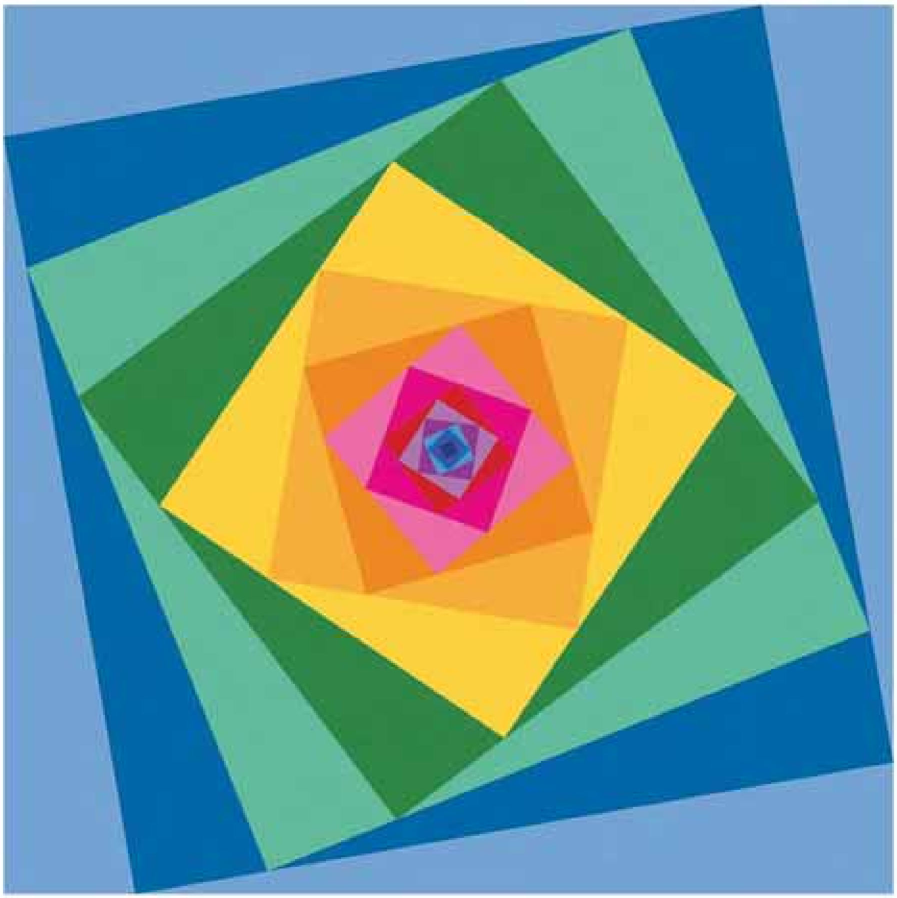
エルサルバドル政府

教育省

算数 8



第1巻

教師用指導書

第二版

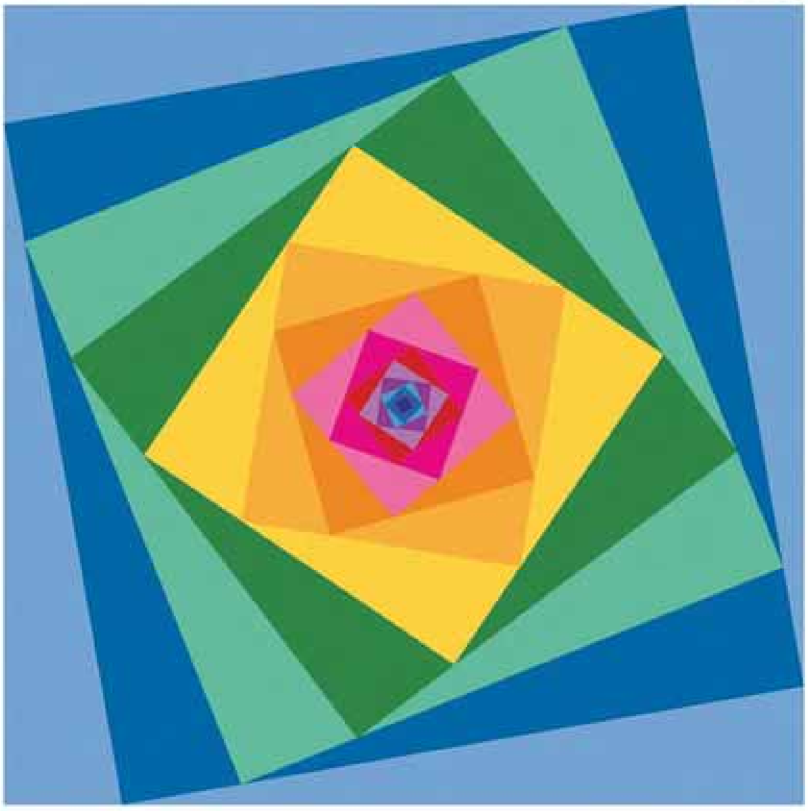
ESMATE

JICA

エルサルバドル政府

教育省

算数 8



第1巻

教師用指導書

第二版

教育省の執筆及びレイアウトチーム

Ana Ester Argueta Aranda
Erick Amílcar Muñoz Deras
Reina Maritza Pleitez Vásquez
Diana Marcela Herrera Polanco
Francisco Antonio Mejía Ramos
Norma Elizabeth Lemus Martínez
Salvador Enrique Rodríguez Hernández
César Omar Gómez Juárez

デザイン及びレイアウトの校正

Francisco René Burgos Álvarez
Judith Samanta Romero de Ciudad Real

文体修正

Mónica Marlene Martínez Contreras
Marlene Elizabeth Rodas Rosales
Ana Esmeralda Quijada Cárdenas

国際協力機構（JICA）を通じた日本の技術協力

表紙には、教育的見地から連続する正方形の図を用いています。それぞれの正方形において４つの合同な直角三角形が作られています。

372.704 5
M425 算数8 ［電子資料］ ：第1巻、教師用指導書／Ana Ester Argueta Aranda、Erick Amílcar Muñoz Deras、Reina Maritza Pleitez Vásquez、Diana Marcela Herrera Polanco、
監修 Francisco Antonio Mejía Ramos、Norma Elizabeth Lemus Martínez、Salvador Enrique Rodríguez Hernández、César Omar Gómez Juárez。-- 第2版 --
サンサルバドル、エルサルバドル：教育省（MINED）、2019年。
電子資料1件、（272ページ：図解入り、28 cm -- （Esmate）
電子データ（1ファイル：pdf、76.6 MB）。--
www.mined.gob.sv/index.php/esmate.
ISBN 978-99961-348-1-4（電子書籍）
1. 算数－教科書。2. 算数－練習、問題、など。3. 初等教育－教科書。
I. Argueta Aranda、Ana Ester、共著。II. タイトル

教師のみなさん

心からご挨拶を申し上げ、エルサルバドルの全国民のために重要な仕事をされていることに感謝します。

教育科学技術省（MINEDUCYT）は初中等教育算数・数学指導力向上プロジェクト（ESMATE）を通じて、みなさんのために算数・数学科目の教師用指導書を作成しました。この指導書は日常の指導活動で重要なツールとなるでしょう。

この資料は、当科目の授業を展開する方法を具体的に指導し、その結果エルサルバドルの生徒たちの学びを大きく向上させることを主な目的としています。

この指導教本は生徒用の教科書に対応する授業内容の提案となっていることから、算数学習プログラムの規程を具体的に実現するものであると言えます。

みなさんがこの資料を最大限に活用し、私たちの愛する国の発展に貢献し続けるべく、全力で努力し献身されると確信しています。

敬具

Carla Evelyn Hananía de Varela
教育科学技術大臣

Ricardo Cardona Alvarenga
教育科学技術副大臣

目次

I. はじめに

本指導書（GM）は、算数科の指導プロセスを改善する目的で行われた、教育省の初中等教育算数・数学指導力向上プロジェクト（ESMATE） により、他の一連の教材と合わせ作成されたものです。

第二版には上下巻があり、それぞれには、国家教育システムに所属して3年目を迎える教師によるアドバイスや気付き点が盛り込まれています。

この指導書では、生徒の学力を向上させるために、学習指導を行うにあたって考慮すべき全てのポイントを、出題する問題の解き方をベースに詳しく解説しています。この指導書を活用することで、教師は効果的な授業を行うことができ、さらに教科書（LT）や練習帳（CE）を最大限に活用することができます。

この指導書を活用することで、主に以下の目標の達成を目指します。

1. 課とユニット毎に示される指標や単元の内容に沿った授業の進め方を提案すること。
2. 教師および生徒が内容を理解するのに役立つような具体的かつ適切な指導案を提示すること。
3. 生徒が、算数・数学的学力をつけるために必要な達成の目安を達成できるように具体的な指導案を提示すること。

教育省は、これらの教材を適切に用いることが教師の指導力向上に役立ち、また生徒の学力向上にも大いに役立つと確信し、義務教育課程でこれらの教材を使うことを推奨しています。そのため以下にこの教材を用いる上で大切なポイントをまとめます。

1. **算数学習の重要性：** 数学的思考を発展させることで、生徒たちは、複雑な問題を解いたり、問題の状況を分析したり、創造力を働かせたり、批評や応用も含め、実用主義的思考や論理的思考を身につけることができます。数学的知識を身につければ、我々の日常生活にはあらゆる場面で科学が関わっていること、また身近にある物を使って、日常的に直面する様々な問題を解決することができることに気付くことができます。ですので数学的思考力は、一市民として生活を送る上で必要不可欠な知識であり、自分の属するコミュニティーの持続可能な開発を可能にする能力でもあるのです。

2. **教師の基本的役割と生徒の主体性：** 生徒の教育において教師が果たす役割は非常に重要で、教育成果を出すためには、その資質が問われます。そこで、あくまで授業の主役は生徒自身であることをふまえ、各生徒の学習到達度に合わせ、適宜、教師が使える指導支援ツールとして用いることができるように、これらの教材が作成されました。主体性は各授業に学習指標の達成を設定することで引き出すことができます。これらの指標の達成が、ユニット相応の学力を身につけ、既習の知識も使って簡単な問題から難しい問題まで正しく解けるようになるための「ステップ」となります。この指導書は、達成の目安の知識を有し、内容を理解し、実際にその内容にそって各授業を行うことを前提としています。

3. **学習の流れと正しい学び体験：** 生徒の主体性は以下にあげる学習の流れの中に盛り込まれています。

- 導入問題
- 導入問題の解き方
- まとめ
- 問題及び練習問題

この学習の流れになる理由は授業の各要素のねらいで解説しています。生徒たちが教師のサポートを受けて思考力を磨き、必要な学力を身につけることができるように、このような学習の流れに沿って授業を行うことを推奨します。

4. **学校運営との完全調和**：これらの学習教材の効果を最大限に引き出すために、もう1つ考慮すべき基本事項に、学習をするのに適した環境を整えるという問題があります。これは、行政と教育機関の運営に密接にかかわるテーマです。この管理については、教師が年間を通して実施する授業の時間数が大きく関わってきます。この指導書にある授業を実施して学習内容の達成の目安を達成するためには、年間に少なくとも160時間の授業を行うことが必要になります。

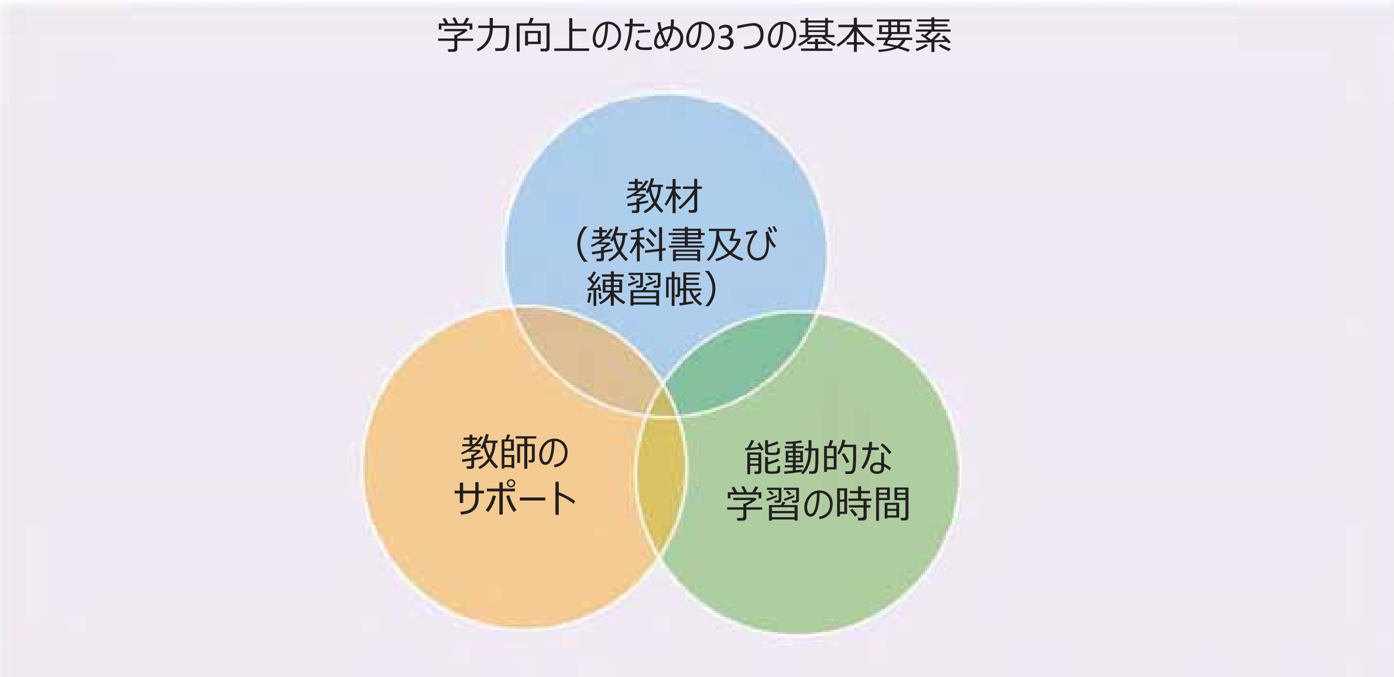
5. **練習帳を活用した生徒たちの自宅学習**： 知識や学習内容を身につけるのは授業中のみとするのではなく、家庭学習の時間もそれにあてるべきです。そのため、生徒が算数の授業で学んだ知識と理解をより深めることができるように練習帳（CE）を用いて問題及び練習問題に取り組めるようにしています。このように家庭でも授業の続きに取り組めるようにすることで、日常的に知識を深めるのに相応しい家庭環境が生まれるきっかけになればという想いも込められています。

この指導書の中でも特に**IV章は意義があります。指導書**の構成の中で、授業の各要素がなぜ大切で何のために掘り下げるかを解説している部分は、特に重要です。さらに、生徒たちが問題に取り組む上でつまづくと思われる部分についても触れており、教師がその生徒のつまづきをうまく利用して指導できるようにアドバイスしています。そうして教師が各要素のねらいをしっかり受け止めることで、各授業における学習指標の到達度が改善すると考えられています。また、この部分では、各授業の達成の目安と授業で扱った問題に対応する各ユニットのテストの例を載せています。 これは非常に使いやすく、プロセス全体を通し生徒の学習理解度を測るのに適しています。

もう1つの重要な意義を持つ章が**V章になります。問題の解き方をベースに算数の授業を行う方法を提案しており、**ここでは、学習の中で生徒たちが主に取り組むべきことや教師のサポートの仕方、また授業のすすめ方など学習の流れの各要素を詳しく詳しく解説しています。さらに、生徒の主体性とそれをスムーズにサポートする教師の役割に関し、具体的な方法を提案している点も注目に値します。

本書を含む教材の開発には、全国から実際に生徒の教育や指導に携わった経験を持つ多くの教員が参加しており、彼らの多大なる貢献により、これらの指導書の各要素が作成されました。この教材開発が参加型であったように、この教材の活用に関しても、各教師が生徒の学習に必要だと思う部分を適宜補いながら活用するべきで、あくまで柔軟に扱える改訂可能な教材として活用することが大切です。

これらの教材を用いる目的は、将来我が国を担うことになる生徒たちの学力の向上であり、ここで掲げる提案とは別に、この目的に関する要素を以下に挙げます。



これらの３つの要素が最も大切な要素です。：教科書と練習帳からなる**教材、**授業中および家庭学習における**能動的な学習の時間**、そして学習を進める上での教師の**サポート**や**役割**です。

教材

学習効果や効率を良くするには、生徒たちの理解力に対し、学習の流れと問題難易度が適切であること、つまり、これらの教材の内容が学術的にも教育的にも十分である上に、さらに理解しやすいものであることが重要となります。

ここで述べている最初の要件を満たすためには、算数科で身につけるべき教養は教育省が定める基準を確実に満たすものである必要があります。二つ目に掲げた要件については、教科書の内容がエルサルバドルの学生たちの学力にできる限り近いものである必要があります。

能動的な学習の時間

この指導書が出来上がる前段階として、教育省が学校教育の調査を行った際、その結果が満足いくものでなかったという点に触れておかなければなりません。その調査では、能動的な学習の時間が十分でなかったことが確認され、その結果、生徒の能力が十分に引き出せなていないことが分かりました。そのため、今回作成されたこの教科書では、教師に対し、生徒たちが自分の力やクラスメイトと相互学習することで能動的に問題に取り組む時間を少なくとも20分は用意すべきであると提案しています。

能動的な学習

1. 個別形式
   学力がつくのはどの時点ですか？
   生徒が自分で教科書を読んでいる時や授業用ノートを使って自力で問題を解いている時が能動的な学習に相当します。反対に、一般的には、教師の説明を生徒が一方的に聞いている時間は受け身学習となるため、能動的学習に比べ学び力が劣るとされます。

   その理由から、教師には生徒一人一人がそれぞれ個別に能動的に学習する時間を作るように勧めています。

2. 相互学習形式
   生徒全員が学習する必要がありますが、実際の授業では、教師が一度に生徒全員に対応することは難しく、一人もしくは二人の生徒に対し指導している間、他の生徒の指導ができない場面が多々みられます。

他に、生徒全員が必要なサポートを受けられる方法はないのでしょうか？
生徒同士で相互学習（または交互学習）させるべきです。相互学習には多くのメリットがあります。まず、ペアで行う学習は、もし片方の生徒が内容を理解していなければ、時間を無駄にすることなく（教師が対応してくれるのを待つ必要なく）もう一方の生徒に聞けばよいというメリット、二つ目は、クラスメイトに説明する側の生徒も声に出して説明することで、自分の理解を深めることができるというメリット、三つ目は、教師が個別に対応でてきていない生徒たちにとって、知りたいことを聞きたいときに聞けるというメリット、そして四つ目は、教室に共生の雰囲気が生まれるというメリットです。

したがってまず最初に個別形式の取組みを行い、その後相互形式の学習をもってくることを勧めます。

各授業では、生徒がそれぞれ教科書のページにある問題や練習問題を解くのに、（少なくとも）20分与えるのが理想です。この個別形式の学習（もしくは相互学習）で、生徒たちに学ぶ力がついて、学力があがり、それにより、出題される問題に対する理解度も上がることなどが期待されます。

この点について最後に、教科書に加え、練習帳も、家庭学習で最低20分の能動的な学習時間を使って行うように用意されていることを述べておきます。それぞれ能動的な家庭での20分の学習と授業での20分の学習をあわせ、それを160日間続けると、以下が達成されることになります。

（20分 + 20分） × 160日 = 学力の向上

我が国の全ての教師はこの点を意識すべきでしょう。

サポートと役割

教育省は教師の役割についての解釈を、**教えること**から**学習のサポート**へと切り替えることを提案しています。従来、教育課程においては、生徒たちが何を得ることができるかに焦点をあてる代わりに、 **教師がすべきことは何か**という問に対する答えを模索してきました。学びに着目することが真の努力であり、教師の仕事に対する評価の基本になります。

教師は学力を高めることに注力し、生徒に学力がついたかどうか、その結果を常に注視すべきです。

教科書内の1授業の構成

以下は、ユニット4の授業2.3のページです。

課の番号を示しています。

授業の番号を示しています。

授業では、まず最初に生徒に対し問題を提示して、その問題をどのように解くかを考えさせる必要があります。そのようにして授業で扱うテーマを導入することになります。

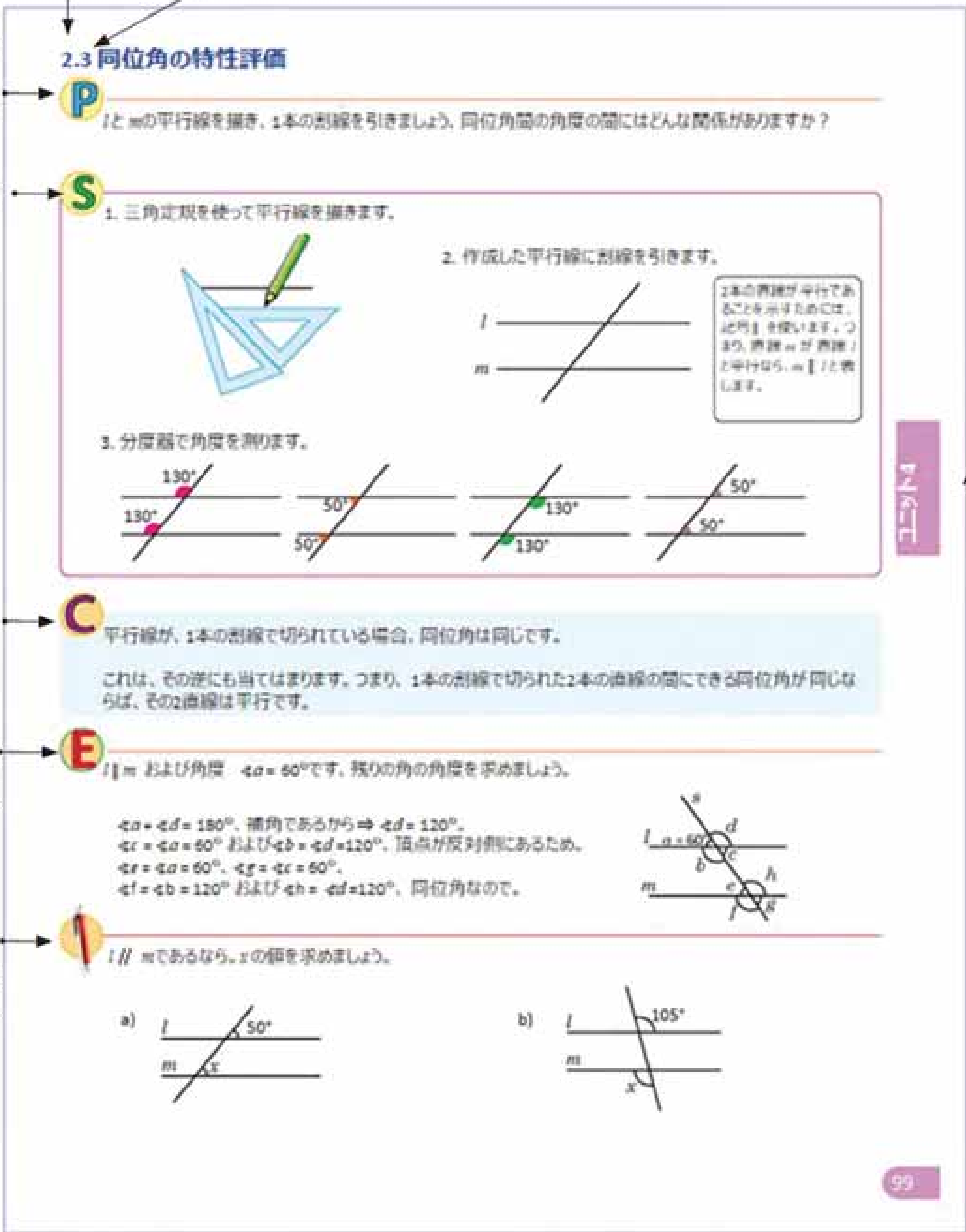
授業ではその後、教科書にのっている1つ以上ある解き方を扱います。

授業の属するユニットを表示しています。

ここでは冒頭の設問とその解き方を数式を使って表わし、学習内容をまとめています。

学習内容の定着を図るために、必要な場合に追加問題が出されています。

生徒が学習内容の復習ができるように、問題や練習問題が出されています。



2.3 同位角の特性評価

P

l と m の平行線を描き、1本の割線を引きましょう。同位角間の角度の間にはどんな関係がありますか？

S

1. 三角定規を使って平行線を描きます。

2. 作成した平行線に割線を引きます。

2本の直線が平行であることを示すためには、記号∥を使います。つまり、直線 m が直線 l と平行なら、$m \parallel l$ と表します。

3. 分度器で角度を測ります。

C

平行線が、1本の割線で切られている場合、同位角は同じです。

これは、その逆にも当てはまります。つまり、1本の割線で切られた2本の直線の間にできる同位角が同じならば、その2直線は平行です。

E

$l \parallel m$ および角度　$\measuredangle a = 60°$ です。残りの角の角度を求めましょう。

$\measuredangle a + \measuredangle d = 180°$、補角であるから ⇒ $\measuredangle d = 120°$。
$\measuredangle c = \measuredangle a = 60°$ および $\measuredangle b = \measuredangle d = 120°$、頂点が反対側にあるため。
$\measuredangle e = \measuredangle a = 60°$、$\measuredangle g = \measuredangle c = 60°$。
$\measuredangle f = \measuredangle b = 120°$ および $\measuredangle h = \measuredangle d = 120°$、同位角なので。

$l \parallel m$ であるなら、x の値を求めましょう。

a)

b)

ユニット4

99

補足情報： 教科書には、予備知識やヒント、算数の歴史に関する小話など、学習をスムーズにする要素が盛り込まれ、それぞれ色を変えて紹介されています。

予備知識	ヒント	小話

授業配分： この教科書は8ユニットで構成されており、各ユニットには複数の課があり、それぞれの課は複数の授業で構成されています。各授業のタイトルについている番号は、最初の番号が何課であるかを示し、二つ目の番号が何番目の授業であるかを示しています。

さらに、それぞれのユニットまたはそれぞれの課の最後に、そのユニットもしくは課で学習した全てのテーマを網羅した問題がいくつか掲載されていて、**「復習しよう」**の名前がついた授業となっています。

1. 年間計画の作成

学期	月	ユニット （時間）	GM のページ （教科書のページ）	内容
一学期	1月	ユニット1：式の計算（20）	29～72 （1～20）	• 文字を使った表現 • 単項式、多項式と次数の定義 • 多項式における同類項のまとめ • 多項式のたし算とひき算 • 多項式の数と単項式によるかけ算とわり算。 • 多項式の代入と数値。 • 多項式の応用
	2月 3月	ユニット2：連立二元一次方程式（23）	73～121 （21～42）	• 二元一次方程式の意味 • 連立二元一次方程式 • 連立二元一次方程式の解法 • 係数が小数または分数の連立方程式 • $ax + by + c = 0$ の形の連立方程式 • 連立二元一次方程式の応用
	4月	ユニット3：一次関数 – 2学期へと続く（13）	123～164 （43～62）	• 一次関数の意味 • 変化の割合 • 一次関数のグラフ • 関数 $y = ax + b$ のグラフと $y = ax$ のグラフの関係 • $y = ax + b$ のグラフの変化の割合と傾きの関係 • 関数 $y = ax + b$ のグラフの傾きと切片 • 一次関数の表、方程式、グラフの関係
二学期	4月 5月	ユニット3：一次関数 – つづき（22）	165～223 （63～90）	• 傾きと切片が与えられた一次関数のグラフの書き方 • x の値を区切ったときの y の値 • グラフから読みとる $y = ax + b$ の関数表示 • グラフの1点と傾き、または2点、および軸との切片から求める関数の方程式 • 二元一次方程式のグラフ • $ax + by + c = 0$ の形の2つの方程式のグラフの交点 • 一次関数の応用
		ユニット4：平行線と多角形の角（11）	225～256 （91～104）	• 多角形の内角の和 • 対頂角 • 平行線間の角：内側の錯角、外側の錯角、同位角 • 三角形の内角の定理

				•演繹の要素 •平行線間の角の応用
		ユニット5：三角形の合同条件（9）	257～280（105～114）	•三角形の合同 •三角形の合同条件 •合同条件を用いた図の合同の照明。 •三角形の合同条件の応用
	6月	ユニット6：三角形と四角形の性質 –3学期へと続く（13）	281～308（115～127）	•二等辺三角形の底辺の角度 •二等辺三角形の二等分線 •正三角形 •相反定理と反例 •直角三角形の合同条件 • 必要条件と十分条件 •三角形の二等分線
三学期	7月 8月	ユニット6：三角形と四角形の性質 – つづき （13）	309～344（128～140）	•平行四辺形の性質 •長方形とひし形の性質 •平行線と面積の関係
		ユニット7：立体の面積と体積（2）	345～352（141～144）	•回転体 •円錐と球の性質と要素
	9月	ユニット7：立体の面積と体積（15）	353～386（145～160）	•角柱と円柱の体積 •複合立体 •円錐の展開図と弧の長さ •円錐と球の表面積 •複合立体の表面積
		ユニット8：統計データの整理と分析（3）	287～398（161～165）	•頻度表
	10月（21）	ユニット8：統計データの整理と分析（16）	398～436（166～188）	•統計グラフ：ヒストグラムと折れ線グラフ •統計データの解釈 •中心傾向の尺度：算術平均、最頻値、中央値 •近似値 •有効数字 •科学的記数法の数

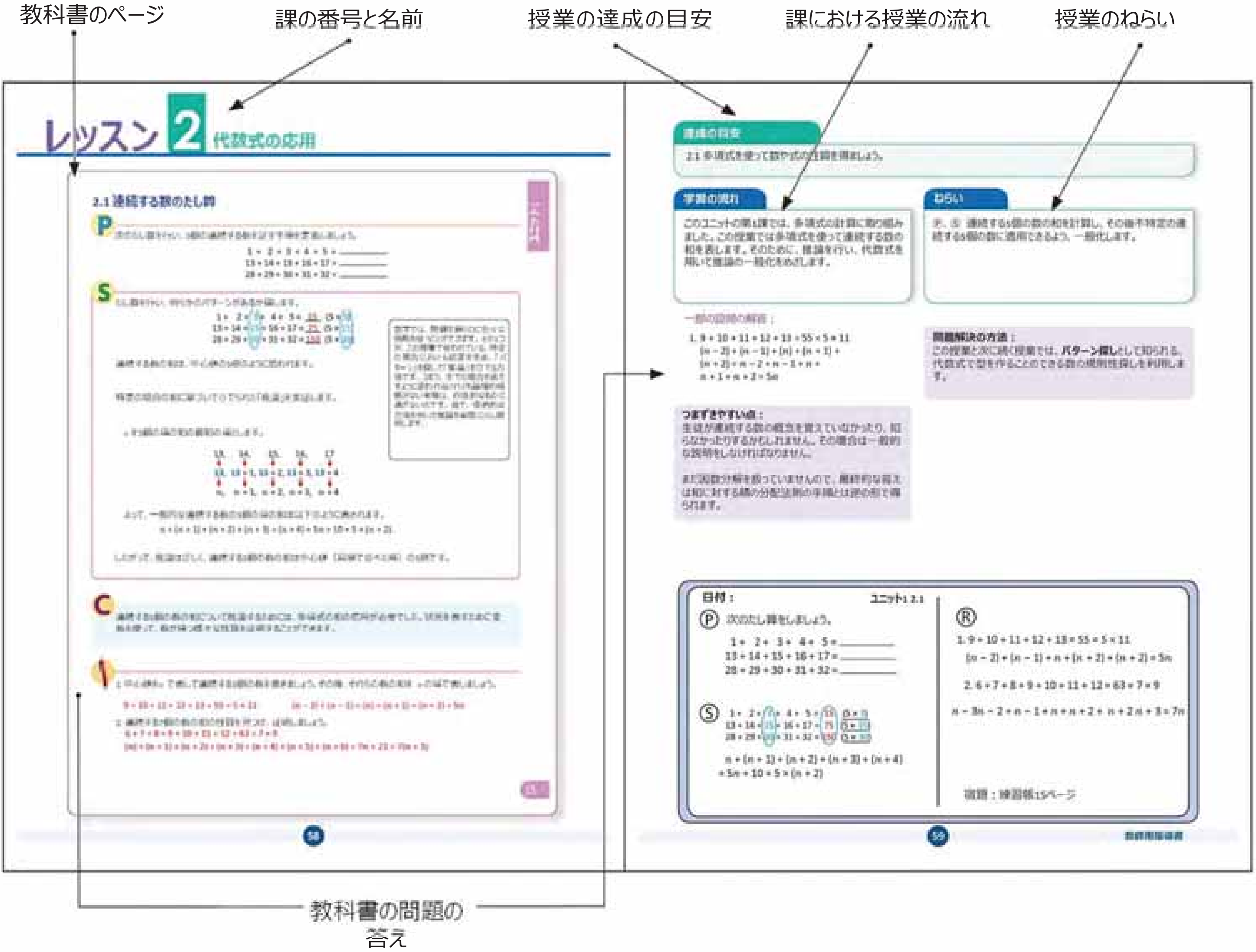
決められた内容を全て行うためには、表示されている計画を達成する必要があります。

2. ユニット番号

a) このユニットのねらい：このユニットを終えた時点で生徒たちが身につけている学力を示しています。
b) 関連および発展（前学年までと次年度以降）：生徒が予備知識を学習した学年、また今後この内容を含む学習をする学年が示されています。
c) ユニット学習計画：各授業の内容が示されています。
d) 各レッスンの要点：ユニット毎の課で扱う重要事項が示されています。

