ユニット3　一次関数

このユニットのねらい

変数間の関係を正しく特定し、式に表し、解釈し、グラフを描いて、一次関数を使って日常の状況を解決します。

関連と発展

7学年

ユニット5：一次方程式
- 数式の同等性
- 一次方程式
- 一次方程式の応用

ユニット6：正比例と反比例
- 正比例
- 反比例
- 比例の応用

8学年

ユニット2：連立二元一次方程式
- 二元一次方程式を解く方法
- 二元一次方程式の応用

ユニット3：一次関数
- 一次関数
- 一次関数と二元一次方程式
- 一次関数の応用

9学年

ユニット3：二次方程式
- 二次方程式
- 二次方程式の応用

ユニット 4 ：次の形の二次関数 $y = ax^2 + c$
- 関数$y = ax^2$
- 関数$y = ax^2 + c$

ユニット学習計画

レッスン	時間	授業
1. 一次関数	1	1. 正比例の意味を復習する
	1	2. 正比例の応用
	1	3. 一次関数の意味
	1	4. 一次関数
	1	5. 変化の割合の意味
	1	6. 変化の割合
	1	7. 関数 $y = ax + b$ の特徴
	1	8. 一次関数 $y = ax + b$ のグラフと $y = ax$ のグラフの関係
	1	9. 正の傾きのグラフの分析
	1	10. 負の傾きのグラフの分析
	1	11. $y = ax + b$ のグラフの変化の割合と傾きの関係
	1	12. 関数 $y = ax + b$ のグラフの傾きと切片
	1	13. 一次関数の表、方程式、グラフの関係
	1	1学期の期末テスト
	1	14. 傾きと切片が与えられた一次関数のグラフの書き方
	1	15. 一次関数の方程式とグラフの関係
	1	16. x の値を区切ったときの y の値
	1	17. グラフから読みとる $y = ax + b$ の関数表示
	1	18. グラフの1点と傾きから求める関数の方程式
	1	19. グラフの2点から求める関数の方程式

	1	20. 軸との切片から求める関数の方程式
	1	21. 復習問題
	1	22. 復習問題
2. 一次関数と二元一次方程式	1	1. 二元一次方程式のグラフの書き方
	1	2. 方程式$ax + by + c = 0$のグラフと関数$y = ax + b$の関係
	1	3. 切片に基づく方程式$ax + by + c = 0$のグラフ
	1	4. $a = 0$の場合の、$ax + by + c = 0$の形の方程式のグラフの書き方
	1	5. $b = 0$の場合の、$ax + by + c = 0$の形の方程式のグラフの書き方
	1	6. $ax + by + c = 0$ の形の2つの方程式のグラフの交点
	1	7. グラフを利用したax + by + c = 0 の形の連立方程式の解き方
	1	8. 復習問題
3. 一次関数の応用	1	1. 一次関数の応用　パート1
	1	2. 一次関数の応用　パート2
	1	3. 一次関数の応用　パート3
	1	4. 復習問題
	1	5. 復習問題
	1	ユニット3テスト

35 時間の授業 + ユニット3テスト + 1学期テスト

各レッスンの要点

レッスン１ ：一次関数

7年生で正比例を扱い、関数の定義を紹介しましたが、それらの内容を再び取り入れ、$y = ax + b$ の形の式に表わされる状況から一次関数の一般的な定義へと進みます。まず、a と b の値およびそれらの一次関数のグラフとの関係（変化の割合、直線の傾き、y切片）を分析します。その後、最初に与えられた条件から、一次関数の方程式を求めます。

レッスン2：一次関数と二元一次方程式

一次関数 $y = ax + b$ のグラフの特徴から、二元一次方程式を分析し、グラフと方程式の関係を明らかにします。$ax + by + c = 0$ の形の方程式のグラフを書くことから始め、さらに、切片を定義し、連立二元一次方程式の解のグラフ上での意味を定義します。

レッスン3：一次関数の応用

一次関数に基づき、式に表される状況を解決します。この課で提起される問題は、日常生活の状況から純粋に数学的な内容にまで及びます。

レッスン 1 一次関数

1.1 正比例の意味を復習する

P

マラソン選手がコースを最初の8分間で2 km 進みました。8 分以降もこのスピードで走り続ける場合、

1. 比例定数を求めなさい。
2. x 分後までに走った距離 y を表しなさい。
3. 42 km のコースを完走するのに、いくら時間がかかりますか。

S

1. x と y の1組の値が分かっているので、$y = ax$ の式に代入し、a の値を求めます。

$y = ax$ で、$x = 8$, $y = 2$ のとき、

$$2 = a(8)$$
$$\frac{2}{8} = a$$
$$a = \frac{1}{4}$$

2. x 分後の距離 y を表すと、$y = \frac{1}{4}x$

3. 42 km のコースを完走するのにかかる時間を求めるために、$y = 42$ の値を $y = \frac{1}{4}x$ に代入します。

$42 = \frac{1}{4}x$ なので、$x = 168$ 分になります。

よって、42 kmを完走するためには、2 時間48 分必要です。

1. ある自動車は、100 km走行する毎に5リットルのガソリンを消費します。

a) 比例定数を求めなさい。 $a = \frac{1}{20}$

b) x km走行するまでに消費したガソリンのリットル数 y を表しなさい。

$y = \frac{1}{20}x$

c) 1,250 km走行するためには、何リットルのガソリンが必要ですか。

62.5 リットル

2. 5 分間で38 リットルの水が蛇口から流れ出ます。表を完成させて質問に答えなさい。

時間	5	10	15	20
水のリットル数	38	76	114	152

a) リットル数は経過した時間に比例していますか。あなたの答えを証明しなさい。 はい。x 分後のリットル数 y は、$y = 7.6x$

b) 228 リットルになるには、何分経過しなければなりませんか。

30 分

3. 写真3枚は5ドルです。写真6枚は9 ドルです。写真の枚数が値段に正比例しているか、推論しなさい。

いいえ。$\frac{5}{3} \neq \frac{9}{6}$

4. 3 時間働いて、アルベルトは60ドル稼ぎました。受け取るお金が働いた時間に正比例する場合、8時間働いたときはいくらもらえますか。 $160

44

達成の目安

1.1 正比例に関する問題を解くために、7年生で学習したことを用いる。

学習の流れ

7年生のユニット 6 では関数の概念、変数が正の値・負の値の正比例、比例定数、$y = ax$ の式への表し方を扱いました。この授業では問題を解くことによってこれらの内容を生徒に復習させ、一次関数を扱う準備をさせることに取り組みます。

ねらい

Ⓟ、Ⓢ 正比例を $y = ax$ の式に表し、比例定数 aを求めます。x の特定の値が与えられたときの y の値を求めるために、正比例を用います。

© 正比例を $y = ax$ の式で表し、正比例を意味する状況を解決し、2つの量が正比例しているかどうか明らかにします。

冒頭の設問を解くためには、y が $y = ax$ の式で表すことができる x の関数であるなら、y は x に正比例し、数 a を**比例定数と呼ぶことを生徒は復習しなければなりません。**

さらに、明らかにしておかなければならないのは、冒頭の設問の1問目は、x と y の特定の値が与えられていて、$y = ax$から、数 a を求めなければならないことです（これは、問題1と2でも用います）。

日付： **ユニット3 1.1**

Ⓟ ランナーが一定のスピードを保ちながら、8分で 2 km 進みます。

1. 比例定数を求めなさい。
2. x 分後までに走った距離 y を表しなさい。
3. 42 km走るのにいくら時間がかかりますか。

Ⓢ 1. $y = ax \Longrightarrow 2 = a(8) \Longrightarrow a = \frac{1}{4}$

2. a を代入すると、$y = \frac{1}{4}x$

3. $y = 42$ を代入します。

$42 = \frac{1}{4}x \Longrightarrow x = 4(42) \Longrightarrow x = 168$

2 時間48 分必要です。

Ⓡ 1. a) $a = \frac{1}{20}$

b) $y = \frac{1}{20}x$

c) 62.5 リットル必要です。

2.

時間	5	10	15	20
水のリットル数	38	76	114	152

a) はい。x 分後の水のリットル数 yは、$y = 7.6x$

b) 30 分

3. 比例していません。

4. 160 ドル稼ぎます。

宿題：ワークブック50ページ

1.2 正比例の応用

P 表は、正方形の1辺と周りの長さの関係を示しています。表を完成させて、以下を実施しなさい。

辺の長さ x (cm)	1	2	3	4	5
周りの長さ y (cm)	4	8			

1. 正方形の辺の長さ x とその周りの長さ y との間に正比例が存在するか判断し、$y = ax$ の関係を用いてあなたの答えを証明しなさい。

2. 正方形の辺が x のとき、周りの長さ y を表しなさい。

3. 正方形の辺の長さと周りの長さの関係をグラフで表しなさい。

S 表を完成させると、

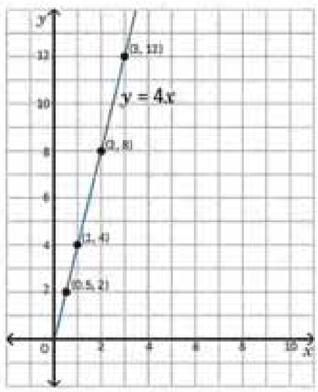
辺の長さ x (cm)	1	2	3	4	5
周りの長さ y (cm)	4	8	12	16	20

1. いくつかの x の値と、それにそれぞれ対応する y の値が分かっているので、それらの商を計算し、比例定数を求めることができます。

$x = 2$、$y = 8$ ならば、$8 = a(2)$、$a = \frac{8}{2} = 4$、商はすべての場合において同じであることを確認することができます。

2. 比例定数は4 なので、$y = 4x$

3. 正方形の辺と周りの長さの関係を表すグラフを作成するためには、表の x と y の値のいくつかの組み合わせを平面上に表示する必要があります。次に、正方形の辺が取り得るすべての値を含めるために、直線の線分でつなぎます。



- $x = 0$で $y = 4(0) = 0$ なら、これは x が取り得る最小の値です。この場合、正方形は点になります。
- $x = 0.5$, $y = 4(0.5) = 2$。

このようにして、正方形の辺の長さを変えて、座標点をたくさん見つけることができます。

C 変数の1組の値から、正比例の関係を $y = ax$ の式で表すためには、

- 変数に値を代入し、方程式を作ります。
- 方程式の定数の値を求めます。
- 定数の値を $y = ax$ に代入します。

正比例 $y = ax$ のグラフを作成するためには、原点 O(0, 0) と別の1点を 用います。これらの点を通る直線を引きます。

レッスン 1

1. サンサルバドルからサンミゲルに向かっている1台の車が、1時間で 50 km 走行しました。目的地に着くまでこのままのスピードで走り続けた場合、以下について答えなさい。

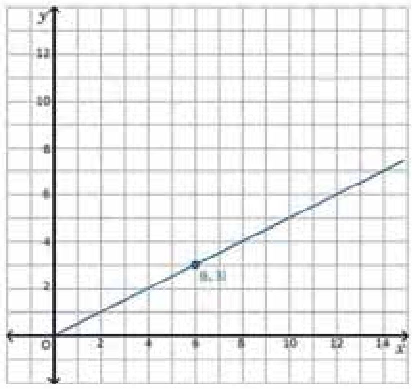
   a) 経過した時間 x と走行距離 y の間には正比例が存在するか判断し、あなたの答えを証明しなさい。
   はい、一定のスピードで走行し続けているので。
   b) x 時間経過後の走行距離 y を表しなさい。 $y = 50x$
   c) 経過した時間 x と走行距離 y の関係をグラフで表しなさい。

2. グラフは、x 軸のケーキ数と y 軸のドルでの支払総額の関係を示しています。

   a) ケーキ2個でいくらですか。 $1

   b) ケーキ数と代金の間の比例定数を求めなさい。
   $a = \frac{1}{2}$

   c) ケーキ数 x と支払い額 y の関係を $y = ax$ の式で表しなさい。
   $y = \frac{1}{2}x$



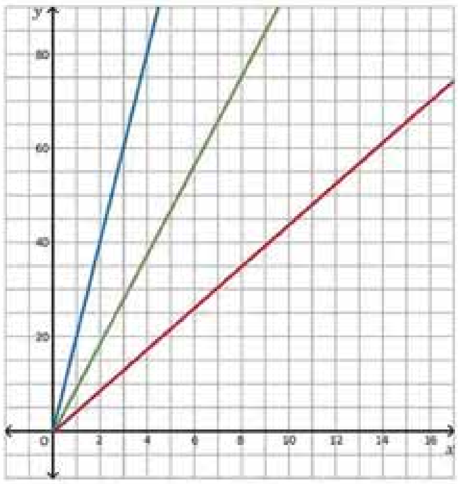
3. 1 分間に20ガロンの水を放出するポンプを使ってタンクをいっぱいにします。

   a) 3つの直線の中で、時間に基づくタンクの水量を表しているのはどれですか。 青色

   b) 比例定数を求めなさい。
   $a = 20$

   c) x 分後にタンクの中にある水量 y を $y = ax$ の式で表しなさい。 $y = 20x$

   d) 15分後にタンクの中にある水量はいくらですか。
   300 ガロン



グラフから $y = ax$ の関数を書くためには、

- グラフが通る、値が整数の1点を選びます。
- 座標の x の値と y の値 を $y = ax$ 代入し、a の値を求めます。
- a を求めた値に置換し、$y = ax$ を書きます。

達成の目安

1.2 正比例を含む状況を解決するために、7年生で学習したことを用いる。

学習の流れ

1.1の授業と同様に、正比例を含む状況の学習を続けます。この授業でも、2つの数量が正比例しているかどうか特定するために、表とグラフが提示されます。

ねらい

Ⓟ、Ⓢ 正方形の辺の長さと周りの長さの間に存在する正比例の関係を、$y = ax$ の式で書いたり、グラフを引いて表現します。

© x と y の特定の値から比例の関係 $y = ax$ を見つける方法を明らかにし、正比例のグラフを描きます。

教材：
- 冒頭の設問の3問目と、問題ブロックの1．c）を解くための、ボンド紙に描かれた座標平面各練習問題または問題毎に平面を描かないため、最初はボンド紙で、次にプラスチック（透明な幅の広いテープ）で、木のテーブルにカバーをかけ、その後、常にフェルトペンでマス目を描きましょう。これは、グラフを使用する授業で役立ちます。 黒板用のフェルトペンで、都合の良い場所に軸を描きましょう。
- グラフを作成するための木製の定規または三角定規。

つまずきやすい点：
生徒が正方形の周りの長さをどのように計算するか復習できない場合は、冒頭の設問を黒板に書くときに、「正方形の周りの長さは、4辺の長さを足して求めます」と、計算の仕方を示してもよいです。辺の長さは同じなので、周りの長さは、掛け算として書くことができます。また、正比例のグラフは直線であることも復習させます。冒頭の設問の性質から、この場合、負の値を含めることはできません。

まず、冒頭の設問を、解答と一緒に黒板に書いてください。その後、それを消して、次のページの板書計画に基づき、練習問題を書いてください。

日付： **ユニット3 1.2**

Ⓟ 正方形の辺と周りの長さの関係：

辺の長さ x (cm)	1	2	3	4	5
周りの長さ y (cm)	4	8			

1. x と y は、正比例しているか判断しなさい。
2. y を x を使って表しなさい。
3. x と y の関係をグラフで表しなさい。

Ⓢ 表で欠けている値は、それぞれ12、16、20 です。

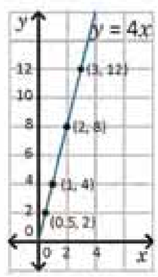
1. a の値を求めるために$x = 2$ と $y = 8$を代入すると、

$$8 = a(2) \Rightarrow a = \frac{8}{2} \Rightarrow a = 4$$

商 $\frac{y}{x}$ は、すべての場合において4です。

2. $y = 4x$

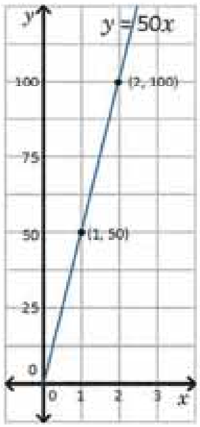
3. x と y のいくつかの組み合わせを平面上に表示し、直線の線分でつなぎます。



