ユニット 7. 帯グラフと円グラフ

このユニットのねらい

異なるマスメディアに現れる帯グラフと円グラフの情報を分析し解釈し、重要事項や公共の利益に関して自覚し、判断ができるようになりましょう。

関連と発展

小学校低学年･高学年

- 表へのデータの表し方
- 棒グラフ
- ピクトグラム
- 折れ線グラフ
- 最頻値と中央値、平均値
- パーセンテージ

7学年

ユニット7：帯グラフと円グラフ
- 帯グラフ
- 円グラフ

8学年

ユニット 8：統計データの整理と分析
- 量的変数のための統計表とグラフ
- 代表値の測定
- 近似値と重要な桁

9学年

ユニット 8：分散の測定
- 分散
- 典型的偏差の性質

ユニットの学習計画

レッスン	時間	授業
1. 帯グラフ	1	1. 帯グラフの読み方
	1	2. 帯グラフの作り方
	1	3. 復習問題
2. 円グラフ	1	1. 円グラフの読み方
	1	2. 円グラフの作り方
	1	3. 復習問題
	1	ユニット7のテスト

授業 6時間 + ユニット7の テスト

各レッスンの要点

レッスン1：帯グラフ
すでに生徒はパーセンテージの意味を学んでいるという事実を踏まえ、この課ではパーセンテージの目盛の帯グラフの読み方を取り上げます。読み方の後で帯グラフの作成を行います。

レッスン2：円グラフ
この課の場合、円グラフは他の方法と同様、情報をパーセンテージとして表すために取り上げます。帯グラフとは異なり、円グラフでは2つのグラフの情報を比較することがより難しくなります。生徒は円グラフを読めるようになると、パーセンテージに基づき、各カテゴリに合った角度で作成のパートを学習します。角度を計算するには、円がもつ360°を、円の全面積を100%ととらえて、対応した比率で分けていきます。

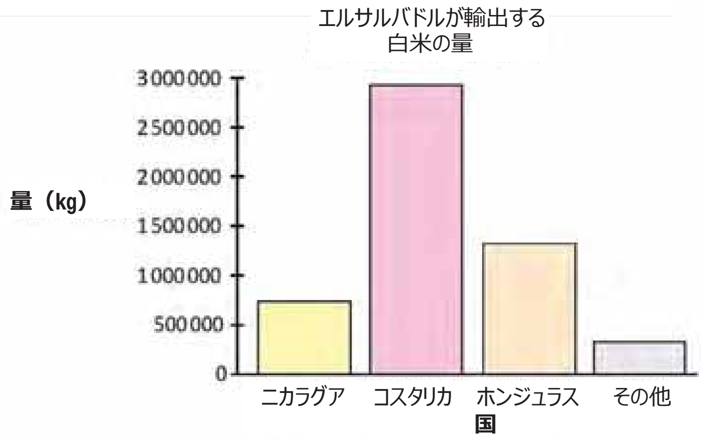
レッスン 1 帯グラフ

1.1 帯グラフの読み方

P

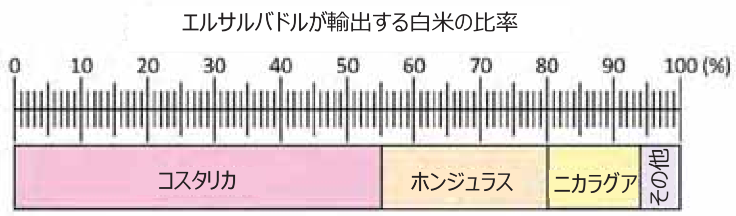
次の棒グラフは、エルサルバドルが輸出する白米の量を、輸出先国ごとに表しています。

国	米（kg）
ニカラグア	744902.2
コスタリカ	2926402.0
ホンジュラス	1330183.0
その他	319243.8



棒グラフでは、米の輸出量に関して、各輸出先国の全体に占める比率を見ることはできません。

エルサルバドルが輸出する白米の量を、輸出先国別に比率（パーセンテージ）で示したグラフを見て、各問で求められていることに答えましょう。



グラフは100等分されていて、それぞれのパートをパーセントで表しています。

a) 各輸出先国への輸出のパーセンテージはどのくらいですか？
b) 総重量が6,000,000 kgだとしたら、各国へ何kgずつ輸出していますか？

S

a) コスタリカ：55%、ホンジュラス：25%、ニカラグア：14%、その他：6%

b) コスタリカ：$6,000,000 \times \frac{55}{100} = 3,300,000$; ホンジュラス：$6,000,000 \times \frac{25}{100} = 1,500,000$;
ニカラグア：$6,000,000 \times \frac{14}{100} = 840,000$　その他：$6,000,000 \times \frac{6}{100} = 360,000$

C

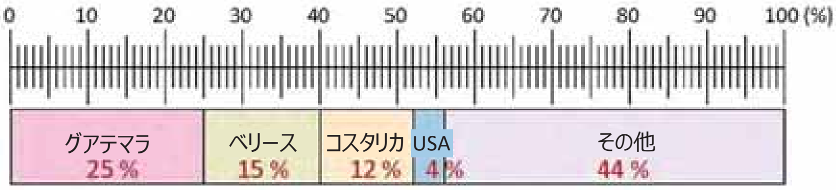
一般的に、グラフを構成する各パートをカテゴリと呼びます。先の例における「コスタリカ」、「ホンジュラス」、「ニカラグア」、「その他」といった各パートがカテゴリです。グラフは**帯グラフ**と呼びますが、ここからは、各カテゴリの全体に対する比率が簡単に見てとれます。そして次のような特徴があります。

1. タイトルがあります。
2. カテゴリはそのパーセンテージによって、大きいものから始まり小さいものへ（左から右へ）置かれます。
3. 「その他」というカテゴリがある場合は、そのパーセンテージに関わらず、一番最後に置かれます。

レッスン 1

1. この帯グラフは、2014年1月のエルサルバドルの調理済み米の輸出を示しています。

エルサルバドルが輸出する調理米の比率



a) 各国への輸出のパーセンテージはどのくらいですか？

b) 総重量が2,356,191 kgだとしたら、各国へ何kgずつ輸出していますか？

グアテマラ：589,048 kg、ベリース：353,429 kg、コスタリカ：282,743 kg、アメリカ合衆国：94,248 kg、その他：1,036,723 kg

2. 好きな飲み物の味をいろいろな人に尋ね、次のような結果を得ました。

好きな飲み物の味

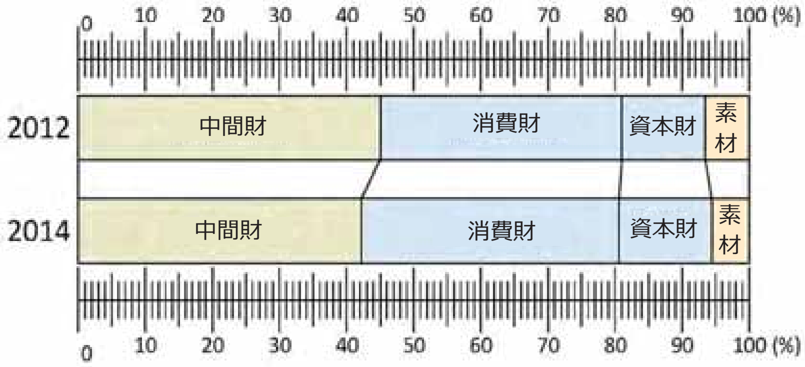
a) 飲み物の味のパーセンテージはそれぞれどのくらいですか

b) 人数が200人だとしたら、それぞれの味を何人ずつの人が好んでいますか？

ブドウ：100人、イチゴ：42人、オレンジ：34人、グレープフルーツ：16人、その他：8人

3. 次の帯グラフは2012年・2014年のエルサルバドルの輸入状況を経済学的分類ごとに示したものです。

エルサルバドルの輸入における経済学的分類ごとの比率



消費財とは、食品や洋服のように、個人の必要性を直接満たすものです。

中間財は、企業や政府が生産するために使われるものです。それは投入財や原料で、後に生産の過程で変化していくものです。

資本財とは、中間財を変化させるために用いられるものですが、生産過程において変化するものではありません。例えば、機械類や工具、ハイテク機器などです。

a) それぞれの年の**消費財**のパーセンテージはどのくらいですか？この財の輸入のパーセンテージがより大きいのはどちらの年ですか？

2012年：36%、2014年：39%、より大きいのは：2014年

b) それぞれの年の**資本財**のパーセンテージはどのくらいですか？この財の輸入のパーセンテージがより大きいのはどちらの年ですか？2012年：12%、2014年：14%、より大きいのは：2014年

c) **中間財**の輸入のパーセンテージがより小さいのはどちらの年ですか？

より大きいのは：2012年

達成の目安

1.1　帯グラフに示された情報を読みましょう。

学習の流れ

Ⓟ 授業の中で進めてきたことを実践すること。この項目の練習問題3には、すでに進めてきたことの応用が一問含まれます。したがって、異なる年の情報が示された2つの帯グラフを比較されます。違いがあっても、それぞれのグラフの情報は同じ方法で読み取ります。授業でこの部分を始める際、帯グラフのもうひとつの利点は2つのグラフの比較がより簡単な方法で行えることだと伝えるとよいでしょう。

いくつかの設問の解：

1. a) グアテマラ25 %
ベリース：15 %
コスタリカ：12 %
アメリカ合衆国：4 %
その他：44 %

b) 値をいくつか計算します。グアテマラ：
$2\,356\,191 \times \frac{25}{100} \approx 589\,048$
その他：
$2\,356\,191 \times \frac{44}{100} \approx 1\,036\,724$

ベリース：
$2\,356\,191 \times \frac{15}{100} \approx 353\,429$

アメリカ合衆国：
$2\,356\,191 \times \frac{4}{100} \approx 94\,248$

2. a) ブドウ：50 %
イチゴ：21 %
オレンジ：17 %
グレープフルーツ：8 %
その他：4 %

b) ブドウ：100 (50　：　a = 100　：200)
イチゴ：42 (21　：　a = 100　：200)
オレンジ：34 (17　：　a = 100　：200)
グレープフルーツ：
16 (8　：　a = 100　：200)
その他：8 (4　：　a = 100　：200)

3. a) 2012: 36 %
2014: 39 %
Mayor: 2014

b) 2012年：12 %
2014年：14 %
より大きいのは：2014年
c) より大きいのは：2012年

日付：　　　　　　**U7 1.1**

Ⓟ 教科書のグラフをよく見て、答えましょう。

a) 各国のパーセンテージはどのくらいですか？
b) 合計で6,000,000 kgだとしたら、各国は何kgずつになりますか？

Ⓢ a) コスタリカ：55 %　ホンジュラス：25 %
ニカラグア：14 %　その他：6 %。

b) コスタリカ：3,300,000 kg; ホンジュラス：1,500,000 kg;
$6\,000\,000 \times \frac{55}{100}$　　$6\,000\,000 \times \frac{25}{100}$

ニカラグア：840,000 kg;　その他：360,000 kg。
$6\,000\,000 \times \frac{14}{100}$　　$6\,000\,000 \times \frac{6}{100}$

Ⓡ
1.
a) グアテマラ：25 %、
ベリース：15 %、
コスタリカ：12 %、
アメリカ合衆国：4 %
その他：44 %

b) グアテマラ：589,048 kg
ベリース：353,429 kg
コスタリカ：282,743 kg
アメリカ合衆国：94,248 kg
その他：1,036,723 kg

宿題：
練習帳148ページ

1.2 帯グラフの作り方

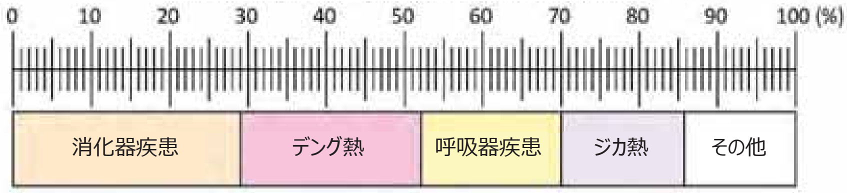
P

表は疾患ごとの患者数を示しています。各カテゴリのパーセンテージを、1の位へ四捨五入しながら、帯グラフを作成しましょう。

疾患	患者数	%
デング熱	420	23.3
ジカ熱	280	15.6
消化器疾患	530	29.4
呼吸器疾患	330	18.3
その他	240	13.3
合計	1800	100

S

疾患ごとの患者の割合



C

帯グラフ作成の手順は、
1. 各カテゴリのパーセンテージを求めます。
2. 得たパーセンテージに従ってわけますが、左から一番大きいパーセンテージのカテゴリを始めます。
3.「その他」のカテゴリは（それがある場合は）最後に配置します。

E

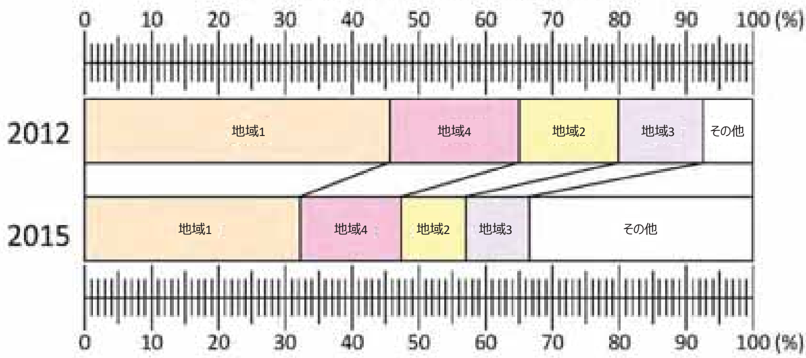
次の表は、2012年と2015年のある国の地域別の住民数を示しています。各カテゴリのパーセンテージを、1の位へ四捨五入しながら、帯グラフを作成しましょう。

	2012年		2015年	
地域	住民数	%	住民数	%
地域1				
地域2				
地域3				
地域4				
その他				
合計				

四捨五入したことによりパーセンテージの合計が100にならない場合、「その他」のカテゴリまたは最も大きな数をもつカテゴリのパーセントを変えることで調整し、合計を100にします。

解き方。

地域ごとの住民数の割合



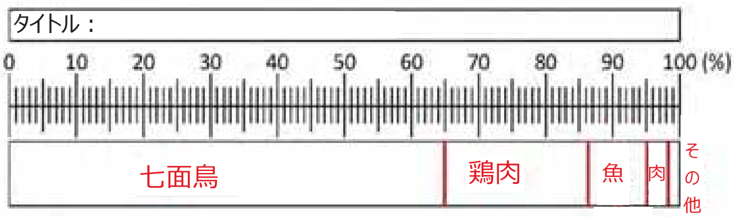
142

レッスン 1

1.子供の日のお祝いのために、学校で生徒に好きな食べ物を尋ねました。表には結果が表されています。

カテゴリ	人数	%
鶏肉	83	21
肉	10	3
魚	37	9
七面鳥	257	65
その他	8	2
合計	395	100

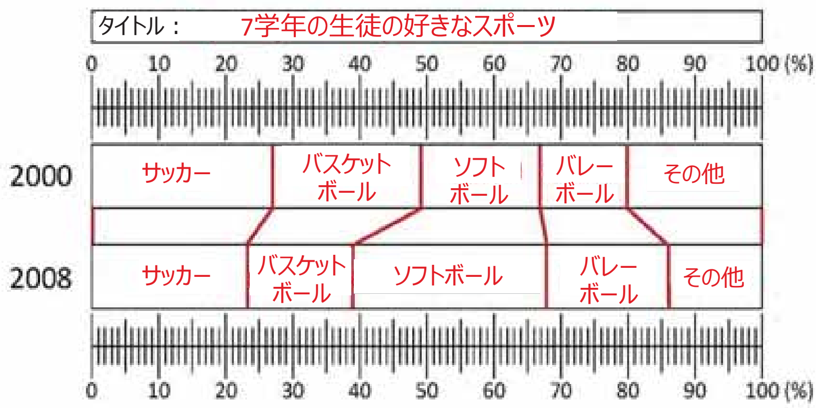
a) それぞれのタイプの食事を好む子供の数は、何パーセントずつですか？（各カテゴリのパーセンテージは1の位へ四捨五入します）。
b) 情報を表す帯グラフを作成しましょう。



2. 2000年と2008年に、ある学校の7学年の生徒に好きなスポーツについて質問しました。答えは次の表のようになりました。

スポーツ	2000		2008	
	生徒（データ）	%	生徒（データ）	%
サッカー	47	27	42	23
バスケットボール	38	22	28	16
ソフトボール	31	18	53	29
バレーボール	22	13	33	18
その他	35	20	24	14
合計	173	100	180	100

a) 質問がなされたそれらの年において、それぞれのスポーツを好む生徒の数は、何パーセントずつですか？（各カテゴリのパーセンテージは1の位へ四捨五入します）。
b) 各年ごとに帯グラフを作成し、そこに表された情報を比較しましょう。2000年のパーセンテージは、2008年と比べて、それぞれ少ないですか、等しいですか、多いですか？



ユニット7

達成の目安

1.2 表の情報を表す帯グラフを作成しましょう。

学習の流れ

この授業では、2つの値から変数を得て、2つの変数xとyの正比例関係を示す方程式を確定します。

ねらい

Ⓟ 含まれている情報を比較するために2つの帯グラフを作成すること。ここで重要なのは、パーセンテージの合計が100にならない場合に、「その他」のカテゴリまたは最も大きなパーセンテージのカテゴリを使ってパーセンテージを調節し、パーセンテージの合計を100にすることを説明してあげることです。Ⓢ、Ⓔともにグラフの目盛りを書くのは難しいので、黒板にはグラフは書きません。前の授業同様、教科書のグラフを見るよう指示しましょう。

いくつかの設問の解：

1\. a) $83 \div 395 \times 100 \approx 21$

$10 \div 395 \times 100 \approx 3$

$37 \div 395 \times 100 \approx 9$

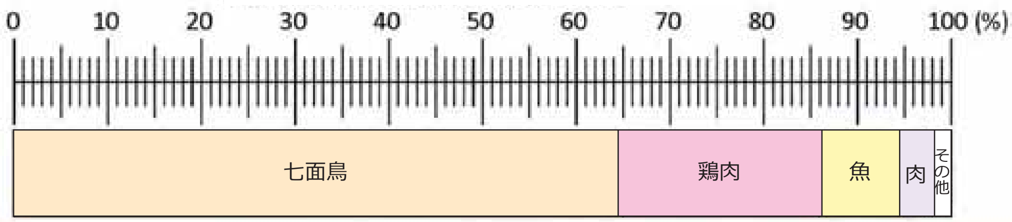
$257 \div 395 \times 100 \approx 65$

$8 \div 395 \times 100 \approx 2$

各カテゴリのパーセンテージを四捨五入してから、「その他」のパーセンテージを修正するとパーセンテージの合計は100になります。
もうひとつの方法は、最も大きなパーセンテージを調整することです（この場合2008年のソフトボールのカテゴリ）。

1\. b)

生徒が好きな食べ物



日付： **U7 1.2**

Ⓟ 表内の情報を表す帯グラフを作りましょう（各カテゴリのパーセンテージは1の位へ四捨五入します）。

疾患	患者数	%
デング熱	420	23.3
ジカ熱	280	15.6
消化器疾患	530	29.4
呼吸器疾患	330	18.3
その他	240	13.3
合計	1 800	100

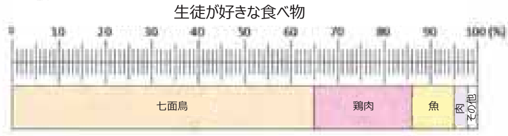
Ⓢ 作成したグラフを教科書のグラフと比べます。

Ⓔ 異なる年やグループなどでの測定を比較するために帯グラフを使うことができます。例えば、教科書に載っているグラフを見ましょう。

Ⓡ 1. a) 鶏肉：21 %、肉：3 %、
魚：9%、七面鳥：65 %、
その他：2 %

b)

生徒が好きな食べ物

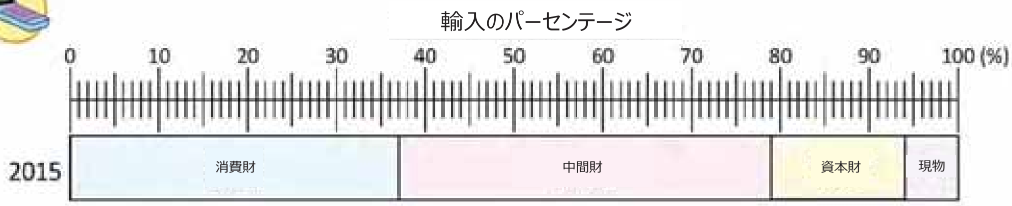


宿題： 練習帳150ページ。

1.3 復習問題

次の各項の指示に従って実行しましょう。

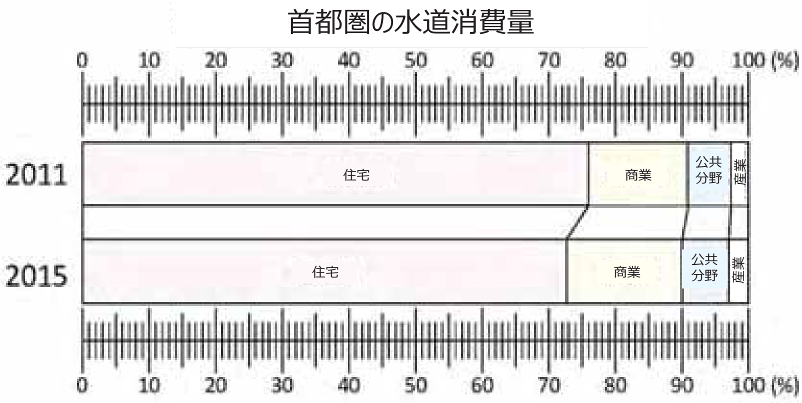
1.次のグラフは、2015年エルサルバドルの輸入のパーセンテージを経済学的分類によって示したものです。



a) それぞれの輸入のパーセンテージはどのくらいですか
消費財：37 %、中間財：42 %、資本財：15 %、現物：6 %

b) 輸入の総金額が10,415,400,000ドルだとしたら、それぞれの輸入額は何ドルになりますか？
消費財：3,854,000,000ドル、中間財：4,374,000,000ドル、
資本財：1,562,000,000ドル、現物：652,000,000ドル。

2.次のグラフは、2011年と2015年、サンサルバドル首都圏において、ANDAによって提供されている水道の消費量のパーセンテージをカテゴリ別に表したものです。



a) **住宅**分野の消費量のパーセンテージはそれぞれの年でどのくらいですか？消費量のパーセンテージが大きいのはどちらの年ですか？
2011年：76 %、2015年：73 %、パーセンテージが大きいのは2011年。

b) **産業**分野の消費量のパーセンテージはそれぞれの年でどのくらいですか？消費量のパーセンテージが大きいのはどちらの年ですか？
2011年：2 %、2015年：3 %、パーセンテージが大きいのは2015年。

c) **商業**分野の消費量のパーセンテージが小さいのはどちらの年ですか？
商業分野は2011年、より小さいパーセンテージでした。

d) 2015年のサンサルバドル首都圏における**住宅**カテゴリの水道の全消費量は2011年と比較して減少したと言えますか？
いえません。パーセンテージは少ないですが、全消費量がどのくらいかわからないからです。

3. 次の表は、2005年と2015年、サンタアナ県の人口を年齢層ごとに表したものです。

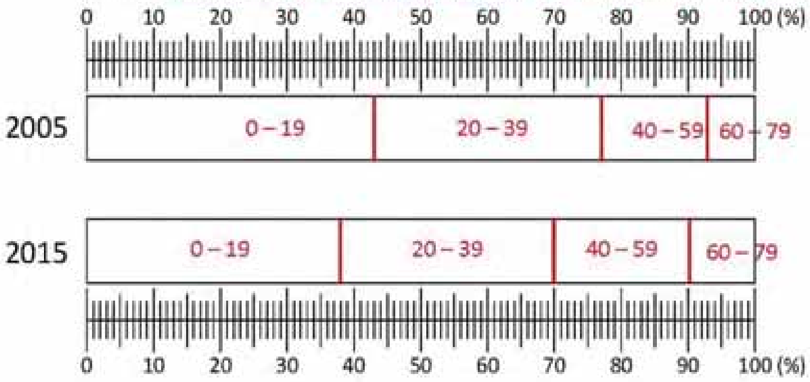
年齢	2005年	2015年
0 – 19	259 278	220 443
20 – 39	202 899	182 631
40 – 59	94 723	113 041
60 – 79	44 174	54 557
合計	601074	570 672

a) 各年齢層の人口は、何パーセントずつですか？（各カテゴリのパーセンテージは1の位へ四捨五入します）

年齢	2005年(%)	2015年(%)
0 – 19	43	38
20 – 39	34	32
40 – 59	16	20
60 – 79	7	10
合計	100	100

b) 情報を表す帯グラフを作成しましょう。

タイトル： 2005年と2015年のサンタアナ県の年齢層別住民



c) グラフからどんな解釈が導かれますか？説明しましょう。
20歳代の人のパーセンテージは増加しました。

ユニット7

145

達成の目安

1.3　帯グラフに関する問題を解きましょう。

いくつかの設問の解：

1. a) 消費財：37 %
   中間財：42 %
   資本財：15 %
   現物：6 %

   b)消費財：
   $10\,415.4 \times \frac{37}{100} \approx 3{,}854$

   中間財：
   $10\,415.4 \times \frac{42}{100} \approx 4{,}374$

   資本財：
   $10\,415.4 \times \frac{15}{100} \approx 1{,}562$

   現物：
   $10\,415.4 \times \frac{6}{100} \approx 625$

   消費財：3,854,000,000ドル。
   中間財：4,374,000,000ドル。
   資本財：1,562,000,000ドル。
   現物：625,000,000ドル。

2. 住宅：
   2011: 76 %
   2015: 73 %
   パーセンテージが大きいのは2011年。

   b) 産業：
   2011: 2 %
   2015: 3 %
   パーセンテージが大きいのは2015年。

   c) 商業分野は2011年、より小さいパーセンテージでした。

   d) いえません。パーセンテージは少ないですが、全消費量がどのくらいかわからないからです。

3.
a) 2005
   0 – 19:
   $259\,278 \div 601\,074 \times 100 \approx 43$

   20 – 39:
   $202\,443 \div 601\,074 \times 100 \approx 34$

   40 – 59:
   $94\,723 \div 601\,074 \times 100 \approx 16$

   60 – 79:
   $44\,174 \div 601\,074 \times 100 \approx 7$

b) 2015
   0 – 19:
   $220\,443 \div 570\,672 \times 100 \approx 39$

   20 – 39:
   $182\,631 \div 570\,672 \times 100 \approx 32$

   40 – 59:
   $113\,041 \div 570\,672 \times 100 \approx 20$

   60 – 79:
   $54\,557 \div 570\,672 \times 100 \approx 10$

合計は101。したがって、最も大きいパーセンテージを修正します。つまり39を38に変えます。

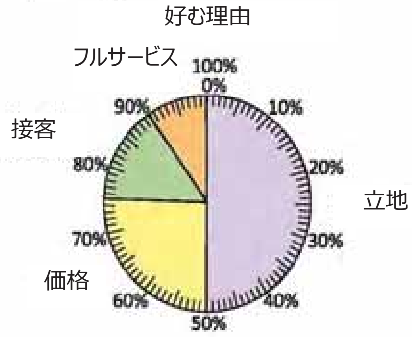
宿題： 練習帳152ページ

レッスン 2 円グラフ

2.1 円グラフの読み方

P

あるガソリンスタンドの利用者にその店舗を好む理由を質問したところ、次のグラフのような情報が得られました。



このガソリンスタンドを好むそれぞれの理由を選択した人の数は、各理由を示す円の範囲の面積に比例しています。

a) 利用者がこのガソリンスタンドを好む理由として最も多いのはどれですか?
それは何%を占めますか?

b) 利用者がこのガソリンスタンドを好む理由として最も少ないのはどれですか?それは何%を占めますか?

S

a) 立地、50%

b) フルサービス、10%

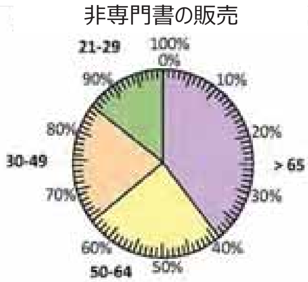
帯グラフと同様にカテゴリがグラフの各部分(円の範囲) になっており、今回のケースで例えると、各カテゴリは利用者が質問されたときに選択できる理由になっています。

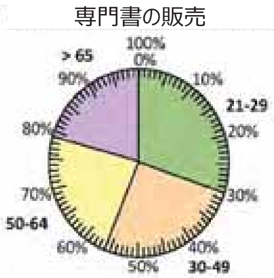
C

合計が1つの円で表され、合計に対する各カテゴリの比率(パーセンテージ)に応じて扇形に分けられたグラフを **円グラフ**と呼びます。

E

書籍の販売において、ある日異なる年齢の人々にどの種類の本を買ったかを質問しました。これらを「専門書」と「非専門書」に分類しました。得られた情報は次の円グラフで表されています(各カテゴリは回答者の年齢区分)。





a) 非専門書を購入した人が最も多かったのはどの年齢区分ですか?それは何%を占めますか?

b) 専門書を購入した人が最も多かったのはどの年齢区分ですか?それは何%を占めますか?