3. 指導書のページの要素

指導書の第二版で新しくなったのは、教師が授業を行いやすいように、教科書と板書計画の載っているページの表示が大きくなった点です。



授業によっては、問題を解く上でヒントになる小話や教師向けの重要情報が盛り込まれています。それらは以下のような図で示されています。

教師にとって大切な情報

4. ユニットテスト

生徒たちの理解度と教師によるユニット目標到達度を測るためのテストの例を紹介します。正解率が悪い問題があった場合は、教師はどのようにその問題を改善するかを考え、その正解率の低さが次の学習の妨げとならないように配慮する必要があります。このように、教師はこのテスト結果を踏まえて学内あるいは他校の教師仲間と議論することができます。

1. 授業展開に関する教員向けアドバイス

以前の学習プログラムと同じく、この新バージョンにおいても、算数の授業では、問題の解き方に焦点をあてて、それをもとに授業展開する方法を提案しています。この方法で行われる授業では、学びのプロセスの主体は生徒となります。そのため、この方法では生徒たちが自ら教材や出題された問題を元にどの方法を使うかやその手順などを考えます。このプロセスにおいて、教師が果たすべき主な役割は、生徒たちの学習に寄り添うことです。そのためには教員は以下にあげる手順を守る必要があります。

手順	学びのプロセス（生徒）	学習サポートのプロセス（教師）	サポートする上での重要注意事項
1	宿題の問題の答えの確認と予備知識の確認	宿題の問題の答え合わせをして、練習帳の各問題群の冒頭の設問を正しく解くことができていることを確認します。	この手順にかける時間は最大3分とします。
2	授業の導入課題を各自で解く	授業の導入問題を読むように指示し、そのテーマに関する生徒たちの理解度を把握してから、それぞれ各自で問題を解いてみるように指示を出します。	- 生徒たちが導入問題を解いている間、教師は教室内を巡回し、生徒の進み具合やつまづき具合を確認します。 - もしつまずいている生徒がいた場合は、教科書にある解き方を参照するよう生徒に促します。 - この手順にかける時間は最大6分とします。
3	クラスメイトとの相互学習	クラスメイト同士で解き方や分からない点を確認しあうことでしっかり学習します。	- まずは二人のペアをつくって取組み、少しずつグループ人数を増やして最終的に4人までのグループで取り組ませます。 - 分からない場合は、教科書に掲載されている解き方を参照するように促します。
4	解き方と授業のまとめの共有化	解き方と授業のまとめを発表するよう促します。	もし必要な場合は、解き方を説明するか、全体で解き方を確認し合うようにもっていきます。

5	問題と練習問題コーナーの一つ目の設問を解く（能動的学習）	問題コーナーの冒頭の設問を解くように指示します。	もしすでに一つ目の設問を解き終えた生徒がいた場合は、残りの設問も解くように伝えます。
6	一つ目の設問の答え合わせ	冒頭の設問について、生徒全員で答え合わせをして、答えがあっていることを確認します。	- 生徒たちが取り組んでいる間、教師は教室内を巡回し、生徒全員の最初の設問の答えを確認します。 - 難易度によっては、教師が解き方または答えを説明しても構いません。
7	残りの問題の取組み	残りの問題を解くように指示を出します。その後答えがあっているかを確かめて間違えた問題については再度チャレンジするように指導します。	早く終えた生徒たちには、クラスメイトをサポートするように伝えます。
8	家でする宿題をメモします。	練習帳の宿題範囲を指定するか、教科書内でやり残した問題を宿題にします。	もし教科書にある授業用の課題を全て終えることが出来なかった場合、生徒たちに対し、宿題として出しても構いませんが、他の宿題の分量を考慮する必要があります。

生徒たちの学力を高める手段として出しているので、最低20分の能動的学習時間を与えなくてはなりませんし、それに関しては、これまでの手順、特に手順2、3，5，7ができている場合は、問題ないと思われます。

2. 学習を支援する上で考慮すべき重要なポイント

a. 適切な時間配分

学習プログラムには、達成の目安とそのカリキュラムで指定されている授業時間数が示されています。プログラムにおいては、1つの授業は45分で構成され、年間200授業相当の時間数が設定されています。この枠にそって、その時間内で教科書にある全ての内容を学習できるようにする必要があります。この点については、与えられた時間に対する学習の効率化が必要となってきます。45分で達成の目安を達成することは容易ではありません。したがって、以下に学習をスムーズにすすめるテクニックの一部を紹介します。

■ 生徒の机の配置

生徒の机の配置は授業の内容によって変わることもありますが、以下にあげる理由により算数の授業では生徒たちが全員黒板に向かって座るように、基本的に机は黒板に向かって縦に並べることを推奨します。

a. 生徒たちの学習状況を確認するために巡回しやすい
b. クラスメイトとの相互学習がしやすい
c. 生徒が黒板を見やすい

■ 授業を始める前の教科書の配布

教室内では授業を受ける態度に関する規程がありますが、それにもう1つ規程を足す必要があります。授業が始まる前に授業で使う必要な道具を用意しておくことを生徒に伝えます。例えば、三年生の教科書は、使った後学校で保管します。このようにすることで、教材の痛みを少なくすることはできますが、逆に授業の開始時に教材を配布する時間がかかってしまいます。そのため、この規則を作ることで、一部の生徒に教科書配布係りを割り当てて、その生徒が責任をもって授業開始前に教科書を配布するようにすることができます。

■ それで浮いた時間を予備知識の整理や復習に充てることができます。

授業時間は限られており、各授業にはその授業で生徒が達成すべき目安が設定されています。もし最初の予備知識を整理する段階で3分以上かかってしまった場合、おそらく時間が足りなくなって到達指標を達成することは難しくなると思われます。そしてその遅れが次の授業の遅れを招き、その結果、その年に履修すべき学習プログラムの内容を全て終えることができなくなる可能性がでてきてしまいます。

もし冒頭の予備知識を整理する段階でつまづいた場合、多くの場合短時間で内容を復習するのは難しく、逆に予備知識の整理にもっと時間をかける必要がでてきます。たとえば、3年生では、たいてい基本的な計算でつまづく生徒がいますが、このつまづきをなくすには、もっと問題を解くという時間のかかる作業が必要になります。ですので、予備知識の整理をする際は、教師はその日の授業の問題が解けるように、その部分ではヒントを出すことが求められ、それはあくまで予備知識の整理であってその授業の主なねらいではないことを常に意識しなくてはなりません。

■ 各自が授業の導入問題に取り組む時間

1.　授業展開に関する教員向けアドバイスに定めているようにこの時間は6分間とるべきです。多くの場合、生徒たちは個別に取り組む中で、次に何をすればよいか分からない場合、単純に教師の次なる指示を待とうとします。その場合、生徒同士で確認し合うように、相互学習を指示するのが良いでしょう。

■ 時間不足で授業内容を全て網羅できない場合

時間が足りなくなって授業時間内に全てを終えられない場合もあるでしょう。別の授業で扱うことにする教師もいれば、宿題にする教師もいます。別の授業で扱う場合、多くの場合指導計画の遅れを生じさせます。また宿題にする場合は、生徒たちには家庭学習用に練習帳の問題があるので、宿題が大量になってしまう場合があります。ですので、それらの手つかずになった問題をそのままにするか、テストの事前整理課題として扱うか、早く終えた生徒にさせるかなどは、各教師の裁量に負かすのがよいでしょう。

■授業時間外の校内学習の習慣づけ

時には十分に学習内容をまとめあげる前に授業時間が終了してしまうことがあります。そのような場合、宿題として課す以外に、学校で授業時間外の時間を有効活用させる方法もあります。学校の授業時間には延長時間はありませんが、実際には使える時間があります。例えば、教師が授業前に来客対応や緊急の用で授業開始が遅れたり、あるいは一日不在になる場合、その時間をあてたり、また45分かからず授業が終わった時など、そういう時間を使って、教科書で手つかずとなっている問題に取り組ませるのが良いでしょう。主に、間違い易い基本的な内容の問題を解く力をつけることに多くの時間を割くのがよいでしょう。

■解いた問題は全てあっているか答え合わせをしなくてはなりません。

生徒が解いた問題を全てチェックするのは、とても時間のかかる作業で決して容易ではありませんので、何か他の方法をみつけなくてはなりません。そのためには、生徒たちが二つの習慣を身につける必要があります。

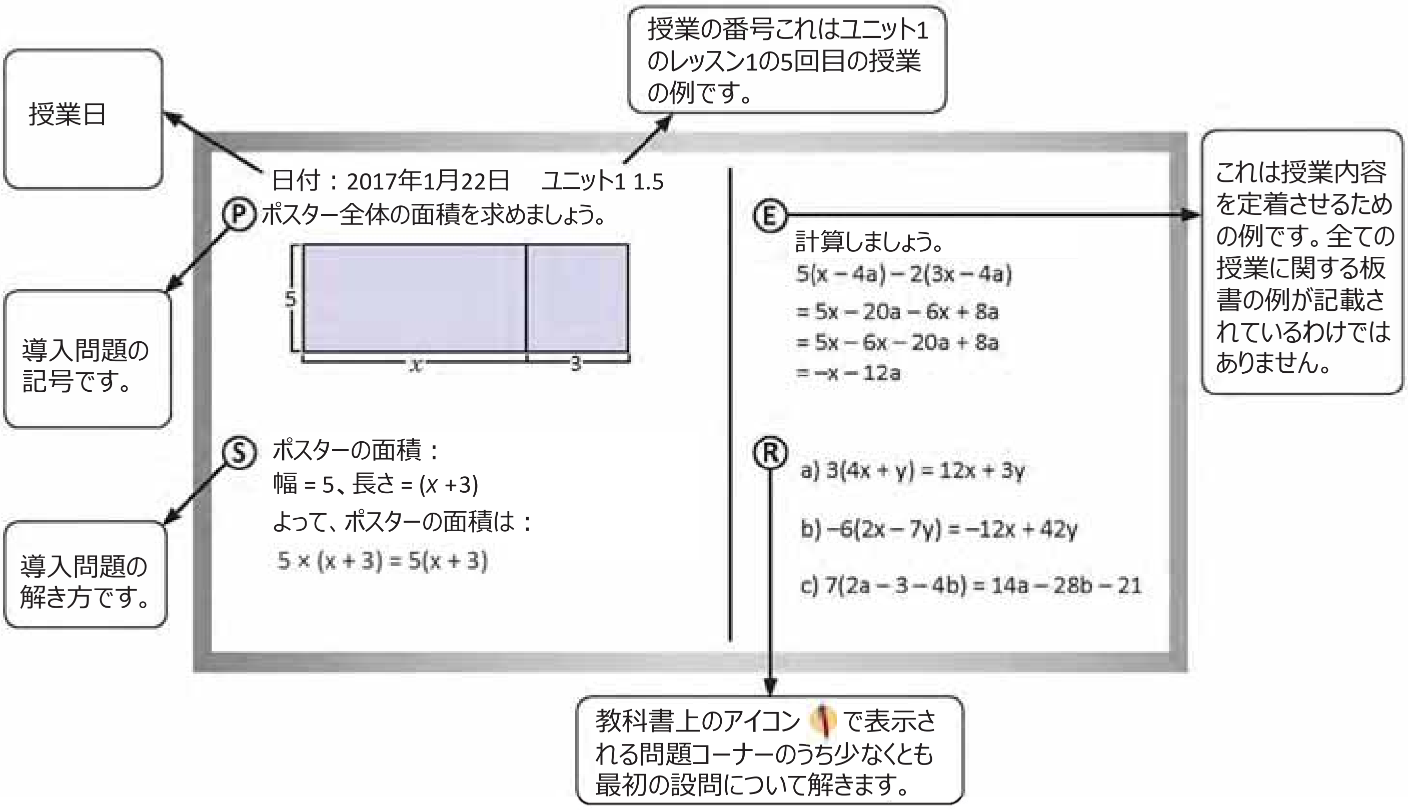
1. 自分で答え合わせをする習慣
2. 間違えた問題をもう一度解いてみるという習慣

生徒が最初の習慣を身につけるには、教師が口頭で答えを確認する方法と黒板に書いて答え合わせをさせる方法があります。またその際、生徒同士でノートを交換し、お互いに答え合わせをし合うという方法もあります。二つ目の習慣については、生徒たちが分からないままにならないという利点があり、また、間違えても努力すればよいという人格形成の上で大切な指導にもつながり、本人の学習意欲を引き出す効果も期待できます。

以下の点は時間管理には直接的には関係ありませんが、学習のプロセスにおいて教師のサポートをスムーズにする効果があります。

b. 黒板の活用

黒板は教師と生徒たちをつなぐノートの役割を果たしています。ですので、黒板に授業の学習内容を整理して書くことは大切です。この指導書では、指導書にある授業の進度に合わせ次のような板書を用いて指導することを推奨しています。



この指導書では各授業の板書方法を提案しており、黒板には授業の各手順の時間配分がどうであれ、生徒による能動的な学習時間を考慮して必要な情報が板書されるべきです。

c. 授業準備

この指導書では各授業の授業準備をして、それにそって授業を行うことを提案しているので、授業計画や授業の進め方あるいは話す内容などを別紙で用意する必要はありません。また、もし必要と感じるのであれば、重要なポイントのみ鉛筆で書きこんでも構いません（指導書は学校の所有物であり、教師の私物ではありませんので、ボールペンで書きこむのは控えるべきです）。生徒の特性に応じてアレンジする必要があると考える場合は、別の授業計画を立てても構いませんが、その場合も用意する必要があるのは、上記の内容に沿った黒板の板書計画のみです。なぜなら、板書が授業の学習内容のプロセスを全て要約するものであるからです。続いて、以下に黒板の使い方を示します。

日付：＿＿＿＿＿＿＿　ユニット：＿＿＿＿　レッスン：＿＿＿＿

達成の目安：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

板書計画：

Ⓟ　Ⓔ

Ⓢ　Ⓡ

宿題：

最初の設問を解いた生徒の数：

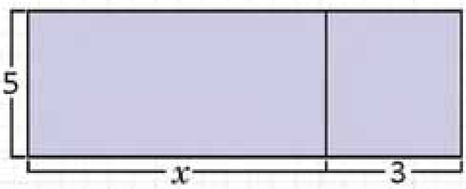
備考：

d. 生徒用ノートの利用

各教師は生徒の授業用ノートの使用方法を決めることができますが、その内容には常に以下の項目を含めなくてはなりません。授業日、教科書のページ、その日の学習テーマ、解き方、問題とその正しい答え、です。続いてノートの使用例を示します。

日付：2017年1月22日　ユニット1 1.5

Ⓟ ポスター全体の面積を求めましょう。



Ⓢ ポスターの面積：

幅 = 5、長さ = (x +3)

よって、ポスターの面積は：

$5 \times (x + 3) = 5(x + 3)$

Ⓔ 計算しましょう。

$5(x - 4a) - 2(3x - 4a)$
$= 5x - 20a - 6x + 8a$
$= 5x - 6x - 20a + 8a$
$= -x - 12a$

Ⓡ

a) $3(4x + y) = 12x + 3y$
b) $-6(2x - 7y) = -12x + 42y$
c) $7(2a - 3 - 4b) = 14a - 28b - 21$

e. 教室内の巡回によるチェックと指導

生徒たちが問題を解いている間、教師は教室内を巡回し、生徒が設問を正しく理解して正解できているかチェックしながら、その理解度を確認します。

多くの場合、つまづいている生徒がいれば、教師はその生徒に指導しますが、全員に対応するには時間が足りません。そこで以下の方法をとることを推奨します。もしつまづく生徒が5人以下である場合は、個別にサポートし、そうでない場合は別の方法で指導するのがよいでしょう。つまり、全員に対して説明する、グループ別に説明をする、あるいは答え合わせの時に解説する、などの方法です。

f. 課題を他の生徒より早く終える生徒たちへ対応

問題コーナーでは難易度が低い問題も高い問題も含まれているので、生徒が問題を解きおわるのに要する時間には常にばらつきがあります。公的教育では、常に学ぶ機会の平等を保証しなくてはならず、他の生徒より早く課題を終えてしまう生徒に何をすればよいか提案しないことは、彼らの時間を無駄にしていることになり、また、生徒にとって何もすることがないという状況は、学級の教育面においても負の要素となってしまう可能性があります。この状況を防ぎそのような生徒たちの能力を引き出すためにも教師は次のルールを決めるとよいでしょう。全ての問題を解き終わり、答え合わせも終えた場合は、まだ終えていないクラスメイトのサポートに回ってもよい、とすることです。このようにして、つまづいている生徒はクラスメイトにサポートしてもらうことができ、またサポートする側になる生徒も授業の学びを深めることができます。同様に、教師は授業内容の定着を図るためさらなる問題を出しても構いませんし、生徒の能力をさらに引き出すように、難易度をあげた挑戦問題を出しても構いません。

g. 授業用ノートの確認

教師が定期的にノートの使い方をチェックしないと、生徒によっては全く整理できないまま使用している場合がありますので、ノートの使い方は平均で月に1回程度、定期的にチェックする必要があります。ここでのポイントは、学年の最初にチェックの回数を増やし、生徒にチェックされているという意識をもたせ、きちんとノートをとる習慣を身につけさせることです。恐らくノートを最後まで細かくチェックするには時間が足りないので、学年の最初に指導した黒板の写しがきちんとできているか、その構成のみをチェックし、冒頭の設問の理解度を確認し、きちんとノートがとれていることを簡略に褒めるコメントを残すだけで構いません。

h. 宿題または練習帳のチェック

同様に、授業用ノートのチェックでは宿題をきちんとしているかどうかを継続的にチェックする必要があります。授業の最初に宿題のチェックを行う以外に、宿題や練習帳のチェックを定期的に行うことを予定に組み込んで、全てをきちんとこなし、自己採点をし、間違った問題をもう一度やり直した生徒には特別な配慮をしてもよいでしょう。

i. 家庭学習の習慣を身につけること

第三回地域比較説明研究（TERCE）の算数テストの結果によれば、30分以上家庭学習を行っている生徒は、家庭学習の時間がそれより少ないか全く行っていない他の生徒に比べ、明らかに優秀な成績を納めていることが分かっています。家庭学習の理想的な時間は学年により異なりますが、年次×10分にさらに10分追加したものが平均的に必要な家庭学習時間とされています。例えば、三年生の場合は、$10 \times 3 + 10 = 40$分です。生徒たちに家で宿題をする習慣をつけさせるのは、教師にとっても親にとっても容易ではありません。したがってまず最初は宿題を出すことで家庭学習の習慣を身につけさせることになるでしょう。

j. 指導し、確認し、再指導し、褒めるというサイクル

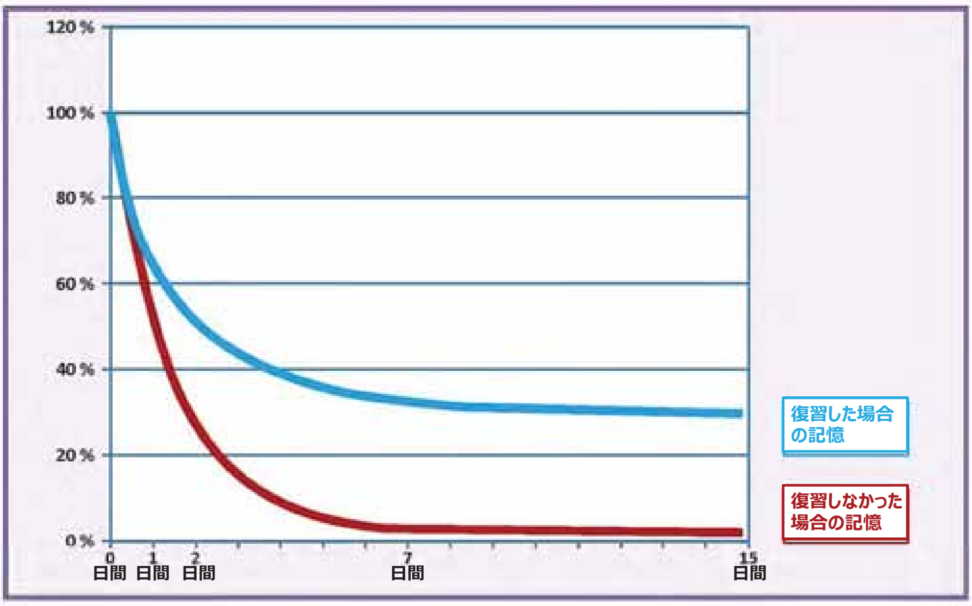
教師が行う指導サイクルの基本は、何かを指導した後、モニターをし、それがきちんと達成されているか確認するというものです。そして生徒たちが達成していた場合は、できたことを褒めてあげなければならず、逆にできていない時は、もう一度指導する必要があります。これは全ての指導に当てはまるものです。例えば、何か課題を与えた時、生徒がそれを達成できたかを確かめ、それができていれば褒め、できていなければ再度指導し直す必要があるということです。このサイクルは学習のサポートにもいえます。ある内容について指導し、テストを通してその問題を正しく溶けていることが確認できた場合は、褒めてあげなくてはなりません。またそうでない場合は再度指導してあげなければなりません。このサイクルは単純に思えますが、継続的に行うに、習慣づける必要があります。

VI. 練習帳の使い方ついて

練習帳は生徒一人一人に渡す消耗品であり、学習内容の定着を図る目的で家庭で取り組む問題が掲載されているものです。中には授業で学習した内容のさらに上をいく挑戦問題や金融教育など他分野のテーマを横断的に含めた問題もあり、家庭学習の習慣を身につけるという狙いもあります。

多くの場合、何かを学ぶということを考えた場合、新たな知識を得るプロセスにばかり焦点が当てられていて、その新たに得た知識をしっかり定着させることや深く掘り下げてその得た知識をベースにさらに複雑な知識をとりいれるという重要な側面は見落とされがちです。この見落とされがちな内容を掘り下げて内容理解を定着させるためには、さらに多くの練習が必要となります。

19世紀に活躍した哲学者で心理学者であったヘルマン・エビングハウスは、かの有名な**忘却曲線**で機械的に暗記して復習をしない場合、学習内容の記憶は翌日には50%になり、2日後には30%、そして1週間後にはわずか3%しか残らないことを証明していて、それは次のグラフのようになります。



この事実を踏まえて小河勝博士が日本の様々な学校で「3 ： 3モジュール」と呼ばれる、生徒たちに3日間同じ問題を復習させる研究を行ったところ、学力が向上し忘却曲線が青色で示されたように改善する結果が得られました。

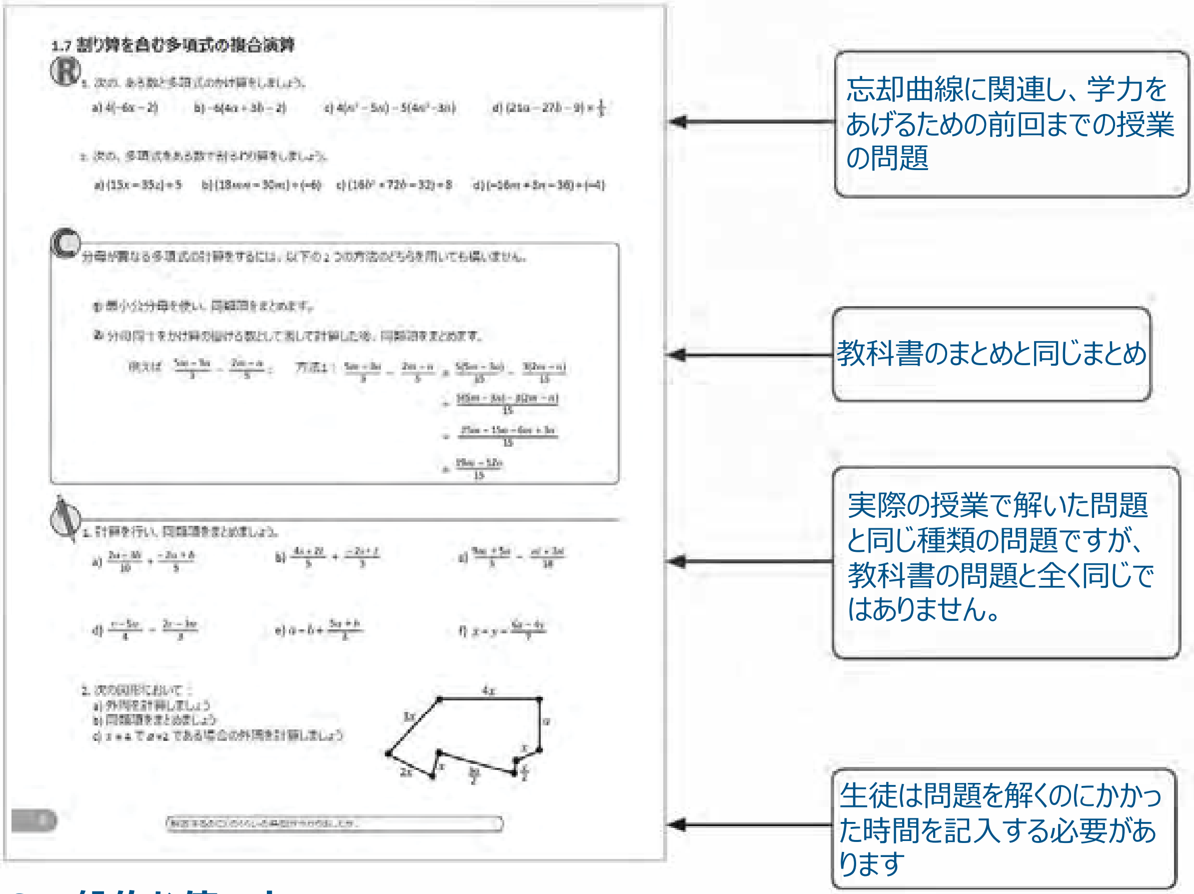
時々簡単な問題や練習問題は機械的なものとして分類されてしまいますが、最近の研究では、特に神経学の分野において、複雑な問題と比較すると簡単な問題の方が、思考、コミュニケーション、感情の制御をつかさどる機能を有する脳の前頭前野を活性化させるという説も生まれています。

最後に、この単純な問題の重要性は、少なくとも知識と応用の設問分野をもつ国際的な能力試験の評価において欠くべきものではないのでしょう。それらの試験においては、常に応用問題より知識問題の点数が高くなり、知識問題の得点と応用問題の得点には明らかな相関関係がみられます。このことは、知識をマスターすることが応用力をつけることにつながる解釈することができます。つまり、しっかり理解すれば応用力も高まるということが言えるのです。

練習帳を通じて基本知識をしっかり定着させて、その後応用問題に取り組むことが望ましいです。

練習帳の構成

基本的にこのノートは教科書のページに応じて作られています。教科書の1授業に対し、練習帳の1ページが対応しています。練習帳1ページには以下の要素が含まれます。既習内容または前日の学習内容の再学習、当日の学習内容のまとめおよび当日の学習内容に関する問題。以下は練習帳のページのサンプルです。



練習帳の一般的な使い方

算数の授業の終わりにその日の授業の内容に応じたページ番号を宿題として提示します。
次回の授業の初めに答え合わせをします。

練習帳の特別な使い方

- 算数の授業のある日に宿題を出す。一日に授業を2コマ進めるのは、教育学上あまりお勧めできません。その場合は、その日に学習した内容に相当する2ページ分を宿題として出すか、あるいは2日に分けて出すしかありません。
- 練習帳にはそのまま書きこんで構いません。
- 教師は定期的に練習帳を確認しなくてはなりません。少なくとも各設問グループの冒頭の設問を確認して、生徒たちのやる気を引き出すようなコメントをする必要があります。
- もし生徒の親に家庭学習の進捗に関するコメントを書いてもらう方が都合が良い場合はそのように依頼します。
- もし解いていないページが残った場合は、教員研修実施日などの生徒が学校に来ない日に復習用の宿題として出します。

1. テストの応用の重要性

生徒たちの学力評価により得た結果は、教師にとって、学習成果の全体像をみる上でとても意味のある情報です。その結果に基づき、教師は指導している生徒が各授業の達成の目安に達しているかや、全体的に能力がついているか、またその学年の履修内容をすべて横断的にカバーできているかなどを判断することができます。

結果が良い場合は、さらに学力を高められるよう、教師は引き続きよい授業を行う努力をつづければよいです。

もしテストの結果があまりよくない場合は、教師は生徒たちの学力評価と照らし合わせ自分の指導の仕方を自己採点し、授業を改善するための努力に着手する必要があります。そのためには、研修に参加したり、どの内容に生徒のつまづきが多いかを分析したり、同僚に相談したりする必要があります。

教師は教育環境において非常に重要な役割を担っていることを今一度考える必要があります。その役目をしっかり果たし、生徒たちの学力評価に基づいて自分の取組みをきちんと自己評価しなくてはなりません。

以上を踏まえ、この指導書にあるテストを実施する必要があります。テストを行うことで、生徒が身につけた学力と身につかなかった部分が見えるという非常に貴重な情報を得ることができるのです。

2. テストのねらい

以上のことから、テストのねらいは以下のようにまとめることができます。

- 生徒たちの学習内容理解度を知る。
- 生徒たちがつまずいた単元の授業を改善する方法を考える。
- テスト結果の分析に基づいて教師としての取組みを評価し改善に努める。

3. 各テストの機能

ユニットテスト、学期末テスト、学年末テストの3種類のテストです。全て同じ意図で用意されています。ですが、必要に応じそれぞれ他の用途で使っても構いません。以下にテストの活用例について述べます。

a. ユニットのテスト

テストに出てくる問題は、それぞれ主たる（単元の）達成の目安に対応しており、その達成の目安は各ユニットの授業で明示されているものです。したがって、教師は生徒の学習内容の理解度を知ることができます。テストをして理解できていないところが分かれば、その箇所を再学習させればよい、という考え方です。ですが、毎回追加授業を行うだけの十分な時間がとれるとは限りません。その場合、生徒たちに自分たちで復習し、テストで解けなかった問題をもう一度解くように指導しても構いません。

グループで確認できるようにこの指導書にあるテストの答えのコピーを生徒に渡しても構いません。そのようにすれば生徒たちは相互学習ができます。そして教師は生徒たちに自分たちでやり直したテストの紙を集めさせ、それを元にして生徒の学習進度を把握するということも可能です。

テストを実施する前に、生徒たちに対しテスト範囲のユニットを示し、予めその内容を復習しておくように伝えると良いでしょう。

b. 学期末テスト

このテストは、それぞれの学期に学習した重要単元の内容を含む問題で構成されています。タイミングとしては、最後の授業で学習内容の復習ができるように、その学期が終わる1日前にこのテストを行うのがよいでしょう。しかしながら、それが難しい場合は、学期の最終日にテストをして、新学期の最初の授業で振り返り学習をすることになる場合もあるかと思います。

