません。しかし長方形の面積を表す代数式の最後に、前の学年で学んだように、面積を表すために使用される単位であるcm^2が加えられると説明することができます。

日付：

U4 1.4

Ⓟ 以下の重さを考慮に入れた、6缶の飲み物が入ったクーラーボックスの重さはいくらですか。
1缶、x ポンド
クーラーボックス、y ポンド
6缶が入ったクーラーボックスの重さはいくらですか。

Ⓢ 6缶の重さ：6 × x lb。
クーラーボックスの重さ： y lb。
総重量：6 × x + y lb。

Ⓡ 1. ボールの値段：15 × a ドル。
飲み物の値段：2 × b ドル。
合計金額：15 × a + 2 × b ドル。

2. b × a cm^2
3. 総重量： a × 5 + b g。
4. お釣り10 – m × 4 – n × 3 ドル。
5. お釣り2 × a + 3 × b 座席。

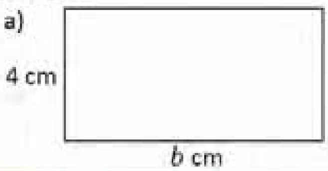
宿題： ワークブック59ページ

1.5 記号「×」のない代数式の表記

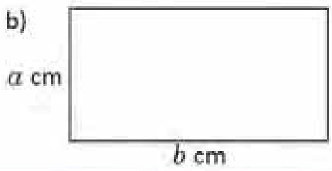
P

代数式を用いて、次の各長方形の面積と周囲を求めなさい。

a)



b)



長方形の面積は、底辺と高さの積に等しくなります。

長方形の周囲は、底辺と高さの合計の2倍です。

S

a) 面積 = $b \times 4$ cm²
周囲 = $2 \times (b + 4)$ cm

a) 面積 = $b \times a$ cm²
周囲 = $2 \times (b + a)$ cm

代数式では、因子のうちの1つが変数であるか、括弧内に代数式がある場合、因子間の記号「×」は省略されます。

- $b \times 4$ cm² = $4b$ cm²
- $2 \times (b + 4)$ cm = $2(b + 4)$ cm
- $b \times a$ cm² = ab cm²
- $2 \times (a + b)$ cm = $2(a + b)$ cm

C

1つもしくは複数の変数、または代数式を含む乗算を求める場合には、次のことを行う必要があります。
1. 乗算記号「×」は省略してください。
2. 括弧内に変数または代数式を乗算する時は、最初に数字を書いてください。
3. 積が2つ以上の変数の場合は、アルファベットに従って変数を並べてください。

乗算が2つの数である場合、乗算を求める別の方法を使わない限り、記号「×」は省略できません。

E

記号「×」なしで求め、次の代数式で変数を並べてください。

a) $b \times (-4) \times a$　　b) $b \times \frac{5}{7} \times a$

解答

a) $b \times (-4) \times a = -4 \times b \times a$
$= -4 \times a \times b$
$= -4ab$

b) $b \times \frac{5}{7} \times a = \frac{5}{7} \times b \times a$
$= \frac{5}{7} \times a \times b$
$= \frac{5}{7}ab$

式：
$\frac{5}{7}ab = \frac{5ab}{7}$
も同様に有効です。

1.記号「×」なしで求め、次の代数式で変数を並べてください。

a) $15 \times a$　$15a$
b) $a \times 10$　$10a$
c) $b \times (-4)$　$-4b$
d) $b \times \frac{1}{2}$　$\frac{1}{2}b$
e) $-\frac{3}{5} \times a$　$-\frac{3}{5}a$
f) $y \times \left(-\frac{4}{7}\right)$　$-\frac{4}{7}y$
g) $4 \times a \times b$　$4ab$
h) $x \times 3 \times y$　$3xy$
i) $a \times b \times 3$　$3ab$
j) $c \times b \times 2$　$2bc$
k) $-3 \times a \times b$　$-3ab$
l) $x \times y \times (-2)$　$-2xy$
m) $c \times b \times (-10)$　$-10bc$
n) $f \times (-13) \times e$　$-13ef$
o) $5 \times (3 + x)$　$5(3 + x)$
p) $(4 - y) \times 2$　$2(4 - y)$
q) $-2 \times (1 - x)$　$-2(1 - x)$
r) $(a + 35) \times (-6)$　$-6(a + 35)$
s) $(4 - m) \times (-10)$　$-10(4 - m)$
t) $(-b + 3) \times (-4)$　$-4(-b + 3)$

2.記号「x」を用いて、次の代数式を求めてください。

a) $2a$　$2 \times a$
b) $-4m$　$-4 \times m$
c) $\frac{3}{5}xy$　$\frac{3}{5} \times x \times y$
d) $-3ab$　$-3 \times a \times b$
e) $\frac{2}{7}(x + y)$　$\frac{2}{7} \times (x + y)$
f) $-3(y + 2)$　$-3 \times (y + 2)$

達成の目安

1.5 記号「×」無しで、乗算を用いて求め、その逆も求めてください。

学習の流れ

生徒が代数式が何かを理解した後は、乗算のあるものだけを再度取り上げるので、授業では「×」の記号を省略した代数式を書く方法を学びます。加えて、「×」の記号がない代数式を用いて書けるように取り組み、このタイプの代数式を両方向で求める方法を実践できるようにします。

ねらい

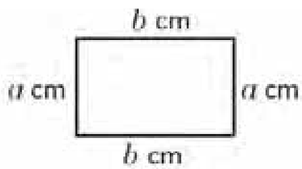
Ⓟ, Ⓢ 2つの数字の乗算を求める状況から代数式を作成します。Ⓟの状況の特定のケースでは、2つの長方形の面積と周囲を計算する必要があります。Ⓢでは寸法（底辺と高さ）の合計の2倍が、長方形の周囲として求められます。

つまずきやすい点

生徒が長方形の周囲がなぜかを理解するのに躓いている場合：

$$2 \times (a + b)$$

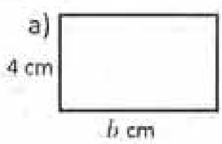
a と b はそれぞれ高さと底辺を示しており、周囲も同じく$2 \times a + 2 \times b$として計算できますが、既に学んだ配分特性を用いて、式は$2 \times (a + b)$と書けることを説明します。

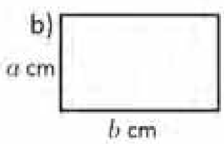


日付：

U4 1.5

Ⓟ 次の長方形の面積と周囲はどのくらいですか。





Ⓢ a) 面積 = $b \times 4$
周囲 = $2 \times (b + 4)$

b) 面積 = $b \times a$
周囲 = $2 \times (a + b)$

Ⓔ a) $b \times (-4) \times a = (-4) \times b \times a$
$= (-4) \times a \times b$
$= -4ab$

b) $b \times \frac{5}{7} \times a = \frac{5}{7} \times b \times a$
$= \frac{5}{7} \times a \times b$
$= \frac{5}{7}ab$

Ⓡ a) $15a$ b) $10a$ c) $-4b$ d) $\frac{1}{2}b$

e) $-\frac{3}{5}a$ f) $-\frac{4}{7}a$ g) $4ab$ h) $3xy$

宿題： ワークブック60ページ

1.6 1または–1を掛けた代数式

P

記号「×」を用いて、次の代数式を求めてください。

a) $1 \times a$　　b) $-1 \times a$

S

a) $1 \times a = 1a$　　b) $-1 \times a = -1a$

C

変数または代数式に1を掛ける場合、乗算記号と1は省略されます。
例：

$$1 \times a = 1a = a \qquad 1 \times (a + 3) = 1(a + 3) = a + 3$$

1に数を掛けた積が同じ数であるため、1aの代わりにaと記入します。

(–1)による変数または代数式の積の場合、符号(–)を書き、乗算記号と1は省略されます。
例：

$$-1 \times a = -1a = -a \qquad -1 \times (a + 3) = -1\,(a + 3) = -(a + 3)$$

E

記号「 × 」を用いて、次の代数式を求めてください。

a) $a \times (-1) \times b$　　b) $y \times x \times 1$　　c) $-1 \times (3 + x)$　　d) $(m + n) \times (-1)$

解答

a) $a \times (-1) \times b = -1ab = -ab$　　b) $y \times x \times 1 = 1xy = xy$

c) $-1 \times (3 + x) = -1(3 + x) = -(3 + x)$　　d) $(m + n) \times (-1) = -1(m + n) = -(m + n)$

1.記号「 × 」を用いて、次の代数式を求めてください。

a) $1 \times r$ 　r　　b) $x \times 1$ 　x　　c) $-1 \times y$ 　$-y$　　d) $r \times (-1)$ 　$-r$

e) $1 \times c \times d$ 　cd　　f) $m \times 1 \times n$ 　mn　　g) $m \times n \times 1$ 　mn　　h) $-1 \times j \times k$ 　$-jk$

i) $r \times (-1) \times t$ 　$-rt$　　j) $x \times y \times (-1)$ 　$-xy$　　k) $f \times e \times (-1)$ 　$-ef$　　l) $n \times (-1) \times m$ 　$-mn$

m) $1 \times (p + 1)$ 　$p + 1$　　n) $(x + y) \times 1$ 　$x + y$　　o) $-1 \times (s + 3)$ 　$-(s + 3)$　　p) $(a + b) \times (-1)$ 　$-(a + b)$

2. 記号「×」を用いて、次の代数式を求めてください。1 または–1による乗算を用います。

a) r 　$1 \times r$　　b) $-m$ 　$-1 \times m$　　c) $x + y$ 　$1 \times (x + y)$　　d) $-(y + 5)$ 　$-1 \times (y + 5)$

ユニット 4

59

達成の目安

1.6 記号「×」無しで、1 と–1を乗算して求め、その逆も求めてください。

学習の流れ

この授業では変数に1または–1を掛けたものを求める代数式を学びます。これらの式は「×」だけでなく、数字も省略して求める特定の方法となっています。以下を指摘することが重要になります。
$-1 \times x = -x$ また同様に $-x = -1 \times x$.

ねらい

既に学んだ知識で1と－1の乗算を、「×」を省略した変数で求め、結果に応じて結論を出せるようにします。

©変数または代数式に－1と1を掛けるルールを確立させます。

Ⓔ ©で確立されたルールを個別に練習します。2番目については、記号「×」を含んだ代数式を書かなければなりません。これによりルールが両方向に適用され、生徒がよりよく理解できるようになります。

つまずきやすい点

生徒が以下のように記述する可能性があります。
0.1*a*を0.*a*と記述する。この場合、変数は1ではなく0.1で乗算されるため、この記述は正しくないということを示します。

日付： **U4 1.6**

Ⓟ 記号「×」を用いずに、次の代数式を求めてください。

a) $1 \times a$　　b) $-1 \times a$

Ⓢ a) $1 \times a = 1a$
b) $-1 \times a = -1a$

Ⓔ a) $a \times (-1) \times b = -1ab = -ab$
b) $y \times x \times (1) = 1xy = xy$
c) $-1 \times (3 + x) = -1(3 + x) = -(3 + x)$
d) $(m + n) \times (-1) = -1(m + n) = -(m + n)$

Ⓡ

a) r	b) x	c) $-y$	d) $-r$
e) cd	f) mn	g) mn	h) $-jk$
i) $-rt$	j) $-xy$	k) $-ef$	l) $-mn$
m) $p + 1$	n) $x + y$	o) $-(s + 3)$	p) $-(a + b)$

宿題： ワークブック61ページ

レッスン 1

1.7 代数式の累乗

P

代数式を用いて、次の正方形のaの側の面積を求めてください。

正方形の面積は側に沿って乗算することに留意してください。

S

正方形の面積は $a \times a$ cm²です。

C

同じ変数、もしくは同じ代数式の積は、指数を用いて求められます。例： $a \times a$ cm²はa^2 cm²

E

次の式を省略した形で求めてください。

a) $b \times b \times b$　　b) $-2 \times b \times b \times a$

解答

a) $b \times b \times b = b^3$

b) $-2 \times b \times b \times a = -2 \times a \times b \times b$
$= -2ab^2$

1.記号「×」を用いて、次の代数式を求めてください。

a) $x \times x$
x^2

b) $y \times y \times y$
y^3

c) $x \times x \times y$
x^2y

d) $x \times x \times y \times y$
x^2y^2

e) $x \times x \times x \times y \times y \times y$
x^3y^3

f) $1 \times a \times a$
a^2

g) $b \times b \times 7$
$7b^2$

h) $-8 \times b \times b$
$-8b^2$

i) $c \times (-1) \times c$
$-c^2$

j) $m \times m \times n \times (-2)$
$-2m^2n$

k) $-3 \times p \times m \times p \times m$
$-3m^2p^2$

l) $r \times n \times (-1) \times n \times r$
$-n^2r^2$

2.記号「×」を用いて、累乗なしで次の代数式を求めてください。

a) $5a^2$
$5 \times a \times a$

b) $-7b^3$
$-7 \times b \times b \times b$

c) $2a^2b$
$2 \times a \times a \times b$

d) $-3x^2y^2$
$-3 \times x \times x \times y \times y$

e) $4x^3y$
$4 \times x \times x \times x \times y$

f) $-5x^3y^2$
$-5 \times x \times x \times x \times y \times y$

g) x^3y^3
$x \times x \times x \times y \times y \times y$

h) $-x^2y^3$
$-1 \times x \times x \times y \times y \times y$

達成の目安

1.7 変数の繰り返し乗算を変数の累乗として求めます。

学習の流れ

前の授業では、乗算が示されている場合に記号(×) 無しで代数式を求める方法を学びましたが、次に累乗を用いて同じ変数を2回、もしくは3回乗算する代数式の求め方を学びます。

ねらい

Ⓟ, Ⓢ同じ変数を2回乗算する代数式を書くことができる状況を提案します。

Ⓒ同じ変数の2回、もしくは3回の乗算の表記は、数字の2乗、もしくは3乗を示す指数を用いて行えることを教授します。

Ⓔ教師の指導で、前述で定めたルールを実践してください。例の解答が授業のこの時点で与えられる場合、前の2つの授業で扱った2つのルールが引き続き適用され、変数または代数式を含む乗算が、後に現れる全てのコンテンツに当てはまることに言及してください。

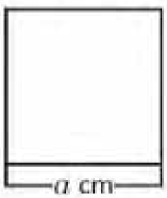
いくつかの項目の解決法：

2番目では学生は記号(×) を加えた代数式を書かなければなりません。累乗がある場合は、同じ変数の乗算として求め、ルールが両方向に適用されるようにし、生徒がよりよく理解できるようにします。

日付：

U4 1.7

Ⓟ 次の正方形の場合：



面積はいくらですか。

Ⓢ 正方形の面積は $a \times a$ cm²です。

Ⓔ a) $b \times b \times b = b^3$

b) $-2 \times b \times b \times a = (-2) \times a \times b \times b$
$= -2ab^2$

Ⓡ a) x^2　b) y^3　c) x^2y　d) x^2y^2

e) x^3y^3　f) a^2　g) $7b^2$　h) $-8b^2$

i) $-c^2$　j) $-2m^2n$　k) $-3m^2p^2$　l) $-n^2r^2$

宿題：ワークブック 62ページ

1.8除算を用いた代数式

P

x リットルのジュースがあり、3人で均等に分けたい場合一人あたり何リットルのジュースがもらえますか。

分数は示されている商のとおりです。例：
$2 \div 3 = \frac{2}{3}$

S

x リットルがあり、3つに均等に分けられるため、それぞれ以下が割り当てられます。

$x \div 3 = \frac{x}{3}$　　R. $\frac{x}{3}l$

C

変数または代数式の除法は、記号 (÷)を省略した分数の形で記述されます。被除数は分数の分子になり、序数は分母になります。

(×)や (÷)とは異なり、代数式では記号(+)や (–) は省略できません。

E

記号 (÷)を省略して、次の代数式を書いてください。

a) $(x+y) \div (-5)$　　b) $n \div (-7)$

解答

a) $(x+y) \div (-5) = \frac{x+y}{-5}$
$= -\frac{x+y}{5}$

b) $n \div (-7) = \frac{n}{-7}$
$= -\frac{n}{7}$

1つの数字で除算することは、数字の逆数を乗算することと同等のため、次のように記述できます。

a) $(x+y) \div (-5) = -\frac{x+y}{5} = -\frac{1}{5}(x+y)$　　b) $n \div (-7) = -\frac{n}{7} = -\frac{1}{7}n$