授業1.2.の続き

一部の設問の解答：

問題 1：



備考：
問題 1： y 軸に値を1ずつ記入するのは不可能です。生徒に25ずつ、または、50ずつ、値を記入するよう指示してください。

問題 2 および 3： グラフから情報を引き出す際に、最初の座標は x の値であり、2番目の座標は y の値であることを復習しなければなりません。生徒に計算を簡単にするために整数の座標を取るよう、指示してください。

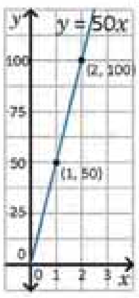
日付：

ユニット3 1.2

Ⓡ 1. a) はい。速度が一定なので、正比例の関係が存在します。

b) $y = 50x$

c) $y = 50x$ のグラフ



2. a) 1ドル

b) $a = \frac{1}{2}$

c) $y = \frac{1}{2}x$

3. a) 青色の直線

b) $a = 20$

c) $y = 20x$

d) 300 ガロン

宿題：ワークブック51ページ

1.3 一次関数の意味

P

カルメンの家のシンクには5リットルの水が入っています。蛇口を開くと、1分あたり3リットルの水が流れます。表は、シンクに入っている水の、時間の経過に伴うリットル数の変化を表しています。空いている空間を埋めて、質問に答えなさい。

x（分）	0	1	2	3	4	...
y（リットル）	5	8	11			

a) 時間の経過に伴い、シンクの水量がどのように変化するか分析しなさい。x に正比例していますか。
b) 5分後にシンクの中にある水量はいくらですか。
c) x 分後にシンクの中にある水量はいくらですか。
d) y を x を使って表した方程式を書きなさい。

S

表を完成させると、

x（分）	0	1	2	3	4	...
y（リットル）	5	5 + 3 = 8	8 + 3 = 11	11 + 3 = 14	14 + 3 = 17	...

a) y が x に正比例しているか判断するためには、商を計算し、比較します。例えば、$\frac{8}{1} = 8$、$\frac{11}{2} = 5.5$
そして、このようにして、次々、時間が経過し、シンクの中の数量が増えるのに従い、すべてを比較します。
そこから、比率 $\frac{y}{x}$ は一定ではないと結論付けることができます。よって、y はxに正比例していません。
b) 5分後、シンクには20リットルの水が入っています。$20 = 5 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 5 + 3(5)$
c) シンクに入っている水量は、最初に入っていたリットル数に、1分経過する毎に3リットルを足した量なので、x 分後は、$5 + 3x$ リットルになります。
d) x 分後の水量を考えると、$y = 5 + 3x$ または $y = 3x + 5$

C

上記の例のように、y を x の一次式として表すことができる x と y の2つの変数があるとき、**y は x の一次関数である**といい、**一般的に、関数方程式と呼ばれる $y = ax + b$ の式で表されます。ここで、a は、変数間に比例関係があることを指しています。また、b** は定数です。b の値は、表の $x = 0$ になっている箇所を見て得ることができます。定数 **b** がゼロの値をとるとき、一次関数は正比例になり、**$y = ax$** の式で表されます。

上記の例に関しては、**$y = 3x + 5$** となり、この式で、$a = 3$ および $b = 5$ と特定することができます。したがって、シンクの水量は、経過した時間に正比例していないということです。

1 cm の高さまで水が入っている容器に、毎分3 cm の一定のペースで水が入り始めます。
a) 次の表で、x は経過した分数を表し、y は容器に入った水の高さを表します。容器に入っている水量について、値を入れなさい。

x（分）	0	1	2	3	4	5	6	7	...
y（cm）	1	4	7	10	13	16	19	22	

b) 1分後の水の高さはいくらですか。また、2分後の水の高さはいくらですか。 それぞれ、4 cm と 7 cm
c) x 分後の水の高さを求めなさい。 $1 + 3x$
d) y を x を使って表した方程式を書きなさい。 $y = 3x + 1$

達成の目安

1.3 2つの変数を表に表し、$y = ax + b$の式を書く。

学習の流れ

1.1 および 1.2 の授業は、正比例を復習する（正比例を $y = ax$ の式で表し、そのグラフを描く）ために役立ちました。この授業では、数量が $y = ax + b$ の式で表される、すなわち、y が x の一次関数である様々な状況が提示されます。

7年生のユニット 4「文字を使った表現」で、すでに代数式が $am + n$ という形の数のパターンに取り組みました。

ねらい

Ⓟ、Ⓢ シンクを満たすことに関する状況を、$y = ax + b$ の形の式で表し、正比例の関係と比較します。

Ⓒ 一次関数 $y = ax + b$ を定義し、正比例に一致するときを指し示します。

つまずきやすい点：
商 $\frac{y}{x}$ が定数である場合、2つの数量は比例していることを復習します 。

日付： **ユニット3 1.3**

Ⓟ 時間の経過に伴う水量の変化：

x (分)	0	1	2	3	4
y (リットル)	5	8	11		

a) yはxに対して正比例しているでしょうか。

b) 5分後の水量はいくらですか。また、x 分後の水量はいくらですか。

c) y を x を使って表しなさい。

Ⓢ 表の値は、それぞれ14と17です。

a） いいえ。商 $\frac{y}{x}$ は、一定ではないので。

b) 5 分後：

$5 + 3(5) = 20$ リットル

x 分後：

$5 + 3x$ リットル

c) $y = 3x + 5$。

Ⓡ a)

X (分)	0	1	2	3	4	5	6	7
y (cm)	1	4	7	10	13	16	19	22

b) それぞれ、4 cm と 7 cm。

c) 高さは、$1 + 3x$ cm。

d) $y = 3x + 1$。

宿題：ワークブック52ページ

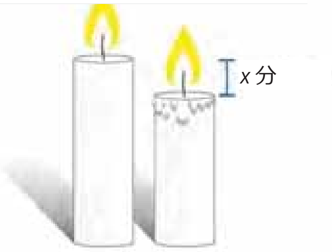
1.4 一次関数

P

以下の各状況に対する変数間の関係が一次関数に相当するか、判断しなさい。

1. 140 ミリメートル（mm）の長さのろうそく1本に火を点けると、1分経過する毎に 4 mm 短くなります。火を点けてから x 分後のろうそくの長さを y とし、x の関数で表しなさい。

2. カルロスは、車1台販売する毎に200 ドルの給料を得ます。x 台の車を販売したときにカルロスが受け取る給料を y とし、y を x の関数で表しなさい。



S

1. 毎分 4 mm 短くなるので、x 分後は $4x$ 短くなっています。よって、当初140 mmだったろうそくの長さは、x 分後は $y = 140 - 4x$ となっているでしょう。すなわち、$y = -4x + 140$、これを $y = ax + b$ の式と比較すると、$a = -4$ および $b = 140$。したがって、一次関数です。

2. カルロスは、販売した車1台につき、200 ドル受け取ります。車を x 台販売したら、$200x$ の収入を得ます。したがって、車を x 台販売したときの彼の月給は、$y = 200x$ となり、$y = ax + b$ の式と比較すると、$a = 200$ および $b = 0$ なので、一次関数です。

C

式 $y = ax + b$ で $a < 0$ と、正比例の式 $y = ax$ も、一次関数のケースです。

- 式 $y = ax + b$ で $a < 0$ は、x が増えるにつれて、y は減少します。
- 式 $y = ax$ は、$b = 0$ の場合の一次関数です。

例えば、上記の状況 2 では、$y = 200x$ で $b = 0$ であり、一次関数であることが分かります。また、比率が $\frac{y}{x} = 200$である比例の関係です。

1. 一次関数の方程式を特定しなさい。

a) $y = 2x + 1$
一次関数、$a = 2$　$b = 1$

b) $y = \frac{3}{x}$
一次関数ではありません

c) $y = -3x + 2$
一次関数、$a = -3$　$b = 2$

d) $y = 3x$
一次関数、$a = 3$　$b = 0$

2. y を x の関数で表してから、一次関数であるかどうか分析しなさい。

a) 辺の長さが x である正方形の周りの長さ y　　$y = 4x$、一次関数です。
b) 底辺が x で、面積が 16 cm² の三角形の高さ y　　$y = \frac{16}{x}$、一次関数ではありません。
c) 半径 x の円周 y
$y = 2\pi x$、一次関数です。

48

達成の目安

1.4 与えられた方程式から、一次関数であることを特定する。

学習の流れ

授業 1.3 では、一次関数を定義しましたが、今回は、冒頭の設問と練習問題で扱った状況が一次関数に相当するか判断しなければなりません。さらに、この授業では、y の値が x が増加するにつれて減少する状況も扱います。

ねらい

Ⓟ、Ⓢ 2 シンクを満たすことに関する状況を、$y = ax + b$ の形の式で表し、正比例の関係と比較します。

© 一次関数と正比例の関係を明らかにします。

つまずきやすい点：
冒頭の設問の1 では、 ろうそくが1分経過する毎に 4 mm 短くなるとき、a の値が -4 であることが分からない。

練習問題 2の c) で、定数 $a = 2\pi$の値から一次関数として分類しない。一次関数 $y = ax + b$ においてa は あらゆる数値をとることができます。

日付： ユニット3 1.4

Ⓟ 一次関数であるか判断しなさい。

1. 長さが140 mm で、1分経過する毎に 4 mm 短くなるろうそくの、x 分後の長さ y
2. 販売した車1台につき200 ドル受け取る場合の、x 台販売したときのカルロスの給料 y

Ⓢ 1. x 分後、ろうそくは 4x 短くなっています。最初の長さが 140 mm だったのであれば、

$y = 140 - 4x = -4x + 140$

$a = -4$, $b = 140$ で一次関数です。

2.カルロスが x 台の車を販売するならば、彼の収入は 200x ドルになります。したがって、 $y = 200x$

$a = 200$, $b = 0$ で一次関数です。

Ⓡ 1. a) 一次関数、$a = 2$ $b = 1$。
b) 一次関数ではありません。
c) 一次関数、$a = -3$ $b = 2$。
d) 一次関数、$a = 3$ $b = 0$。

2. a) $y = 4x$、一次関数です。
b) $y = \frac{16}{x}$
c) $y = 2\pi x$ で、一次関数です。

宿題：ワークブック53ページ

1.5 変化の割合の意味

P

マルタは裁縫工房を持っていますが、電気代として毎月10ドルの固定費と、1時間働く毎にプラス3ドルかかります。

a) 1か月 x 時間働いたときに電気代として支払う1か月の合計金額を y として、次の表を完成させなさい。

x（働いた時間）	0	1	2	3	4	...
y（ドル）	10					

b) 8 時間働くなら、電気代としていくら払いますか。また、100 時間働くなら、いくら支払いますか。
c) y を x の一次関数として表しなさい。
d) x の値が変化するのに伴い、y の値がどのように変化するか、明らかにしなさい。

S

a) 働いた時間と支払う合計金額を入れて表を完成させると、

x（働いた時間）	0	1	2	3	4	...
y（ドル）	10	13	16	19	22	...

+1 +1 +1 +1

+3 +3 +3 +3

b) 1時間働く毎に3ドルの費用が発生するので、8時間働いたときに支払う合計金額は、$y = 10 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 10 + 3(8) = 10 + 24 = 34$ ドル。もし、100 時間働くのであれば、$y = 10 + 3(100) = 310$ ドル。
c) b） の答えを考慮すると、x 時間働いたときに支払う合計金額は、$y = 10 + 3x$、これは、$y = 3x + 10$ に等しいです。
d) x の値に対し、y の値がどのように変化するかを明らかにするためには、2つの異なる働いた時間数を用います。1 時間と 3 時間

x の値の変化： $3 - 1 = 2$
y の値の変化： $19 - 13 = 6$

$\dfrac{y\text{ の値の変化}}{x\text{ の値の変化}} = \dfrac{6}{2} = 3$、$y$ の値の変化は、x の値の変化の3倍です。

C

一次関数において、変数 y の変化を x の変化と比較するとき、この比率を変化の割合と呼びます。すなわち、**変化の割** $\dfrac{y\text{ の値の変化}}{x\text{ の値の変化}}$ 。

上記の例では、変化の割合は3です。これは、表の2つの任意の時間において、y の値を x の値と比較して確認することができます。

ミゲルは父親が買い物に行くのについていき、2ポンドのトマトが 3.00ドルするのを見ました。ミゲルが父親に、異なる量のトマトに対してどうやって値段を計算するのか尋ねると、父親はトマトのポンド数を、1ポンド当たりの値段に関連付けなければならないと説明しました。

a） ポンド数を x とし、値段を y として、欠けているデータを入れ、表を完成させなさい。

x（ポンド）	0	1	2	3	4	5	6	7	...
y（ドル）	0	15	3	4.5	6	7.5	9	10.5	...

b) トマトを10 ポンド買いたいならば、いくら払わなければなりませんか。 15ドル
c) ある商人がトマトを50 ポンド買いたいとき、いくら払わなければなりませんか。 75ドル
d) b) と c) の答えから、変化の割合を求めなさい。 $\frac{3}{2}$
e) ある商人がトマトを x ポンド買いたいとき、いくら払わなければなりませんか。

$\frac{3}{2}x$ ドル

達成の目安

1.6 表を使って、変化の割合を分析し、状況を解決する。

学習の流れ

この授業では、一次関数の変化の割合を学習し始めます。後に、一次関数方程式の定数a と関連付けます。

ねらい

Ⓟ、Ⓢ冒頭の設問で提示された状況を一次関数によって式に表し、値間の変化の割合を求めます。

一次関数の変化の割合を定義します。

つまずきやすい点：
冒頭の設問で提示された関数の方程式を求めることができない。その場合は、$x = 0$ のときに y の値がゼロならば、関数は $y = ax$ の式になることを生徒に復習させてください。

日付：

ユニット3 1.5

Ⓟ マルタの1か月の電気代は、10ドルに、1時間働いた毎に3ドルを足した金額です。

a) 表を完成させなさい。

x（時間）	0	1	2	3	4
y（ドル）	10				

b) 8 時間働いたら、いくら払いますか。100時間働いたら、いくら払いますか。

c) y を x の一次関数として表しなさい。

d) x の値が変化するのに伴い、y の値がどのように変化するか、明らかにしなさい。

Ⓢ a) 値はそれぞれ、13、16、19、22 です。

b) 8 分後：

$10 + 3（8） = 34$ ドル

100 時間後：

$10 + 3（100） = 310$ ドル

c) $y = 3x + 10$

d) $\dfrac{x\text{の値の変化}}{y\text{の値の変化}} = \dfrac{19 - 13}{3 - 1} = 3$

Ⓡ a) 該当する値はそれぞれ、4.5、6、7.5、9、10.5 です。

b) \$15.00

c) \$75.00

d) 変化の割合：$\frac{3}{2}$

e) $\frac{3}{2}x$ドル払わなければなりません。

宿題：ワークブック54ページ

レッスン 1

1.6 変化の割合

P 表のデータを観察しなさい。

x	0	1	2	3	4	...
y	20	18	16	14	12	...

a) y を x の一次関数として表しなさい。
b) x の値が 6 ならば、y はいくつですか。x の値が 9 ならば、y はいくつですか。
c) y の x に対する変化の割合を求めなさい。
d) a) の答えで、変化の割合を a の値と比較しなさい。どのように結論付けますか。

S

a) $x = 0$ のとき、$y = 20$ であるのと、x が1ずつ増えるにつれて、y は2減っていくことから、y を x の関数で表すと、$y = 20 - 2x$、これは $y = -2x + 20$ に等しいです。

x	0	1	2	3	4	...
y	20	18	16	14	12	...

b) yの値を求めるために、図で示しているように、表に表示されている値の変化を分析します。x が1ずつ増えるにつれて、y は2減ります。よって、

$x = 6$なら、$y = 20 - 2(6) = 20 - 12 = 8$
$x = 9$なら、$y = 20 - 2(9) = 20 - 18 = 2$

c) 2つの瞬間の値をとり、2つの変数における変化を求めます。x の値の変化：$4 - 1 = 3$　y の値の変化：$12 - 18 = -6$

変化の割合 $= \dfrac{y\text{の値の変化}}{x\text{の値の変化}}$ の式を使うと、変化の割合：$\frac{-6}{3} = -2$

d) 関数 $y = -2x + 20$ を一次関数の式 $y = ax + b$ と比較すると、$a = -2$ で、変化の割合は、a の値に等しいと結論づけることができます。