さらに、教員研修の際に他の学校の教師とテスト結果を共有するのもよいでしょう。そのようにすることで、どの単元に生徒がつまづきやすいかや、他の教師がどんな工夫をしているかなど、学習の改善につながる情報を得る事ができるでしょう。他の教師との信頼関係を築くことができれば、SNSを使って情報の共有などやりとりでき、さらには生徒たちの学習の改善につなげる手立て等も得やすくなるでしょう。

c. 学期末テスト

このテストで扱う問題はその学年で履修すべき重要な単元をカバーするものです。テストの結果は、一年間を通して教師が取り組んできた成果を反映するものであるので、このテストの実施には、間違いなく非常に大きな期待が込められます。テスト結果は、来年度、授業の質をあげるために教師が何をすればよいかを示してくれるでしょう。さらに、これらのテストを活用して、教師は来年度担当する教員のために、どの分野のどの単元を強化すべきかについて、学校の記録にコメントを残さなくてはなりません。

4. テスト結果の利用

例　8年次の生徒のテストの場合を例にとり、以下に二つの状況を説明します。

答え正：

	次の多項式の計算を行いましょう $(4x + 3y) + (5x - 2y)$
生徒たちの解き方	$9x + y$
この答えになった生徒の割合	70 %

答え誤：

	次の多項式の計算を行いましょう $(4x + 3y) + (5x - 2y)$
生徒たちの解き方	$7xy + 3xy$
この答えになった生徒の割合	60 %

もしこのような結果であった場合、そこから何が読み取れますか？

この結果から教師が得られる情報

身についた学力	学力として身についていない部分
等式の概念	わり算の概念
計算手順：	分数の概念

テスト結果を再学習に活かす方法

短期的配慮	中期的配慮
生徒が方程式の解き方を理解できていると確認するためには、商が答えになる方程式を用いる必要があります。そうしないと、それまでの学習内容がきちんと理解できていないために、次の学習テーマに進むことができないかもしれません。	既習内容の復習をするためにクラスメイトからアドバイスを受けたり、助けてもらう「生徒同士の相互学習」を導入するべきでしょう。
同じようなつまづきが複数の生徒にみられた場合は、同じタイプの問題を黒板を使って再学習する必要があるでしょう。	同じタイプの問題を解けるようになるまで、自宅や学校で自己学習を促す必要があります。

以上から、教師は生徒が正しく答えることができない問題に焦点を絞って時間をかけたり工夫したりすることができます。

最後に、教師がとるべきテストの適切な活用方法を以下に説明します。

a. 指導書に含まれるテストを適切なタイミングで行う
- ユニットのテスト（ユニットが終わるごとに実施するもの）
- 学期末テスト（各学期が終わる前に実施するもの）
- 学年末テスト（年次が終わる前に実施するもの）

b. 実施したテストを見直す

c. テスト結果から得られた情報を分析する

d. 再学習の方法を考える

e. 学期末テストの場合は、教員研修の際に指導改善案が出せるよう、その結果を近隣の学校で指導している教員と共に分析してもよいでしょう。

ユニット1.　式の計算

このユニットのねらい

数の様々な計算と累乗の特性を用いて多項式の演算を行い、多項式の代数的な専門用語が用いられる状況を表します。

関連と発展

7学年

ユニット4：文字を使った表現
- 代数式
- 代数式の計算
- 数式の相関関係の表記

ユニット5：一次方程式
- 数式の同等性
- 一次方程式
- 一次方程式の応用

8学年

ユニット1：式の計算
- 多項式を用いた計算
- 代数式の応用

ユニット2：連立二元一次方程式
- 連立二元一次方程式を解く方法
- 二元一次方程式の応用

9学年

ユニット1：多項式のかけ算
- 多項式のかけ算
- 特別な多項式
- 因数分解

ユニット3：二次方程式
- 二次方程式
- 二次方程式の応用

ユニット学習計画

レッスン	授業数	授業
1. 多項式を用いた計算	1	1. 文字を使った表現
	1	2. 単項式、多項式と次数の定義
	1	3. 多項式における同類項のまとめ
	1	4. 多項式のたし算とひき算
	1	5. 多項式にある数をかけるかけ算
	1	6. 多項式をある数で割るわり算
	1	7. ある数で割った数を含む多項式の複合演算
	1	8. 復習問題
	1	9. 単項式に単項式をかけるかけ算
	1	10. 単項式を単項式で割るわり算
	1	11. 単項式と単項式のかけ算およびわり算の組み合わせ
	1	12. 多項式の代入と数値
	2	13. 復習問題
2. 代数式の応用	1	1. 連続する数のたし算
	1	2. ある数とその各桁の数字の順を逆にした数のたし算
	1	3. 日付のたし算
	1	4. 多項式を用いた問題の解
	2	5. 復習問題
	1	ユニット1テスト

ユニット１　20時間の授業+テスト

各レッスンの重要事項

レッスン1：多項式を用いた計算

7学年で学んだ単項式の演算を基に、多項式を伴う演算の紹介を始め、その中では日常生活に基づいたケースも扱います。多項式の演算の展開を理解しやすくするため、以下の順を採用します　：　概念形成、同類項のまとめ、たし算と引き算、かけ算とわり算。かけ算とわり算に関しては、まず割る数が数の場合を扱い、その後割る数が単項式の場合を扱います。さらに、多項式の数値を定義します。この項目では、数学関数を使用して、生徒が関数に親しみ、その意味を知ることを目的とします。

レッスン2：代数式の応用

多項式の演算を練習した後、多項式を用いて数の特質や特徴の型を作り、日常生活の課題の解決を目指します。型を作る対象の特質には以下のものがあります：連続する数のたし算、ある数とその各桁の数字の順を逆にした数のたし算、日付のたし算、等。

レッスン 1 多項式を用いた計算

1.1 文字を使った表現

P

次の計算をしましょう。

a) $z = 8$ の時、$2z - 5$ の値

b) $(3x - 5) \times (-2)$

c) $(-8 + 4a) \div 2$

d) $(-6y + 15) \div 3 + (2x + 8) \times (-5)$

S

a) $z = 8$ の時、$2z - 5$ の値

z の値を代入します ：

$$2z - 5 = 2 \times 8 - 5$$
$$= 11$$

b) $(3x - 5) \times (-2)$

式の各項にかけ算をします ：

$$(3x - 5) \times (-2) = 3x \times (-2) - 5 \times (-2)$$
$$= -6x + 10$$

c) $(-8 + 4a) \div 2$

わり算を実行します ：

$$(-8 + 4a) \div 2 = -8 \div 2 + 4a \div 2$$
$$= -4 + 2a$$
$$= 2a - 4$$

d) $(-6y + 15) \div 3 + (2x + 8) \times (-5)$

かけ算とわり算を実行します ：

$$(-6y + 15) \div 3 + (2x + 8) \times (-5) = -6y \div 3 + 15 \div 3 + 2x \times (-5) + 8 \times (-5)$$
$$= -2y + 5 - 10x - 40$$
$$= -10x - 2y - 35$$

1. 以下の項の係数と変数を答えましょう。

a) $3x$ 係数：3 変数：x

b) $-6b$ 係数：-6 変数：b

c) $-7mn$ 係数：-7 変数：mn

2. 次の代数式の項を答えましょう。

a) $2x - 5$
項1: $2x$、項2： -5

b) $7b - 3a - 1$
項1: $7b$、項2: $-3a$、項3: -1

c) $2x + 7st - 4$
項1: $2x$、項2: $7st$、項3: -4

3. 各変数の値を代入し、各代数式の数値を求めましょう。

a) $6a - 1$、$a = 2$ の時
$6(2) - 1 = 11$

b) $x - 4$、$x = -5$ の時
$-5 - 4 = -9$

c) $6y - 1$、$y = \frac{1}{3}$ の時
$6\left(\frac{1}{3}\right) - 1 = 1$

d) $2a + 4$、$a = -\frac{3}{2}$ の時
$2\left(\frac{-3}{2}\right) + 4 = 1$

4. 次のかけ算を解きましょう。

a) $(4x + 7) \times 2$
$8x + 14$

b) $(n - 5) \times 3$
$3n - 15$

c) $(3a + 2) \times (-4)$
$-12a - 8$

d) $(t - 5) \times (-3)$
$-3t + 15$

5. 次のわり算を解きましょう。

a) $(8u + 24) \div 4$
$2u + 6$

b) $(-4n - 10) \div 2$
$-2n - 5$

c) $(9y + 3) \div (-3)$
$-3y - 1$

d) $(-15a - 5) \div (-5)$
$3a + 1$

6. 次の計算を行い、同類項をまとめましょう。

a) $(-6y + 12) \div (-2) + (x + 5) \times 3$
$3x + 3y + 9$

b) $(-5y + 1) \times (-2) + (x - 8) \times 4$
$4x + 10y - 34$ 4

2

達成の目安

1.1 7学年で学んだ内容を使い、文字を使った式を解きましょう。

学習の流れ

7学年のユニット4では、初めて文字を使った表現の内容を扱いました。そこでは数学的モデルを用いて状況を表し、代数式の数値を求め、代数式を含む計算式を解く方法を学びました。この授業では、生徒たちがそれらの知識を復習し、新しい内容の導入に備えることをねらいとしています。

ねらい

Ⓟ、Ⓢ　7学年で学んだ手順を復習します。ある代数式の数値を求め、1つの数を含む代数式のたし算、ひき算、かけ算、わり算を行います。

Ⓡ　冒頭の設問で提示された問題と同様のタイプの問題を展開します。7学年ですでに学んだ手順、例えばある代数式における要素の判別のような手順の利用が必要となる問題を再度扱います。

つまずきやすい点：
学年の最初の授業ですが、生徒たちがすでに学んだことを忘れている場合や、極端な例ではその内容を学んだ時にプロセスを理解しなかった場合があります。そのような場合は、計算のプロセスを復習したり、学習した事を復習していくためにペアまたは3人のグループでの作業を設ける必要があります。

日付：　　　　　　　　　　　　**ユニット1 1.1**

Ⓟ 計算しましょう：

a) $z = 8$ の時、$2z - 5$ の値

b) $(3x - 5) \times (-2)$

c) $(-8 + 4a) \div 2$

d) $(-6y + 15) \div 3 + (2x + 8) \times (-5)$

Ⓢ a) z の値を代入します：

$2z - 5 = 2 \times 8 - 5 = 11$

b) $(3x - 5) \times (-2) = -6x + 10$

c) $(-8 + 4a) \div 2 = 2a - 4$

d) $(-6y + 15) \div 3 + (2x + 8) \times (-5) = -10x - 2y - 35$

Ⓡ 3. a) $6a - 1$、$a = 2$ の時

$6 \times 2 - 1 = 12 - 1 = 11$

c) $6y - 1$、$y = \frac{1}{3}$ の時

$6 \times \frac{1}{3} - 1 = 2 - 1 = 1$

4. a) $(4x + 7) \times 2 = 8x + 14$

5. a) $(8u + 24) \div 4 = 2u + 6$

6. a) $(-6y + 12) \div (-2) + (x + 5) \times 3$

$= (3y - 6) + (3x + 15)$

$= 3x + 3y + 9$

宿題：練習帳2ページ

1.2 単項式、多項式と次数の定義

P

マリアの年齢はカルロスの年齢の5倍で、カルロスの年齢はアナとアントニオの年齢の和と同じです。アナとアントニオの年齢を使ってマリアの年齢を表しましょう。
a を使ってアナの年齢を表し、b を使ってアントニオの年齢を表しましょう。

S

カルロスの年齢はアナの年齢とアントニオの年齢の和なので ：カルロスの年齢 = アナの年齢 + アントニオの年齢 = $a + b$.

マリアの年齢はカルロスの年齢の5倍なので ：
マリアの年齢 = 5 × カルロスの年齢 = $5 \times (a + b) = 5a + 5b$

よって、アナとアントニオの年齢を使って代数式で表すマリアの年齢は$\mathbf{5a + 5b}$ です。

C

指数を含む1つ以上の変数で表される代数式において、数字は**係数**と呼ばれ、乗法のみを含むものを**項**といいます。

係数 → $7x^2$ ← 指数、← 変数

-7は変数の指数がすべて0 （$x^0 = 1$） である単項式であることに注目しましょう。

例：$5x$、y、$2ay$、$\frac{3}{5}x^2$、b^2y、-7。

1つの項または2つ以上の項の和からなる代数式を**多項式**といいます。

例： $5a + 5x$, $4y - 2$, $2x^2 - 3ax + 5$

多項式 $2x^2 - 3ax + 5$ は項 $2x^2$、$-3ax$、5で構成されていることに注目しましょう。

$$2x^2 - 3ax + 5 = \underbrace{2x^2 + (-3ax) + 5}_{\text{項}}$$

1つの項のみから構成される多項式を、**単項式**と定義します。

単項式の次数は全ての変数の指数の和と定義します。

例えば、項 $-4xy^2$ の次数は 3です。$-4 \times \underbrace{x \times y \times y}_{\text{次数 } 3}$ と表現でき、指数の和は 3 であるからです。

多項式を構成する項のうち次数が最も大きい項の次数を、**多項式の次数**と定義します。

例えば、多項式 $6x^3 + 5x^2 - 7x$ の次数は 3です。$\underbrace{6x^3}_{\text{次数 } 3} + \overbrace{5x^2}^{\text{次数 } 2} + \underbrace{(-7x)}_{\text{次数 } 1}$ と表現でき、全ての項のうち次数が最も大きい項の次数は 3 であるからです。

1. 次の多項式を構成する項を答えましょう。
   - a) $3a + 2x$　項1: $3a$, 項2: $2x$
   - b) $6t + 5z - 2$　項1: $6t$, 項2: $5z$, 項3: -2
   - c) $-\frac{2}{3}a + 2x^3 - \frac{1}{2}$　項1: $-\frac{2}{3}a$, 項2: $2x^3$, 項3: $-\frac{1}{2}$
   - d) $-ab + 2tv^2$　項1: $-ab$, 項2: $2tv^2$
2. 次の単項式の次数を求めましょう。
   - a) $4x^3$　3
   - b) $-5xz$　2
   - c) $\frac{3}{5}x^2a^3$　$2 + 3 = 5$
   - d) $-\frac{2}{3}ab^2x^3$　$1 + 2 + 3 = 6$
3. 次の多項式の次数を求めましょう。
   - a) $-6xyz$　3
   - b) $7x + 3t$　1
   - c) $\frac{3}{4}x^2a^3 - xa^3$　5
   - d) $-uvw^2 + v^2 - \frac{t^2}{3}$　4

達成の目安

1.2 多項式の定義を応用させながら、構成要素と性質を確認しましょう。

学習の流れ

7学年では代数式を初めて扱いましたが、分類は全く行いませんでした。この段階では、**代数式**の概念を確実に身につけるだけでなく、構成要素を識別し、項の数によって分類ができるようになります。ここでは単項式は項が1つしかない多項式と解釈される、と説明することが大切です。

ねらい

Ⓟ、Ⓢ 数学的モデルを用いて状況を表現してその状況を解決し、その後代数式の構成要素と分類の基本概念を導入します。次回以降の内容が理解できるよう、構成要素の1つ1つの特徴を際立たせることが大切です。

© 項の次数と多項式の次数を区別すること。

つまずきやすい点：
生徒によっては、項の次数と多項式の次数を簡単に区別できなかったり、場合によっては項の構成要素（係数、指数、文字、等） を判別できなかったりすることがあります。

日付： **ユニット1 1.2**

Ⓟ アナとアントニオの年齢を使ってマリアの年齢を表しましょう。
a を使ってアナの年齢を表し、b を使ってアントニオの年齢を表しましょう。

Ⓢ マリアの年齢 = 5 × カルロスの年齢
$= 5 \times (a + b)$
$= 5a + 5b$

Ⓡ 1.a) $3a + 2x$
T1: $3a$, T2: $2x$

2.a) $4x^3$ → 次数 3
b) $-5xz$ → 次数 1 + 1 = 2
c) $\frac{3}{5}x^2a^3$ → 次数 2 + 3 = 5

3.a) $-6xyz$ → 次数 3
b) $7x + 3t$ → 次数 1

宿題：練習帳3ページ

1.3 多項式における同類項のまとめ

P

次の多項式の同類項をまとめましょう。

a) $3x + 5a - 2x + 4a$　　　b) $2y^2 + 8y - 9y + 3y^2$

指数が等しい同じ変数を持つ項を、**同類項**と呼びます。

同類項

$4x + 5a - 2x + 4a$

同類項

まとめるとこのようになります。

$ax + bx = (a + b)x$

S

a) $3x + 5a - 2x + 4a$

$= 3x - 2x + 5a + 4a$

$= (3 - 2)x + (5 + 4)a$

$= x + 9a$

$= 9a + x$

同類項を整理します。

同類項をまとめます。

b) $2y^2 + 8y - 9y + 3y^2$

$= 2y^2 + 3y^2 + 8y - 9y$

$= (2 + 3)y^2 + (8 - 9)y$

$= 5y^2 - y$

C

多項式の同類項のまとめは、以下の順序で行います。

1. 同類項を整理します。
2. 同類項をまとめます。

例： $7c^2 + 2c - 4c^2 + 3c$

1. $7c^2 + 2c - 4c^2 + 3c = 7c^2 - 4c^2 + 2c + 3c$
2. $= (7 - 4)c^2 + (2 + 3)c$

$= 3c^2 + 5c$

2つの項の変数の指数が異なる場合は、それらの項は同類項ではありません。

例えば、$5x^2$ と $5x$ は同類項ではありません。

1.次の多項式の同類項をまとめましょう。

a) $3a + 2a$
$5a$

b) $6x + 5x$
$11x$

c) $3x + 5a - 2x + 3a$
$8a + x$

d) $5y + 9b - 6b - 6y$
$3b - y$

e) $6t + 2z - t - 5z$
$5t - 3z$

f) $4x - y - 2y + x$
$5x - 3y$

g) $9t^2 + 2t - 7t^2 + 6t$
$2t^2 + 8t$

h) $3y - 3y^2 - 4y^2 + 9y$
$12y - 7y^2$

i) $a^2 + 5a - 5a^2 + a$
$-4a^2 + 6a$

j) $z^2 + 9z + 3z - z^2$
$12z$

k) $xy + \frac{2}{3}y - 3y + \frac{1}{2}xy$
$\frac{3}{2}xy - \frac{7}{3}y$

l) $a^2 - 2a - \frac{1}{4}a + \frac{1}{3}a^2$
$\frac{4}{3}a^2 - \frac{9}{4}a$

2.同類項をまとめるための以下の手順がなぜ誤っているか、説明しましょう。

$$
\begin{aligned}
4x + 5a - 2x + 4a &= 4x - 2x + 5a + 4a \\
&= (4 - 2)x + (5 + 4)a \\
&= 2x + 9a \\
&= 11xa
\end{aligned}
$$

同類項ではない2つの項をまとめているからです。

達成の目安

1.3 多項式の同類項をまとめましょう。

学習の流れ

生徒たちはすでに多項式の概念に慣れ、項や多項式およびその項それぞれの次数を識別できるようになりました。この授業では、多項式における同類項のまとめを紹介します。生徒たちが符号の法則を正しく適用することが大切です。忘れている場合は復習させなければなりません。

ねらい

Ⓟ、Ⓢ同類項をまとめること。そのため、文字部分を分けて係数だけを扱えるように、同類項を整理することを目指します。

Ⓡ 同類項のまとめの手順を確実に身につけること。さらに、文字が進むにつれて係数が整数から分数に移る形で表現された場合の係数の利用、項の数、変数の種類も身につけます。符号が同じ場合、符号が異なり結果が正または負になる場合を検討します。変数は、生徒が同類項の概念を理解したか確認できるような形で使用されています。

つまずきやすい点：
2つの項の文字部分が同じでも指数が異なればそれらの項は同類項ではないことを、生徒が理解できないかもしれません。

符号の使い方が誤っていたり、文字部分が異なる2つの項をまとめたり、2つの項の文字部分を含めた答えを書いたりすることも考えられます。

日付： ユニット1 1.3

Ⓟ 同類項をまとめましょう。

a) $3x + 5a - 2x + 4a$
b) $2y^2 + 8y - 9y + 3y^2$

Ⓢ a) $3x + 5a - 2x + 4a$
$= 3x - 2x + 5a + 4a$
$= (3 - 2)x + (5 + 4)a$
$= 9a + x$

b) $2y^2 + 8y - 9y + 3y^2 = 5y^2 - y$

Ⓡ 1. a) $3a + 2a = (3 + 2)a = 5a$
b) $6x + 5x = (6 + 5)x = 11x$
c) $3x + 5a - 2x + 3a$
$= (5 + 3)a + (3 - 2)x$
$= 8a + x$
d) $5y + 9b - 6b - 6y$
$= (9 - 6)b + (5 - 6)y$
$= 3b - y$
e) $6t + 2z - t - 5z$
$= (6 - 1)t + (2 - 5)z$
$= 5t - 3z$

宿題：練習帳4ページ

1.4 多項式のたし算とひき算

P

次の多項式を含む計算をしましょう。

a) $(4x + 3y) + (5x - 2y)$ b) $(2x + 5y) - (-3x + 9y)$

符号の法則より：
「符号が同じ2つの数の積は正、符号が異なる2つの数の積は負になります。」

S

符号の法則を使い、かっこを使わずに表現します。

a) $(4x + 3y) + (5x - 2y)$

$= 4x + 3y + 5x - 2y$

同類項をまとめます。

$= 4x + 5x + 3y - 2y$

$= 9x + y$

b) $(5y + 2x) - (9y - 3x)$

$= 5y + 2x - 9y + 3x$

$= 2x + 3x + 5y - 9y$

$= 5x - 4y$

たて書きで問題が解けることに注目しましょう。

a)
$$\begin{array}{rr} & 4x + 3y \\ (+) & 5x - 2y \\ \hline & 9x + \ \ y \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{rr} & 2x + 5y \\ (-) & -3x + 9y \\ \hline & 5x - 4y \end{array}$$

C

多項式のたし算とひき算を行うためには、次の手順を踏みます。

1. 符号の法則を用いて、かっこを使わずに表現します。
2. 同類項をまとめます。

例： $(3a + 5b) - (4a - 3b)$

1. $(3a + 5b) - (4a - 3b) = 3a + 5b - 4a + 3b$
2. $\quad = 3a - 4a + 5b + 3b$
$\quad = -a + 8b$

次の多項式を含む計算をしましょう。

a)
$$\begin{array}{rr} & 6x + 2y \\ (+) & 3x - 5y \\ \hline \end{array}$$
$9x - 3y$

b)
$$\begin{array}{rr} & 4a + 5b \\ (-) & 7a - 9b \\ \hline \end{array}$$
$-3a + 14b$

この式と同じです。
$$\begin{array}{rr} & 4a + 5b \\ (+) & -7a + 9b \\ \hline \end{array}$$

c) $(9x + 2y) + (7x - 5y)$
$16x - 3y$

d) $(x + 2y) + (6x - y)$
$7x + y$

e) $(5xy + 4y) - (7x - 8xy)$
$-7x + 13xy + 4y$

f) $(4ab - 3a) + (5a - 2ab)$
$2ab + 2a$

g) $(-6t + 2z) - (7z - 7t)$
$t - 5z$

h) $(6a^2 + 2a) - (a^2 - 5a)$
$5a^2 + 7a$

i) $(-2t + 2u) - (2t + 2u)$
$-4t$

j) $(-x + 7y - 2) + (4x - y + 6)$
$3x + 6y + 4$

k) $(-ab + 5a - 4) - (4a - ab + 9)$
$a - 13$

l) $(-8 + 5m - 4m^2) - (m^2 + 9 - m)$
$-5m^2 + 6m - 17$

5

達成の目安

1.4 多項式のたし算とひき算をしましょう。

学習の流れ

前回の授業では同類項のまとめを初めて扱いました。この授業では同類項のまとめに基づき、たし算とひき算を始めます。さらに、かっこが現れる場合のかけ算を行うため、符号の法則を用います。かっこがマイナス記号（ - ）より上位に現れる場合は、項の符号が逆になることを強調することが大切です。

ねらい

Ⓟ、Ⓢ 多項式のたし算と引き算。これら2種類の演算は、類似点や違いを判別できるように、同時に扱われます。また、多項式を書く2つの方法、横書きと縦書きも紹介されます。

® 多項式のたし算とひき算の手順を確実に身につけること。さらに、符号の法則の様々なケースを引き続き扱います。同様に、異なる変数の組み合わせや同じ変数でも指数が異なるものを扱い、確実に習得できるようにします。

つまずきやすい点：
引く多項式の符号を変えない生徒がいるかもしれません。その際は、差の概念を復習する必要があります。

また、同類項でない項をまとめてしまうことも考えられます。その場合、前回の授業の内容を復習する方法を考えなければなりません。

日付： ユニット1 1.4

Ⓟ 計算しましょう：

a) $(4x + 3y) + (5x - 2y)$

b) $(2x + 5y) - (-3x + 9y)$

Ⓢ a) $(4x + 3y) + (5x - 2y)$

$= 4x + 3y + 5x - 2y$

$= 9x + y$

b) $(5y + 2x) - (9y - 3x)$

$= 5y + 2x - 9y + 3x$

$= 2x + 3x + 5y - 9y$

$= 5x - 4y$

Ⓡ a)

$$\begin{array}{rr} & 6x + 2y \\ (+) & 3x - 5y \\ \hline & 9x - 3y \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{rr} & 4a + 5b \\ (-) & 7a - 9b \\ \hline & -3a + 14b \end{array}$$

c) $(9x + 2y) + (7x - 5y)$

$= (9 + 7)x + (2 - 5)y$

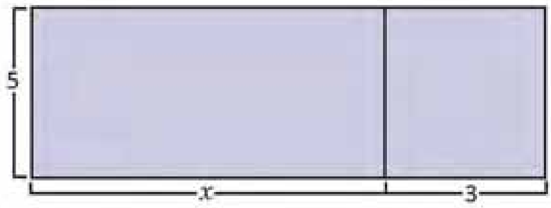
$= 16x - 3y$

宿題：練習帳5ページ

1.5 多項式にある数をかけるかけ算

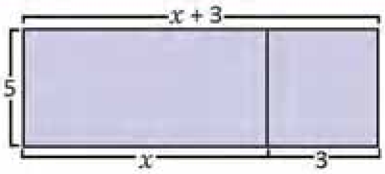
P

ポスターを作るために、図で示されているような2つの紙を合体させる必要がありました。ポスター全体の面積を求めましょう。



S

ポスターの寸法は、幅が5、長さが （$x + 3$） です。

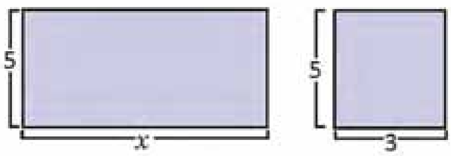


よって、ポスターの面積は $5 \times (x + 3) = 5\,(x + 3)$ です。

また、それぞれの紙の面積を計算し、その結果を足して求めることもできます。

面積1：$5 \times x = 5x$

面積2：$5 \times 3 = 15$



よって、全体の面積は： $5(x + 3) = 5x + 15$

したがって： $5(x + 3) = 5x + 15$

C

多項式にある数をかける掛け算を解くには、その数に多項式の各項を掛けて解きましょう。

例：$-3(4x - 3y - 2)$

$$-3(4x - 3y - 2) = (-3) \times 4x + (-3) \times (-3y) + (-3) \times (-2)$$
$$= -12x + 9y + 6$$

E

次の式を解きましょう：$5(x - 4a) - 2(3x - 4a)$。

かけ算を行い、同類項をまとめます。

$$5(x - 4a) - 2(3x - 4a) = 5x - 20a - 6x + 8a$$
$$= 5x - 6x - 20a + 8a$$
$$= -x - 12a$$

次の、ある数と多項式のかけ算を解きましょう。

a) $3(4x + y)$
$12x + 3y$

b) $-6(2x - 7y)$
$-12x + 42y$

c) $7(2a - 3 - 4b)$
$14a - 28b - 21$

d) $-5(5 - 4a - 6b)$
$20a + 30b - 25$

e) $6(4t - 3b) - 5(-t + 2b)$
$-28x + 29t$

f) $-2(8y^2 - 5y) - 3(-7y + y^2)$
$-19y^2 + 31y$

g) $-8\left(\frac{y}{4} - \frac{y^2}{2}\right)$
$-2y + 4y^2$

h) $(-2x + 4y - 12) \times \frac{1}{2}$
$-x + 2y - 6$

達成の目安

1.5 多項式とある数とのかけ算を行いましょう。

学習の流れ

7学年では、2つの項の代数式にある数を掛けるかけ算を学びました。この授業では、2項以上の代数式と数とのかけ算を始めますが、理解を助ける題材として、平面図の面積の計算を用います。項の数を増やすだけでなく、同類項のまとめの利用もめざします。

ねらい

Ⓟ、Ⓢ 多長方形の面積の計算を通じ、多項式と数のかけ算を初めて扱います。因数の順序を変えても結果は同じになることに注意を払うことが大切です。そのため、数に多項式をかける問題のみを扱いますが、その結果は多項式に数をかけた時と同じです。

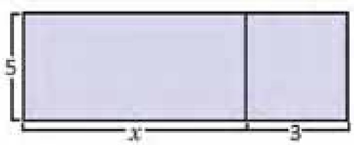
Ⓔ 2回かけ算が必要な式を解き、その後同類項をまとめます。

つまずきやすい点：
7学年で「ある数と2項式の積」を学んでいない可能性があります。その場合、7学年のユニット4の第2課を確認させ、最後の手段として、授業で説明を行ってください。

もしかすると、分数の計算ができないかもしれません。その場合は、7学年のユニット3の第2課を確認させてください。

日付： **ユニット1 1.5**

Ⓟ ポスター全体の面積を求めましょう。



Ⓢ ポスターの面積：
幅 = 5、長さ = $(x+3)$
よって、ポスターの面積は：
$5 \times (x+3) = 5(x+3)$

Ⓔ 計算しましょう。
$5(x-4a) - 2(3x-4a)$
$= 5x - 20a - 6x + 8a$
$= 5x - 6x - 20a + 8a$
$= -x - 12a$

Ⓡ a) $3(4x+y) = 12x + 3y$

b) $-6(2x-7y) = -12x + 42y$

c) $7(2a-3-4b) = 14a - 28b - 21$

宿題：練習帳6ページ

1.6 多項式をある数で割るわり算

P

次の、多項式をある数で割るわり算を行いましょう。（$10x - 4a$） ÷ 2。

S

割り算を、除数の逆数との掛け算に直して解きます。

$$(10x - 4a) \div 2 = (10x - 4a) \times \frac{1}{2}$$

数と多項式をかけます（前回の授業）。

$$(10x - 4a) \times \frac{1}{2} = 10x \times \frac{1}{2} - 4a \times \frac{1}{2}$$

$$= 5x - 2a$$

各単項式にわり算を分配します。

$$(10x - 4a) \div 2 = (10x \div 2) + (-4a \div 2)$$

$$= (5x) + (-2a)$$

$$= 5x - 2a$$

左の答えの約分を確認しましょう。

$$\overset{5}{\cancel{10}}x \times \frac{1}{\underset{1}{\cancel{2}}} \quad -\overset{2}{\cancel{4}}a \times \frac{1}{\underset{1}{\cancel{2}}}$$

C

多項式をある数で割る除算を解くには、多項式の各項にその割る数の逆数を掛けて解きましょう。例えば、（$15x - 6y - 9$） ÷ （-3）

$$(15x - 6y - 9) \div (-3) = (15x - 6y - 9) \times \left(-\frac{1}{3}\right)$$

$$= 15x \times \left(-\frac{1}{3}\right) - 6y \times \left(-\frac{1}{3}\right) - 9 \times \left(-\frac{1}{3}\right)$$

$$= -5x + 2y + 3$$

E

次の、多項式をある数で割るわり算を行いましょう。$(-30x^2 - 10x + 25) \div (-5)$

逆数を掛けて、同類項をまとめます。

$$(-30x^2 - 10x + 25) \div (-5) = (-30x^2 - 10x + 25) \times \left(-\frac{1}{5}\right)$$

$$= -30x^2 \times \left(-\frac{1}{5}\right) - 10x \times \left(-\frac{1}{5}\right) + 25 \times \left(-\frac{1}{5}\right)$$

$$= 6x^2 + 2x - 5$$

次の、多項式をある数で割るわり算を計算しましょう。

a) $(16x - 8a) \div 2$
$8x - 4a$

b) $(-24b - 12) \div 6$
$-4b - 2$

c) $(9xy - 45y) \div (-3)$
$-3xy + 15y$

d) $(-21x^2 + 49x) \div (-7)$
$3x^2 - 7x$

e) $(45x^2 - 20x - 35) \div 5$
$9x^2 - 4x - 7$

f) $(-20y - 36x - 4) \div 4$
$-9x - 5y - 1$

g) $(16y + 24x + 48) \div (-8)$
$-3x - 2y - 6$

h) $(-63y + 27x + 54) \div (-9)$
$-3x + 7y - 6$

達成の目安

1.6 多項式をある数で割るわり算を行いましょう。

学習の流れ

7学年では単項式をある数で割る方法、かけ算とわり算の混合算を解く方法を学びました。この授業では多項式を数で割ります。そのために2種類の方法を紹介します。1つ目はわり算を逆数のかけ算と考える方法で、2つ目は多項式の各項を割る数で割る方法です。