1.記号 (÷)を省略して、次の代数式を求めてください。

a) $x \div 2$　$\frac{x}{2}$　　b) $y \div (-2)$　$-\frac{y}{2}$　　c) $(r-s) \div 4$　$\frac{r-s}{4}$　　d) $(m+n) \div (-5)$　$-\frac{m+n}{5}$

e) $r \div t$　$\frac{r}{t}$　　f) $2 \div m$　$\frac{2}{m}$　　g) $-3 \div p$　$-\frac{3}{p}$　　h) $-10 \div x$　$-\frac{10}{x}$

2.記号 (÷)を用いて、次の代数式を求めてください。

a) $\frac{1}{4}a = \frac{a}{4} = a \div 4$　　b) $-\frac{1}{5}b = -\frac{b}{5} = \frac{b}{-5} = b \div \boxed{-5}$　　c) $-\frac{m}{5} = \boxed{m} \div (-5)$

d) $\frac{x}{5} = \boxed{x} \div \boxed{5}$　　e) $-\frac{y}{2}$　$y \div (-2)$　　f) $\frac{a+b}{5}$　$(a+b) \div 5$

g) $-\frac{1}{7}(x-y)$　$(x-y) \div (-7)$　　h) $\frac{p}{q}$　$p \div q$　　i) $\frac{3}{b}$　$3 \div b$

ユニット 4

61

達成の目安

1.8 記号「÷」無しで、除算を用いて求め、その逆も求めてください。

学習の流れ

乗算を伴う代数式で記号(×)が省略されたのと同様に、除法を求める代数式の記号 (÷)も省略されます。そのためこの授業では、除法は分数として求められることに言及し、その方法を生徒に教授してください。

ねらい

Ⓟ, Ⓢ変数を含む除算を伴う代数式を書くことができる状況を提案します。この部分では除算を、被除数が分子であり、除数が分母である分数としても、求められることを強調することが重要です。

Ⓒ変数または代数式を含む除法を求めるルールを確立させます。

Ⓔ教師の指導で、定めたルールを実践してください。この部分では、例の最後で、数字で除算することは、その逆数で乗算することと同等であることを強調してください。除算が変数または代数式で行われる場合にも、ルールを広げて用いることができます。

つまずきやすい点

この部分では、分子または分母に記号(–)が付いている分数は、常に$-\frac{a}{b}$の形式で求められること、更にはその授業に対応するページに遡って見返すことができるということを、学生に気付かせることが重要です。

日付：

U4 1.8

Ⓟ x リットルのジュースがあり、3人で均等に分けたい場合一人あたり何リットルのジュースがもらえますか。

Ⓢ $x \div 3 = \frac{x}{3}$

R. $\frac{x}{3}\,l$

Ⓔ a) $(x+y) \div (-5) = \frac{x+y}{-5}$

$= -\frac{x+y}{5}$

b) $n \div (-7) = \frac{n}{-7}$

$= -\frac{n}{7}$

Ⓡ a) $\frac{x}{2}$　b) $-\frac{y}{2}$　c) $\frac{r-s}{4}$

d) $-\frac{m+n}{5}$　e) $\frac{r}{t}$　f) $\frac{2}{m}$

g) $-\frac{3}{p}$

宿題： ワークブック63ページ

1.9乗算と除算を用いた代数式

P

次の代数式を同等の形式で書いてください。

a) $2 \times a + 3 \times b$　　b) $a \div 3 + 4 \times b$　　c) $4 \div a \times b \div 5$

d) $(a + b) \div 2 + 3 \times (c + d)$　　e) $3 \times a \times a + b \div 4$　　f) $4 \times a \times a \times a - 2 \times b \times b$

S

a) $2 \times a + 3 \times b = 2a + 3b$

b) $a \div 3 + 4 \times b = \frac{a}{3} + 4b$
$\frac{1}{3}a + 4b$ と書くこともできます。

c) $4 \div a \times b \div 5 = \frac{4}{a} \times b \div 5 = \frac{4b}{a} \div 5 = \frac{4b}{5a}$

d) $(a + b) \div 2 + 3 \times (c + d) = \frac{a + b}{2} + 3(c + d)$

e) $3 \times a \times a + b \div 4 = 3a^2 + \frac{b}{4}$

f) $4 \times a \times a \times a - 2 \times b \times b = 4a^3 - 2b^2$

C

乗算および除法演算では、両方の演算が代数式で組み合わせて表示される場合、記号(×)と(÷)は省略できます。

E

記号(×)と(÷)を用いて、累乗なしで次の代数式を求めてください。

a) $\frac{a}{4} + \frac{1}{5}b$　　b) $3a^2 + 4b^3$

解答

a) $\frac{a}{4} + \frac{1}{5}b = a \div 4 + \frac{1}{5} \times b$　　b) $3a^2 + 4b^3 = 3 \times a \times a + 4 \times b \times b \times b$

式を書く他の方法は次の通りです。

$$\frac{a}{4} + \frac{1}{5}b = \frac{a}{4} + \frac{b}{5}$$
$$= a \div 4 + b \div 5$$

復習しよう
$\frac{1}{7}x = \frac{x}{7} = x \div 7$

1.記号(×)と(÷)を省略して、次の代数式を書いてください。

a) $3 \times x + 7 \times y$　$3x + 7y$

b) $-5 \times a + c \div d$　$-5a + \frac{c}{d}$

c) $(c - d) \div 3 - (r + f) \div 5$　$\frac{c - d}{3} - \frac{r + f}{5}$

d) $\frac{1}{5} \times a - (x + y) \div 3$　$\frac{a}{5} - \frac{x + y}{3}$ o $\frac{1}{5}a - \frac{x + y}{3}$

e) $-3 \div (c + d) - a \times a \times a$　$-\frac{3}{c + d} - a^3$

f) $a \times a \times 3 - b \times b \times (-1)$　$3a^2 + b^2$

g) $a \times a \times 2 - (s + e) \div (-1)$　$2a^2 + s + e$

h) $b \times (-3) \times b - (x - y) \div (-1)$　$-3b^2 + x - y$

2.記号(×)と(÷)を用いて、累乗なしで次の代数式を書いてください。

a) $100 - 4a$
$100 - 4 \times a$

b) $\frac{1}{2}(x + y) - 4a$
$(x + y) \div 2 - 4 \times a$

c) $a^2 - b^2$
$a \times a - b \times b$

d) $\frac{r + s}{3} + \frac{b}{7}$
$(r + s) \div 3 + b \div 7$

e) $-8(3 + b) + a^2 b^3$
$-8 \times (3 + b) + a \times a \times b \times b \times b$

f) $-\frac{(a - 3)}{2} + (x - y)$
$(a - 3) \div (-2) + (x - y)$

達成の目安

1.9 それぞれ記号(×)と(÷)を用いずに、乗算と除法を使用して代数式を求めます。

学習の流れ

授業5と8では、代数式でそれぞれ記号(×)と(÷)を省略する方法を学んだため、次に両方の演算を伴う代数式を学びます。従って生徒は両方の授業で学んだことを応用しなければなりません。代数式の累乗が同じ変数の乗算として用いられたことに言及することが好ましいです。従って、場合によっては数字の累乗を用いて、記号(×)を省略しなけれなばりません。つまり、授業7で学んだことも用いる必要があるということです。

ねらい

Ⓟ, Ⓢ以前に学んだ知識を用いて、記号(×)と(÷)を省略しながら、乗算と除算を含む代数式を求めてください。

Ⓔ 教師の指導で、Ⓒで定めたルールを実践してください。文字通りa)では、記号(×)と(÷)無しで式を求める方法は唯一の方法ではないことを強調しなければなりません。従って、数字で除算することは、その逆数を乗算することと同等であることを生徒に気付かせる必要があります。ですから、特に練習問題を参照しながら、$\frac{1}{5}$は5の逆数であることを教授しなければなりません。

いくつかの項目の解決法：

2番目では学生は記号(×)と(÷)を加えた代数式を書かなければなりません。累乗がある場合は、同じ変数の乗算として求め、ルールが両方向に適用されるようにし、生徒がよりよく理解できるようにします。

日付：

U4 1.9

Ⓟ 同等の形式で書きなさい。

a) $2 \times a + 3 \times b$　　b) $a \div 3 + 4 \times b$

c) $4 \div a \times b \div 5$　　d) $(a + b) \div 2 + 3 \times (c + d)$

e) $3 \times a \times a + b \div 4$　　f) $4 \times a \times a \times a - 2 \times b \times b$

Ⓢ a) $2 \times a + 3 \times b = 2a + 3b$

b) $a \div 3 + 4 \times b = \frac{a}{3} + 4b$

c) $4 \div a \times b \div 5 = \frac{4}{a} \times b \div 5 = \frac{4b}{a} \div 5 = \frac{4b}{5a}$

d) $(a + b) \div 2 + 3 \times (c + d) = \frac{a+b}{2} + 3(c + d)$

e) $3 \times a \times a + b \div 4 = 3a^2 + \frac{b}{4}$

f) $4 \times a \times a \times a - 2 \times b \times b = 4a^3 - 2b^2$

Ⓔ a) $\frac{a}{4} + \frac{1}{5}b = a \div 4 + \frac{1}{5} \times b$

b) $3a^2 + 4b^3$
$= 3 \times a \times a + 4 \times b \times b \times b$

Ⓡ a) $3x + 7y$

b) $-5a + \frac{c}{d}$

c) $\frac{c-d}{3} - \frac{r+f}{5}$

d) $\frac{a}{5} - \frac{x+y}{3}$ o $\frac{1}{5}a - \frac{x+y}{3}$

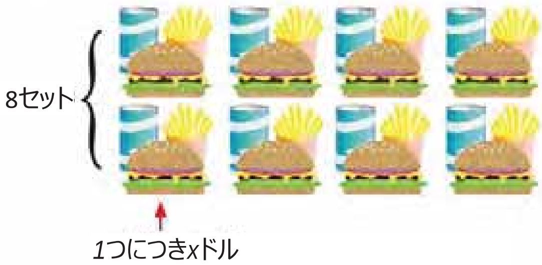
宿題： ワークブック64ページ

1.10 口語から代数への変換、パート1

P

ハンバーガーセットを8つ買うのに50ドル札一枚で払います。1セットの料金をxドルとすると、代数で表すと：

a) 購入合計。
b) 購入して受け取るお釣り。



S

a) 購入代金は、各価格にセットの数をかけたもの、つまり：

$$x \times 8 = 8x \text{ (ドル)}.$$

b) お釣りは、支払ったドルから購入合計を引くことによって得られるものです。

$$50 - 8x \text{ (ドル)}.$$

C

代数的言語とは、演算によって口語言語を関連する変数や数値に変換することです。

E

重さ30ポンドの箱には磁器が入っており、一皿の重さはaポンド、一カップの重さはbポンドです。代数で表すと：

a) お皿3枚とカップ2個の総重量。
b) お皿3枚とカップ2個を取り出した時の箱の総重量。

解答。

a) お皿3枚とカップ2個の総重量は：

$$a \times 3 + b \times 2 = 3a + 2b \text{ (lb)}.$$

b) お皿3枚とカップ2個を取り出した時の箱の総重量は：

$$30 - 3a - 2b \text{ (lb)}.$$

次のような場合で口語から代数言語へ変換しなさい：

1. 籠の中に梨やりんごなど15つの果物があります。りんごがa個の場合の梨の数を表しなさい。
   りんご。$15 - a$ 個の梨
2. 一つbドルの時、スイカを2つ買った時の購入合計。$2b$ ドル
3. ある人が180ドルをa人の子供達に公平に配ります。各子供が受け取る金額はどのように表しますか。
   $\frac{180}{a}$ドル
4. 各靴下につき 2 ドルの靴下をb足買って、10ドル札で払った場合のお釣り。
   $10 - 2b$ ドル
5. 各ノートがxドル、各鉛筆がyドルかかる時、ノート4冊と鉛筆6本買った時の購入合計。
   $4x + 6y$ドル
6. 各シャツが8ドル、各ズボンが12ドルかかる時、シャツm枚とズボンn枚を50ドル札1枚で買った時のお釣り。
   $50 - 8m - 12n$ ドル

達成の目安

1.10 口語表現から代数式への変換しなさい。

学習の流れ

代数式の定義を学ぶために、いくつかの問題を使いましたので、生徒は状況を代数式で表現するという考えは既に持っていますが、口語表現を代数式に変換することの意味を正式に定義するのはこの授業です。

ねらい

Ⓟ, Ⓢ代数式を用いて口語で記述された問題を表します。

©口語で記述された問題を、教員の指導のもと、全体で代数的な言語に変換する練習をします。

日付： U4 1.10

Ⓟ 購入：8セット
セットの価格：x ドル
代数式で表すと：

a) 購入合計。
b) 購入して受け取るお釣り。

Ⓢ
a) $x \times 8 = 8x$ ドル
b) $50 - 8x$ ドル

Ⓔ a) お皿3枚とカップ2個
$a \times 3 + b \times 2 = 3a + 2b$ lb
b) お皿3枚とカップ2個が入っていない時の箱の重さ
$30 - 3a - 2b$ lb

Ⓡ 1. 15 – 梨がa 個
2. $2b$ドル
3. $\frac{180}{a}$ドル
4. $10 - 2b$ ドル
5. $4x+6y$ドル
6. $50 - 8m - 12n$ ドル

宿題：ワークブックの65ページ。

1.11 口語から代数への変換、パート2

P

次の式を共通言語から代数言語へ変換しなさい。

a) 4時間でxキロ歩いた場合のアナの速度。

b) 42 kmを自転車で移動するのにかかる時間x ｋｍ／ｈの速度。

c) 時速30kmのバスで、t時間で走れる距離。

復習しよう
距離 = 速度 × 時間
時間 = 距離 ÷ 速度　速度 = 距離 ÷ 時間

S

a)　アナは4時間でxキロを歩きました。速度とは、時間の間に移動した距離のことです。
移動した：$x \div 4 = \frac{x}{4}$ km/h 時速。

b) 時間は距離を自転車の速度で割ったものと等しいので： $42 \div x = \frac{42}{x}$ h.

c) 距離はバスの速度を時間で割ったものと等しい、つまり：$30 \times t = 30t$ km.