C

一次関数 $y = ax + b$ において、変化の割合は一定であり、a の値に等しいです。つまり、

$$\textbf{変化の割合} = \frac{y\text{の値の変化}}{x\text{の値の変化}} = a$$

変化の割合を求めるために式を考慮すると、

- ***y*の値の変化 $y = a \times$ (*x*の値の変化)**、すなわち、y の増加は x の増加に比例しています。
- a の値は、x が1ずつ増えるときの y の増加に等しいです。

E

次の各一次関数について、以下を実施しなさい。
1. 変化の割合を特定しなさい
2. $x = 4$ のときの、y の値を求めなさい。

a) $y = 3x - 5$　　b) $y = -2x + 3$

解答

a) 関数 $y = 3x - 5$ の場合は
1. 変化の割合：3
2. $x = 4$ のときy の値
$y = 3(4) - 5 = 12 - 5 = 7$

b) 関数 $y = -2x + 3$ の場合は
1. 変化の割合：-2
2. $x = 4$ のときy の値
$y = -2(4) + 3 = -8 + 3 = -5$

次の各一次関数について、以下を実施しなさい。
1. 変化の割合を特定しなさい
2. $x = 6$ のときの、y の値を求めなさい。

a) $y = 2x - 7$
変化の割合：2
$y = 5$

b) $y = -3x + 4$
変化の割合：-3
$y = -14$

c) $y = \frac{1}{2}x + 1$
変化の割合：$\frac{1}{2}$
$y = 4$

達成の目安

1.6 比率の分析および関数方程式との比較によって、状況を解決する。

学習の流れ

一次関数の方程式と変化の割合はすでに定義しました。この授業では、方程式 $y = ax + b$ の a の値を関数の変化の割合と比較し、両方の数量の同等を明らかにします。

ねらい

Ⓟ、Ⓢ冒頭の設問で提示された状況を一次関数によって式に表し、値間の変化の割合を求めます。

© 一次関数方程式の変数 x の係数の値と、一次関数方程式の変化の割合の値の同等を明らかにします。

日付： **ユニット3 1.6**

Ⓟ

x	0	1	2	3	4
y	20	18	16	14	12

a) y を x の一次関数として表しなさい。
b) $x = 6$ なら、y の値はいくらですか。$x = 9$ なら、y の値はいくらですか。
c) 変化の割合を求め、その結果をa の値と比較しなさい。

Ⓢ a) x が1 増加したら、y は2減ります：
$y = -2x + 20$
b) $x = 6$なら、$y = -2(6) + 20 = 8$
$x = 9$なら、$y = -2(9) + 20 = 2$
c) 変化の割合： $\frac{12-18}{4-1} = -2$

$a = -2$、したがって、変化の割合と a の値は同じです。

Ⓔ 変化の割合を特定し、$x = 4$ のときの y の値を求めなさい。
a) $y = 3x - 5$
変化の割合：3
$x = 4$なら、$y = 3(4) - 5 = 7$
b) $y = -2x + 3$
変化の割合：−2
$x = 4$なら、$y = -2(4) + 3 = -5$

Ⓡ a) $y = 2x - 7$
変化の割合：2
$x = 6$なら、$y = 2(6) - 7 = 5$
b) $y = -3x + 4$
変化の割合： −3
$x = 6$なら、$y = -3(6) + 4 = -14$

宿題 ：ワークブック55ページ

1.7 関数 $y = ax + b$ の特徴

P

3°C に保たれた冷蔵庫の中に水の入ったピッチャーがあり、その後、コンロで温め始めたところ、1分経過する毎に水温が2° C上がります。経過した時間を x、水温を y で表したとき、

a) ノートに次の表を作成し、完成させなさい。

x（分）	0	1	2	3	4	5	...
y（℃）	3						...

b) y を x の一次関数として表しなさい。
c) 平面に座標（x, y）を描きなさい。
d) その他の y の値、例えば、x の値が 0.5, 1.5などのときの値を求めなさい。求めた値の座標を描きなさい。

S

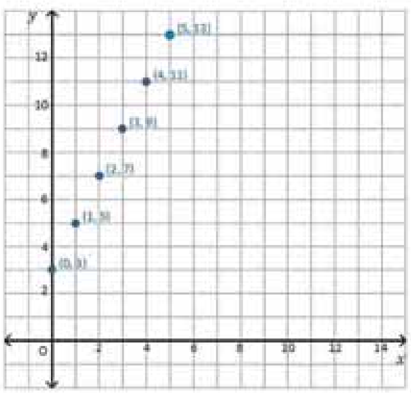
a) 1分経過する毎に、水温に 2°C足していくと、表は以下のようになります。

x（分）	0	1	2	3	4	5	...
y（℃）	3	5	7	9	11	13	...

b) y の値の変化を x の値の変化とともに分析すると、図に示されているように、x が1 増える毎に y は 2 増えます。そこから、$y = 2x + 3$

x（分）	0	1	2	3	4	5	...
		+1	+1	+1	+1		
y（℃）	3	5	7	9	11	13	...
		+2	+2	+2	+2		

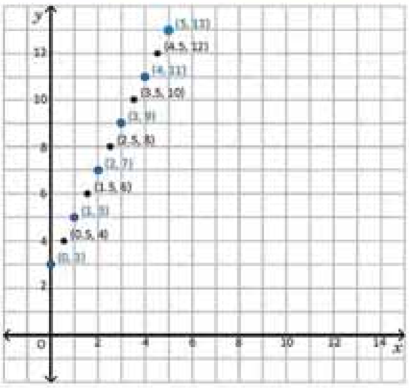
c) a) で求めた値を考慮に入れると、点は図に示されているように、描かれます。

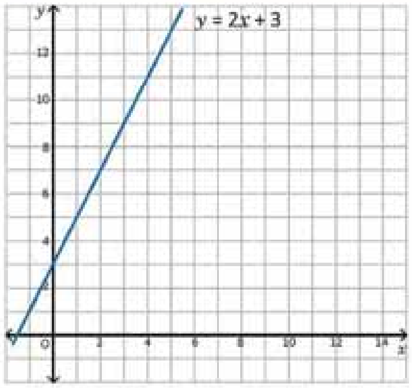


座標平面に座標を描くためには、

x の値を、水平な直線または x軸上に置き、そこから y の値だけ、正の数であれば上方向に、負の数であれば下方向に進みます。

d) 変数 x と y の他の値を求め、図上に描くと、点がだんだんくっついていき、図に示されているように、直線になります。

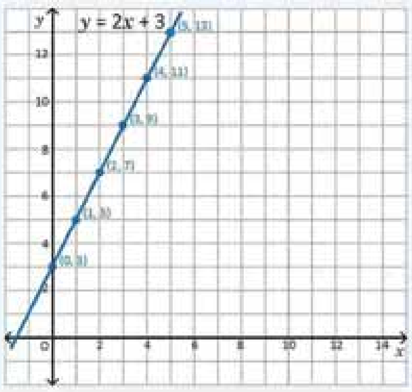




関数 $y = ax + b$ のグラフは直線です。少なくとも2つの座標の変数 x と y の値が分かれば、グラフを描くことができます。

例えば、関数 $y = 2x + 3$ の場合は、グラフは点 （0, 3） を通る直線になります。

すべての一次関数 $y = ax + b$ は、直線のグラフになり、必ず点 （0, b） を通ります。また、$b = 0$ の場合は、座標平面系の原点を通ります。



1. 提示された学習の流れに従って、ノートに表を作成し、完成させなさい。

x	...	0	1	2	3	4	5	...
$y = x + 5$	...	5	6	7	8	9	10	...

a) 平面に座標（x, y）を描きなさい。
b) 変数 x に他の値を代入し、y の他の値を求めなさい。
c) 関数のグラフを完成させなさい。

2. ノートに表を作成し、y の各値を求めて表を完成させなさい。

x	...	−3	−2	−1	0	1	2	3	...
$y = 2x + 3$	...	−3	−1	1	3	5	7	9	...

a) 平面に座標（x, y）を描きなさい。
b) 変数 x に他の値を代入し、y の他の値を求めなさい。
c) 関数のグラフを完成させなさい。

達成の目安

1.7 関数 $y = ax + b$ のグラフを使い、その特徴を述べる。

学習の流れ

7年生では、比例関係を満たす点を座標平面に配置し、すべての点が1直線上にあることを確認して、正比例のグラフを描きました。

同じように、この授業でも一次関数を使って式にすることができる状況が提示されます。一次関数のグラフを描くために、生徒は関数の方程式を満たす点を座標平面に配置し、それらが一直線上にあると結論しなければなりません。

ねらい

Ⓟ、Ⓢ 一次関数を使って状況を式に表し、関数の方程式を満たす点を使って、一次関数のグラフを描きます。 © 一次関数のグラフの特徴と、グラフを描くために必要な要素を明らかにします。

備考：
板書計画では、関数の方程式、つまり、$y = 2x + 3$ を求めたとしても、冒頭の設問で扱っている状況から、x がマイナスであるグラフの部分を考慮していないことに気を付けてください。教科書の52ページで示されている解答では、$x < 0$ である値が扱われていますが、ここでは省いてください。

教材：
- 冒頭の設問のc） とd）および問題ブロックを解くための、ボンド紙に描かれた座標平面。
- グラフを作成するための木製の定規または三角定規。

まず、冒頭の設問を、解答と一緒に黒板に書いてください。その後、それを消して、次の板書計画に基づき、練習問題を書いてください。

日付： **ユニット3 1.7**

Ⓟ 水温3°C の水が入ったピッチャーがあります。温め始めると、1分毎に水温が2°C 上昇します。
a) 次の表を完成させなさい。

x (分)	0	1	2	3	4	5
Y (℃)	3					

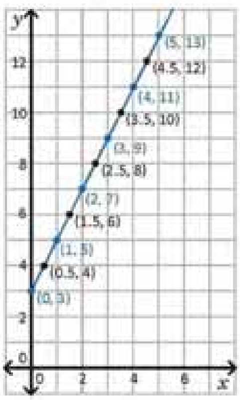
b) y を x の一次関数として表しなさい。
c) 座標（x, y）を描きなさい。他の y の値を求め、座標を描きなさい。

Ⓢ a) 1分経過する毎に、水温に 2°C 足していきます。表の値は、それぞれ5℃、7℃、9℃、11℃、13℃です。

b) x が1増加する毎に、y は2 増加します。よって、

$$y = 2x + 3$$

c)

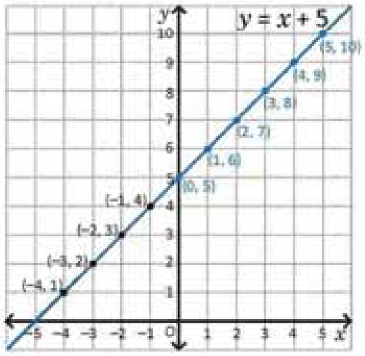


$y = 2x + 3$

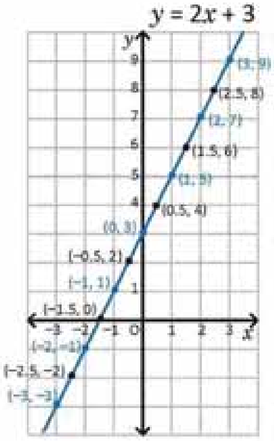
授業1.7の続き

一部の設問の解答：

1. いかなる状況も出てないので、関数のグラフを描くために、x が負の値も考慮します。



2. $y = 2x + 3$

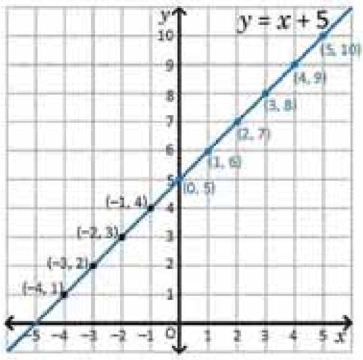


日付：

ユニット3 1.7

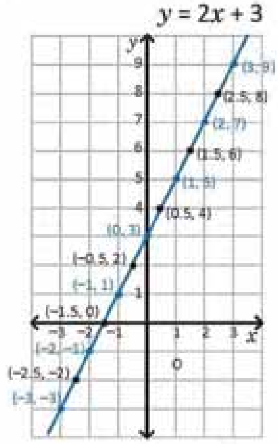
Ⓡ 1. $y = x + 5$

x	0	1	2	3	4	5
y	5	6	7	8	9	10



2. $y = 2x + 3$

$y = 2x + 3$



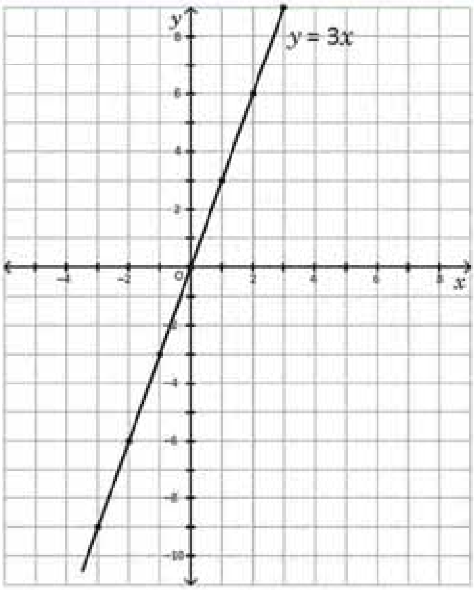
宿題：ワークブック56ページ

1.8 一次関数 $y = ax + b$ のグラフと $y = ax$ のグラフの関係

P $y = 3x$ のグラフから、以下を実施しなさい。

a) 表を作成し、完成させ、関数 $y = 3x + 2$ のグラフを、$y = 3x$ と同じ平面に描きなさい。

x	...	−3	−2	−1	0	1	2	3	...
$y = 3x$	...	−9	−6	−3	0	3	6	9	...
$y = 3x + 2$	...								



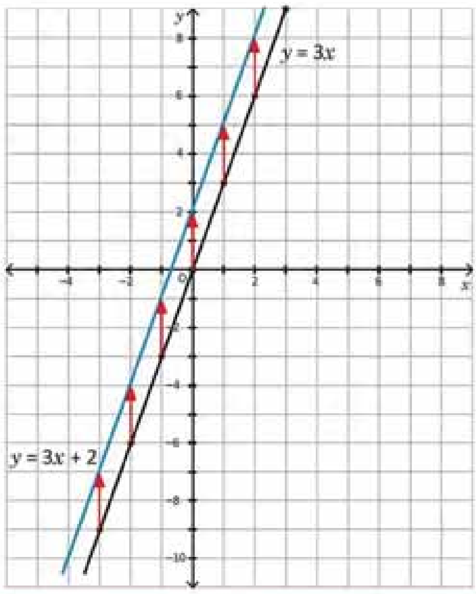
b) $y = 3x$ のグラフと $y = 3x + 2$ のグラフの類似点と相違点を見つけなさい。

c) $x = 0$ と $x = 2$ の場合のグラフを比較しなさい。どのように結論付けますか。

S a) 各関数の x に −3 から 3 までの整数の値を代入し、それぞれ対応する y の値を求めると、$y = 3x + 2$ の値は、$y = 3x$ の値に2を足した結果であることが分かります。表は次のようになります。

x	...	−3	−2	−1	0	1	2	3	...
$y = 3x$	...	−9	−6	−3	0	3	6	9	...
$y = 3x + 2$	...	−7	−4	−1	2	5	8	11	...

b) 平面上に点を表示しそれらをつなぐと、右の平面に表示されているグラフになります。どちらのグラフも直線であることが分かります。変化の割合はどちらも3ですが、$y = 3x$ は y 軸と 0 で交差しているのに対し、$y = 3x + 2$ は y 軸と 2で交差している点が異なります。



c) $x = 0$ の場合、$y = 3x + 2$ における y の値は、$y = 3x$ に 2を足した値になります。$x = 2$ の場合も同じことが起きます。一般的に、$y = 3x + 2$ における y の値は、$y = 3x$ に2を足した値です。

ユニット3

53

レッスン 1

関数 $y = ax + b$ のグラフは、点 （0, b） を通り、関数 $y = ax$ のグラフに平行です。よって、$y = ax + b$ のグラフは、$y = ax$ のグラフを b の値だけ y 軸方向に移動させたグラフになります。