解答

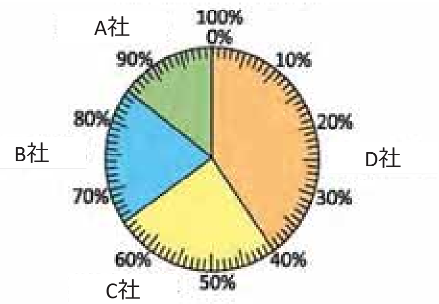
a) 65歳以上、39%

b) 21 - 29歳、30%

146

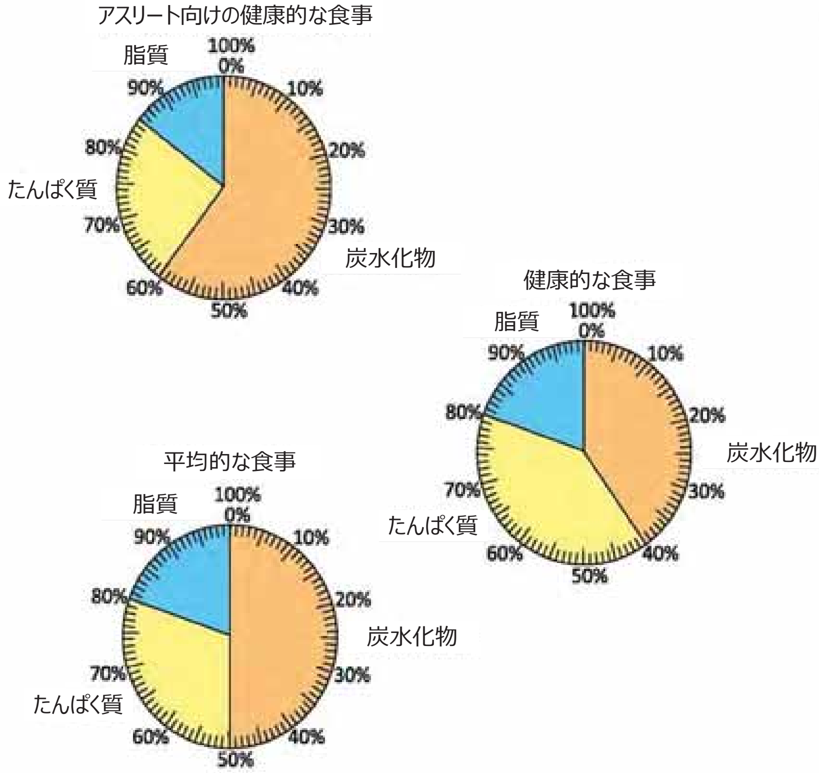
レッスン 2

1. あるショッピングセンターで携帯電話の利用者にどの会社を利用しているかを質問しました。得られた情報は以下のグラフの通りです。



a) B社を利用している人は何%を占めますか? 20 %
b) 最も利用者が少ないのはどの会社ですか?それは何%を占めますか? A社、15%
c) 最も需要があるのはどの会社ですか?それは何%を占めますか? D社、40%
d) 合計200人に質問した場合、各社を選んだ人は何人ですか？ A：30人 B：40人 C：50人 D：80人

2. 炭水化物、タンパク質、脂肪の摂取のパーセンテージは、次のグラフで表されているように、それぞれの食事のタイプによって異なります。



初めて円グラフを作成して使ったのは、1786年頃にオスマン帝国の領土の割合をアジア、ヨーロッパ、アフリカに分けて示した、スコットランドの技術者・経済学者ウィリアム・プレイフェアであることが知られています。

W・プレイフェア (1801). *The statistical Breviary.*

a) アスリートが摂取すべきタンパク質は何%ですか? 25 %
b) 平均的な食事を摂る人が摂取する脂質は何%ですか? 20 %
c) あなたの食事のタイプでは、何%の炭水化物を摂取しますか? 生徒は自分の思う食事のタイプを選ぶので、例えば平均的な食事であれば、炭水化物は50%です。

ユニット7

147

達成の目安

2.1 表から円グラフを作ります。

学習の流れ

この授業では前の内容の代案として円グラフを紹介します。帯グラフと同様に円グラフも%を使って読み取ります。

ねらい

Ⓟ 円グラフのカテゴリのパーセンテージを直観的に求めます。生徒がカテゴリのパーセンテージを直接数えて求められるようグラフは100等分されており、それぞれが円全体の1%を表しています。Ⓢ、Ⓔともにグラフの目盛りを書くのは難しいので、黒板にはグラフは書きません。この指示は(教科書のグラフを見る)1.1 、1.2 の授業と同じです 。

いくつかの設問の解：

1. a) 20 %
   b) A社、15%
   c) D社、40%

d) 一部の数を計算します。

A社：

$$200 \times \frac{15}{100} = 30$$

B社：

$$200 \times \frac{20}{100} = 40$$

C社：

$$200 \times \frac{25}{100} = 50$$

D社：

$$200 \times \frac{40}{100} = 80$$

A社：30人
B社：40人
C社：50人
D社：80人

日付： **U7 2.1**

Ⓟ 教科書のグラフには、ガソリンスタンドの利用者への質問から得られた情報が載っています。質問は、「あなたがこのガソリンスタンドを好む理由は何ですか？」です。グラフに基づいて答えて下さい。

a) 回答者の多くはどのような理由でこのガソリンスタンドを選んでいますか?それは何%を占めますか?

b) 回答者が選択した理由として最も少なかったものはどれですか?それは何%を占めますか?

Ⓢ a) 立地、50%
b) フルサービス、10%

Ⓔ 教科書の2つのグラフから次のことがわかります。

a) 非専門書の販売のグラフで最も多い年齢区分は39%を占める「65歳以上」です。

b) 専門書の販売のグラフで最も多い年齢区分は30%を占める「21歳 - 29歳」です。

Ⓡ 1. a) 20 %
b) A社、15%
c) D社、40%
d) A：30、B：40、C：50、D：80

宿題： 練習帳153ページ

レッスン 2

2.2 円グラフの作り方

P

次の表はある店で使用可能な野菜の量を表しています。データをどのように表すか考えましょう。

野菜	量	%	角度
トマト	90	45	
玉ねぎ	30	15	
きゅうり	60	30	
その他	20	10	
合計	200	100	

a) 円全体(100%)の中心角は360度であることを踏まえ、1%の角度は何度ですか?
b) 45%、15%、30%、10%の角度はそれぞれ何度ですか?

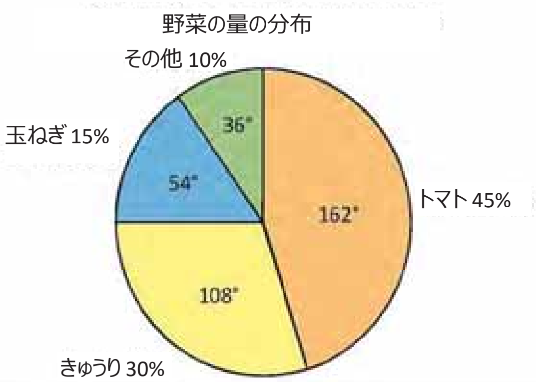
S

a) 360 ÷ 100 = 3.6
b) 1%ごとに3.6を掛けます。

3.6 × 45 = 162　　3.6 × 15 = 54　　3.6 × 30 = 108　　3.6 × 10 = 36

従ってカテゴリごとの角度は次のように割り当てられます：トマト：162°、玉ねぎ：54°、きゅうり：108°、その他：36°。

野菜	量	%	角度
トマト	90	45	162°
玉ねぎ	30	15	54°
きゅうり	60	30	108°
その他	20	10	36°
合計	200	100	360°



C

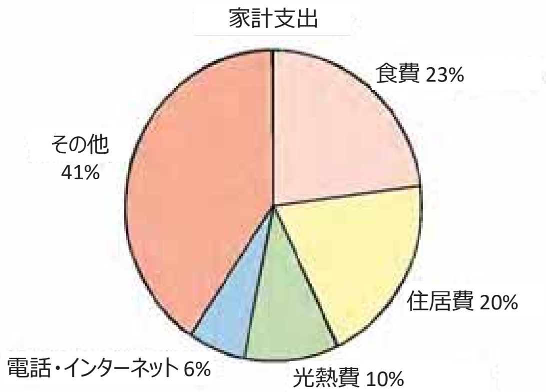
円グラフの情報を表す手順は次の通りです。

1. 各カテゴリのパーセンテージを求めます。
2. 各カテゴリの中心角の角度を求めます(3.6 × %)。
3. 各カテゴリを大きいものから順に時計回りに並べ、「その他」は常に最後に来るようにします。

E

ある家庭の月収の分布がコンスタントである(月ごとの変動がない)と仮定し、円グラフでは家計支出の内訳が表されています。

a) ある家庭の月収が450ドルであり、支出の内訳がグラフに表された通りであれば、各支出項目に割り当てられる金額はいくらですか?
b) 住居費に100ドル割り当てるとすれば、月収はいくらですか?
c) 食費は角度何度に相当しますか?



解答

a) 電話・インターネット：
(450 ÷ 100) × 6 = 27
答え 27ドル

同じ手順で計算します。
光熱費： 45ドル
住居費： 90ドル
食費： 103.5ドル
その他： 184.5ドル

b) 月収は次のようになります。

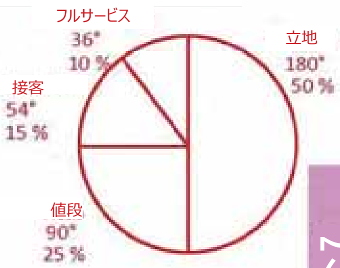
(100 ÷ 20) × 100 = 500
答え 500ドル

c) (3.6 × 23) = 82.8

小数点以下を四捨五入すると83°になります。
答え83°

1.前の授業の問題を参考にしてノートに表を作り、グラフを描きましょう。

好む理由	人数	%	角度
フルサービス	50	10	36
接客	75	15	54
値段	125	25	90
立地	250	50	180
合計	500	100	360

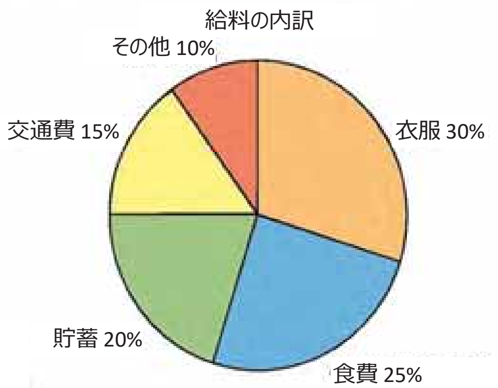


2.ある人の月給を、次のグラフで表したように割り当てたとして答えましょう。

a) この人の月給が250ドルのとき、各項目にはいくら割り当てられますか?
b) 割合を変えずに交通費に50ドル割り当てるとき、月給はいくらになりますか?
c) 衣服への出費を表す円の範囲の中心角は何度になりますか?

a) 衣服：75 ドル
食費：62.5ドル
貯蓄：50ドル
交通費：37.5ドル
その他：25ドル

b) 333.33 ドル
c) 75°



ユニット7

達成の目安

2.2　表から円グラフを作ります。

学習の流れ

前に円グラフの読み方を学んだので、今回の授業ではその作り方を教えます。前のユニットの最後の課で取り組んだ単純なのべ算を使って円グラフを作ります。

ねらい

あるパーセンテージに相当する円グラフの角度を求めます。ここでは生徒が問題を解く中で、単純なのべ算を使うことが期待されます。

1.

パーセンテージ：

フルサービス：
50 ÷ 500 × 100 = 10

接客：
75 ÷ 500 × 100 = 15

値段：
125 ÷ 500 × 100 = 25

立地：
250 ÷ 500 × 100 = 50

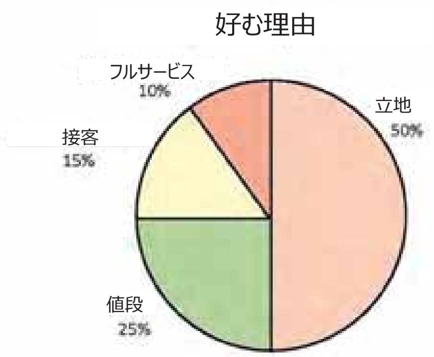
角度：

フルサービス：
3.6 × 10 = 36

接客：
3.6 × 15 = 54

値段：
3.6 × 25 = 90

立地：
3.6 × 50 = 180



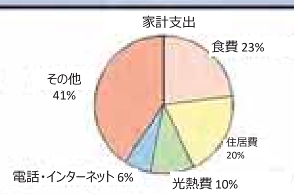
日付：　　**U7 2.2**

Ⓟ 次の表はある店で使用可能な野菜の量を表しています。「角度」の列を埋めましょう。

野菜	量	%	角度
トマト	90	45	
玉ねぎ	30	15	
きゅうり	60	30	
その他	20	10	
合計	200	100	

Ⓢ a) 360 ÷ 100 = 3.6
b) 1%ごとに3.6を掛けます。
3.6 × 45 = 162　3.6 × 15 = 54
3.6 × 30 = 108　3.6 × 10 = 36
よって：
トマト：162°、玉ねぎ：54°、
きゅうり：108°、その他：36°

Ⓔ 月収：450ドル



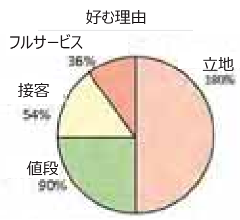
a) 電話・インターネット：
(450 ÷ 100) × 6 = 27
光熱費：45ドル
住居費：90ドル
食費：103.5ドル
その他：184.5ドル

b) 住居費に100ドル割り当てるとすれば、月収は次のようになります。
(100 ÷ 20) × 100 = 500

c) 食費の支出は次のようになります。
(3.6 × 23) = 82.8、約 83°。

Ⓡ 1.パーセンテージ：　角度：

10	36
15	54
25	90
50	180
100	360



宿題：練習帳155ページ

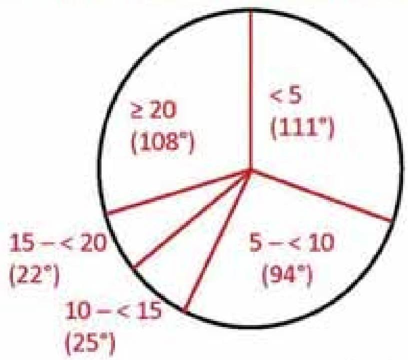
2.3 復習問題

1.次の表はある組織の常勤職員の勤続年数を表しています。

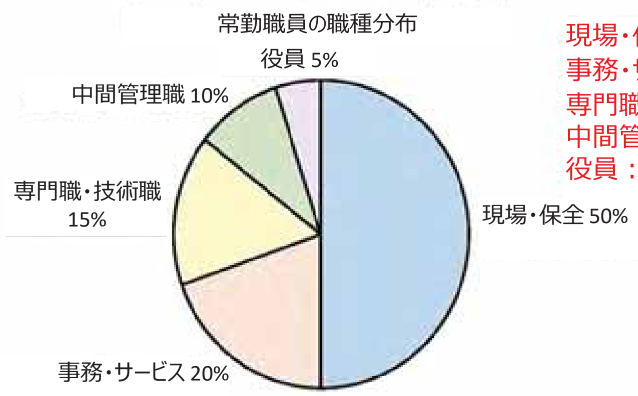
勤続年数	職員の数	%	角度
< 5	1281	31	111
5 – 10	1108	26	94
10 – 15	296	7	25
15 – 20	273	6	22
≥ 20	1254	30	108
合計	4212	100	360

a) 各カテゴリのパーセンテージと角度を計算しましょう(小数点以下を四捨五入する)。
b) 表の情報から円グラフを作りましょう。

勤続年数ごとの職員の割合



2. ある組織の常勤職員の職種ごとの分布は次の円グラフで表される通りです。



現場・保全：2,100
事務・サービス：840
専門職・技術職：630
中間管理職：420
役員：210

a) 職員の数が4,200人のとき、各職種の職員は何人ですか?
b) 同じ割合で30人の役員がいるとき、この組織の職員は何人になりますか? 600
c) 専門職・技術職**を表す円の範囲の中心角は何度になりますか?** 54

150

達成の目安

2.3 円グラフに関する問題を解きます。

第1問の解答

1.
パーセンテージ：

$$< 5: 1\,281 \div 4\,212 \times 100 \approx 30$$
$$5 - 10: 1\,108 \div 4\,212 \times 100 \approx 26$$
$$10 - 15: 296 \div 4\,212 \times 100 \approx 7$$
$$15 - 20: 273 \div 4\,212 \times 100 \approx 6$$
$$\geq 20: 1\,254 \div 4\,212 \times 100 \approx 30$$

合計が100になるよう、最も多くを占めた5未満又は20以上のカテゴリの調整をします。四捨五入以前は5未満の数が最も大きいので、このカテゴリの調整をします。

$$< 5: 30\,\% \longrightarrow 31\,\%$$

角度：

$$< 5: 3.6 \times 31 \approx 112$$
$$5 - 10: 3.6 \times 26 \approx 94$$
$$10 - 15: 3.6 \times 7 \approx 25$$
$$15 - 20: 3.6 \times 6 \approx 22$$
$$\geq 20: 3.6 \times 30 \approx 108$$

合計が360°になるよう、上と同じ調整を行います。

$$< 5: 112\,\% \longrightarrow 111\,\%$$

備考：

パーセンテージを使わずに再度角度を計算することもできます。

例： <5：$360 \times \frac{1281}{4212}$

上で行った四捨五入と調整により、この計算はパーセンテージを使った計算とは多少異なることがあります。

宿題： 練習帳158ページ

ユニット 8：平面図形と立体図形の構成

このユニットのねらい

– 平面図形の平行移動、鏡映、回転をするために、幾何学的手段を使うこと。
– ある線分の垂直二等分線や角の二等分線を求めるために、交差する円の特徴を適用すること。
– 弧の長さや弓形の面積を計算するために、単純なのべ算を適用すること。
– 総面積を計算するために、角柱、角錐、円柱の平面図形を描くこと。

関連と発展

小学校低学年・高学年

- 分度器を使った角の作図
- 三角形の分類と作図
- 四角形の分類と作図
- 幾何学図形の分類と作図
- 対称な図形
- 三角形と四角形の外周と面積
- 立方体、四角柱、三角柱の規則性
- 円周の長さと円の面積
- 扇形の長さと面積
- 角柱の体積
- 平行移動、回転、対称

7学年

ユニット8：平面図形と立体図形の構成

- 平面上の図形の移動
- 円、線分、角
- 平面図形、立体図形と、角柱、角錐、円柱の総面積

8学年

ユニット4：平行線と多角形の角

- 多角形の内角と外角の和
- 平行な直線と角

ユニット5：三角形の合同条件

- 三角形の合同

ユニット6：三角形と四角形の特徴

- 三角形
- 平行四辺形

ユニット7：立体の面積と体積

- 立体の特徴と要素
- 立体の体積の計算
- 体積の応用
- 立体の面積
- 面積の応用

9学年

ユニット5：相似図形

- 相似
- 三角形の相似
- 相似と平行
- 相似と三角形の相似の応用

ユニット6：ピタゴラスの定理

- ピタゴラスの定理
- ピタゴラスの定理 の応用

ユニット7：円周角と中心

- 中心角と円周角
- 中心角と円周角の応用

このユニットの学習計画

レッスン	時間	授業
1. 平面上の図形の移動	1	1. 点と直線
	1	2. 図形の規則性
	1	3. 平行移動
	1	4. 対称性
	1	5. 回転
	1	6. 図形移動の問題の解法
2. 円、線分 、角	1	1. 円の特徴と要素
	1	2. 交差する円の特徴
	1	3. 定規とコンパスを用いた平面図形の作図
	1	4. 直角に交わる直線
	1	5. 点と直線の距離
	1	6. 線分の垂直二等分線
	1	7. 角の二等分線
	1	8. 円の接線
	1	9. 扇形の弧長
	1	10. 扇形の面積
	1	11. 三角形の内心
3. 平面図形、立体図形と、角柱、角錐、円柱の総面積	1	1. 立体図形の分類
	1	2. 正多面体の特徴
	1	3. 直線と平面図形の位置関係
	1	4. 平面図形と直線の垂直性

レッスン	時間	授業
	1	5. 平面図形の移動でできる立体図形
	1	6. 垂直投影
	1	7. 角柱の展開図とその総面積
	1	8. 角錐の展開図とその総面積
	1	9. 円柱の展開図とその総面積
	1	10. 復習問題
	1	ユニット8のテスト
	1	第3学期期末テスト

授業 27 時間 + ユニット8 のテスト + 三学期末テスト

各レッスンの要点

レッスン1：平面上での図形の移動
この課では線分、垂線、平行な直線の表し方に取り組み、また、平面上における図形の移動のタイプ、つまり、平行移動、対称移動、回転移動、についても学習します。

レッスン2：円、線分 、角
課を始めるにあたり、今後、交わる2つの円の特徴を伝える時に、円と扇形の要素を用いるため、これらの要素についての復習を行います。交わる2つの円の特徴は、基本的に、それぞれの円の円周のいくつかの性質をもとにしています。このような特徴は、定規と分度器を使って図表を作図するうえで用いられますが、これは生徒がこれらの図形の性質の一部を直観的に、つまりそれらの作図を通して、視覚化することを目的に行われるものです。これらの図形の例として、六角形、正三角形、垂線、線分の垂直二等分線、角の二等分線、円の接線、三角形の内心があります。課の最後に、弧長と扇形の面積を求める公式を引き出すために、正比例を使います。

レッスン3：平面図形、立体図形と、角柱、角錐、円柱の総面積
この課では、後に正多面体の特徴に取りかかるために、多面体の立体、球面の立体を分類することから始め、二本以上の直線を持つ立体の平面図や位置関係を導入します。この課におけるその他の重要な側面は、この概念を角柱、円柱、角錐、円錐の高さを求めるために、再度取り上げるため、平面と直線の垂直を導入することで、そしてまた、その垂線を使って立体を平面図形の移動として示します。

すでに平面の概念は教えていることから、位置の異なる3つの壁の平面に写る立体の影としての立体の正射影を使って学習をします。すなわち、電灯の光線が壁面、つまり平面に対し垂直であると見なして、電灯で照らされた時の正面像、側面像、床面像を使います。課の最後には、それぞれの公式から各立体の総面積を計算するために、角柱、角錐、円錐の展開図を作図します。

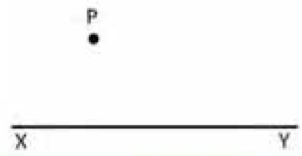
レッスン 1 平面上での図形の移動

1.1 点と直線

P

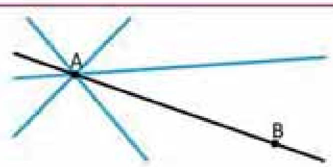
1. 図には点 A と Bが描かれています。
   a) Aだけを通る直線を引きなさい。
   b) AとBともに通る直線を引きなさい

2. 図には直線 XY が引かれています。
   a) Pを通り、直線 XYを横切る直線を引きなさい。
   b) Pは通るが、直線 XYを決して横切らない直線を引きなさい。

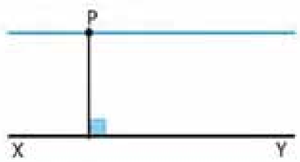


S

1. a) 点 Aを通る複数の異なる直線、実際には無限の直線を引くことができます。
   b) 2つの点を通る直線は一本だけ存在します。

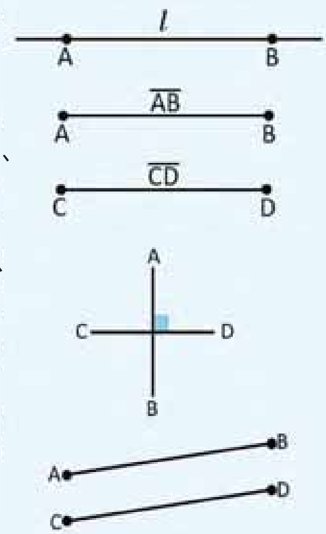


2. a) 引くことのできるすべての直線の中に、直線 XY に対して垂直になるものがあります。
   b) 引かれた直線は Pを通る直線と平行になるはずです。



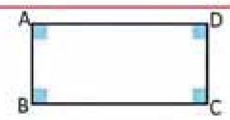
C

a) 点 A、B を通り、無制限に延びる直線を**直線 AB**と呼び、通常アルファベット一文字、例えば、*l* や *m* などで表されます。
b) AとB を繋いで図形は**線分 AB** と呼ばれ、$\overline{AB}$ での記号で表し「線分 AB」と読みます。
c) 2つの線分が、$\overline{AB}$ と $\overline{CD}$のように同じ長さを持っているならば、よって、AB = CD で表されます。線分の長さについて言うときは、記号 (‾) を省略します。$\overline{AB}$ の長さは AB.
d) もう1つの直線に対し、より短い直線が90°の角度を作っている時は、**垂線**と言い、このことを表すために、記号 (⊥) を使います。図では、$\overline{AB} \perp \overline{CD}$となり、「線分ABは線分 CDに対し垂直」と読みます。
e) 一方の直線がもう一方の直線を決して横切ることのない2つの直線のことを、**平行な直線**と呼び、記号 (∥) を使います。図では$\overline{AB}$ ∥ $\overline{CD}$は「線分AB は線分CDは平行」と読みます。



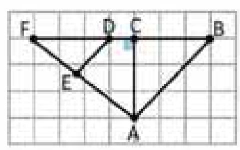
1. 次の長方形を良く見て、以下の線分の間の関係を明らかにするために、記号 (∥) または (⊥) を使いなさい。

$\overline{AB}$と $\overline{CD}$ の関係	$\overline{AB}$ ∥ $\overline{CD}$
$\overline{AB}$ と $\overline{AD}$ の関係	$\overline{AB} \perp \overline{AD}$
$\overline{AB}$ と $\overline{BC}$ の関係	$\overline{AB} \perp$ BC



2. 次の図形において、示されている線分のどれが平行でどれが垂直に交わるかを示すために、記号(∥) または (⊥) を使いなさい。

$\overline{AB}$ ∥ $\overline{ED}$ $\overline{AC} \perp \overline{BF}$



達成の目安

1.1 線分と直線の関係を数学用語で表しなさい。

学習の流れ

生徒は、直線、平行な直線、垂線の概念をすでに習得しているので、この授業では、その復習をし、新たな概念の一部とそれらの表記法を把握させます。直線はアルファベットの *l* や *m*で表され、線分は「―」、垂線は "⊥"、平行な線は"∥"で表されます。線分の長さが明らかになっている場合は、表記では記号「―」を省略します。同様に、直線の関係は、例えば、ある一点を無限の直線が通る事や、二点を通るのは一本の直線である事など、点を使って表すことができます。

ねらい

Ⓟ ある一点を無限の直線が通る事や二点を通るのは一本の直線である事を強調すること。また、ある直線に対し、この直線の外に取られた点を通る唯一の平行な直線が存在することを強調すること。

Ⓢ 用語を定義し、それぞれの表記を示すこと。この点については、特に線分の表記で記号「―」を省略する際は、その線分の長さに言及する、ということをはっきり教える必要があります。

いくつかの設問の解：

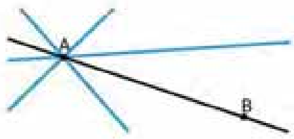
1. $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$
   $\overline{AB} \perp \overline{AD}$
   $\overline{AB} \perp \overline{BC}$
2. $\overline{AB} \parallel \overline{ED}$
   $\overline{AC} \perp \overline{BF}$

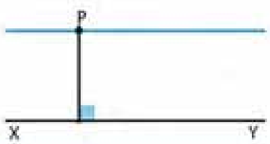
日付：

U8 1.1

Ⓟ 1. 2つの点 A と B について。以下のような直線を引きなさい。
a) A だけを通ります。
b) A もB も通ります。
2. 直線 XY と点 P に関して。以下のような直線を引きなさい。
a) P を通り、直線 XY を横切ります。
b) P は通りますが、決して直線 XY を横切りません。

Ⓢ 1. a) 点 Aを通る無限の直線を引くことができます。
b) 二点を通るのは一本の直線だけです。
2. a) 引くことのできるすべての直線のうち、直線 XY に対して垂直な直線が一本あります。
b) 引かれた直線は、P を通る平行な直線になるはずです。





Ⓡ 1. $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$
$\overline{AB} \perp \overline{AD}$
$\overline{AB} \perp \overline{BC}$

2. $\overline{AB} \parallel \overline{ED}$
$\overline{AC} \perp \overline{BF}$

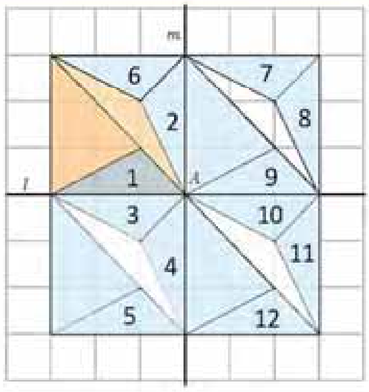
宿題：練習帳162ページ

1.2 図形の規則性

P

この図は一番目立つ色の図形を移動することで作られています。次の問題に答えましょう。

a) 平行移動をすれば、図形1はどの図形に重なるでしょうか？
b) 直線 *l* で折り返すと、図形1はどの図形に重なるでしょうか？
c) 図形1をAに関して、90° 時計と反対周りに回転したら、どの図形と重なるでしょうか？



S

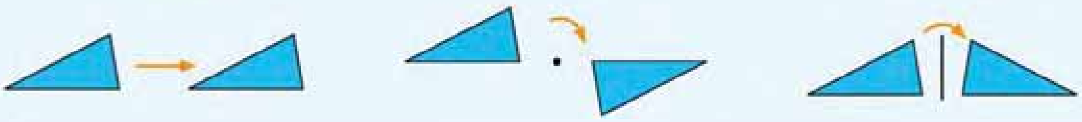
a) 図形1を平行に移動すれば、図形9、5、12に重ねることができます。
b) この図を直線 *l* で折り返すと、図形1は図形3に重なります。
c) 図形1を、時計と反対周りに90° の角度回転させると、図形4と重なります。

C

大きさや形を変えない図形の移動は、移動の仕方によって、それぞれ名前が付けられています。

三種類の移動があります。

平行移動 **回転** **対称性**



E

平行移動、回転、対称を用いて芸術作品を創る技法があり、これは、図形を使って、平面全体に空白を残さず、また重なり合うことなく移動させ、平面を埋めつくすことで成り立っています。

この技法は**平面充填（テッセレーション）**と呼ばれます。

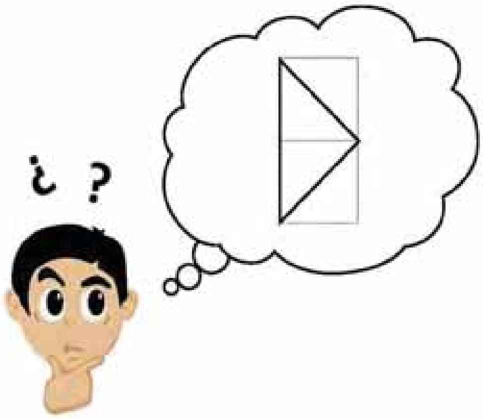
マウリッツ・コルネリス・エッシャー (1898 - 1972) は、グラフィックアートの分野で世界で最も有名な芸術家のひとりです。彼の芸術は、世界中の何百万人もの人々に鑑賞されています。エッシャーは彼の作品にタイルのように平面図形を隙間なく敷き詰める技法を使いました。

馬/鳥（*No.76*）*1949*、色鉛筆、インク、水彩。*M. C. Escher* より
公式サイト*www.mcescher.com*からの転載

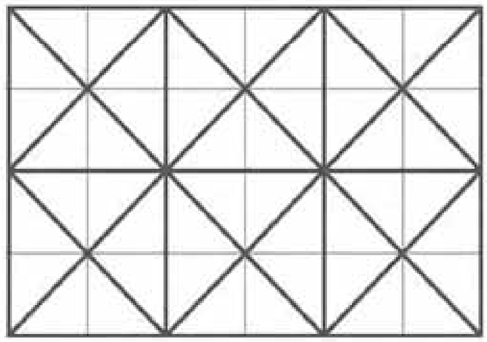
ローマ在住の頃のエッシャーの肖像*M. C. Escher* より

レッスン 1

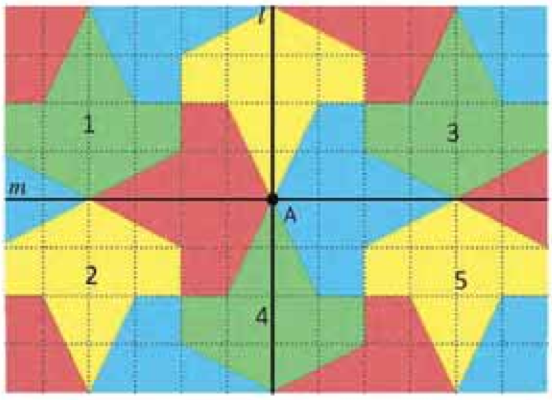
カルロスは、空白を残さず、また重なり合うことなく グリッドを埋めるために図のようなような三角形を使うことを考えました。