商がちょうどの値でなければ、約分を行います。

ねらい

Ⓟ、Ⓢ 多項式をある数で割るわり算を行います。計算を行う2種類の方法、逆数を掛ける方法、または分配法則を適用する方法を実施します。

つまずきやすい点：
わり算の手順を理解していないと思われる場合は、7学年のユニット3を参照しましょう。

日付： **ユニット1 1.6**

Ⓟ わり算を解きましょう。
$(10x-4a)\div 2$

Ⓢ $(10x-4a)\div 2$
$= (10x-4a)\times\frac{1}{2}$
$= 10x\times\frac{1}{2}-4a\times\frac{1}{2}$
$= 5x-2a$

Ⓔ 次のわり算を解きましょう。
$(-30x^2-10x+25)\div(-5)$
$= (-30x^2-10x+25)\times(-\frac{1}{5})$
$= 6x^2+2x-5$

Ⓡ a) $(16x-8a)\div 2 = 8x-4a$

b) $(-24b-12)\div 6 = -4b-2$

c) $(9xy-45y)\div(-3) = -3xy+15y$

d) $(-21x^2+49x)\div(-7) = 3x^2-7x$

宿題：練習帳7ページ

1.7 ある数で割った数を含む多項式の複合演算

P

計算を行い、同類項をまとめましょう：$\frac{5x+2y}{3}-\frac{2y-x}{6}$

S

分母を揃えます。

$$\frac{5x+2y}{3}-\frac{2y-x}{6}=\frac{2(5x+2y)}{6}-\frac{2y-x}{6},$$

1つの分数として表します。

$$=\frac{2(5x+2y)-(2y-x)}{6},$$

かっこを外します。

$$=\frac{10x+4y-2y+x}{6},$$

同類項を整理します。

$$=\frac{10x+x+4y-2y}{6},$$

同類項をまとめます。

$$=\frac{11x+2y}{6}.$$

ある数と多項式のかけ算として表します。

$$\frac{5x+2y}{3}-\frac{2y-x}{6}=\frac{1}{3}(5x+2y)-\frac{1}{6}(2y-x),$$

かけ算を行います。

$$=\frac{5}{3}x+\frac{2}{3}y-\frac{1}{3}y+\frac{1}{6}x,$$

同類項を整理します。

$$=\frac{5}{3}x+\frac{1}{6}x+\frac{2}{3}y-\frac{1}{3}y,$$

同類項をまとめます。

$$=\frac{11}{6}x+\frac{1}{3}y.$$

どちらの方法でも答えは同じことに注目しましょう。

$$\frac{11x+2y}{6}=\frac{11}{6}x+\frac{1}{3}y$$

C

分母が異なる多項式の計算を解くには、以下の2つの方法のどちらを用いても構いません。

1. 最小公分母を使い、同類項をまとめます。
2. 分母をある数のかけ算として表してから、同類項をまとめます。

E

計算を解き、同類項をまとめましょう：$\frac{2x-y}{3}-\frac{x-5y}{6}$

$$\frac{2x-y}{3}-\frac{x-5y}{6}=\frac{2(2x-y)}{6}-\frac{(x-5y)}{6}$$

$$=\frac{2(2x-y)-(x-5y)}{6}$$

$$=\frac{4x-2y-x+5y}{6}$$

$$=\frac{3x+3y}{6}=\frac{3(x+y)}{6}=\frac{x+y}{2}$$

計算を行い、同類項をまとめましょう。

a) $\frac{4x+y}{9}+\frac{3y-2x}{3}=\frac{-2x+10y}{9}$

b) $\frac{6z+5t}{3}+\frac{3t-z}{2}=\frac{9z+19t}{6}$

c) $\frac{4x+7y}{2}-\frac{2y-3x}{4}=\frac{11x+12y}{4}$

d) $\frac{3a-4y}{5}-\frac{a-y}{2}=\frac{a-3y}{10}$

e) $x+y+\frac{y+5x}{3}=\frac{8x+4y}{3}$

f) $x-y-\frac{4y-3x}{7}=\frac{10x-11y}{7}$

8

達成の目安

1.7 ある数で割った数を含む多項式の複合演算を行いましょう。

学習の流れ

このユニットの前回までの授業では、多項式のたし算とひき算、多項式を数で割るわり算について学びました。そのためこの授業ではたし算・ひき算とある数で割った商の組み合わせを扱います。混合算がある時に適用される論理順序を強調することが大切です。

ねらい

Ⓟ、Ⓢ 多長方形の面積の計算を通じ、多項式と数のかけ算を初めて扱います。因数の順序を変えても結果は同じになることに注意を払うことが大切です。そのため、数に多項式をかける問題のみを扱いますが、その結果は多項式に数をかけた時と同じです。

一部の設問の解答：

d) $\frac{3a-4y}{5} - \frac{a-y}{2}$

$= \frac{6a-8y}{10} - \frac{5a-5y}{10}$

$= \frac{6a-8y-5a+5y}{10}$

$= \frac{a-3y}{10}$

e) $x+y+\frac{y+5x}{3}$

$= \frac{3x+3y+y+5x}{3}$

$= \frac{8x+4y}{3}$

日付：　　ユニット1 1.7

Ⓟ 計算しましょう：

$\frac{5x+2y}{3} - \frac{2y-x}{6}$

Ⓢ $\frac{5x+2y}{3} - \frac{2y-x}{6}$

$= \frac{2(5x+2y)}{6} - \frac{2y-x}{6}$

$= \frac{2(5x+2y)-(2y-x)}{6}$

$= \frac{10x+4y-2y+x}{6}$

$= \frac{11x+2y}{6}$

Ⓔ $\frac{2x-y}{3} - \frac{x-5y}{6}$

$= \frac{2(2x-y)}{6} - \frac{(x-5y)}{6}$

$= \frac{3x+3y}{6}$

Ⓡ a) $\frac{4x+y}{9} + \frac{3y-2x}{3} = \frac{-2x+10y}{9}$

b) $\frac{6z+5t}{3} + \frac{3t-z}{2} = \frac{9z+19t}{6}$

c) $\frac{4x+7y}{2} - \frac{2y-3x}{4} = \frac{11x+12y}{4}$

宿題：練習帳8ページ

1.8 復習問題

1.次の多項式を構成する項を答えましょう。

a) $9st + 5x$
$9st,\ 5x$

b) $3t^2 + 7zs - 21$
$3t^2,\ 7zs,\ -21$

2. 次の単項式の次数を求めましょう。

a) $8xyz$
3

b) $-5x^3z$
4

3. 次の多項式の次数を求めましょう。

a) $7xa + 3t^3$
3

b) $6 - 6xyz$
3

4. 次の多項式の同類項をまとめましょう。

a) $3a + 2a$
$5a$

b) $6x + 5x$
$11x$

c) $5a + 7x + 3a - 2x$
$8a + 5x$

5. 次の多項式を含む計算をしましょう。

a)
$$\begin{array}{rr} & 3x + 7y \\ (+) & 4x - 9y \\ \hline & 7x - 2y \end{array}$$

b) $(4ab + 4a^2) - (6a^2 - 8ab)$
$12ab - 2a^2$

c) $(-5n^2 + 9n + 3) - (-2n^2 - 4n + 1)$
$-3n^2 + 13n + 2$

6. 次の、ある数と多項式のかけ算を解きましょう。

a) $-5(-2s + 6t)$
$10s - 30t$

b) $3(4x - 3y) - 2(5x - 2y)$
$2x - 5y$

c) $(6x - 15y - 36) \times \frac{1}{3}$
$2x - 5y - 12$

7. 次の、多項式をある数で割るわり算を解きましょう。

a) $(-9s + 24t) \div 3$
$-3s + 8t$

b) $(-54x^2 + 18x) \div -9$
$6x^2 - 2x$

c) $(36x^2 - 12x + 28) \div 4$
$9x^2 - 3x + 7$

8. 計算を行い、同類項をまとめましょう。

a) $\frac{10x + 4y}{32} + \frac{-3x + y}{8}$
$\frac{-x + 4y}{16}$

b) $\frac{2a + 5b}{10} - \frac{3a - 6b}{40}$
$\frac{5a + 26b}{40}$

c) $s - t - \frac{2s - 5t}{6}$
$\frac{4s - t}{6}$

達成の目安

1.8 代数式を用いて問題を解きましょう。

一部の設問の解答：

6. b) $3(4x-3y)-2(5x-2y)$
$= 12x-9y-10x+4y$
$= 2x-5y$

c) $(6x-15y-36)\times\frac{1}{3}$
$= \frac{6}{3}x-\frac{15}{3}y-\frac{36}{3}$
$= 2x-5y-12$

7. a) $(-9s+24t)\div 3$
$= \frac{9}{3}s+\frac{24}{3}t$
$= -3s+8t$

c) $(36x^2-12x+28)\div 4$
$= \frac{36}{4}x^2-\frac{12}{4}x+\frac{12}{4}$
$= 9x^2-3x+7$

8. a) $\frac{10x+4y}{32}+\frac{-3x+y}{8}$
$= \frac{(10x+4y)}{32}+\frac{4(-3x+y)}{32}$
$= \frac{(10x+4y)+(-12x+4y)}{32}$
$= \frac{10x+4y-12x+4y}{32}$
$= \frac{-2x+8y}{32} = \frac{2(-x+4y)}{32}$
$= \frac{-x+4y}{16}$

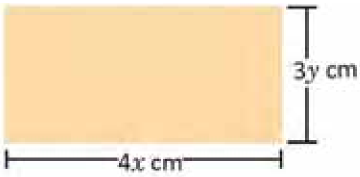
宿題：練習帳9ページ

レッスン 1

1.9 単項式に単項式をかけるかけ算

P

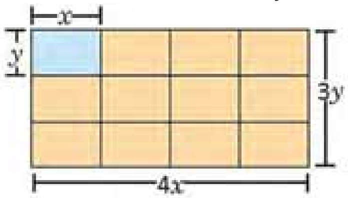
長さが $4x$ cm で、幅が $3y$ cm の長方形の面積を求めましょう。



S

長方形の面積はかけ算 $4x \times 3y$ の結果になります。

この長方形を、さらに小さい、幅 y cm、長さ x cm の長方形に分けます。



単項式のかけ算 $4x \times 3y$ は以下のようになることに注目しましょう。

$$\begin{aligned} 4x \times 3y &= 4 \times x \times 3 \times y \\ &= 4 \times 3 \times x \times y \\ &= 12xy \end{aligned}$$

小さい長方形それぞれの面積は $x \times y = xy$ （底辺 × 高さ）です。

面積が xy の長方形が横に4つ、縦に3つあります。

したがって、長さが $4x$ cm で幅が $3y$ cm の長方形の面積は、$4 \times 3 = 12$ 個の xy の長方形の面積の和になります。よって、

$A = 4x \times 3y = 4 \times 3 \times x \times y = 12xy.$

C

2つの単項式をかけるには、単項式の係数をかけて、その後変数をかけます。

例：$7x \times (-5y)$。

$$\begin{aligned} 7x \times (-5y) &= 7 \times (-5) \times x \times y \\ &= -35xy \end{aligned}$$

基数が同じ2つの指数のかけ算は、1つの指数として表すことができます。

$b \times b^2 = b \times (b \times b) = b^3.$

E

次の単項式と単項式のかけ算をしましょう。

a) $2b \times 5b^2$

係数と変数のかけ算を行います。

$$\begin{aligned} 2b \times 5b^2 &= 2 \times 5 \times b \times b^2 \\ &= 10b^3 \end{aligned}$$

b) $(-4n)^3$

係数と変数のかけ算を行います。

$$\begin{aligned} (-4n)^3 &= (-4n) \times (-4n) \times (-4n) \\ &= (-4) \times (-4) \times (-4) \times n \times n \times n \\ &= -64n^3 \end{aligned}$$

次の単項式と単項式のかけ算をしましょう。

a) $5x \times 6y$
$30xy$

b) $8b \times (-3a)$
$-24ab$

c) $-7m \times (-3n)$
$21mn$

d) $9x \times 4x^3$
$36x^4$

e) $-9a^2 \times a^3$
$-9a^5$

f) $(-2n)^3$
$-8n^3$

g) $-6ab \times (-8a^2b)$
$48a^3b^2$

h) $-9ab \times 3(-a)^2$
$-27a^3b$

10

達成の目安

1.9 単項式と単項式のかけ算をしましょう。

学習の流れ

7学年では単項式にある数を掛けるかけ算を学び、このユニットの授業 1.5 では多項式にある数を掛けるかけ算を扱いました。この授業では単項式に単項式を掛けるかけ算に取り組みます。長方形の面積の計算を、さらに小さい面積が xy の長方形を用いて行うことで単項式同士のかけ算について学びます。

文字部分のかけ算を行う時に指数の性質を応用するよう強調することが大切です。

ねらい

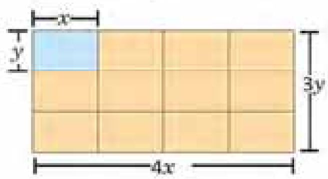
Ⓟ、Ⓢ 幾何モデル、かけ算に関する符号の法則、対応する指数の性質を利用し、単項式に単項式をかけるかけ算を解きます。

Ⓔ 単項式のかけ算を行い、その過程で2つの指数の性質を証明します。問 a) では基数が同じ指数の積、問 b) では積の指数に関する性質を証明します。

日付： **ユニット1 1.9**

Ⓟ 長方形の面積を求めましょう。

Ⓢ



面積が xy の長方形が横に4つ、縦に3つ、全部で12個あります。

$A = 12xy$

Ⓔ 次のかけ算をしましょう。

a) $2b \times 5b^2 = 2 \times 5 \times b \times b^2$
$= 10b^3$

b) $(-4n)^3 = (-4n) \times (-4n) \times (-4n)$
$= -64n^3$

Ⓡ a) $5x \times 6y = 5 \times 6 \times x \times y$
$= 30xy$

b) $8b \times (-3a) = 8 \times (-3) \times b \times a$
$= -24ab$

宿題：練習帳10ページ

レッスン 1

1.10 単項式を単項式で割るわり算

P

次の単項式のわり算を解きましょう。

a) $\frac{1}{3}y^2z \div \frac{5}{9}yz$　　　　b) $12ab \div (-4b)$

S

a) $\frac{1}{3}y^2z \div \frac{5}{9}yz$

割る数の逆数を使って分数のかけ算として表し、約分します。

$$\frac{1}{3}y^2z \div \frac{5}{9}yz = \frac{y^2z}{3} \div \frac{5yz}{9}$$
$$= \frac{y^2z}{3} \times \frac{9}{5yz}$$
$$= \frac{y \times \overset{1}{\cancel{y}} \times \overset{1}{\cancel{z}} \times \overset{3}{\cancel{9}}}{\underset{1}{\cancel{3}} \times 5 \times \underset{1}{\cancel{y}} \times \underset{1}{\cancel{z}}}$$
$$= \frac{3}{5}y$$

b) $12ab \div (-4b)$

わり算を分数として表し、約分します。

$$12ab \div (-4b) = \frac{12ab}{-4b}$$
$$= -\frac{12ab}{4b}$$
$$= -\frac{\overset{3}{\cancel{12}} \times a \times \overset{1}{\cancel{b}}}{\underset{1}{\cancel{4}} \times \underset{1}{\cancel{b}}}$$
$$= -3a$$

さらに、問 b） では次の方法で逆数のかけ算を適用できることに注目しましょう。

$$12ab \div (-4b) = 12ab \times \frac{1}{-4b}$$
$$= -\frac{12ab}{4b}$$
$$= -\frac{\overset{3}{\cancel{12}} \times a \times \overset{1}{\cancel{b}}}{\underset{1}{\cancel{4}} \times \underset{1}{\cancel{b}}}$$
$$= -3a$$

2つの指数をかけて、約分することができます。

$$y^2z \div yz = \frac{y^2z}{yz} = \frac{y \times \overset{1}{\cancel{y}} \times \overset{1}{\cancel{z}}}{\underset{1}{\cancel{y}} \times \underset{1}{\cancel{z}}} = y$$

C

2つの単項式のわり算を解くには、分数のわり算として表し、逆数のかけ算を用いて、最小の代数式として表します。

次の単項式のわり算を解きましょう。

a) $18xy \div 6x$　$3y$

b) $24x^3 \div (-6x)$　$-4x^2$

c) $15mn \div (-12n)$　$\frac{-5m}{4}$

d) $-8a^2b \div 6ab^2$　$\frac{-4a}{3b}$

e) $6ab \div \frac{1}{4}bc$　$\frac{24a}{c}$

f) $10y^2z^2 \div \frac{5}{2}yz$　$4yz$

g) $-\frac{3}{5}t^3u \div \frac{3}{10}t^2u$　$-2t$

h) $-\frac{5}{8}y^4 \div \frac{1}{2}y^2$　$\frac{-5y^2}{4}$

達成の目安

1.10 単項式を単項式で割るわり算を解きましょう。

学習の流れ

7学年では、単項式を数で割るわり算を学び、このユニットの授業 1.6 では、多項式を数で割りました。この授業では単項式を単項式で割るわり算を扱います。そのために、符号の法則と指数の性質の利用が大切です。

ねらい

Ⓟ、Ⓢ 単項式に数を掛けるのと同様の方法で、単項式を別の単項式で割ります。

一部の設問の解答：

3. f) $= 10y^2z^2 \div \frac{5}{2}yz$

$= \dfrac{10\,y^2z^2}{\frac{5}{2}yz}$

$= \dfrac{20\,y^2z^2}{5yz}$

$= 4yz$

3. g) $= -\frac{3}{5}t^3u \div \frac{3}{10}t^2u$

$= -\dfrac{\frac{3}{5}t^3u}{\frac{3}{10}t^2u}$

$= -\dfrac{30\,t^3u}{15\,t^2u}$

$= -2t$

日付：

ユニット1 1.10

Ⓟ わり算を解きましょう。

a) $\frac{1}{3}y^2z \div \frac{5}{9}yz$

b) $12ab \div (-4b)$

Ⓢ a) $\frac{1}{3}y^2z \div \frac{5}{9}yz = \frac{y^2z}{3} \times \frac{9}{5yz} = \frac{3}{5}y$

b) $12ab \div (-4b) = -\frac{12ab}{4b} = -3a$

Ⓡ a) $18xy \div 6x = \frac{18xy}{6x} = 3y$

b) $24x^3 \div (-6x) = \frac{24x^3}{-6x} = -4x^2$

c) $15mn \div (-12n) = \frac{15mn}{-12n} = \frac{-5}{4}m$

d) $-8a^2b \div 6ab^2 = \frac{-8a^2b}{6ab^2} = -\frac{4a}{3b}$

e) $6ab \div \frac{1}{4}bc = \frac{6ab}{\frac{1}{4}bc} = \frac{24a}{c}$

宿題：練習帳11ページ

1.11 単項式と単項式のかけ算およびわり算の組み合わせ

P

次の式を解きましょう。その後、結果を約分し最小の代数式にしましょう。

a) $7x^2 \times 6y \div (-3y^2x)$　　b) $-2a^2b \div 6ab^2 \times (-3b)$

S

式を分数として表します。

a) $7x^2 \times 6y \div (-3y^2x) = -\dfrac{7\cancel{x^2}^{\,x} \times \cancel{6}^{\,2}\cancel{y}^{\,1}}{\cancel{3}_{1}\cancel{y^2}_{y}\cancel{x}_{1}}$

$= -\dfrac{7x \times 2}{y}$

$= -\dfrac{14x}{y}$

b) $-2a^2b \div 6ab^2 \times (-3b) = \dfrac{(\cancel{2}^{1}\cancel{a^2}^{a}\cancel{b}^{1}) \times (\cancel{3}^{1}\cancel{b}^{1})}{\cancel{6}_{\cancel{2}\,1}\cancel{a}_{1}\cancel{b^2}_{\cancel{b}\,1}}$

$= \dfrac{a \times 1}{1}$

$= a$

C

単項式のかけ算とわり算の組み合わせを解くには、まず符号を特定し（符号の法則を使います）、次に1つの分数として表して最小の代数式になるまで約分します。

E

次の式を解きましょう、結果を約分し最小の代数式にしましょう：$(-2a)^3 \times (-4a^2) \div \left(-\frac{2a}{3}\right)$

$(-2a)^3 \times (-4a^2) \div \left(-\frac{2a}{3}\right) = -8a^3 \times 4a^2 \times \left(\frac{3}{2a}\right)$

$= -\dfrac{\cancel{8a^3}^{\,4a^2} \times 4a^2 \times 3}{\cancel{2a}_{1\,1}}$

$= -\dfrac{4a^2 \times 4a^2 \times 3}{1}$

$= -48a^4$

次の式を解きましょう。結果を約分し最小の代数式にしましょう。

a) $2x^2 \times 6x \div 3x^4$
$\frac{4}{x}$

b) $10yz \div 4z^2 \times (-6z)$
$-15y$

c) $a^2b \div (-ab) \times (-b^2)$
$+ab^2$

d) $-s^2t \times (-st^2) \div (-s^2t^2)$
$-st$

e) $(-2a)^2 \div 6ab^2 \times 9b$
$\frac{6a}{b}$

f) $-xy \div (-2xy)^3 \times (-4x)$
$\frac{-1}{2xy^2}$

g) $3y^3 \times 6y \div (-3y)^2$
$2y^2$

h) $24a^2b^2 \div 8ab \times 3b$
$9ab^2$

i) $(-2st)^3 \times (-2s) \div (-3s^2)$
$\frac{16s^2t^3}{3}$

j) $\frac{3}{5}ab^2 \times 5a \div \frac{1}{3}ab$
$9ab$

k) $\left(-\frac{1}{2}xz\right)^2 \div 6xz^3 \times (-4)$
$\frac{-x}{6z}$

l) $-\frac{2}{5}t^2 \div (-t^3) \times \left(-\frac{5}{2}t^2\right)$
$-t$

12

達成の目安

1.11 数によるわり算や単項式によるわり算を含む多項式の複合演算を解きましょう。

学習の流れ

授業 1.9 と 1.10 ではそれぞれ単項式のかけ算とわり算に取り組みました。この授業では、2つの演算が組み合わされた式に取り組みます。その際、かけ算およびわり算の双方において、符号の法則と指数の性質を正しく利用するよう注意します。

ねらい

Ⓟ、Ⓢ 以下の2つのケースにおける単項式のかけ算とわり算を行います。負の符号が付いた単項式が奇数個ある場合と、偶数個ある場合です。

Ⓔ 少なくとも1つの単数式の係数が分数の場合を説明します。負の符号が付いた単項式が奇数個あり、全ての単項式の変数の文字部分は同じです。

一部の設問の解答：

b) $= 10yz \div 4z^2 \times (6z)$

$= 10yz \times \frac{1}{4z^2}(-6z)$

$= \frac{-60\,yz^2}{4\,z^2}$

$= -15y$

c) $= a^2b \div (-ab) \times (-b^2)$

$= a^2b \times \left(-\frac{1}{ab}\right) \times (-b^2)$

$= \frac{a^2b^3}{ab}$

$= ab^2$

日付： **ユニット1 1.11**

Ⓟ 次の式を解きましょう。

a) $7x^2 \times 6y \div (-3y^2x)$

b) $-2a^2b \div 6ab^2 \times (-3b)$

Ⓢ a) $7x^2 \times 6y \div (-3y^2x) = -\frac{7x^2 \times 6y}{3y^2x}$

$= -\frac{7x \times 2}{y}$

$= -\frac{14x}{y}$

b)

$-2a^2b \div 6ab^2 \times (-3b) = \frac{(2a^2b) \times (3b)}{6ab^2}$

$= \frac{a \times 1}{1}$

Ⓔ 次の式を解きましょう。

$(-2a)^3 \times (-4a^2) \div \left(\frac{2a}{3}\right)$

$= -8a^3 \times 4a^2 \times \left(\frac{3}{2a}\right)$

$= -\frac{8a^3 \times 4a^2 \times 3}{2a}$

$= -48a^4$

Ⓡ a) $2x^2 \times 6x \div 3x^4 = 2x^2 \times 6x \times \left(\frac{1}{3x^4}\right)$

$= \frac{2x^2 \times 6x}{3x^4}$

$= \frac{4}{x}$

宿題：練習帳12ページ

1.12 多項式の代入と数値

P

示された式を解き、その後各多項式の数値を、変数に対して与えられた値を使って求めましょう。

$(4x-5y)-(x-y) \quad x=6, y=-4$

S

各多項式の変数の値を代入します。

$(4x-5y)-(x-y) = 4x-5y-x+y$

$= 3x-4y$

$= 3\times 6-4\times(-4)$; 変数の値を代入します。

$= 18+16$

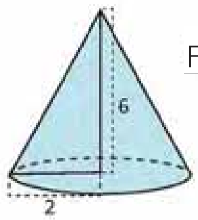
$= 34$

C

変数の値を代入して多項式の数値を得るには、まず同類項をまとめます。

E

円錐の体積は多項式 $\frac{1}{3}\pi r^2 h$ として与えられ、ここで π は定数（数）、r は円錐の底面の半径、h は高さです。半径が 2 cm で高さが 6 cm の円錐の体積を求めましょう。



円錐の体積の多項式における変数 r と h の値を代入します。

$r=2$
$h=6$

したがって、この場合は, $\frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi\times(2)^2\times 6 = 8\pi$.

よって、半径 2 cm、高さ 6 cm の円錐の体積は 8 πcm³です。

1. 示された式を解き、その後各多項式の数値を、変数に対して与えられた値を使って求めましょう。

a) $(3x-2y)+(x-y)$ si $x=5, y=-2$
$4x-3y$; 26

b) $(x+3y)-(x-y)$ si $x=1, y=-4$
$4y$; -16

c) $(x-y)-2(x-y)$ si $x=8, y=-2$
$-x+y$; -10

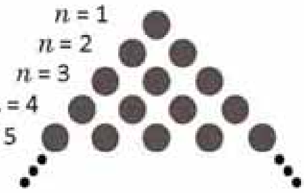
d) $3(x-2v)-(2x-5y)$ si $x=-4, y=5$
$x-y$; -9

e) $(6x-y)-2(3x-5y)$ si $x=-2, y=3$
$9y$; 27

f) $(4x-y)-(5x-3y)$ si $x=-6, y=4$
$-x+2y$; 14

2. 次の多項式のうちどちらが初めの何列かの和を表しているか分析し、答えましょう。次の図では、n が列の番号を表しています。図を頼りに解きましょう。

a) $2n-1$ b) $\frac{1}{2}n(n+1)$



達成の目安

1.12 変数の代入を使って多項式の数値を求めましょう。

学習の流れ

7学年のユニット4、第1課の授業14から17では、代数式の数値を求めました。今回は多項式や数学関数の数値を求めます。そのために、まず変数に対し与えられた値を代入します。

ねらい

Ⓟ、Ⓢ　ある代数式の数値を、7学年で学んだ手順と同様の方法で求めます。

Ⓔ　よく知られた関数の数値を求め、学んだ内容を具体的に応用し、状況解決に使用できるようにします。

一部の設問の解答：

1. b) $= (x + 3y) - (x - y)$
$= x + 3y - x + y$
$= 4y$

数値：
$4(-4) = -16$

c) $(x - y) - 2(x - y)$
$= x - y - 2x + 2y$
$= -x + y$

数値：
$-x + y = -8 - 2$
$= -10$

つまずきやすい点：
各変数の値を正しく代入しないことがあります。その場合は、それぞれの値を見直すよう提案しましょう。

符号の法則と指数の性質の応用に加え、それらの決まりを再度確認し、可能であれば表に書いて参照できるようにしましょう。

日付：　　**ユニット1 1.12**

Ⓟ 式を計算し、数値を求めましょう。

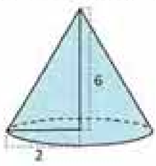
$(4x - 5y) - (x - y)$ si $x = 6, y = -4$

Ⓢ $(4x - 5y) - (x - y) = 4x - 5y - x + y$
$= 3x - 4y$

判明している各値を代入します。

$3x - 4y = 3 \times 6 - 4 \times (-4)$
$= 18 + 16$
$= 34$

Ⓔ 円錐の体積を求めましょう。



$\frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \times (2)^2 \times 6 = 8\pi$

Ⓡ 1. a) $(3x - 2y) + (x - y)$, si $x = 5, y = -2$
$(3x - 2y) + (x - y) = 3x - 2y + x - y$
$= 4x - 3y$

数値：
$4x - 3y = 4 \times 5 - 3 \times (-2)$
$= 20 + 6$
$= 26$

宿題：練習帳13ページ

1.13 復習問題

1. 次の多項式を構成する項、各項の次数、多項式の次数を答えましょう。

a) $5xyz + 2t^2$
$5xyz,\ 2t^2$

b) $5x^4 + 7z^3 - 21xz$
$5x^4,\ 7z^3,\ -21xz$

c) $6ab - 6st^2$
$6ab,\ -6st^2$

d) $3xyz$
$3xyz$

2. 次の多項式を含む計算をしましょう。

a) $(10a - 7b + 9) - (-3a - b + 5)$
$13a - 6b + 4$

b) $(5xy - 5y^2) + (-8xy + 8y^2)$
$-3xy + 3y^2$

c) $(8t^2 + 2 - 4t) - (-t^2 - 2t + 7)$
$9t^2 - 2t - 5$

3. 次の、ある数と多項式のかけ算とわり算を解きましょう。

a) $-7(10m - 8n)$
$-70m + 56n$

b) $10(2a - 5b) - 7(-2a + 3b)$
$34a - 71b$

c) $(35x - 5z) \div 5$
$7x - z$

d) $(-64x^2 + 16x) \div (-8)$
$8x^2 - 2x$

4. 計算を行い、同類項をまとめましょう。

a) $\frac{6m - 3n}{27} + \frac{m - 2n}{3}$
$\frac{15m - 21n}{27}$

b) $\frac{2a + 5b}{3} - \frac{-3a + 6b}{5}$
$\frac{19a + 7b}{15}$

c) $y - z - \frac{-9y - 3z}{7}$
$\frac{16y - 4z}{7}$

d) $t - 2u - \frac{5t - u}{2}$
$\frac{-3t - 3u}{2}$

1.14 復習問題

1. 次の単項式と単項式のかけ算をしましょう。

a) $9t \times 6s$
$54st$

b) $(-4n^2) \times 6n^3$
$-24n^5$

c) $7a \times 8ab$
$56a^2b$

d) $(-7a)^2$
$49a^2$

2. 次の単項式のわり算をしましょう。

a) $36mx \div 9x$
$4m$

b) $(-18st^2) \div 10s^2t$
$\frac{-9t}{5s}$

c) $12ay^3 \div \frac{3}{5}a^2y$
$\frac{20y^2}{a}$

d) $-\frac{2}{9}w^3 \div \frac{2}{3}w$
$\frac{w^2}{3}$

3. 次の式を解きましょう。結果を約分し最小の代数式にしましょう。

a) $4y \times 15y^3 \div 10y^2$
$6y^2$

b) $(-5n)^2 \div 15mn^2 \times 12m$
4

c) $(-4ab)^3 \times (-2b) \div (-6b^4)$
$\frac{64a^3}{3}$

d) $(-\frac{2}{3}w^4) \div (-w^3) \times (-\frac{9}{10}w)$
$\frac{-3w^2}{5}$

4. 示された式を解き、その後各多項式の数値を、示された変数の値を使って求めましょう。

a) $(2x - 5y) + (-4x + y)$ si $x = 3,\ y = -3$
$-2x - 4y;\quad 6$

b) $2(-x + y) - (3x - y)$ si $x = -1,\ y = 4$
$-5x + 3y;\quad 17$

c) $(-4x - 3y) + 5(x + y)$ si $x = 7,\ y = -5$
$x + 2y;\quad -3$

d) $-5(x - 2y) - (-4x - 6y)$ si $x = -4,\ y = 5$
$-x + 16y;\quad 84$

14

達成の目安

1.13 と 1.14 代数式を用いて問題を解きましょう。

一部の設問の解答：

授業 1.13

1. a) $5xyz - 2t^2$
   項： $5xyz$, $-2t^2$
   項 $5xyz$ の次数： 3
   項 $2t^2$ の次数：2
   多項式の次数： 3