- 定数 b は、$x = 0$ のときの y の値で、一次関数の **y**切片と呼ばれます。
- $b = 0$ で $y = ax$ の形の関数の場合、切片は座標系の原点（$x = 0$ および $y = 0$）になります。
- 関数 $y = ax + b$ のグラフは、関数 $y = ax$ のグラフに平行な直線です。

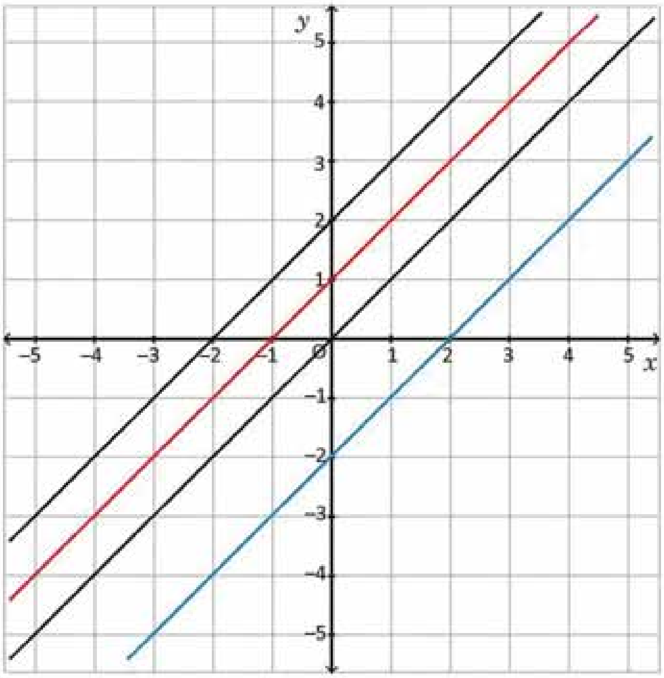
1. 以下の関数をそれぞれ該当するグラフに結び付けた後、相違点と類似点を特定しなさい。

a) $y = x + 2$

b) $y = x - 2$

c) $y = x + 1$

d) $y = x$



（0, 2）を通る黒い直線
（0, –2） を通る青い直線
（0, 1） を通る赤い直線
（0, 0） を通る黒い直線

類似点：すべての関数において、変化の割合は1であり、グラフはすべて直線である点。

相違点： y 切片の座標が異なっている点。

2. 冒頭の設問で求めた答えを考慮に入れ、関数のグラフ間にはどのような関係があるか、明らかにしなさい。

a) $y = 2x$

b) $y = 2x + 3$

c) $y = 2x - 3$

3つの関数のグラフは、いずれも変化の割合が2の直線、すなわち、平行な直線です。b) と c) の関数のグラフは、a) の関数のグラフを y 軸方向にそれぞれ3 および –3 移動させたものです。

達成の目安

1.8 関数 $y = ax$ のグラフと関数 $y = ax + b$ のグラフの関係を特定する。

学習の流れ

一次関数の特徴が明らかになりましたが、この授業では、$y = ax + b$ のグラフを $y = ax$ のグラフを縦方向に移動したものとして見て、2つのグラフを比較することを目指します。これは、9年生と高校1、2年生で扱う関数のグラフの縦方向および横方向への移動の導入として役立ちます。

ねらい

Ⓟ、Ⓢ 関数 $y = 3x + 2$ のグラフを得るためには、関数 $y = 3x$ のグラフを上に向かって縦方向に2移動させることを目で見ながら、2つのグラフの類似点と相違点を明らかにします。

教材：

- 冒頭の設問のa）と、問題ブロックの練習問題1を解くための、ボンド紙に描かれた座標平面
- グラフを作成するための木製の定規または三角定規。

まず、冒頭の設問を、解答と一緒に黒板に書いてください。その後、それを消して、次のページに示されている板書計画に基づき、練習問題を書いてください。

日付：

ユニット3 1.8

Ⓟ a) 次の表を完成させなさい。

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
$y = 3x$	−9	−6	−3	0	3	6	9
$y = 3x + 2$							

b) $y = 3x$ のグラフと $y = 3x + 2$ のグラフの類似点と相違点を見つけなさい。

c) $x = 0$ と $x = 2$ の場合のグラフを比較しなさい。どのように結論付けますか。

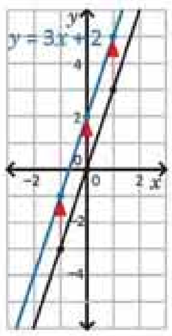
Ⓢ a) $y = 3x$ の答えに2を足します。

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
$y = 3x$	−9	−6	−3	0	3	6	9
$y = 3x + 2$	−7	−4	−1	2	5	8	11

b) 類似点：直線のグラフであること、変化の割合が 3 であること。

相違点： $y = 3x$ は y 軸と 0で交わりますが、 $y = 3x + 2$ は 2 で交わります。

c) $y = 3x + 2$ の値は、$y = 3x$ の値に 2を足した値になります。



$y = 3x$

宿題：ワークブック57ページ

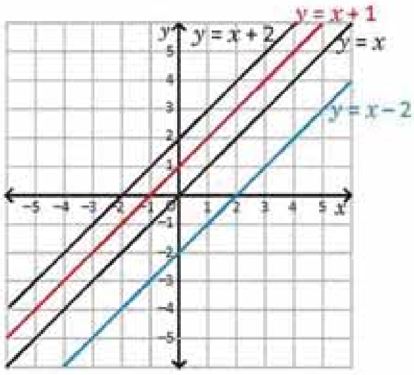
授業1.8の続き

つまずきやすい点：
結論では、一次関数 $y = ax$ と $y = ax + b$ のグラフは平行であることに言及しています。生徒に、以下の平行な直線の定義を復習させることもできます。「2直線は、直線を伸ばしても、間の距離が常に一定の場合、平行です」

日付：

ユニット3 1.8

Ⓡ 1.



類似点：変化の割合が1であること、グラフが直線であること。

相違点： y 切片の座標が異なっていること。

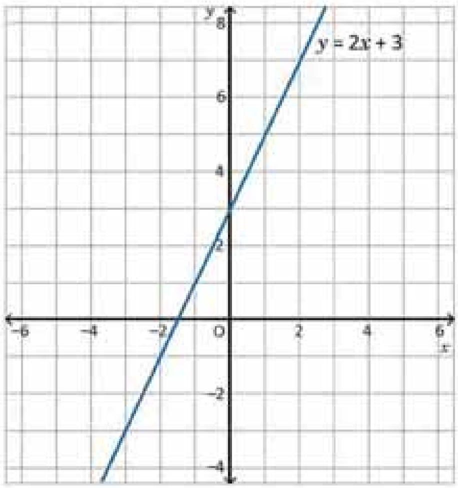
2. いずれも変化の割合が2の平行な直線で、y 切片の座標は、それぞれ (0, 0)、(0, 3)、(0, –3) です。b) と c) は、a) のグラフをy 軸上方向にそれぞれ3 および –3 移動させたものです。

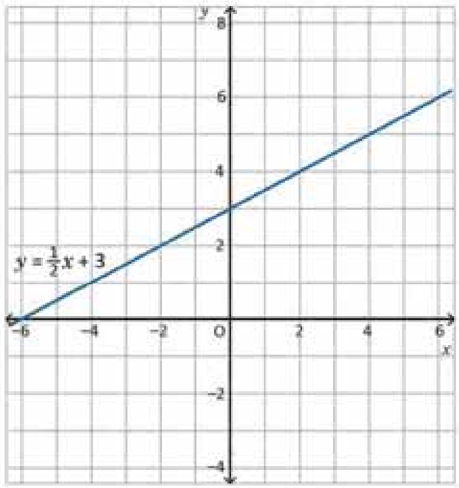
1.9 正の傾きのグラフの分析

P

各グラフの関数に関して、以下を実施しなさい。

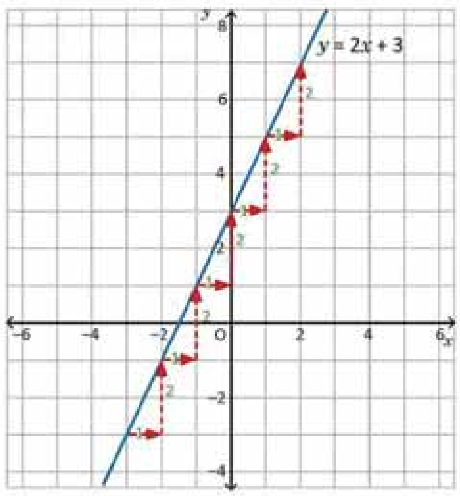
a) x の値が1またはその他の数増えると、y の値はどうなりますか。
b) x が 8のとき、y の値はいくらですか。
c) 変化の割合を求めなさい。

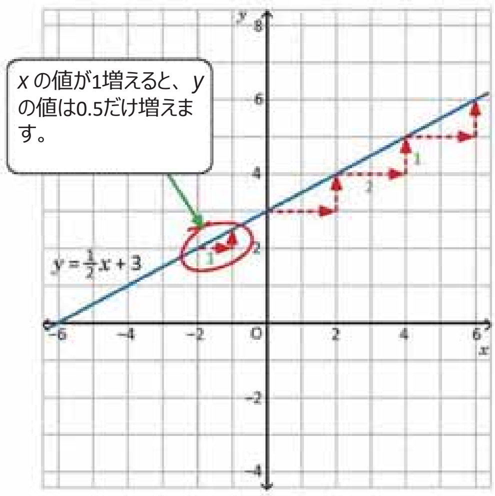




S

a) x の値が1増えると、y の値はどうなるか分析すると、





$y = 2x + 3$ のグラフでは、x が 1 増えたとき、y は 2 増えることを見ることができます。

$y = \frac{1}{2}x + 3$ のグラフでは、x の値が1増えたときに、y の値がどれだけ増えたかを正確に判断するのは難しいです。この場合、他の値を考慮することができます。例えば、x が 2 増えたとき、y は 1 増えます。

b) x が 8 のときの y の値を求めるためには、グラフを分析する必要があります。

$y = 2x + 3$のグラフでは、$x = 2$なら、$y = 7$

- a) から、x が1増える毎に y は2 増えています。したがって、2 から 8 までで x は 6 増えるので、y は12増えます。よって、$x = 8$ ならば、$y = 19$

$y = \frac{1}{2}x + 3$ のグラフでは、$x = 2$なら、$y = 4$

- a) から、x が2増える毎に y は1 増えています。したがって、2 から 8 までで x は 6 増えるので、y は3増えます。よって、$x = 8$ ならば、$y = 7$

c) 変化の割合を求めるために、式に代入します。

$$\textbf{変化の割合} = \frac{y\text{の値の変化}}{x\text{の値の変化}}$$

関数 $y = 2x + 3$の場合は

変化の割合 $= \frac{2}{1} = 2$

$a = 2$

x の値が1増えると、y の値は 2 増えます。

関数 $y = \frac{1}{2}x + 3$ の場合は

変化の割合 $= \frac{1}{2} = 0.5$

$a = \frac{1}{2}$

x の値が1増えると、y の値は $\frac{1}{2}$ 増えます。

一次関数 $y = ax + b$ の傾きは、変化の割合によって決まります。したがって、a が増えれば直線の傾きも増え、a が減れば直線の傾きも減ります。

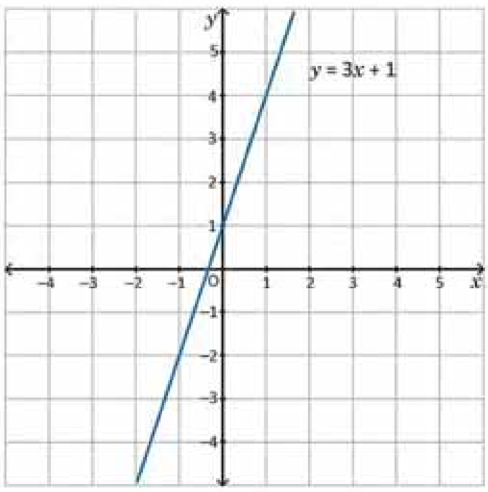
実施した例では、関数 $y = 2x + 3$ のグラフの傾きは、関数 $y = \frac{1}{2}x + 3$ のグラフの傾きよりも大きいです。

したがって、直線の傾きを変えたいのであれば、関数 $y = ax + b$ の a の値だけを変えます。

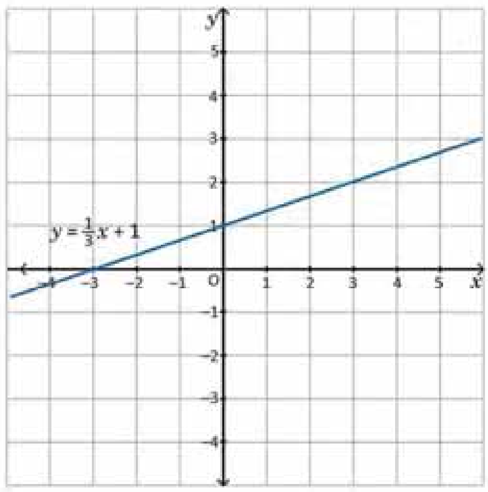
関数のグラフを見て、それぞれの場合に関して答えなさい。

a) x の値が1増えると、y の値はどうなりますか。
b) x が 6 のとき、y の値はいくらですか。
c) 変化の割合を求めなさい。

1.



2.



達成の目安

1.9 正の傾きのグラフを使って、変化の割合の意味を分析する。

学習の流れ

この授業では、一次関数 $y = ax + b$ のグラフについて、変数 x の係数の値（すなわち、a の値）が正の場合の、グラフの傾きとの関係を明らかにします。

ねらい

© 関数 $y = ax + b$、$a > 0$ で、独立変数 x が変化したときの値の変化を分析し、関数のグラフで答えを確認します。

つまずきやすい点：
生徒が、冒頭の設問の a) を行うことができない場合は、関数のグラフに、座標が整数の1点を置くよう指示しなければなりません。次に、以下の問いを投げかけてください。「関数 $y = 2x + 3$ のグラフで、その点から右に向かって1移動したら、再びグラフに達するためには、いくつ上に移動する必要がありますか。」

これは、上に向かって2つ移動しなければならないことを目で確認するのに役立ち、x が1増えたら、y は 2 増えると結論付けるのを助けます。2つ目の関数に関しても、同じように行います。ただし、今度は x が1以上増え得ることに注意しなければなりません。

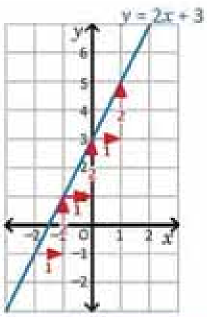
教材：
- 冒頭の設問および問題ブロックのグラフを描くための、ボンド紙に描かれた座標平面。
- グラフを作成するための木製の定規または三角定規。

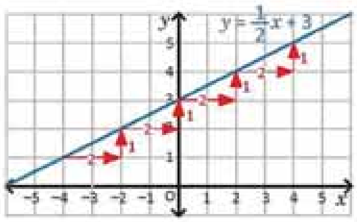
まず、冒頭の設問を、解答と一緒に黒板に書いてください。その後、それを消して、次の板書計画に基づき、練習問題を書いてください。

日付： ユニット3 1.9

Ⓟ $y = 2x + 3$と $y = \frac{1}{2}x + 3$ のグラフで
a) x の値が1またはその他の数増えると、y の値はどうなりますか。
b) $x = 8$ なら、y の値はいくらですか。
c) 変化の割合を求めなさい

Ⓢ a) $y = 2x + 3$で、x が 1 増えたら、y は 2 増えます。





$y = \frac{1}{2}x + 3$ において、x が 2 増えたら、y は 1 増えます。
b) グラフを分析すると、$y = 2x + 3$ において、$x = 8$ ならば、答えは $y = 19$、一方、$y = \frac{1}{2}x + 3$では、答えは $y = 7$。
c) $y = 2x + 3$では、$a = 2$、一方 $y = \frac{1}{2}x + 3$ では、$a = \frac{1}{2}$

授業1.9の続き

一部の設問の解答：

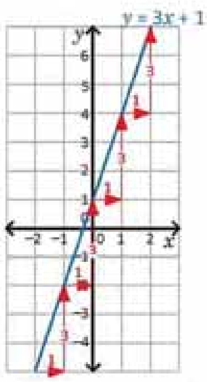
1. a) y は 3 増えます。
   b) $y = 19$
   c) 変化の割合：3