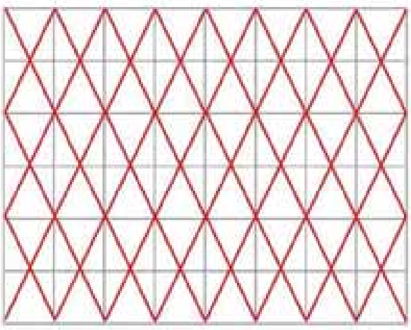
そして、図のような結果を得ました。

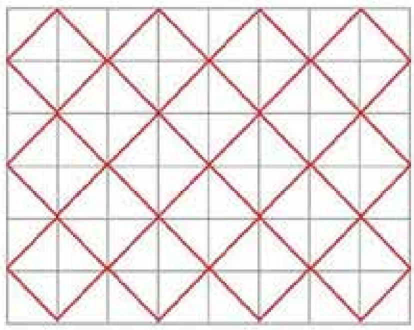


1. これまで学んだことから、平行移動、回転、対称を使って、図形を平面上で移動することができます。右の図をもとに、以下の質問に答えなさい。軸は直線 *l* や *m* である可能性があり、また回転点はAとします。
   a) 図形1を図形5に重ねるには、どの種類の移動を行わなくてはならないでしょうか？ a) 回転
   b) 図形1はどの複数の図形と重なるでしょうか？ 平行移動をするならば？ b) 3と 4
   c) この図を直線 *m* を折線として折り返すならば、図形1はどの図形に重なるでしょうか？、また、直線*l* に対し折り返すならばどうなるでしょう？ c) 2 と 3



2. **平面充填（テッセレーション）を構成すると！** カルロスが先の例で示した平面充填をどのようにして行ったかを考え、そして、図形を1つだけを使い、その図形を何度も空白を残さぬよう繰り返すことで、以下のグリッドを埋めてみましょう。





クラスの仲間と比べてみましょう！

達成の目安

1.2　幾何学図形の移動には異なるタイプがあることを確認しましょう。

学習の流れ

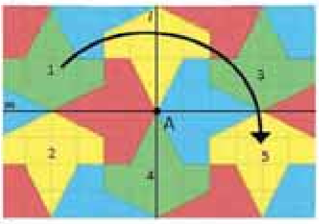
前の学年において、平面上の図形の各移動、つまり、平行移動、回転、対称、を導入しています。この授業では、一般的な形でこれらに取り組むことでこれら三種の移動を再度取り上げますが、各移動については後に改めて取り上げることにします。ある図形と対称な図形を決定するには、前の授業で確認した、例えば、*l* や *m* といった表記で示される直線を基準とします。

ねらい

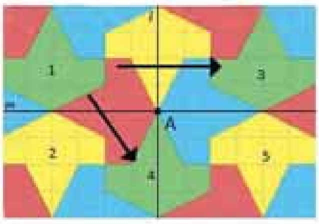
Ⓟ 移動することで別の図形に重なる図形を特定すること。生徒が a) における「平行に移動するなら」という表現に疑問を持つならば、図形の中から、唯一、左右上下、斜めに移動できる図形を1つ取り上げることを言う、と説明すること。

いくつかの設問の解：

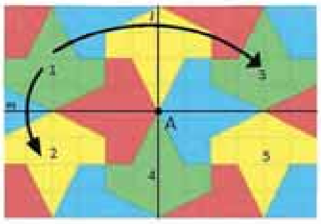
1. a) 回転



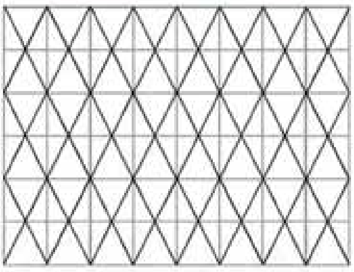
b) 3と4

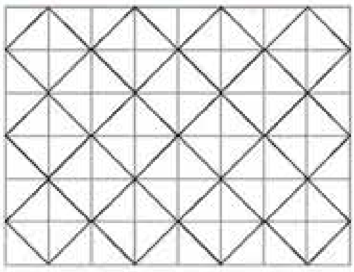


c) 2と3



2.





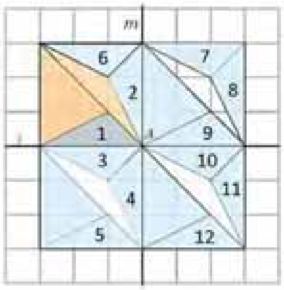
日付：　　　　**U8 1.2**

Ⓟ この図を作図するために、一番目立つ色合いの図表を移動しました。以下を答えなさい。

a) 平行移動をすると、図形1はどの図形に重なるでしょうか？

b) *l* で折り返すならば、図形1はどの図形に重なるでしょうか？

c) 図形1を Aを中心として、時計と反対周りに90°の角度で回転させるならば、どの図形に重なるでしょうか？

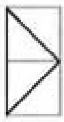


Ⓢ a) 図形9、5、12に重ねることができます。

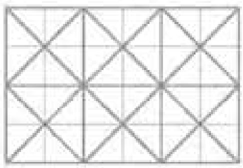
b) 図形3に重なります。

c) 図形4に重なるでしょう。

Ⓔ 図を使って、



空白を残さず重複することなく、グリッドを埋めなさい。



Ⓡ 1. a) 回転

b) 3と4

c) 2と3

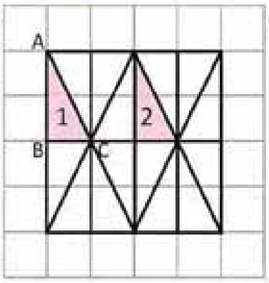
宿題：
練習帳163ページ

レッスン 1

1.3 平行移動

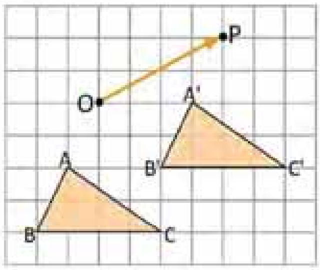
P

1. 図形を良く見てください、図の三角形1を平行移動をすることで、三角形2に重ねることができます。
   a) A と C から平行移動したA' と C' を特定しなさい。
   b) $\overline{AA'}$と $\overline{CC'}$を引きなさい。
   c) 長さ $\overline{AA'}$と $\overline{CC'}$ の間の関係を記号で表しなさい。
   d) 三角形2に重なるには、三角形1にどんな移動を使わなければならないでしょうか？



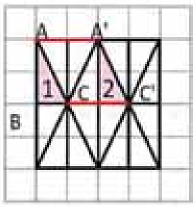
A, B,Cを頂点とする三角形を表すには記号 "Δ" を使いΔABCとし、「三角形ABC」と読みます。

2. ΔA'B'C' は、ΔABC から矢印OP が示す方向へその長さの分だけ移動されます。矢印は右に4マス目、上に2マス目進んでいることに注目してください、
   a) 2つの三角形のそれぞれ対応する頂点を結ぶ $\overline{AA'}$, $\overline{BB'}$ と $\overline{CC'}$を引きなさい。
   b) a)で述べた線分間の関係を記号で表しなさい。



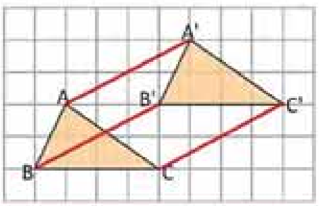
S

1. a) と b)



c) $\overline{AA'}$と $\overline{CC'}$との間の関係は $\overline{AA'} \parallel \overline{CC'}$と表されます。また、 AA'= CC' です。
d) 三角形2に重ねるためには、三角形1に関して平行移動を使う必要があります。

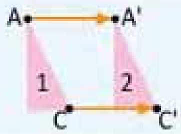
2. a)



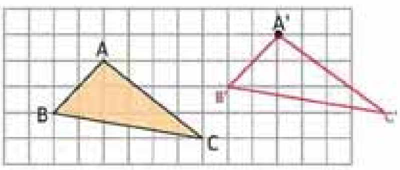
b) 線分間の関係は次のように表せます。
$\overline{AA'} \parallel \overline{BB'} \parallel \overline{CC'}$で AA' = BB' = CC'.

C

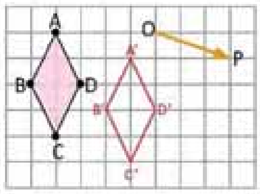
平行移動では、それぞれ対応する線分は平行で同じ長さを持つ、つまり、平行移動では距離がそのまま保たれます。上記の問題でも、$\overline{AA'} \parallel \overline{CC'}$で AA'= CC' となっていました。



1. ΔABCの平行移動となるよう、$\overline{AA'}$を引き、$\overline{AA'}$の方向と長さをもとに ΔA'B'C' を作図しなさい。



2.四角形 ABCD を平行移動したA'B'C'D' を、矢印OPが示す方向と距離を使って描きなさい。



ユニット8

155

達成の目安

1.3　平行性が持つ方向と向きの性質を使って図形を移動させなさい。

学習の流れ

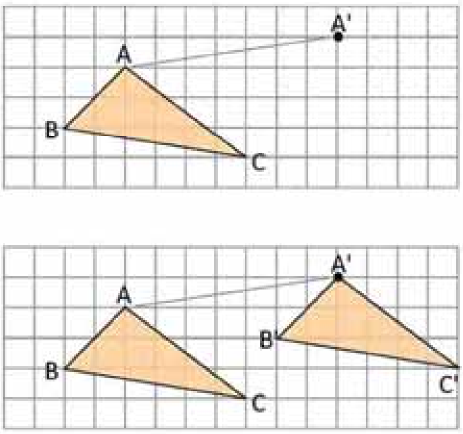
この授業では、前回の授業で導入した平行移動を再度取り上げ、また、本ユニットの授業1.1で定義した概念の一部や表記法、例えば、線分、その長さや2つの垂線（直角に交わる直線）の表記法などを高い頻度で使います。

ねらい

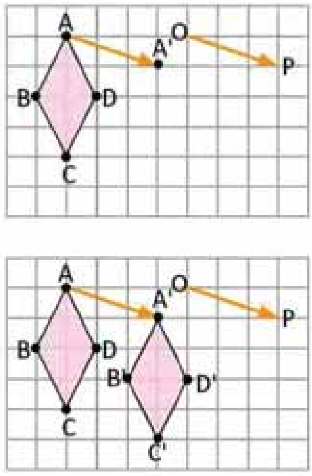
Ⓟ 平行移動では、対応する線分すべてが同一の長さを持ち、それらは平行になるということを把握させます。ここには、対応する点と点を結ぶ線分も含まれます。例として、$\overline{AA'} \parallel \overline{CC'}$ で $AA' = CC'$を挙げます。

いくつかの設問の解：

1.



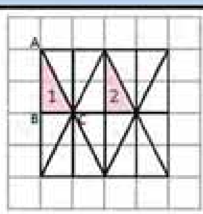
2.



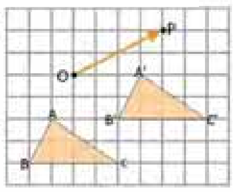
グリッドに縦一列を加える必要があります。

日付：　　　　　　　　**U8 1.3**

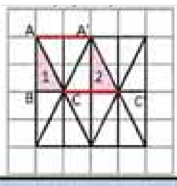
Ⓟ 1. 平行移動し、三角形1 を三角形2 に重ねることができます。
  a) A とC から平行移動した点 A′ と C′ を特定しなさい、
  b) $\overline{AA'}$ と $\overline{CC'}$を引きなさい。
  c) 長さ $\overline{AA'}$ と $\overline{CC'}$の関係を表しなさい。
  d) 三角形1を三角形2に重ね合わせるにはどのように移動させれば良いでしょうか？



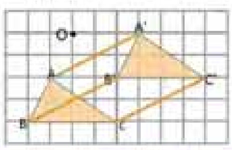
2. ΔA′B′C′ は矢印OP の方向へその長さの分だけ移動されたものです。
  a) $\overline{AA'}$、$\overline{BB'}$、$\overline{CC'}$ を引きなさい。
  b) a) で決定されたこれらの弓形の間の関係を表しなさい。



1. a) と b)



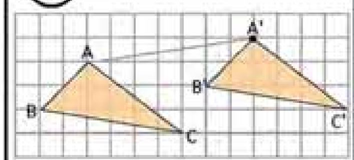
2. a)

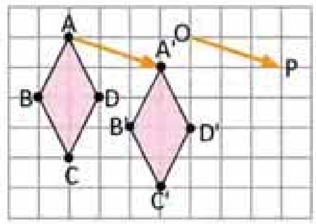


Ⓢ c) $\overline{AA'} \parallel \overline{CC'}$それに加え、AA' = CC'.
d) 平行移動

b) $\overline{AA'} \parallel \overline{BB'} \parallel \overline{CC'}$
および
AA' = BB' = CC'

Ⓡ



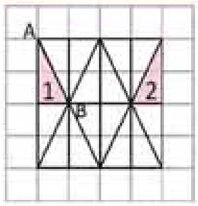


宿題：
練習帳164ページ

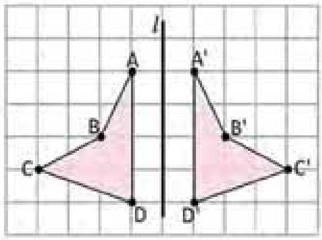
1.4 対称性

P

1. 図の三角形1を移動させることで、三角形2に重ねることができます。
   a) 三角形2における A' と B'を特定し、三角形1を移動させて、これらの点に、点A と B を重ねなさい。
   b) 三角形2 に重ねるには、三角 形1 をどのように動かせば良いでしょうか？

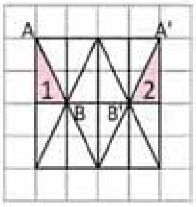


2. 右側の四角形 A'B'C'D' は四角形ABCDを移動することで、得ることができました。
   a) それぞれ対応する頂点を結ぶ線分を引きなさい。
   b) a) で引いた線分と直線 *l* の間の関係を記号で表しなさい。
   c) $\overline{CC'}$と *l* の交点にM と名前を付けましょう。
   d) $\overline{CM}$ と $\overline{C'M}$ の関係を記号を用いて表しなさい。



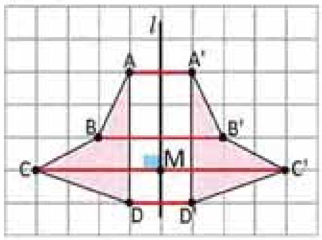
S

1. a)



b) 対称になるはずです。

2. a) と c)



b) 直線 *l* と各 弧（弓形）は、(⊥)で表されます。例えば、AA' ⊥ *l*.

d) CM と C'M の関係は次のように表されます。
CM = C'M.

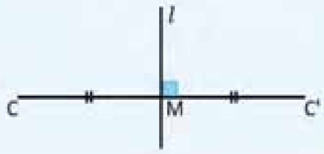
C

図をある軸によって折り返して行う移動を**対称移動**と呼び、その軸を**対称軸**と呼びます。

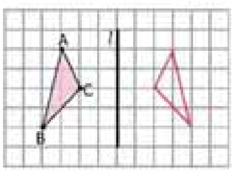
対称では、2つの相対する点で結ばれる線分は軸と垂直に交わり、二本の等しい線分を形成します。したがって、例では、$\overline{CC'} \perp l$ で CM = C'M となります。

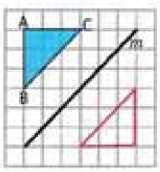
例では、直線 *l* は垂直に線分 $\overline{CC'}$の真ん中を通ります。この直線を$\overline{CC'}$の**垂直二等分線**と呼びます。

幾何学では、二本以上の線分が等しいことを表す時に記号が使われ、例えば、AB ＝ BC を表すためには、次のようにします。



各図に直線 *l* と直線 *m* に関して対称な図表をそれぞれ描きなさい。





m に対し垂直な線分を正しく引きなさい。

達成の目安

1.4　対称軸となる直線に対し対称になる図形を示しなさい。

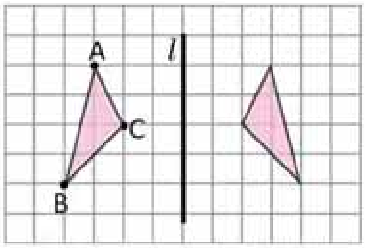
学習の流れ

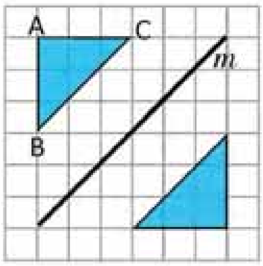
本ユニットの1.2の授業で明確にした平面上の図形の移動に、各自が引き続き取り組むために、対称性を使って学習します。二本の直線の間の垂直性については、1.1の授業で明確にしましたが、この授業ではその表記法を使って学習を行います。また、線分の垂直二等分線の概念も導入しますが、これについては後ほど改めて取り上げることになります。前の学年で対称軸の概念は学習していますが、この授業でも、改めてこの概念を教える必要性があることを指摘しておきます。

ねらい

Ⓟ **対称性**と**対称軸**の概念を明らかにする。授業のこの時点で、等しい線分をどのように表記するか、に力点を置くことは重要です。また、これは、**線分の垂直二等分線**という用語とその特徴を導入するためにも活用されます。

いくつかの設問の解：





日付：　　　　**U8 1.4**

Ⓟ 1. a) A と B が重なる三角形2 の点 A' と B' を特定しなさい。

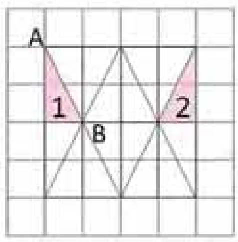
b) 三角形2 に重ねるには、三角形1 をどのように移動しなければならないでしょうか？

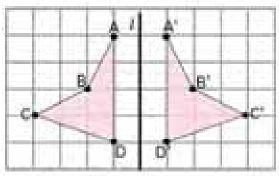
2. a) それぞれ対応する頂点を線分で結びなさい。

b) a) と l で作られた線分の関係を書きなさい。

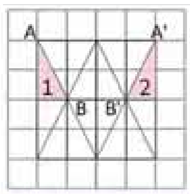
c) $\overline{CC'}$と l の交点にMと名前を付けましょう。

d) $\overline{CM}$ と $\overline{C'M}$の関係を表しなさい。



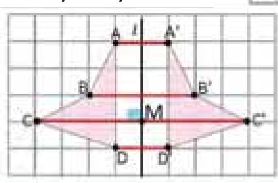


Ⓢ 1. a)



b) 対称となるはずです。

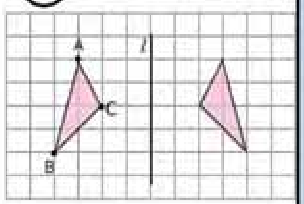
2. a) と c)

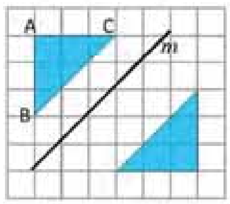


b) $\overline{AA'} \perp l$、$\overline{BB'} \perp l$、$\overline{CC'} \perp l$、および、$\overline{DD'} \perp l$

d)　CM = C'M.

Ⓡ





宿題：

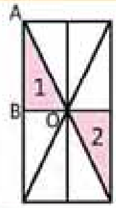
練習帳165ページ

レッスン 1

1.5 回転

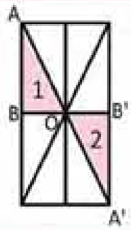
P

図の三角形1を移動させることで、三角形2に重ねることができます。
a) 三角形1を平行移動すると、点A と B に重なる点A′ と B′ を三角形2 に描きなさい。
b) 三角形2 に重ねるには、三角 形1 をどのように動かせば良いでしょうか？



S

a)

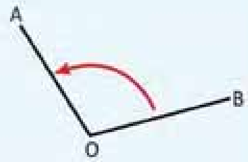


b) 三角形1 を点 Oを中心に180° の角度で回転することで、三角形2 に重ねることができます。

C

中心点に対し特定の角度で行う図形の移動を**回転**と呼びます。

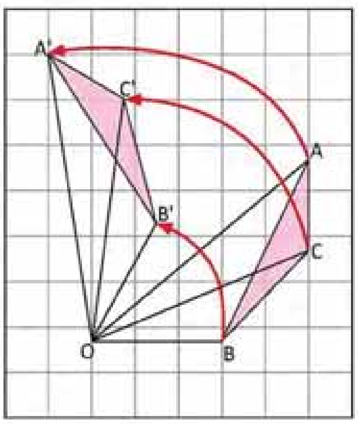
一般的に、回転角度の向きは時計の針と逆とされます。例えば、この図は、∢BOA のOB からOA への回転を示しています。



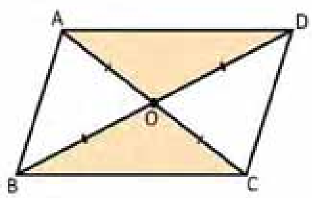
E

点 O を中心にして、ΔABC を60° の角度でΔA'B'C'になるまで回転したところです。

a) $\overline{OA}$ と $\overline{OA'}$ の間にはどのような関係がありますか？
b) 点 A が点 A'まで移動すると、どんな図形が描けるでしょうか？



角度180°の角度で回転すると対称となる場合、**回転対称**と呼びます。図が示すように、点O に関して、ΔAODを 180° 回転させることで、図形は対応する同じ色の三角形に重ねることができます。対応する各辺に注目してください。平行四辺形では、その対角線は二等分される、つまり等しい長さの線分に切り分けられる、と結論づけることができます。

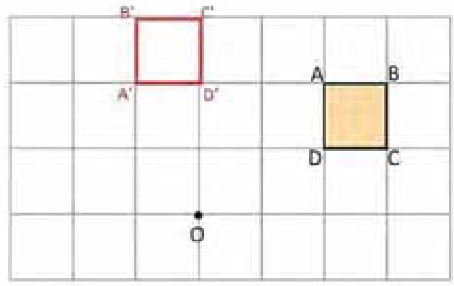


解答

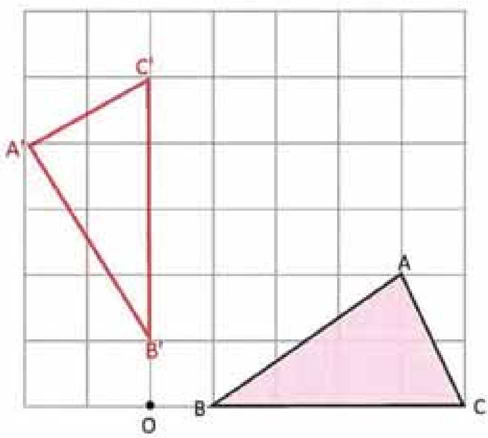
a) OA = OA'
b) 半径としてOA を、中心点 としてO を持つ円周の一部を成しています。

ユニット 8

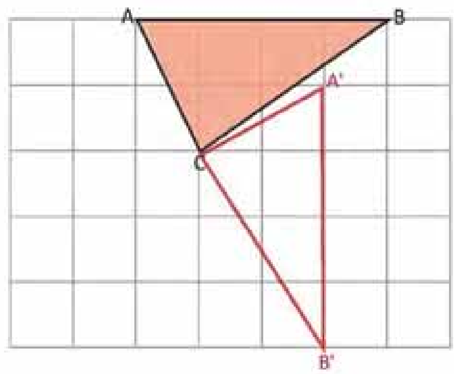
1. 平行四辺形ABCDを点Oを中心に90° の角度で回転させた平行四辺形 A'B'C'D' を描きなさい。自分のコンパスと分度器を用いなさい。



2. ∆ABCを点Oを中心に 90° の角度で回転させた∆A'B'C' を描きなさい。



3. 次の図形を、点Cを基準に回転させなさい。



達成の目安

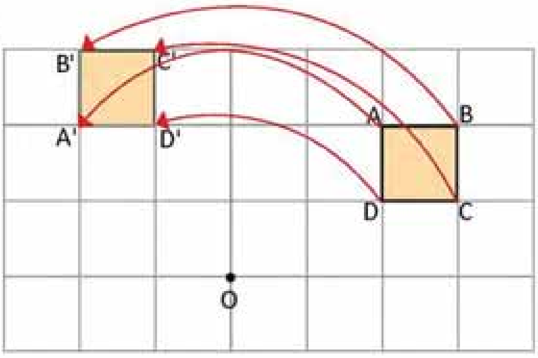
1.5　ある点を中心に、決められた角度で図形を回転させなさい。

学習の流れ

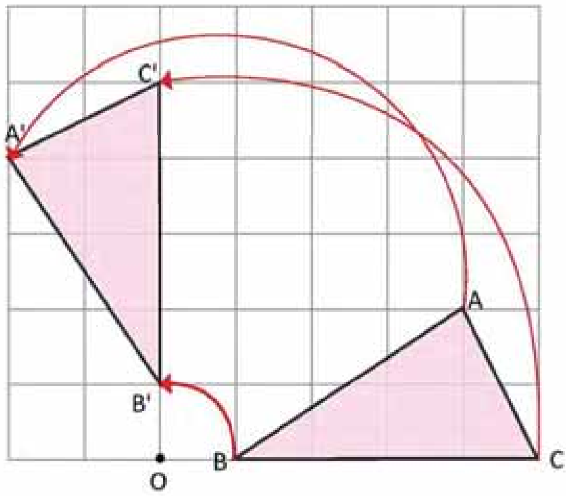
平面上の図形の移動を種類別に扱ってきたこの課の最後として、ここでは回転の学習をします。

いくつかの設問の解：

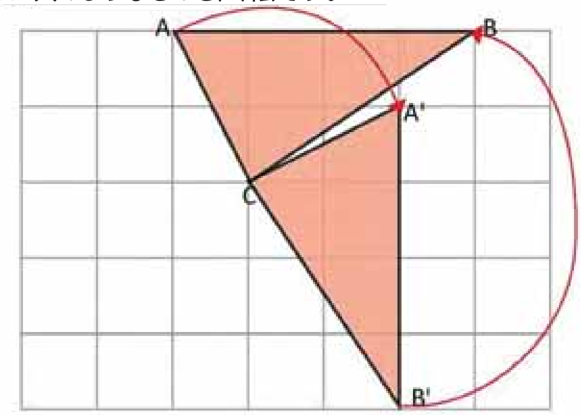
1.



2.



3.次のようなものも回転です。

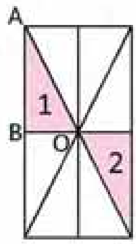


日付：　　　　　　　　　　**U8 1.5**

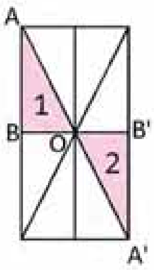
Ⓟ 三角形1 を移動させることで、三角形2 に重ねることができます。

a) 三角形1を移動させると点 A と B が重なる点 A' と B' を三角形2の中に描きなさい。

b) 三角形2 に重ねるためには、三角形1 をどのように動かせばよいでしょう？

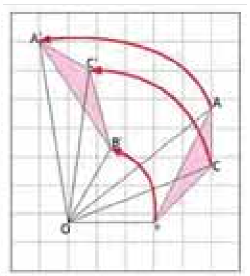


Ⓢ a)



b) 三角形1 は点 O を中心に180° の角度で回転させることで三角形2 に重なります。

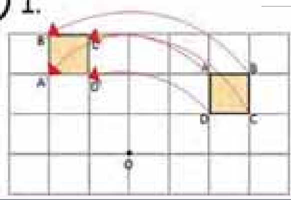
Ⓔ O を中心に 60° ΔABC を回転させると、ΔA'B'C' が得られます。



a) $\overline{OA}$ と$\overline{OA'}$ の関係は、OA = OA′ となります。

b) 点　A を A' まで動かすと、半径OA、中心点 O　の円周の一部が形成されます。

Ⓡ 1.