C

口語で表現された距離、速度、時間の問題は、代数言語に変換することもできます。

次のような状況の質問に答えなさい。

1. 1メートルを8分で歩くとしたら、1分あたりの速度はどれくらいですか。$\frac{a}{8}$ メートル/分

2. マリアは分速60メートルの速度で x メートル歩きますが、マリアはどれくらいの時間歩いたでしょうか。$\frac{x}{60}$分

3. フアンが家からエコパークまでバスに乗って、時速60キロメートルでx時間の旅をしたとすると、家から公園までの距離はどれくらいですか。$60x$ km

4. ホセが車椅子に乗って2時間でbキロメートルの距離を移動したとすると、彼の速度はどれくらいですか。
時速$\frac{b}{2}$キロメートル

5. 家から大学に行くために、ベアトリスは分速30メートルでx分歩き、その後分速90メートルの速度でy分走ります。

   a) 合計でどのくらいの時間かかりますか。$x + y$ 分

   b) 距離は全部でどれくらいありますか。$30x + 90y$ メートル

達成の目安

1.11 口語での距離、速度、時間に関する式を代数式に変換しなさい。

学習の流れ

口語表現の代数への変換に引き続き、本日の授業では、等加速度直線運動として知られる距離、速度、時間を扱う式の変換を扱います。

ねらい

Ⓟ, Ⓢ口語で説明されている等加速度直線運動の状況を代数式に変換します。代数式で解決出来ない場合は、工程式が定義されているリマインダーボックスを参考にすることができます。

距離 = 速度 × 時間
時間 = 距離 ÷ 速度
速度 = 距離 ÷ 時間

日付： U4 1.11

Ⓟ a、b、cの式を代数言語に変換しなさい。

a) 距離：xキロメートル
時間：4 時間
速度はどのくらいですか。

b) 距離：42キロメートル
時間はどのくらいですか。
距離：時速xキロメートル

c) 距離はどのくらいですか。

d) 時間：t時間
速度：時速30キロメートル

Ⓢ a) $x \div 4 =$時速$\frac{x}{4}$キロメートル

b) $42 \div x = \frac{42}{x}$時間

$30 \times t = 30t$ キロメートル

Ⓡ 1. $a \div 8 =$分速$\frac{a}{8}$メートル

2. $x \div 60 = \frac{x}{60}$分

3. $60x$キロメートル

4. $b \div 2 =$時速 $\frac{b}{2}$ キロメートル

5. $x + y$ 分
b) $30x + 90y$ メートル

宿題： ワークブックの66ページ

1.12 口語から代数への変換、パート3

P

次のような場合に求められる代数式へ変換しなさい：

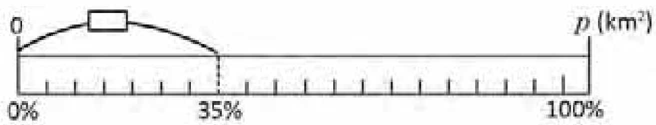
1. 領土の面積がp平方キロメートルの国で、その35%が森林である。
2. xドルのズボンがセールで25%の割引になっています。
3. 20%割引になっているyドルのシャツ一枚の価格。

S

1.pは合計、cは森林面積、p間のcの比を%で表すと$r=\frac{c}{p}\times100$です。したがって：

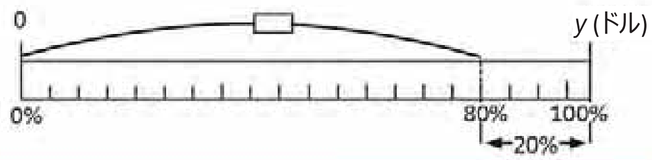
$c=p\times\frac{r}{100}=\frac{r}{100}p$

したがって国の森林面積は：



$\frac{35}{100}p=\frac{7}{20}p$ (km²)

2. $\frac{25}{100}x=\frac{x}{4}$ (ドル)



3. $\left(\frac{100}{100}-\frac{20}{100}\right)y=\frac{80}{100}y$

$=\frac{4}{5}y$ (ドル)

C

x%の量は次のように表されます：$\frac{x}{100}$ ×量：

a) x%の面積は$\frac{x}{100}$×面積。

b) y%の割引元の価格の物は $\frac{y}{100}$ × 元の価格。

c) z%の割引をした後の物の価格は$\frac{(100-z)}{100}$× 元の価格。

次のような問題の各質問に答えなさい。

1. エルサルバドルの領土面積はa平方キロメートルで、そのうち74%が農業地帯です。何平方キロメートルの農業地帯が国にはありますか。 $\frac{37}{50}a$ km²

2. bドルのシャツが15%割引されると、いくらになりますか。 $\frac{17}{20}b$ ドル

3. ある人はxドルで車を買いましたが、1年後に車は10%価値が下がりました、車は現在いくらになりますか。

$\frac{9}{10}x$ ドル

ユニット4

65

達成の目安

1.12 パーセンテージに関する式を口語から代数式へ変換しなさい。

学習の流れ

パーセンテージに関する口語から代数式への変換が提示され、問題の解釈をより良く理解するためにグラフが使用されています。

ねらい

Ⓟ、Ⓢ口語で説明されているパーセンテージを含む状況を代数式に変換します。Ⓢでは，各状況のグラフは、生徒が解決策を視覚化できるように作られています。

Ⓒ量のパーセンテージを代数的に表現する方法を確立し、特にⓅパーセンテージを含む状況を代数的言語に変換する際の参考となる問題を明らかにします。

日付：

U4 1.12

Ⓟ 代数式に変換しなさい：

1.総面積：p平方キロメートル
森林の割合：35 %
森林面積は。

2.費用： x ドル
割引：25 %
割引は。

3.費用： y ドル
割引：20 %
費用は。

Ⓢ

1. $\frac{7}{20}p$ km²
2. $\frac{x}{4}$ ドル
3. $\frac{4}{5}y$ ドル

Ⓡ

1. $\frac{74}{100}a = \frac{37}{50}a$ km²

2. $\left(\frac{100}{100} - \frac{15}{100}\right)b = \frac{85}{100}b$

$= \frac{17}{20}b$ ドル

3. $\left(\frac{100}{100} - \frac{10}{100}\right)x = \frac{90}{100}x$

$= \frac{9}{10}x$ ドル

宿題： 練習帳の67ページ

1.13 口語から代数言語への変換

P

1. 博物館の入場料は大人がaドル、未成年がbドルです。次の代数式は何を表していますか。

a) $a + b$　　b) $4a + 2b$　　c) $10 - 2a$　　d) $a - b$

2. 家から大学まで移動するために、アナは分速70メートルでm分歩き、その後分速120メートルの速度でn分走ります。
   a) 代数式$m + n$は何を表していますか。
   b) 代数式$70m + 120n$は何を表していますか。

S

1. a) 大人1人と未成年1人の費用。

b) 大人4人と未成年2人の入場料。

c) 大人2人の入場料を10ドル札1枚で払った時のお釣り。

d) 大人の入場料と未成年の入場料の価格の差。

2. a) アナが移動するのにかかる時間家から大学まで。

b) アナの家から大学までのメートル単位での距離。

C

代数的言語から口語的言語への変換とは、代数式に文脈に応じた解釈を与えることです。

1. 野生生物保護区であるエコパークの入場料は、大人はxドル、未成年はyドルです。

次の代数式は何を表していますか。

a) $x + y$
大人1人と未成年1人の費用。

b) $4x + 5y$
大人4人と未成年5人の費用。

c) $20 - 2x$
大人2人の入場料を20ドル札1枚で払った時のお釣り。

d) $x - y$
大人の入場料と未成年の入場料の差額。

2. ミゲルとマリオは駅伝に参加しました。ミゲルが分速200メートルの速度でa分、マリオが分速215メートルの速度でb分走ったとします。

次の代数式は何を表していますか。

a) $a + b$
両者が走った時間の合計。

b) $200a$
ミゲルが走った距離。

c) $200a + 215b$
ミゲルとマリオが走った距離。

達成の目安

1.13 口語表現から代数式への変換しなさい。

学習の流れ

これまでの3回の授業では、口語表現を様々な場面で代数式に変換する作業を行ってきました。この授業では、変換プロセスを逆方向に展開し、あらかじめ決められた文脈に対して代数式を口語表現に変換します。

ねらい

Ⓟ, Ⓢ代数的言語の式の意味をそれぞれの場面であらかじめ確立された文脈から口語表現に相当する表現に解釈します。

©代数的言語の式を口語言語に変換することは、あらかじめ与えられた文脈に従って代数式に意味を与えることを把握します。

日付： U4 1.13

Ⓟ 1. 費用：
大人がaドルで、子供がbドルです。どのように表せますか。
a) $a + b$ b) $4a + 2b$ c) $10 - 2a$ d) $a - b$

2. アナはm分、分速70メートルの速度で歩き、n分、分速120メートルの速度で走ります。どのように表せますか。
a) $m + n$ b) $70m + 120n$

Ⓢ 1. a) 大人1人と子供1人の費用。
b) 大人4人と子供2人の費用。
c) 大人2人の入場料を10ドル札1枚で払った時のお釣り。
d) 大人1人と子供1人の入場料の差額。

2. a) アナが家から大学までかかる時間。
b) アナが家からかかるメートル単位での距離大学まで

Ⓡ 1. a) 大人1人と子供1人の費用。
b) 大人4人と子供5人の費用。
c) 大人2人の入場料を20ドル札1枚で払った時のお釣り。
d) 大人1人と子供1人の入場料の差額。

2. a) ミゲルとマリオが駅伝でかかった時間。
b) ミゲルが走った距離。
c) ミゲルとマリオが走った距離。

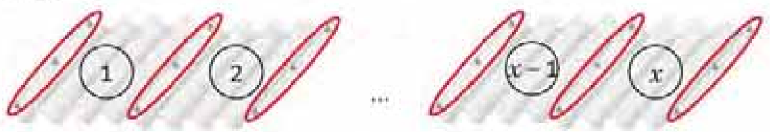
宿題：ワークブックの 68 ページ。

レッスン 1

1.14 代数式の数値、パート1

P

x枚のシートを配置するために使用するピンの数を決定するために、$3x + 3$の代数式を使用します。



ピンの数
$3x + 3$

配置するのに必要なピンの数：

a) 6シート　　b) 15シート　　c) 20シート

S

a) ピンの数

$3x + 3$ ← xに6を代入します。

$3 \times 6 + 3 = 18 + 3 = 21$

代入値　　代数式の数値

シート数	ピンの数
6	$3 \times 6 + 3 = 21$
15	$3 \times 15 + 3 = 48$
20	$3 \times 20 + 3 = 63$

答え： a) 21ピン, b) 48ピンと c) 63ピン

C

数字を変数に置き換えてから計算して求めた答えを、**式の値**といいます。例えば、$x = 6$のときの$3x + 3$の式の数値を計算するには、次のようにします。：

$$\begin{aligned} 3x + 3 &= 3 \times x + 3 \\ &= 3 \times 6 + 3 \\ &= 18 + 3 \\ &= 21 \end{aligned}$$

1. 電卓を購入する場合では（本ユニットの3）、次のような時いくら費用がかかりますか：
cuando:

a) $a = 5$　$10 \times 50 = 50$ ドル

b) $a = 8$　$10 \times 8 = 80$ ドル

c) $a = 13$　$10 \times 13 = 130$ ドル

d) $a = 20$　$10 \times 20 = 200$ ドル

2. 代数式x-18の場合、次のような場合の数値を求めなさい：

a) $x = 20$　$20 - 18 = 2$

b) $x = 8$　$8 - 18 = -10$

c) $x = 4$　$4 - 18 = -14$

d) $x = 0$　$0 - 18 = -18$

3. 9 - 4tの代数式を用いて、次のような場合の式の数値を求めなさい：

a) $t = 1$　$9 - 4 \times 1 = 5$

b) $t = 2$　$9 - 4 \times 2 = 1$

c) $t = 3$　$9 - 4 \times 3 = -3$

d) $t = 4$　$9 - 4 \times 4 = -7$

4.代数式 $-8 - 5n$で、次のような場合の数値を求めなさい：

a) $n = 1$　$-8 - 5 \times 1 = -13$

b) $n = 2$　$-8 - 5 \times 2 = -18$

c) $n = 3$　$-8 - 5 \times 3 = -23$

d) $n = 4$　$-8 - 5 \times 4 = -28$

達成の目安

1.14 変数を用いた代数式の数値を正の整数値で代入して計算しなさい。

学習の流れ

この授業では代数式の数値置換を定義します。代数式に正の値のみを代入した場合について検討し、得られる数値が正負のどちらにもなり得ることを学びます。

ねらい

Ⓟ, Ⓢこれまで生徒が取り組んできた状況を利用して、代数式の代入や数値などの定義を学ぶために、一定数のシートを配置するのに必要なピンの数を決める場面を再度取り上げます。

Ⓒ代数式の代入と数値とは何かを定義しなさい。この部分では、×とxを混同しないようにすることを強調する必要があります。

Ⓔ代数式の数値計算を個別に練習したい場合は、必要に応じて先生に相談してもらいます。この時点では、生徒がどのように組み合わせた演算を行うかに注目する必要があります。

つまずきやすい点

複合演算の計算が苦手な生徒は、2.1、2.2、2.3の授業を参考にするとよいでしょう。

日付：

U4 1.14

Ⓟ ピンの数は$3x + 3$の代数式で決まります。
次の場合に必要なピンの数：
a) 6シート b) 15シート c) 20シート

Ⓢ

シート数	ピンの数
6	$3 \times 6 + 3 = 21$
15	$3 \times 15 + 3 = 48$
20	$3 \times 20 + 3 = 63$

a) 21ピン b) 48 ピンと c) 63 ピン

Ⓡ 1. a) 50 ドル b) 80 ドル
c)130 ドル d) 200 ドル

2. a) 2 b) −10 c) −14
d) −18

3. a) 5 b) 1 c) −3
d) −7

4. a) −13 b) −18 c) −23
d) −28

宿題：ワークブックの 69 ページ。

1.15 代数式の数値、パート2

P

$y=-4$、$y=0$、$y=\frac{2}{3}$の時の$5-9y$の数値を計算しなさい。

S

$y=-4$の場合

$$5-9\times(-4)=5-(-36)$$
$$=5+36$$
$$=41$$

$x=0$の場合

$$5-9\times 0=5-0$$
$$=5$$

$y=\frac{2}{3}$の場合

$$5-9\times\frac{2}{3}=5-\cancel{9}^{3}\times\frac{2}{\cancel{3}_{1}}$$
$$=5-3\times\frac{2}{1}$$
$$=5-3\times 2$$
$$=5-6$$
$$=-1$$

C

負の値や分数も代数式で代入することができます。

代数式の中で数値を代入する場合は、次のような場合は括弧内に記述しなければなりません：

- 数が負の場合。
- 数が分数で、代数式が分数の形をしている場合。

計算ミスを避けるために、指示された演算を実行する前に、変数の前の符号に注意を払い、分数を単純化する必要があります。

E

次の式の数値を計算しなさい：

a) $-y$, $y=-9$の場合

b) $\frac{x}{12}$, $x=3$ と $x=\frac{1}{2}$の場合

式 $-a$ は次のように書くことができます
$-1\times a$
$-a=-1\times a$

解答。

a) $y=-9$の場合

$$-y=-(-9)=9$$

b) $x=3$の場合

$$\frac{x}{12}=\frac{3}{12}$$
$$=\frac{\cancel{3}^{1}}{\cancel{12}_{4}}$$
$$=\frac{1}{4}$$

$x=\frac{1}{2}$の場合

$$\frac{x}{12}=\frac{\left(\frac{1}{2}\right)}{12}=\frac{1}{2}\div 12$$
$$=\frac{1}{2}\times\frac{1}{12}$$
$$=\frac{1}{24}$$

分子または分母が別の分数である分数は複素分数と呼ばれ、次のいずれかの方法で表すことができます。

$\frac{\left(\frac{1}{2}\right)}{12}$ または $\frac{\frac{1}{2}}{12}$

1. 代数式 $5-6x$で、次のような場合の数値を求めなさい：

a) $x=-3$ 　 $5-6\times(-3)=23$

b) $x=\frac{2}{3}$ 　 $5-6\times\frac{2}{3}=1$

c) $x=-\frac{1}{12}$ 　 $5-6\times\left(-\frac{1}{12}\right)=\frac{11}{2}$

d) $x=\frac{1}{5}$ 　 $5-6\times\frac{1}{5}=\frac{19}{5}$

2. 代数式$-a$で、次のような場合の数値を求めなさい：

a) $a=-5$ 　 $-(-5)=5$

b) $a=0$ 　 0

c) $a=\frac{7}{8}$ 　 $-\frac{7}{8}$

d) $x=\frac{1}{2}$ 　 $-\frac{1}{2}$

3. $\frac{x}{10}$のある代数式で、次のような場合の数値を求めなさい：

a) $x=-2$ 　 $\frac{-2}{10}=-\frac{1}{5}$

b) $x=0$ 　 $\frac{0}{10}=0$

c) $x=-\frac{1}{2}$ 　 $\frac{\left(-\frac{1}{2}\right)}{10}=-\frac{1}{20}$

d) $x=\frac{2}{3}$ 　 $\frac{\left(\frac{2}{3}\right)}{10}=\frac{1}{15}$

達成の目安

1.15 負の値や分数を変数に代入して代数式の数値を求めなさい。

学習の流れ

代数式の数値計算は、負の値や分数を代入して行いますが、この授業では後に詳述する代数式の代入に取り組む際に特に注意が必要です。

ねらい

Ⓟ, Ⓢ前回の授業で習得した学習から、負の値や分数の場合の式の数値を求めます。

Ⓒ代数式では負の値や分数も代入できることを確認し、代入する際に注意すべき条件を把握します。この部分では，指示された演算を実行する前に，変数の前の符号や分数を単純化することに特別な注意を払う必要があります。