2. a) y は$\frac{1}{3}$ 増えます。
   b) $y = 3$
   c) 変化の割合：$\frac{1}{3}$

日付：

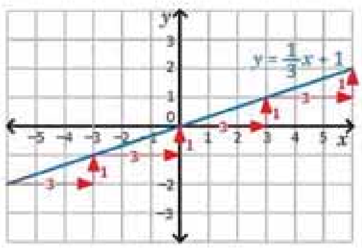
ユニット3 1.9

Ⓡ 1.



a) yは3増えます
b) $y = 19$
c) 変化の割合：$a = 3$

2.



a) yは $\frac{1}{3}$ 増えます
b) $y = 3$
c) 変化の割合：$a = \frac{1}{3}$

宿題：ワークブック58ページ

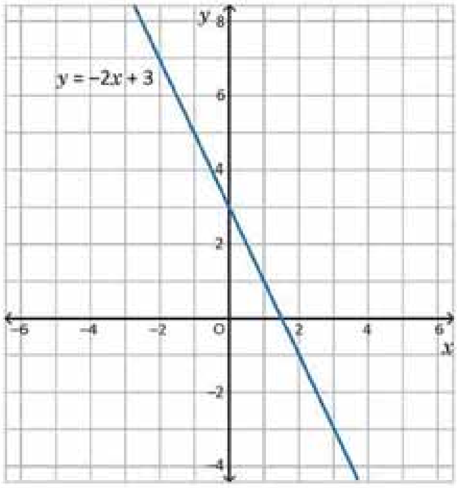
レッスン 1

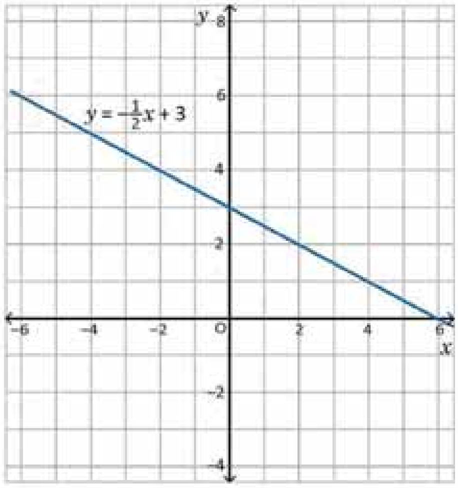
1.10 負の傾きのグラフの分析

P

各グラフの関数に関して、以下を実施しなさい。

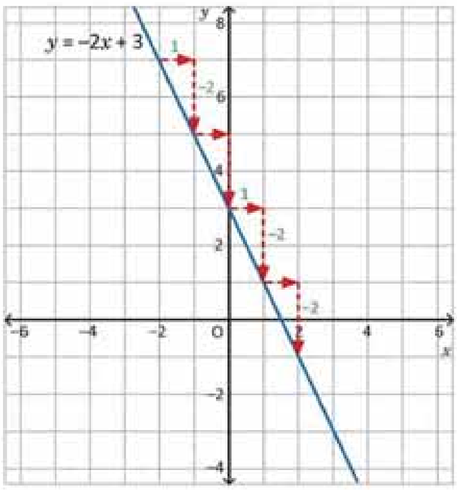
a) x の値が1またはその他の数増えると、y の値はどうなりますか。分析しなさい。
b) 変化の割合を求めなさい。

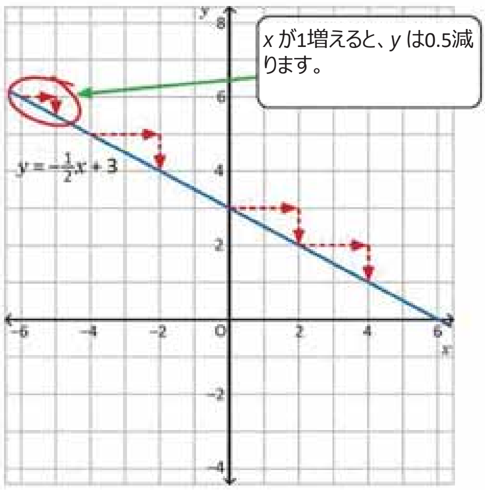




S

a) x の値が1増えると、y の値はどうなるか分析すると、





$y = 2x + 3$ のグラフでは、x が 1 増えたとき、y は 2 減ることを見ることができます。

$y=-\frac{1}{2}x+3$ のグラフでは、x が1増えたときに、y がどれだけ増えるかを正確に判断するのは難しいです。この場合、他の値を考慮することができます。例えば、x が 2 増えたとき、y は 1 減ります。

ユニット3

57

レッスン 1

b) 変化の割合（**変化の割合 = $\frac{y\text{の値の変化}}{x\text{の値の変化}}$**）を求めるためには：

関数 $y = -2x + 3$の場合は、

変化の割合 $= \frac{-2}{1} = -2$

$a = -2$

x の値が1増えると、y の値は 2 減ります。

関数 $y = -\frac{1}{2}x + 3$ の場合は、

変化の割合 $= \frac{-1}{2} = -\frac{1}{2}\ -0.5$

$a = -\frac{1}{2}$

x の値が1増えると、y の値は0.5または $\frac{1}{2}$減ります。

C

変数 x が1増えると、変数 y は減ります。よって、変化の割合は負です。すなわち、x 軸方向で右に1移動すると、関数のグラフに相当する直線は、変化の割合の値と同じだけ下に向かって移動します。

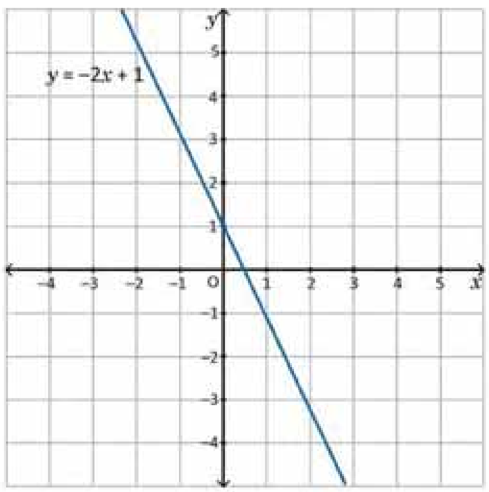
したがって、関数 $y = ax + b$ の場合は、

- **$a > 0$ ならば、x の値が1 増えると、y は a 増えます。**
  例： $y = 3x + 2$, $a > 0$ の場合は、x が 1 増えると、y は 3 増えます。

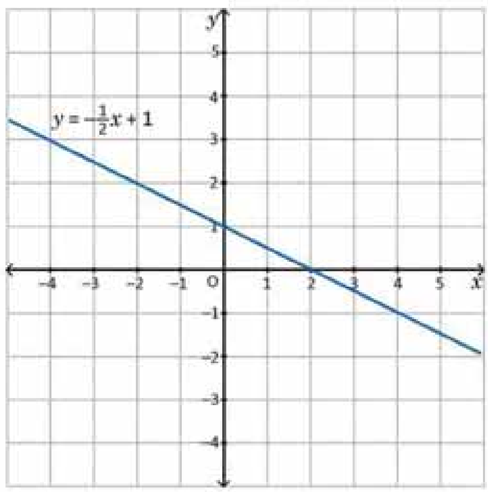
- **$a < 0$ ならば、x の値が1 増えると、y は a 減ります。**
  例： $y = -3x + 2$, $a < 0$ の場合は、x が 1 増えると、y は 3 減ります。

関数のグラフを見て、各場合に関して答えなさい。

a) x の値が1増えると、y の値はどうなりますか。
b) 変化の割合を求めなさい。



グラフ 1



グラフ 2

達成の目安

1.10 傾きが -1 のグラフを使って、変化の割合を分析し、状況を解決する。

学習の流れ

前の授業では、独立変数の係数の値が正の場合の、一次関数の変化の割合をその直線の傾きと関連付けました。この授業では、提示された関数の変化の割合が負の場合について、同様の分析を行います。

ねらい

Ⓟ、Ⓢ 関数 $y = ax + b$、$a < 0$ で、独立変数 x が変化したときの値の変化を分析し、関数のグラフで答えを確認します。
© x の増加と一次関数の変化の割合の値から、$y = ax + b$ の増加または減少を判断します。

まず、冒頭の設問を、解答と一緒に黒板に書いてください。その後、それを消して、次の板書計画に基づき、練習問題を書いてください。

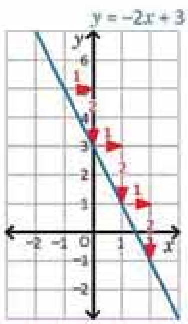
日付： **ユニット3 1.10**

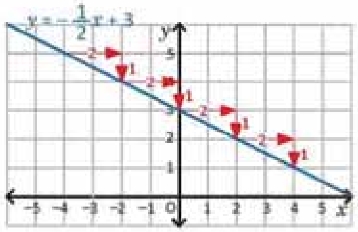
Ⓟ $y = -2x + 3$ と $y = -\frac{1}{2}x + 3$ のグラフで：

a) x が1またはその他の数量増えると、y の値はどうなりますか。
b) 変化の割合を求めなさい。

Ⓢ

a) $y = -2x + 3$ において、x が 1 増えたら、y は 2減ります。





$y = -\frac{1}{2}x + 3$ において、x が 2 増えたら、y は 1 減ります。

b) $y = -2x + 3$ では $a = -2$、一方、$y = -\frac{1}{2}x + 3$ では $a = -\frac{1}{2}$

授業1.10のつづき

一部の設問の解答：

グラフ 1

a) y は 2 減ります

b) 変化の割合：–2

グラフ 2

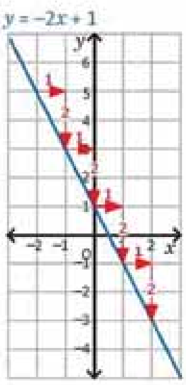
a) y は $\frac{1}{2}$ 減ります

b) 変化の割合：$-\frac{1}{2}$

日付：

ユニット3 1.10

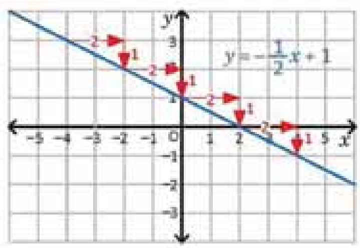
Ⓡ 1.



a) y は 2 減ります

b) 変化の割合：$a=-2$

2.



a) y は $\frac{1}{2}$ 減ります。

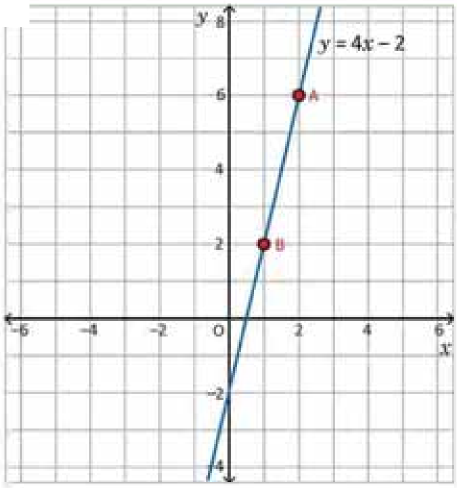
c) 変化の割合： $a=-\frac{1}{2}$

宿題：ワークブック59ページ

1.11 $y = ax + b$ のグラフの変化の割合と傾きの関係

P

関数 $y = 4x - 2$ について、以下を実施しなさい。



a) 数を数えて変化の割合を求めなさい。

b) x と y について、値間の差を求めなさい。表示されている2つの点の座標を参照しなさい。

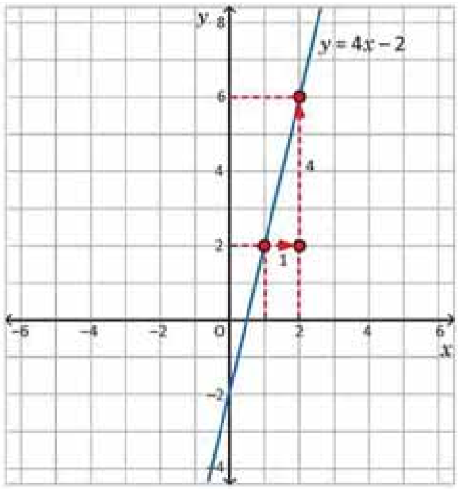
c) y 座標の値の差を x 座標の値の差で割った商を計算しなさい。

d) 上記の a) と c) で得た答えを比較しなさい。
どのように結論付けますか。

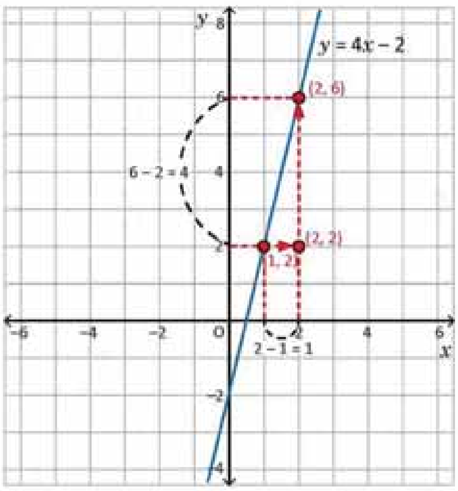
S

a) x の値が 1 増えたとき、y が増えた数を数えることによって変化の割合を求めると、

$$\text{変化の割合} = \frac{4}{1} = 4$$



b) x 座標の値の差と y 座標の値の差を求めるために、選んだ 2点（点Aと点B）の座標を引き算します。



y の値の差 $y = 6 - 2 = 4.$
x の値の差 $x = 2 - 1 = 1.$

c) y 座標の値の差を x 座標の値の差で割った商を計算すると、

$$\frac{y\text{ の値の差}}{x\text{ の値の差}} = \frac{4}{1} = 4$$

d) a) で得た答えと c) で得た答えを比較すると、同じであることが分かります。

レッスン 1

C

一次関数 $y = ax + b$ のグラフ、変化の割合は傾きの値と一致し、与えられた2点の x 座標と y 座標のそれぞれの増加の商の計算によって求めることができます。

例えば、（1, 2） と （2, 6） ので2点を通る関数 $y = 4x - 2$ の場合は、

$$\textbf{変化の割合 = 傾き} = \frac{6-2}{2-1} = \frac{4}{1} = 4$$

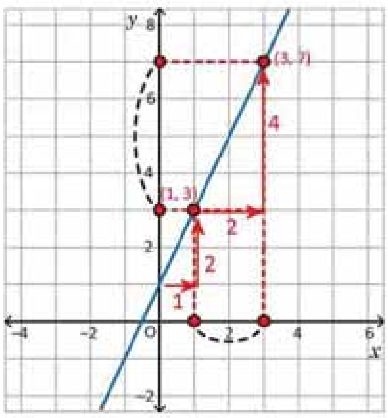
- $P_1\,(x_1, y_1)$ と $P_2\,(x_2, y_2)$ の2点を通る関数の場合はすべて, 傾きは以下の 式で計算されます。

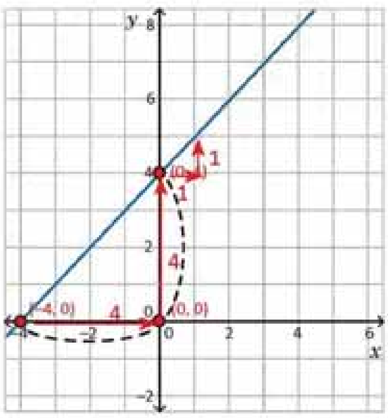
$$\textbf{傾き} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

- 関数 $\boldsymbol{y} = ax + b$ の係数 a は、関数のグラフの直線の傾きに相当します。これは、変化の割合と同じ値になります。

以下に表示されているグラフの関数それぞれについて、以下を実施しなさい。

a) x が 1 進むと、y はいくつ進むか、求めることはできますか。あなたの答えを証明しなさい。
b) 表示された点の座標を考慮して、x と y の増加分を求めなさい。
c) 各グラフの関数の傾きを求めなさい。





日常生活では、様々な状況において傾きを利用します。例えば、屋根の傾斜や街道、あるいは、壁に立てかけたはしごに傾きがあります。数学では、特定の方法で何かの傾斜の程度を定義するために、傾きという言葉を使います。