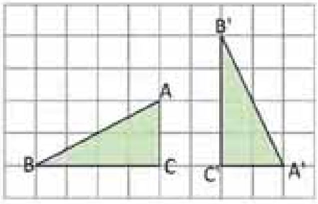


宿題：
練習帳166ページ

1.6 図形移動の問題の解法

P

ΔA'B'C'に重ねるには、 ΔABC をどのように移動させれば良いでしょうか？



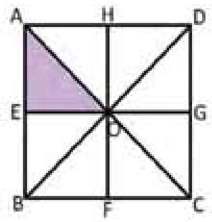
S

解法例では、まず、ΔABCを点 Cを中心に90° の角度で時計回りに回転させ移動し、つぎに図形を CC′上の C からC' 方向に平行移動をします。

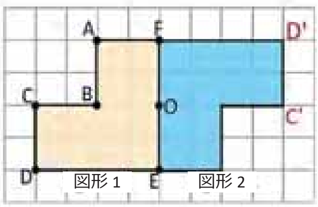
C

三角形 ΔABC と ΔA'B'C' のように、図形を移動させると、もう一方の図形に重ねることが可能となり、この2つの図形は**合同**であると言えます。

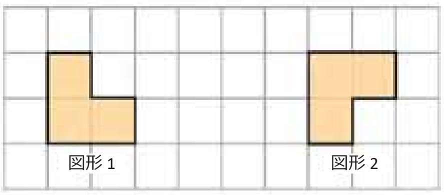
1. 次の図形において、
   a) ΔODGに重ねるにはΔOAEがどのような動きをすれば良いでしょうか？
   b) ΔOBFに重ねるにはΔOAEがどのような動きをすれば良いでしょうか？
   c) ΔOCFに重ねるにはΔOAEがどのような動きをすれば良いでしょうか？
   a) 対称性
   b) 回転
   c) 平行移動または対称



2. 示されている2つの図をもとに、下の a)、b) の質問に答えなさい。
   a) 図形2が、図形1を移動することで得られるならば、図形1 の点 C と D に一致するように、点 C' と D' を図形2の中に描きなさい。回転
   b) 図表2 に完全に重ねるには、図形1 をどのように移動しなければならないでしょうか？



3. 下記の図で、一回以上動かしてよいなら、どのようにしたら図形1 を図形2 に重ねることができるでしょうか？



1度目の回転
2度目の回転
移動させる順序は変えても構いません。

達成の目安

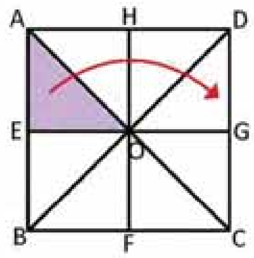
1.6　ある図形を他の図形に重ね、2つが合同かを確認するために、図形の移動を使いなさい。

学習の流れ

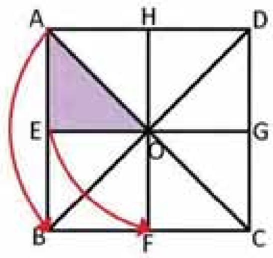
先に、平面上の図形の各種の移動について詳細な取り組みをしました。したがって、この授業では、移動の応用が必要な問題を出すことにします。また、**合同な図形**の概念を導入するためにも、この授業を活用します。

いくつかの設問の解：

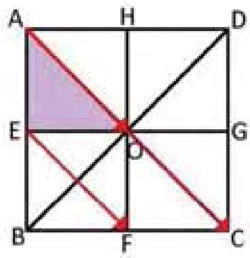
1. a) 対称：



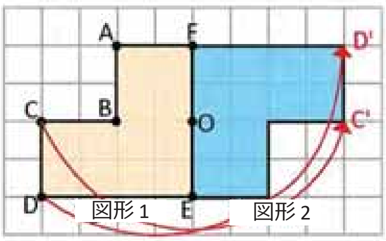
b) 回転：



c) 平行移動と対称



2.
a)

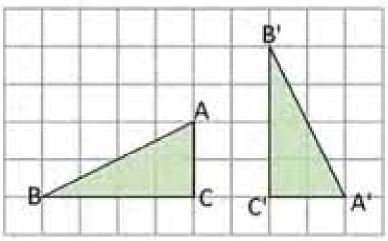


b)　回転図形1は、別のやり方で移動することも可能ですが、一回以上移動をしなければなりませんが、その場合は、回転によって、次に平行移動することで移動できます。

日付：

U8 1.6

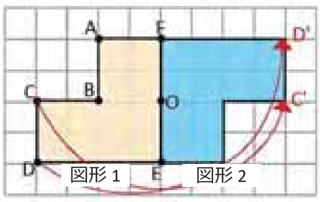
Ⓟ　ΔA'B'C'に重ねるには、ΔABC をどのように移動させれば良いでしょうか？



Ⓢ　解答例の1つでは、まず、ΔABC をC を中心に90° の角度で時計回りに回転で移動し、次に、この図形をCC' 上の C から C'方向へ平行移動します。

Ⓡ　1. a) 対称
b) 回転
c) 平行移動または対称

2. a)



b) 回転図形1もまた、別のやり方で移動することができますが、一回以上の移動が必要となるはずです。

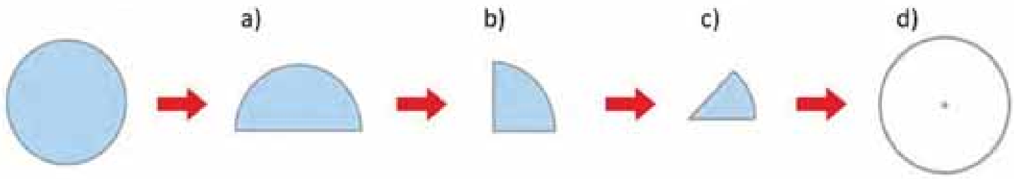
宿題：練習帳の167ページ。

レッスン2 円、線分と角

2.1 円の特徴と要素

P

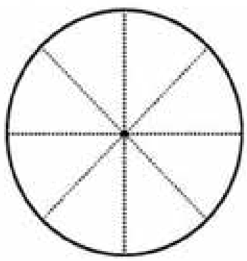
イラストで示される通り、項目a)、b)とc)のステップに従って円を折って、重ね合わせます。
1. 円を開く場合、折れ目の模様はどのように見えますか? d)項目の丸に描きましょう。



2. a)、b)とc)の図は扇形です。それぞれの角を探しましょう。

S

1.



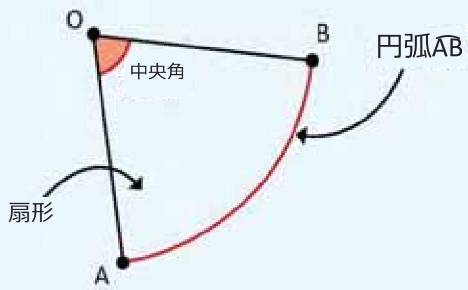
2.それぞれの扇形の部分の角度は： a) 180°、b) 90°そしてc) 45°です。

C

円周の上にAとBという2つの点がある場合、これらの点で区切られた線は**円弧AB**と呼び、$\overset{\frown}{AB}$と表現されます。

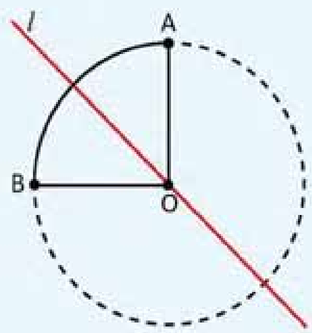
円弧の外周を通る半径で区切られた図は、扇形と呼ばれます。

半径で作られた角は、**中心角**と呼ばれます。



扇形は全て、軸に対して対称な図形です。

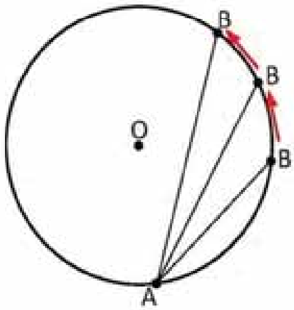
例えば、扇形OABの画像はO点と、円弧$\overset{\frown}{AB}$の中心点を通る軸lに対して対称です。



レッスン 2

E

中心の円周Oから弦ABが引かれます。Aが固定点でBが円周全てを移動する点の場合、 ABが最大の長さを獲得し、円周の対称軸となるのはいつですか?



円の要素

中心：円の中心にある点。

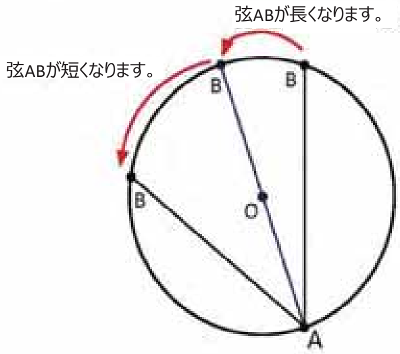
半径：円の中心と円周上の任意の点をつなぐ線分。

直径：円周の2つの点を結び、かつ中心を通る直線の線分。

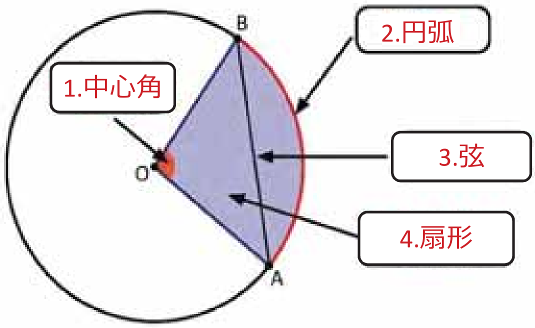
弦：円上にあり、円の異なる点2つを結ぶ線分。

解き方。

ABがO点を通るとき、すなわち円周の直径となる場合にABは最大の長さとなり、円周の対称軸となります。

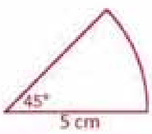


1. 次の画像で、円の各要素に対応する名称を配置しましょう。

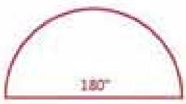


2. 半径5 cmの円をノートに描いて、中心角が5 cmの扇形を描きます。

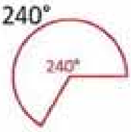
a) 45°



b) 180°



c) 240°



ユニット8

161

達成の目安

2.1　円の要素を識別します。

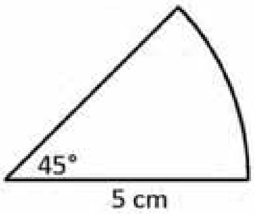
学習の流れ

生徒は円、扇形とその要素について取り組み済みです。円周について話題にする場合、円の輪郭が言及されていることについては6学年ですでに定義されていることを復習することも大切です。この授業ではこれらの内容について生徒が持っている基本的な知識が復習され、扇形の詳細な説明の理解を助けます。また、円弧という概念の紹介も行われます。対称軸の意味は授業1.4で確認したため、この概念を使って扇形が、直径をつなぐ点(O)と円弧の中点を通る軸に関して対称であることを確立できます。この授業では、円周の対称軸を直径が表現するとも説明されます。

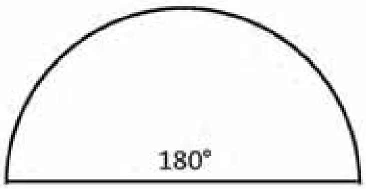
ねらい

Ⓟ 円周という表現が円の周辺を指すことを、「円の端」という簡単な表現で生徒に復習させます。
Ⓢ 円周の対称軸である最大の長さの弦は直径であると定義します。この授業の点において大切なのは、半径が円の中心と円周の任意の点を結ぶ線分であること、直径が円周の2点と中心を通る線分であること、そして弦は円周にある異なる点2つを結ぶ線分であることを、ゆっくり説明してわからせることです。

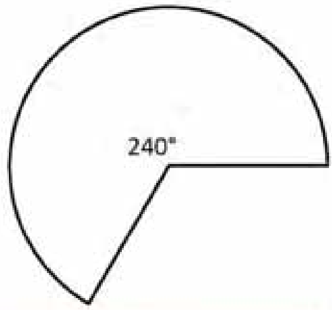
2.
a)



b)



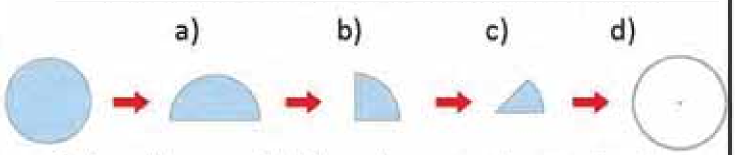
c)



日付：　　　**U8 2.1**

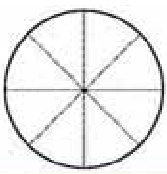
Ⓟ 円をステップa)、b)とc)で折り、重ね合わせます。

1. 円を開く場合、折れ目の模様はどのように見えますか? d)の丸に描きましょう。

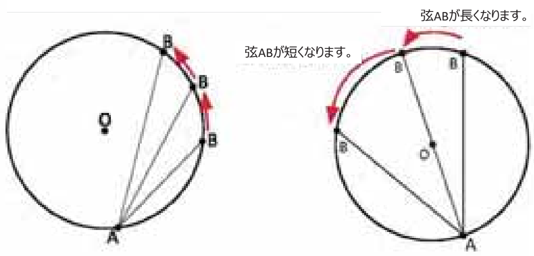


2.a)、b)とc)の図は扇形です。角度を定めましょう。

Ⓢ 1.



Ⓔ Aが固定しておりBが円周に沿って動く場合、$\overline{AB}$が一番長くなるのは、Oを通って対称軸となる場合です。このため円の直径になります。



Ⓡ 1. 中央角　　3. 弦
2. 円弧　　4. 扇形

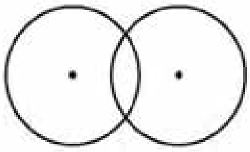
宿題： 練習帳の168 ページ。

レッスン 2

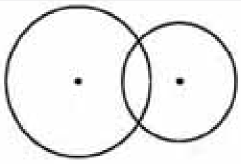
2.2 交差する円の特徴

円a)とb)の図それぞれにおいて、対称軸を描きましょう。

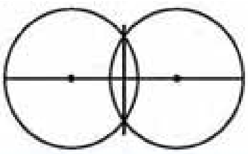
a) 両円の半径が同じ場合



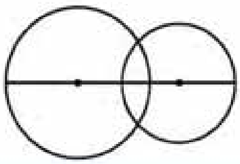
b) 両円の半径が異なる場合



a) 中心を通る直線と、交差部を通る直線。

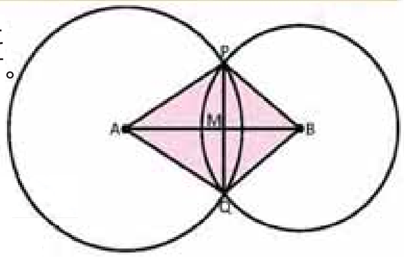


b) 中心を通る直線。



交わる円2つは直線や、両方の円の中心を通る軸に関して対称です。さらに、2つの円の半径が同じ長さの場合、2つの円の形も、交差する点2つを通る線で対称になっています。

画像では、AとBの中心で交わる円2つが観察できます。PやQといった円周の交差点が示され、ABやPQの交差点としてM点が示されます。



四角形AQBPについては、

a) 同じ長さを持つ線分の組み合わせを全て指摘しましょう。

b) ∢PABと同じサイズの角はどれでしょうか?

c) $\overline{PQ}$と$\overline{AB}$との間にはどのような関係があるでしょうか?

解き方。

円周の中心を通る直線により図形が対称であるという事実を意識して、以下のように結論付けられます：

a) $\overline{AP}$と$\overline{AQ}$、$\overline{BP}$と $\overline{BQ}$、$\overline{PM}$と$\overline{QM}$

b) ∢QAB

c) $\overline{PQ} \perp \overline{AB}$

円周2つの交差点を結ぶ線分は、中心を結ぶ直線に垂直で、この直線により同じ2つの部分に分けられます。

1. 上記の問題から、

a) どの場合にAM = MBとなりますか? 円は同じ半径です。

b) AM = MBが満たされると、AQBP四角形はどうなりますか? ひし形

2. 同じ長さの辺が長さABとなる二等辺三角形をノートに書きましょう。

2つの辺が同じ三角形は、二等辺三角形と呼ばれます。

達成の目安

2.2　交わる円2つの特徴を見つけましょう。

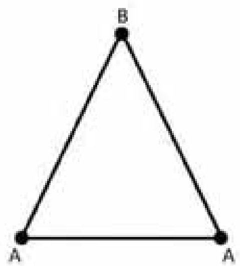
学習の流れ

6学年では円の輪郭として円周の概念が定義され、授業1.4では対称軸の意味が導入され、前の授業ではこれを使って扇形が対称図形であることが規定されました。このため生徒は、円周や対称軸、そして対称図形という概念になじんでおり、このため軸に対して交わる2つの円の形の対称の特徴を紹介することができます。また、交差する2つの円の特徴として、対称の結果、例えばいくつかの線分の長さやいくつかの角の角度の等しさ、そして半径を結ぶ線分と円の交点を結ぶ線分との垂直性が紹介されます。

ねらい

2つの円周の交点を結ぶ線分が、各円の中心同士を結ぶ線分に対して垂直であり、またこの線分によって2等分されることを明確にします。Ⓒでは中心を通る直線が円の対称軸で言及され、このため Ⓔにおいて中心を結ぶ線分は、中心を通る直線と一致するか含むため、対称軸であると明らかにする必要があります。

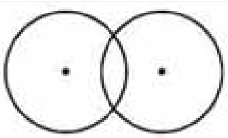
線分の長さを写し取りし、二等辺三角形の両辺を作るために、コンパスが使われます。

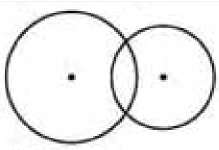


日付：　　　**U8 2.2**

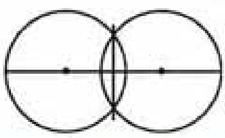
Ⓟ a)とb)で交わる円の対称軸を描きましょう。

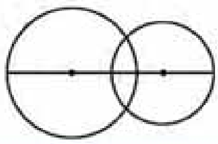
a) 同じ半径　　　b) 異なる半径



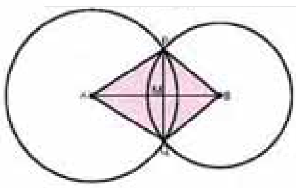


Ⓢ a) 中心を通る直線と、円周の交差部を通る直線。　b) 中心を通る直線。





Ⓔ 中心Aと中心Bの交わる円で、円周の交点Pと交点Qがあり、Mは$\overline{AB}$と$\overline{PQ}$の交点です。



ABは図の対称なので、

a) $AP = AQ$, $BP = BQ$, $PM = QM$

b) $\sphericalangle PAB = \sphericalangle QAB$

c) $\overline{PQ} \perp \overline{AB}$

Ⓡ 1. a) 円は同じ半径です。

b) ひし形

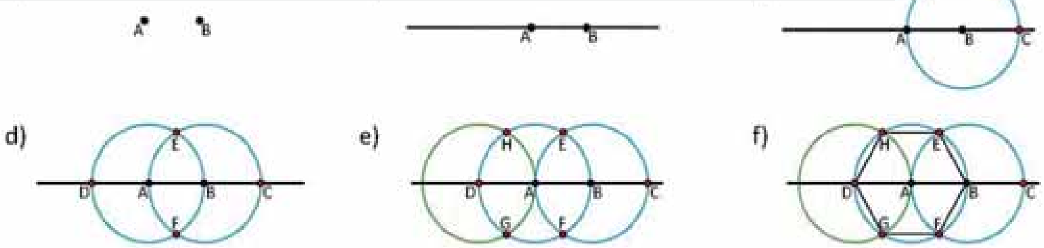
宿題： 練習帳169ページ。

レッスン 2

2.3　定規とコンパスを用いた平面図形の作図

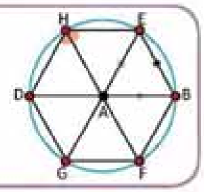
P

a)からf)までの次の図は、六角形を描くステップを示しています。定規とコンパスを使い、以下のステップに従って、コンパスの幅を変えずに1つ作ってみましょう。



S

前のステップに従って六角形を描く場合、三角形が6つでき、そこでは全ての辺の長さが円周の半径と一致します。このため三角形は正三角形となります。また、図の内部角は全て120°と等しくなります。このため、図は六角形です。



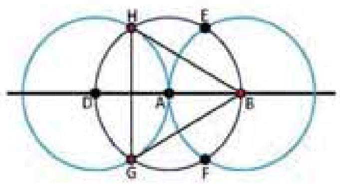
C

コンパスを作って円と周囲の円弧を描き、線分の長さを写し取ることもできます。

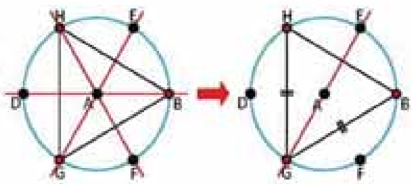
E

以前の製図と同じステップに従うと、画像で示されるように3つの点でのみ選択された三角形を作ることができます。

a) A点を通過する三角形の対称軸を引きましょう。
b) 以前のものから、正三角形をなぜ作図可能なのか結論付けましょう。

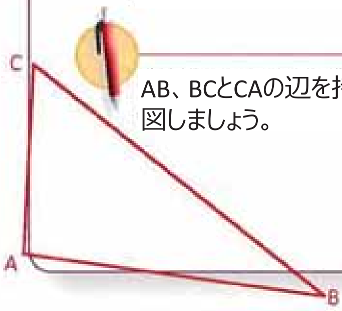


解き方。
∢GAH = 120° = ∢GABで（解き方の結論が可能なのは、作図される三角形は正三角形であるため）、また$\overline{AH}$ = $\overline{AB}$（半径であることから）であるため、HとBは直径GEに関して対称です。HFとBDの直径についても同じことが起きます。これらの対称を見る場合、A点に関してΔGBH 120°を回すとより簡単になります。

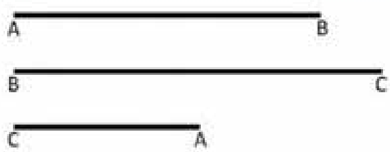


よって、GH = GB = HBとなります。よって、正三角形です。

さらに∢HGB = ∢GBH = ∢BHG = 60°です。



AB、BCとCAの辺を持ち、グラフに示される三角形を作図しましょう。



ユニット8

163

達成の目安

2.3　定規とコンパスを使って幾何学図形を描きましょう。

学習の流れ

この授業では、定規とコンパスを使って異なる平面図形を作図したり、直感的に作図したり、これら図形のいくつかの特性を知ったりすることがねらいです。上記に加えてコンパスが、線分の長さを写し取るのに使えることも規定されます。

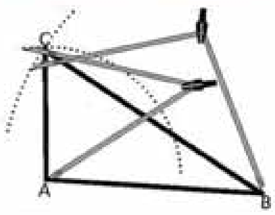
ねらい

Ⓟ　定規とコンパスを使って、正六角形の作図を示しましょう。授業のこの時点で、六角形を構成する三角形は正三角形であることから、正六角形であることが規定されます。さらに、使用された演繹を紹介して、六角形を構成する三角形が正三角形であると結論づけます。

1. $\overline{DH} = \overline{HA} = \overline{AD} = \overline{AE} = \overline{EB} = \overline{BA}$
2. ΔAEBとΔAHDは1により正三角形です。
3. $\sphericalangle EAB + \sphericalangle EAH + \sphericalangle HAD = 180°$、平角を構成するため。
4. $\sphericalangle EAB = \sphericalangle HAD = 60°$、2により。
5. $\sphericalangle EAH = 60$、3と4により。
6. $\sphericalangle AHE = \sphericalangle AEH = 60°$、1と5により。よって、$\Delta HAE$は正三角形です。

$\overline{DB}$が円の直径であるため、ΔAGFも
$\overline{DB}$に関する対称により正三角形です。

いくつかの設問の解：

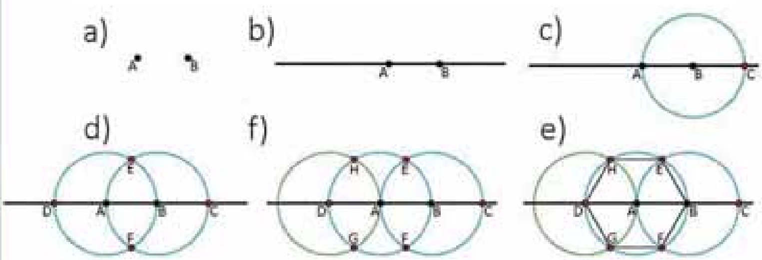


さまざまな解き方が出てくる可能性があるため、ここで紹介されているものはあくまでも一例です。
線分の長さを写し取り、イラストで示されるような長方形を描くために、コンパスを用いることができます。

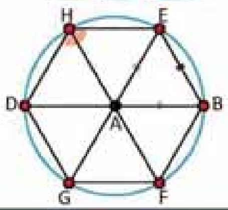
授業を発展させ黒板図を利用すべく、ⓅとⒺで記載されたステップは、同じ図形の上で行うことができます。

日付：　　U8 2.3

Ⓟ 定規とコンパスを使い、ステップに従ってコンパスの幅を変えずに六角形を作成しましょう。

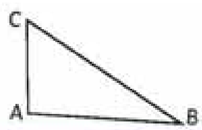


Ⓢ 三角形が6つ作図され、全ての辺の長さは円周の直径と等しいです。従って正三角形です。



Ⓔ 三角形を作るには3つの点が選ばれます。
Aを通る三角形の対称軸が引かれます。
三角形の対称軸は、円周の直径となります。よって、GH = GB = HBです。
よって、三角形は正三角形です。

Ⓡ



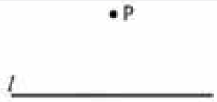
宿題：
練習帳170ページ

レッスン 2

2.4 直角に交わる直線

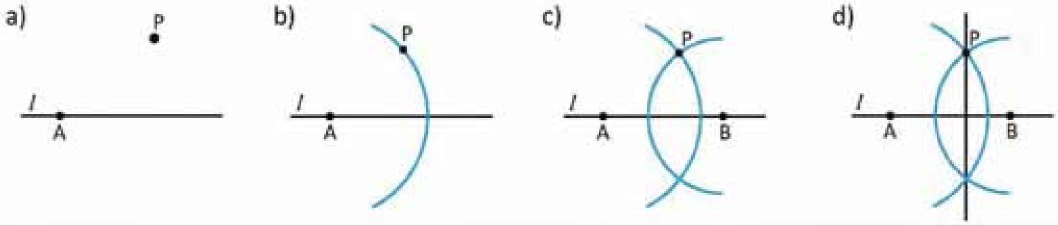
P

ノートには定規とコンパスだけを使い、直線lでP点を通る垂直な直線を引きましょう。



S

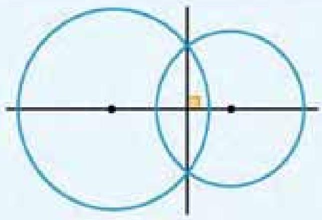
ある点から直線まで、下の図で詳細が説明されるステップに従って垂直直線を引くことができます。



C

ある点から直線まで垂直直線を引くには、交わる円の特徴が使われます。

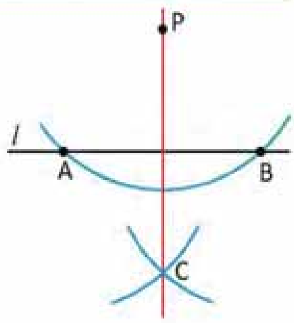
円周2つの交点を通過する直線は、それぞれの中心を結ぶ直線と垂直です。



E

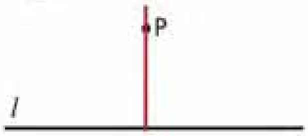
垂直直線を引く別の方法は、

1. 冒頭の設問のように、点Pと直線lを引きます。
2. Pを中心として、直線lと交差する円の一部を描きます。交差する点に、AとBを置きます。
3. 同じ半径で、中心がそれぞれAとBの円を2つ描きます。両方の円が交わる点にCを置きます。
4. 直線PCを引きます。

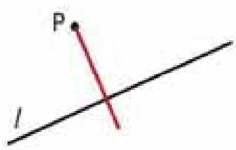


1.それぞれの項目で、P点から直線lまでの垂直直線を引きましょう。
ノートに線分を写し取りましょう。

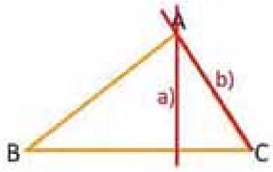
a)



b)



2. ΔABCでは垂直直線を引きましょう。
   a) 点Aから$\overline{BC}$まで。
   b) 点Cから$\overline{AB}$まで。



達成の目安

2.4 交わる円2つの特徴を応用して、垂直直線を引きましょう。

学習の流れ

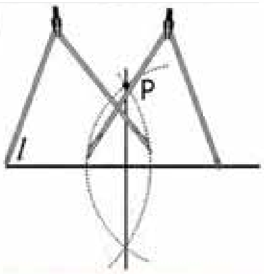
授業2.2では生徒は、交差する円2つが、中心をつなぐ線分の垂直性や、円周の交点を結ぶ線分といった、いくつかの特徴を持つことを見定めました。前の授業で生徒は、定規とコンパスを使って平面図形も描きました。前述の授業で学んだ内容がここで組み合わされ、引かれる直線が円周の交差部の点をつなぐ線分を通る事実から導かれることで、定規とコンパスを使って垂直直線が引かれます。

ねらい

Ⓟ交差する円の特徴を使って、直線lに垂直な直線を作図します。この点では、2つの円周の交点を通る直線は中心とつなぐ線分と垂直であることを生徒に復習させることが適切です。この説明のため、円周2つの交点を通る直線は、円周の中央を通る直線と垂直にあるということも有効です。交点Bの位置の選択は任意で、直線のどの点であってもかまいません。大切なことは、交差する円の直径が違おうが、Pを通過する円周の中心であることです。
Ⓢ Pを通過し直線lに垂直な直線を作図します。この手順では常に交差する円の特性が用いられますが、違いとしてはこの手順を通じて、2つの半径が同じになることが保証されるというものです。

いくつかの設問の解：

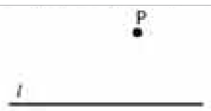
1. a)



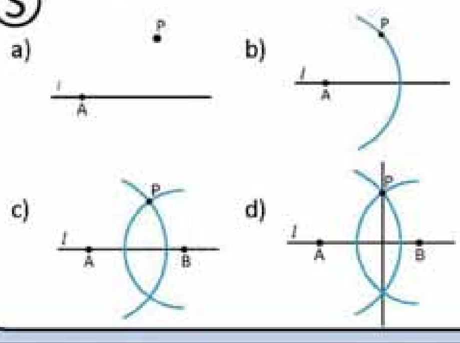
授業を発展させ黒板図を利用すべく、ⓈとⒺで記載されたステップは、同じ図の上で行うことができます。

日付： **U8 2.4**

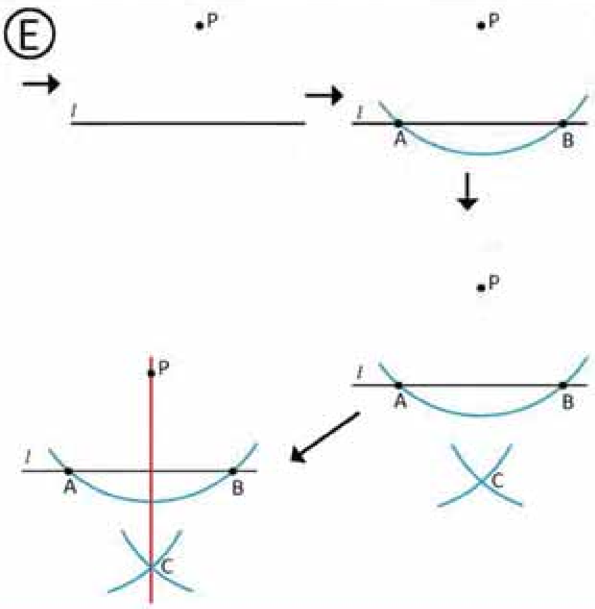
Ⓟ 定規とコンパスを使い、直線lに垂直でP点を通る直線を引きましょう。



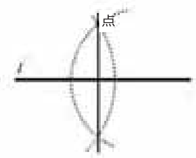
Ⓢ



Ⓔ



Ⓡ



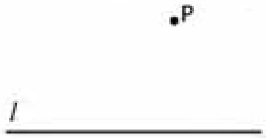
宿題：
練習帳171ページ。

レッスン 2

2.5 点と直線との距離

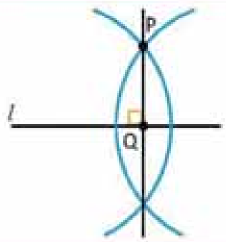
P

点から直線までの垂直線の長さは、点から直線までの距離と呼ばれます。ノートのイラストをコピーして、P点と直線*l*との間の距離を引きましょう。



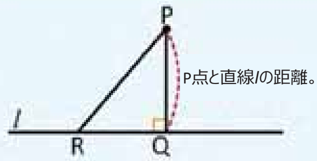
S

前回の授業で見た点から直線への垂直線を引くための手順を応用すると、点から直線までの距離PQが得られます。

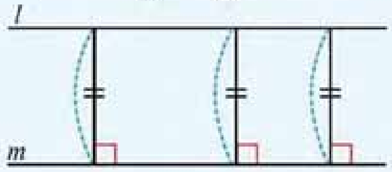


C

直線*l*の外にあるP点から垂直線が直線*l*に引かれ、切断点としてQが確立します。線分PQの長さは、**点Pと直線*l*の距離**と呼ばれます。距離は、点Pと直線*l*を結ぶ線分の長さが最も短くなります。例えば、この図ではPQ < PRとなります。

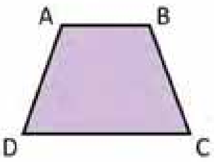


平行する直線*l*と*m*がある場合、直線*l*から得られるいかなる点も、直線*m*との距離は一定です。



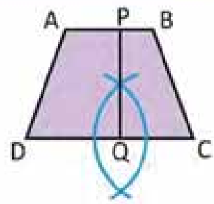
E

台形ABCDに対して、大きな底面と小さな底面との距離の線を引きましょう。

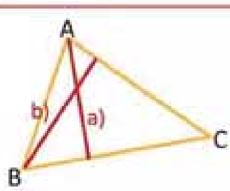


解き方。

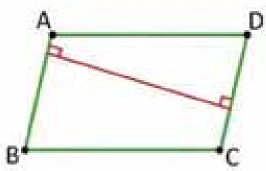
台形の大きな底面と小さな底面が平行であるため、底面に平行する任意の線分を取ることができます。PQが距離です。



1. 三角形ABCに存在する距離は、
   a) Aと$\overline{BC}$の間。
   b) Bと$\overline{AC}$の間。



2.平行四辺形ABCDでは、$\overline{AB}$と$\overline{DC}$の距離の長さを見つけましょう。



達成の目安

2.5 点と線の間の距離、そして平行した直線2つの距離を定めましょう。

学習の流れ

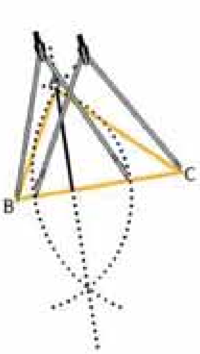
前回は定規とコンパスを使って、ある点を通り別の直線と垂直な直線を引く方法に取り組みました。これに基づいて、直線への点の距離が決められ、以前の授業で学習した内容を生徒は使うことになります。類推によって、平行した直線2つの間の距離が示す線分は、任意の点からこれら直線に対して垂直であり、距離が一定していることが定められます。

ねらい

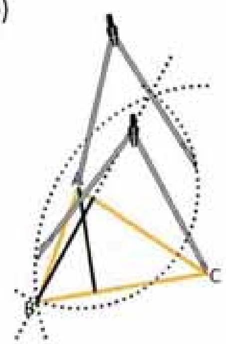
Ⓟ 点と直線を結び直線に垂直な部分の長さを距離と呼ぶ、と定義します。平行する直線2本の距離を定めるには同じ発想から出発し、すなわち直線のうち1つの上にある任意の点を選び、その点からもう1つの線に向けた距離を決めます。ある点と線分の間、または2つの線分の間の距離を決める方法は、直線で取り扱ったものと同じであることを強調する必要があります。

いくつかの設問の解：

1. a)

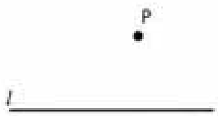


b)

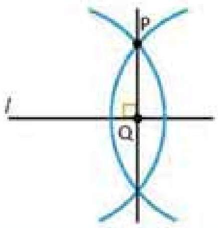


日付： **U8 2.5**

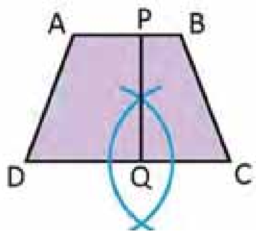
Ⓟ 点から直線までの垂直線の長さは、点から直線までの距離と呼ばれます。P点と直線lの距離の線を引きます。



Ⓢ 点から直線への垂直線を引くための手順を応用すると、点から直線までの距離PQが得られます。

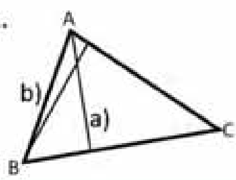


Ⓔ



台形の大きな底面と小さな底面が平行であるため、底面に平行する任意の線分を取ることができます。PQが距離です。

Ⓡ 1.