Ⓔ先生の指導のもと、全体で代数式の数値計算の練習をします。この部分では、式が $-a = -1 \times a$ なので、入れ替わっている数字の符号が変わるという事を生徒に確かめる必要があります。

一部の設問の解答：

1. a) $5-6\times(-3) = 5-(-18)$
$= 5+18$
$= 23$

c) $5-6\times\left(-\frac{1}{12}\right) = 5-1\times\left(-\frac{1}{2}\right)$
$= 5-\left(-\frac{1}{2}\right)$
$= 5+\frac{1}{2}$
$= \frac{11}{2}$

代数式の数値計算を個別に練習し、2と3の式の値を代入する際には、生徒の作業に注意しながら、必要な場合には教師に相談してもらいます。

日付：

U4 1.15

Ⓟ 次の式の数値を計算しなさい：

$5-9y$、$y=-4$、$y=0$ と $y=\frac{2}{3}$の場合

Ⓢ $y=-4$の場合

$5-9\times(-4) = 5-(-36)$
$= 5+36$
$= 41$

$y=0$の場合

$5-9\times 0 = 5-0$
$= 5$

$y=\frac{2}{3}$の場合

$5-9\times\frac{2}{3} = 5-\cancel{9}^{3}\times\frac{2}{\cancel{3}_{1}}$
$= 5-3\times\frac{2}{1}$
$= 5-3\times 2$
$= 5-6$
$= -1$

Ⓔ a) $-y$、$y=-9$の場合
$-(-9) = 9$

b) $\frac{x}{12}$、$x=3$と$x=\frac{1}{2}$の場合

$x=3$の場合

$\frac{x}{12} = \frac{3}{12}$
$= \frac{\cancel{3}^{1}}{\cancel{12}_{4}}$
$= \frac{1}{4}$

$x=\frac{1}{2}$の場合

$\frac{\left(\frac{1}{2}\right)}{12} = \frac{1}{2}\div 12$
$= \frac{1}{2}\times\frac{1}{12}$
$= \frac{1}{24}$

Ⓡ 1. a) 23　b) 1
c) $\frac{11}{2}$　d) $\frac{19}{5}$

宿題： ワークブックの70 ページ。

レッスン 1

1.16 代数式の数値、パート3

P

次の式の数値を計算しなさい：

a) $\frac{12}{x}$　$x = \frac{1}{2}$と$x = -3$の場合　　b) y^2、$y = 4$と$y = -\frac{1}{2}$の場合

S

a) $x = \frac{1}{2}$の場合

$$\frac{12}{x} = \frac{12}{\left(\frac{1}{2}\right)} = 12 \div \frac{1}{2} = 12 \times \frac{2}{1} = 24$$

$x = -3$の場合

$$\frac{12}{x} = \frac{12}{(-3)} = 12 \div (-3) = -4$$

b) $y = 4$の場合

$$y^2 = 4^2 = 4 \times 4 = 16$$

$y = -\frac{1}{2}$の場合

$$y^2 = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \left(-\frac{1}{2}\right) \times \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}$$

C

分数が商であることを念頭に置いて、分数の分母に変数を持つ代数式の数値を計算することができます。
例：

$$\frac{2}{x} = 2 \div x$$

指数が乗算の係数として基底が現れる回数が決まることを念頭に置けば、代数式の数値を累乗で計算することができます。
例：

$$x^3 = x \times x \times x.$$

E

次の式の数値を計算しなさい：
a) $a=-2$の場合の$-a^2$　b) $a=-2$の場合の$(-a)^2$

解答。

a) $a = -2$の場合

$$-a^2 = -(-2)^2 = -[(-2) \times (-2)] = -4$$

b) $a = -2$の場合

$$(-a)^2 = [-(-2)]^2 = [-(-2)] \times [-(-2)] = 2 \times 2 = 4$$

代数式$-a^2$と$(-a)^2$で同じ数を代入すると、反対数が得られることがわかります。a^2と$(-a)^2$が同じ数を算出するのは、$a=0$の場合だけです。

次の式の数値を計算しなさい：

a) $\frac{X}{10}$、$x = 1$と$x=-5$の場合　20　−2

b) $a = 3$と$a = -3$の場合のa^2　9　9

c) $m=\frac{1}{2}$と$m=-\frac{2}{3}$の場合のm^2　$\frac{1}{4}$　$\frac{4}{9}$

d) $y=10$と$y=-7$の場合の$-\frac{5}{y}$　$-\frac{1}{2}$　$\frac{5}{7}$

e) $r=-5$の場合の$-r^2$　−25

f) $t=-5$の場合の$(-t)^2$　25

ユニット 4

達成の目安

1.16 変数を持つ代数式の数値を計算し、式が有理または二次式である場合の数値を計算しなさい。

学習の流れ

この授業では、有理代数式と二次代数式である一次ではない代数式の数値計算を行いますが、「代数式の次数」、「有理代数式」、「二次代数式」という用語については、これまでに述べてきた一連の流れに沿って定義されていない用語であるため、学生には言及しないように注意します。

ねらい

Ⓟ, Ⓢ代数式の数値の計算、演算、数の2乗と3乗についての知識をもとに、生徒は事前に教師の指導を受けなくても演算ができるようになっていること。

Ⓒ分数の分母に変数を持つ代数式と、2乗または3乗の代数式の数値の計算方法を把握します。

Ⓔ2つの例を終えたら、$-a^2$と$(-a)^2$の式は、$a=0$の場合を除いて、反対数が算出されることを強調する必要があります。

一部の設問の解答：

a) $x = \frac{1}{2}$ の場合

$$\frac{10}{\left(\frac{1}{2}\right)} = 10 \div \frac{1}{2} = 10 \times 2 = 20$$

$x = -5$の場合

$$\frac{10}{(-5)} = -\frac{10}{5} = -2$$

日付：

U4 1.16

Ⓟ 次の式の数値を求めましょう。

a) $\frac{12}{x}$　$x = -\frac{1}{2}$ と $x = -3$の場合

b) y^2、$y = 4$と$y = -\frac{1}{2}$ の場合

Ⓢ a) $x = \frac{1}{2}$ の場合

$$\frac{12}{\left(\frac{1}{2}\right)} = 12 \div \frac{1}{2} = 24$$

$x = -3$の場合

$$\frac{12}{(-3)} = 12 \div (-3) = -4$$

b) $y=4$の場合

$$4^2 = 4 \times 4 = 16$$

$y = -\frac{1}{2}$ の場合

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \left(-\frac{1}{2}\right) \times \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}$$

Ⓔ a) $-a^2$ cuando $a = -2$

cuando $a = -2$

$$-(-2)^2 = -[(-2) \times (-2)] = -4$$

b) $(-a)^2$、$a = -2$ の場合

$a = -2$の場合

$$[-(-2)]^2 = [-(-2)] \times [-(-2)] = 2 \times 2 = 4$$

Ⓡ a) 20, −2　b) 9, 9　c) $\frac{1}{4}, \frac{4}{9}$

d) $-\frac{1}{2}, \frac{5}{7}$　e) −25　f) 25

宿題：ワークブックの71ページ。

レッスン 1

1.17 代数式の数値、パート4

P

サッカーのコーチがa 個のボールやb本の水分補給飲料用ボトルを購入します。代数式$15a + 2b$が購入費用の合計を表しているとすると、ボール5個とボトル11本を購入した場合の費用はいくらになりますか。

S

$a = 5$ を = $b = 11$に代入すると、次のようになります

$$15 \times 5 + 2 \times 11 = 75 + 22$$
$$= 97$$

答え：97 (ドル)

C

式の値を計算するには、複数の値を代入する必要がある場合があります。置換される値の数は、代数式に含まれる変数の数によります。

E

次の式の数値を計算しなさい：

a) $-m - n$、$m = -4$ と $n = \frac{2}{3}$の場合

b) $-3x - 4y$、$x = \frac{6}{5}$ $y = -2$の場合

解答。

$= 4 - \frac{2}{3}$
$= \frac{12}{3} - \frac{2}{3}$
$= \frac{10}{3}$

b) $-3x - 4y = -3 \times \frac{5}{6} - 4 \times (-2)$
$= -\frac{5}{2} - (-8)$
$= -\frac{5}{2} + 8$
$= -\frac{5}{2} + \frac{16}{2}$
$= \frac{11}{2}$

1.代数式$x + y$において、次の場合の式の数値を求めなさい。

a) $x = 2$ と $y = 3$
$2 + 3 = 5$

b) $x = -4$ と $y = -5$
$(-4) + (-5) = -9$

c) $x = 7$ と $y = -2$
$7 + (-2) = 5$

d) $x = -3$ と $y = 9$
$(-3) + 9 = 6$

e) $x = \frac{5}{7}$ と $y = -\frac{3}{7}$
$\frac{5}{7} + \left(-\frac{3}{7}\right) = \frac{2}{7}$

f) $x = -\frac{1}{2}$ と $y = \frac{1}{4}$
$\left(-\frac{1}{2}\right) + \frac{1}{4} = -\frac{1}{4}$

2.代数式$-x-y$において、次の場合の式の数値を求めなさい。

a) $x = 2$ と $y = 3$
$-2 - 3 = -5$

b) $x = -4$ と $y = -5$
$-(-4) - (-5) = 9$

c) $x = 7$ と $y = -2$
$-7 - (-2) = -5$

d) $x = -3$ と $y = 9$
$-(-3) - 9 = -6$

e) $x = \frac{5}{7}$ と $y = -\frac{3}{7}$
$-\frac{5}{7} - \left(-\frac{3}{7}\right) = -\frac{2}{7}$

f) $x = -\frac{1}{2}$ と $y = \frac{1}{4}$
$-\left(-\frac{1}{2}\right) - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$

3.代数式$5a - 10b$において、次の場合の式の数値を求めなさい：

a) $a = 3$ と $b = 2$
-5

b) $a = -3$ と $b = -2$
5

c) $a = -3$ と $b = 2$
-35

d) $a = \frac{3}{20}$ と $b = -\frac{7}{20}$
$\frac{17}{4}$

達成の目安

1.17 複数の変数を持つ代数式の数値を計算しなさい。

学習の流れ

この授業では、代数式の数値の項目を、2つの変数を持つ代数式の中で2つの値を代入する問題に取り組んで完結とします。

ねらい

Ⓟ、Ⓢ式の数値を計算するためには2つの値を代入する必要があるように、2つの変数を持つ代数式で表される問題を示します。上記のプロセスを、生徒がこれまでの3回の授業で行ったことを類推して行うことが求められています。

Ⓒ代数式の数値を計算するには、式の中の変数の数だけ数値を代入することを把握します。授業全体が2つの変数を持つ代数式を指向していますが、 Ⓒはこのタイプの式だけに限定されるのではなく、一般的な方法で提起されていることに注意してください。

一部の設問の解答：

3.

b) $5 \times (-3) - 10 \times (-2)$

$= -15 - (-20)$

$= -15 + 20$

$= 5$

d) $\cancel{8}^{1} \times \frac{3}{\cancel{28}_{4}} - \cancel{16}^{1} \times \left(-\frac{7}{\cancel{28}_{2}}\right)$

$= 1 \times \frac{3}{4} - 1 \times \left(-\frac{7}{2}\right)$

$= \frac{3}{4} - \left(-\frac{7}{2}\right) = \frac{3}{4} + \frac{7}{2}$

$= \frac{3}{4} + \frac{14}{4} = \frac{17}{4}$

日付： U4 1.17

Ⓟ 比較すると：
a 個のボール、*b* 本のボトル
購入合計は
$15a + 2b$
5個のボールと11本のボトルを購入したら費用はいくらになりますか。

Ⓢ 5 個のボールと11 本のボトル
15×5+2×11=75+22
= 97 ドル
答え：97 ドル

Ⓔ a) $-m - n$ の場合
$m = -4$ y $n = \frac{2}{3}$
$= -(-4) - \frac{2}{3}$
$= 4 - \frac{2}{3}$
$= \frac{12}{3} - \frac{2}{3}$
$= \frac{10}{3}$

b) $-3x + 4y$ の場合
$x = \frac{5}{6}$ y $y = -2$
$= -3 \times \frac{5}{6} - 4 \times (-2)$
$= -\frac{5}{2} - (-8)$
$= -\frac{5}{2} + 8$
$= -\frac{5}{2} + \frac{16}{2}$
$= \frac{11}{2}$

Ⓡ 1. a) 5 b) −9 c) 5 d) 6 e) $\frac{2}{7}$ f) $-\frac{1}{4}$
2. a) −5 b) 9 c) −5 d) −6 e) $-\frac{2}{7}$ f) $\frac{1}{4}$
3. a) −5 b) 5 c) −35 d) $\frac{17}{4}$

宿題： ワークブック 72ページ

1.18 これまでの復習

1.次の代数式のうち、(×)と(÷)の記号を省略したものを書きなさい。

a) $-4 \div (x-y) - y \times y \times y$
$-\frac{4}{x-y} - y^3$

b) $m \times m \times 4 - n \times (-1) \times n$
$4m^2 + n^2$

c) $y \times y \times 3 - (r + t) \div (-1)$
$3y^2 + r + t$

d) $p \times p \times p - p \times (1) \times p$
$p^3 - p^2$

2. 次の式を口語言語から代数言語へ変換しなさい。
20ドル札1枚で1本1ドルの鉛筆を*a*本、1個2ドルの消しゴムを*b*個買った時のお釣り。$20 - a - 2b$ ドル

3. 家から学校まで移動するのに、マリオは分速60メートルで*x*分歩き、その後分速130メートルで*y*分走ります。

a)合計でどのくらいの時間かかりますか。 $x + y$ 分
b)距離は全部でどれくらいありますか。 $60x + 130y$ m

4. アナは元の値段が*x*ドルの財布を10パーセント割引で、元の値段が*y*ドルの香水を15パーセント割引で買いました。アナは合計でいくら払いましたか。

$\frac{9}{10}x + \frac{17}{20}y$ ドル

5.オリンピック選手が分速150メートルで登り坂を*x*分走り、その後分速175メートルで下り坂を*y*分走りました。
a) 代数式$x + y$は何を表していますか。走った時間の合計。
b) 代数式$150x$は何を表していますか。登り坂を走った距離。
c) 代数式$150x + 175y$は何を表していますか。走った距離の合計。