写真には、直線の傾きを利用していることが明らかに分かる建築作品が映っています。これはフランスのミヨーにある世界で最も高い橋で、鉄筋コンクリート製です。

達成の目安

1.11 一次関数の変化の割合と傾きの関係を特定する。

学習の流れ

これまでの授業で、一次関数の変化の割合とその直線の傾きの関係を明らかにしましたが、この授業では**直線の傾き**の概念を直線の変化の割合に結び付けながら、扱います。また、その結果、関数方程式における独立変数 x の係数の値を扱います。

ねらい

Ⓟ、Ⓢ 一次関数のグラフを用いて、x が1増えたとき、y がいくら増えるか数え、一次関数の変化の割合を求めます。変化の割合の値を、関数のグラフ上にある2点の y 座標の値の差を x 座標の値の差で割った商と比較します。

つまずきやすい点：
生徒が冒頭の設問の a) を理解できない可能性があります。その場合は、生徒に、数を数えて変化の割合を求めることは、x を1 増やして、y がいくつ増えるか見る（関数のグラフを利用する）ことに等しいことを教えます。

まず、冒頭の設問を、解答と一緒に黒板に書いてください。その後、それを消して、次の板書計画に基づき、練習問題を書いてください。

日付： **ユニット3 1.11**

Ⓟ $y = 4x - 2$ の場合、

a) 数を数えて、変化の割合を求めなさい。

b) 点A（$2, 6$） と点B（$1, 2$） の x の値の差と y の値の差を求めなさい。

c) y 座標の値の差を x 座標の値の差で割った商を計算し、 a) と c) の答えを比較しなさい。どのように結論付けますか？

Ⓢ a) x が1 増えると、y は4 増えるので、変化の割合は 4 です。

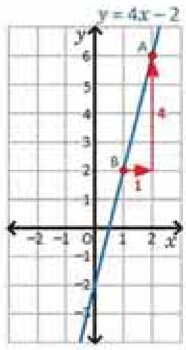
b) y の値の差：

$6 - 2 = 4$

x の値の差：

$2 - 1 = 1$

c) $\dfrac{y \text{の値の差}}{x \text{の値の差}} = 4$



a) と c) で得た答えは同じです。

1.11 の授業のつづき

一部の設問の解答：

グラフ 1

a) y は、上に向かって 2 進みます。

b) 点（1, 3）と点（3, 7）では、x の値の増加は $3 - 1 = 2$ であることが分かります。一方、y の値の増加は、$7 - 3 = 4$ です。

c) 傾き = $\frac{4}{2} = 2$

グラフ 2

a) y は上に向かって 1 進みます。

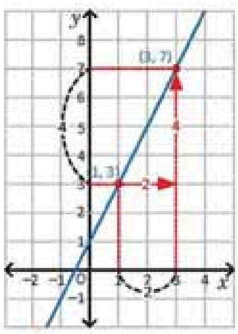
b) 点（–4, 0）と点（0, 4）では、x の値の増加は $0 - (-4) = 4$ であることが分かります。一方、y の値の増加は、$4 - 0 = 4$ です。

c) 傾き = $\frac{4}{2} = 1$

日付：

ユニット3 1.11

Ⓡ

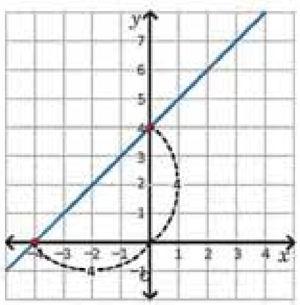


a) 2 進みます。

b) x の値の増加：$7 - 3 = 4$

y の値の増加：$3 - 1 = 2$

c) 傾き = $\frac{4}{2} = 2$



a) 1 進みます

b) y の値の増加：$4 - 0 = 4$

x の値の増加：$0 - (-4) = 4$

c) 傾き = $\frac{4}{4} = 1$

宿題：ワークブック61ページ

1.12 関数 $y = ax + b$ のグラフの傾きと切片

P

各関数について、傾きを計算し、グラブを分析して、グラフが y 軸と交差する箇所の y の値を求めなさい。

1. $y = 2x - 1$　　　　2. $y = -3x + 2$

S

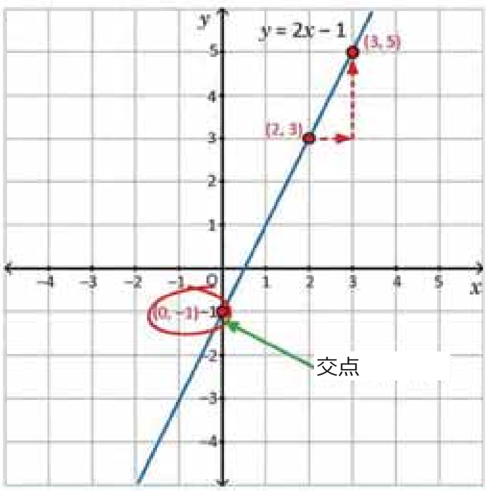
関数の傾きを求めるためには、a の値を特定するだけです。一方、b の値は、グラフが y 軸と交差する箇所の y の値なので、与えられた関数の場合は、

1. $y = 2x - 1$
   傾き：$a = 2$
   y 軸との交点：$b = -1$

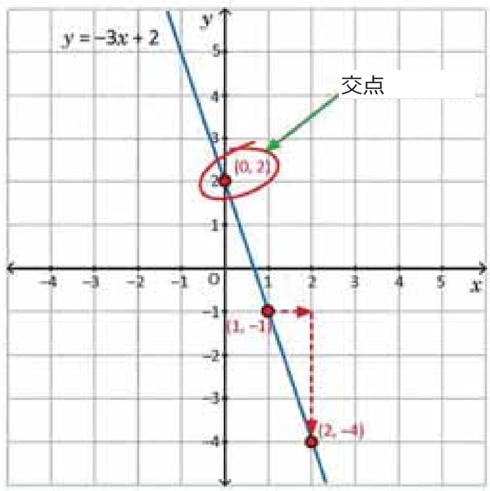
2. $y = -3x + 2$
   傾き： $a = -3$
   y 軸との交点：$b = 2$

関数のグラフを描くと、

1.



2.



C

関数 $y = ax + b$ のグラフの傾きおよび y軸との交点を特定するためには、係数 a の値が傾きを示し、定数 b は、グラフがy 軸と交差する箇所の yの値であることを考慮すればよいだけです。グラフが y軸と交差する箇所の値を**切片**と呼びます。

- よって、関数 $y = ax + b$ の場合、　傾き：a
  y 切片：b

b は、グラフ上では点　$(0,\ b)$ に相当します。

- 例えば、関数 $y = 3x - 5$ のグラフは、傾き：3
  y 切片：-5

1.各関数について、傾きとy切片を特定しなさい。

a) $y = 3x + 2$　b) $y = -2x + 1$　c) $y = 5x - 2$　d) $y = 2x - 5$
e) $y = x + 4$　f) $y = x - 2$　g) $y = -x + 6$　h) $y = \frac{1}{2}x + 3$

2. 傾きとy切片を特定しなさい。

a) $y = 3x$
傾き：3
切片：0

b) $y = 2x$
傾き：2
切片：0

c) $y = -2x$
傾き：-2
切片：0

d) $y = x$
傾き：1
切片：0

エニット3

61

達成の目安

1.12 関数 $y = ax + b$ の傾きと切片を特定する。

学習の流れ

この授業では、一次関数の方程式から、直線の傾きと y切片の座標をどのように特定するか学習します。

ねらい

Ⓟ、Ⓢ 関数の方程式を用いて、一次関数のグラフの傾きの値と、グラフの y切片の y座標を求めます。

© 関数の方程式から、一次関数のグラフの傾きの値と、グラフが y軸と交差する点の y座標を定義します。

一部の設問の解答：

第 1 問

a) 傾き 3、切片 2
b) 傾き –2、切片 1
c) 傾き 5、切片 –2
d) 傾き 2、切片 –5
e) 傾き 1、切片 4
f) 傾き 1、切片 –2
g) 傾き –1、切片 6
h) 傾き $\frac{1}{2}$、切片 3

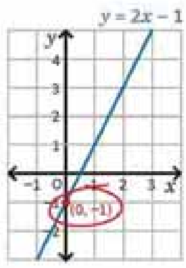
教材：
- 冒頭の設問の関数のグラフを描くための、ボンド紙に描かれた座標平面。
- グラフを作成するための木製の定規または三角定規。

日付： **ユニット3 1.12**

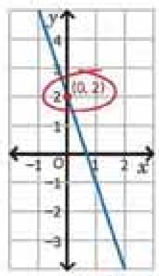
Ⓟ 各関数について、傾きを計算し、直線が y 軸と交差する箇所の y の値をグラフから求めなさい。

Ⓢ 1. $y = 2x - 1$ 2. $y = -3x + 2$

1. 傾き：$a = 2$
y 軸との交点：$b = -1$



2. 傾き：$a = -3$
y 軸との交点：$b = 2$



Ⓡ

a) $a = 3, b = 2$
b) $a = -2, b = 1$
c) $a = 5, b = -2$
d) $a = 2, b = -5$
e) $a = 1, b = 4$
f) $a = 1, b = -2$
g) $a = -1, b = 6$
h) $a = \frac{1}{2}, b = 3$

宿題：ワークブック63ページ

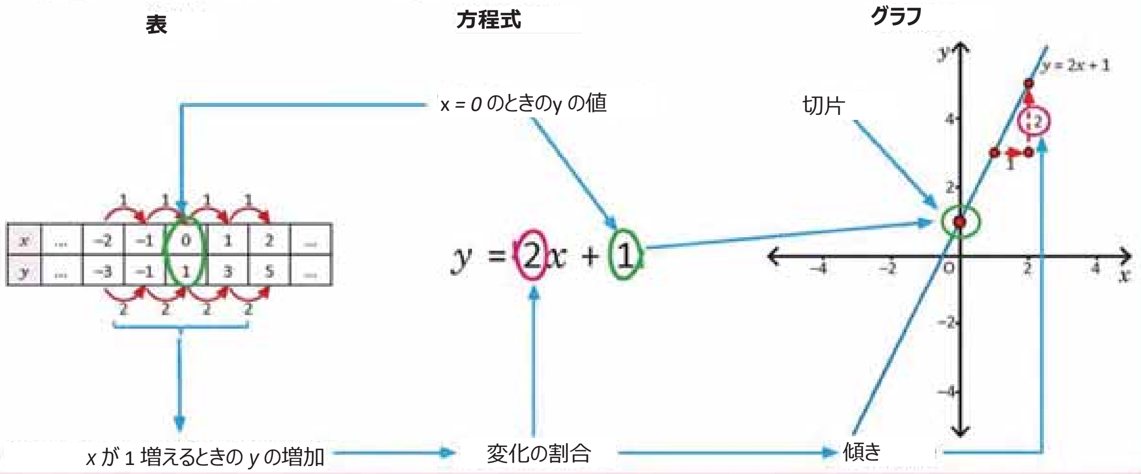
1.13 一次関数の表、方程式、グラフの関係

P

関数 $y = 2x + 1$ に関して、表、方程式、グラフの関係を特定しなさい。

S

関数 $y = 2x + 1$ を分析し、表の一部の x の値を方程式およびグラフと比較すると、以下を観察することができます。



C

関数 $y = ax + b$ の表と方程式とグラフの関係を表した前の図では、以下を観察することができます。

表	方程式	グラフ
$x = 0$ のときの y の値	b	y切片
x が1増えたときの y の増加	a	傾き

各関数について、a と b の値および切片を求めなさい。その後、表、方程式、グラフの関係を特定しなさい。

a) $y = 3x + 1$
$a = 3, b = 1$
切片 (0, 1)

b) $y = 4x - 3$
$a = 4, b = -3$
切片 (0, −3)

c) $y = -2x + 5$
$a = -2, b = 5$
切片 (0, 5)

d) $y = -3x - 4$
$a = -3, b = -4$
切片 (0, −4)

e) $y = 5x - 4$
$a = 5, b = -4$
切片 (0, −4)

f) $y = -2x - 1$
$a = -2, b = -1$
切片 (0, −1)

g) $y = 2x - 3$
$a = 2, b = -3$
切片 (0, −3)

h) $y = -4x + 1$
$a = -4, b = 1$
切片 (0, 1)

i) $y = -5x + 3$
$a = -5, b = 3$
切片 (0, 3)

達成の目安

1.13 関数の表、方程式、グラフの関係を特定する。

学習の流れ

本課のここまでで、関数の方程式を推測し、グラフを描くために、原則として表を使って、一次関数の特徴を明らかにしました。この授業では、再びこれらのツール（表、方程式、グラフ）を取り上げ、それらの関係を明らかにします。

ねらい

Ⓟ、Ⓢ、Ⓒ 変化の割合、$y = ax + b$ の定数 a と b、傾き、直線と y 軸との切片を特定し、一次関数を定義するために使用したツールである、値の入った表、関数方程式、関数グラフの関係を分析します。

Ⓔ 一次関数の表、方程式、グラフの関係についての知識を定着させます。

一部の設問の解答：

すべての問いにおいて、関数の表、方程式、グラフの関係は、結論に書かれている関係と同じです。

教材：

- 冒頭の設問で提示している表のような、関数 $y = 2x + 1$ の値を書き込むためのボンド紙に書かれた表。
- 関数 $y = 2x + 1$ のグラフを描くための、ボンド紙上の座標平面

日付： **ユニット3 1.13**

Ⓟ 関数 $y = 2x + 1$ に関して、表、方程式、グラフの関係を特定しなさい。

Ⓢ

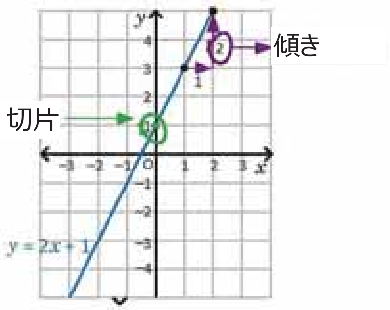
$x = 0$ のときの y の値

x	−2	−1	0	1	2
y	−3	−1	1	2	5

x が1増えたときの y の増加

$y = 2x + 1$

変化の割合



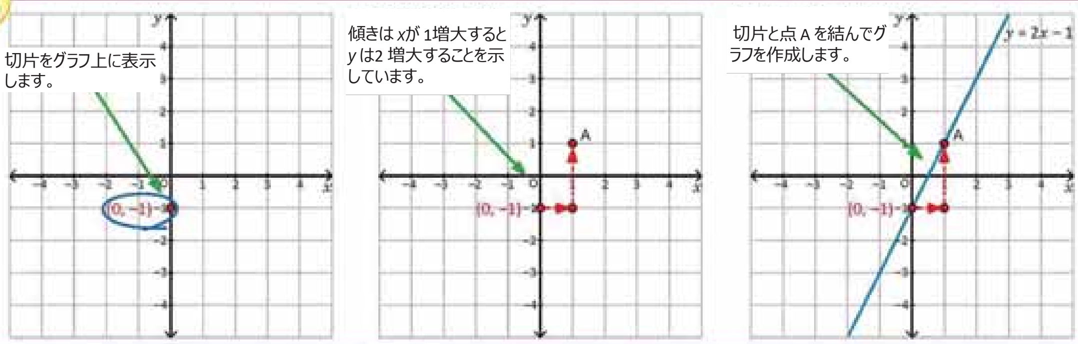
Ⓡ a) $a = 3$, $b = 1$, 切片（0, 1）
b) $a = 4$, $b = -3$, 切片（0, −3）
c) $a = -2$, $b = 5$, 切片（0, 5）
d) $a = -3$, $b = -4$, 切片（0, −4）
e) $a = 5$, $b = -4$, 切片（0, −4）