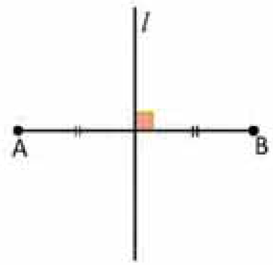


宿題：
練習帳172ページ

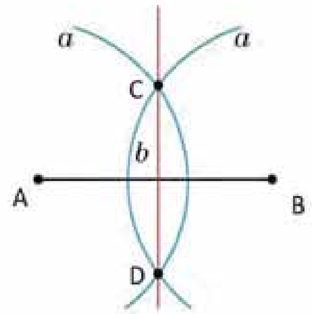
2.6 線分の垂直二等分線

P

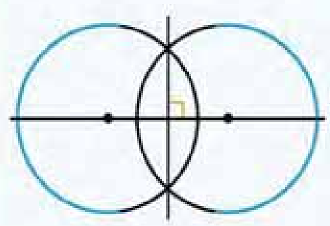
線分と交差し90°の角度を作り、同じ長さの部分2つに分ける直線は、**線分の垂直二等分線**と呼ばれます。さらに、ABの垂直二等分線は平行軸であり、A点とB点は対応する点です。このため図において直線*l*は、垂直二等分線ABです。



ステップ*a*と*b*に従い、定規とコンパスを使って$\overline{AB}$垂直二等分線が引かれました。垂直二等分線を引くこの方法を説明しましょう。



垂直直線を引く方法を復習しましょう。



S

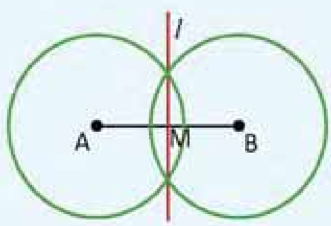
垂直二等分線$\overline{AB}$を引くべく、その中心が点Aと点Bである同じ半径の円2つを描き、円の交わった部分をCおよびDと定義することができます。その後、CDを通る直線を引くと、線分の垂直二等分線が得られます。

交わる円2つは直線や、その円の中心を通る軸や関して対称であることを復習させる必要があります。さらに、2つの円の半径が同じ長さの場合、2つの円の形も、交差する点2つを通る線で対称になっています。

C

垂直二等分線を引く以前の手順を頭に入れると、以下の結論を出すことができます。

a) 2つの円の直径が同じことから、線*l*は対称軸です。さらに、$l \perp \overline{AB}$ です。
b) 点BはAの上に完全に置かれ、その後AM = BMとなります。



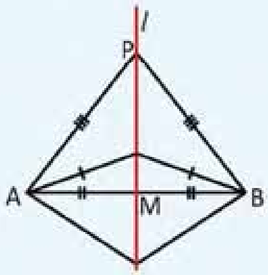
レッスン 2

C

点Pを垂直二等分線 $\overline{AB}$ の上に定め、直線lに引くと、$\overline{PA}$ が $\overline{PB}$ の上に置かれることになります。

したがって PA = PBとなります。

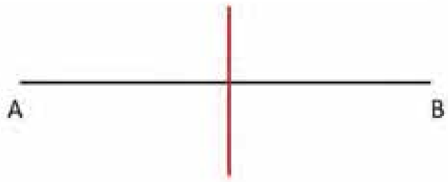
さらに、線分の垂直二等分線に置かれた点は、点Aと点Bから等距離にあります。



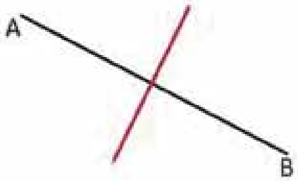
等距離という用語は、「同じ距離にある」と同じ意味です。

1. 線分ABの垂直二等分線を引きましょう。

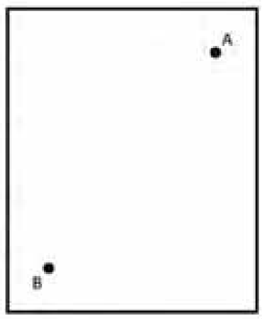
a)



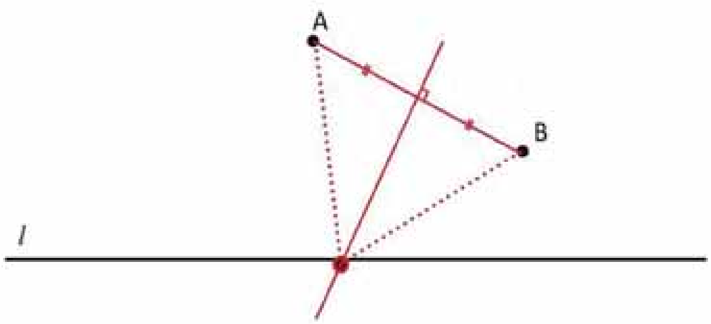
b)



あるページに点AとBを記し、線分ABを引き図を折って、点Aと点Bが完全に重ね合うようにします。折れ目の線で作図される線を引き、直線2つの交点としてMを記すと、直角ができることに注目します。両直線と線分MAやBMの間の交点は同じ長さです。



2. 図の中で、点Aから、そして点Bから同じ距離を持つ点を、直線l上に見つけましょう。



達成の目安

2.6　交わる2つの円の特徴を応用して、線分の垂直二等分線を引きましょう。

学習の流れ

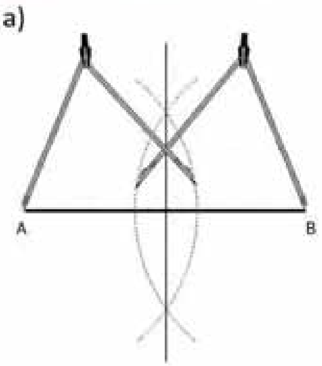
垂直二等分線の作図は半径が同じ円2つの交わりから発生します。すなわち、垂直二等分線は円周の交わる2点をつなぐ線分と一致します。また、これを利用してある線分の垂直二等分線上にある点は全て、この線分の両端と等距離にあることも規定できます。

ねらい

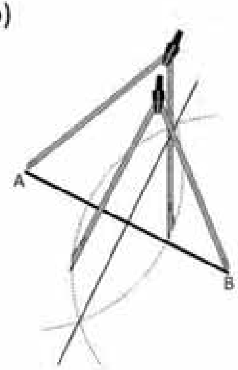
Ⓟ 垂直二等分線が、同じ半径の円周が交差する点をつなぐ線分と一致する直線であることを規定します。垂直二等分線は、それが製図された基盤となる交わった（同じ半径の）円の対称軸であることから、線分の中点にあることを強調する必要があります。

いくつかの設問の解：

1. a)

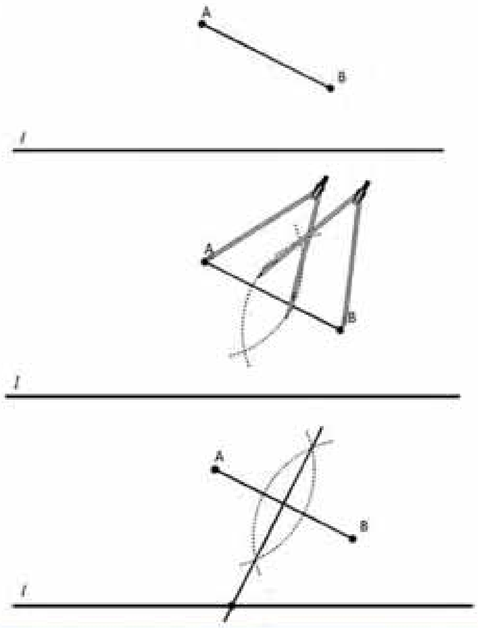


b)



線分の垂直二等分線上の点は全て、線分の末端と等距離にあります。交点Nの点が垂直二等分線と直線lの上にあるため、直線l上にあるこの点は点Aと点Bから等距離にあります。

2.

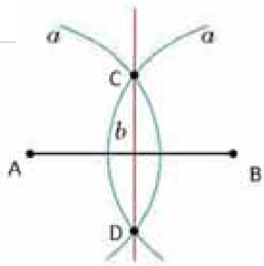


日付：

U8 2.6

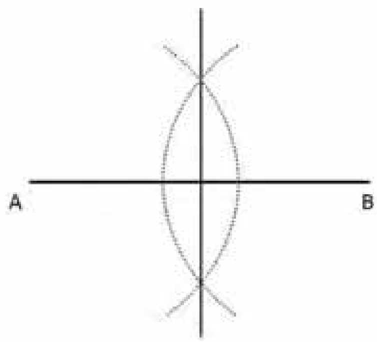
Ⓟ 線分に垂直な直線で、同じ2つの部分に分割する直線は、**垂直二等分線**と呼ばれます。垂直二等分線は線分の対称軸です。

ステップに従って、垂直二等分線を引く方法を説明しましょう。



Ⓢ 中心がAとBである同じ半径の円2つと、円周の交点CとDを描きます。次に、CとDを通る直線が引かれ、線分の垂直二等分線が得られます。

Ⓡ 1. a

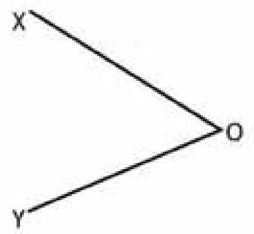


宿題： 練習帳173ページ。

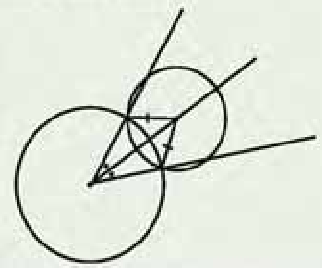
2.7 角の二等分線

P

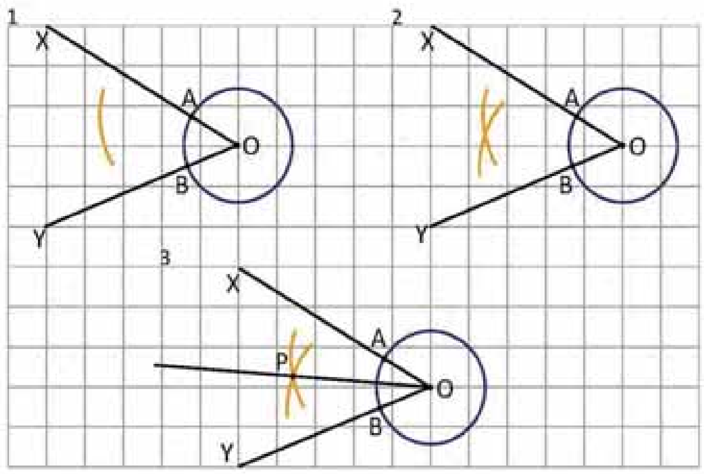
∢XOYに対しては定規とコンパスを使って角の中に半直線が作成され、こうして半直線が角を同じ角2つに分けます。



交わる円2つは直線や、両方の円の中心を通る軸や関して対称です。



S

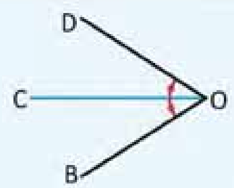


コンパスは距離を移動させるのに使います。

ステップ1。Oに中心があり任意の半径の円周をひき、角の両辺との交点をAやBとします。
次にAを中心として任意の半径の円弧を引きます。
ステップ2。ステップ1で引いた円弧と同じ半径で、Bを中心とする円弧を描きます。
ステップ3。両円弧の交点をPと表現します。点Pは、復習事項で言及した別の円周の中心でもあります（緑のボックス）。

C

角を2つの等しい部分に分割する半直線は、**二等分線**と呼ばれます。
また、二等分線はこの角の対称軸であるとも言えます。



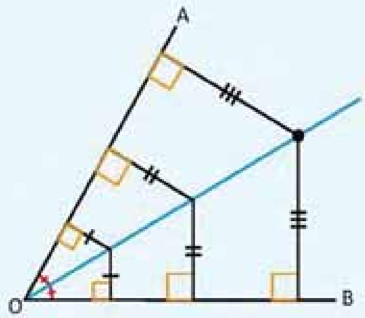
このため、∢DOC = ∢COB = $\frac{1}{2}$∢DOBです。

ある角の二等分線を作図するステップは、以下の通りです。
1. 中心に点Oの来る円を描きます。角の両辺と円周の交点をAやBと定義します。
2. 中心をAやBとした同じ半径の円弧を描きます。そして両円周の交点をPと名づけます。
3. 半直線OPを引きます。

レッスン 2

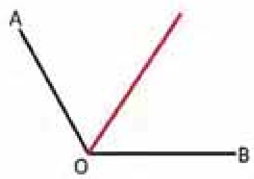
∢AOB二等分線が対称軸であることから、二等分線上で点Pから角の両辺に引かれる距離は等しくなります。

一般的に、角の二等分線上にある点全てが、角の両辺に対して同じ距離にあります。こうして画像の中で示されます。

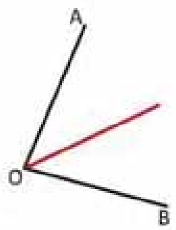


1.各辺で角AOBの二等分線を見つけましょう。

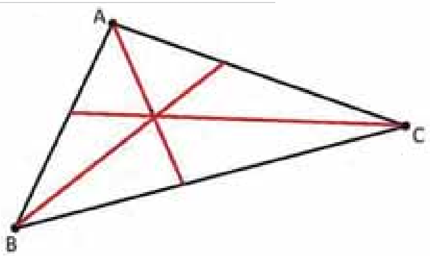
a)



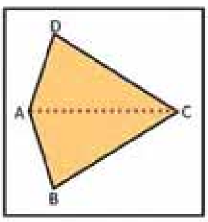
b)



2.ΔABCの角の二等分線を引きましょう。



3. 図の中で、
 a) 四角形の辺BCとDCが重なり合う形で折ります。
 b) 鉛筆で、折れ線を形作る直線を引きます。
 c) 折れ線で作図した2つの書くにはどのような関係がありますか?



∢CAB = ∢CAD
∢ACB = ∢ACD

ユニット8

達成の目安

2.7　交わる2つの円の特徴を応用して、角の二等分線を引きましょう。

学習の流れ

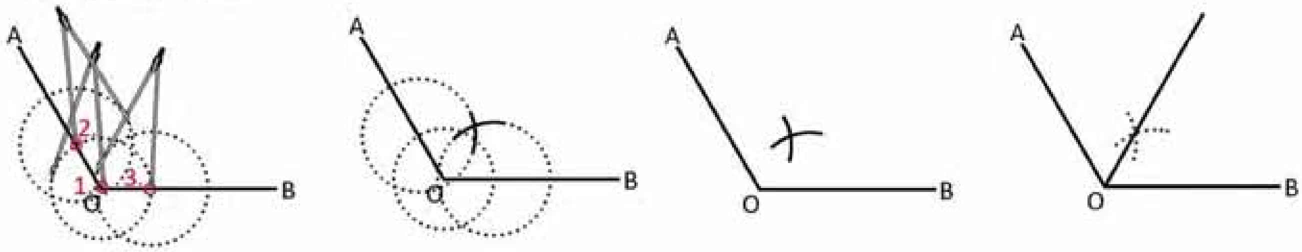
角の二等分線を作図すべく、交わる2つの円の特徴を応用します。二等分線の作図のためのこれら特徴の使用は、円2つの作図が必要である事実から構成されます。この円においては最初の円の中心が角の交点と一致し、2つ目の円の中心が、最初の円周と角の辺の交点である補助円周の交点となります。

ねらい

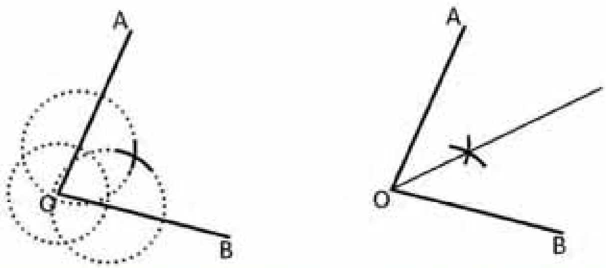
Ⓟ 最初の円の中心から始まり、2つ目の円を通る半直線が、角の二等分線であると定義します。こうなる理由は、前述の半直線が交差する2つの円に対して直線軸を表すため、この軸の上にあるものがその下にあるものと同一になるわけです。このため、二等分線は対称軸であり、このためこの上にある点全てが角の両辺と等距離（同じ距離）にあることを強調することが大切です。

いくつかの設問の解：

1. a)

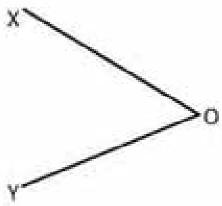


1. b)

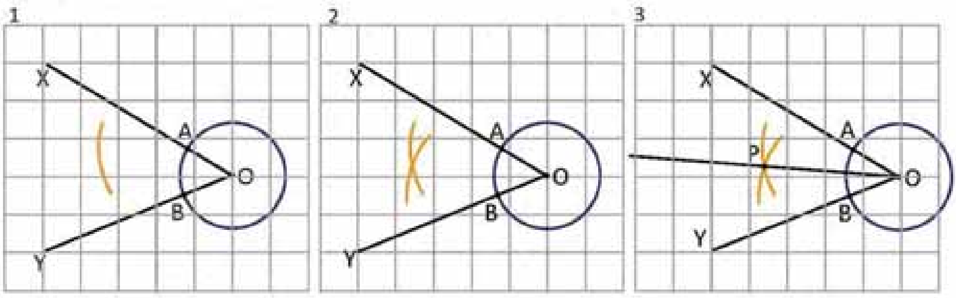


日付：　　**U8 2.7**

Ⓟ ∢XOYに対しては定規とコンパスを使って角の中に半直線が作成され、こうして半直線が角を同じ角2つに分けます。

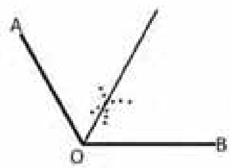


Ⓢ

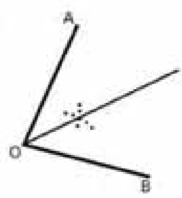


Ⓡ

1. a)



b)



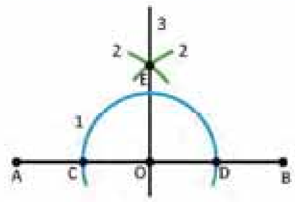
宿題：
練習帳174ページ。

2.8 円の接線

P

画像は、点Oを通過する直線ABに垂直な直線を引く方法を示します。

a) OEを通過する直線をひくために使われるステップを説明しましょう。
b) OEを通る直線が$\overline{AB}$に垂直である理由を説明します。



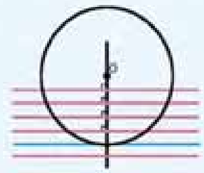
S

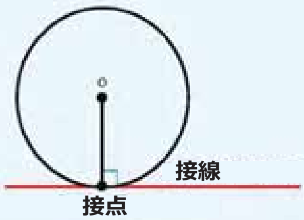
a) 3つのステップが観察されます。
1. 中心がOの円を描き、点CとDを確立します。
2. 同じ半径で、点Cと点Dを中心とする円を2つ描き、その後両点の交点にEと記します。
3. EOを通る直線を引きます。

b) $\overline{AB}$を180°の角とみなす場合、OEを通過する直線は角の二等分線です。よって、∢AOE = 90°です。

C

円Oの中心を通る直線に垂直な線を動かす場合、直線が円周と共通の1点だけとなる瞬間があります。



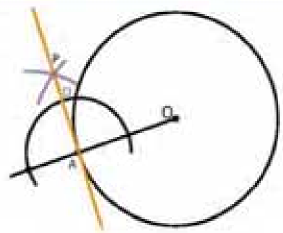


このとき、その直線は円に接していると言え、この線を円への**接線**と呼び、円周と直線が共有する唯一の点が**接点**と呼ばれ、半径と垂直になります。

E

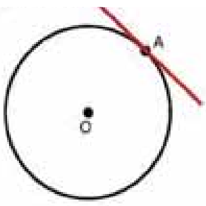
画像では、円周への接線が引かれ、その接点はAとなります。

a) 接線をひくために使われるステップを説明しましょう。
b) ステップに従って接線をノートに書きましょう。

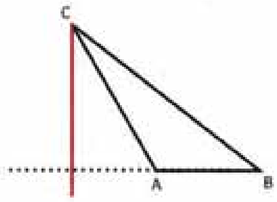


解き方。
中心に点Aをおいて円周を描きます。OAが通る直線と円周との交点に中心が来る同じ半径の円弧2つを描きます。円弧2つの間の交点は、点Pと呼ばれます。直線APを引くと、点Aに接することになります。

1. 点Aにおいて円周との接線を見つけましょう。



2. 点CからΔABCの高さを引き、線分ABを底面とします。



達成の目安

2.8　交わる円2つの特徴を使って、円周の接線を描きましょう。

学習の流れ

この授業では、円周への接線の作図のために交わる円の特徴が応用され、接線が円の中央や交点を通る線と垂直であることが考慮されます。

ねらい

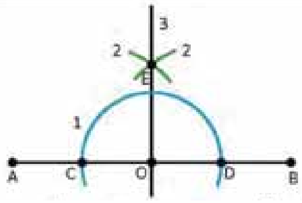
Ⓟ、Ⓢが180°の場合、二等分線と垂直二等分線が一致することを規定します。授業でⓅを展開する生徒が、以下を定めることがねらいとなっています。
a) 垂直二等分線を作図する手順が実現され、b) 垂直二等分線が線分ABの対称軸を表現する事実と関連付けられ、これにより二等分線もAOBの対称軸であることに一致し、線分ABが平角AOBとみなされます。

いくつかの設問の解：

1.

日付：　　**U8 2.8**

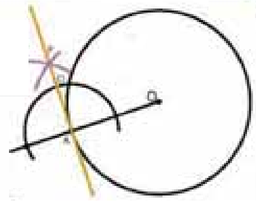
Ⓟ 直線ABに垂直で点Oを通過する直線。
説明しましょう。



a) OとEを通過する直線を引くためのステップ。
b) OとEを通る直線が$\overline{AB}$に垂直である理由。

Ⓢ a) 1. 円弧を描き、線分との交点をCおよびDと名づけます。
2. 同じ半径で、点Cと点Dを中心とする円周を2つ描き、その後両点の交点にEと記します。
3. EとOを通る直線を引きます。
b) $\overline{AB}$が180°の角とみなされる場合、OやEを通る直線は、角の二等分線です。
よって、∢AOE = 90°です。

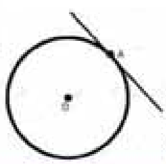
Ⓔ Pに線を引くステップ
Aにおける接線。



1. Aを中心とする円弧を引きます。
2. 半直線OAと円周との交点に中心が来る同じ半径の円弧2つを描きます。
3. 円弧2つとの間の交点をPと記し、直線APを引きます。

Ⓡ

1.



宿題： 練習帳の175ページ。

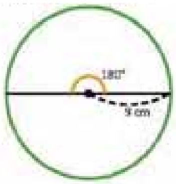
レッスン 2

2.9 扇形の弧長

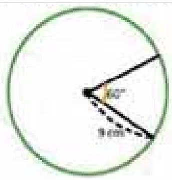
P

半径が9 cmの円周の長さは、以下の形で計算することができます。
$l = 2\pi \times 9 = 18\pi$.同じ円周を考え、三数法の規則を応用して、以下の項目を解きましょう。

1.180°の角度で支えられる円弧の長さを計算しましょう。



2.60°の角度で支えられる円弧の長さを計算しましょう。



円弧の長さは、$l = 2\pi r$。

ただしrが円の半径で
$\pi = 3.14159...$

S

円周が360°なので以下の三数法の規則を提案して、各項目で求められる内容を求めることができます。

1.

長さ	l	18π
角	180°	360°

$$l : 180 = 18\pi : 360$$
$$360l = 18\pi \times 180$$
$$l = 18\pi \times \frac{180}{360}$$
$$l = 18\pi \times \frac{\cancel{180}^{1}}{\cancel{360}_{2}}$$
$$l = 18\pi \times \frac{1}{2}$$
$$l = 9\pi$$

2.

長さ	l	18π
角	60°	360°

$$l : 60 = 18\pi : 360$$
$$360l = 18\pi \times 60$$
$$l = 18\pi \times \frac{60}{360}$$
$$l = 18\pi \times \frac{\cancel{60}^{1}}{\cancel{360}_{6}}$$
$$l = 18\pi \times \frac{1}{6}$$
$$l = 3\pi$$

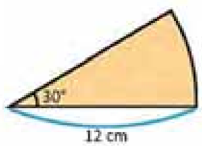
C

角aで支持される円弧の長さを見つけるには、角と円周の長さの割合を乗ずる必要があります。

円周の円弧の長さ： $l = 2\pi r \times \frac{a}{360}$

E

30°の角度で支えられ、半径が12 cmの円弧の長さを計算しましょう。

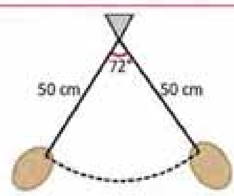


解き方。

上記の問題では： $a = 30$°で$r = 12$。

円弧の長さは： $l = 2\pi \times 12 \times \frac{30}{360} = 2\pi \times 12 \times \frac{1}{12} = 2\pi$。

1. 中央角45° と半径4 cmに対応する扇形の面積を計算しましょう。
   円弧の長さ： π
2. 時計の振り子は50 cmの長さで、揺れると72°の角度になります。
   振り子が描く円弧の長さは?
   円弧の長さ：20π



達成の目安

2.9　扇形部分の弧の長さを計算しましょう。

学習の流れ

生徒は6学年で、円周の長さと扇形の長さを類推して計算する方法を学びました。扇形の長さをこの授業では復習しますが、違いとしてはここからは扇形の円弧の長さと呼ぶことになります。円弧の長さを計算するべく、生徒には以下の公式が紹介されます：$l = 2\pi r \times \frac{a}{360}$。これは、ユニット6で学んだ三数法の規則を用いて演繹されるものです。

いくつかの設問の解：

1. 上記の問題では、$a = 45°$で$r = 4$
   扇形の範囲の面積は、

$$l = 2\pi \times 4 \times \tfrac{45}{360}$$
$$= 2\pi \times 4 \times \tfrac{1}{8}$$
$$= \pi \text{ cm}$$

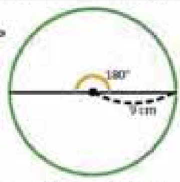
2. 上記の問題では、$a = 72°$で$r = 50$
   扇形の範囲の面積は、

$$l = 2\pi \times 50 \times \tfrac{72}{360}$$
$$= 2\pi \times 50 \times \tfrac{1}{5}$$
$$= 20\pi \text{ cm}$$

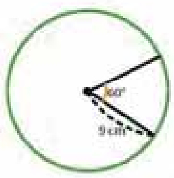
日付：　　　**U8 2.9**

Ⓟ 半径が9 cmの円周の長さは、以下の形で計算することができます：
$l = 2\pi \times 9 = 18\pi$.同じ円周を考え、三数法を応用することで、以下の角度で支えられる円弧の長さが計算できます。

1. 180°



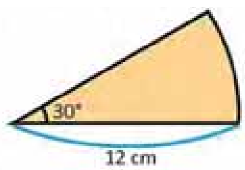
2. 60°



Ⓢ 1. $l : 180 = 18\pi : 360$
$360l = 18\pi \times 180$
$l = 18\pi \times \frac{180}{360}$
$l = 18\pi \times \frac{1}{2}$
$l = 9\pi$ cm

2. $l : 60 = 18\pi : 360$
$360l = 18\pi \times 60$
$l = 18\pi \times \frac{60}{360}$
$l = 18\pi \times \frac{1}{6}$
$l = 3\pi$ cm

Ⓔ 扇形に対して、



円弧の長さは
$l = 2\pi \times 12 \times \frac{30}{360}$
$= 2\pi \times 12 \times \frac{1}{12}$
$= 2\pi$ cm

Ⓡ 1. π cm
2. 20π cm

宿題： 練習帳176ページ。

レッスン 2

2.10 扇形の面積

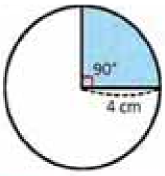
P

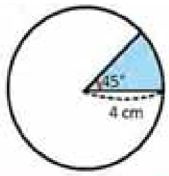
半径が4 cmの円の面積は、以下の形で計算できます。

$$A = \pi \times 4 \times 4 = 4^2\pi = 16\pi$$

同じ半径の円について考えて、以下の項目を実施しましょう。

1. 角度が90°の扇形の面積を計算しましょう。
2. 角度が45°の扇形の面積を計算しましょう。





円の面積は以下のように計算します。**A =** $\pi \times r^2$. ただしrは円の半径で、π **= 3.14159**...