2. a) $(10a - 7b + 9) - (-3a - b + 5)$
   $= 10a - 7b + 9 + 3a + b - 5$
   $= 13a - 6b + 4$

授業 1.14

2. a) $36mx \div 9x$

$$= \frac{36mx}{9x} = 4m$$

3. a) $4y \times 15y^3 \div 10y^2$

$$= 4y \times 15y^3 \div \frac{1}{10y^2}$$

$$= \frac{60y^4}{10y^2}$$

$$= 6y^2$$

4. a) $(2x - 5y) + (-4x + y)$
   $= -2x - 4y$

数値：
$-2x - 4y = -2(3) - 4(-3)$
$= -6 + 12$
$= 6$

宿題：練習帳14ページ

2.1 連続する数のたし算

P

次のたし算を行い、5個の連続する数を足す手順を定義しましょう。

$1 + 2 + 3 + 4 + 5 =$ ______

$13 + 14 + 15 + 16 + 17 =$ ______

$28 + 29 + 30 + 31 + 32 =$ ______

S

たし算を行い、何らかのパターンがあるか探します。

$1 + 2 + 3 + 4 + 5 = \underline{15}\ (5 \times 3)$

$13 + 14 + 15 + 16 + 17 = \underline{75}\ (5 \times 15)$

$28 + 29 + 30 + 31 + 32 = \underline{150}\ (5 \times 30)$

連続する数の和は、中心値の5倍のように思われます。

特定の場合の和に基づいて立てられた「推論」を実証します。

n を5個の項の和の最初の項とします。

$$\begin{array}{ccccc} 13, & 14, & 15, & 16, & 17 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 13, & 13+1, & 13+2, & 13+3, & 13+4 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ n, & n+1, & n+2, & n+3, & n+4 \end{array}$$

よって、一般的な連続する数の5個の項の和は以下のように表されます。

$$n + (n + 1) + (n + 2) + (n + 3) + (n + 4) = 5n + 10 = 5 \times (n + 2).$$

したがって、推論は正しく、連続する5個の数の和は中心値（昇順で並べた時）の5倍です。

数学では、問題を解くのに色々な戦略を使うことができます。その1つが、この授業で使われている、特定の場合における結果を求め、「パターン」を探して「推論」を立てる方法です。つまり、全ての場合を満たすように思われるけれども論理的根拠がない考察は、直感的なものに過ぎないのです。後で、帰納的な方法を用いた推論を実際に示し説明します。

C

連続する5個の数の和について推論するためには、多項式の和の応用が必要でした。状況を表すために変数を使って、数が持つ様々な性質を証明することができます。

1. 中心値をn で表して連続する5個の数を書きましょう。その後、それらの数の和を n の項で表しましょう。

$9 + 10 + 11 + 12 + 13 = 55 = 5 \times 11$　　$(n - 2) + (n - 1) + (n) + (n + 1) + (n + 2) = 5n$

2. 連続する7個の数の和の性質を見つけ、証明しましょう。

$6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 = 63 = 7 \times 9$

$(n) + (n + 1) + (n + 2) + (n + 3) + (n + 4) + (n + 5) + (n + 6) = 7n + 21 = 7(n + 3)$

15

達成の目安

2.1 多項式を使って数や式の性質を得ましょう。

学習の流れ

このユニットの第1課では、多項式の計算に取り組みました。この授業では多項式を使って連続する数の和を表します。そのために、推論を行い、代数式を用いて推論の一般化をめざします。

ねらい

Ⓟ、Ⓢ 連続する5個の数の和を計算し、その後不特定の連続する5個の数に適用できるよう、一般化します。

一部の設問の解答：

1. $9 + 10 + 11 + 12 + 13 = 55 = 5 \times 11$
$(n-2) + (n-1) + (n) + (n+1) +$
$(n+2) = n - 2 + n - 1 + n +$
$n + 1 + n + 2 = 5n$

問題解決の方法：
この授業と次に続く授業では、**パターン探し**として知られる、代数式で型を作ることのできる数の規則性探しを利用します。

つまずきやすい点：
生徒が連続する数の概念を覚えていなかったり、知らなかったりするかもしれません。その場合は一般的な説明をしなければなりません。

まだ因数分解を扱っていませんので、最終的な答えは和に対する積の分配法則の手順とは逆の形で得られます。

日付： ユニット1 2.1

Ⓟ 次のたし算をしましょう。

$1 + 2 + 3 + 4 + 5 =$ ______
$13 + 14 + 15 + 16 + 17 =$ ______
$28 + 29 + 30 + 31 + 32 =$ ______

Ⓢ
$1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15 \quad (5 \times 3)$
$13 + 14 + 15 + 16 + 17 = 75 \quad (5 \times 15)$
$28 + 29 + 30 + 31 + 32 = 150 \quad (5 \times 30)$

$n + (n+1) + (n+2) + (n+3) + (n+4)$
$= 5n + 10 = 5 \times (n+2)$

Ⓡ
1. $9 + 10 + 11 + 12 + 13 = 55 = 5 \times 11$
$(n-2) + (n-1) + n + (n+2) + (n+2) = 5n$

2. $6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 = 63 = 7 \times 9$

$n - 3n - 2 + n - 1 + n + n + 2 + n + 2n + 3 = 7n$

宿題：練習帳15ページ

2.2 ある数とその各桁の数字の順を逆にした数のたし算

P

次の、ある数とその各桁の数字の順を逆にした数のたし算を解きましょう。何らかのルールを満たすことを示しましょう。

12 + 21 = _____

63 + 36 = _____

91 + 19 = _____

S

たし算を行い、何らかのパターンがあるか探します。

$12 + 21 = \underline{33} = 11 \times 3$

$63 + 36 = \underline{99} = 11 \times 9$

$91 + 19 = \underline{110} = 11 \times 10$

ある数とその各桁の数字の順を逆にした数の和は11の倍数になります。この命題は常に成り立つでしょうか。

上記の特定の場合の和に基づいて立てられた「推論」を証明します。y を一の位の値とし、x を十の位の値とし、10を基準として表した数を使って数を書きます。

$63 = 60 + 3$

$63 = 10 \times 6 + 3$

$= 10 \times x + y$

この場合、変数 x と y は桁の値、つまり0から9の数を表しており、十の位の値は考慮されていないことに注目しましょう。

よって、変数 x と y を使って表した、ある数とその各桁の数字の順を逆にした数の和は、以下のように表されます。

$$(10x + y) + (10y + x) = 11x + 11y$$

$$= 11(x + y)$$

したがって、ある数とその各桁の数字の順を逆にした数の和は常に11の倍数になります。

C

数の性質を証明するためには、変数を状況に応じ適切に使い、規則性を特定し、規則性を表すために必要な代数式を応用する必要があります。

1. 4桁の数とその各桁の数字の順を逆にした数の和は11の倍数になるか判定しましょう。以下の場合を検討しましょう。

a) 1 234 + 4 321 = 5 555 = 11 × 505

b) 1 032 + 2 301 = 3 333 = 11 × 303

c) 1 121 + 1 211 = 2 332 = 11 × 212

2. 問1で出た結果を証明しましょう。

a) $(1000w + 100x + 10y + z) + (1000z + 100y + 10x + w)$

$1001w + 110x + 110y + 1001z = 11(91w + 10x + 10y + 91z)$

16

達成の目安

2.2 多項式を使って数や式の性質を得ましょう。

学習の流れ

前に x 個の連続する数の和を作りましたが、今回の授業でも引き続き数の性質を代数式で表すこととし、多項式を用いてある数とその各桁の数字の順を逆にした数の和を表します。

ねらい

Ⓟ、Ⓢ ある数とその各桁の数字の順を逆にした数の和を定義しましょう。規則性を判別し、変数を用いてある数を表すことを生徒が理解することが大切です。

一部の設問の解答：

2. a) $(1000w + 100x + 10y + z) + (1000z + 100z + 10x + w)$

$= (1001w + 110x + 110y + 1001z)$
$= (11 \times 91w + 11 \times 10x + 11 \times 10y + 11 \times 91z)$
$= 11(91w + 10x + 10y + 91z)$

つまずきやすい点：
ある数とその各桁の数字の順を逆にした数のたし算の概念を生徒が理解できないかもしれません。その場合は一般的な方法で例を挙げて説明することが大切です。

まだ因数分解を扱っていませんので、前回の授業と同様に、最終的な答えは和に対する積の分配法則とは逆の手順として得られます。

日付：　　　　ユニット1 2.2

Ⓟ 次のたし算をしましょう。

$12 + 21 =$ ＿＿＿
$63 + 36 =$ ＿＿＿
$91 + 19 =$ ＿＿＿

Ⓢ

$12 + 21 = \underline{33} = 11 \times 3$
$63 + 36 = \underline{99} = 11 \times 9$
$91 + 19 = \underline{110} = 11 \times 10$

$63 = 60 + 3$
$63 = 10 \times 6 + 3$
$= 10 \times x + y$
$= 11x + 11y = 11(x + y)$

Ⓡ 1. a) $1234 + 4321 = 5555 = 11 \times 505$
b) $1032 + 2301 = 3333 = 11 \times 303$
c) $1121 + 1211 = 2332 = 11 \times 212$

2. a) $1234 = 1 \times 1000 + 2 \times 100 + 3 \times 10 + 4$
$4321 = 4 \times 1000 + 3 \times 100 + 2 \times 10 + 1$

一般化:
$1000w + 100x + 10y + 1z$
$1000z + 100y + 10x + 1w$
和：$11(91w + 10y + 10x + 91z)$

宿題：練習帳16ページ

2.3 日付のたし算

P

カレンダー上で色付けされている日にちのたし算を行いましょう。全体を通して何らかのルールを満たすことを示しましょう。

2017年2月

月	火	水	木	金	土	日
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28					

S

たし算を行い、何らかのパターンがあるか探します。

ピンク： $2 + 8 + 9 + 10 + 16 = 45 = 5 \times 9$
青： $14 + 20 + 21 + 22 + 28 = 105 = 5 \times 21$

色付けされている5日の和は、中央にある数の5倍のようです。

上記の特定の場合の和に基づいて立てられた「推論」を証明します。n を色付けされている部分の中央にある項とします。

よって、1日後は $n + 1$、1日前は $n - 1$ と表されます。
さらに、前の週の同じ曜日は $n - 7$、次の週の同じ曜日は $n + 7$ と表されます。

色付けされた5日の和は以下のように表されます。

$$14 + 20 + 21 + 22 + 28$$
$$\downarrow$$
$$(21 - 7) + (21 - 1) + 21 + (21 + 1) + (21 + 7)$$
$$\downarrow$$
$$(n - 7) + (n - 1) + n + (n + 1) + (n + 7) = 5n$$

したがって、カレンダー上でこのように色付けされた5日の和は、中央にある数の5倍になります。

C

複数の数を扱う時は、扱いやすい変数で表される数を選び、パターンを判別して代数式を使って表せるようにすることが大切です。

多項式を使って、次のカレンダー上で色付けされた日の和の規則を証明しましょう。

a)

2017年2月

月	火	水	木	金	土	日
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28					

$5n$

b)

2017年2月

月	火	水	木	金	土	日
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28					

$3n$

2017年2月

月	火	水	木	金	土	日
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28					

$5n$

達成の目安

2.3 多項式を応用して、パターンを見つけなければならない問題を解きましょう。

学習の流れ

授業 2.1 と 2.1 では、数の性質をいくつか型にあてはめました。この授業では、代数式を使って、規則性のある日付の部分集合の和を定義します。

別の科学分野、化学、物理学、生物学、等での代数式の利用に注目して説明し、教育システムの中で考えられている代数の概念を変えていくことが大切です。

ねらい

Ⓟ、Ⓢ 規則性がある位置に並べられた数の規則性を識別し、代数式を用いて規則性を表します。

つまずきやすい点：
規則性を見つけることができないかもしれません。その場合は、ペアや3人のグループで作業をさせ、仲間の助けを得ながら分析し、関係性を見つけられるようにしましょう。そのような方法で、対人関係の強化も行えます。

日付： ユニット1 2.3

Ⓟ 示された日付の和が何らかの一般的な規則を満たすか証明しましょう。

2017年2月

月	火	水	木	金	土	日
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28					

Ⓢ

$2 + 8 + 9 + 10 + 16 = 45 = 5 \times 9$

$14 + 20 + 21 + 22 + 28 = 105 = 5 \times 21$

$14 + 20 + 21 + 22 + 28$

$(21 - 7) + (21 - 1) + 21 + (21 + 1) + (21 + 7)$

$(n - 7) + (n - 1) + n + (n + 1) + (n + 7) = 5n$

Ⓡ

a) $9 + 15 + 16 + 17 + 23 = 80 = 5 \times 16$

$9 + 15 + 16 + 17 + 23$

$(16 - 7) + (16 - 1) + 16 + (16 + 1) + (16 + 7)$

$(n - 7) + (n - 1) + n + (n + 1) + (n + 7) = 5n$

b) $8 + 15 + 22 = 45 = 3 \times 15$

$(n - 7) + n + (n + 7) = 3n$

c) $3 + 9 + 15 + 21 + 27 = 75 = 5 \times 15$

$(n - 12) + (n - 6) + n + (n + 6) + (n + 12) = 5n$

宿題：練習帳17ページ

2.4 多項式を用いた問題の解

P

カルロスはお店でキャンディを買うのに、25セント持っています。ハチミツのキャンディは1個 3セント、ユーカリのキャンディは1個 2.5セントです。a をハチミツのキャンディの数とし、b をユーカリのキャンディの数として、状況を表す多項式を立てましょう。その後、カルロスが5個ハチミツのキャンディを買ったら、ユーカリのキャンディをいくつ買えばまだお釣りが出るか、答えましょう。

S

ハチミツのキャンディは1個 3セント、ユーカリのキャンディは1個 2.5セントで、25セント使うので、このような方程式が立てられます。

ハチミツのキャンディの値段 ⟶ $3a + 2.5b = 25$ ⟵ カルロスが持っているお金

ユーカリのキャンディの値段

問題では、カルロスがユーカリのキャンディをいくつ買うことができるか、つまり b を尋ねています。ハチミツのキャンディは5個買うので、a = 5 です。以下のように方程式を作ります：

$$3a + 2.5b = 25$$
方程式の両辺に 2 を掛けます。
$$6a + 5b = 50$$
項 6a を移動します。
$$5b = 50 - 6a$$
方程式の両辺を 5 で割ります。
$$b = \frac{50 - 6a}{5} = -\frac{6a}{5} + 10$$

最後に、カルロスがユーカリのキャンディをいくつ買うことができるか特定するため、$a = 5$ を多項式 $-\frac{6a}{5} + 10$ に代入し、$\frac{-6 \times 5}{5} + 10 = -6 + 10 = 4$ になります。

C

多項式を使って問題を解くには、次の手順を踏みます。

1. 問題における変数を見つけます。
2. 1つ前のステップで見つけた変数を使い、方程式を立てます。
3. 提示された問題を解くための変数について式を整理します。
4. 式を整理した後現れる多項式の変数の数値を代入します。

E

示される変数について式を整理し、[] の中の値を代入しましょう。

$\frac{1}{3}ab = 5$　$[a, b = 5]$　したがって、$\frac{1}{3}ab = 5$ $\xrightarrow{\text{方程式の両辺に 3 を掛けます。}}$ $ab = 15$ $\xrightarrow{\text{方程式の両辺を } b \text{ で割ります。}}$ $a = \frac{15}{b}$。　よって、$a = \frac{15}{5} = 3$。

1. 示される変数について式を整理し、[] の中の値を代入しましょう。

a) $5x - 6y = 25$　$[x, y = 10]$
$x = 17$

b) $3.5t + u = 7$　$[u, t = 4]$
$u = -7$

c) $\frac{1}{6}wz = 10$　$[w, z = 15]$
$w = 4$

2. 建築家がある家の壁をデザインしています。2種類のレンガがあり、1種類目は高さが10インチ、2種類目は高さが6インチあります。壁の高さが72インチの場合、1種類目のレンガの数を w、2種類目のレンガの数を z とし、状況を表す多項式を立てましょう。さらに、建築家は1種類目のレンガを壁に6列使うこととしました。この壁に、2種類目のレンガは何列使われますか。$10w + 6z = 72$;　$z = 2$

18

達成の目安

2.4 日常生活の状況を解決するために多項式を使いましょう。

学習の流れ

この課の前回までの授業では、数の性質を型にあてはめました。この授業では、代数式とその計算を使って日常生活の状況を解決します。式には2つの変数があり、そのうち1つの変数の値が判明しています。式を解くためには、7学年のユニット5で学んだことを参照しなくてはなりません。

ねらい

Ⓟ、Ⓢ 多項式を使って日常生活の状況を解決します。２つの変数を用いますが、そのうち1つの変数の値のみが判明しています（判明している値を代入した後は、1つの未知数の方程式を解くだけの手順にまとめられます）。

Ⓔ 2つの未知数があり、そのうち1つの変数の値のみ判明している方程式の、1つの変数について式を整理しましょう。

日付：

ユニット1 2.4

Ⓟ カルロスはお店でキャンディを買うのに、25セント持っています。ハチミツのキャンディは1個 3セント、ユーカリのキャンディは1個 2.5セントです。ハチミツのキャンディを5個買うと、ユーカリのキャンディをいくつ買えばまだお釣りが返ってきますか。

Ⓢ

$$3a + 2.5b = 25$$

$$6a + 5b = 50$$

$$5b = 50 - 6a$$

$$b = \frac{50 - 6a}{5} = -\frac{6a}{5} + 10$$

$a = 5$とすると、$b = \frac{-6 \times 5}{5} + 10 = -6 + 10 = 4$

Ⓔ $\frac{1}{3}ab = 5 \quad [a, b = 5]$

$\frac{1}{3}ab = 5 \qquad ab = 15 \qquad a = \frac{15}{b}$

Ⓡ a) $5x - 6y = 25 \quad [x, y = 10]$

$x = 17$

b) $3.5t + u = 7 \quad [u, t = 4]$

$u = -7$

c) $\frac{1}{6}wz = 10 \quad [w, z = 15]$

$w = 4$

宿題：練習帳18ページ

2.5 復習問題

1. 9個の連続する数を足す手順を定義しましょう。
   9n、n は数値を並べた時にちょうど中心にある値です。

2. 3桁の数で十の位の値が百の位の値より2大きく、一の位の値より2小さい場合、その数とその各桁の数字の順を逆にした数の和は111の倍数となることを証明しましょう。
   $100(x-2)+10(x)+(x+2)$: 数
   $100(x+2)+10(x)+(x-2)$: 桁の数が逆
   和：$222x$、
   11の倍数

3. 多項式を使って、次のカレンダー上で色付けされた日の和の規則を見つけましょう。

a) 2017年2月

月	火	水	木	金	土	日
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28					

7n

b) 2017年3月

月	火	水	木	金	土	日
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30	31		

5n

4. カルロスはロロコ入りのチーズのププサを3つ、レブエルタスを2つ買い、全部で2.20ドル払いました。ロロコ入りのチーズのププサが1つ0.50ドルの時、レブエルタスの値段は1ついくらでしょうか。多項式と数値を使って解きましょう。0.35ドルです
   $3x+2y=2.20$
   $y=0.35$

5. 面積が 200 m² の範囲を覆うために、すでに面積が20 m² の正方形を7個使ったとすると、面積が 10 m² の正方形はいくつ必要でしょうか。 $10x+20y=200$
   $x=6$ 6個必要です

6. アナのおじいさんは腎臓に問題があり、専門医から毎日2リットルの水を飲むよう勧められています。医師の勧めに従うためにはおじいさんは1日に何杯水を飲めばよいのか知るため、アナは家にあるコップの容量を知りたいと考えました。コップは円柱形とします。アナのおじいさんは毎日何杯水を飲めば良いか定義しましょう。どのように解くことができますか。

   注： この問題を解くために、学校または家にある円柱形のコップの寸法を測りましょう。

7. フィボナッチ数列（1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, ...）の特徴の1つは、「数列内のどの連続する10の要素の和も、その集合の7番目の要素の11倍と等しい」ことです。数列の1項目から始める必要はありません。この性質の2つの例を示し、x を集合の7番目の要素として代数式を書きましょう。
   $1+1+2+3+5+8+13+21+34+55=143=11\times13$
   $2+3+5+8+13+21+34+55+89+144=143=11\times34$
   x が7番目の数、y が x の前の位置にある数とします。
   $(5x-8y)+(5y-3x)+(2x-3y)+(2y-x)+(x-y)+(y)+(x)+(x+y)+(2x+y)+(3x+2y)=11x$

達成の目安

2.5 多項式を使って、日常の様々な背景における状況を解決しましょう。

一部の設問の解答：

1.
$1+2+3+4+5+6+7+8+9$
$=45=9\times 5$
$(n-4)+(n-3)+(n-2)+(n-1)+n+(n+1)+(n+2)+(n+3)+(n+4)=9n$

2. この数は以下のように表されます。

$100\,(x-2)+10\,x+(x+2)$
$=100x-200+10\,x+x+2$
$=111x-198$

一方、桁の数が逆の数はこのように表されます。
$100(x+2)+10\,x+(x-2)$
$=100x+200+10\,x+x-2$
$=111x+198$

その後、この数と桁の数が逆の数を足すと、以下のようになります。

$111x-198+(111x+198)$
$=222x-198+198$
$=222x$

$222x$ になり、これは11の倍数です。

4. 次のような関係が成り立ちます。
$3x+2y=2.20$, さらに$x=0.50$

$3(0.50)+2y=2.20$
$1.5+2y=2.20$
$2y=0.7$
$y=0.35$

宿題：練習帳19ページ。

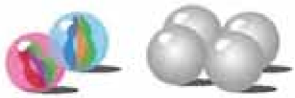
2.6 復習問題

次の問題を多項式の方程式として表し、その後数値を使って式を解きましょう。

1. カルメンはガラスのビー玉を2つと金属の玉を4つ買い、1.90ドル払います。ガラスのビー玉が1つ0.25ドルする場合、金属の玉はいくらでしょうか。

$2x + 4y = 1.9$

$y = 0.35$



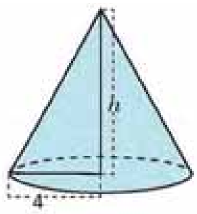
2. マリオはパソコンのファイルのバックアップを取るために、1024 MB必要で、バックアップ用に容量が256 MBの*USB*メモリを3つ持っています。マリオがその作業をするために、容量が128 MBの*USB*メモリはいくつ必要でしょうか。

$256x + 128y = 1024$

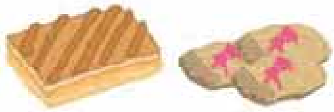
$y = 2$

3. 円錐1つ分の体積は $8\pi \text{cm}^3$ です。円錐の半径が 4 cmの時、その円錐の高さを求めましょう。

$h = \frac{3}{2}$



4. ベアトリスは甘いパンを売っていますが、パイナップルジャム入りのパンの値段を忘れてしまいました。ただ、昨日ミゲルがパイナップルジャム入りのパン2つとコーンブレッド3つを買い、0.83ドル払ったのは覚えています。ベアトリスがコーンブレッドの値段は 0.11ドルと覚えているならば、パイナップルジャム入りのパンの値段はどのように知ることができるでしょうか。



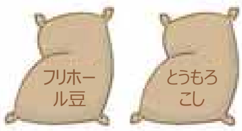
$2x + 3y = 0.83$

$y = 0.25$

5. ホセはとうもろこしとフリホール豆を栽培しています。今年はフリホール豆を5キンタル分、とうもろこしを3キンタル分売ります。収穫物の売り上げで500ドル得る計画を立てました。
もしフリホール豆を1キンタル85ドルで売るつもりであれば、計画を達成するためにはとうもろこしを1キンタルいくらで売らなくてはならないでしょうか。

$3x + 5y = 500$

$x = 25$



6. マリアの学校では、バレンタインデーのお祝いにあたり、いくつかスピーカーを設置しますが、音量が120デシベルを超えないように注意します。1個40デシベルのスピーカーが2つある場合、20デシベルのスピーカーはいくつ必要ですか。

$40x + 20y = 120$

$y = 2$

達成の目安

2.6 多項式を使って、日常の様々な背景における状況を解決しましょう。

一部の設問の解答：

1. 次のような関係が成り立ちます。
   $2x + 4y = 1.9$ さらに $x = 0.25$
   $2(0.25) + 4y = 1.9$
   $0.5 + 4y = 1.9$
   $4y = 1.4$
   $y = 0.35$

2. $x = 3$ を代入します。
   $256x + 128y = 1\,024$
   $256(3) + 128y = 1\,024$
   $768 + 128y = 1\,024$
   $128y = 256$
   $y = 2$

3. 円錐の体積は以下のように表されます。
   $V = \frac{1}{3}Ah,$

   $A = \pi(4^2) = 16\pi$、
   さらに $V = 8\pi$ なので、
   $V = 8\pi = \frac{1}{3}(16\pi)h.$

   そこから

   $h = \frac{24}{16} = \frac{3}{2}$

宿題：練習帳20ページ。

ユニット2. 連立二元一次方程式

このユニットのねらい

身近な状況の問題を解くために最も適切だと思う解き方を使って連立二元一次方程式を使いましょう。

関連と発展

7学年	8学年	9学年
ユニット4：文字式 • 代数式 • 代数式の計算 • 数式の相関関係の表記	**ユニット1：代数計算** • 多項式を用いた計算 • 代数式の応用	**ユニット1：多項式のかけ算** • 多項式のかけ算 • 特別な多項式 • 因数分解
ユニット5：一次方程式 • 数式の同等性 • 一次方程式 • 一次方程式の応用	**ユニット2：連立二元一次方程式** • 二元一次方程式を解く方法 • 二元一次方程式の応用	**ユニット3：二次方程式** • 二次方程式 • 二次方程式の応用

ユニット学習計画

レッスン	時間	授業
1. 二元一次方程式を解く方法	1	1. 一元一次方程式の解
	1	2. 一元一次方程式の応用
	1	3. 二元一次方程式の意味
	1	4. 連立二元一次方程式
	1	5. 消去法の意味
	1	6. 加法消去法
	1	7. 加法または減法による消去法　その1
	1	8. 加法または減法による消去法　その2
	1	9. 代入の意味
	1	10. 代入法
	1	11. 連立二元方程式の解き方
	1	12. 係数が小数の連立方程式
	1	13. 係数が分数の連立方程式
	1	14. かっこを含む連立方程式
	1	15. $ax + by + c = 0$　の形の連立方程式
	2	16. 復習問題
2. 二元一次方程式の応用	1	1. 幾何学における連立方程式の応用
	1	2. 自然科学における連立方程式の応用
	1	3. 算数における連立方程式の応用　その1

	1	4. 算数における連立方程式の応用　その2
	2	5. 復習問題
	1	ユニット2テスト

ユニット2　23時間の授業 + テスト

各レッスンの要点

レッスン１ ：二元一次方程式を解く方法
一元一次方程式を起点にして、日常生活の問題を解決するため二元一次方程式を紹介します。その後、連立方程式を解くための方法（加法または減法による消去、代入法）に取り組み、その際、同じ整数の係数から異なった絶対値を持つ小数や分数の係数といった係数としての数字の使用の順序に注意をします。そして指示された計算がある連立方程式を用いて終了します。

未知数を伴う係数のタイプに関わらず最も適切な方法を選択しながら連立方程式を解ける状態にある生徒の力の強化を試みます。

レッスン2：二元一次方程式の応用
連立方程式の解き方を学習したら、様々な状況において問題を解くためこれを応用する事を試みます。その中でも幾何学、自然科学、算術などといったものについて触れられます。身近な状況の問題を解くために連立方程式をいつ使用する必要があるのかを特定できるようになるために、生徒の能力開発を確かなものにする事が重要です。

1.1 一元一次方程式の解

P

以下の方程式を解きなさい。

a) $3 + 4(x - 2) = -3 - 5(x - 5)$　　b) $0.2x - 0.03 = 0.17x + 0.21$　　c) $\frac{7}{12}x + \frac{5}{6} = x$

S

a) $3 + 4(x - 2) = -3 - 5(x - 5)$

$$\begin{aligned} 3 + 4x - 8 &= -3 - 5x + 25 \\ 4x - 5 &= -5x + 22 \\ 4x + 5x &= 22 + 5 \\ 9x &= 27 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

b) $0.2x - 0.03 = 0.17x + 0.21$

$$\begin{aligned} 20x - 3 &= 17x + 21 \\ 20x - 17x &= 21 + 3 \\ 3x &= 24 \\ x &= 8 \end{aligned}$$

c) $\frac{7}{12}x + \frac{5}{6} = x$

$$\begin{aligned} 12 \times \frac{7}{12}x + 12 \times \frac{5}{6} &= 12 \times x \\ 7x + 10 &= 12x \\ 7x - 12x &= -10 \\ -5x &= -10 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

1. 次の方程式を満たす x の値を求めなさい。

a) $3x - 8 = 4$
$x = 4$

b) $-4x - 2 = -18$
$x = 4$

c) $2x - 3 = -x - 9$
$x = -2$

d) $11x - 15 = 12 + 2x$
$x = 3$

e) $5(2x - 3) - 6 = 4x + 3$
$x = 4$

f) $3(x - 2) + x = 5(x - 3) + 9$
$x = 0$

2. 以下の方程式を解きなさい。

a) $0.5x - 1.2 = 0.4x + 3.3$
$x = 45$

b) $3 + 0.8x = 2.4 + 0.9x$
$x = 6$

c) $0.2x - 0.04 = 0.16x + 0.28$
$x = 8$

d) $1.31x + 0.04 = 1.35x - 0.04$
$x = 2$

3. 次の問題を解きなさい。

a) $\frac{1}{2}x - 3 = \frac{1}{4}x$
$x = 12$

b) $-\frac{x}{3} - \frac{5}{6} = -\frac{4}{3}$
$x = \frac{3}{2}$

c) $-\frac{1}{4} = \frac{5}{4}x + \frac{5}{8}$
$x = -\frac{7}{10}$

d) $-\frac{x + 5}{2} = \frac{3}{4}$
$x = \frac{-13}{2}$

e) $\frac{x - 3}{3} = \frac{1}{6}x$
$x = 6$

f) $-\frac{5x - 4}{3} = -\frac{3}{4}$
$x = \frac{5}{4}$

g) $\frac{x + 5}{12} = \frac{x + 7}{24}$
$x = -3$

h) $-\left(\frac{x + 3}{2}\right) - \frac{x}{4} = \frac{3}{2}$
$x = -4$

22

達成の目安

1.1 一元一次方程式を解くために7学年で学習した事を使いましょう。

学習の流れ

7学年のユニット5では、一次方程式の問題について始めて取り組み、式を満たす値を求める事ができる数式を通じて問題を解く事を学習しました。

この授業では、生徒に対し二元一次方程式の導入の準備をするため、この内容を復習させる事を試みます。

ねらい

Ⓟ、Ⓢ 様々なタイプの数字の代数式を適切に使いながら、一次方程式を解くプロセスを復習させ等式を満たす変数の値を求めます。

一部の設問の解答：

2. c) $0.2x - 0.03 = 0.17x + 0.21$
$0.2x - 0.17x = 0.21 + 0.03$
$0.03x = 0.24$
$x = 8$

つまずきやすい点：
ユニットの最初の授業ですが、7学年で方程式の解き方を学習した事が求められます。これを忘れてる場合や、極端な例では問題を見た時にプロセスを理解していない場合は、計算のプロセスを復習したり、一緒に学習した事を復習していくためにペアまたは3人組での作業を組織する必要があります。

日付： **ユニット2 1.1**

Ⓟ 方程式を解きなさい。

a) $3 + 4(x - 2) = -3 - 5(x - 5)$
b) $0.2x - 0.03 = 0.17x + 0.21$
c) $\frac{7}{12}x + \frac{5}{6} = x$

Ⓢ a) $3 + 4(x - 2) = -3 - 5(x - 5)$
$3 + 4x - 8 = -3 - 5x + 25$
$4x - 5 = -5x + 22$
$4x + 5x = 22 + 5$
$9x = 27$
$x = 3$

3つの方程式の解答を示す必要があります。

Ⓡ 1. a) $3x - 8 = 4$
$3x = 12$
$x = 4$

2. b) $-4x - 2 = -18$
$-4x = -16$
$x = 4$

3. c) $2x - 3 = -x - 9$
$2x + x = -6$
$x = -2$

4. d) $11x - 15 = 12 + 2x$
$9x = 12 + 15$
$x = 3$

宿題：ワークブック24ページ

1.2 一元一次方程式の応用

P

次の状況を解決しましょう：外周が1200m ある湖があります。アナさんは時計回りに毎分140m の速さで走ります。ホセさんは反時計回りに毎分160m の速さで走ります。2人が同じ地点から同時に出発した場合、何分でもう一度出会う事になるでしょうか?