6.代数式$-5 + a$において、次の場合の式の値を求めなさい：

a) $a = 1$
$-5 + 1 = -4$

b) $a = 7$
$-5 + 7 = 2$

c) $a = -3$
$-5 + (-3) = -8$

d) $a = -4$
$-5 + (-4) = -9$

7.代数式$12 - 2x$において、次の場合の式の値を求めなさい：

a) $x = 1$
10

b) $x = 8$
-4

c) $x = -4$
20

d) $x = -6$
24

8.数値が $y = -48$ のとき、次の代数式の値を求めなさい。

a) $\frac{y}{6}$
-8

b) $-\frac{y}{6}$
8

c) $-\frac{y}{12}$
4

d) $\frac{y}{12}$
-4

9.代数式$-x^2$において、次の場合の式の数値を求めなさい：

a) $x = 3$
-9

b) $x = -3$
-9

c) $x = \frac{3}{5}$
$-\frac{9}{25}$

d) $x = -\frac{2}{3}$
$-\frac{4}{9}$

10.代数式$-4x + 5y$において、次の場合の式の数値を求めなさい：

a) $x = 3$ と $y = 2$
-2

b) $x = -3$ と $y = -2$
2

c) $x = -3$ と $y = 2$
22

d) $x = \frac{3}{16}$ と $y = -\frac{3}{20}$
$-\frac{3}{2}$

達成の目安

1.18 代数式に関する問題を解きなさい。

一部の設問の解答：

8\. a) $\frac{(-48)}{6} = -48 \div 6$
$= -8$

b) $-\frac{(-48)}{6} = \frac{(-48)}{-6}$
$= -48 \div (-6)$
$= 48 \div 6$
$= 8$

9\. a) $-3^2 = -9$

b) $-(-3)^2 = -9$

10\. b) $-4 \times (-3) + 5 \times (-2)$
$= 12 + (-10)$
$= 12 - 10$
$= 2$

d) $-4 \times \frac{3}{16} + 5 \times \left(-\frac{3}{20}\right)$

$= -1 \times \frac{3}{4} + 1 \times \left(-\frac{3}{4}\right)$

$= -\frac{3}{4} + \left(-\frac{3}{4}\right)$

$= -\frac{3}{4} - \frac{3}{4}$

$= -\frac{6}{4}$

$= -\frac{3}{2}$

宿題： ワークブック 73ページ

2.1 代数式の項と係数

P

式$3a-7$ は次のように書くことができます：

$$3a-7=3a+(-7)$$

次の式を足し算として書きなさい：

a) $a-5$　　b) $a-5b-2$

S

a) $a+(-5)$　　b) $a+(-5b)+(-2)$

C

代数式$3a+(-7)$ は$3a$と-7の和を表しています。この代数式のうち、符号(+)で結ばれた各部分を代数式の**項**と呼び、$3a$は$3\times a$の積の形で表されます。この場合、3をaの**係数**といいます。

$a+(-5)$ と $a+(-5b)+(-2)$ の場合、
aの係数は1となります。

係数　　係数

a) $\underbrace{1a}_{\text{項}}+\underbrace{(-5)}_{\text{項}}$

b) $a-5b-2=\underbrace{1a}_{\text{項}}+\underbrace{(-5b)}_{\text{項}}+\underbrace{(-2)}_{\text{項}}$

E

次の代数式において、変数を含むすべての項とその係数を書きなさい。

a) $2y-3$　　b) $m-3n-9$　　c) $-\frac{x}{5}-m$

解答。

項：

a) $2y-3=2y+(-3)$
項： $2y$, -3.

b) $m-3n-9=m+(-3n)+(-9)$
項： m、$-3n$、-9

c) $-\frac{x}{5}-m=-\frac{x}{5}+(-m)$
項は： $-\frac{x}{5}$、$-m$

係数：

a) $2y=2\times y$なので
yの係数は2となります。

b) $m=1\times m$
mの係数は1となります。

$-3n=-3\times n$
nの係数は-3となります。

c) $-\frac{x}{5}=-\frac{1}{5}\times x$
xの係数は$-\frac{1}{5}$となります。
$-m=-1\times m$
mの係数は-1となります。

各代数式のすべての項と、変数を含む項の係数を書きなさい。

a) $4x+5$　T: $4x$, 5　C: 4

b) $2x+3y$　T: $2x$, $3y$　C: 2, 3

c) $5x-7$　T: $5x$, -7　C: 5

d) $-a+3b-5$　T: $-a$, $3b$, -5　C: -1, 3

e) $-4x-5$　T: $-4x$, -5　C: -4

f) $\frac{3}{4}x-\frac{2}{5}y-1$　T: $\frac{3}{4}x$, $-\frac{2}{5}y$, -1　C: $\frac{3}{4}$, $-\frac{2}{5}$

g) $\frac{x}{6}-\frac{y}{7}$　T: $\frac{x}{6}$, $-\frac{y}{7}$　C: $\frac{1}{6}$, $-\frac{1}{7}$

h) $-m-n-7$　T: $-m$, $-n$, -7　C: -1, -1

達成の目安

2.1 代数式の項と係数を識別しなさい。

学習の流れ

この授業では、用語とは何か、代数式の元となるものは何かを定義します。代数式の項の決め方を説明するにあたって、代数式の書き方はユニット2の授業3.1で説明したので、足し算だけで書いています。

ねらい

Ⓟ, Ⓢ式が足し算のみで表されている場合、代数式の項を識別し、項の識別をより明確にします。

Ⓒ項と係数を定義します。Ⓒを読んだ後、項が正か負かのどちらかになることを示唆します。

一部の設問の解答：

e) $-4x-5=-4x+(-5)$
　項： $-4x$、-5
　係数： -4

f) $\frac{3}{4}x-\frac{2}{5}y-1$

$=\frac{3}{4}x+\left(-\frac{2}{5}y\right)+(-1)$

項： $\frac{3}{4}x, -\frac{2}{5}y, -1$

係数： $\frac{3}{4}, -\frac{2}{5}$

割り算の項が代数式で示されている場合、割り算の逆数の乗算として表すことができることを強調します。

日付： **U4 2.1**

Ⓟ 次の式を足し算として書きなさい：

a) $a-5$
b) $a-5b-2$

Ⓢ a) $a+(-5)$
b) $a+(-5b)+(-2)$

Ⓔ **項：**

a) $2y-3=2y+(-3)$
　項：$2y$、-3

b) $m-3n-9=m+(-3n)+(-9)$
係数：　$m, -3n, -9.$

c) $-\frac{x}{5}-m=-\frac{x}{5}+(-m)$
係数：　$-\frac{x}{5}, -m.$

係数：

a) $2y=2\times y$
　係数：2

b) $m=1\times m$
係数：　1
$-3n=-3\times n$
係数：　-3

c) $-\frac{x}{5}=-\frac{1}{5}\times x$
係数：　$-\frac{1}{5}$
$-m=-1\times m$
係数：　-1

Ⓡ a) 項：$4x$、5
　係数：4

宿題： ワークブックの74ページ。

レッスン 2

2.2 項の代数式の数による乗算

P

次の掛け算をしなさい。

a) $2x \times 3$　　b) $3y \times (-4)$　　c) $\frac{3}{5}m \times (-2)$

S

a) $2x \times 3 = 2 \times x \times 3$
$= 2 \times 3 \times x$
$= 6 \times x$
$= 6x$

b) $3y \times (-4) = 3 \times y \times (-4)$
$= 3 \times (-4) \times y$
$= -12 \times y$
$= -12y$

c) $\frac{3}{5}m \times (-2) = \frac{3}{5} \times m \times (-2)$
$= \frac{3}{5} \times (-2) \times m$
$= -\frac{6}{5} \times m$
$= -\frac{6}{5}m$

$-\frac{6}{5}m$ のもうひとつの書き方 は$-\frac{6m}{5}$になります。

C

代数式に数値を乗算するには、代数式の係数を乗算し、その係数を適用します。

例：

a) $2x \times 3 = 6x$　　b) $3y \times (-4) = -12y$　　c) $\frac{3}{5}m \times (-2) = -\frac{6}{5}m$

E

次の掛け算を解きなさい：　$-\frac{3}{5}y \times \left(-\frac{2}{21}\right)$

解答。

$$-\frac{3}{5}y \times \left(-\frac{2}{21}\right) = \left(-\frac{3}{5}\right) \times \left(-\frac{2}{21}\right)y$$
$$= \left(-\frac{\cancel{3}^{1}}{5_{1}}\right) \times \left(-\frac{2}{\cancel{21}_{7}}\right)y$$
$$= \left(-\frac{1}{5}\right) \times \left(-\frac{2}{7}\right)y$$
$$= \frac{2}{35}y$$

次の代数式の数の掛け算を解きなさい。

a) $2x \times 7$
$14x$

b) $5x \times (-4)$
$-20x$

c) $2x \times (-3)$
$-6x$

d) $-y \times (-5)$
$5y$

e) $-2x \times (-11)$
$22x$

f) $3x \times 5$
$15x$

g) $7x \times \left(-\frac{3}{7}\right)$
$-3x$

h) $-\frac{2}{5}x \times \frac{3}{8}$
$-\frac{3}{20}x$

ユニット4

達成の目安

2.2 項を持つ代数式に数を掛けなさい。

学習の流れ

この授業では、項が一つしかない代数式の掛け算を扱います。 まず、計算を行うために掛け算の可換性を利用して全体の手順を示し、次に©でのルールの定式化を行い、ルールに定められた通りに直接行わなければなりません。

ねらい

Ⓟ, Ⓢ以前に作業した掛け算の交換法則を適用します。Ⓢでは以下のように書くことに注意してください。

$$-\frac{6}{5}m$$

代数式の項を持つ式の数による掛け算を実行するためのルールを設定します。

$$-\frac{6m}{5}$$

ここからは、このルールを適用して計算を行うことを強調しておく必要があります。

一部の設問の解答：

$$\text{h) } -\frac{2}{5}x \times \frac{3}{8} = -\frac{2}{5} \times \frac{3}{8}x$$
$$= -\frac{1}{5} \times \frac{3}{4}x$$
$$= -\frac{3}{20}x$$

日付：　　　　U4 2.2

Ⓟ 次の掛け算を解きなさい。

a) $2x \times 3$
b) $3y \times (-4)$
c) $\frac{3}{5}m \times (-2)$

Ⓢ a) $2x \times 3 = 2 \times x \times 3$
$= 6x$

b) $3y \times (-4) = 3 \times y \times (-4)$
$= -12y$

c) $\frac{3}{5}m \times (-2) = \frac{3}{5} \times m \times (-2)$
$= -\frac{6}{5}m$

Ⓔ $-\frac{3}{5}y \times \left(-\frac{2}{21}\right) = \left(-\frac{3}{5}\right) \times \left(-\frac{2}{21}\right)y$
$= \left(-\frac{\cancel{3}}{5}\right) \times \left(-\frac{2}{\cancel{21}}\right)y$
$= \left(-\frac{1}{5}\right) \times \left(-\frac{2}{7}\right)y$
$= \frac{2}{35}y$

Ⓡ a) $14x$　b) $-20x$　c) $-6x$
d) $5y$　e) $22x$　f) $15x$
g) $-3x$　h) $-\frac{3}{20}x$

宿題： ワークブック75ページ

2.3 項の代数式の数による割り算

P

次の割り算を解きなさい：

a) $27x \div 3$　b) $-35x \div 5$　c) $8x \div (-4)$　d) $-5x \div \frac{10}{13}$

S

a) $27x \div 3 = 27x \times \frac{1}{3}$
$= \cancel{27}^{9} \times \frac{1}{\cancel{3}_{1}} \times x$
$= 9 \times 1 \times x$
$= 9x$

b) $-35x \div 5 = -35x \times \frac{1}{5}$
$= -35 \times x \times \frac{1}{5}$
$= -\cancel{35}^{7} \times \frac{1}{\cancel{5}_{1}} \times x$
$= -7 \times 1 \times x$
$= -7x$

c) $8x \div (-4) = 8x \times \frac{1}{-4}$
$= 8x \times \left(-\frac{1}{4}\right)$
$= \cancel{8}^{2} \times \left(-\frac{1}{\cancel{4}_{1}}\right) \times x$
$= 2 \times (-1) \times x$
$= -2x$

d) $-5x \div \frac{10}{13} = -5x \times \frac{13}{10}$
$= (-\cancel{5}^{1}) \times \frac{13}{\cancel{10}_{2}} \times x$
$= (-1) \times \frac{13}{2} \times x$
$= -\frac{13}{2}x$

C

代数式を数で割るには、これまでに学んだように割り算を掛け算に変換し、代数式の係数を乗数で掛け算するために可換性を適用します。
例：

$$27x \div 3 = 27x \times \frac{1}{3}$$
$$= \cancel{27}^{9} \times \frac{1}{\cancel{3}_{1}} \times x$$
$$= 9 \times 1 \times x$$
$$= 9x$$

任意で、次の手順で解くことができます：

$$27x \div 3 = \frac{27x}{3}$$
$$= \frac{\cancel{27}^{9}x}{\cancel{3}_{1}}$$
$$= 9x$$

次の代数式の数の掛け算をしなさい。

a) $18x \div 3$　$6x$
b) $-21x \div 7$　$-3x$
c) $-16x \div (-4)$　$4x$
d) $5x \div (-5)$　$-x$
e) $4x \div \frac{4}{5}$　$5x$
f) $-5x \div \frac{5}{11}$　$-11x$
g) $-2a \div \left(-\frac{8}{3}\right)$　$\frac{3}{4}a$
h) $3x \div \left(-\frac{12}{7}\right)$　$-\frac{7}{4}x$

達成の目安

2.3 項を持つ代数式を数で割り算しなさい。

学習の流れ

前回の授業では、代数式の項と数による掛け算を扱い、数による割り算はその逆数による掛け算として計算できることが既にわかっているので、今回は項と数による代数式の割り算を掛け算に変換する授業を行います。

ねらい

Ⓟ, Ⓢ数による割り算はその逆数による掛け算として表せることを考慮し、代数式の項と数による掛け算のルールを用いて、各枠で提案されている割り算を行います。

Ⓒ項を持つ代数式を数で割り算するアルゴリズムを明らかにします。Ⓒを読むときは、提示された任意のプロセスに重点を置くべきです。

一部の設問の解答：

a) $18x \div 3 = 18x \times \frac{1}{3}$

$= \cancel{18}^{6} \times \frac{1}{\cancel{3}_{1}}x$

$= 6 \times 1x$

$= 6x$

あるいは次のようにも出来ます：

a) $18x \div 3 = \frac{\cancel{18}^{6}x}{\cancel{3}_{1}}$

$= \frac{6x}{1}$

$= 6x$

日付： **U4 2.3**

Ⓟ 次の割り算を解きなさい：

a) $27x \div 3$　b) $-35x \div 5$

c) $8x \div (-4)$　d) $-5x \div \frac{10}{13}$

Ⓢ a) $27x \div 3 = 27x \times \frac{1}{3}$
$= 9x$

b) $-35x \div 5 = -35x \times \frac{1}{5}$
$= -7x$

c) $8x \div (-4) = 8x \times \frac{1}{-4}$
$= 8x \times \left(-\frac{1}{4}\right)$
$= -2x$

d) $-5x \div \frac{10}{13} = -5x \times \frac{10}{13}$
$= -\frac{13}{2}x$

Ⓡ a) $6x$　b) $-3x$　c) $4x$

d) $-x$　e) $5x$　f) $-11x$

g) $\frac{3}{4}a$　h) $-\frac{7}{4}x$

宿題： ワークブック 76 ページ

2.4 2つの項を含む代数式の数による掛け算

P

次の掛け算を解きなさい。

a) $4(2x+5)$　b) $3(2x-5)$　c) $(4x-3)\times(-2)$　d) $-(6x-2)$

S

a) $4(2x+5) = 4\times(2x+5)$
$= 4\times 2x + 4\times 5$
$= 8x + 20$

b) $3(2x-5) = 3[2x+(-5)]$
$= 3\times[2x+(-5)]$
$= 3\times 2x + 3\times(-5)$
$= 6x - 15$

c) $(4x-3)\times(-2) = [4x+(-3)]\times(-2)$
$= 4x\times(-2) + (-3)\times(-2)$
$= 4\times(-2)\times x + (-3)\times(-2)$
$= -8x + 6$

d) $-(6x-2) = (-1)\times(6x-2)$
$= (-1)\times[6x+(-2)]$
$= (-1)\times 6x + (-1)\times(-2)$
$= -6x + 2$

b)については、次のような任意の手順で解くことができます：

$$3(2x-5) = 3\times(2x-5)$$
$$= 3\times 2x - 3\times 5$$
$$= 6x - 15$$

同様に、他の項の積でも演算は可能です。

C

2項以上の代数式に数値を掛け算するには、分配法則を適用します。

$$a(x+y) = ax + ay \quad \text{o} \quad (x+y)\times a = ax + ay$$

E

次の掛け算を解きなさい：　$\frac{2}{3}(6y-9)$

解答。

$$\frac{2}{3}(6y-9) = \frac{2}{\cancel{3}_1}\times\cancel{6}^{2}y + \frac{2}{\cancel{3}_1}\times(-\cancel{9}^{3})$$
$$= 2\times 2y + 2\times(-3)$$
$$= 4y - 6$$