S

円周が360°なので以下の三数法の規則を提案して、各項目で求められる内容を求めることができます。

1.

面積	S	16π
角	90°	360°

$$S : 90 = 16\pi : 360$$
$$360S = 16\pi \times 90$$
$$S = 16\pi \times \frac{90}{360}$$
$$S = 16\pi \times \frac{\cancel{90}^{1}}{\cancel{360}_{4}}$$
$$S = 16\pi \times \frac{1}{4}$$
$$S = 4\pi$$

2.

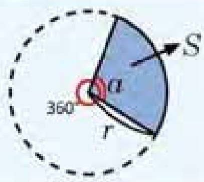
面積	S	16π
角	45°	360°

$$S : 45 = 16\pi : 360$$
$$360S = 16\pi \times 45$$
$$S = 16\pi \times \frac{45}{360}$$
$$S = 16\pi \times \frac{\cancel{45}^{1}}{\cancel{360}_{8}}$$
$$S = 16\pi \times \frac{1}{8}$$
$$S = 2\pi$$

C

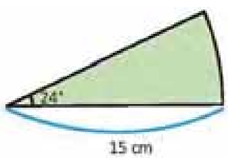
扇形の面積を定めるには、円の面積と角度の割合をかける必要があります。

扇形の面積 $S = \pi r^2 \times \frac{a}{360}$



E

角度が24°で半径が15 cmの扇形の面積を計算しましょう。



解き方。

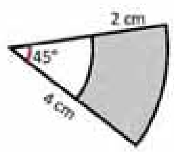
上記の問題では： $a = 24$°で$r = 15$

扇形の範囲の面積は：$S = \pi \times 15^2 \times \frac{24}{360} = \pi \times 15^2 \times \frac{1}{15} = 15\pi$

1.中央角120° と半径9 cmに対応する扇形の面積を計算しましょう。

扇形の面積27π

2.以下の図で影がつけられた部分の面積を求めましょう。



扇形の面積： $\frac{3}{2}\pi$

達成の目安

2.10　扇形の面積を計算しましょう。

学習の流れ

6学年では生徒は、円と重要な扇形の面積の計算方法を求めました。この授業では扇形の面積の話題に戻り、生徒に以下の公式を紹介します。

$S = \pi r^2 \times \frac{a}{360}$

これを演繹するには、扇形の円弧の長さと同じく、三数法を使います。

ねらい

Ⓟ、Ⓢ が180°の場合、二等分線と垂直二等分線が一致することを規定します。授業でⓅを展開する生徒が、以下を定めることがねらいとなっています。

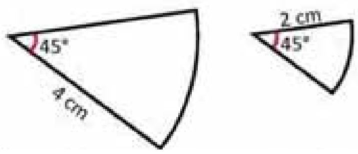
a) 垂直二等分線を作図する手順が実現され、b) 垂直二等分線が線分ABの対称軸を表現する事実と関連付けられ、これにより二等分線もAOBの対称軸であることに一致し、線分ABが平角AOBとみなされます。

いくつかの設問の解：

1. 上記の問題では、 $a = 120°$ で $r = 9$
扇形の範囲の面積は、

$$S = \pi \times 9^2 \times \frac{120}{360}$$
$$= \pi \times 9^2 \times \frac{1}{3}$$
$$= 27\pi \text{ cm}^2$$

2. この問題を解くには、最大の半径の扇形の面積を計算して、より小さな半径の扇形の面積を引く必要があります。



広い方の扇形の面積。データ： $a = 45°$ で $r = 4$
扇形の範囲の面積は、

$$S = \pi \times 4^2 \times \frac{45}{360}$$
$$= \pi \times 4^2 \times \frac{1}{8}$$
$$= 2\pi$$

より小さな扇形の面積。
データ： $a = 45°$ で $r = 2$
扇形の範囲の面積は、

$$S = \pi \times 2^2 \times \frac{45}{360}$$
$$= \pi \times 2^2 \times \frac{1}{8}$$
$$= \frac{1}{2}\pi$$

影の面積は、
$2\pi - \frac{1}{2}\pi = \frac{3}{2}\pi \text{ cm}^2$

日付：　　**U8 2.10**

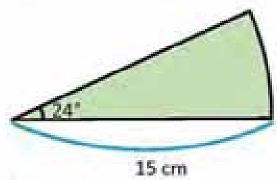
Ⓟ 半径が4 cmの円の面積は、以下の形で計算できます。
$A = \pi \times 4 \times 4 = 4^2\pi = 16\pi$.同じ半径の円を考えて、以下の角度で決められるの扇形の面積を計算しましょう。

1. 90°.　2. 45°.

Ⓢ 1. $S : 90 = 16\pi : 360$
$360S = 16\pi \times 90$
$S = 16\pi \times \frac{90}{360}$
$S = 16\pi \times \frac{1}{4}$
$S = 4\pi \text{ cm}^2$

2. $S : 45 = 16\pi : 360$
$360S = 16\pi \times 45$
$S = 16\pi \times \frac{45}{360}$
$S = 16\pi \times \frac{1}{8}$
$S = 2\pi \text{ cm}^2$

Ⓔ 扇形に対して、



おうぎ型の範囲の面積は:

$$S = \pi \times 15^2 \times \frac{24}{360}$$
$$= \pi \times 15^2 \times \frac{1}{15}$$
$$= 15\pi \text{ cm}^2$$

Ⓡ 1. $27\pi \text{ cm}^2$
2. $\frac{3}{2}\pi \text{ cm}^2$

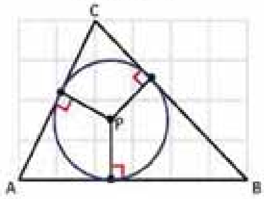
宿題：
練習帳177ページ。

2.11 三角形の内心

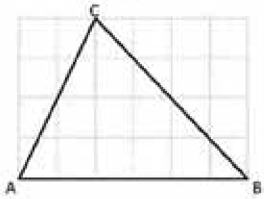
P

画像1では、点Pは三角形の3辺と同じ距離にあります。画像2では、三角形の3辺と同じ距離にある点Pを見つけ、三角形の3辺の接点となる円周の中心であることを証明しましょう。

画像1



画像2

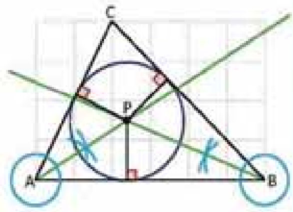


角の二等分線上にある点全てが、角の両辺に対して同じ距離にあること示す特性を利用しましょう。

S

角ABCの二等分線を引くと、角CABの二等分線も引かれ、Pが両二等分線の交点となります。

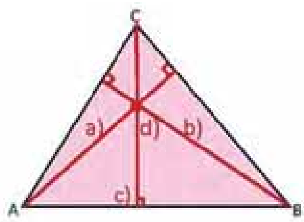
この点Pは、$\overline{AB}$と$\overline{BC}$と等距離にあることを満たします。というのも∢ABCの二等分線も、∢CABの上にあるために$\overline{AB}$や$\overline{AC}$と等距離にあることを満たすからです。よって、Pは$\overline{AB}$、$\overline{BC}$や$\overline{AC}$と等距離にあります。点Pも、$\overline{BC}$や$\overline{AC}$と等距離にあるため、∢BCAの二等分線上にあります。

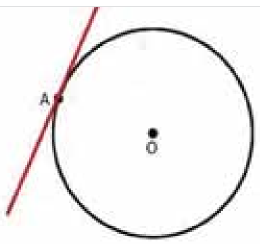


C

発展された問題において点Pは**三角形の内心**と呼ばれ、三角形の二等分線3つの交点にあり、三角形の中心にある円周の中心にあり、3辺の接点となっています。

1. ΔABCでは、AB = 4 cm、BC = 3.5 cmそしてAC = 3 cmと考えましょう。ノートに以下の形で垂直直線を引きましょう。
   a) 点Aを線分$\overline{BC}$に。
   b) 点Bを線分$\overline{AC}$に。
   c) 点Cを線分$\overline{AB}$に。
   d) ΔABCの中点を定めます。



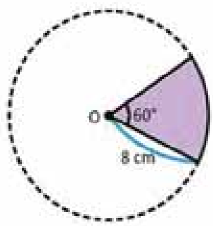


2.コンパスと定規を使って、A点で円周の接線を見つけましょう。

3.半径8 cmで角度60°の扇形が与えられた場合、

A) 円弧の長さを計算しましょう。 円弧の長さ：$\frac{8}{3}\pi$

b) 扇形の面積を計算しましょう。扇形の面積：$\frac{32}{3}\pi$



ユニット8

173

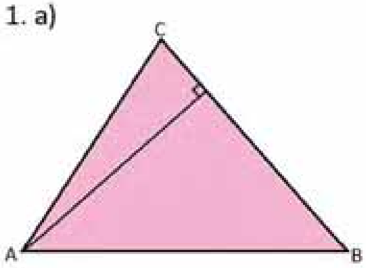
達成の目安

2.11　三角形の内点を定めましょう。

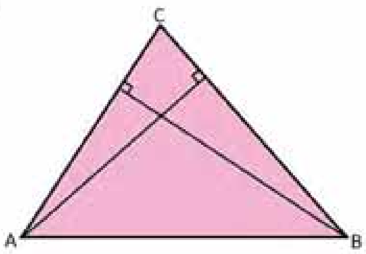
学習の流れ

授業2.7では角の二等分線の引き方を学びました。この授業では三角形の角の二等分線を引いて、二等分線が切られる点が、三角形の2辺と等距離にあることを観察します。前述の内容が決まると、三角形に描かれた円周の中心、すなわち3辺の接線になるため、この点が**内心**と呼ばれることが言及されます。

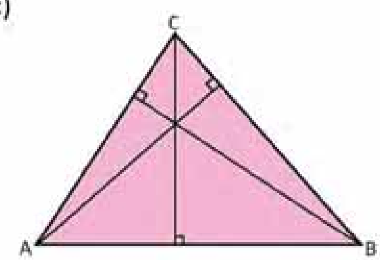
1. a)



b)

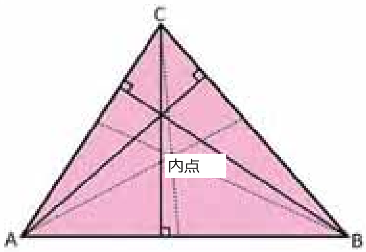


c)



3つの直線は、一点で交わります。

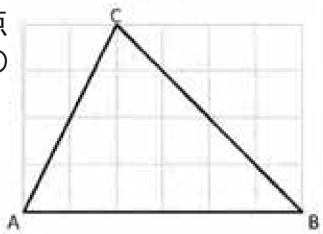
d)



日付：　　**U8 2.11**

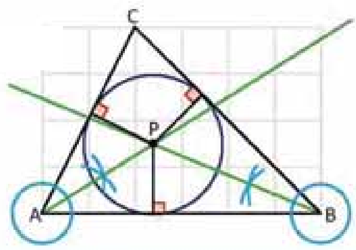
Ⓟ 画像2では、三角形の3辺と同じ距離にある点Pを見つけ、三角形の3辺の接線となる円周の中心であることを証明しましょう。

画像2

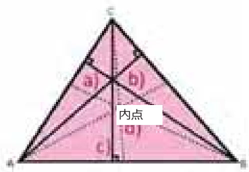


Ⓢ ∢ABCと∢CABの二等分線が引かれます。

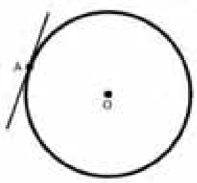
Pが、二等分線の交点です。



Ⓡ 1.



2.



3. a) $\frac{8}{3}\pi$ cm

b) $\frac{32}{3}\pi$ cm^2

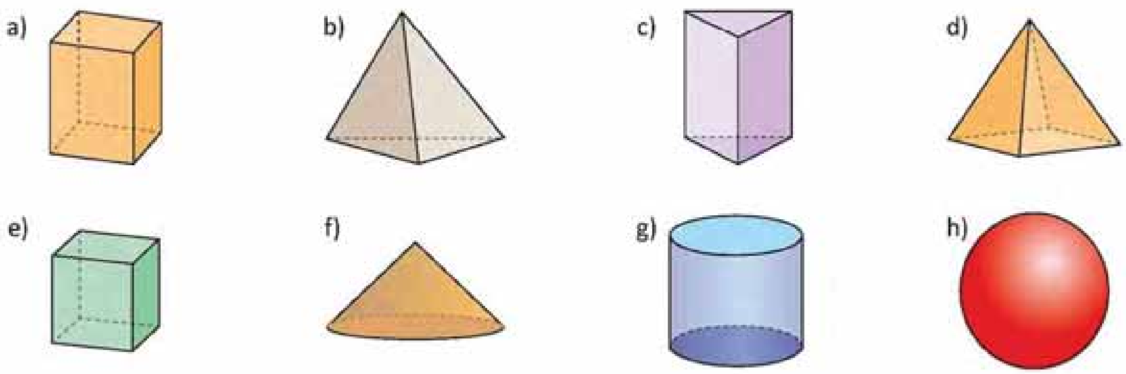
宿題：
練習帳178ページ。

レッスン 3 平面図形、立体図形及び角柱、角錐、円柱の表面積

3.1 立体図形の分類

P

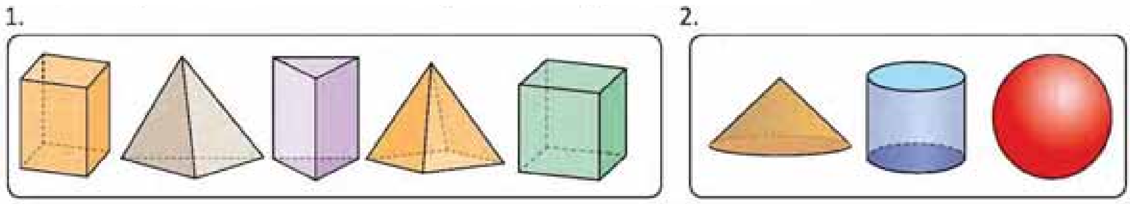
立体図形では、側面も底面も**面**とされています。a) からh)までの図形に、いくつかの立体図形があります。



面の類似点にしたがって、立体図形を分類しなさい。

S

a) からh)までの図形を次のように分類します。



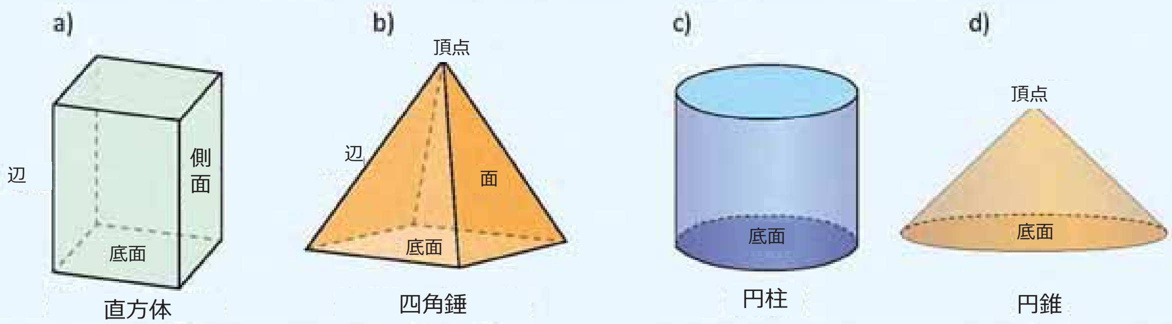
C

グループ1のa) から d) までの図形は、**多面体**と呼ばれ、この物体の特徴は、その面が平面で、一般的には長方形または三角形のような多角形です。

> **poliedro**という単語は、ギリシャ語を起源とし、「多くの」という意味のπολύς (polys)と「底面」や「面」を意味するέδρα (edra)からなります。

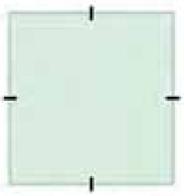
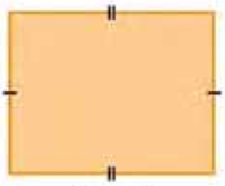
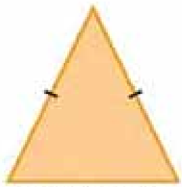
この中の、側面が長方形のa) とc)のような図形は**角柱**と言います。b) と d)の図形は、側面が三角形で、**角錐**という特別な名称が付けられています。また、すべての辺が等しい角柱は、**立方体**と言います。

f) からh) までの図形は、側面が曲面で、**回転体**という名称が付けられています。下の図に、いくつかの立体図形の要素を確認することができ、a)は、直方体、b)は底面が長方形の四角錐、c)は円柱、d)は円錐です。

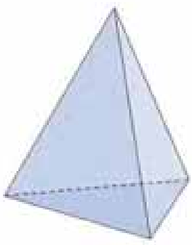


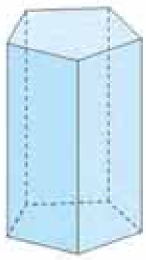
E

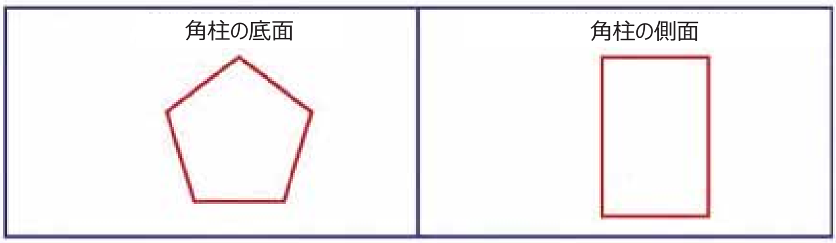
前の画像で、角柱と角錐の側面および底面を構成する平面図形を確認し、次のようにまとめることができます。

a)の角柱の底面	a)の角柱の側面	b)の角錐の底面	b)の角錐の側面
 正方形	 長方形	 長方形	 二等辺三角形

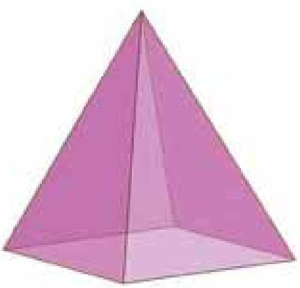
1. 前の例と同じように、次の角柱と角錐を構成する平面図形を描きなさい。

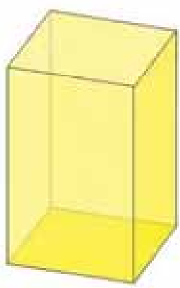






2. 提示された画像の要素に注目して、
   a) 角錐と円錐の違いを言いなさい。
   b) 角柱と円柱の違いを言いなさい。





a) 角錐の底面は多角形です。円錐の底面は常に円です。
b) 角柱の底面は多角形です。円柱の底面は常に円です。

達成の目安

3.1 特徴に従って立体図形を分類します。

学習の流れ

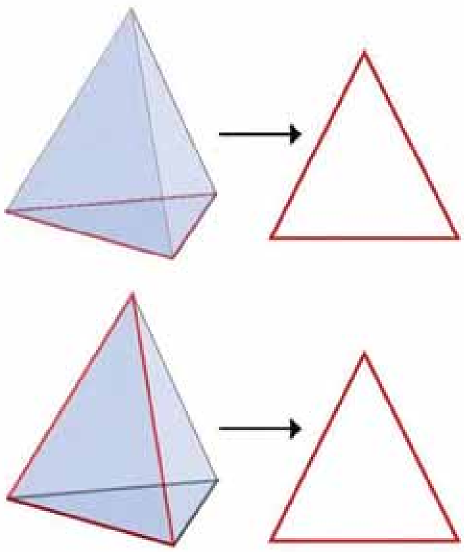
前学年では立体図形の特徴を示し、その特徴に従って、角柱、角錐、円錐、円柱に分類しました。この授業では、立体図形の分類について、再度取り上げ、多面体、回転体まで広げます。

ねらい

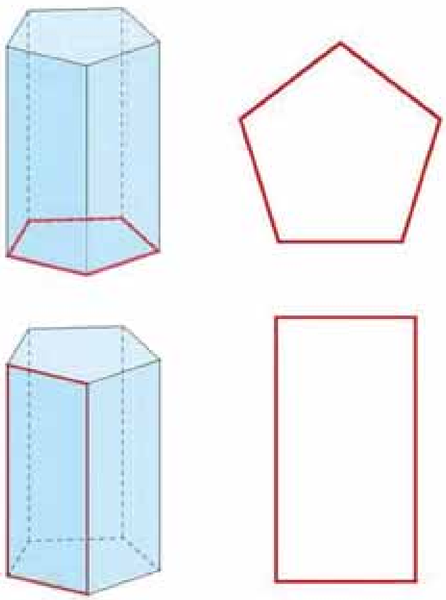
Ⓟ、Ⓢ 特徴に従って立体図形を分類すること。立体図形では、側面も底面も「面」とされることを強調しなければなりません。

いくつかの設問の解：

1. a)

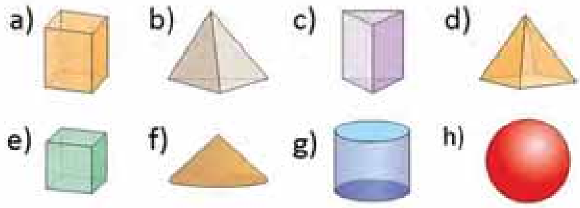


b)



日付： **U8 3.1**

Ⓟ 立体図形では、側面も底面も面とされています。面の類似点に従ってa) から h)の立体図形を分類しなさい。

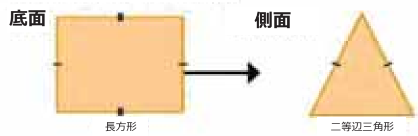


Ⓢ 1. a), b), c), d) y e)
2. f), g) および h)

Ⓔ 角柱、角錐の側面と底面を構成する図形は以下の通りです。

a)の角柱

b)の角錐



Ⓡ

宿題：練習帳179ページ

3.2 正多面体の特徴

P

次の多面体を見てください。そして問いに答えなさい。

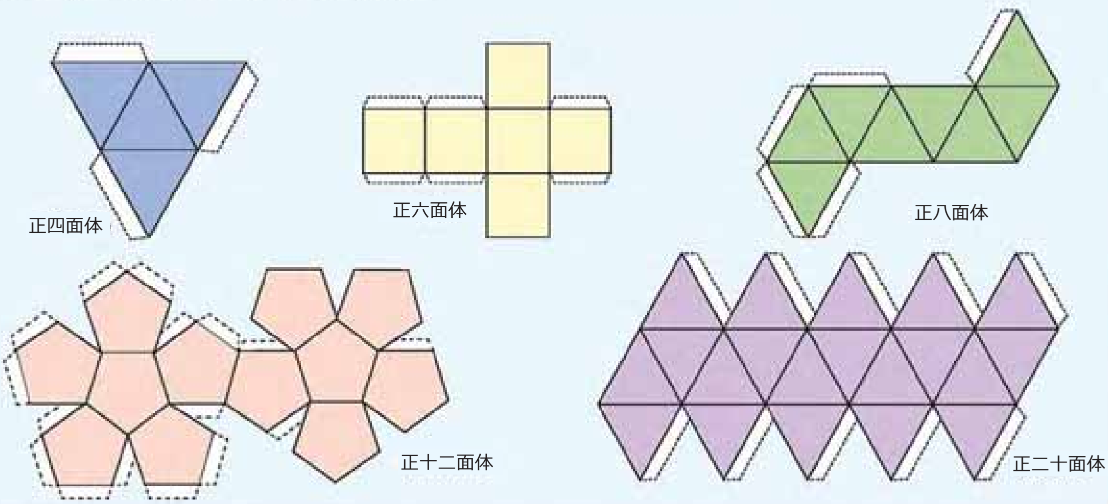
a) それぞれの多面体の外面を構成する図形は何ですか。
b) それぞれの多面体の面の数はいくつですか。
c) 多面体のどれにも共通する特徴は何ですか。

S

	正四面体	正六面体	正八面体	正十二面体	正二十面体
a)	三角形	正方形	三角形	五角形	三角形
b)	4	6	8	12	20
c)	正多角形の面で構成され、どの面も互いに合同です。				

C

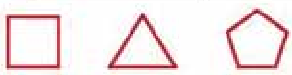
正多面体はどの面も合同で正多角形である立体図形です。立体図形を構築するのに使われた平面図形を立体図形の展開図と言います。例：



1.次の表を完成させなさい。

	正四面体	正六面体	正八面体	正十二面体	正二十面体
外面	正三角形	正方形	正三角形	正五角形	正三角形
面の数	4	6	8	12	20
頂点の数	4	8	6	20	12

2.正多角形をつくりなさい。



達成の目安

3.2 面の数と形で正多面体を分類します。

学習の流れ

前の授業で、立体図形を多面体と回転体に分類しました。この授業では、多面体を正多面体に二次分類します。

ねらい

Ⓟ 授業の中で進めてきたことを実践すること。問題2では、振り返りとして、いくつかの正多面体をつくることができます。できれば、その図形を使って授業で学んだ多面体をつくる方がいいでしょう。

日付： **U8 3.2**

Ⓟ 次の多面体を見てください。そして問いに答えなさい。

正四面体　正六面体　正八面体　正十二面体　正二十面体

Ⓢ

	正四面体	正六面体	正八面体	正十二面体	正二十面体
a)	三角形	正方形	三角形	五角形	三角形
b)	4	6	8	12	20

c) 正多角形の面で構成され、どの面も互いに合同です。

Ⓡ

面：
正三角形、正方形、正三角形、正五角形、正三角形
面の数：
4、6、8、12、20
頂点の数：4、8、6、20、12

宿題：

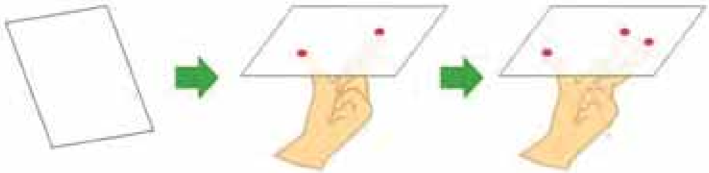
練習帳181ページ。

3.3 直線と平面図形の位置関係

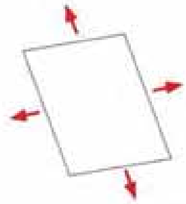
P

一枚の紙を手に取るとき、どのようにすれば、紙を安定してバランスを失わずに支えることができますか。

a) 指二本だけで紙を支えようとします。
b) 指三本で紙を支えようとします。
c) 紙が安定するのはどちらの方法ですか。



平面を辺の方向へ限りなく拡大する一枚の紙として考えます。



S

a) 指二本で、紙を持ったとすると、常にバランスを失います。
b) しかし、指三本で持つと紙は動かず、ぐらつきません。
c) したがって、紙は三本の指で、完全に支えられています。

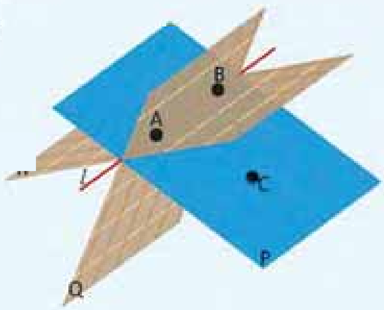
画像では、ピアノの屋根は直線状の底辺と支持点によって、安定して、支えられていることが分かります。

また、ピアノも、3点で支持されて安定を保っていることが分かります。

C

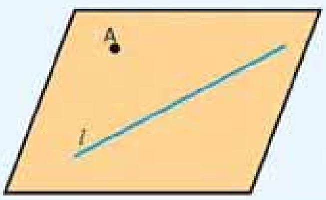
幾何学では、平面図形は2つの寸法(縦と横）を持つ要素ですが、厚みまたは高さがなく、P、Q、Rといった大文字で表されます。

- 2点を通る平面は多くあります。
- 一直線上にない3点を通るのは1つの平面だけです。

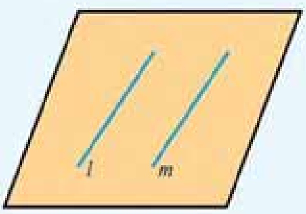


また、次の場合も、平面は1つに決まります。

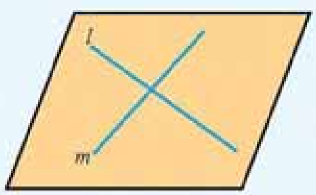
a) 直線とその直線上にない1点



b) 平行な2直線



c) 交わる2割線

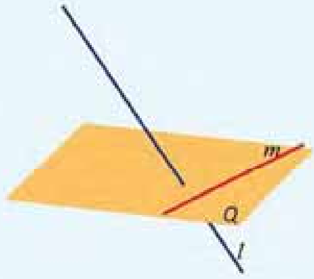


ユニット8

177

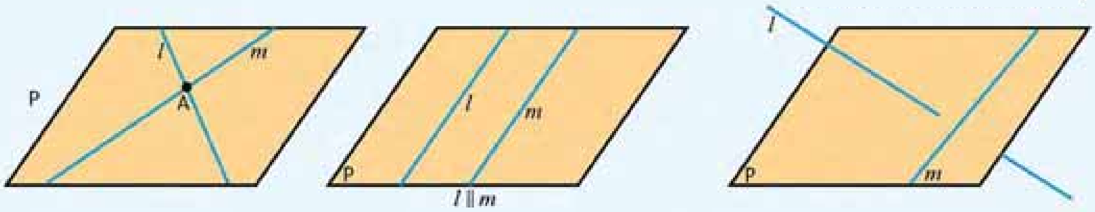
レッスン 3

空間幾何学では、平行でなく、交わらない2直線は**ねじれの位置**にあると言い、**ねじれの位置にある直線**と呼びます。画像にあるl とmのことです。



つまり、2直線の空間での位置関係は、次のように分類できます。

同一平面上 | **同一平面上にない**



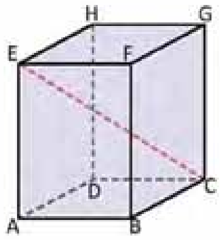
割線 | **平行な直線** | **ねじれの位置にある直線**

E

直方体 に注目し、次の問に答えてください。

次の点を通る直線とねじれの位置にある直線上の直方体の辺はどれですか。

a) $\overline{BC}$
b) $\overline{EC}$



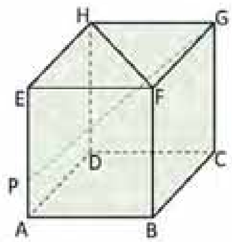
線分 $\overline{EC}$ は直方体の対角線と言います。

解き方。

a) 辺： $\overline{AE}$ 、$\overline{DH}$ 、$\overline{EF}$、$\overline{GH}$
b) 辺 $\overline{AB}$、$\overline{AD}$ 、$\overline{DH}$、$\overline{BF}$、$\overline{HG}$ 、$\overline{FG}$