宿題：ワークブック64ページ

1.14 傾きと切片が与えられた一次関数のグラフの書き方

P 関数 $y = ax + b$ で，$a = 2$　$b = -1$ のグラフを作成しなさい。

S

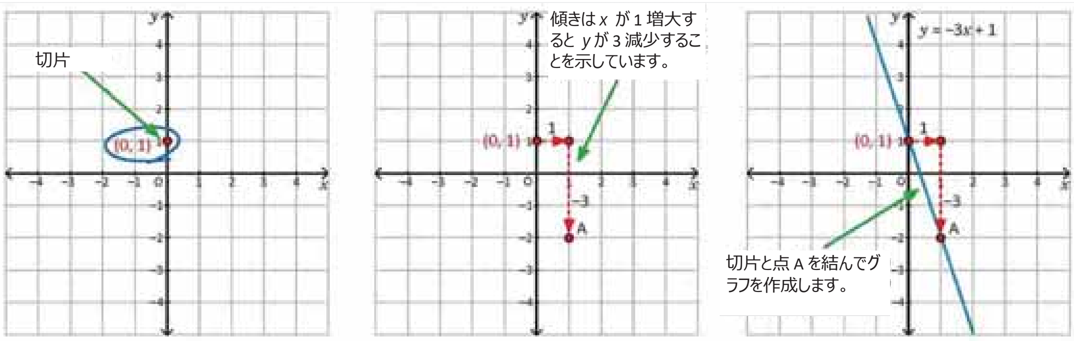


C 関数 $y = ax + b$ をグラフ化するには、前の例で応用したように、a と b の値から、点（0, b） を配置し、x の変動と y の変動を考慮に入れて、グラフが通過する新しい点を傾きから求めます。

E 関数　$y = -3x + 1$ で a と b の値を特定し、グラフを作成します。

解答

関数 $y = -3x + 1$ を一次関数 $y = ax + b$ の式と比較すると、$a = -3$、 $b = 1$であることがわかります。



1. 各問の関数 $y = ax + b$ のグラフを作成しなさい。

a) $a = 3$ 、$b = -2$の場合　　　　b) $a = -2$ 、$b = 1$の場合

2. 各関数ごとに、a と b の値を特定しグラフを作成しなさい。

a) $y = 3x + 1$	b) $y = 2x - 2$	c) $y = -2x + 3$	d) $y = 2x - 3$
$a = 3, b = 1$	$a = 2, b = -2$	$a = -2, b = 3$	$a = 2, b = -3$
e) $y = x + 3$	f) $y = x - 2$	g) $y = \frac{1}{2}x + 3$	h) $y = -\frac{1}{3}x - 3$
$a = 1, b = 3$	$a = 1, b = -2$	$a = \frac{1}{2}, b = 3$	$a = -\frac{1}{3}, b = -3$

ユニット3

63

達成の目安

1.14　a と b の値から、関数 $y = ax + b$ のグラフを作成します。

学習の流れ

この授業では、一次関数 $y = ax + b$ のグラフを、関数方程式の a と b の値から作成します。その際、直線と軸の交点を配置し、変化の割合の値を説明します。

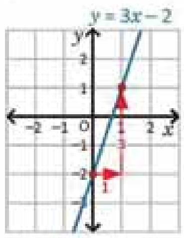
ねらい

Ⓟ、切片　(0, –1)　を座標平面に配置し、一次関数 $y = 2x - 1$ のグラフを作成します。このグラフを使って、関数方程式の変化の割合の値を説明しながら直線グラフ上の別の点の座標を見つけます。

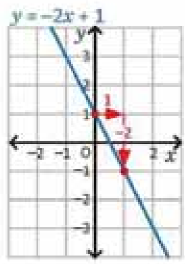
Ⓢ、© 一次関数をグラフ化する手順を規定し、例を挙げます。a と b の値から $y = ax + b$ のグラフを作成。

一部の設問の解答

1. a) $a = 3$ 、$b = –2$



b) $a = –2$ 、$b = 1$



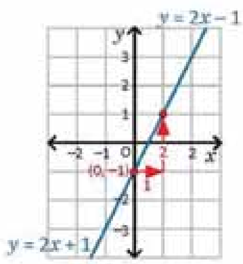
教材：

- 冒頭の問題の関数 $y = 2x – 1$ のグラフと問題群の演習1のグラフを作成するためのボンド紙上の座標平面。
- グラフを作成するための木製の定規または三角定規。

日付：　　　　**ユニット3 1.14**

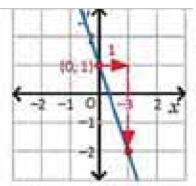
Ⓟ $a = 2$ 、$b = –1$ として、$y = ax + b$ のグラフを作成しなさい。

Ⓢ $a = 2$ は、x が 1 増大すると、y が 2 増大することを示します。$b = –1$ は、切片が　(0, –1)　であることを示します。したがって：

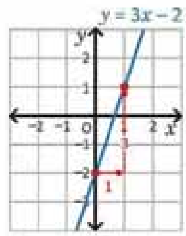


Ⓔ a と b を特定し、関数 $y = –3x + 1$ のグラフを作成しなさい。

$a = –3$、$b = 1$；x が 1 増大すると、y は 3 減少し、切片は　(0, 1)　となる。



Ⓡ 1. a) $a = 3$, $b = –2$



宿題：ワークブックの65ページ。

1.15 一次関数の方程式とグラフの関係

P

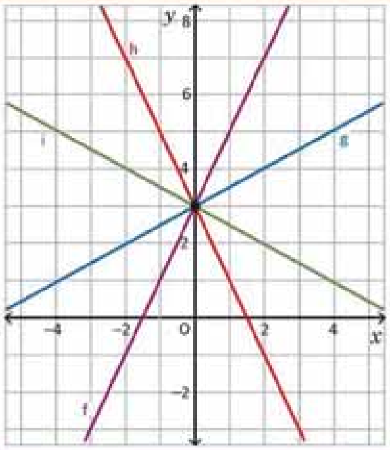
各関数をそれぞれのグラフに関連付け、答えを裏付けるために、a と b の値を検討しなさい。

a) $y = 2x + 3$

b) $y = \frac{1}{2}x + 3$

c) $y = -2x + 3$

d) $y = -\frac{1}{2}x + 3$



S

4つの関数の方程式をよく見ると、$b = 3$ であるため、すべて $y = 3$ で y 軸と交差します。 つまり、点（0, 3） を通過するということです。これは、グラフで確認できます。

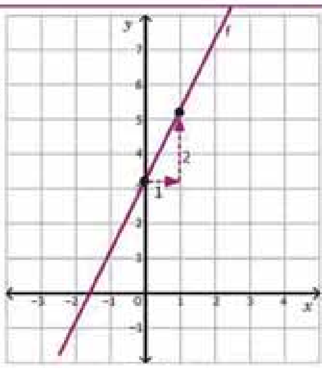
各関数の a の値を分析すると、次のようになります

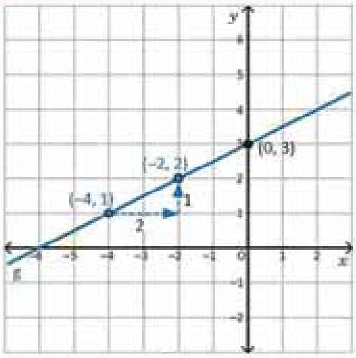
a) 関数 $y = 2x + 3$ の $a = 2$ は、x が 1 増大すると、y は2 増大することを示します（グラフ 1 を参照）。

b) 関数 $y = \frac{1}{2}x + 3$ が $a = \frac{1}{2}$ を有する場合、x が 2 増大すると、y は1増大することを示します（グラフ 2 を参照）。

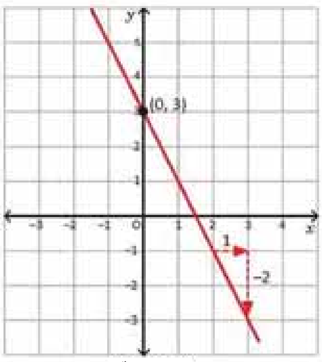
c) 関数 $y = -2x + 3$ の $a = -2$ は、x が 1 増大すると、y は2 減少することを示します（グラフ 3 を参照）。

d) 関数 $y = -\frac{1}{2}x + 3$ が $a = -\frac{1}{2}$ を有する場合、x が 2 増大すると、y は 1 増大することを示します（グラフ 4 を参照）。

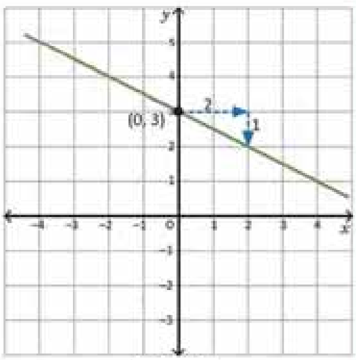

グラフ 1



グラフ 2



グラフ 3



グラフ 4

C

一次関数のグラフをそれぞれの数式に関連付けるには、以下を関連付けるだけです：

- グラフと y 軸の交点に伴う b の値。
- x が 1 増大したときの y の変動に伴う a の値。

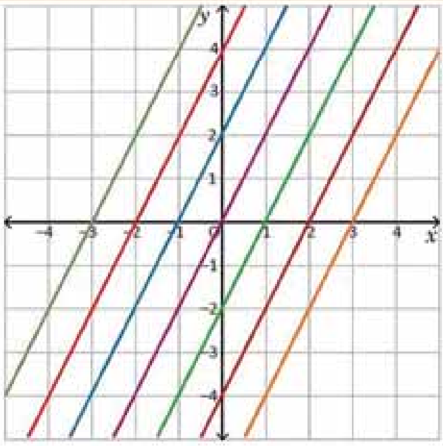
応用例では、すべての関数の b の値が同じであるため、同じ点 （0, b） を通って y 軸と交差します。

64

レッスン 1

E

同じ平面上で次の関数をグラフ化し、結果を分析しましょう。どのように結論付けますか？



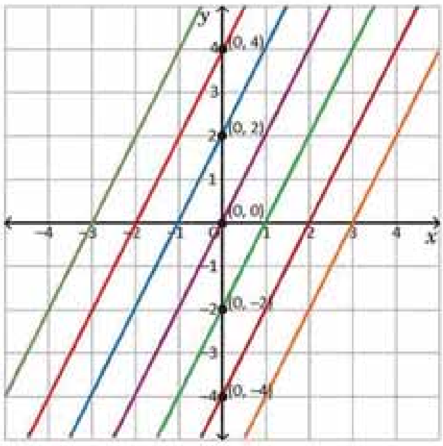
a) $y = 2x$
b) $y = 2x + 2$
c) $y = 2x + 4$
d) $y = 2x + 6$
e) $y = 2x - 2$
f) $y = 2x - 4$
g) $y = 2x - 6$

解答

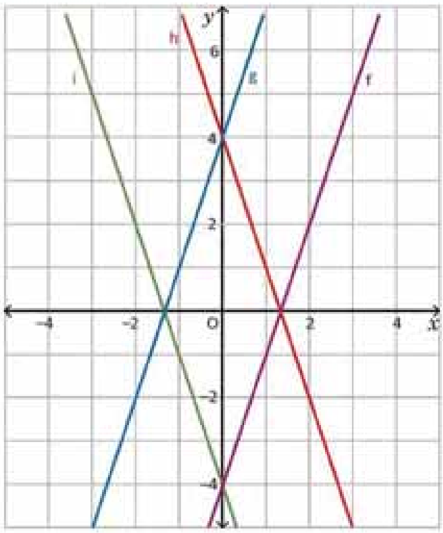
- 7つの関数方程式をよく見ると、どれもすべて $a = 2$ という同じ傾きであることがわかります； つまり、x が 1 増大するごとに、y は 2 増大するということです。

- この場合、傾きからはグラフと関数方程式の関係は確立されません。よって、b の値をグラフと y 軸の交点に関連付けることにより、グラフと方程式の関係が確立されます。

- 各関数をそれぞれのグラフに関連付ける場合、関数の傾きが同じで、b の値のみが変化する場合、グラフは平行な直線であると結論付けることができます。



1. 各関数をそれぞれのグラフに関連付け、答えを裏付けるために、a と b の値を検討しなさい。



a) $y = 3x + 4$ 直線 g
b) $y = 3x - 4$ 直線 f
c) $y = -3x + 4$ 直線 h
d) $y = -3x - 4$ 直線 i

2. 以下の関数を分析し、a) と b) のグラフと c) と d) のグラフがどのような関係にあるか説明しなさい。

a) $y = 4x + 4$
b) $y = 4x - 4$ a) と b) は平行です。
c) $y = 5x + 1$
d) $y = 5x - 1$ c) と d) は平行です。

ユニット 3

達成の目安

1.15 関数方程式を関数 $y = ax + b$ のグラフと関連付けなさい。

学習の流れ

この授業では、一次関数 $y = ax + b$ の方程式を、前の授業で見たエレメントを使用して、それぞれのグラフに関連付けます。つまり、変化の割合を傾きに、b の値を y 軸上の切片に関連付けるということです。さらに、この授業は、無限の直線が（冒頭の問題のように）一点を通る概念と平行な直線の条件の概念を学生に教えるのに役立ちます。

ねらい

Ⓟ、Ⓢ bが2つ以上の関数で同じ値をとる場合、それぞれaとbの値から一次関数 $y = ax + b$のグラフを特定します。

© 一次関数をグラフの直線と関連付ける条件を決定します

一部の設問の解答

a) とb) の関数の直線は、どちらも $a = 4$ であるため、平行になります。a) の関数の切片は (0, 4) 、b) の関数の切片は (0, –4) となります。

c) とd) の関数の直線は、どちらも $a = 5$ であるため、平行になります。c) の関数の切片は (0, 1) 、d) の関数の切片は (0, –1) となります。

教材：
- 冒頭の問題のグラフが描かれたボンド紙上の座標平面。
- 例のグラフが描かれたボンド紙上の座標平面。

つまずきやすい点：
冒頭の問題では、どのグラフも同じ切片、つまり (0, 3) を持っていることを強調します。直線の傾きとともに方程式の変化の割合を分析する必要があります。

注意：
黒板の書き方については、文字 a)、b)、c)、e)、f) のみを使用します。

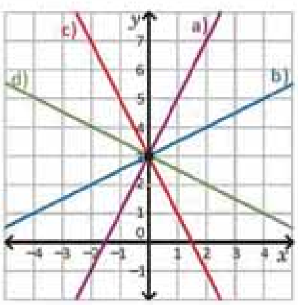
日付： **ユニット3 1.15**

Ⓟ 各関数をそれぞれのグラフに関連付けなさい。

a) $y = 2x + 3$　　c) $y = -2x + 3$

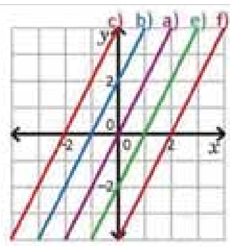
b) $y = \frac{1}{2}x + 3$　　d) $y = -\frac{1}{2}x + 3$

Ⓢ



Ⓔ 同じ平面上で次の関数をグラフにします。

a) $y = 2x$
b) $y = 2x + 2$
c) $y = 2x + 4$
e) $y = 2x - 2$
f) $y = 2x - 4$



Ⓡ 1. a) 直線 g
b) 直線 f
c) 直線 h
d) 直線 i

2. a) と b) は平行となり、c) と d) は平行となります。

宿題：ワークブックの66ページ

レッスン 1

1.16 x の値を区切ったときの y の値

P 関数 $y = 5x - 3$ で、x が -1 から 4 の間にある場合、y はどの値からどの値の間にありますか？

S 値と値の間を求めるために、解決方法として2つ可能性が考えられます。

式から求める：

y の値を求めるために、式に x の値を代入し指示された演算を行います。

$x = -1$の場合

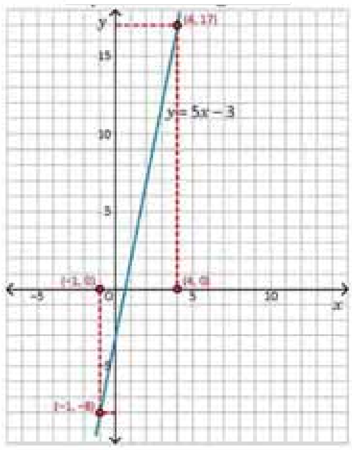
$y = 5(-1) - 3$
$y = -5 - 3$
$y = -8$
$(-1, -8)$

$x = 4$の場合

$y = 5(4) - 3$
$y = 20 - 3$
$y = 17$
$(4, 17)$

関数 $y = 5x - 3$ で、x が-1 から 4 の間にある場合、y は -8 から 17 の値の間にあります。

グラフから求める



C x がどの値とどの値の間にあるかがわかっている場合、y がどの値とどの値の間にあるかを判断するには、上記のオプションのどちらかを使うことができます。

- 方程式から求める：両端の x の値を代入すると、両端の y の値が分かります。
- グラフから求める方法： x の座標を特定し、対応する y の座標を求めます。