S

アナさんとホセさんが走った距離の合計は1200m に相当します。

	アナさん	ホセさん
速度（メートル / 分）	140m / 分	160m / 分
時間（分）	x	x
距離（メートル）	$140x$	$160x$

$$140x + 160x = 1\,200$$
$$300x = 1\,200$$
$$x = \frac{1\,200}{300}$$
$$x = 4$$

アナさんとホセさんは4分後に出会います。

1. フリアさんは本屋を営んでいます。本1冊の販売につき5ドルの利益があり、毎月の営業費用は150ドルです。赤字にならないためには最低何冊の本を販売する必要があるでしょうか? 30冊

2. 水槽に水が満タンに入っています。朝に1/4 使用し、昼に1/8 使用すると水槽に100ガロン残ります。タンクの容量はどの位でしょうか 160 ガロン

3. マルタさんはマルチメディア機器を1日20ドルの使用料と、店から機器を持出す時の手数料10ドルでレンタルしています。ホセさんは同じ商売を機器使用料1日18ドルと、機器の持出し時の手数料26ドルで行っています。カルロスさんはその機器を5日借りたいと思っています。2つの店でレンタルにかかる費用が同じになるのは何日間借りる場合でしょうか? カルロスさんはどちらの店で借りるべきでしょうか?
   8日間、カルロスさんはマルタさんの店で借りるべき。

4. 遠足を実施するためにバスを1台契約しています。満席にした場合 1人当たりの輸送費用は10ドルとなりますが、10人が欠席しました。結局輸送費用は1人当たり15ドルとなりました。バスには座席が何席あるでしょうか? 30 席

5. 車がA市から時速60km で出発しました。2時間後同じ市から別の車が最初の車と同じルートを通って時速90km で出発しました。
   a) 別の車は何時間後に最初の車に追いつくでしょうか? 4 時間後
   b) A市とB市の距離が350km だとしたら、2台目の車は1台目の車に追いつく事ができるでしょうか?
   追いつけない。360km 地点で追いつく事になるから。

達成の目安

1.2 身の回りの問題を解決するために一元一次方程式について学習した事を使いましょう。

学習の流れ

7学年では一次方程式の使用を通して様々な状況の問題を解きます。この授業では一元一次方程式の応用についての学習を復習し定着させるために似たような状況の問題を解きながらプロセスを復習させます。以上のようにして生徒に対し二元一次方程式の勉強のための準備をします。

ねらい

Ⓟ、Ⓢ 未知の変数の値（時間）を求める事ができるよう代数式を通じて状況を形にします。

一部の設問の解答：

5. a):

x：別の車に追いつく時間の数値

$$60(x+2)=90x$$
$$60x+120=90x$$
$$-30x=-120$$
$$x=4$$

つまずきやすい点：

状況を形にするのにつまずく生徒もいる可能性があるでしょう。極端な例では方程式を解く事につまずく場合もあります。

そのような場合は生徒全員を確認する必要があり、もしそういった生徒が少ない場合は生徒同士でつまずきを克服するためにグループを作ってもいいでしょう。もし多い場合は全体的に説明をする必要があります。

日付：

ユニット2 1.2

Ⓟ 湖の外周：1200m

アナさんの速度：140m / 分

ホセさんの速度：160m / 分

2人が同じ地点から同時に出発した場合、何分でもう一度出会う事になるでしょうか?

Ⓢ アナさんが走った距離：$140x$

ホセさんが走った距離：$160x$

$$140x+160x=1\,200$$
$$300x=1\,200$$
$$x=\frac{1200}{300}$$
$$x=4$$

Ⓡ 1. $5x=150;\ x=30$

2. $x-\frac{1}{4}x-\frac{1}{8}x=100;\ x=160$

3. $20x+10=18x+26;$
$x=8$；マルタさんの店の場合

4. $10x=15(x-10);\ x=30$

宿題：ワークブック25ページ

1.3 二元一次方程式の意味

P

カルロスさんはバスケットボール選手です。2015年の決勝戦で合計でシュートを7本決めました。フリースローを何本、2ポイントを何本決めたでしょうか?

a) フリースローを x 本決め、2ポイントを y 本決めたと考えて、「7本決めた」状況を示す方程式を書きましょう。
b) x と y の値を解くために表を作りましょう。

S

a) フリースローを x 本、2ポイントを y 本と考えて、「7本決めた」状況の方程式を作ると、$x + y = 7$ となります。

b)

x	0	1	2	3	4	5	6	7
y	7	6	5	4	3	2	1	0
決めた本数合計	7	7	7	7	7	7	7	7

$x + y = 7$ という形の方程式は**二元一次方程式**といい、以前学んだようにこのような方程式は満たす値が2つ以上あります。

7学年で学習した方程式は一元一次方程式といいます。例えば：

$5x + 6 = 21$

今、x と y という2つの未知数があり、これを二元といいます。

E

カルロスさんによると、7本決めた事によって10ポイント取ったそうです。フリースローを何本、2ポイントを何本決めたでしょうか?
a)「10ポイント取った」状況を示す方程式を書きましょう。
b) 既に書いた表に列を足し、新たな条件を満たす値のペアを求めましょう。

x	0	1	2	3	4	5	6	7
y	7	6	5	4	3	2	1	0
決めた本数合計：$x + y$	7	7	7	7	7	7	7	7
ポイント数合計：$x + 2y$	14	13	12	11	10	9	8	7

フリースローは x 本、2ポイントは y 本決めた事を常に考え「10ポイント取った」状況の式を作ると、$x + 2y = 10$ となります。

C

2つの条件を満たし、2つの条件を満たす x と y の値を求めるためには、2つの方程式を同時に作ります

$$\begin{cases} x + y = 7 \\ x + 2y = 10 \end{cases}$$

2つの方程式の組み合わせは**2つの式の連立方程式**といい、この解は2つの方程式を満たす値のペアとなります。例題の場合、連立方程式の解は $x = 4$、$y = 3$ です。

次の問題を解きましょう。

アナさんは財布に紙幣が8枚持っており、合計55ドルで5ドル紙幣と10ドル紙幣が入っています。
アナさんは5ドル紙幣を x 枚、10ドル紙幣を y 枚持っていると考えて、それぞれの紙幣は何枚あるでしょうか?

a)「アナさんは紙幣を8枚持っている」状況を示す方程式を書きましょう。 $x + y = 8$
b)「合計55ドル」という状況を示す方程式を書きましょう。 $5x + 10y = 55$
c) 表を作りそれぞれの紙幣が何枚あるのかを求めましょう。 $x = 5,\ y = 3$

達成の目安

1.3 1つの方程式または連立二元一次方程式で身近な状況の問題を解こう。

学習の流れ

生徒は一元一次方程式の解き方を復習し練習しました。方程式についての知識を広げるいいタイミングですので、身近な状況の問題を解くために使用する必要性を生み出す目的で、2つの未知数が介在する状況を用いて導入します。

生徒が事前知識を用いて問題を解き、授業終了時には連立方程式の概念と共に二元一次方程式の概念を実践できる事が期待されます。

ねらい

Ⓟ、Ⓢ 選手が決めたシュートの数について設定した条件を満たす全ての値を求めましょう。これを通して二元一次方程式の概念を形式化します。

Ⓔ 視覚的な補助教材として表の使用を通して、連立方程式の概念を導入するために2つの条件を持つ状況の問題を解きましょう。

つまずきやすい点：
問題の状況に対して与えられた条件を代数を用いて示す事ができない生徒がいる可能性があります。このような場合、一般的な表現と代数的な表現との間の関係を強調する事が重要です。

日付： ユニット2 1.3

Ⓟ フリースローを何本、2ポイントを何本決めたでしょうか?

フリースローを x 本、2ポイントを y 本決めたとします。この条件を示す方程式を書きましょう。

x と y の値を求めましょう。

Ⓢ $x + y = 7$

x	0	1	2	3	4	5	6	7
y	7	6	5	4	3	2	1	0
合計	7	7	7	7	7	7	7	7

Ⓔ

x	0	1	2	3	4	5	6	7
y	7	6	5	4	3	2	1	0
$x + y$	7	7	7	7	7	7	7	7
$x + 2y$	14	13	12	11	10	9	8	7

Ⓡ a) $x + y = 8$

b) $5x + 10y = 55$

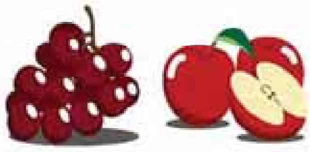
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
y	8	7	6	5	4	3	2	1	0
$x + y$	8	8	8	8	8	8	8	8	8
$5x + 10y$	80	75	70	65	60	55	50	45	40

宿題：ワークブック26ページ

1.4 連立二元一次方程式

P

ビダ・サナ青果店では、ぶどう1ポンドとりんご1ポンドは5ドル、ぶどう1ポンドとりんご3ポンドは11ドルします。ぶどう1ポンドとりんご1ポンドはそれぞれいくらでしょうか?



a) 方程式でそれぞれの条件を示します。
b) それぞれの方程式を満たす値のペアを求めるために表を作ります。

S

a) ぶどう1ポンドの価格を x とし、りんご1ポンドの価格を y として考えます。

ぶどう1ポンドの価格 + りんご1ポンドの価格 $\longrightarrow$ $x + y = 5$

ぶどう1ポンドの価格 + りんご3ポンドの価格 $\longrightarrow$ $x + 3y = 11$

b) 表を作るために、2つの条件を考えます $\begin{cases} x + y = 5 \\ x + 3y = 11 \end{cases}$

x	0	1	**2**	3	4	5
y	5	4	**3**	2	1	0
$x + y$	5	5	**5**	5	5	5
$x + 3y$	15	13	**11**	9	7	5

2つの条件を満たす x と y の値は $\mathbf{x = 2, y = 3}$ となります。つまり、ぶどう1ポンドの価格は2ドル、リンゴは3ドルとなります。

C

問題の2つの条件を満たす値は連立方程式の解といい、**連立方程式を解く**という事は2つの方程式を満たす値を求めるという事になります。

1. 次の値のペアのうち、どれが以下の連立方程式の解でしょうか? $\begin{cases} x - y = 10 \\ 2x + y = 32 \end{cases}$

a) $x = 15,\quad y = 5$
b) $x = 20,\quad y = 6$
c) $x = 14,\quad y = 4$

解答 c)

2. 解が $x = 3$ と $y = 1$ となるのはどの連立方程式でしょうか?

a) $\begin{cases} x + y = 4 \\ 2x - y = 6 \end{cases}$　b) $\begin{cases} x + y = 4 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$　c) $\begin{cases} x + y = 4 \\ 3x + 2y = 11 \end{cases}$

解答 c)

達成の目安

1.4 $ax + by + c = 0$ という形の連立方程式を満たす未知数の値を求めましょう。

学習の流れ

前回の授業では、二元一次方程式の概念と連立方程式の概念を紹介しました。今回は**連立方程式の解**の概念について取り組みます。最初に補助教材として表を使い、それから変数のそれぞれの値を代入し必要な計算を行って連立方程式の解に相当する値のペアを確認する事が期待されます。

ねらい

Ⓟ、Ⓢ 補助教材として表の使用を通して連立方程式の解を求めましょう。

Ⓔ 連立方程式の解の概念を定着させましょう。この授業では3つのケースが考えられます：

1. 連立方程式の解を求めるために表を使用していることから、冒頭の設問。
2. 練習1においては、連立方程式と未知数の値のペアによって、解がどれになるのか求める事を可能にするのに必要な計算を実施するために生徒は連立方程式に代入を行わなければならなくなるでしょう。
3. 練習2では、連立方程式と未知数の値のペアによって、解の連立方程式がどれなのかという事を値のペアから求めなければなりません。
   ケース 1と 2では、方程式に数値の代入の使用が必要となります。

つまずきやすい点：
生徒が適切な代入を行わない、または四則演算の法則を適切に用いながら指示された計算が行われない可能性があります。

いずれの場合もこれを克服する方法を試みる事が重要となり、そのためにより理解が進んでいる生徒がつまずいている生徒をサポートできるようなやり方を生徒に対し準備する事を選択肢として採用してもいいでしょう。

日付：

ユニット2 1.4

Ⓟ a) 方程式でそれぞれの条件を示します。
b) それぞれの方程式を満たす値の表を作ります。

Ⓢ x： ぶどう 1ポンドの価格
y： りんご 1ポンドの価格
ぶどう 1ポンド + りんご 1ポンド：$x + y = 5$
ぶどう 1ポンド + リンゴ 3ポンド：$x + 3y = 11$

x	0	1	2	3	4	5
y	5	4	3	2	1	0
$x+y$	5	5	5	5	5	5
$x+3y$	15	13	11	9	7	5

Ⓡ 1. $\begin{cases} x - y = 10 \\ 2x + y = 32 \end{cases}$

2. 解が $x = 3$ と $y = 1$ となる連立方程式はどれでしょうか?

c) $\begin{cases} x + y = 4 \\ 3x + 2y = 11 \end{cases}$

宿題：ワークブック27ページ

レッスン 1

1.5 消去法の意味

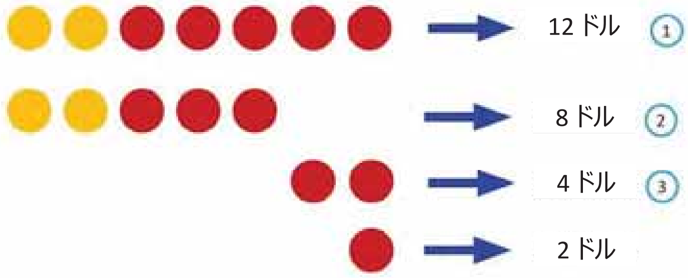
P

中央市場ではパイナップル 2個とスイカ 5個の価格は12ドルで、パイナップル 2個とスイカ 3個は8ドルです。パイナップル 1個とスイカ 1個の価格はそれぞれいくらでしょうか?

S

図で示してみると：

パイナップル 1個の価格 、スイカ 1個の価格 。



パイナップル 1個の価格は 1ドルで、スイカ 1個の価格は 2ドル。

パイナップルの価格を x ドル、スイカの価格を y ドルとし、図 1と 2を解で示すと次のようになります：

$$\begin{cases} 2x + 5y = 12 & ① \\ 2x + 3y = 8 & ② \end{cases}$$

これらの方程式から次のように導き出されます：

$$2y = 4 \quad ③$$
$$y = 2$$

$2x + 3 \times 2 = 8$、以上より $x = 1$ となります。

C

係数の中の未知数のうちの1つが同じ符号と同じ絶対値を持つ連立方程式を解くためには：

1. 2つの方程式の左辺と右辺を引き算する事により差が導き出されます。

2. 未知数が1つある新たな方程式が導き出されます。

3. 導き出された方程式を解きます。

4. 連立方程式のどちらかに導き出された値を代入します。

$$\begin{array}{rr} & 2x + 5y = 12 \\ (-) & 2x + 3y = 8 \\ \hline & 2y = 4 \\ & y = 2 \end{array}$$

以上に述べた処理は、**消去**といいます。解いた連立方程式を例にすると、x は同じ絶対値と同じ符号の係数を持っています。

$$\begin{cases} 2x + 5y = 12 \\ 2x + 3y = 8 \end{cases}$$

$y = 2$ を方程式 ② に代入すると

$$2x + 3y = 8$$
$$2x + 3 \times 2 = 8$$
$$2x + 6 = 8$$
$$2x = 2$$
$$x = 1$$

引き算による消去を応用して連立方程式を解きなさい。

a) $\begin{cases} 2x + 7y = 22 \\ 2x + 3y = 14 \end{cases}$

$x = 4,\ y = 2$

b) $\begin{cases} 3x - 2y = 20 \\ 2x - 2y = 10 \end{cases}$

$x = 10,\ y = 5$

c) $\begin{cases} -x + 34y = 0 \\ 2x + 34y = 9 \end{cases}$

$x = 3,\ y = \frac{3}{34}$

26

達成の目安

1.5 引き算による消去法で、未知数のうちの1つが同じ符号と同じ絶対値の係数を持つ連立二元方程式を解きましょう。

学習の流れ

前回は、連立方程式の解を求めるための方法と、値のペアが連立方程式の解となるかどうかを確認する方法について学習しました。今回の授業では、より実践的に連立方程式の解を求めるための方法を紹介します。

踏むべき手順を分かりやすく理解できるよう図を用いて導入し、同時使用する方法を形にするため代数を用いて手順を実践していきます。

ねらい

Ⓟ、Ⓢ 係数が同じである場合における、連立二元一次方程式を解くために引き算による消去法を段階的に解説しましょう。

一部の設問の解答：

a) $\begin{cases} 2x + 7y = 22 & ① \\ 2x + 3y = 14 & ② \end{cases}$

各辺を引き算すると：

$$\begin{array}{rr} & 2x + 7y = 22 \\ (-) & 2x + 3y = 14 \\ \hline & 4y = 8 \\ & y = 2 \end{array}$$

$y = 2$ を方程式② に代入すると

$$\begin{aligned} 2x + 3y &= 14 \\ 2x + 3 \times 2 &= 14 \\ 2x + 6 &= 14 \\ 2x &= 8 \\ x &= 4 \end{aligned}$$

日付： **ユニット2 1.5**

Ⓟ パイナップル 2個とスイカ 5個の価格は 12ドルです。パイナップル 2個とスイカ 3個の価格は 8ドルです。パイナップル 1個の価格とスイカ 1個の価格はそれぞれいくらでしょうか?

Ⓢ $\begin{cases} 2x + 5y = 12 \\ 2x + 3y = 8 \end{cases}$

$$\begin{array}{rr} & 2x + 5y = 12 \\ (-) & 2x + 3y = 8 \\ \hline & 2y = 4 \\ & y = 2 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 2x + 3 \times 2 &= 8 \\ 2x + 6 &= 8 \\ 2x &= 2 \\ x &= 1 \end{aligned}$$

Ⓡ a) $\begin{cases} 2x + 7y = 22 \\ 2x + 3y = 14 \end{cases}$

$x = 4,\ y = 2$

b) $\begin{cases} 3x - 2y = 20 \\ 2x - 2y = 10 \end{cases}$

$x = 10,\ y = 5$

c) $\begin{cases} -x + 34y = 0 \\ 2x + 34y = 9 \end{cases}$

$x = 3,\ y = \frac{3}{34}$

宿題：ワークブック28ページ

レッスン 1

1.6 加法消去法

P

連立方程式を解きなさい。
$$\begin{cases} 3x - 5y = 25 & ① \\ 5x + 5y = 15 & ② \end{cases}$$

係数の符号を考え、減法を使うためにどのような計算を行うかを示します。

y の係数の符号と絶対値を考えましょう。

S

左辺と右辺を足すと、それぞれ2つの方程式は次のようになります：

$$\begin{array}{rl} 3x - 5y = 25 & \rightarrow ① \\ (+)\ \underline{5x + 5y = 15} & \rightarrow ② \\ 8x \quad\ = 40 & \\ x = 5 & \end{array}$$

一般的に代数を用いると、符号 x は取り除かれ、例えば $5 \times 5 = 5(5)$ のように、かっこを用いた掛け算で表わされます。

② に $x = 5$ を代入し、y の値を求めます。

$$\begin{aligned} 5x + 5y &= 15 \\ 5(5) + 5y &= 15 \\ 5y &= 15 - 25 \\ 5y &= -10 \\ y &= -2 \end{aligned}$$

連立方程式の解は、$x = 5$、$y = -2$ となります。

C

消去法を使って連立二元一次方程式を解くには、未知数の係数の絶対値と符号を常に検討する必要があります。

未知数のうちの 1つが同じ絶対値を持つが符号が異なるという係数の場合、方程式の両辺の項に対しそれぞれ加算を行います。

例えば前の問題で解いた方程式では、y の係数は同じ絶対値ですが符号は違います。

$$\begin{cases} 3x - 5y = 25 \\ 5x + 5y = 15 \end{cases}$$

このように消去法を使って連立方程式を解く時は3つ目の一元方程式を解きます。

- 解かれた方程式に y を含まない場合、y を**消去する**と言います。
- 解かれた方程式に x を含まない場合、x を**消去する**と言います。

引き算による消去を使って連立方程式を解きましょう。

a) $\begin{cases} 7x - 4y = 3 \\ 2x + 4y = 42 \end{cases}$

$x = 5, y = 8$

b) $\begin{cases} 2x + 3y = 20 \\ -2x + 5y = -4 \end{cases}$

$x = 7, y = 2$

c) $\begin{cases} 3x + 2y = 4 \\ -3x - 4y = -2 \end{cases}$

$x = 2, y = -1$

d) $\begin{cases} x - 2y = -7 \\ -2x + 2y = 2 \end{cases}$

$x = 5, y = 6$

達成の目安

1.6 未知数のうちの1つが同じ絶対値だが符号が異なるという係数の連立二元方程式を解くため加法消去法を使いましょう。

学習の流れ

前回の授業では、一元方程式に消去するために一方の辺からもう一方の辺に減算するだけの方程式を解きました。今回は、未知数のうちの1つが同じ係数だが符号が異なる方程式を解く事になります。従って未知数が1つだけの方程式に消去するために一方の辺をもう一方の辺に加算する事だけが必要となります。

ねらい

Ⓟ、Ⓢ 係数の数字と符号の性質を強調しながら、加算による消去処理を形にするため連立方程式を解きましょう。

一部の設問の解答：

a) $\begin{cases} 7x - 4y = 3 \\ 2x + 4y = 42 \end{cases}$

各辺を足し算すると：

$$\begin{array}{rl} 7x - 4y = 3 & \longrightarrow 1 \\ (+)\ \ 2x + 4y = 42 & \longrightarrow 2 \\ \hline 9x \qquad = 45 & \\ x = 5 & \end{array}$$

2 に $x = 5$ を代入し、y の値を計算します：

$$\begin{aligned} 2x + 4y &= 42 \\ 2(5) + 4y &= 42 \\ 4y &= 42 - 10 \\ 4y &= 32 \\ y &= 8 \end{aligned}$$

連立方程式の解は、$x = 5$、$y = 8$ となります。

日付： **ユニット2 1.6**

Ⓟ 問題を解きましょう：

$\begin{cases} 3x - 5y = 25 & 1 \\ 5x + 5y = 15 & 2 \end{cases}$

Ⓢ

$$\begin{array}{rl} 3x - 5y = 25 & \longrightarrow 1 \\ (+)\ 5x + 5y = 15 & \longrightarrow 2 \\ \hline 8x \qquad = 40 & \\ x = 5 & \end{array}$$

$$\begin{aligned} 5x + 5y &= 15 \\ 5(5) + 5y &= 15 \\ 5y &= -10 \\ y &= -2 \end{aligned}$$

Ⓡ

a) $\begin{cases} 7x - 4y = 3 \\ 2x + 4y = 42 \end{cases}$ $x = 5,\ y = 8;$

b) $\begin{cases} 2x + 3y = 20 \\ -2x + 5y = -4 \end{cases}$ $x = 7,\ y = 2;$

c) $\begin{cases} 3x + 2y = 4 \\ -3x - 4y = -2 \end{cases}$ $x = 2,\ y = -1;$

d) $\begin{cases} x - 2y = -7 \\ -2x + 2y = 2 \end{cases}$ $x = 5,\ y = 6;$

宿題：ワークブック29ページ

1.7 加法または減法による消去法　その1

P

消去する未知数の係数の絶対値が同じでない時、どのように連立方程式に対して消去を行う事ができるでしょうか?

連立方程式を解きなさい： $\begin{cases} x + 3y = -4 & ① \\ 4x + 2y = 4 & ② \end{cases}$

S

① × 4 → $4x + 12y = -16$
② → (−) $4x + 2y \ \ = 4$

$$10y = -20$$
$$y = -2$$

① に y を代入すると

$$x + 3y = -4$$
$$x + 3(-2) = -4$$
$$x - 6 = -4$$
$$x = -4 + 6$$
$$x = 2$$

連立方程式の解は、$x = 2$、$y = -2$ となります。

等式の性質を復習しましょう：方程式に1つの数字を掛ける時、両辺の全ての項に掛け算をします。例えば、方程式 $x + 3y = -4$ に 4 を掛けると：

$$4(x + 3y) = 4(-4)$$

C

絶対値が同じである係数を持つ未知数がないが、未知数うちの1つの係数を分析するとその係数が他の係数の倍数である連立方程式を解くためには、次の事が必要です：

1. 消去するのに適切な未知数を特定する。
2. 係数の絶対値がもう1つの方程式の同一の未知数の係数と同じにできる数字で方程式に掛け算をする。
3. どのような計算を行うのかを決める：加算か減算。
4. 消去を行った方程式を解く。
5. 連立方程式の中の方程式のどれか1つに4番で求めた値を代入する。

解答した例題については、① の中に係数 1があるので、x を消去する事を選択しました。

加算または減算による消去法を使いながら連立方程式を解きなさい。

a) $\begin{cases} 2x + y = 9 \\ 3x + 5y = 17 \end{cases}$ $x = 4, y = 1$

b) $\begin{cases} 5x + 6y = 8 \\ x + 3y = 7 \end{cases}$ $x = -2, y = 3$

c) $\begin{cases} 3x + 2y = 25 \\ 9x + 5y = 64 \end{cases}$ $x = 1, y = 11$

d) $\begin{cases} 2x + 3y = -1 \\ 6x + 5y = -7 \end{cases}$ $x = -2, y = 1$

消去したい未知数を特定してから、係数が同じ絶対値になるように掛ける数字を考えましょう。

28

達成の目安

1.7 未知数のうちの1つの係数が他の係数の倍数となっている連立二元方程式を解くために加算または減算による消去法を使いましょう。

学習の流れ

このユニットの過去2回の授業では、連立二元一次方程式の解き方を学習しましたが、どちらの場合も同じ絶対値で符号だけが異なる係数の未知数でした。つまり、方程式を二元方程式1つだけに消去を行うためにあるケースでは減算を、その他のケースでは加算を行いました。今回の授業では、既知の2つのケースのいずれかにするために方程式のうちの1つを変換する必要がある方程式を解きます。そのためにそれぞれの項に適切な数字を掛ける事が試みられます。

ねらい

Ⓟ、Ⓢ 加算または減算による消去法を使うために両辺に適切な数字を掛ける事によって方程式のうちの1つを変換する必要がある連立方程式を解きましょう。

一部の設問の解答：

a) $\begin{cases} 2x + y = 9 & ① \\ 3x + 5y = 17 & ② \end{cases}$

① ×5 →
② →

$$\begin{array}{rl} & 10x + 5y = 45 \\ (-) & 3x + 5y = 17 \\ \hline & 7x \quad = 28 \\ & x = 4 \end{array}$$

① に x を代入すると

$$2x + y = 9$$
$$2(4) + y = 9$$
$$8 + y = 9 - 8$$
$$y = 1$$

連立方程式の解は次の通りになります:

$x = 4,\ y = 1$

つまずきやすい点：
一元一次方程式の解答プロセスがあまり定着していない場合は、生徒が練習するために練習問題を割り当てる必要になるでしょう。

日付：

ユニット2 1.7

Ⓟ 問題を解きましょう $\begin{cases} x + 3y = -4 & ① \\ 4x + 2y = 4 & ② \end{cases}$

Ⓢ ① ×4 →
② →

$$\begin{array}{rl} & 4x + 12y = -16 \\ (-) & 4x + 2y \ = 4 \\ \hline & 10y = -20 \\ & y = -2 \end{array}$$

① に y を代入すると

$$x + 3y = -4$$
$$x + 3(-2) = -4$$
$$x - 6 = -4$$
$$x = -4 + 6$$
$$x = 2$$

Ⓡ

a) $\begin{cases} 2x + y = 9 \\ 3x + 5y = 17 \end{cases}$ $x = 4, y = 1$

b) $\begin{cases} 5x + 6y = 8 \\ x + 3y = 7 \end{cases}$ $x = -2, y = 3$

c) $\begin{cases} 3x + 2y = 25 \\ 9x + 5y = 64 \end{cases}$ $x = 1, y = 11$

d) $\begin{cases} 2x + 3y = -1 \\ 6x + 5y = -7 \end{cases}$ $x = -2, y = 1$

宿題：ワークブック30ページ

1.8 加法または減法による消去法　その2

P

連立方程式を解きましょう：
$$\begin{cases} 3x - 4y = 3 & ① \\ 2x - 3y = 1 & ② \end{cases}$$

未知数のうちの1つの係数が同じ絶対値を持つようにし、消去法を使うためには何をするべきでしょうか?