1. 正六面体を見て、答えなさい。

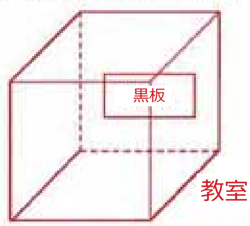
次の直線上にある辺はどれですか。



a) $\overline{BC}$を通る直線と交わる。
b) $\overline{BC}$を通る直線と平行である。
c) $\overline{BC}$を通る直線とねじれの位置にある。
d) $\overline{PG}$を通る直線とねじれの位置にある。

2. 教室で、直線と平面に似たものを見つけなさい。見つけたものの位置関係を学習した事に基づいて説明しなさい。

a) 平行な直線上のものに気付けましたか。
b) 交差する直線上のものに気付けましたか。
c) ねじれの位置にある直線上のものに気付けましたか。



a) 黒板の横の辺。
b) 黒板の横の辺と垂直な辺。
c) 黒板の横の辺に平行な天井の辺と、黒板の右または、左にある辺。

達成の目安

3.3　直線と平面の位置関係を特定します。

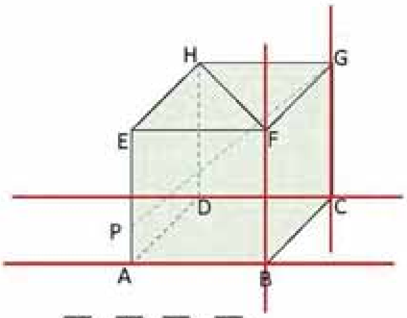
学習の流れ

この授業では、空間における平面および、2直線の位置関係を導入して、空間幾何学を勉強します。平面では、通常、使用する表記法とそれを区別する条件を示します。空間における2直線の位置関係では、割線、平行な直線、ねじれの位置にある直線について勉強します。

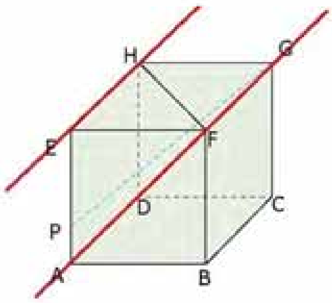
ねらい

Ⓟ、与えられた角柱の2辺が通る直線とねじれの位置にある直線を特定すること。この点については、Ⓒ で直線の位置関係を定義しましたが、この関係は線分間でも同じようにいえることをはっきりさせることが重要です。つまり、辺AEは辺FB（角柱の各辺は1つの線分であるため）に平行です。辺AE と辺EF は交差しないので、これらの線分は交わると言わないよう注意してください。交差するのは、前記線分上を通る直線だということです。

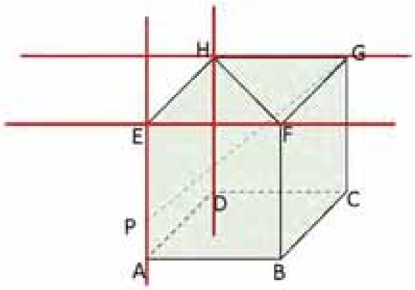
いくつかの設問の解：



$\overline{AB}$, $\overline{DC}$, $\overline{FB}$, $\overline{GC}$



$\overline{AD}$, $\overline{EH}$ および $\overline{FG}$



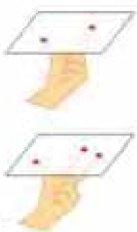
$\overline{AE}$, $\overline{DH}$, $\overline{EF}$ および $\overline{HG}$

d) $\overline{AD}$, $\overline{EH}$, $\overline{AB}$, $\overline{DC}$, $\overline{DH}$, $\overline{EF}$, $\overline{BF}$ および $\overline{BC}$

日付：　　　　　　　**U8 3.3**

Ⓟ どのようにすれば、紙を安定してバランスを失わずに支えることができますか。

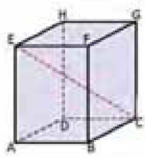
a) 指二本で紙を支えようとします。
b) 指三本で紙を支えようとします。
c) どの方法を使えば紙が最も安定しますか。



Ⓢ a) 指二本だとバランスを失います。
b) 指三本だと、紙は動かず、ぐらつきません。
c) したがって、指三本で支えられました。

直線状の底辺と支持点でピアノの屋根(LT参照）も支えられました。

Ⓔ 直方体では



以下を通る直線とねじれの位置にある直線上の辺は、

a) $\overline{BC}$ に対し $\overline{AE}$、$\overline{DH}$、$\overline{EF}$、$\overline{GH}$.
b) $\overline{EC}$に対し $\overline{AB}$、$\overline{AD}$、$\overline{DH}$、$\overline{BF}$、$\overline{HG}$、$\overline{FG}$

Ⓡ 1. a) $\overline{AB}$, $\overline{DC}$, $\overline{FB}$, $\overline{GC}$
b) $\overline{AD}$, $\overline{EH}$ および $\overline{FG}$
c) $\overline{AE}$, $\overline{DH}$, $\overline{EF}$ および $\overline{HG}$
d) $\overline{AD}$, $\overline{EH}$, $\overline{AB}$, $\overline{DC}$, $\overline{DH}$, $\overline{EF}$, $\overline{BF}$ および $\overline{BC}$

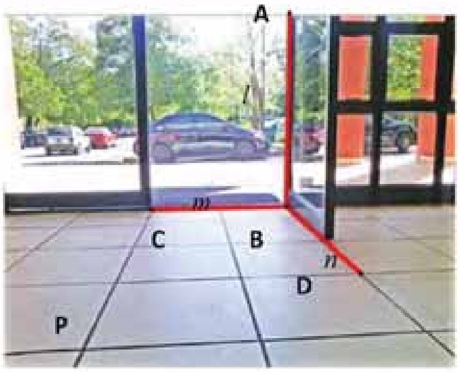
宿題：
練習帳182ページ

3.4 平面図形と直線の垂直性

P

次の画像は開いたドアを示しています。

a) AB を通る直線とBCを通る直線はどんな位置関係にありますか。
b) AB を通る直線とBDを通る直線はどんな位置関係にありますか。
c) AB を通る直線と平面Pはどんな位置関係にありますか。



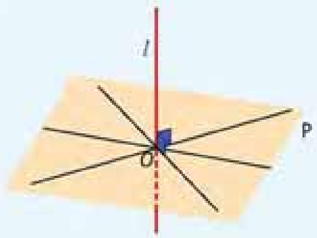
S

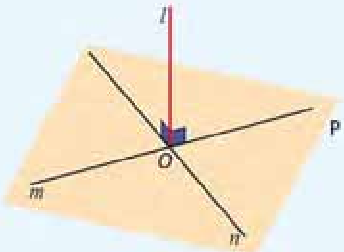
図に注目すると
a) $l \perp m$
b) $l \perp n$
c) $l \perp P$　線分ABは平面Pと垂直であるということです。

C

画像に示すように、直線 l は平面P 上にあるどの線に対しても垂直で、画像の中の点Oである、lと平面P の交点を通ります。

この場合、直線 l は平面Pに垂直であるといいます。





直線l が平面Pに垂直である場合、直線 l と 平面 Pの交点Oを通るどの直線にも垂直です。左の画像に示す通りです。

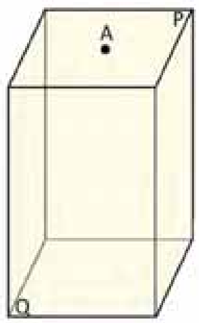
E

画像には、直方体の底面である平面P上に点A があります。

点Aから平面Qまでの距離を求める手順はどれですか。

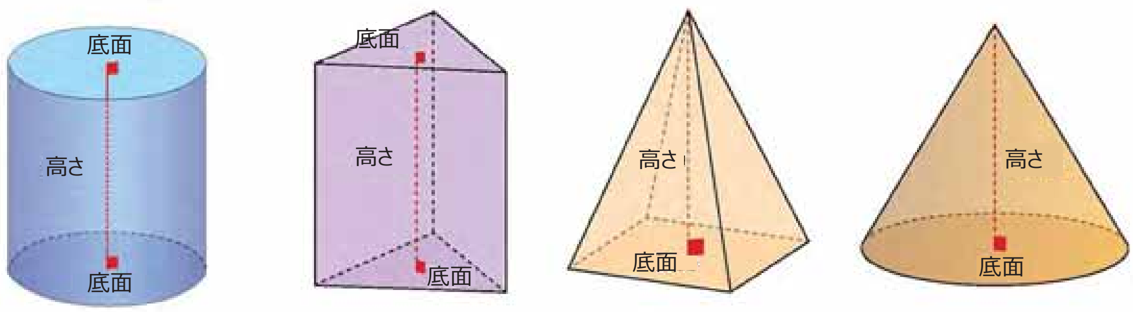
解き方。

平面Qに対し垂直な直線上にある点Aから平面Qまでの線分を引かなければなりません。



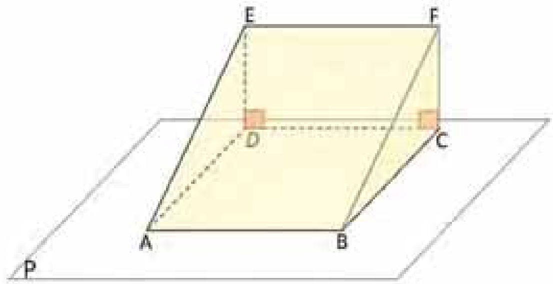
レッスン 3

角柱と円柱においては、2底面は平行で、その2底面を結び、底面に垂直な線分を高さと言います。角錐と円錐においては、高さは頂点と底面を結ぶ線分で、底面と垂直です。



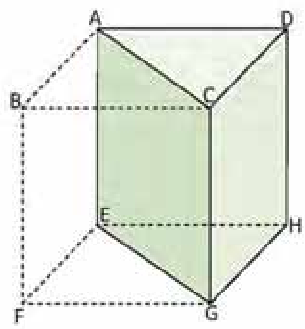
1. 画像で、平面P上に三角柱があるとき、

a) $\overline{BC}$ に平行な線分はどれですか。
b) $\overline{AE}$ のねじれの位置にある線分はどれですか。
c) 平面Pに垂直な線分はどれですか。
d) 平面P上にある面を底面とするとき、高さになる角柱の辺を特定しなさい。



2.画像に、立方体の中に三角柱があります。

a) $\overline{AC}$ に平行な線分はどれですか。
b) $\overline{DH}$ に垂直な線分はどれですか。
c) $\overline{GH}$ を底辺とするとき、高さになる角柱の辺を特定しなさい。



達成の目安

3.4　点と平面の間の距離を求めます。

学習の流れ

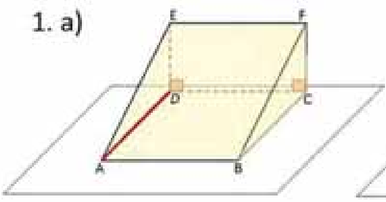
この授業では、直線と平面の垂直条件を勉強しながら、平面の学習を継続します。角柱と円柱の底面は平行である事を確立するために利用し、2底面を結び、底面に垂直な線分を**高さ**と言います。角錐と円錐では、高さは、頂点と底面を結ぶ線分です。前記の考え方に行きつくために、点Aから平面Qまでの距離を求める手順から始めます。

ねらい

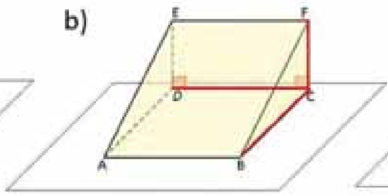
Ⓟ 直線と平面の垂直条件を確立します。この点では、1直線が、*l* と 平面Pの交点を通る平面P上の2直線に垂直であるとき、*l* は Pに垂直となります。平面と交わる線分についても、その性質は同じことが言えます。

いくつかの設問の解：

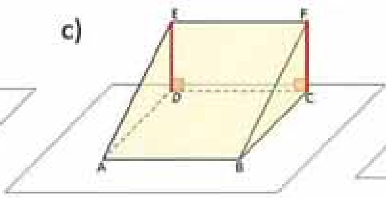
1. a)



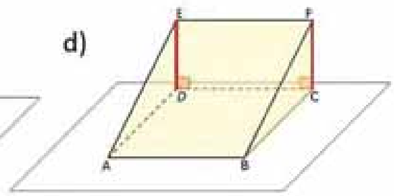
b)



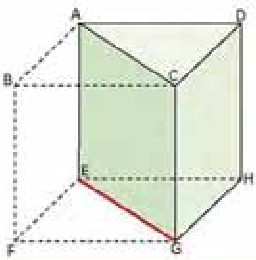
c)



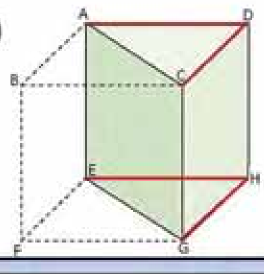
d)



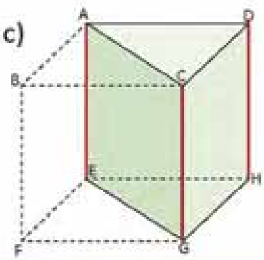
a)



b)



c)

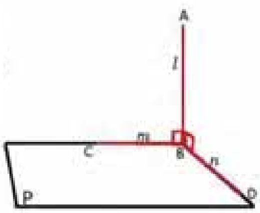


解を求めるには、角柱が立方体の内部にあるとみなします。

日付：　　**U8 3.4**

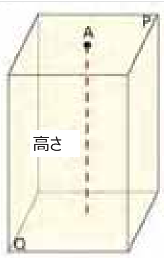
Ⓟ AB を通る直線と次とは、どんな位置関係にありますか。

a) BCを通る直線
b) BDを通る直線
c) 平面P



Ⓢ 画像で分かるように
a) l ⊥ m
b) l ⊥ n
c) l ⊥ P　線分ABは平面Pに垂直であるということです。

Ⓔ 直方体では、点A から平面Qまでの距離を求めるには、AからQに向かってQに垂直な線分を引きます。



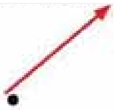
Ⓡ 1.a) $\overline{AD}$
b) $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ および $\overline{CF}$
c) $\overline{DE}$ および $\overline{CF}$　宿題：
d) $\overline{DE}$ および $\overline{CF}$　練習帳184ページ。

3.5 平面図形の移動でできる立体図形

P

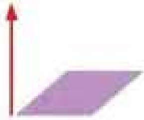
各問が示す状況をよく見ましょう。各図形が隣にある矢印の方向に移動すると、その跡が残ります。それぞれどんな形になりますか。

a) 点



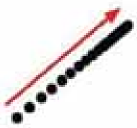
b) 直線

c) 平面

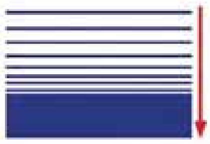


S

a) 直線になります。



b) 平面になります。



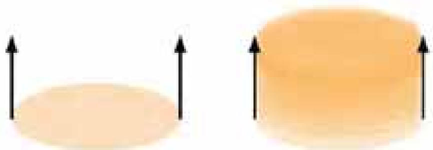
c) 角柱になります。

C

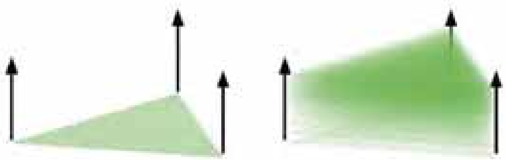
- 一列に並んだ、限りない点の集合は直線です。
- 限りない直線の集合は平面です。
- 限りない平面の集合は立体です。

E

画像のように、円を垂直に移動させると、円柱になります。

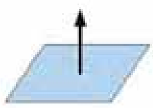


画像のように、三角形を垂直に移動させると、三角柱になります。

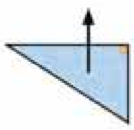


1. 次の図形を底面とみなすとき、それぞれの図形を垂直に移動させるとできる立体を各自のノートに描きなさい。

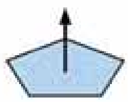
a)



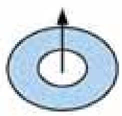
b)



c)

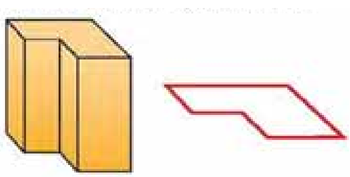


d)

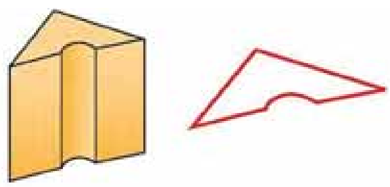


2. 画像にある2つの立体図形に注目し、垂直に移動させると、この立体図形となる図形を描いてください。

a)



b)



達成の目安

3.5 平面図形の移動でできる立体図形を求めなさい。

学習の流れ

3.3の授業で、平面の勉強を始め、前回の授業で、立体図形の勉強をしました。それで、平面図形を移動させて平面や立体図形をつくる方法に取り組むことができます。

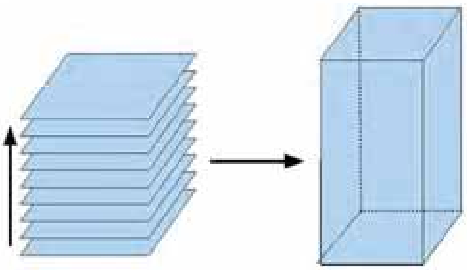
ねらい

Ⓟ、Ⓢ ある点を一方向だけに移動させると直線ができ、同時に、同じ方向への直線の移動で、平面ができ、平面を同じ方向に移動させると立体図形ができることが示されること。

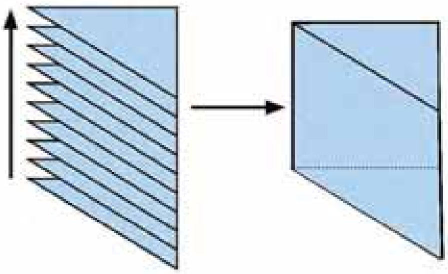
備考：Sでは厳密には、a) 半直線、b)半平面、c)半立体です。

いくつかの設問の解：

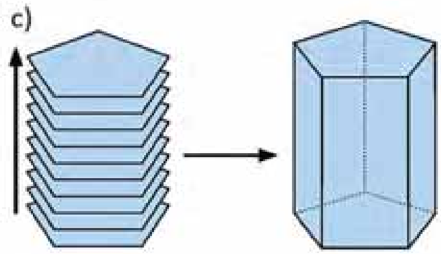
1. a)



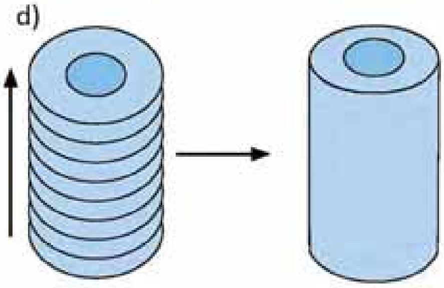
b)



c)



d)

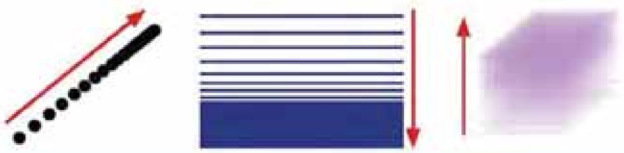


日付： **U8 3.5**

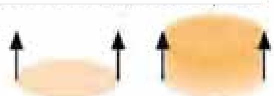
Ⓟ 隣にある矢印の方向に移動するとき、それぞれが跡を残します。それぞれどんな形になりますか。

a) 1点　　b) 1直線　　c) 1平面

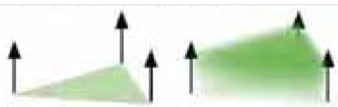
Ⓢ a) 1直線　　b) 1平面　　c) 1角柱



Ⓔ 円を垂直に動かすと、円柱となります。

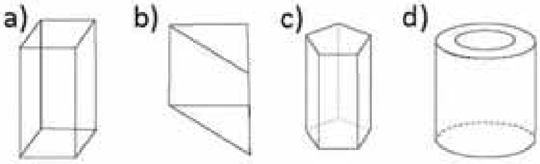


三角形を垂直に動かすと、三角柱になります。



Ⓡ 1.

a)　b)　c)　d)



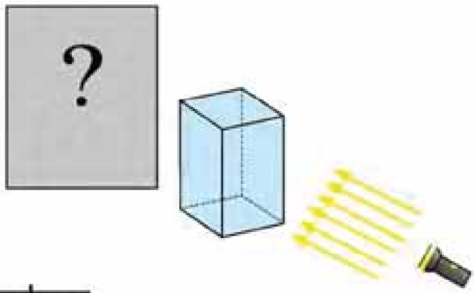
宿題： 練習帳185ページ。

3.6 垂直投影

P

画像では、ランプからグレーの壁に対し垂直な光線を投影します。壁と光線の間に底面が正方形の直方体があり、壁に影が映っています。直方体を回転してできる形によっては、異なった影が見えました。

次に示す影になるには、四角柱をどのように回転させなくてはなりませんか。



S

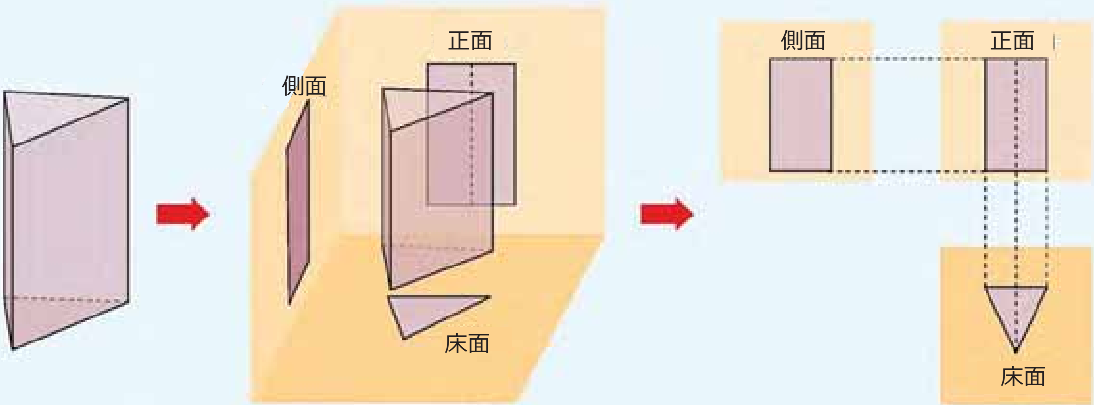
a) この影になるには、四角柱を支える底面が壁に対し前になるよう直方体を回転させなければなりません。
b) その影になるには、画像に示す、最初の位置になければなりません。

C

物体の**垂直投影図は**投射線が投影面に対し垂直である投影図です。

3つの壁に囲まれた角柱があるとき、壁を平面とみなし、それぞれを画像3に示すように、平面図形として垂直投影図を描いてください。

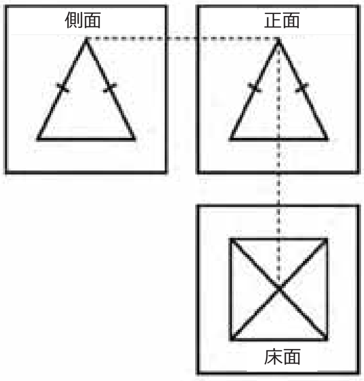
立面図、側面図、平面図の3種類の投影図を考慮に入れます。



画像 1　画像 2　画像 3

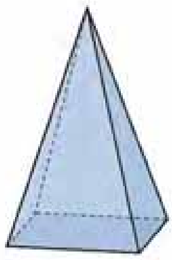
レッスン 3

E 示された垂直投影図に対応する立体図形を各自のノートに描き、その立体の名称を書いてください。



解き方。
画像に注目すると、側面図と立面図は二等辺三角形です。また、平面図は対角線のある正方形です。点線で対応する頂点を結びます。

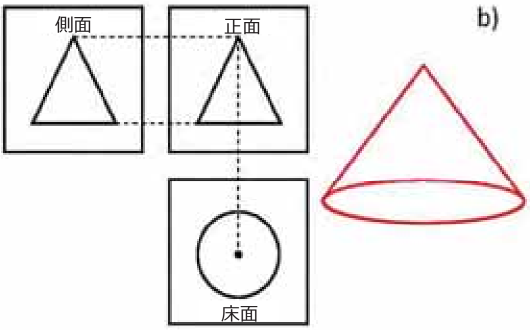
したがって、図形は角錐です。



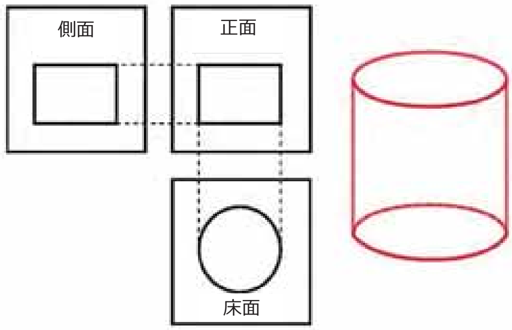
角錐

1. 次の垂直投影図で表された立体図形を各自のノートに描きなさい。

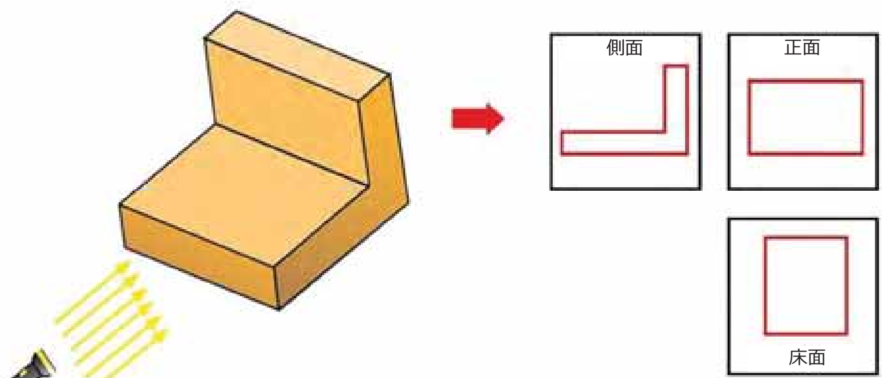
a)



b)



2. 次の図形の投影図を描いてください。



達成の目安

3.6　垂直に投影された図形を見て、立体図形を特定します。

学習の流れ

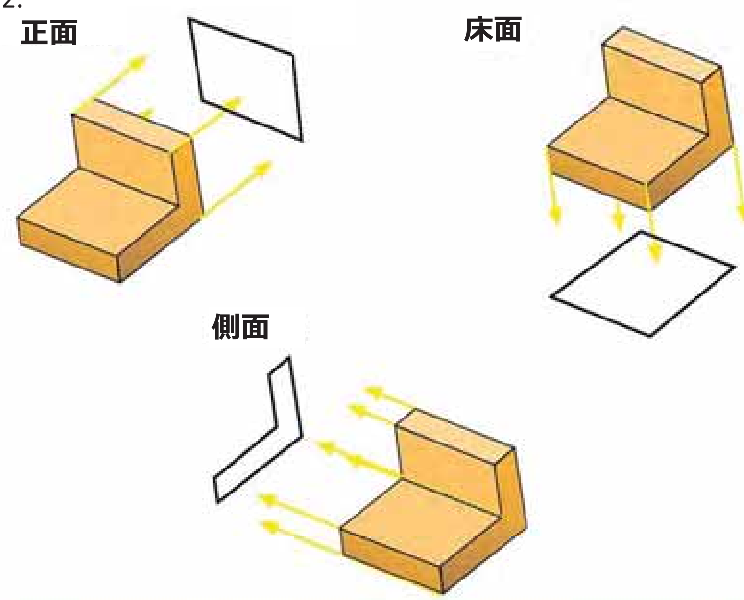
以前の3回の授業で、平面を勉強したので、生徒はそれをよく知っています。そのため、この授業では、立体図形を様々な平面にする垂直投影図に取り組みます。この場合、**射影直線**と**投影面**の概念を導入します。

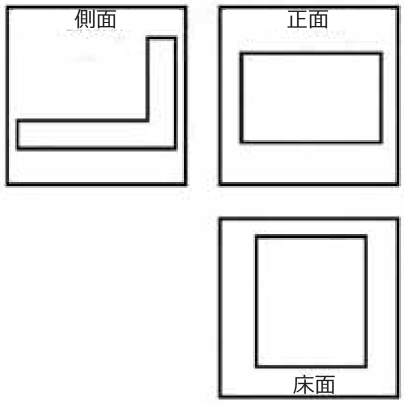
ねらい

Ⓟ, Ⓢ 立体図形を3種の平面（立面図、側面図、平面図）にする投影図を明確にします。Ⓒ側面図、立面図、平面図によって表される平面にする投影図から、投影された立体図形を求めます。Ⓟでは、立体図形を3つの平面に投影し、一方、Ⓔでは、3種の平面から成る投影図から、立体図形を求めます。

いくつかの設問の解：

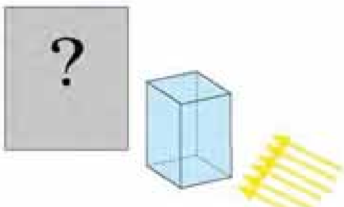
2.