次の掛け算を解きなさい。

a) $5(3x+2)$
$15x + 10$

b) $4(3x-2)$
$12x - 8$

c) $(2x+6)\times(-2)$
$-4x - 12$

d) $-(2x+3)$
$-2x - 3$

e) $\frac{3}{4}(16x-12)$
$12x - 9$

f) $-\frac{3}{4}(8x-16)$
$-6x + 12$

達成の目安

2.4 2つの項を持つ代数式に数を掛けなさい。

学習の流れ

生徒はすでに分配法則を適用できるので、括弧内の和が代数式の場合には、その性質の拡張が行われ、授業の©では規則の形式化が行われます。

ねらい

Ⓟ、Ⓢ2項を持つ代数式の掛け算を、すでに知られている分配法則を応用して数を掛けなさい。Ⓢでは、提案された掛け算が解決したら、提示された任意の方法は強調されるべきです。

つまずきやすい点

生徒は分配法則を思い出すのが困難であるかもしれません。その場合はユニット3の授業2.4を参照して、法則がどのように適用されるかの詳細を再読できるようにする必要があります。

一部の設問の解答：

a) $5(3x+2) = 5\times 3x + 5\times 2$
$= 15x + 10$

d) $-(2x+3) = -1(2x+3)$
$= -1\times 2x + (-1)\times 3$
$= -2x + (-3)$
$= -2x - 3$

日付： **U4 2.4**

P 次の掛け算を解きなさい。

a) $4(2x+5)$　　b) $3(2x-5)$
c) $(4x-3)\times(-2)$　　d) $-(6x-2)$

S

a) $4(2x+5) = 4\times(2x+5)$
$= 8x + 20$
b) $3(2x-5) = 3[2x+(-5)]$
$= 6x - 15$
c) $(4x-3)\times(-2) = [4x+(-3)]\times(-2)$
$= -8x + 6$
d) $-(6x-2) = -1\times(6x-2)$
$= -6x + 2$

E 掛け算の実行：

$\frac{2}{3}(6y-9) = \frac{2}{\cancel{3}_1}\times\cancel{6}^{2}y + \frac{2}{\cancel{3}_1}\times(-\cancel{9}^{3})$
$= 2\times 2y + 2\times(-3)$
$= 4y - 6$

R

a) $15x + 10$　　b) $12x - 8$
c) $-4x - 12$　　d) $-2x - 3$
e) $12x - 9$　　f) $-6x + 12$

宿題： ワークブック77ページ

2.5 2つの項を含む代数式の数による割り算

P

次の割り算を解きなさい：

a) $(8x + 12) \div 4$　　b) $(4x - 6) \div (-2)$

$\frac{a}{b}$ の逆数は$\frac{b}{a}$、$\frac{2}{3}$の逆数は$\frac{3}{2}$であることを覚えておいてください。

また、cの逆数は$\frac{1}{c}$、$\frac{1}{c}$の逆数は c です。

S

a)
$$\begin{aligned}(8x + 12) \div 4 &= (8x + 12) \times \frac{1}{4}\\ &= 8x \times \frac{1}{4} + 12 \times \frac{1}{4}\\ &= \overset{2}{\cancel{8}} \times \frac{1}{\underset{1}{\cancel{4}}} \times x + \overset{3}{\cancel{12}} \times \frac{1}{\underset{1}{\cancel{4}}}\\ &= 2 \times 1 \times x + 3 \times 1\\ &= 2x + 3\end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned}(4x - 6) \div (-2) &= (4x - 6) \times \left(-\frac{1}{2}\right)\\ &= 4 \times \left(-\frac{1}{2}\right) \times x + (-6) \times \left(-\frac{1}{2}\right)\\ &= \overset{2}{\cancel{4}} \times \left(-\frac{1}{\underset{1}{\cancel{2}}}\right) \times x + (-\overset{3}{\cancel{6}}) \times \left(-\frac{1}{\underset{1}{\cancel{2}}}\right)\\ &= 2 \times (-1) \times x + (-3) \times (-1)\\ &= -2x + 3\end{aligned}$$

C

2つ以上の項の代数式を数で割るには、例1のように代数式の掛け算に割り算の逆数を掛けますが、オプションで2のようにすることもできます。

1.
$$\begin{aligned}(8x + 12) \div 4 &= (8x + 12) \times \frac{1}{4}\\ &= 8x \times \frac{1}{4} + 12 \times \frac{1}{4}\\ &= \overset{2}{\cancel{8}} \times \frac{1}{\underset{1}{\cancel{4}}} \times x + \overset{3}{\cancel{12}} \times \frac{1}{\underset{1}{\cancel{4}}}\\ &= 2 \times 1 \times x + 3 \times 1\\ &= 2x + 3\end{aligned}$$

2.
$$\begin{aligned}(8x + 12) \div 4 &= \frac{8x + 12}{4}\\ &= \frac{\overset{2}{\cancel{8x}}}{\underset{1}{\cancel{4}}} + \frac{\overset{3}{\cancel{12}}}{\underset{1}{\cancel{4}}}\\ &= \frac{2x}{1} + \frac{3}{1}\\ &= 2x + 3\end{aligned}$$

E

次の割り算を解きなさい：　$(-9x - 6) \div \left(-\frac{3}{7}\right)$

解答。

$$\begin{aligned}(-9x - 6) \div \left(-\frac{3}{7}\right) &= (-9x - 6) \times \left(-\frac{7}{3}\right)\\ &= 3x \times 7 + 2 \times 7\\ &= 21x + 14\end{aligned}$$

次の割り算を解きなさい：

a) $(2x + 4) \div 2$
$x + 2$

b) $(6x - 9) \div 3$
$2x - 3$

c) $(-15x + 10) \div 5$
$-3x + 2$

d) $(-28x - 14) \div 7$
$-4x - 2$

e) $(2x + 4) \div (-2)$
$-x - 2$

f) $(6x - 9) \div (-3)$
$-2x + 3$

g) $(-15x + 10) \div (-5)$
$3x - 2$

h) $(-28x - 14) \div (-7)$
$4x + 2$

i) $(3y + 18) \div \frac{3}{4}$
$4y + 24$

j) $(4y - 8) \div \frac{4}{7}$
$7y - 14$

k) $(-15x + 10) \div \left(-\frac{5}{6}\right)$
$18x - 12$

l) $(3y + 18) \div \left(-\frac{6}{7}\right)$
$-\frac{7}{2}y - 21$

達成の目安

2.5 2つの項を持つ代数式を数で割りなさい。

学習の流れ

この授業では、2つの項を持つ代数式を数で割ることで、最初の割り算を掛け算に変換し、その後に分配法則を適用していきます。©では、代替プロセスが示されています。

ねらい

Ⓟ、Ⓢ分配法則と割り算を掛け算として実行するアルゴリズムを適用して、数の間に2項を持つ代数式の割り算を行います。

つまずきやすい点

生徒が ©で提示された形式2を使って割り算を行うと、次のようなミスをしやすくなります：

$$\frac{21x+14}{7} = 3x + 14$$

したがって、分子に足し算がある場合には、その足し算の一項を分数の分母で単純化することはできないことを明確にしておく必要があります。

一部の設問の解答：

a) $(2x+4) \div 2 = (2x+4) \times \frac{1}{2} = 2x \times \frac{1}{2} + 4 \times \frac{1}{2}$

$= \cancel{2x}^{1} \times \frac{1}{\cancel{2}_{1}} + \cancel{4}^{2} \times \frac{1}{\cancel{2}_{1}}$

$= x + 2$

日付： U4 2.5

Ⓟ 次の割り算を解きなさい：

a) $(8x+12) \div 4$　b) $(4x-6) \div (-2)$

Ⓢ a) $(8x+12) \div 4 = (8x+12) \times \frac{1}{4}$

$= 2x + 3$

b) $(4x-6) \div (-2) = (4x-6) \times \left(-\frac{1}{2}\right)$

$= -2x + 3$

Ⓔ 割り算の実行：

$(-9x-6) \div \left(-\frac{3}{7}\right) = (-9x-6) \times \left(-\frac{7}{3}\right)$

$= 3x \times 7 + 2 \times 7$

$= 21x + 14$

Ⓡ a) $x+2$　b) $2x-3$

c) $-3x+2$　d) $-4x-2$

e) $-x-2$　f) $-2x+3$

宿題：練習帳の78ページ

2.6 2つの項を含む代数式の数による掛け算

P

次の掛け算を解きなさい。

a) $\frac{4x+2}{3} \times 6$

b) $\frac{x+2}{3} \times (-18)$

S

a) $\frac{4x+2}{3} \times 6 = \frac{4x+2}{\cancel{3}_{1}} \times \cancel{6}^{2}$

$= \frac{4x+2}{1} \times 2$

$= (4x+2) \times 2$

$= 8x+4$

b) $\frac{x+2}{3} \times (-18) = \frac{x+2}{\cancel{3}_{1}} \times (-\cancel{18}^{6})$

$= \frac{x+2}{1} \times (-6)$

$= (x+2) \times (-6)$

$= -6x-12$

C

分数の代数式を演算する場合、分母は可能な限り簡略化してから掛け算します。

例：

$$\frac{4x+2}{3} \times 6 = \frac{4x+2}{\cancel{3}_{1}} \times \cancel{6}^{2}$$

$$= \frac{4x+2}{1} \times 2$$

$$= (4x+2) \times 2$$

$$= 8x+4$$

次の掛け算を解きなさい。

a) $\frac{3x+1}{4} \times 8$

$6x+2$

b) $\frac{2x+2}{3} \times 15$

$10x+10$

c) $\frac{2x-4}{3} \times 9$

$6x-12$

d) $\frac{3x-5}{2} \times 10$

$15x-25$

e) $8 \times \frac{5x+3}{4}$

$10x+6$

f) $16 \times \frac{2x+3}{4}$

$8x+12$

g) $15 \times \frac{3x-2}{5}$

$9x-6$

h) $\frac{2x-1}{4} \times (-12)$

$-6x+3$

i) $\frac{2x+1}{2} \times (-4)$

$-4x-2$

j) $\frac{4x-2}{3} \times (-9)$

$-12x+6$

k) $-25 \times \frac{2x-3}{5}$

$-10x+15$

l) $-18 \times \frac{2x+4}{9}$

$-4x-8$

ユニット4

77

達成の目安

2.6 分数の分子内の2つの項の代数式を整数で掛け算します。

学習の流れ

分子が2項の代数式を整数で割った分数の形の代数式の掛け算、またはその逆の形の代数式の掛け算を扱います。 分配法則を適用する前に、整数で分数の分母を単純化することに重点を置いてください。

ねらい

Ⓟ, Ⓢ分数の分母の単純化を乗数と分配法則に適用して掛け算を行います。

©掛け算の前に単純化することを強調します。

つまずきやすい点

生徒は分配法則を思い出すのが困難であるかもしれません。その場合はユニット3の授業2.4を参照して、法則がどのように適用されるかの詳細を再読できるようにする必要があります。

一部の設問の解答：

a) $\frac{3x+1}{4} \times 8 = (3x+1) \times 2$
$= 3x \times 2 + 1 \times 2$
$= 6x + 2$

l) $-18 \times \frac{2x+4}{9}$
$= 2(2x+4)$
$= -2 \times 2x + (-2) \times 4$
$= -4x + (-8)$
$= -4x - 8$

掛け算の前に単純化することを強調します。

日付：

U4 2.6

Ⓟ 次の掛け算を解きなさい。

$\frac{4x+2}{3} \times 6$

Ⓢ $\frac{4x+2}{3} \times 6 = \frac{4x+2}{\cancel{3}_1} \times \cancel{6}^2$
$= \frac{4x+2}{1} \times 2$
$= (4x+2) \times 2$
$= 8x + 4$

Ⓡ
a) $6x + 2$　b) $10x + 10$
c) $6x - 12$　d) $15x - 25$
e) $10x + 6$　f) $8x + 12$
g) $9x - 6$　h) $-6x + 3$
i) $-4x - 2$　j) $-12x + 6$
k) $-10x + 15$　l) $-4x - 8$

宿題：練習帳の79ページ

2.7 代数式の約分

P

果物屋で、スイカは1個xドルかかります。マリアは5個、カルロスは3個買います。次の量を表す代数式を書きなさい：

a) マリアとカルロスの購入合計額。
b) マリアとカルロスの購入額の差。

S

a) マリアとカルロスの購入合計額は$5x + 3x$の代数式で表すことができますが、表し方としては還元代数式は$8x$であり、つまり、2人の間で8個のスイカを買ったことになります。また分配法則を式$5x + 3x$ に適用して、その還元形を次のようにすることもできます：

$$\begin{aligned} 5x + 3x &= (5 + 3) \times x \\ &= 8 \times x \\ &= 8x \end{aligned}$$

b) マリアとカルロスの購入額の差は代数式$5x - 3x$で表すことができますが、アナはアントニオよりもスイカを2個多く買っているので、両者の購入額の差を表すための還元代数式は$2x$です。枠の場合と同様に、次のような形で式$5x - 3x$の還元形を決めるために、分配法則を適用することもできます。

$$\begin{aligned} 5x - 3x &= 5 \times x + (-3) \times x \\ &= [5 + (-3)] \times x \\ &= (5 - 3) \times x \\ &= 2 \times x \\ &= 2x \end{aligned}$$

C

与えられた代数式の還元代数式を決定するには、分配法則を適用します。

a) $5x + 3x = (5 + 3)\ x$
$= 8x$

b) $5x - 3x = (5 - 3)\ x$
$= 2x$

次の代数式を還元しなさい。

a) $4a + 2a$
$6a$

b) $y + y$
$2y$

c) $3x - 8x$
$-5x$

d) $-5x + 2x$
$-3x$

e) $-3x + 7x$
$4x$

f) $-2x - x$
$-3x$

g) $-x - x$
$-2x$

h) $x - x$
0

i) $-2.6y - 1.3y$
$-3.9y$

j) $-0.2y + 0.1y$
$-0.1y$

k) $-\frac{1}{5}y + \frac{2}{5}y$
$\frac{1}{5}y$

l) $\frac{3}{7}y - \frac{1}{7}y$
$\frac{2}{7}y$

達成の目安

2.7 分配法則の逆数を適用して代数式を還元しなさい。

学習の流れ

この授業では代数式の還元方法が紹介されており、冒頭ではアルゴリズムのキーとなる分配法則を提示して手順の詳細を説明していますが、 ©では還元を行うためのルールが形式化されており、問題では直接適用されることが期待されています。この授業では、次の授業で定義される「同類項」については、まだ言及すべきではないことを明確にしておくことが重要です。同類項の概念は暗黙のうちに式の還元に使われていますが、授業の目的は還元アルゴリズムを理解して実践することだけなので、生徒には教えません。

ねらい

Ⓟ、Ⓢ片方が還元形を持つ代数式で同じ問題を表すことです。

ⒸⓅで示されているような問題では、2つの表し方が可能であり、そのうちの1つが他の表し方の還元形であることを確立するために、同じように代数式の還元アルゴリズムが形式化されています。

一部の設問の解答：

a) $4a + 2a = (4 + 2)a$
$= 6a$

c) $3x - 8x = (3 - 8)x$
$= -5x$

f) $-2x - x = (-2 - 1)x$
$= -3x$

日付： U4 2.7

Ⓟ スイカの値段： x ドル。
アナがスイカを5個、アントニオがスイカを3個購入した場合：
a) 購入合計額はいくらですか。
b) 各自の購入額の差はいくらですか。

Ⓢ a) $5x + 3x = (5 + 3) \times x$
$= 8 \times x$
$= 8x$
b) $5x - 3x = 5 \times x + (-3) \times x$
$= [5 + (-3)] \times x$
$= (5 - 3) \times x$
$= 2 \times x$
$= 2x$