S

① × 2 → $6x - 8y = 6$
② × 3 → $(-)\ 6x - 9y = 3$
$y = 3$

② に y を代入すると

$$\begin{aligned} 2x - 3y &= 1 \\ 2x - 3(3) &= 1 \\ 2x - 9 &= 1 \\ 2x &= 1 + 9 \\ 2x &= 10 \\ x &= 5 \end{aligned}$$

連立方程式の解は、$x = 5$、$y = 3$ となります。

① × 3 → $9x - 12y = 9$
② × 4 → $(-)\ 8x - 12y = 4$
$x = 5$

① に x を代入すると

$$\begin{aligned} 3x - 4y &= 3 \\ 3(5) - 4y &= 3 \\ 15 - 4y &= 3 \\ -4y &= 3 - 15 \\ -4y &= -12 \\ y &= 3 \end{aligned}$$

連立方程式の解は、$x = 5$、$y = 3$ となります。

C

消去を使いながら連立二元一次方程式を解くには以下の事項が必要です：

1. 消去する未知数を特定する。
2. 消去を行う未知数が同じ絶対値の係数になるような数字をそれぞれの方程式に掛ける。
3. 消去を行うために加算するのか減算するのかを特定する。
4. 消去を行った方程式を解く。
5. 連立方程式の中の方程式の1つに消去を行った方程式によって求められた値を代入する。

加算または減算による消去法を使いながら連立方程式を解きなさい。

a) $\begin{cases} 3x - 2y = 18 \\ 7x - 5y = 41 \end{cases}$

$x = 8,\ y = 3$

b) $\begin{cases} 2x + 3y = 37 \\ 3x + 5y = 58 \end{cases}$

$x = 11,\ y = 5$

c) $\begin{cases} 6x - 5y = -1 \\ 4x - 3y = 1 \end{cases}$

$x = 4,\ y = 5$

d) $\begin{cases} \frac{1}{2}x + 2y = 6 \\ \frac{1}{2}x - 2y = 0 \end{cases}$

$x = 6,\ y = \frac{3}{2}$

係数の絶対値を等しくするには、まず消去する未知数を考えましょう。

同じ絶対値の係数にするために、計算をより楽にするよう係数の最小公倍数を考えもいいでしょう。

ユニット 2

29

達成の目安

1.8 消去法によって、係数の絶対値が異なる連立二元方程式を解けきましょう。

学習の流れ

前回は、選ばれた変数に付随する符号によって加法か減法かを用いた消去法を使えるようにするため、そのうちの 1つを変換する必要がある方程式を持つ連立方程式を解きました。今回の授業では、1つの未知数を取り除けるように 2つの方程式を変換する必要がある連立方程式を解きます。

方程式を変換するには、1つの未知数を伴う数値に同じ係数を掛ける事を考える必要があります。

ねらい

Ⓟ、Ⓢ 1つの未知数を伴う方程式に消去ができるよう適切な数字を掛けることによって2つの方程式を変換する必要がある連立方程式を解きましょう。

一部の設問の解答：

a) $\begin{cases} 3x - 2y = 18 & ① \\ 7x - 5y = 41 & ② \end{cases}$

$$\begin{array}{llr} ① \times 5 & & 15x - 10y = 90 \\ ② \times 2 & (-) & 14x - 10y = 82 \\ \hline & & x \qquad\quad = 8 \end{array}$$

① に x を代入すると

$$\begin{aligned} 3(8) - 2y &= 18 \\ -2y &= 18 - 24 \\ y &= 3 \end{aligned}$$

連立方程式の解は次の通りになります：$x = 8$, $y = 3$

つまずきやすい点：

選ばれた変数に消去を行うためそれぞれの方程式に対して掛け合わせなければならない数字を適切に選ぶ事ができないかもしれません。そのような場合は、どの数字を掛ければいいのかを特定するのに便宜を図るよう最小公倍数についてリマインドを行い、必要に応じて練習を割り当てる事が必要となるでしょう。

日付：

ユニット2 1.8

Ⓟ 問題を解きなさい。 $\begin{cases} 3x - 4y = 3 & ① \\ 2x - 3y = 1 & ② \end{cases}$

Ⓢ
$$\begin{array}{lclr} ① \times 2 & \longrightarrow & & 6x - 8y = 6 \\ ② \times 3 & \longrightarrow & (-) & 6x - 9y = 3 \\ \hline & & & y = 3 \end{array}$$

② に y を代入すると

$$\begin{aligned} 2x - 3(3) &= 1 \\ 2x - 9 &= 1 \\ 2x &= 10 \\ x &= 5 \end{aligned}$$

連立方程式の解は、$x = 5$、$y = 3$ となります。

Ⓡ a) $\begin{cases} 3x - 2y = 18 \\ 7x - 5y = 41 \end{cases}$ $x = 8, y = 3;$

b) $\begin{cases} 2x + 3y = 37 \\ 3x + 5y = 58 \end{cases}$ $x = 11, y = 5;$

c) $\begin{cases} 6x - 5y = -1 \\ 4x - 3y = 1 \end{cases}$ $x = 4, y = 5;$

d) $\begin{cases} \frac{1}{2}x + 2y = 6 \\ \frac{1}{2}x - 2y = 0 \end{cases}$ $x = 6, y = \frac{3}{2};$

宿題：ワークブック31ページ

1.9 代入の意味

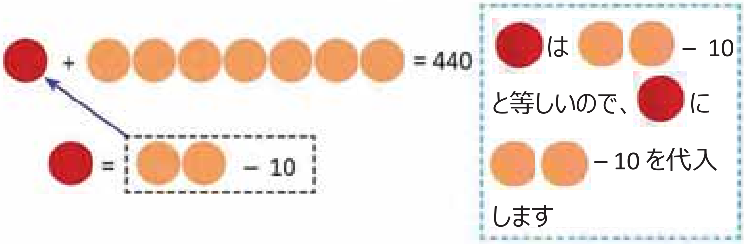
P

中央市場では、豆 1キンタルととうもろこし 7キンタルの価格は440ドルで、豆 1キンタルの価格はとうもろこし 2キンタルより 10ドル少ない価格です。豆 1キンタルととうもろこし 1キンタルの価格はそれぞれいくらでしょうか?

S

図で示してみると：

豆 1キンタルの価格を●、とうもろこし 1キンタルの価格を●とします。



豆 1キンタルの価格を x、とうもろこし 1キンタルの価格を y とすると、2つの条件を満たすには次のような連立方程式が立てられます：

$$\begin{cases} x + 7y = 440 & ① \\ x = 2y - 10 & ② \end{cases}$$

方程式 ②では $x = 2y - 10$ となります。

②を①に代入すると次のようになります：

$$(2y - 10) + 7y = 440$$
$$2y - 10 + 7y = 440$$
$$9y = 440 + 10$$
$$9y = 450$$
$$y = 50$$

導き出された値 $y = 50$ を方程式②に代入します

$$x = 2(50) - 10$$
$$x = 100 - 10$$
$$x = 90$$

$x = 2y - 10$
↓
$x + 7y = 440$
↓
$(2y - 10) + 7y = 440$

C

未知数 x を方程式 $x + 7y = 440$ に代入する事によって、連立方程式の中の2つの方程式から新たに一元方程式が導き出されます。これを解くと、とうもろこし 1キンタルの価格は 50ドル、豆の価格は 90ドルとなります。

例題に示された通り、1つの未知数を対等な式と置き換えると1つの未知数に消去される方法を**代入**といいます。

代入を使って連立方程式を解きましょう。

a) $\begin{cases} x - 3y = 3 \\ x = 9y - 3 \end{cases}$ $x = 6, y = 1$

b) $\begin{cases} 9x - 3y = 12 \\ y = 11 - 2x \end{cases}$ $x = 3, y = 5$

c) $\begin{cases} 3x - \frac{1}{2}y = 10 \\ \frac{1}{2}y = 9 - 2x \end{cases}$ $x = \frac{19}{5}, y = \frac{14}{5}$

d) $\begin{cases} 2x - y = -1 \\ 2y = 7 - x \end{cases}$ $x = 1, y = 3$

30

達成の目安

1.9 連立二元方程式を解くために代入法を知りましょう。

学習の流れ

1.5 から1.8 までの授業では加法または減法による消去法を通して連立方程式を解き、それぞれの授業において値や符号が異なる係数に関して様々なケースを分析しました。今回の授業では、方程式の他の解き方を紹介し、その理解を促すために図を用います。

この方法を通して、解くために適切な連立方程式のタイプの特徴を強調する事が重要です。

ねらい

Ⓟ、Ⓢ 未知数のうちの 1つが他の未知数の項に示されている例題を使って代入法を導入しましょう。

一部の設問の解答：

a) $\begin{cases} x - 3y = 3 & ① \\ x = 9y - 3 & ② \end{cases}$

① に x を代入すると

$$\begin{aligned} (9y - 3) - 3y &= 3 \\ 9y - 3 - 3y &= 3 \\ 6y &= 3 + 3 \\ 6y &= 6 \\ y &= 1 \end{aligned}$$

② に y を代入すると

$$\begin{aligned} x &= 9(1) - 3 \\ x &= 9 - 3 \\ x &= 6 \end{aligned}$$

つまずきやすい点：
1つの未知数を適切に整理できなかったり、代入の際に示された計算を適切に行わなかったりする可能性があります。

いずれの場合も、生徒が疑問を解消するようリマインドを行い、可能であれば8学年用に提案されている全ての授業内容の進展に影響を与えないよう時間に留意しながら、それぞれの生徒が練習できるよう練習を割り当てる事が提案されます。

日付：

ユニット2 1.9

Ⓟ 豆 1 キンタル + とうもろこし 1 キンタル = \$440
豆 1 キンタル = とうもろこし 2 キンタル - \$10
豆 1キンタルととうもろこし 1キンタルの価格はそれぞれいくらでしょうか?

$$\begin{cases} x + 7y = 440 & ① \\ x = 2y - 10 & ② \end{cases}$$

Ⓢ ② を ① に代入すると次のようになります：

$$\begin{aligned} (2y - 10) + 7y &= 440 \\ 9y &= 440 + 10 \\ y &= 50 \end{aligned}$$

$y = 50$ を方程式 ② に代入すると

$$\begin{aligned} x &= 2(50) - 10 \\ x &= 90 \end{aligned}$$

Ⓡ a) $\begin{cases} x - 3y = 3 \\ x = 9y - 3 \end{cases}$ $x = 6, y = 1;$

b) $\begin{cases} 9x - 3y = 12 \\ y = 11 - 2x \end{cases}$ $x = 3, y = 5;$

c) $\begin{cases} 3x - \frac{1}{2}y = 10 \\ \frac{1}{2}y = 9 - 2x \end{cases}$ $x = \frac{19}{5}, y = \frac{14}{5};$

d) $\begin{cases} 2x - y = -1 \\ 2y = 7 - x \end{cases}$ $x = 1, y = 3;$

宿題：ワークブック32ページ

レッスン 1

1.10 代入法

次の連立方程式を解くために代入法を使い、行った処理を書きましょう：

$$\begin{cases} 5x + y = 14 \\ 2x + 3y = 16 \end{cases}$$

連立方程式は次の通りです：

$$\begin{aligned} 5x + y &= 14 \quad ① \\ 2x + 3y &= 16 \quad ② \end{aligned}$$

係数が 1 の未知数を整理しましょう。

方程式 ① の y を整理して、$y = 14 - 5x$ と導き出します。

方程式 ② の y に $14 - 5x$ を代入します。

$$\begin{aligned} 2x + 3y &= 16 \\ 2x + 3(14 - 5x) &= 16 \\ 2x + 42 - 15x &= 16 \\ -13x + 42 &= 16 \\ -13x &= 16 - 42 \\ -13x &= -26 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

$$5x + y = 14 \\ \downarrow \\ y = 14 - 5x \\ \downarrow \\ 2x + 3y = 16 \\ \downarrow \\ 2x + 3(14 - 5x) = 16$$

$y = 14 - 5x$ に $x = 2$ を代入すると

$$\begin{aligned} y &= 14 - 5x \\ y &= 14 - 5(2) \\ y &= 14 - 10 \\ y &= 4 \end{aligned}$$

連立方程式の解は、$x = 2$、$y = 4$ となります。

代入を使いながら連立二元一次方程式を解くには以下の事項が必要です：

1. より整理しやすい未知数を特定する。
2. 整理を行う。
3. 整理した未知数を他の方程式 2番に代入する。
4. 導き出された方程式を解く。

代入法を使って連立方程式を解きましょう。

a) $\begin{cases} 3x + y = 24 \\ 7x - 3y = 8 \end{cases}$ $x = 5,\ y = 9$

b) $\begin{cases} x - 3y = -11 \\ 4x + 2y = 40 \end{cases}$ $x = 7,\ y = 6$

より整理しやすい未知数を特定するためには、係数に注目します。

c) $\begin{cases} x = y + 9 \\ 7x - 2y = 57 \end{cases}$ $x = \frac{39}{5},\ y = \frac{-6}{5}$

d) $\begin{cases} y = 2x - 5 \\ y = 5x + 4 \end{cases}$ $x = -3,\ y = -11$

達成の目安

1.10 代入法を通して連立二元方程式を解きましょう。

学習の流れ

前回の授業では、代入する変数が既に整理された状態で示されたケースにおける連立二元一次方程式を解くために代入法を紹介しました。今回は、代入処理を行うためにはまず消去する変数を整理する必要がある連立方程式を解きます。

ねらい

Ⓟ、Ⓢ 代入処理の前に係数 1 を持つ未知数を整理しながら代入法を通して連立方程式を解きましょう。

一部の設問の解答：

$$\begin{cases} 3x + y = 24 & ① \\ 7x - 3y = 8 & ② \end{cases}$$

y を整理すると $y = 24 - 3x$ となり、これを方程式 2 に代入します。

a)
$$\begin{aligned} 7x - 3y &= 8 \\ 7x - 3(24 - 3x) &= 8 \\ 7x - 72 + 9x &= 8 \\ 16x &= 80 \\ x &= 5 \end{aligned}$$

$x = 5$ を $y = 24 - 3x$ に代入すると

$$\begin{aligned} y &= 24 - 3x \\ y &= 24 - 3(5) \\ y &= 24 - 15 \\ y &= 9 \end{aligned}$$

日付：

ユニット2 1.10

Ⓟ 代入を使って解きなさい：

$$\begin{cases} 5x + y = 14 \\ 2x + 3y = 16 \end{cases}$$

Ⓢ 方程式①の y を整理して、次のように導き出します。

$y = 14 - 5x$

方程式 ②に y を代入します。

$$\begin{aligned} 2x + 3(14 - 5x) &= 16 \\ 2x + 42 - 15x &= 16 \\ -13x &= -26 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

$y = 14 - 5x$ に $x = 2$ を代入すると

$$\begin{aligned} y &= 14 - 5(2) \\ y &= 4 \end{aligned}$$

Ⓡ

a) $\begin{cases} 3x + y = 24 \\ 7x - 3y = 8 \end{cases}$ $x = 5, y = 9;$

b) $\begin{cases} x - 3y = -11 \\ 4x + 2y = 40 \end{cases}$ $x = 7, y = 6;$

c) $\begin{cases} x = y + 9 \\ 7x - 2y = 57 \end{cases}$ $x = \frac{39}{5}, y = \frac{-6}{5};$

d) $\begin{cases} y = 2x - 5 \\ y = 5x + 4 \end{cases}$ $x = -3, y = -11;$

宿題：ワークブック33ページ

1.11 連立二元方程式の解き方

P

次のように連立方程式があります $\begin{cases} 10x - 3y = 4 \\ 3y = 4x + 2 \end{cases}$

- これを解くために最も適切だと思う方法を示しなさい。あなたの答えを証明しなさい。
- 解を求めなさい。

S

- 引き算を使います。

$$\begin{cases} 10x - 3y = 4 & ① \\ 3y = 4x + 2 & ② \end{cases}$$

$$\begin{array}{rrl} & 10x - 3y &= 4 \\ (+) & -4x + 3y &= 2 \\ \hline & 6x &= 6 \\ & x &= 1 \end{array}$$

- ②に次のものを代入します。

$$3y = 4(1) + 2$$
$$3y = 4 + 2$$
$$3y = 6$$
$$y = 2$$

連立方程式の解は、$x = 1$、$y = 2$ となります。

- 代入を使います。

$$\begin{cases} 10x - 3y = 4 & ① \\ 3y = 4x + 2 & ② \end{cases}$$

- 方程式①に $3y$ を代入します。

$$10x - 3y = 4$$
$$10x - (4x + 2) = 4$$
$$10x - 4x - 2 = 4$$
$$6x = 4 + 2$$
$$x = 1$$

- ②に $x = 1$ を代入します。

$$3y = 4(1) + 2$$
$$3y = 4 + 2$$
$$3y = 6$$
$$y = 2$$

連立方程式の解は、$x = 1$、$y = 2$ となります。

C

連立方程式を解く際は、方程式のタイプによって方法を選択する事ができます。

- 未知数が同じ絶対値の係数を持っている、またはその係数の 1つが他のものの倍数である時は、**消去**法を使う方がより楽です。
- 方程式の未知数が既に整理されている、または未知数に係数 1 がある時は、**代入**を使う方がより楽です。

1. 最も適切だと思う方法を使って連立方程式を解きましょう。

a) $\begin{cases} 3x + 2y = 14 \\ 2y = 5x - 2 \end{cases}$ $x = 2, y = 4$

b) $\begin{cases} -3x + 4y = 6 \\ 9x - 8y = -18 \end{cases}$ $x = -2, y = 0$

c) $\begin{cases} y = 2x + 11 \\ 5x + 6y = -2 \end{cases}$ $x = -4, y = 3$

d) $\begin{cases} 3x - 2y = 12 \\ 4x + y = 5 \end{cases}$ $x = 2, y = -3$

2. 代入法を選択する方がよりやりやすいのはどのようなケースでしょうか?消去法を選択する方がよりやりやすいのはどのようなケースでしょうか?

消去：未知数が同じ絶対値の係数を持っている、またはその係数の 1つが他のものの倍数である場合。
代入：方程式の未知数が既に整理されている、または未知数に係数 1 がある場合。

32

達成の目安

1.11 最も適切な方法を使って連立二元方程式を解きましょう。

学習の流れ

過去の授業で他の方程式に代入するために変数を整理する必要がある連立方程式を解きました。今回は、代入法を使いますが変数を整理しないで連立方程式を解きます。これは解を求めるプロセスを簡略化するために使う事ができます。提案されたプロセスを採用しない場合は、プロセス全部を使う事ができるという事を明確にする必要があります。

ねらい

Ⓟ、Ⓢ 消去と代入の 2つの方法の使用を通じて連立方程式を解きましょう。

一部の設問の解答：

a) $\begin{cases} 3x + 2y = 14 & ① \\ 2y = 5x - 2 & ② \end{cases}$

方程式 ① に $2y = 5x - 2$ を代入します。

$$\begin{aligned} 3x + 2y &= 14 \\ 3x + (5x - 2) &= 14 \\ 8x - 2 &= 14 \\ 8x &= 16 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

$2y = 5x - 2$ に $x = 2$ を代入すると

$$\begin{aligned} 2y &= 5x - 2 \\ 2y &= 5(2) - 2 \\ 2y &= 10 - 2 \\ y &= 4 \end{aligned}$$

つまずきやすい点：
生徒が連立方程式を解くために適切な方法を特定できない可能性があります。その様な場合は、たとえ選んだ方法が正しく使われていて解が正しくても、解を求めるプロセスを簡略化する方法を使わなければならないと強調する事が重要です。

日付：

ユニット2 1.11

Ⓟ 問題を解きなさい。 $\begin{cases} 10x - 3y = 4 \\ 3y = 4x + 2 \end{cases}$

Ⓢ 消去を使います。

$\begin{cases} 10x - 3y = 4 & ① \\ 3y = 4x + 2 & ② \end{cases}$

$$\begin{array}{rrl} & 10x - 3y &= 4 \\ (+) & -4x + 3y &= 2 \\ \hline & 6x &= 6 \\ & x &= 1 \end{array}$$

② に $x = 1$ を代入すると

$$\begin{aligned} 3y &= 4(1) + 2 \\ y &= 2 \end{aligned}$$

Ⓡ a) $\begin{cases} 3x + 2y = 14 \\ 2y = 5x - 2 \end{cases}$ $x = 2, y = 4;$

b) $\begin{cases} -3x + 4y = 6 \\ 9x - 8y = -18 \end{cases}$ $x = -2, y = 0;$

c) $\begin{cases} y = 2x + 11 \\ 5x + 6y = -2 \end{cases}$ $x = -4, y = 3;$

d) $\begin{cases} 3x - 2y = 12 \\ 4x + y = 5 \end{cases}$ $x = 2, y = -3;$

宿題：ワークブック34ページ

1.12 係数が小数の連立方程式

P

連立方程式を解きなさい。

$$\begin{cases} 0.4x + 1.7y = 5.8 & ① \\ 0.1x + 0.3y = 1.2 & ② \end{cases}$$

係数を整数に変えて、既に勉強した方法の 1つを使いましょう。

S

1. 整数の係数を持つ方程式に変えましょう。

$$① \times 10 \longrightarrow 4x + 17y = 58$$
$$② \times 10 \longrightarrow x + 3y = 12$$

2. 方程式 ② の x を整理します。

$$x + 3y = 12$$
$$x = 12 - 3y \quad ③$$

3. 方程式 ① に x を代入します。

$$\begin{aligned} 4x + 17y &= 58 \\ 4(12 - 3y) + 17y &= 58 \\ 48 - 12y + 17y &= 58 \\ 5y &= 58 - 48 \\ 5y &= 10 \\ y &= 2 \end{aligned}$$

4. ③ に $y = 2$ を代入します。

$$x = 12 - 3(2)$$
$$x = 6$$

連立方程式の解は、$x = 6$、$y = 2$ となります。

小数に 10、100、1000 を掛ける場合は、小数点を右の位に移動させたり、位にゼロを付け加える事に等しくなります。

$0.123 \times 10 = 1.23$	$0.2 \times 10 = 2$
$0.123 \times 100 = 12.3$	$0.2 \times 100 = 20$
$0.123 \times 1000 = 123$	$0.2 \times 1000 = 200$

方程式の両辺の全ての項に掛け算をする事を復習しましょう。

C

例題が示した通り、係数が小数である連立方程式を解くには、係数が整数となるような数字をそれぞれの方程式に掛け合わせてから、最も適切だと考える方法を適用します。

最も適切な方法を使って連立方程式を解きなさい。

係数を整数に変えるためにそれぞれの方程式に対し、何の数字を掛けなければならないでしょうか?

a) $\begin{cases} 0.2x + 0.4y = 3 \\ 5x + y = 21 \end{cases}$

$x = 3, y = 6$

b) $\begin{cases} 0.15x + 0.08y = 1 \\ 0.5x + 0.3y = 3.5 \end{cases}$

$x = 4, y = 5$

c) $\begin{cases} 0.2x + 0.3y = 0.1 \\ x + 0.5y = 3.5 \end{cases}$

$x = 5, y = -3$

d) $\begin{cases} 0.8x + 2y = 0.9 \\ 0.4x - 3y = -0.55 \end{cases}$

$x = \frac{1}{2}, y = \frac{1}{4}$

係数を整数に変えなくても連立方程式を解く事はできますが、計算はより複雑になります。

係数を整数に変えずに連立方程式を解いてみて、その結果を比べましょう。

達成の目安

1.12 最も適切な方法を使って係数が小数の連立二元方程式の解を求めましょう。

学習の流れ

前回の授業では、係数とそれぞれの符号の相違点を考えながら連立方程式を解く、2つの方法を勉強しました。今回は、既に勉強した方法のいずれでも解く事ができる連立方程式を解きます。考えるべき相違は小数の係数の使用です。

係数を整数に変える、または小数の係数をそのまま計算する事ができるという事を強調するのが重要となります。

ねらい

Ⓟ、Ⓢ 小数を自然数に変えたり 10 の累乗を掛けたりして、係数が小数の連立二元方程式を解きましょう。

一部の設問の解答：

a) $\begin{cases} 0.2x + 0.4y = 3 & ① \\ 5x + y = 21 & ② \end{cases}$

方程式 ① に $y = 21 - 5x$ を代入します。

$$\begin{aligned} 0.2x + 0.4y &= 3 \\ 0.2x + 0.4(21 - 5x) &= 3 \\ 0.2x + 8.4 - 2x &= 3 \\ -1.8x &= -5.4 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

$x = 3$ を $y = 21 - 5x$ に代入すると

$$\begin{aligned} y &= 21 - 5x \\ y &= 21 - 5(3) \\ y &= 21 - 15 \\ y &= 6 \end{aligned}$$

この連立方程式では、教科書の補足情報を形にするため、小数がある係数をそのまま解いています。

日付： **ユニット2 1.12**

Ⓟ 問題を解きなさい。 $\begin{cases} 0.4x + 1.7y = 5.8 & ① \\ 0.1x + 0.3y = 1.2 & ② \end{cases}$

Ⓢ ① × 10 ⟶ $4x + 17y = 58$

② × 10 ⟶ $x + 3y = 12$

② の x を整理します。

$x + 3y = 12$

$x = 12 - 3y$ ③

方程式 ① に x を代入します。

$$\begin{aligned} 4(12 - 3y) + 17y &= 58 \\ 48 - 12y + 17y &= 58 \\ 5y &= 58 - 48 \\ y &= 2 \end{aligned}$$

③ に $y = 2$ を代入します。

$x = 12 - 3(2)$

$x = 6$

連立方程式の解は、$x = 6$、$y = 2$ となります。

Ⓡ a) $\begin{cases} 0.2x + 0.4y = 3 \\ 5x + y = 21 \end{cases}$

$x = 3, y = 6$

b) $\begin{cases} 0.15x + 0.08y = 1 \\ 0.5x + 0.3y = 3.5 \end{cases}$

$x = 4, y = 5$

宿題：ワークブック35ページ

1.13 係数が分数の連立方程式

P

連立方程式を解きなさい。

$$\begin{cases} \frac{2}{3}x + \frac{3}{4}y = 12 & ① \\ \frac{7}{9}x + y = 15 & ② \end{cases}$$

係数を整数に変えて、既に勉強した消去法または減法のうち 1つを使いましょう。

S

1. 整数の係数を持つ方程式に変えましょう。

$$① \times 12 \longrightarrow 8x + 9y = 144$$
$$② \times 9 \longrightarrow 7x + 9y = 135$$

2. ①から②を引いて y を消去します。

$$\begin{array}{lcrl} ① & \longrightarrow & & 8x + 9y = 144 \\ ② & \longrightarrow & (-) & 7x + 9y = 135 \\ \hline & & & x \qquad = 9 \end{array}$$

7学年で勉強した等式の性質を応用しなければなりません。

方程式の両辺の全ての項に掛け算をする事を忘れてはなりません。

3. 方程式①に $x = 9$ を代入します。

$$\begin{aligned} 8(9) + 9y &= 144 \\ 9y &= 144 - 72 \\ 9y &= 72 \\ y &= 8 \end{aligned}$$

連立方程式の解は、$x = 9$、$y = 8$ となります。

C

例題に示される通り、係数が分数である連立方程式を解くには、分数の係数を整数に変えるような数をそれぞれの方程式に掛け合わせてから、最も適切だと考えられる解き方を適用します。

係数を整数に変えなくても連立方程式を解く事はできますが、計算はより複雑になります。

係数を整数に変えずに連立方程式を解いてみて、その結果を比べましょう。

最も適切な方法を使って連立方程式を解きなさい。

どの数字を掛け合わせるのかを知るため、分母の最小公倍数を考えましょう。

a) $\begin{cases} \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y = 6 \\ 3x + 5y = 63 \end{cases}$

$x = 6, y = 9$

b) $\begin{cases} \frac{1}{3}x + \frac{1}{4}y = 3 \\ x - 2y = -2 \end{cases}$

$x = 6, y = 4$

c) $\begin{cases} \frac{1}{2}x - \frac{2}{3}y = -4 \\ x + \frac{1}{3}y = 7 \end{cases}$

$x = 4, y = 9$

d) $\begin{cases} \frac{4}{3}x + \frac{2}{5}y = -2 \\ \frac{1}{3}x + y = 4 \end{cases}$

$x = -3, y = 5$

達成の目安

1.13 係数が分数の連立二元方程式を解くために最も適切な方法を使いましょう。

学習の流れ

前回の授業では、既に勉強した方法のいずれかを使って小数の係数を持つ連立方程式を解きました。今回は分数の係数の使い方を考えていきます。小数の係数の時に学習したように、係数を整数に変える、または分数の係数でそのまま計算する事もできるという事を強調するのが重要となります。

ねらい

Ⓟ、Ⓢ 整数に変える事を方法として使い、分数の係数を持つ連立方程式を解きましょう。

一部の設問の解答：

c) $\begin{cases} \frac{1}{2}x - \frac{2}{3}y = -4 & ① \\ x + \frac{1}{3}y = 7 & ② \end{cases}$

方程式 ① $\frac{1}{3}y = 7 - x$ を代入します。

$$\frac{1}{2}x - \frac{2}{3}y = -4$$
$$\frac{1}{2}x - 2(7 - x) = -4$$
$$\frac{1}{2}x - 14 + 2x = -4$$
$$\frac{5}{2}x - 14 = -4$$
$$x = 4$$

$\frac{1}{3}y = 7 - x$ に $x = 4$ を代入すると

$$\frac{1}{3}y = 7 - 4$$
$$y = 9$$

つまずきやすい点：
分数を小数に変えたり、分数で計算する際に生徒が難しく思う可能性があります。いずれの場合も疑問点を解消するために進めるべき手順の例を見せる事が必要となります。

日付： **ユニット2 1.13**

Ⓟ 問題を解きなさい。

$\begin{cases} \frac{2}{3}x + \frac{3}{4}y = 12 & ① \\ \frac{7}{9}x + y = 15 & ② \end{cases}$

Ⓢ 係数を整数に変えます：

① × 12 → $8x + 9y = 144$
② × 9 → $7x + 9y = 135$

① から ② を引いて y を消去します。

$$\begin{array}{rr} ① \rightarrow & 8x + 9y = 144 \\ ② \rightarrow & (-)\ 7x + 9y = 135 \\ \hline & x \qquad = 9 \end{array}$$

方程式 ① に $x = 9$ を代入します。

$$8(9) + 9y = 144$$
$$9y = 72$$
$$y = 8$$

連立方程式の解は、$x = 9$、$y = 8$ となります。

Ⓡ a) $\begin{cases} \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y = 6 \\ 3x + 5y = 63 \end{cases}$ $x = 6, y = 9$

b) $\begin{cases} \frac{1}{3}x + \frac{1}{4}y = 3 \\ x - 2y = -2 \end{cases}$ $x = 6, y = 4$

宿題：ワークブック36ページ

1.14 かっこを含む連立方程式

P

連立方程式を解きなさい。

$$\begin{cases} 8x - 3(x - y) = 50 & ① \\ 3(x + y) - (6y - 5x) = 41 & ② \end{cases}$$

かっこをまとめて同等の連立方程式を導き出して、既に勉強した消去法または減法のいずれかを適用しましょう。

S

1. 次に示される計算を行います：

$$① \longrightarrow 8x - 3x + 3y = 50 \longrightarrow 5x + 3y = 50$$
$$② \longrightarrow 3x + 3y - 6y + 5x = 41 \longrightarrow 8x - 3y = 41$$

2. ①と②を合算し y を消去します。

$$\begin{array}{lrl} ① \longrightarrow & & 5x + 3y = 50 \\ ② \longrightarrow & (+) & 8x - 3y = 41 \\ \hline & & 13x \quad = 91 \\ & & \quad x = 7 \end{array}$$

7学年では、示された計算を行って四則演算の法則を使いながら、かっこをまとめる事を学習しました。

3. 方程式①に x を代入します

$$\begin{aligned} 5x + 3y &= 50 \\ 5(7) + 3y &= 50 \\ 3y &= 50 - 35 \\ 3y &= 15 \\ y &= 5 \end{aligned}$$

連立方程式の解は、$x = 7$、$y = 5$ となります。

C

かっこがある連立二元一次方程式を解くには、例題の通り以下の事が必要です：

- かっこをまとめ、示された計算を行う事。
- 最も適切だと考える方法を使って連立方程式を解く事。

最も適切な方法を使って連立方程式を解きなさい。

a) $\begin{cases} 4x - 3y = 21 \\ 4(y - x) + y = -27 \end{cases}$ $x = 3, y = -3$

b) $\begin{cases} 2(x - y) + 34 = 0 \\ 3x + 5y = -7 \end{cases}$ $x = -\frac{23}{2}, y = \frac{11}{2}$

c) $\begin{cases} 2x + 5(2x + y) = 19 \\ 5(6x + y) - 10 = 45 \end{cases}$ $x = 2, y = -1$

d) $\begin{cases} \frac{1}{2}(4x - 4) + \frac{3}{2}y = 2 \\ 3(2x + 34) - 5y = -4 \end{cases}$ $x = -\frac{139}{19}, y = \frac{236}{19}$

達成の目安

1.14 かっこで示された計算を含む連立二元方程式の解を求めましょう。

学習の流れ

前回は既に勉強した方法を使って分数の係数を持つ連立方程式を解きました。今回の授業ではかっこの使用について考えていきます。これを解くためには、まず示された計算を行う事が必要だという事を強調する必要があります。

ねらい

Ⓟ、Ⓢ いずれかの方法を使って示された計算を含む連立二元方程式を解きましょう。

一部の設問の解答：

a) $\begin{cases} 4x - 3y = 21 & ① \\ 4(y - x) + y = -27 & ② \end{cases}$

$\rightarrow \begin{cases} 4x - 3y = 21 \\ -4x + 5y = -27 \end{cases}$

① と ② を合算して x を消去します。

$$\begin{array}{rr} & 4x - 3y = 21 \\ (+) & -4x + 5y = -27 \\ \hline & 2y = -6 \\ & y = -3 \end{array}$$

$4x - 3y = 21$ に $y = -3$ を代入すると

$$\begin{aligned} 4x - 3y &= 21 \\ 4x - 3(-3) &= 21 \\ 4x + 9 &= 21 \\ 4x &= 21 - 9 \\ 4x &= 12 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

つまずきやすい点：
示された計算を行う際に四則演算の法則に対して難しいと思う生徒がいる可能性があります。そのような場合は、8学年のユニット 1 で学習した多項式に数字を掛け合わせる事についての授業を参考にしてもいいでしょう。

日付：

ユニット2 1.14

Ⓟ 問題を解きなさい。

$\begin{cases} 8x - 3(x - y) = 50 & ① \\ 3(x + y) - (6y - 5x) = 41 & ② \end{cases}$

Ⓢ ① $\longrightarrow$ $5x + 3y = 50$

② $\longrightarrow$ $8x - 3y = 41$

① と ② を合算し y を消去します。

$$\begin{array}{lrr} ① \longrightarrow & & 5x + 3y = 50 \\ ② \longrightarrow & (+) & 8x - 3y = 41 \\ \hline & & 13x \quad = 91 \\ & & x = 7 \end{array}$$