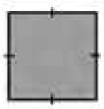


日付：　**U8 3.6**

Ⓟ



次に示す影になるには、角柱をどのように回転させなくてはなりませんか。

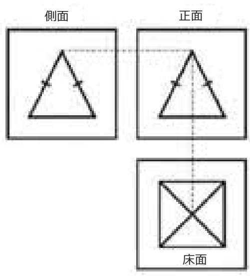
a) 

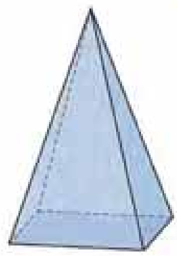
b) 

Ⓢ a) 四角柱を支える底面が壁に対し正面になるよう四角柱を回転させなければなりません。

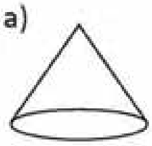
b) 四角柱は画像に示した最初の位置になくてはなりません。

Ⓔ

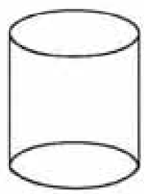




Ⓡ 1. a)



b)

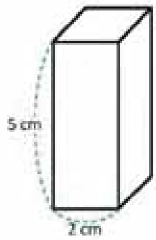


宿題： 練習帳186ページ

3.7 角柱の展開図とその総面積

P

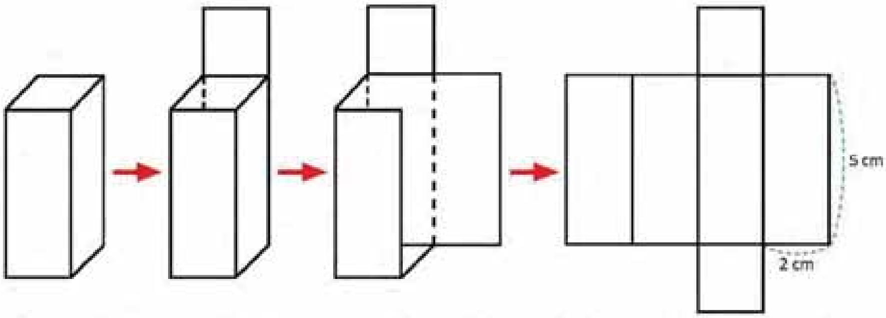
直方体の表面積を求めなさい。



立体図形のもっとも外側にある部分を表面と言います。

S

画像のように、直方体を紙でできているかのように分解することができます。



最後の図は、立体図形の展開図を示しています。この図形は合同な4つの長方形と直方体の底面である2つの正方形からできています。

長方形1つの面積は、$5 \times 2 = 10$ cm^{2}です。正方形1つの面積は$2 \times 2 = 4$ cm^{2}です。

よって、表面積は $\underbrace{10 \times 4}_{\text{側面積}} + \underbrace{4 \times 2}_{\text{底面積}} = 40 + 8 = \underbrace{48\ \text{cm}^2}_{\text{総面積}}$. です。

C

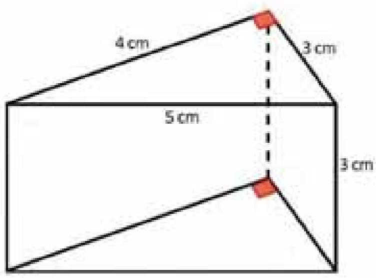
どんな角柱の総面積も次の関係式を使って求めることができます。

$$A_T = A_l + A_b$$

A_lは側面積、また A_bは底面積

E

三角柱の総面積を求めなさい。

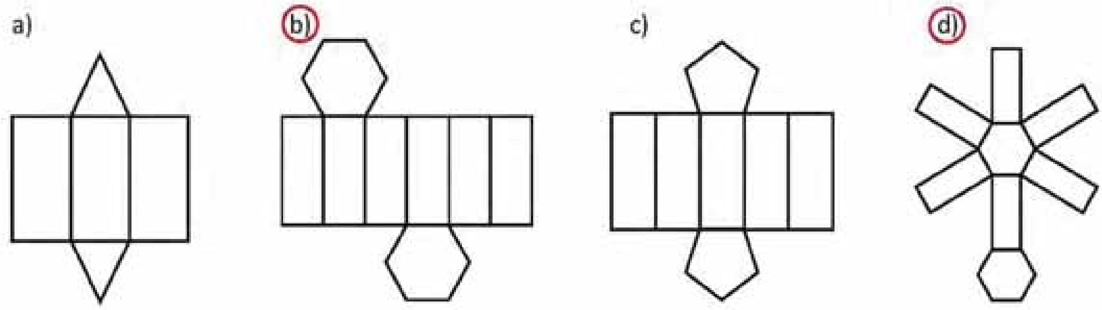


解き方。

角柱の総面積は次のように計算できます。$\mathbf{A}_T = \mathbf{A}_l + \mathbf{A}_b$

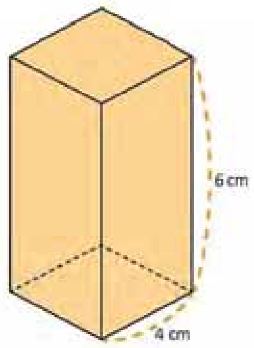
$$\mathbf{A}_l = 5 \times 3 + 4 \times 3 + 3 \times 3 = 15 + 12 + 9 = 36$$
$$\mathbf{A}_b = 4 \times 3 \div 2 + 4 \times 3 \div 2 = 6 + 6 = 12$$
$$\mathbf{A}_T = 36 + 12 = 48\ cm^2$$

1. 次の展開図のうち、六角柱をつくるためにはどれを使いますか。



2.底面が正方形の四角柱の総面積を求めなさい。

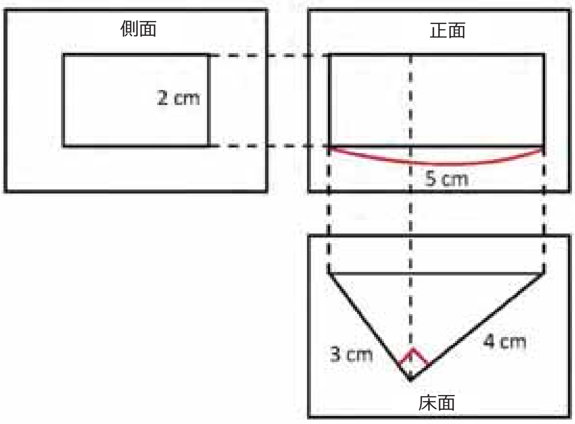
総面積：128 cm^2



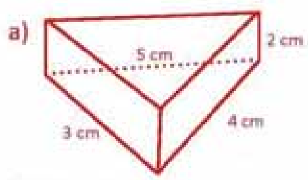
3.画像に直角三角柱の垂直投影図が示してあります。

a) 与えられた寸法でできる図形を各自のノートに描きなさい。

b) できた角柱の総面積を求めなさい。



a)



b) 36 cm^2

ユニット 8

185

達成の目安

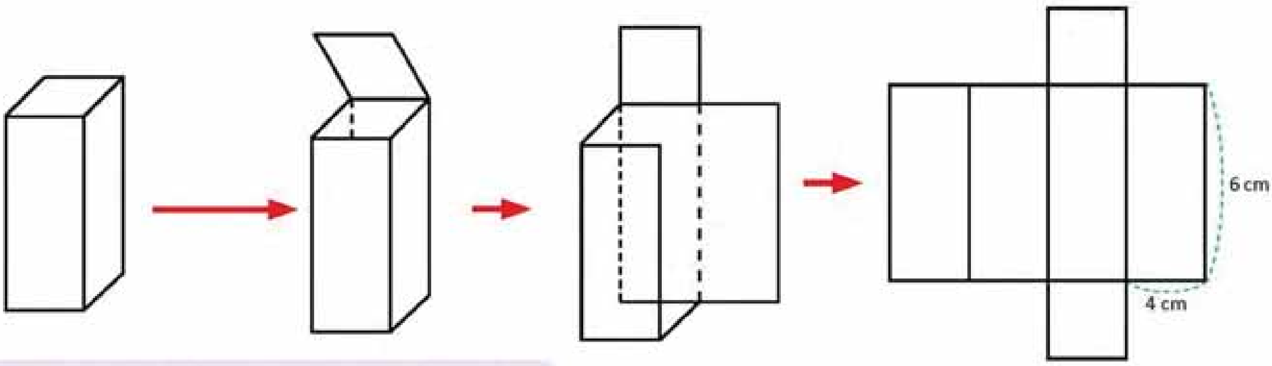
3.8 展開図から角柱の表面積を計算します。

学習の流れ

生徒は立方体、直方体、三角柱の原型をつくり、また、与えられた原型の集合の中から立方体の原型を特定することを勉強しました。この授業では、**展開図**の概念、特に前の学年でつくった角柱の**原型**に相当する角柱の展開図の概念を導入します。また、特定の角柱の展開図から導き出される、角柱の総面積を計算できる関係式について学習します。

ねらい

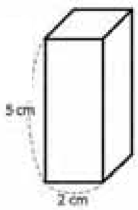
Ⓟ、角柱の大きさを計算する式を適用すること。この点については、角柱の総面積を計算しますが、Ⓟで示したものとは異なり、三角柱です。



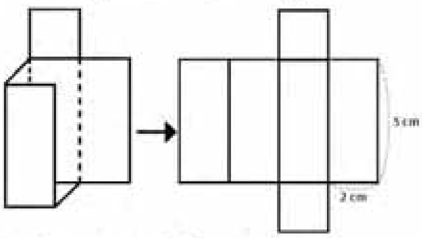
達成の目安の確認のために、時間に応じて、まず、練習2を行わなければならず、次に、前回の授業の復習として練習1と3を行うことになります。

日付： **U8 3.7**

Ⓟ 直方体の表面積を求めなさい。

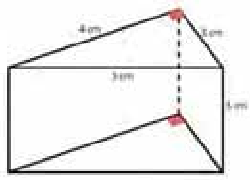


Ⓢ



図形は、4つの合同な長方形と、同じように合同な2つの正方形でできています。長方形1つの面積は、5 × 2 = 10 cm²です。
正方形1つの面積は、2 × 2 = 4 cm²です。よって、表面積は、
$10 \times 4 + 4 \times 2 = 40 + 8 = 48$ cm²

Ⓔ 三角柱では、



総面積は以下のように計算します。

$A_l = 5 \times 3 + 4 \times 3 + 3 \times 3$
$= 15 + 12 + 9$
$= 36$
$A_b = 4 \times 3 \div 2 + 4 \times 3 \div 2$
$= 6 + 6$
$= 12$
$A_T = A_l + A_b = 36 + 12 = 48$ cm²

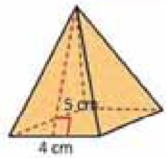
Ⓡ 1. bとd
2.128 cm²

宿題：
練習帳187ページ

3.8 角錐の展開図とその総面積

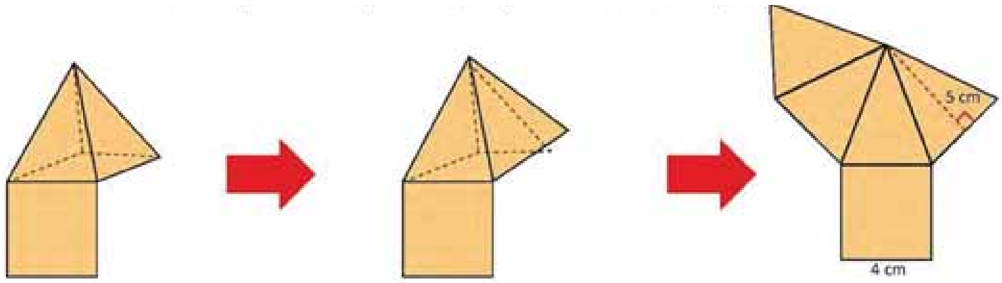
P

画像に、底面が正方形の角錐が示してあります。
角錐の表面積を求めなさい。



S

角錐の展開図があれば、どのように面積を計算するかよりわかります。



角錐は互いに合同な二等辺三角形の4面と正方形の底面1つでできています。

三角形1つの面積： $4 \times 5 \div 2 = 20 \div 2 = 10$ cm²
側面積： $A_l = 10 \times 4 = 40$ cm²
底面の面積： $A_b = 4 \times 4 = 16$ cm²
総面積： $A_T = A_l + A_b = 40 + 16 = 56$ cm²

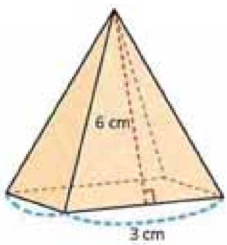
C

どの角錐の総面積も次の関係式で求められます。

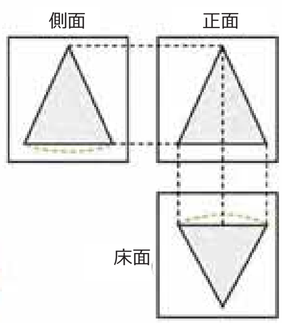
$$A_T = A_l + A_b$$

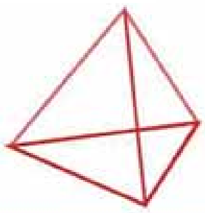
A_lは側面積、また A_bは底面積

1.底面が正方形の次の角錐の表面積を求めなさい。
総面積：45 cm²



2.右の画像に、ある図形の垂直投影図があります。できる立体図形を描きなさい。





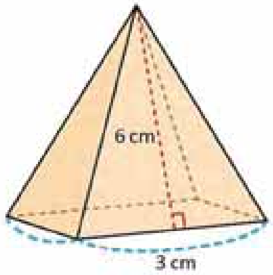
達成の目安

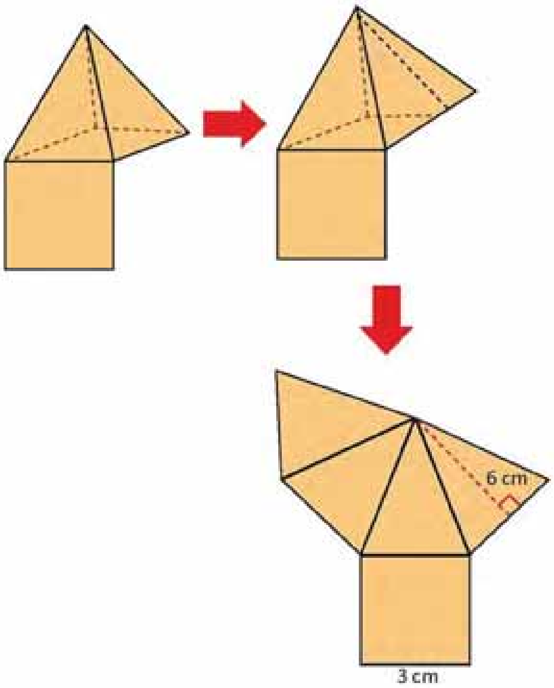
3.9　展開図から角錐の総面積を計算します。

学習の流れ

前の授業で、角柱の展開図と総面積の計算を勉強しました。この授業では、角錐に適用するために、同じことを再び取り上げます。前回の授業と同様に、総面積の計算ができる関係式は、特定の角錐から導き出されます。

いくつかの設問の解：





$A_T = A_l + A_b$

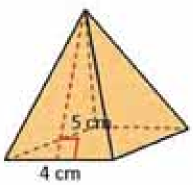
$A_l = 3 \times 6 \div 2 \times 4$
$= 36$

$A_b = 3 \times 3$
$= 9$

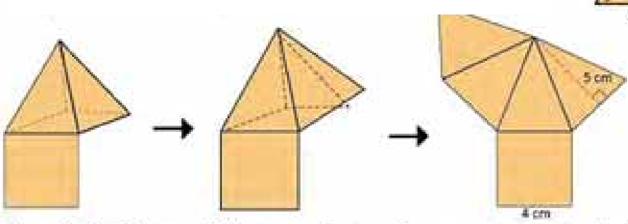
$A_T = 36 + 9 = 45\ cm^2$

日付：　**U8 3.8**

Ⓟ 画像に、底面が正方形の角錐が示してあります。角錐の表面積を求めなさい。



Ⓢ

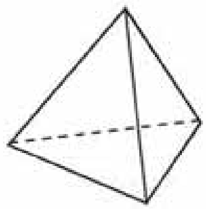


角錐は互いに合同な二等辺三角形の4面と底面の正方形1つでできています。

三角形1つの面積：$4 \times 5 \div 2 = 20 \div 2 = 10\ cm^2$
側面積：$10 \times 4 = 40\ cm^2$
底面の面積：$4 \times 4 = 16\ cm^2$
総面積：$40 + 16 = 56\ cm^2$

Ⓡ 1. $45\ cm^2$

2.

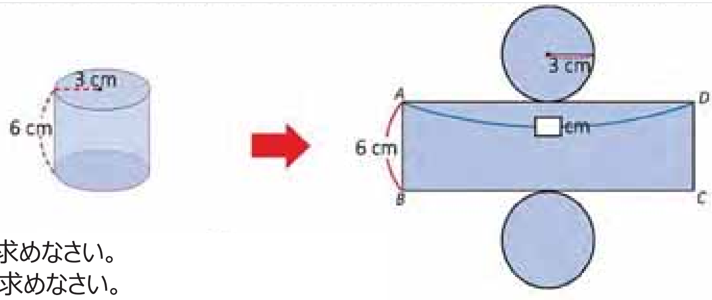


宿題：
練習帳189ページ

3.9 円柱の展開図とその総面積

P

画像に示された寸法の円柱の展開図があります。



a) 線分$\overline{AD}$の長さを求めなさい。
b) 円柱の表面積を求めなさい。

S

a) 線分 $\overline{AD}$ の長さは、線分上の円周の長さと一致します。これは 円周の長さを求める式を使って求められます。$lc = 2\pi r$.

したがって、AD = $2\pi \times 3 = 6\pi$ cm

b) 円柱の総面積は底面積に、長方形の面積である、側面積を足したものからなっています。

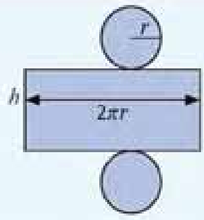
底面積：$A_h = 2\pi \times 3 \times 3 = 18\pi$ cm^2
長方形の面積：$A_l = \overline{AD} \times \overline{AB} = 6\pi \times 6 = 36\pi$ cm^2
総面積：$A_T = 18\pi + 36\pi = 54\pi$ cm^2

C

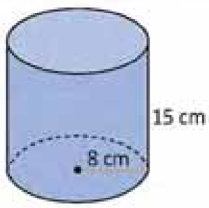
円柱の総面積は次の関係式を使って求められます。
円柱の総面積 = 底面積 + 側面積

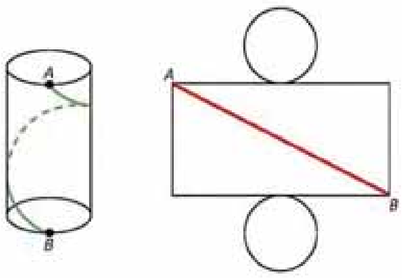
$$A_T = A_b + A_l$$
$$A_T = 2\pi r^2 + 2\pi r \times h$$

rは 円の半径、また hは円柱の高さです。



1.円柱の総面積を求めなさい。
総面積：368π cm^2





2. 画像に従って、AからBまで円柱に沿って糸を巻きつけました。円柱の展開図があるとき、

展開図にどのように糸が残るか描きなさい。

達成の目安

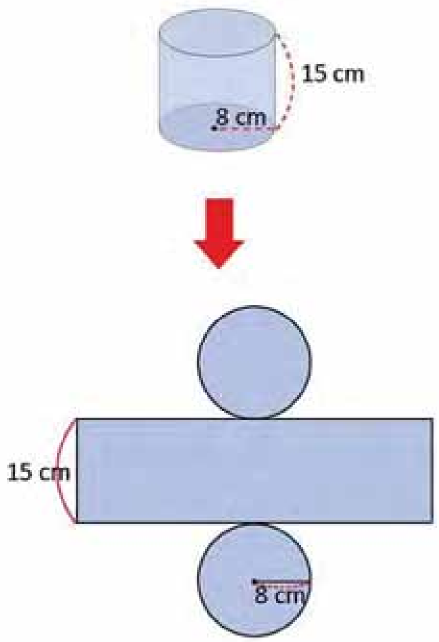
3.9　円柱の展開図からその総面積を計算します。

学習の流れ

前回2回の授業で、多面体の展開図を勉強したので、ここでは、3.1の授業で提示した回転体の1つである、円柱の展開図を勉強します。多面体で行ったのと同様に、円柱の総面積を計算するために使う関係式を提示します。関係式は特定の円柱から導き出されます。

いくつかの設問の解：

1.



したがって、
rは8 cm、また hは15 cmです。

$A_T = A_l + A_b$

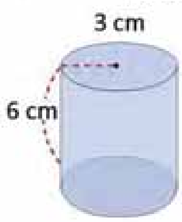
$A_l = 2\pi \times 8 \times 15$
$= 240\pi$

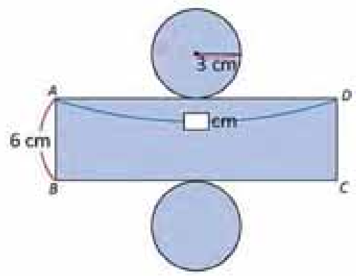
$A_b = \pi \times 8^2 \times 2$
$= 128\pi$

$A_T = 240\pi + 128\pi = 368\pi\ \text{cm}^2$

日付：　　**U8 3.9**

Ⓟ



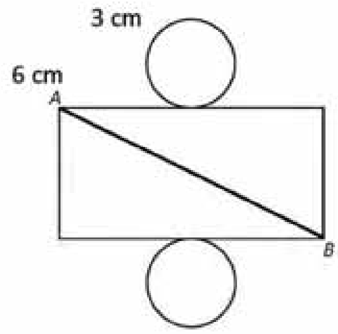


a) 線分$\overline{AD}$の長さを求めなさい。
b) 円柱の表面積を求めなさい。

Ⓢ a) 線分$\overline{AD}$ の長さは線分上の円周の長さに等しいです。したがって、AD = $2\pi \times 3 = 6\pi$ cm
b) 底面の面積：$A_b = \pi \times 3 \times 3 \times 2 = 18\pi\ \text{cm}^2$
長方形の面積：$A = \overline{AD} \times \overline{AB} = 6\pi \times 6 = 36\pi\ \text{cm}^2$
総面積：$A_r = 18\pi + 36\pi = 54\pi\ \text{cm}^2$

Ⓡ 1. $368\pi\ \text{cm}^2$

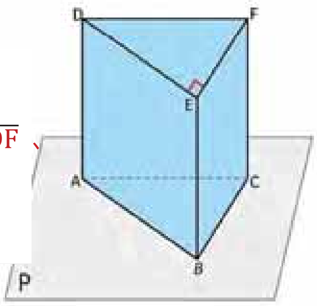
2.



宿題： 練習帳191ページ

3.10 復習問題

1.次の画像で、平面P上に三角柱があります。画像を見て、問いに答えなさい。



a) $\overline{AB}$ に平行な線分はどれですか。$\overline{DE}$

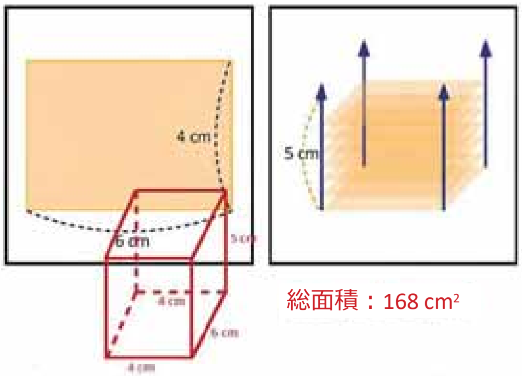
b) $\overline{ED}$に垂直な線分はどれですか。$\overline{EF}$、$\overline{AD}$、$\overline{BE}$

c) ABを通る直線とねじれの位置にある角柱の線分はどれですか。$\overline{DF}$、$\overline{EF}$、$\overline{FC}$

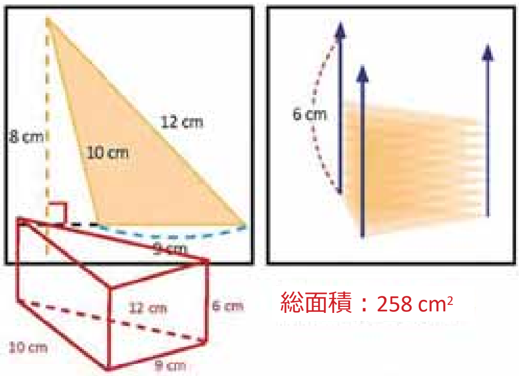
d) 平面Pに垂直な線分はどれですか。

$\overline{DE}$、$\overline{BE}$、$\overline{FC}$

2. 各問に対し、図形を垂直に移動してできる立体図形を各自のノートに描き、その図形の総面積を求めなさい。



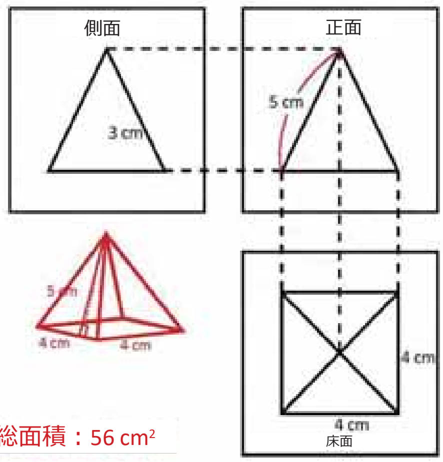
総面積：168 cm²



総面積：258 cm²

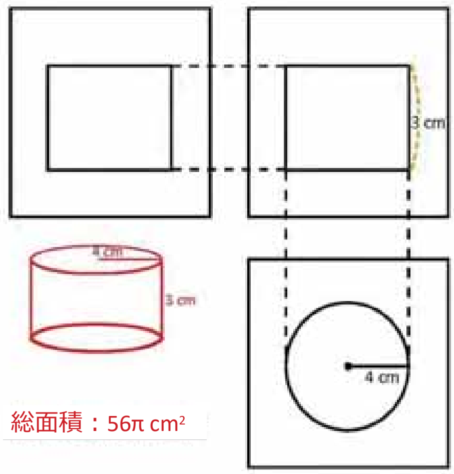
3. 次の垂直投影図で、できた物体を各自のノートに描き、その総面積を求めなさい。

a)



総面積：56 cm²

b)

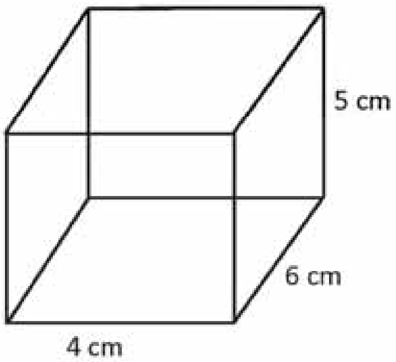


総面積：56π cm²

達成の目安

平面、立体図形および、角柱、角錐、円柱の総面積についての問題を解きます。

2. a)



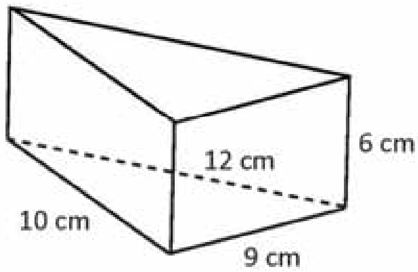
$A_T = A_l + A_b$

$A_l = 5 \times 6 \times 4$
$= 120$

$A_b = 4 \times 6 \times 2$
$= 48$

$A_T = 120 + 48 = 168 \text{ cm}^2$

b)



$A_T = A_l + A_b$

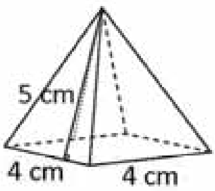
$A_l = 10 \times 6 + 12 \times 6 + 9 \times 6$
$= 186$

提起された練習問題に示されるデータにより、底辺になる三角形の高さは8 cmとなります。

$A_b = 9 \times 8 \div 2 \times 2$
$= 72$

$A_T = 186 + 72 = 258 \text{ cm}^2$

3. a)

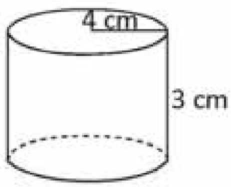


$A_l = 4 \times 5 \div 2 \times 4$
$= 40$

$A_b = 4 \times 4$
$= 16$

$A_T = 40 + 16 = 56 \text{ cm}^2$

b)



$A_l = \pi \times 8 \times 3$
$= 24\pi$

$A_b = \pi \times 4^2 \times 2$
$= 32\pi$

$A_T = 24\pi + 32\pi = 56\pi \text{ cm}^2$

宿題： 練習帳192ページ。

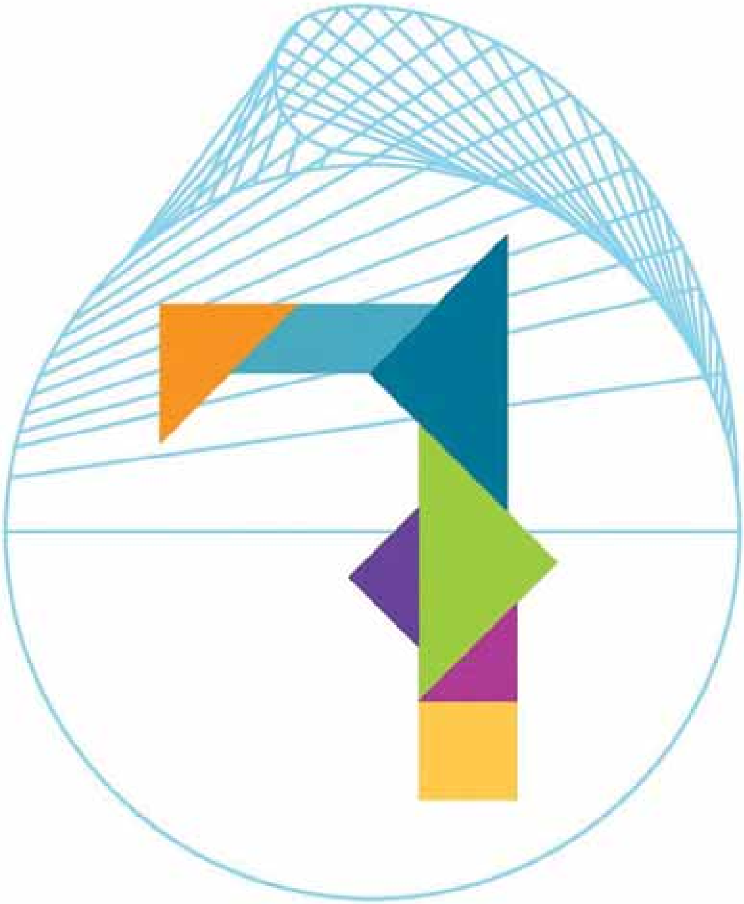
次の授業では各自の色鉛筆セットと定規セットを用意するよう生徒に指示します。

付録

テスト

教員が適宜コピーして使えるように、各ユニット毎のテスト、学期末テスト、学年末テストをここに掲載します。

REPÚBLICA DE EL SALVADOR EN LA AMÉRICA CENTRAL



教師用指導書 算数 第2版 7 第2巻