Ⓡ a) $6a$ b) $2y$ c) $-5x$
d) $-3x$ e) $4x$ f) $-3x$
g) $-2x$ h) 0 i) $-3.9y$
j) $-0.1y$ k) $\frac{1}{5}y$ l) $\frac{2}{7}y$

宿題： 練習帳の80ページ

2.8 同類項の約分

P

次の代数式を還元しなさい。

a) $6x - 5 - 4x + 1$

b) $-x + 7 - x - 6$

S

a) $6x - 5 - 4x + 1 = 6x - 4x - 5 + 1$
$= (6 - 4)x - 5 + 1$
$= 2x - 4$

b) $-x + 7 - x - 6 = -x - x + 7 - 6$
$= (-1 - 1)x + 7 - 6$
$= -2x + 1$

C

代数式は項の種類によっては還元することができます：

- 同じ変数を持つ項のうち。
- 数値項のうち（変数を持たない）。

例：

a) $6x - 5 - 4x + 1 = 6x - 4x - 5 + 1$
$= (6 - 4)x - 5 + 1$
$= 2x - 4$

b) $-x + 7 - x - 6 = -x - x + 7 - 6$
$= (-1 - 1)x + 7 - 6$
$= -2x + 1$

変数の等しい部分を持つ項を**同類項**と呼びます。例えば、式 $6x + 5 - 4x + 1$、式 $6x$ と $-4x$ は同類です。

次の代数式の同類項を還元しなさい。

a) $4x + 3 + 3x + 2$
$7x + 5$

b) $6x - 4 - 4x - 1$
$2x - 5$

c) $2y + 5 - y - 1$
$y + 4$

d) $-y + 1 - y - 4$
$-2y - 3$

e) $-4x + 3 + 3x - 3$
$-x$

f) $2x + 3 - x - 3$
x

g) $-m + 6 - m - 6$
$-2m$

h) $2y - 4 - 2y - 1$
-5

i) $x + 4 - x + 2$
6

達成の目安

2.8 同類項を識別することで代数式を還元しなさい。

学習の流れ

前回の授業では、分配法則の応用による代数式の還元アルゴリズムを学びましたが、還元された項が同類項であることには触れず、今日の授業ではすでにそのアルゴリズムを使用することができます。生徒は和の可換性と代数式の還元を既に知っているので、これらの事実から和の可換性を適用して式の還元を行い、変数を持つ項が一緒に残るようにし、前回の授業で見た還元アルゴリズムを適用できるようにします。この授業の©では、同類項が何であるかを定義しています。

ねらい

Ⓟ、Ⓢ変数を持つ項が一緒に留まるように交換法則を適用して代数式を還元し、数値項を演算します。
©代数式は、等しい変数を持つ項と数値の項に応じて還元することができることを把握します。また同類項も定義します。

つまずきやすい点

生徒は分配法則を思い出すのが困難であるかもしれません。その場合はユニット3の授業2.4を参照して、法則がどのように適用されるかの詳細を再読できるようにする必要があります。

一部の設問の解答：

a) $4x + 3 + 3x + 2 = 4x + 3x + 3 + 2$
$= (4 + 3)x + 5$
$= 7x + 5$

日付： U4 2.8

Ⓟ 次の代数式を還元しなさい：

a) $6x - 5 - 4x + 1$　　b) $-x + 7 - x - 6$

Ⓢ a) $6x - 5 - 4x + 1 = 6x - 4x - 5 + 1$
$= (6 - 4)x + (-5 + 1)$
$= 2x - 4$

b) $-x + 7 - x - 6 = -x - x + 7 - 6$
$= (-1 - 1)x + (7 - 6)$
$= -2x + 1$

Ⓡ a) $7x + 5$　b) $2x - 5$　c) $y + 4$
d) $-2y - 3$　e) $-x$　f) x
g) $-2m$　h) -5　i) 6

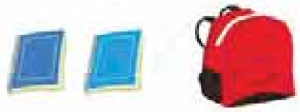
宿題： 練習帳の81ページ

2.9 代数式の加法

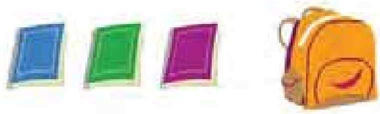
P

ホセとフリアはノートとリュックサックを次のように買いに行きます

ホセが買うものは：
aドルのノートを2冊と、
10ドルのリュックサックを1個。



フリアが買うものは：
aドルのノートを3冊と、
15ドルのリュックサックを1個。



次の費用を表す代数式を書きなさい

a) ホセ　　b) フリア　　c) 両者

S

a) $2a + 10$　　b) $3a + 15$

c) $2a + 3a + 10 + 15$、また、ノート5冊とリュック2個の費用を考えると、次の$5a + 25$のように還元代数式が得られます。2つの代数式を加算するには、加算の交換法則を使って、同類項の還元を行うことができます。

C

2つの代数式、例えば $2a + 10$ と $3a + 15$を足すには、次のようにしなければなりません

1. 最初の式を書きます。　$2a + 10$
2. 和のプラス記号（＋）を書きます。　$2a + 10 +$
3. 2つ目の式を書き、負の符号がある場合や2つ以上の項がある場合は括弧内に書きます。　$2a + 10 + (3a + 15)$
4. 括弧を外します。　$2a + 10 + 3a + 15$
5. 同類項を還元します。　$5a + 25$

E

次の代数式を加算しなさい：

a) $4x$ に $6x - 1$　　b) $-3x + 7$ に $4x + 5$

解答。

a) $4x + (6x - 1) = 4x + 6x - 1$
$= 10x - 1$

b) $-3x + 7 + (4x + 5) = -3x + 7 + 4x + 5$
$= -3x + 4x + 7 + 5$
$= x + 12$

次の代数式を加算しなさい：

a) $2x$ に $3x - 4$ を足す　$5x - 4$
b) $-5x$ に $4x + 2$ を足す　$-x + 2$
c) $3x - 4$ に $5x + 2$ を足す　$8x - 2$
d) $2x + 5$ に $5x - 4$ を足す　$7x + 1$
e) $4x - 5$ に $4x - 7$ を足す　$8x - 12$
f) $-7y + 8$ に $4y + 5$ を足す　$-3y + 13$
g) $-2x + 6$ に $x - 3$ を足す　$-x + 3$
h) $2y - 4$ に $-4y + 6$ を足す　$-2y + 2$

達成の目安

2.9 2つの代数式の加法

学習の流れ

前回の授業では、代数式を単純化するために同類項を識別することを学習したので、今日の授業ではそれらの式の和を学びます。

ねらい

Ⓟ、Ⓢ合わせてaドルのノートが5冊と、1つ目のリュックが10ドル、2つ目のリュックが15ドルと考えて直接処理ができるようにした、2つの代数式を足し合わせなければならない問題を表しなさい。

$$5a + 25$$

あるいは、手順を検討しているかもしれません：

$$2a + 10 + 3a + 15$$

同類項を特定して還元します。

一部の設問の解答：

$= 5x - 4$

c) $3x - 4 + (5x + 2) = 3x - 4 + 5x + 2$
$= 3x + 5x - 4 + 2$
$= 8x - 2$

h) $2y - 4 + (-4y + 6) = 2y - 4 - 4y + 6$
$= 2y - 4y - 4 + 6$
$= -2y + 2$

日付： U4 2.9

Ⓟ ホセが買うものは：
$2a$ ドルのノート 10ドルのリュックが1個フリアが買うものは：
$3a$ ドルのノート 15ドルのリュックが1個
次の費用の代数式を書きなさい
a) ホセ b) アナ c) 両者

Ⓢ a) $2a + 10$ b) $3a + 15$
c) $2a + 3a + 10 + 15$、または
$5a + 25$

Ⓔ 代数式で2つの和を実行。

a) $4x + (6x - 1) = 4x + 6x - 1$
$= 10x - 1$

b) $-3x + 7 + (4x + 5) = -3x + 7 + 4x + 5$
$= -3x + 4x + 7 + 5$
$= x + 12$

Ⓡ a) $5x - 4$ b) $-x + 2$ c) $8x - 2$
d) $7x + 1$ e) $8x - 12$ f) $-3y + 13$
g) $-x + 3$ h) $-2y + 2$

宿題： 練習帳の82ページ

2.10 2つの代数式の減法

P

次の引き算をしなさい：

a) $3x + 1$ から $2x - 3$ を引く

b) $7x - 3$ から $-6x + 1$ を引く

S

a) $3x + 1 - (2x - 3) = 3x + 1 + (-2x + 3)$
$= 3x + 1 - 2x + 3$
$= 3x - 2x + 1 + 3$
$= x + 4$

b) $7x - 3 - (-6x + 1) = 7x + 3 + (+6x - 1)$
$= 7x + 3 + 6x - 1$
$= 7x + 6x + 3 - 1$
$= 13x + 2$

正負の数を引くことは、その反対数を足すことに相当します。

引き算では、「から」の前に被減数があり、「引く」の前に減数があります。

C

2つの代数式の引き算を実行する手順は次のようになります：

1. 被減数を書きます。 $3x + 1$
2. 引き算の符号（-）を書きます。 $3x + 1 -$
3. 引き算を書き、負の符号がある場合や複数の項がある場合は括弧内に書きます。 $3x + 1 - (2x - 3)$
4. 引き算の項の符号を変えて、引き算を足し算に変換します。 $3x + 1 + (-2x + 3)$
5. 括弧を外します。 $3x + 1 - 2x + 3$
6. 同類項を還元します。 $3x - 2x + 1 + 3 = x + 4$

次の代数式の引き算をしなさい：

a) $3x + 7$ から $9x + 2$ を引く
$-6x + 5$

b) $5x - 4$ から $3x + 4$ を引く
$2x - 8$

c) $5m - 7$ から $3m - 2$ を引く
$2m - 5$

d) $-y - 5$ から $2y + 5$ を引く
$-3y - 10$

e) $6p - 2$ から $-4p + 4$ を引く
$10p - 6$

f) $-7q + 5$ から $-9q - 8$ を引く
$2q + 13$

達成の目安

2.10 2つの代数式の減法

学習の流れ

これまでは、2つの代数式の足し算を行うアルゴリズムを把握しましたが、この授業では、正負の数の引き算で把握したルール復習し、代数式の引き算も同様に有効であることを明らかにした上で、代数式の引き算を和に変換することを明らかにします。

ねらい

Ⓟ、Ⓢ代数式を足し算に変換して引き算を行い、減数の代数式の項の符号を変えて引き算を行います。

つまずきやすい点

生徒は負または正の数の引き算を反対数の足し算に変換するのが難しいかもしれないので、Ⓒとユニット2の2.1の授業の例を再読させてください。

一部の設問の解答：

a) $3x + 7 - (9x + 2)$
$= 3x + 7 + (-9x - 2)$
$= 3x + 7 - 9x - 2$
$= 3x - 9x + 7 - 2$
$= -6x + 5$

f) $-7q + 5 - (-9q - 8)$
$= -7q + 5 + (9q + 8)$
$= -7q + 5 + 9q + 8$
$= -7q + 9q + 5 + 8$
$= 2q + 13$

日付：

U4 2.10

Ⓟ 次の引き算をしなさい：
a) $3x + 1$ から $2x - 3$ を引く
b) $7x - 3$ から $-6x + 1$ を引く

Ⓢ a) $3x + 1 - (2x - 3) = 3x + 1 + (-2x + 3)$
$= 3x + 1 - 2x + 3$
$= 3x - 2x + 1 + 3$
$= x + 4$

b) $7x + 3 - (-6x + 1) = 7x + 3 + (+6x - 1)$
$= 7x + 3 + 6x - 1$
$= 7x + 6x + 3 - 1$
$= 13x + 2$

Ⓡ a) $-6x + 5$　b) $2x - 8$
c) $2m - 5$　d) $-3y - 10$
e) $10p - 6$　f) $2q + 13$

宿題： 練習帳の83ページ

2.11 複合演算

P

次の複合演算を解きなさい。

a) $-2(-x+4)+5(-2x+3)$

b) $3(4x+2)-4(2x-7)$

S

a) $-2(-x+4)+5(-2x+3) = 2x-8+(-10x+15)$
$= 2x-8-10x+15$
$= 2x-10x+15-8$
$= -8x+7$

分配法則
$-2(-x+4) = -2\times(-x)+(-2)\times 4$
$= 2x-8$

b) $3(4x+2)-4(2x-7) = 12x+6-(8x-28)$
$= 12x+6+(-8x+28)$
$= 12x+6-8x+28$
$= 12x-8x+6+28$
$= 4x+34$

分配法則
$4(2x-7) = 4\times 2x+4\times(-7)$
$= 8x-28$

C

複合演算の計算を行う手順：

1. 分配法則を適用して括弧を削除します。
2. 変数に応じて項を並べ替えます（分配法則を適用して）。
3. 同類項を還元します。

前項のような複合的な演算を行う場合、分配法則が適用される場合には、符号には特に注意が必要です。

次の複合演算を解きなさい。

a) $6(x-3)+3(2x+7)$
$12x+3$

b) $9(x+2)+6(x-3)$
$15x$

c) $(y-2)-4(y-1)$
$-3y+2$

d) $-6(-x+1)-8(-x-3)$
$14x+18$

e) $-5(3a-2)+5(-a-2)$
$-20a$

f) $2(-8x-5)+5(-3x+4)$
$-31x+10$

g) $2(3x-1)-3(2x-3)$
7

h) $2(-2x-3)-(-4x-5)$
-1

i) $-(-4x-2)+(-4x-2)$
0

j) $\frac{1}{3}(3y-6)-4(y+1)$
$-3y-6$

k) $-\frac{1}{4}(4a-12)+\frac{5}{6}(-3a+2)$
$-\frac{7}{2}a+\frac{14}{3}$

l) $-\frac{1}{4}(4a-12)+\frac{5}{12}(2a-6)$
$-\frac{1}{6}a+\frac{1}{2}$

達成の目安

2.11 足し算、引き算、掛け算の複合演算を代数式の数だけ計算しなさい。

学習の流れ

生徒たちは以前、複合演算を実行するためのルール、分配法則、同類項の還元について学習し、変数が含まれる場合に複合演算を掛け算できるように努めました。

ねらい

Ⓟ、Ⓢすでに展開されている内容の組み合わせから、提案されている演算を計算します。

一部の設問の解答：

a) $6(x-3)+3(2x+7)$
$=6x-18+6x+21$
$=6x+6x-18+21$
$=12x+3$

c) $(y-2)-4(y-1)$
$=y-2+(-4y+4)$
$=y-2-4y+4$
$=y-4y-2+4$
$=-3y+2$

日付： **U4 2.11**

Ⓟ 次の複合演算を解きなさい。
a) $-2(-x+4)+5(-2x+3)$
b) $3(4x+2)-4(2x-7)$

Ⓢ a) $-2(-x+4)+5(-2x+3)=2x-8-10x+15$
$=2x-10x-8+15$
$=-8x+7$

b) $3(4x+2)-4(2x-7)=12x+6-8x+28$
$=12x-8x+6+28$
$=4x+34$

Ⓡ a) $12x+3$ b) $15x$
c) $-3y+2$ d) $14x+18$
e) $-20a$ f) $-31x+10$
g) 7 h) -1
i) 0 j) $-3y-6$
k) $-\frac{7}{2}a+\frac{14}{3}$ l) $-\frac{1}{6}a+\frac{1}{2}$

宿題：練習帳の84ページ

2.12 復習問題

1.次の掛け算を解きなさい。

a) $2(3y+1)$　$6y+2$　　b) $7(-2y+8)$　$-14y+56$　　c) $2(12x-18)$　$24x-36$

d) $5(-2y-4)$　$-10y-20$　　e) $-\frac{2}{7}(14x-21)$　$-4x+6$　　f) $\frac{7}{2}\left(\frac{6}{49}y-\frac{1}{7}\right)$　$\frac{3}{7}y-\frac{1}{2}$