① に $x = 7$ を代入します。

$$\begin{aligned} 5(7) + 3y &= 50 \\ 3y &= 50 - 35 \\ y &= 5 \end{aligned}$$

連立方程式の解は、$x = 7$、$y = 5$ となります。

Ⓡ a) $\begin{cases} 4x - 3y = 21 \\ 4(y - x) + y = -27 \end{cases}$

$x = 3,\ y = -3$

b) $\begin{cases} 2(x - y) + 34 = 0 \\ 3x + 5y = -7 \end{cases}$

$x = -\frac{23}{2}, y = \frac{11}{2}$

宿題：ワークブック37ページ

レッスン 1

1.15 $ax + by + c = 0$ の形の連立方程式

P

連立方程式を解きなさい。

$$\begin{cases} 0.8x + 1.3y - 14.5 = 0 & ① \\ 0.4x - 0.3y - 2.5 = 0 & ② \end{cases}$$

等式の一辺に未知数の項を 2つ残し、連立方程式のそれぞれの方程式を $ax + by = -c$ の形に変換します。

S

1. $ax + by = -c$ の形にするよう、独立した項である c を移項します。

$$① \longrightarrow 0.8x + 1.3y = 14.5$$
$$② \longrightarrow 0.4x - 0.3y = 2.5$$

2. 係数を整数に変えるために 10 を掛けます。

$$\times 10 \longrightarrow 8x + 13y = 145$$
$$\times 10 \longrightarrow 4x - 3y = 25$$

3. ①から ②を2倍したものを引き、x を消去します。

$$\begin{array}{lr} ① \longrightarrow & 8x + 13y = 145 \\ ② \times 2 \longrightarrow & (-)\ \underline{8x - 6y = 50} \\ & 19y = 95 \\ & y = 5 \end{array}$$

4. 方程式 ②に $y = 5$ を代入します。

$$\begin{aligned} 4x - 3y &= 25 \\ 4x - 3(5) &= 25 \\ 4x - 15 &= 25 \\ 4x &= 25 + 15 \\ 4x &= 40 \\ x &= 10 \end{aligned}$$

連立方程式の解は、$x = 10$、$y = 5$ となります。

C

$ax + by + c = 0$ の形の連立二元一次方程式を解くには、例題に示されている通り、以下の事をしなければなりません：

- 項の移項を行い、方程式を $ax + by = -c$ の形にする事。
- 最も適切だと考える方法を使って連立方程式を解く事。

最も適切な方法を使って連立方程式を解きなさい。

a) $\begin{cases} 2x + 5y + 1 = 0 \\ 3x - 2y - 8 = 0 \end{cases}$

$x = 2, y = -1$

b) $\begin{cases} 3x - 5y - 4 = 0 \\ 15y = 4x + 3 \end{cases}$

$x = 3, y = 1$

$ax + by = -c$ の形にせずに連立方程式を解く事も試してみましょう。

達成の目安

1.15 $ax + by + c = 0$ の形の連立二元方程式を解きましょう。

学習の流れ

前回の授業では、示された計算を含む連立方程式を解きましたが、これは最も適切だと考える方法を通して解く事ができます。今回は、$ax + by + c = 0$ の形の連立方程式を解く事になりますが、ゼロ以外の数字に等しくさせてこれまで学習してきた $ax + by = -c$ の形にするため、まず項の移項を行う事が必要となります。

ねらい

Ⓟ と Ⓢ 項の移項をあらかじめ行う連立方程式を解くプロセスを練習しましょう。

一部の設問の解答：

a) $\begin{cases} 2x + 5y + 1 = 0 & ① \\ 3x - 2y - 8 = 0 & ② \end{cases}$

$\rightarrow \begin{cases} 2x + 5y = -1 \\ 3x - 2y = 8 \end{cases}$

①と②を合算して x を消去します。

$$\begin{array}{lr} ① \times 3 \rightarrow & 6x + 15y = -3 \\ ② \times 2 \rightarrow & (-)\ \ 6x - 4y = 16 \\ \hline & 19y = -19 \\ & y = -1 \end{array}$$

$3x - 2y = 8$ に $y = -1$ を代入すると

$$\begin{aligned} 3x - 2y &= 8 \\ 3x - 2(-1) &= 8 \\ 3x + 2 &= 8 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

つまずきやすい点：
項の移項を行う際に生徒は難しく思うかもしれません。このような場合は 7学年のユニット 5 の第2課を見直すよう指示しましょう。

日付：

ユニット2 1.15

Ⓟ 問題を解きなさい。 $\begin{cases} 0.8x + 1.3y - 14.5 = 0 & ① \\ 0.4x - 0.3y - 2.5 = 0 & ② \end{cases}$

Ⓢ
$$\begin{array}{ll} ① \rightarrow & 0.8x + 1.3y = 14.5 \\ ② \rightarrow & 0.4x - 0.3y = 2.5 \\ \times 10 \rightarrow & 8x + 13y = 145 \\ \times 10 \rightarrow & 4x - 3y = 25 \end{array}$$

①から②を2倍したものを引き、x を消去します。

$$\begin{array}{lr} ① \rightarrow & 8x + 13y = 145 \\ ② \times 2 \rightarrow & (-)\ \ 8x - 6y = 50 \\ \hline & 19y = 95 \\ & y = 5 \end{array}$$

4.方程式②に $y = 5$ を代入します。

$$\begin{aligned} 4x - 3(5) &= 25 \\ 4x - 15 &= 25 \\ 4x &= 25 + 15 \\ x &= 10 \end{aligned}$$

Ⓡ a) $\begin{cases} 2x + 5y + 1 = 0 \\ 3x - 2y - 8 = 0 \end{cases}$ $x = 2, y = -1$

b) $\begin{cases} 3x - 5y - 4 = 0 \\ 15y = 4x + 3 \end{cases}$ $x = 3, y = 1$

宿題：練習帳の38ページ

1.16 復習問題

最も適切な方法を使って連立方程式を解きなさい。

1. $\begin{cases} x+3y=4 \\ 2x-y=1 \end{cases}$
$x=1,\ y=1$

2. $\begin{cases} x+3y=7 \\ 5x-2y=-16 \end{cases}$
$x=-2,\ y=3$

3. $\begin{cases} x+4y=3 \\ 6x-5y=-11 \end{cases}$
$x=-1,\ y=1$

4. $\begin{cases} x+y=16 \\ 5x-3y=32 \end{cases}$
$x=10,\ y=6$

5. $\begin{cases} x+y=30 \\ 0.8x-0.5y=-2 \end{cases}$
$x=10,\ y=20$

6. $\begin{cases} 0.8x-0.2y=7 \\ 0.4x+2y=14 \end{cases}$
$x=10,\ y=5$

1.17 復習問題

最も適切な方法を使って連立方程式を解きなさい。

1. $\begin{cases} \frac{1}{2}x-\frac{1}{2}y=4 \\ x+y=10 \end{cases}$
$x=9,\ y=1$

2. $\begin{cases} \frac{1}{3}x+\frac{1}{5}y=3 \\ \frac{1}{3}x-\frac{1}{2}y=-4 \end{cases}$
$x=3,\ y=10$

3. $\begin{cases} 3x+2y=1 \\ \frac{x-5}{4}=x+2y \end{cases}$
$x=1,\ y=-1$

4. $\begin{cases} x-2(x+y)=3y-2 \\ \frac{1}{3}x+\frac{1}{2}y=3 \end{cases}$
$x=12,\ y=-2$

5. $\begin{cases} 6x-5y-7=0 \\ -13x+30y-4=0 \end{cases}$
$x=2,\ y=1$

6. $\begin{cases} 0.2x+0.3y+0.2=0 \\ \frac{3}{2}x+\frac{5}{4}y-\frac{5}{2}=0 \end{cases}$
$x=5,\ y=-4$

達成の目安

1.16, 1.17 連立方程式の問題を解きましょう。

一部の設問の解答：

授業 1.16：

1. $\begin{cases} x + 3y = 4 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$

1と2を合算し y を消去します。

$$① \longrightarrow x + 3y = 4$$
$$② \times 3 \longrightarrow 6x - 3y = 3$$

$$\begin{array}{rr} & x + 3y = 4 \\ (+) & 6x - 3y = 3 \\ \hline & 7x = 7 \\ & x = 1 \end{array}$$

$x + 3y = 4$ に $x = 1$ を代入すると

$$\begin{aligned} x + 3y &= 4 \\ 1 + 3y &= 4 \\ 3y &= 3 \\ y &= 1 \end{aligned}$$

宿題：ワークブック39、40ページ

授業 1.17：

1. $\begin{cases} \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}y = 4 \\ x + y = 10 \end{cases}$

1と2を合算し y を消去します。

$$① \times 2 \longrightarrow x - y = 8$$
$$② \longrightarrow x + y = 10$$

$$\begin{array}{rr} & x - y = 8 \\ (+) & x + y = 10 \\ \hline & 2x = 18 \\ & x = 9 \end{array}$$

$x + y = 10$ に $x = 9$ を代入すると

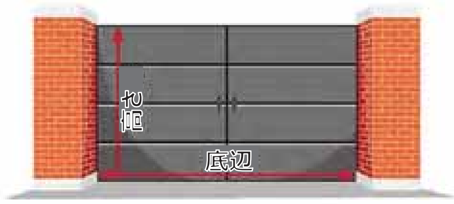
$$\begin{aligned} x + y &= 10 \\ 9 + y &= 10 \\ y &= 1 \end{aligned}$$

レッスン 2 二元一次方程式の応用

2.1 幾何学における連立方程式の応用

P

門のサイズを求めなさい。外周は16メートルで、底辺は高さよりも2メートル長いことがわかっています。



S

1. わかっている数とわからない数を特定し、未知数を定義しなさい。底辺はx、高さはyとします。

"“外周は16mです” → $2x + 2y = 16$
"“底辺は高さよりも2m長いです” → $y = x - 2$

2. 等式を求め、連立方程式を書きなさい

$$\begin{cases} 2x + 2y = 16 & ① \\ y = x - 2 & ② \end{cases}$$

問題が提起する条件それぞれに対応する方程式を書きます。

外周は：
2 (底辺) + 2 (高さ) = 16
$2x + 2y = 16$

3. 代入を応用して連立方程式を解きなさい。

$$\begin{aligned} 2x + 2(x - 2) &= 16 \\ 2x + 2x - 4 &= 16 \\ 4x - 4 &= 16 \\ 4x &= 20 \\ x &= 5 \end{aligned}$$

- ②に、xの値＝5を代入しなさい

$$\begin{aligned} y &= 5 - 2 \\ y &= 3 \end{aligned}$$

底辺は5m、高さは3mです。

4. 解答が状況に適しているか確認しなさい。
値は正の数なので、門のサイズには適しています。

C

連立二元一次方程式を使って問題を解くのに必要なのは：

1. 未知数で表わされる数を定義します。
2. 連立方程式を考えるために、問題の条件に合った方程式を書きます。
3. 連立方程式を解きます。
4. 解答が状況に適しているか確認します。

1. カルロスさんは、長方形の土地を相続しました。その長さと幅を足すと30メートルで、長さと幅の差は6メートルです：土地の長さと幅はどのくらいですか？
長さ 18 m、幅12m
2. 長方形の底辺は、高さよりも20cm長いです。外周が172cmだと、長方形のサイズはどうなりますか？
底辺53cm、高さ33cm

達成の目安

2.1 幾何学の問題を解くために連立方程式を使いなさい。

学習の流れ

この授業では、連立二元一次方程式の応用学習をスタートさせ、身の回りの問題を解いていきます。現段階ではもう生徒全員がいかなる連立方程式も難なく解けることが望まれます。異なる状況に出てくる使い方が重要であると強調することが大切です。

現段階では、方程式の解き方を知るだけではなく、生徒が代数用語で状況を表現できることが必要です。

ねらい

Ⓟ、Ⓢ 連立二元一次方程式の使い方を通して幾何学の分野の問題を解きます。つねにどの未知数が何を表しているか示す必要があります。

一部の設問の解答：

2. x： 長方形の底辺
y： 長方形の高さ

b) $\begin{cases} 2x + 2y = 172 & ① \\ y = x - 20 & ② \end{cases}$

代入して解いていきます：

$$\begin{aligned} 2x + 2(x - 20) &= 172 \\ 4x - 40 &= 172 \\ 4x &= 212 \\ x &= 53 \end{aligned}$$

$y = x - 20$に、xの値 $= 53$を代入します

$$\begin{aligned} y &= 53 - 20 \\ y &= 33 \end{aligned}$$

底辺は53m、高さは33mです。

つまずきやすい点：
生徒は出された問題の状況を把握できないかも知れません。その場合、口語的な代数用語の使用を重視しながら、使うべき公式を復習させることが大切です。

日付： **ユニット2 2.1**

Ⓟ 外周＝16メートルの門の底辺と高さを求めなさい。
底辺＝高さよりも2メートル長い。

Ⓢ x： 門の底辺
y： 門の高さ

条件を表します：

$\begin{cases} 2x + 2y = 16 & ① \\ y = x - 2 & ② \end{cases}$

代入して解いていきます：

$$\begin{aligned} 2x + 2(x - 2) &= 16 \\ 4x - 4 &= 16 \\ 4x &= 20 \\ x &= 5 \end{aligned}$$

②に、xの値＝5を代入します

$$\begin{aligned} y &= 5 - 2 \\ y &= 3 \end{aligned}$$

底辺は5m、高さは3mです。

x： 土地の長さ
y： 土地の幅

Ⓡ 2. $\begin{cases} x + y = 30 \\ x - y = 6 \end{cases}$ $x = 18,\ y = 12$

x： 長方形の底辺
y： 長方形の高さ

1. $\begin{cases} 2x + 2y = 172 \\ y = x - 20 \end{cases}$ $x = 53, y = 33$

宿題：ワークブック41ページ

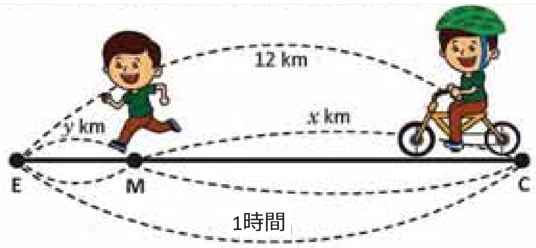
レッスン 2

2.2 自然科学における連立方程式の応用

P

アントニオは家から12km離れた学校に行くのに、家から市場までは自転車で時速20kmのスピードで向かい、そこから学校まで時速4kmのスピードで走ります。合計で1時間かかります。家から市場まで、市場から学校まではどのくらいの距離がありますか？

a) 距離と時間の関係を表す表を作りなさい。
b) 情報を表す連立方程式を書き、それを解きなさい。



S

a)

	家 (C) から 市場 (M) まで	市場 (M) から 学校 (E) まで	合計
距離	x km	y km	12 km
スピード	時速20 km	時速4km	- - - - - - - -
時間	$\frac{x}{20}$ 時間	$\frac{y}{4}$ 時間	1時間

スピード $= \frac{\text{距離}}{\text{時間}}$

時間 $= \frac{\text{距離}}{\text{スピード}}$

b) 与えられた条件で連立方程式を考えます：
$$\begin{cases} x + y = 12 \\ \frac{x}{20} + \frac{y}{4} = 1 \end{cases}$$

加減法を応用して解きます：

$$\begin{array}{rrr} ① & \longrightarrow & x + y = 12 \\ ② \times 20 & \longrightarrow & (-)\ x + 5y = 20 \\ \hline & & -4y = -8 \\ & & y = 2 \end{array}$$

- ① にy＝2を代入します
  $x + 2 = 12$
  $x = 10$

x＝10km、y＝2kmの値は問題の二つの条件を満たします。したがって、家から市場までは10km、市場から学校までは2kmになります。

C

自然科学の問題を解くには、xとyで表される未知数の大きさを区別し示すことが重要です。その後方程式を作り、それを解きます。

1. カルロスは週末に車でビーチに行きました。家からビーチまで50kmあります。家からガソリンスタンドまで時速30kmで走行し、そこからビーチまで時速15kmで向かいました。合計で2時間かかりました。家からガソリンスタンドまで、ガソリンスタンドからビーチまではどのくらいの距離がありますか？
   家からガソリンスタンドまで40km、ガソリンスタンドからビーチまで10kmあります。
2. ボートが穏やかな水上を進み、時速25kmのスピードに達し、その後追い風で時速30kmになりました。桟橋から釣りのポイントに行くまで3時間半かかりました。穏やかな水上をどのくらいの時間進みましたか。また追い風を受けてからはどのくらいですか。2点の間の距離は92キロメートルと考えます。
   穏やかな水上では2.6時間、追い風では0.9時間です。

達成の目安

2.2 自然科学の問題を解くために連立方程式を使いなさい。

学習の流れ

この授業では、自然科学の分野の問題を把握し、連立二元一次方程式を使うことでそれらを解いていきます。

現段階では、方程式の解き方を知るだけではなく、生徒が代数用語で問題の状況を表現できることが必要です。これは科学学習で使われるいくつかの公式についての知識でもあります。

一部の設問の解答：

1.

	家からガソリンスタンドまで	ガソリンスタンドからビーチまで	合計
距離	x km	y km	50 km
スピード	30 km/時	15 km/時	
時間	$\frac{x}{30}$ 時間	$\frac{y}{15}$ 時間	2 時間

$$\begin{cases} x + y = 50 & (1) \\ \frac{x}{30} + \frac{y}{15} = 2 & (2) \end{cases}$$

還元法を応用して解きます：

$$\begin{array}{lr} (1) \longrightarrow & x + y = 50 \\ (2) \times 30 \longrightarrow & (-)\ x + 2y = 60 \\ \hline & -y = -10 \\ & y = 10 \end{array}$$

(1) にy = 10を代入します

$$x + 10 = 50$$
$$x = 40$$

x = 40km、y = 10kmの値は問題の二つの条件を満たします。よって、家からガソリンスタンドまでは40km、ガソリンスタンドからビーチまでは10kmになります。

つまずきやすい点：
生徒はまだ、出された問題の状況を把握するために必要ないくつかの概念や公式をわかっていないかもしれません。どちらの場合も、出された問題の解答へと導くためのヒントとして情報や指導を与えてあげることが必要でしょう。

日付：

ユニット2 2.2

(P) a) 表を埋めなさい
b) 情報を表す連立方程式を書き、それを解きなさい。

(S)

	家から市場まで	市場から学校まで	合計
距離	x km	y km	12 km
スピード	20 km/時	4 km/時	
時間	$\frac{x}{20}$ 時間	$\frac{y}{4}$ 時間	1時間

$$\begin{cases} x + y = 12 \\ \frac{x}{20} + \frac{y}{4} = 1 \end{cases}$$

加減法を応用して解きます：

$$\begin{array}{lr} (1) \longrightarrow & x + y = 12 \\ (2) \times 20 \longrightarrow & (-)\ x + 5y = 20 \\ \hline & -4y = -8 \\ & y = 2 \end{array}$$

(1) にy＝2を代入します

$$x + 2 = 12$$
$$x = 10$$

(R) $\begin{cases} x + y = 50 \\ \frac{x}{30} + \frac{y}{15} = 2 \end{cases}$ $x = 40,\ y = 10$

宿題：ワークブック42ページ

2.3 算数における連立方程式の応用　その1

P

アナは15%割引されたドレスを買いました。お姉さんのベアトリスはアナのよりも25ドル高いドレスを買いました。しかし20%割引されたので、結局はアナよりも8ドル多くしか払いませんでした。割引前のそれぞれのドレスの値段はいくらでしたか？

a) それらの値段の関係を表す表を作りなさい。
b) 問題の条件を表す連立方程式を書き、それを解きなさい。

S

1.

	アナのドレス	ベアトリスのドレス	値段の比較
元の値段	xドル	yドル	$y = x + 25$
割引	xの15%	yの20%	- - - - - - - -
割引後の価格	$0.85x$ドル	$0.8y$ドル	$0.8y = 0.85x + 8$ ドル

2. 問題の条件を用いて連立方程式を考えます：
$$\begin{cases} y = x + 25 & ① \\ 0.8y = 0.85x + 8 & ② \end{cases}$$

- 方程式 ② の係数を整数に変えます

$80y = 85x + 800$

3. 代入の方法を応用します：

$$80(x + 25) = 85x + 800$$
$$80x + 2\,000 = 85x + 800$$
$$80x - 85x = 800 - 2\,000$$
$$x = 240$$

- ① の方程式に$x = 240$を代入します

$$y = 240 + 25$$
$$y = 265$$

4.

	割引前の価格	割引	割引後の価格
アナ	$240.00	$36.00	$204.00
ベアトリス	$265.00	$53.00	$212.00

するとアナはドレスに204.00ドル払い、ベアトリス は212.00ドル払ったことになります。

C

連立方程式を使ってパーセントの問題を解くには、大きさで表されるデータをxとyで示すことが重要です。その後連立方程式を考え、それを解きます。

1. マリアはパンツとブラウスを買いました。これらの服の合計は70.00ドルでしたが、パンツは10%、ブラウスは20%の割引があったので、合計で59.00ドル払いました。それぞれの服の割引前の値段はいくらですか？ ブラウスは40.00ドル、パンツは30.00ドル。

2. ある商人が2つの商品を200.00ドルで買い、それらを合計233.00ドルで売ります。販売時に2つのうちのひとつは25%の利益があり、もうひとつは20%の損失が出ます。それぞれをいくらで購入していますか？ ひとつは162.2ドル、もうひとつは37.8ドル。

40

達成の目安

2.3 連立二元一次方程式を使ってパーセンテージの問題を解きなさい。

学習の流れ

この授業では、連立二元方程式を使って算数の分野に対応した問題を解いていきます。生徒が比例算とパーセンテージを使いこなすことが重要で、小数の計算もまた同様です。

一部の設問の解答：

1.

	ブラウス	パンツ	比較
元の値段	xドル	yドル	$x+y=70$
割引	xの20%	yの10%	
割引後の価格	$0.80x$	$0.90y$	$0.8x+0.9y=59$

$$\begin{cases} x+y=70 & ① \\ 0.8x+0.9y=59 & ② \end{cases}$$

加減法を応用します：

$$\begin{array}{rr} & 0.8x+0.8y=56 \\ (-) & 0.8x+0.9y=59 \\ \hline & -0.1y=-3 \\ & y=30 \end{array}$$

$$x+y=70$$
$$x+30=70$$
$$x=40$$

ブラウスは40 ドル、パンツは30ドル。

つまずきやすい点：
パーセンテージの計算の過程や比例算の応用を忘れているかもしれません。その場合、7学年のユニット6、第3課を参考にできます。

日付：

ユニット2 2.3

Ⓟ a) 表を埋めなさい
b) 問題の条件を表す連立方程式を書き、それを解きなさい。

Ⓢ

	アナのドレス	ベアトリスのドレス	比較
元の値段	xドル	yドル	$y=x+25$
割引	xの15%	yの20%	
割引後の価格	$0.85x$	$0.8y$	$0.8y=0.85x+8$

$$\begin{cases} y=x+25 & ① \\ 0.8y=0.85x+8 & ② \end{cases}$$

代入法を応用します：

$$80(x+25)=85x+800$$
$$80x+2000=85x+800$$
$$80x-85x=800-2000$$
$$x=240$$

① に、x = 240を代入します

$$y=240+25$$
$$y=265$$

Ⓡ
$$\begin{cases} x+y=70 & ① \\ 0.8x+0.9y=59 & ② \\ x=40,\ y=30 \end{cases}$$

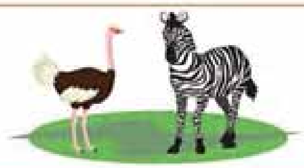
ブラウスは40 ドル、パンツは30ドル。

宿題：ワークブック43ページ

2.4 算数における連立方程式の応用　その2

P

動物園にはダチョウとシマウマが7対8の比率でいます。それら全部で92本の足が数えられます。ダチョウは何羽、シマウマは何頭いますか？



S

1. ダチョウの数をy、シマウマの数をxとし、条件を表しなさい：

"7対8の比率"　$y:x = 7:8 \longrightarrow 8y = 7x$

"92本の足が数えられます"　$4x + 2y = 92 \longrightarrow 4x + 2y = 92$

2. 連立方程式を考えます：
$$\begin{cases} 8y = 7x & ① \\ 4x + 2y = 92 & ② \end{cases}$$

3. 連立方程式を解きます：

- 方程式 ① からyを消去します

$$y = \frac{7}{8}x$$

- ② の方程式に $y = \frac{7}{8}x$ を代入します

$$4x + 2\left(\frac{7}{8}x\right) = 92$$
$$4x + \frac{7}{4}x = 92$$
$$16x + 7x = 368$$
$$23x = 368$$
$$x = 16$$

- ① に、xの値＝16を代入します

$$y = \frac{7}{8}(16)$$
$$y = 7(2)$$
$$y = 14$$

したがって、ダチョウ14羽、シマウマ16頭となります。

- 比率の部分：

$a:b$

分子　分母

- 比例式の基本の特性。

$a:b = c:d$ とすると、こうなります：
$a \times d = b \times c$

C

連立方程式は、応用例に見られるような日常のさまざまな問題を解くのに使われます。

- 幾何学： 平面図形の面積や外周など
- 自然科学：直線運動など
- 財務上の数学：パーセントなど
- 算数： 比率、比例式など

1. 水道工事屋とその助手はトイレを3台設置して270.00ドル受け取り、7：2の比率で分けました。それぞれいくら受け取りますか？ 水道工事屋は210ドル、助手は60ドル。

2. 2人の兄弟の年齢は2：5の比率で、両方の年齢を足すと28歳です。それぞれ何歳ですか？ 兄は20歳、弟は8歳。

3. サッカー場の外周は432メートルです。幅と長さが5：7の比率だとしたら、それぞれ何メートルですか？ 幅90 メートル、長さ126メートル。

エニット2

達成の目安

2.4 比率や比例式を含む問題を解くために、連立二元一次方程式を使いなさい。

学習の流れ

この授業では、引き続き算数の分野の問題を解いていきます。その場合、連立方程式を用いて状況を把握し、状況を満たす未知数の値を決定するため、比率を使うことが求められます。

一部の設問の解答：

1. "7対2の比率"　$y : x = 7 : 2$

$2y = 7x$

"合計270ドル受け取ります"

$x + y = 270$

$$\begin{cases} 2y = 7x & ① \\ x + y = 270 & ② \end{cases}$$

方程式 $y = \frac{7}{2}x$ からyを消します

代入を応用します：

$$x + \frac{7}{2}x = 270$$
$$2x + 7x = 540$$
$$9x = 540$$
$$x = 60$$

①に、xの値＝60を代入しなさい

$$y = \frac{7}{2}(60)$$
$$y = 7(30)$$
$$y = 210$$

水道工事屋は210ドル、助手は60ドル受け取ります。

つまずきやすい点：
出された問題の状況を把握するため比例式を使う際、難しく思う生徒がいるかも知れません。その場合、7学年のユニット5、第3課を参考にできます。また一般的な復習を簡単に行うことも必要です。

日付：

ユニット2 2.4

Ⓟ ダチョウとシマウマが7対8の比率でいます。全部で92本の足があると、ダチョウとシマウマはどのくらいいますか？

Ⓢ
$$\begin{cases} 8y = 7x & ① \\ 4x + 2y = 92 & ② \end{cases}$$

方程式 $y = \frac{7}{8}x$ からyを消します

代入を応用します：

$$4x + \frac{7}{4}x = 92$$
$$16x + 7x = 368$$
$$23x = 368$$
$$x = 16$$

①に、xの値＝16を代入しなさい

$$y = \frac{7}{8}(16)$$
$$y = 7(2)$$
$$y = 14$$

Ⓡ
$$\begin{cases} 2y = 7x & ① \\ x + y = 270 & ② \end{cases}$$ $x = 60, y = 210$

彼らはそれぞれ210ドル、60ドル受け取ります。

宿題：ワークブック44ページ

レッスン 2

2.5 復習問題

これまでに学んだ戦略と解法を用いて、次の問題を解きなさい。

1. マリオは川で泳ぎの練習をします。最初は流れとは逆に泳ぐと、2キロメートル進むのに30分かかります。その後、流れにのって泳ぐと、同じ距離も15分ですみます。
   a) 問題に含まれるわからない数はいくつありますか？それはどれですか？
   b) 問題の中のわかっているデータはどれですか？
   c) 問題がこれらの数について与える条件は何ですか？これらの条件を、どのように数学的に表しますか？
   d) 川と比べてのマリオのスピードと、岸と比べての川のスピードはどのくらいですか？

2. カルロスは300ドルの支払いを5ドル札と10ドル札で払いました。支払いには合計45枚の札を使いました。それぞれの札を何枚使いましたか？5ドル札が30枚、10ドル札が15枚。

3. 2桁の数字は以下の通りです。10の位の数は1の位の数の2倍で、2つの数の差は3となります。その数字を計算しなさい。 数字は63 です。

4. フアンは8,000.00ドルの資金をもっていて、その一部は年金利5%の口座に、それ以外は年金利6%の口座に入れています。増えた資金は1年後には8,450.00ドルになることを踏まえ、それぞれの口座の金額を計算しなさい。5%の口座に3,000ドル、6%の口座には5,000ドル。

5. ミゲルは3箱の釘と5箱のネジを84.00ドルで買いました。ホセは5箱の釘と7箱のネジを買い、124.00ドル払うことになりました。釘とネジはそれぞれ1箱いくらですか？ 釘は1箱8ドル、ネジは1箱12ドル。

2.6 復習問題

次の問題が解くことができ、その答えが論理的であるために、データと条件が十分であるかを見極めなさい。

1. エル・コラル農場では300リットルのミルクを、2リットルと5リットルのボトル計120本に詰めました。それぞれのサイズのボトルは何本ずつ使いましたか？ 5リットルのボトル20本、2リットルは100本。

2. ある農園主は、トウモロコシとインゲン豆の種を蒔こうと決めました。1アールあたり、トウモロコシの種は4ドル、インゲン豆は8ドルかかります。人件費は1アールあたりトウモロコシが10ドル、インゲン豆が20ドルかかります。農園主が種に216ドル、人件費に5,400ドルを用意していたら、それぞれの種を何ヘクタールの土地に蒔くことができますか？ 与えられたデータと条件では、答えは得られません。

3. ある比率の分子に3を足し、分母から2をひくと、比率は6：7になります。しかし分子から5をひき、分母に2を足すと比率は2：5になります。比率の分子と分母の値は何ですか？ 分子は15、分母は23。

4. 手づくりジュースの業者は2種類のジュースを混ぜることにしました。注文に応えるには、混ぜたジュースの合計量が1420リットルでなくてはなりません。混ぜるココナッツジュースの量はパイナップルジュースの量の3分の2より120リットル多くなっています。 注文されたジュースを作るのにそれぞれのジュースを何リットルずつ混ぜないといけませんか？ 780リットルのパイナップルジュースと640リットルのココナッツジュース.

42

達成の目安

2.5、2.6 日常の状況が反映される問題を解くために、連立二元一次方程式を応用しなさい。

授業 2.5：

5. $\begin{cases} 3x + 5y = 84 \\ 5x + 7y = 124 \end{cases}$

②から①をひき、xを消します

① ×5 $\longrightarrow$ $15x + 25y = 420$

② ×3 $\longrightarrow$ $15x + 21y = 372$

$$\begin{array}{rr} & 15x + 25y = 420 \\ (-) & 15x + 21y = 372 \\ \hline & 4y = 48 \\ & y = 12 \end{array}$$

釘の値段は1箱8ドル、ネジの値段は1箱12ドルです。

授業 2.6：

3.分子と分母の条件を考えていくと、こうなります：

$$(y + 3) : (x - 2) = 6 : 7$$
$$(y - 5) : (x + 2) = 2 : 5$$

$$\begin{cases} 6x - 7y = 33 \\ 2x - 5y = -29 \end{cases}$$

②から①をひき、xを消します

① $\longrightarrow$ $6x - 7y = 33$

② ×3 $\longrightarrow$ $6x - 15y = -87$

$$\begin{array}{rr} & 6x - 7y = 33 \\ (-) & 6x - 15y = -87 \\ \hline & 8y = 120 \\ & y = 15 \end{array}$$

$6x - 7y = 33$に$y = 15$ を代入すると

$$\begin{aligned} 6x - 7y &= 33 \\ 6x - 5(15) &= 33 \\ 3x &= 33 + 105 \\ x &= 23 \end{aligned}$$

分子は15、分母は21。

宿題：ワークブック45・46ページ