2.次の割り算を解きなさい。

a) $(-16x+8)\div 4$　$-4x+2$　　b) $(-6x-2)\div(-2)$　$3x+1$　　c) $(9y-6)\div 3$　$3y-2$

d) $(15y-10)\div\frac{5}{7}$　$21y-14$　　e) $(-6x+9)\div\left(-\frac{3}{7}\right)$　$14x-21$　　f) $(-11x-22)\div\left(-\frac{11}{13}\right)$　$13x+26$

3.次の掛け算を解きなさい。

a) $4\times\frac{x+2}{2}$　$2x+4$　　b) $12\times\frac{-2x+3}{4}$　$-6x+9$　　c) $\frac{3x-4}{5}\times 20$　$12x-16$

d) $-6\times\frac{x-2}{3}$　$-2x+4$　　e) $\frac{-4x-5}{2}\times 10$　$-20x-25$　　f) $\frac{3x-2}{2}\times(-10)$　$-15x+10$

4.次の同類項のある代数式を還元しなさい。

a) $-5a-3a$　$-8a$　　b) $-4x-2x$　$-6x$　　c) $\frac{5}{7}y-\frac{3}{7}y$　$\frac{2}{7}y$

d) $-3.5y-2.5y$　$-6y$　　e) $-0.6y+0.2y$　$-0.4y$　　f) $-\frac{1}{3}x+\frac{2}{3}x$　$\frac{1}{3}x$

5.次の代数式を還元しなさい。

a) $-4y+2-y-10$
$-5y-8$

b) $-10x+8+4x-8$
$-6x$

c) $7y-8-7y-4$
-12

d) $-10x+7+11x-7$
x

e) $-x+3+x-3$
0

6.次の代数式を加算しなさい。

a) $4x+11$ に $-3x-6$ を足す　$x+5$　　b) $-10y+3$ に $5y-3$ を足す　$-5y$　　c) $6x-10$ に $-6x+13$　3

7. 2つの代数式を引きなさい：

a) $-4x+9$ から $-5x-9$ を引く
$x+18$

b) $-m+2$ から $-m+7$ を引く
-5

c) $3x+4$ から $-x+4$ を引く
$4x$

8.次の複合演算を解きなさい。

a) $2(x-1)-(-2x+1)$
$4x-3$

b) $3(2y-4)-2(y+1)$
$4y-14$

c) $3(4y-5)-2(3y-5)$
$6y-5$

d) $4(2y-3)-2(4y-3)$
-6

e) $-\frac{1}{3}(3x-12)+\frac{7}{5}(-5x+10)$
$-8x+18$

f) $-\frac{1}{3}(3n-12)-\frac{7}{10}(5n-2)$
$-\frac{9}{2}n+\frac{27}{5}$

達成の目安

2.12 代数式に関する問題を解きなさい。

一部の設問の解答：

1.
a) $2(3y+1) = 2 \times 3y + 2 \times 1$
$= 6y + 2$

2.
a) $(-16x+8) \div 4 = (-16x+8) \times \frac{1}{4}$
$= -16x \times \frac{1}{4} + \overset{2}{\cancel{8}} \times \frac{1}{\underset{1}{\cancel{4}}}$
$= -\overset{4}{\cancel{16}}x \times \frac{1}{\underset{1}{\cancel{4}}} + 2 \times 1$
$= -4x + 2$

3.
a) $\overset{2}{\cancel{4}} \times \frac{x+2}{\underset{1}{\cancel{2}}} = 2(x+2)$
$= 2x + 4$

4.
a) $-5a - 3a = (-5-3)a$
$= -8a$

5.
a) $-4y + 2 - y - 10$
$= -4y - y + 2 - 10$
$= (-4-1)\,y + 2 - 10$
$= -5y - 8$

6.
a) $4x + 11 + (-3x - 6)$
$= 4x - 3x + 11 - 6$
$= x + 5$

7.
a) $-4x + 9 - (-5x - 9)$
$= -4x + 9 + (5x + 9)$
$= -4x + 9 + 5x + 9$
$= -4x + 5x + 9 + 9$
$= x + 18$

8.
a) $2(x-1) - (-2x+1)$
$= 2x - 2 + (2x - 1)$
$= 2x - 2 + 2x - 1$
$= 2x + 2x - 2 - 1$
$= 4x - 3$

宿題： 練習帳の85ページ

レッスン 3 代数式の相関関係の表記

3.1 等式関係の表記

P

鉛筆がy本入った箱から、箱に1本も残らないようにx人の生徒に4本ずつ配ります。箱の中に入っている鉛筆の数と配られた鉛筆の数を等号で表しなさい。

記号(=)は、等量の関係を表すのに使います。

S

一人当たりの鉛筆の数： 4 (鉛筆)
人数： x
配られた鉛筆の合計： $4x$ (鉛筆)

配られた鉛筆の合計 = 箱に入った鉛筆の量

$$4x = y$$

答え： $4x = y$

C

同じ値を表す2つの代数式は記号(=)で結ばれます。同じ値を表す2つの数式の関係を**等式**といいます。

等式$4x = y$では：

$4x = y$

辺
左

辺
右

等式の例：

等式	**読み方**
a) $10 = 10$	10 **イコール** 10
b) $5 + 2 = 7$	5 + 2 **イコール** 7
c) $3 + 4 = 6 + 1$	3 + 4 **イコール** 6 + 1

E

前の問題では、配布後に鉛筆が3本残っていることを考慮します。箱の中に入っている鉛筆の数と余った鉛筆の数を等号で表しなさい。

解答。

配られた鉛筆と余った鉛筆の合計：$4x + 3$ (鉛筆).
配られた鉛筆と余った鉛筆の合計 = 箱に入っている鉛筆の量

$$4x + 3 = y$$

答え： $4x + 3 = y$

1. 提示された問題で、各項について等式を書きなさい。
   a) カルメンの身長はa cm、アナの身長はb cmで、カルメンより4 cm高い。カルメンとアナの身長を等式の関係で表しなさい。 $b = a + 4$
   b) bドルの算数の本を4冊買った場合の費用はa ドルです。 $4a = b$
   c) xドルの植物を20ドル札1枚で払ったら、お釣りはy ドルです。 $y = 20 - x$
   d) nドルのシャツとmドルのズボンの価格の差は12ドルです（シャツの方がズボンよりも高いと考えてください）。 $y = 20 - x$
   e) xドルの豆を5ポンド、yドルのコーヒーを1つ購入すると、合計は5ドルでした。 $n - m = 12$
   f) aドルのパンツを買うのに4ドルをプラスした金額は、bドルのパンツを買うのに7ドルをプラスした金額と同じです。 $a + 4 = b + 7$

2. 次の等式で、どちらが左辺でどちらが右辺かをノートに書きなさい。

a) $2 \times 5 = 10$
左辺：2×5
右辺：10

b) $2n - 1 = 0$
左辺：$2n - 1$
右辺：0

c) $3 - 2x = y + 4$
左辺：$3 - 2x$
右辺：$y + 4$

達成の目安

3.1 2つの数式の等式関係を表しなさい。

学習の流れ

この授業では、2つの代数式や数式の等式関係で表される問題を見ていきますので、この機会を利用して次のユニットの一次方程式に役立つ「左辺」、「右辺」、「等式」などの概念を紹介していきます。

ねらい

Ⓟ、Ⓢ2つの代数式や数式の等式関係で表す問題を示します。

©同じ値を表す2つの算術式や代数式が符号(=)で結ばれていることを明らかにし、「等式」という用語を定義し、左辺と右辺という用語を提示します。

Ⓔ与えられた問題での2つの数式または数値式の間の等式関係を個別に表現します。

一部の設問の解答：

a)
カルメンの身長： *a* cm
アナの身長： *b* cm

カルメンの身長 =アナの身長 + 4 cm

$$a = b + 4$$

b)
費用本を1冊買う： *a* ドル
費用合計購入の： *b* ドル

4 × 本を1冊買う費用 =購入費用合計

$$4a = b$$

日付：

U4 3.1

Ⓟ 箱には *y* 本の鉛筆が入っています。
x 人の各生徒に4本配ります(余らないように)。
関係を表すには等号を使用します。

Ⓢ 合計は配られた鉛筆 = 箱に入った鉛筆の量

$4x = y$

答え：4x = y

Ⓔ の合計 配られた鉛筆と余った鉛筆 = 箱に入った鉛筆の量

$4x + 3 = y$

Ⓡ 1. a) $a = b + 4$
b) $4a = b$
c) $y = 20 - x$
d) $n - m = 12$
e) $5x + y = 5$
f) $a + 4 = b + 7$

宿題： 練習帳の86ページ

3.2 不等式関係の表記

P

次の各項で求められていることを実行しなさい：

a) ある航空会社では、荷物の追加料金がかからないようにするために、貨物スーツケースの重量を23 kg以下にするように顧客に提案しています。もしマルタがその航空会社を利用して旅行をし、スーツケースの重さが*y* kgがあるとしたら、満たさなければならない重量の条件を不等号で表しています。

b) フリアは必要な眼鏡が65ドルかかるため、お金を集めるために*x*週間5ドル節約します。貯金額と眼鏡の価格の関係を不等号で表しなさい。

S

a) 貨物スーツケースの重量： y (kg)

貨物スーツケースの重量 ≤ 航空会社の条件

$$y \le 23$$

R. $y \le 23$

b) 週ごとの金額：5 (ドル)

週の数： x
節約した金額：$5x$ (ドル)
節約した合計金額 < 眼鏡の価格

$$5x < 65$$

答え：$5x < 65$

C

符号 < または > は、不等量の関係を表すのに使います。符号 < は次のように読みます
小なりと > **大なり**と読みます。

符号 ≤ または ≥ は、2つの等しいまたは異なる量の関係を表すために使用されます。符号 ≤ は **小なりイコール** で、≥ は **大なりイコール** と読みます。これらの符号を用いた2つの数式の関係を**不等式**と呼びます。

不等式 $5x \le 65$ では：

$$5x \le 65$$

辺
左

辺
右

不等式の例：

不等式	**読み方**
a) $x < 8$	x は8**より小さい**
b) $10 \le x$	10はx**以下**
c) $x > 4$	xは4**以上**
d) $x \ge 7$	x は7**以上**

不等号を表すのに「より小さい」「より大きい」などの表現が使用されない場合もありますが、「より少ない」「より多い」などの代替表現を使用することができます。

ユニット4

85

E

次の各項で求められていることを実行しなさい：

a) あるスーパーでは、25ドル以上の買い物をしたお客さんにサプライズプレゼントをしています。ある人がmドル費やそうとしている場合、サプライズプレゼントをもらうために満たさなければならない条件のために費やす金額を不等式で表しなさい。

b) この授業の冒頭の設問の**b**項と同じ問題で、フリアの父親が彼女に12ドルを与え、彼女が眼鏡を買ってもまだお金が余っているとします。フリアが持っている合計金額と眼鏡の価格を不等式で表しなさい。

解答。

a) 金額： m (ドル)

金額 ≥ 最低購入額

$m \geq 25$

b) 合計額： $5x + 12$ (ドル)

合計額 > 眼鏡の価格

$5x + 12 > 65$

1. 次の問題を不等式で表しなさい：

a) 5人の生徒がそれぞれx個のビー玉を持っていて、それを集めると量が45個**より少ない**です。 $5x < 45$

b) 10 kgのスーツケースの中に、それぞれ2 kgの重さの物品をn個入れ、全てを入れ終えたらスーツケースの総重量は22 kg**より大きい**です。 $10 + 2n > 22$

c) あるスーパーでは、トマトのパックは2ドル、じゃがいものパックは3ドルかかります。トマトをaパック、じゃがいもをbパック買うとすると、合計金額は40ドルより少ないです。 $2a + 3b < 40$

d) エネルギー消費量は200 kwhより多かったため、補助金を受けられなくなった人のx kwh量。

$x > 200$

2.エルインポシブレパーク自然保護区への入場料は、大人がxドル、学生がYドルです。この問題では次の不等式は何を表していますか。

a) $4x + 3y \leq 25$

大人4名、子供3名の入場料は25ドル以下

b) $9x + 7y \geq 43$

大人9名、子供7名の入場料は43ドル以上

達成の目安

3.2 2つの数式の不等式関係を表しなさい。

学習の流れ

前回の授業では、2つの代数式と数値式の間の等式関係で表す問題を扱いましたので、今回は2つの代数式と数値式の間の不等式関係で表す問題を、不等式の重要な要素を指摘しながら扱っていきます。

ねらい

Ⓟ、Ⓢ2つの代数式や数式の等式や不等式の関係で表す問題を示します。

Ⓒ厳密には異なる値を表す2つの代数式または算術式が<または>のいずれかの符号で結ばれていることを確認し、同様に、同じ値または異なる値を表す代数式または数値式が<または>のいずれかの符号で結ばれていることを確認してください。
≤ または ≥「不等号」という用語を定義し、「左辺」と「右辺」という用語が不等号にも使われていることを明らかにしてください。

一部の設問の解答：

1.

a)
子供1人あたりのビー玉の数： x
集めたビー玉の合計：$5x$

ビー玉の合計：
集めた　< 45

$5x < 45$

b)
全ての物品の重量：$2n$ スーツケースの重量：10

全ての物品の重量：
+スーツケースの重量　> 22

$2n + 10 > 22$

日付：

U4 3.2

Ⓟ a) 満たさなければならないスーツケースの重さの関係を表しなさい。
b) 貯金額と眼鏡の価格の関係を表しなさい。

Ⓢ a) 貨物スーツケース　≤　航空会社の条件

$y \leq 23$

b) 節約した金額　<　眼鏡の価格

$5x < 65$

Ⓔ a) 金額　≥　最低購入金額

$m \geq 25$

b) 合計額：　>　眼鏡の価格

$5x + 12 > 65$

Ⓡ 1. a) $5x < 45$　b) $10 + 2n > 22$

c) $2a + 3b < 40$　d) $x > 200$

宿題： 練習帳の87ページ

付録

結果の分析

各学期末には、表を使ってそれぞれの結果を分析することができます。

年間学習量

算数教科の年間指導計画書を作り、その中で授業を行う日の欄にどの授業を行うかを記載しなくてはなりません。

テスト

教員が適宜コピーして使えるように、各ユニット毎のテスト、学期末テスト、学年末テストをここに掲載します。

第1学期の結果分析					
	ユニット__テスト	ユニット__テスト	ユニット__テスト	ユニット__テスト	学期テスト
得られた平均					
平均6未満の学生の数					
平均6～8の学生の数					
平均8以上の学生の数					
第2学期の結果分析					
	ユニット__テスト	ユニット__テスト	ユニット__テスト	ユニット__テスト	学期テスト
得られた平均					
平均6未満の学生の数					
平均6～8の学生の数					
平均8以上の学生の数					
第3学期の結果分析					
	ユニット__テスト	ユニット__テスト	ユニット__テスト	ユニット__テスト	学期テスト
得られた平均					
平均6未満の学生の数					
平均6～8の学生の数					
平均8以上の学生の数					

年間学習量：2020											
	1月	2月	3月	4月	5月	6月	7月	8月	9月	10月	11月
1		X	X					X			X
2		X			X			X			
3					X					X	
4	X			X			X			X	
5	X			X			X		X		
6						X			X		
7			X			X					X
8		X	X					X			X
9		X			X			X			
10					X					X	
11	X			X			X			X	
12	X			X			X		X		
13						X			X		
14			X			X					X
15		X	X					X			X
16		X			X			X			
17					X					X	
18	X			X			X			X	
19	X			X			X		X		
20	U1 1.1					X			X		
21	1.2		X			X					X
22		X	X					X			X
23		X			X			X			
24					X					X	
25	X			X			X			X	
26	X			X			X		X		
27						X			X		
28			X			X					X
29		X	X					X			X
30					X			X			
31					X					X	

年間学習量：											
	1月	2月	3月	4月	5月	6月	7月	8月	9月	10月	11月
1											
2											
3											
4											
5											
6											
7											
8											
9											
10											
11											
12											
13											
14											
15											
16											
17											
18											
19											
20											
21											
22											
23											
24											
25											
26											
27											
28											
29											
30											
31											

REPÚBLICA DE EL SALVADOR EN LA AMÉRICA CENTRAL