どちらのオプションを使うかは、グラフまたは関数の方程式を知っているかどうかによって異なります。

1. 各々の関数の方程式から、対応する x がどの値とどの値の間にあるかを知り、y のそれを求めなさい。

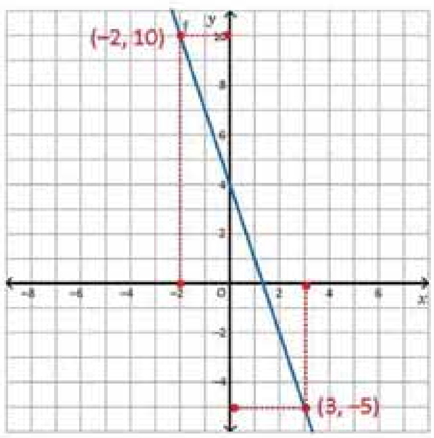
a) $y = 2x + 3$ で、x が-3から5の間にある場合、y はどの値の間にありますか？ -3 と 13 の間

b) $y = -x + 5$で、x が 2 から 5 の間にある場合、y はどの値とどの値の間にありますか？ 0 と 3 の間

c) $y = 3x - 5$ で、x が-1から4の間にある場合、y はどの値とどの値の間にありますか？ -8 と 7 の間

d) $y = \frac{2}{3}x - 5$ でx が -3 から -6 の間にある場合、y はどの値とどの値の間にありますか？ -9 と -7 の間

2. 右のグラフで、x が -2 と 3 の間にある場合、y がどの値とどの値の間にあるかを求めなさい。
-5 と 10 の間



達成の目安

1.16 x の値を区切ったときの y の値を求めなさい。

学習の流れ

前回までの授業で、一次関数方程式 $y = ax + b$ と、直線上にある a と b の値のグラフ上の意味との関係が明らかになりました。この授業では、これらのツールを使用して、x の値に基づく、独立変数 y の値の予想範囲の分析を行います。

ねらい

Ⓟ、Ⓢ　独立変数 x に与えられた値から、変数 y が一次関数 $y = 5x - 3$ で取り得る値の範囲を求めます。黒板の書き方については、式を使った代数の解のみを配置します。 生徒に関数のグラフを分析して結果を確認するよう指示してください。

©プロセスを一般化して、変数 x の値から一次関数の変数 y の値の範囲を求めます。

教材：

- 冒頭の問題の関数グラフが描かれたボンド紙上の座標平面。
- 木製の定規または三角定規

つまずきやすい点：

ワークブックでは、練習問題 1. b) の一次関数で、$x = 2$ の場合 $y = 3$ であり、 $x = 5$ の場合 $y = 0$ であるため、生徒が y の値は 3 から 0 の間にあると答える可能性があります。練習問題を開始する際、y の値は常に最小値から最大値の順に並べるよう指示します。練習問題2についても同様です。

日付：　　　　**ユニット3 1.16**

Ⓟ 関数 $y = 5x - 3$ 、x が-1 から 4 の間にある場合、y はどの値とどの値の間にありますか？

Ⓢ 関数方程式を使うと、$x = -1$ の場合、次のようになります：

$$y = 5(-1) - 3$$
$$= -8$$

一方、$x = 4$ の場合は：

$$y = 5(4) - 3$$
$$= 17$$

$a > 0$ の場合、x が増大すると、y が増大します。したがって、x が -1 から 4 の間にある場合、y は -8 から 17 の間にあることになります。

Ⓡ 1.a) $y = 2x + 3$:

$x = -3$の場合：

$$y = 2(-3) + 3 = -3$$

$x = 5$の場合：

$$y = 2(5) + 3 = 13$$

$a > 0$ の場合、x が -3 から 5 の間にある場合、y は -3 から 13 の間にあることになります。

b) y は 0 から 3 の間にあります

c) y は -8 から 7 の間にあります

d) y は -9 から -7 の間にあります

2. y は -5 から 10 の間にあります

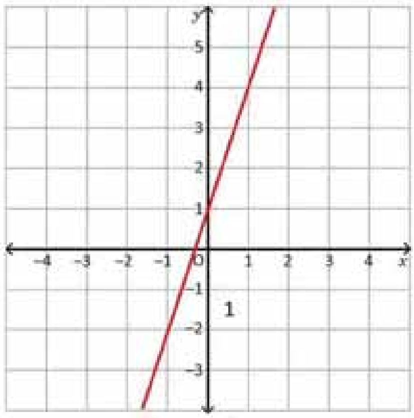
宿題：ワークブック 67 ページ

1.17 グラフから読みとる $y = ax + b$ の関数表示

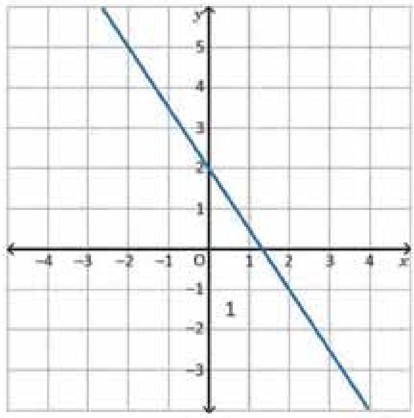
P

以下に示す各グラフの関数の方程式を書きなさい：

1.

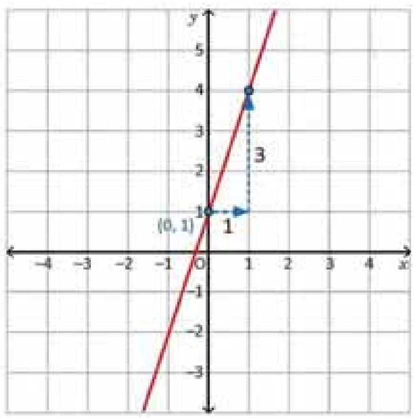


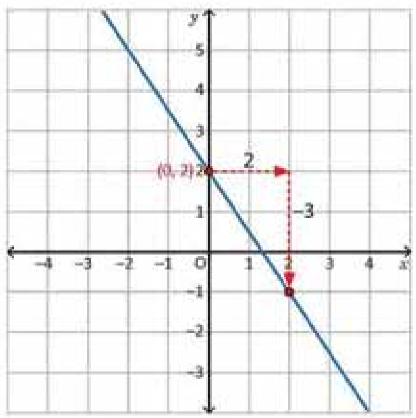
2.



S

関数の数式を書くには、y 軸上の切片 b を特定し、傾き a を分析します。





$b = 1,\ a = \frac{3}{1} = 3,\ y = 3x + 1.$

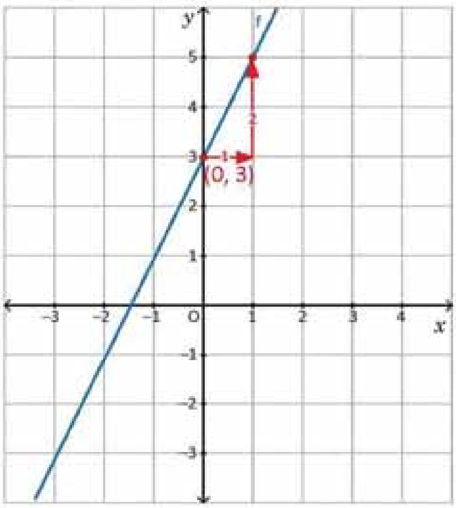
$b = 2,\ a = \frac{-3}{2} = -\frac{3}{2},\ y = -\frac{3}{2}x + 2.$

C

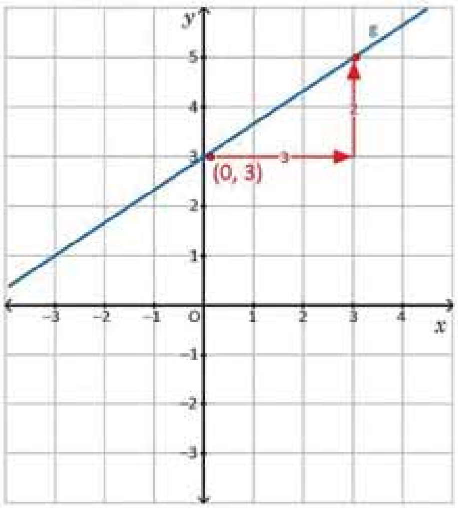
グラフをもとに $y = ax + b$ 形式の関数の方程式を書くには、応用例に示されているように、y 軸上の切片を特定し、直線の傾きを求める必要があります。

以下に示す各グラフの関数の方程式を書きなさい：

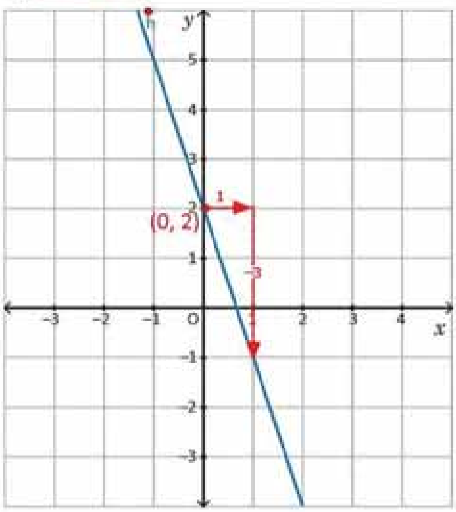
a) $y = 2x + 3$



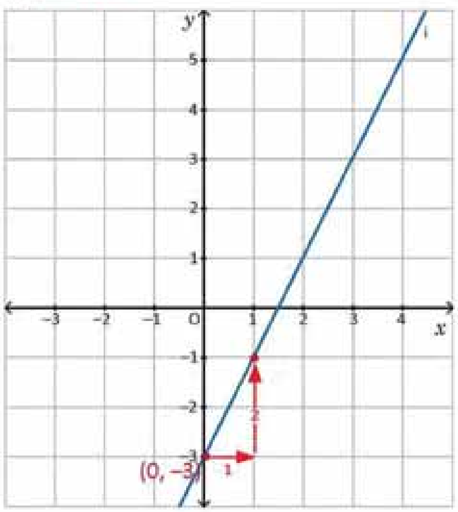
b) $y = \frac{2}{3}x + 3$



c) $y = -3x + 2$



d) $y = 2x - 3$



達成の目安

1.17 グラフから、$y = ax + b$ 形式の関数を書き、傾きと切片を特定します。

学習の流れ

この授業で生徒は、グラフをもとに一次関数の方程式を書かなくてはいけません。そのためには、直線の y 軸との切片と傾きを特定する必要があります。

ねらい

Ⓟ、Ⓢ 直線の y 軸上の切片の座標と傾きの値を特定することで、グラフから一次関数の方程式を求めます。

© グラフから一次関数の方程式を求めて書く手順を決定します。

一部の設問の解答：

a) 切片が （0, 3） の場合、$b = 3$ となります。

$$a = \frac{2}{1} = 2$$

したがって、関数の方程式は：

$$y = 2x + 3$$

b) 切片が （0, 3） の場合、$b = 3$ となります。

$$a = \frac{2}{3}$$

したがって、関数の方程式は：

$$y = \frac{2}{3}x + 3$$

c) 切片が （0, 2） の場合、$b = 2$ となります。

$$a = \frac{-3}{1} = -3$$

したがって、関数の方程式は：

$$y = -3x + 2$$

d) 切片が （0, –3） の場合、$b = -3$ となります。

$$a = \frac{2}{1} = 2$$

したがって、関数の方程式は：

$$y = 2x - 3$$

教材：
- 冒頭の問題の関数グラフが描かれたボンド紙上の座標平面。
- 練習問題群の問 a) の関数グラフが描かれたボンド紙上の座標平面。
- 木製の定規または三角定規

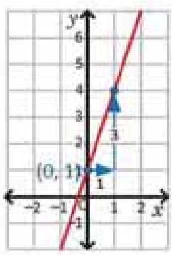
黒板の書き方は、関数グラフを解答部分に配置して、スペースを最適化します。

日付： **ユニット3 1.17**

Ⓟ 以下に示す各グラフの関数の方程式を書きなさい：

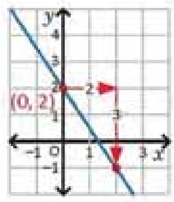
Ⓢ 1. y軸上で切片を特定し、グラフに示された傾きを分析します。

$b = 1$、$a = 3$；したがって、直線の方程式は $y = 3x + 1$ となります。

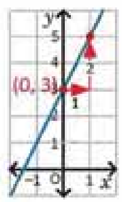


2. 前の問と同様、$b = 2$、$a = -\frac{3}{2}$。
したがって、直線の方程式は：

$$y = -\frac{3}{2}x + 2$$



Ⓡ 1. a) $b = 3, a = 2$:
$y = 2x + 3$



b) $y = \frac{2}{3}x + 3$

c) $y = -3x + 2$

d) $y = 2x - 3$

宿題：ワークブックの 68 ページ。

レッスン 1

1.18 グラフの1点と傾きから求める関数の方程式

P

グラフの傾きが $\frac{2}{3}$ で、点 (3, 4) を通過する一次関数の方程式を作成しなさい。

S

方程式を求めるために、与えられた要素を識別します。

与えられたデータから求める：

- 傾きは $\frac{2}{3}$、一次関数は $y = \frac{2}{3}x + b$ です。

- グラフは点 (3, 4) を通り、式に x と y の値を代入すると：

$$4 = \frac{2}{3}(3) + b$$

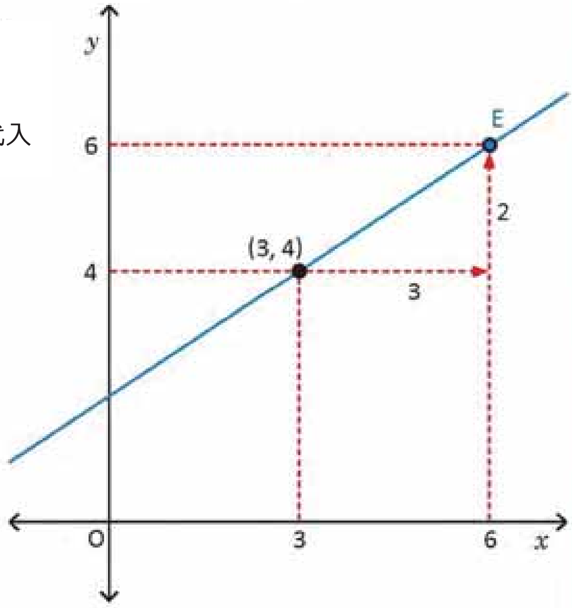
$$4 = 2 + b$$

$$2 = b$$

したがって、$y = \frac{2}{3}x + 2$ となります。

- グラフを作成するためには、すでに与えられた点 (3, 4) を取ります； 次に、傾きを使ってグラフが通る新しい点を探します。傾きは $\frac{2}{3}$ なので、(3, 4) から x を 3 右に、y を 2 上に移動させると、(6, 6) に到達します。

関数のグラフ表示



C

傾きとグラフが通る点のと座標 (x, y) がわかっている場合に一次関数の方程式を求めるには、次のようにします：

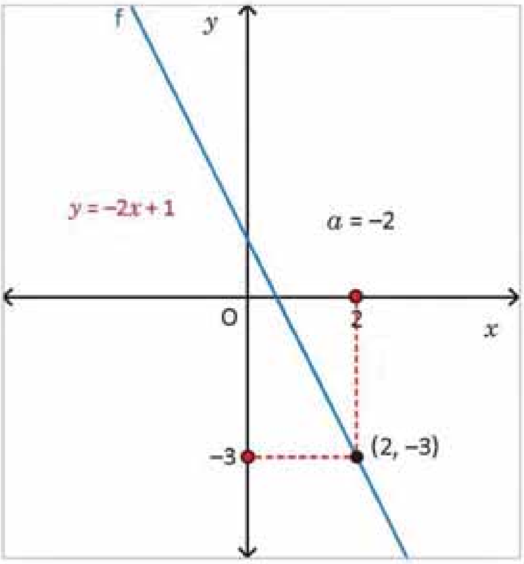
1. 傾きを計算式 $y = ax + b$ に代入します。

2. 点 (x, y) の座標値を $y = ax + b$ に代入し、b の値を計算します。

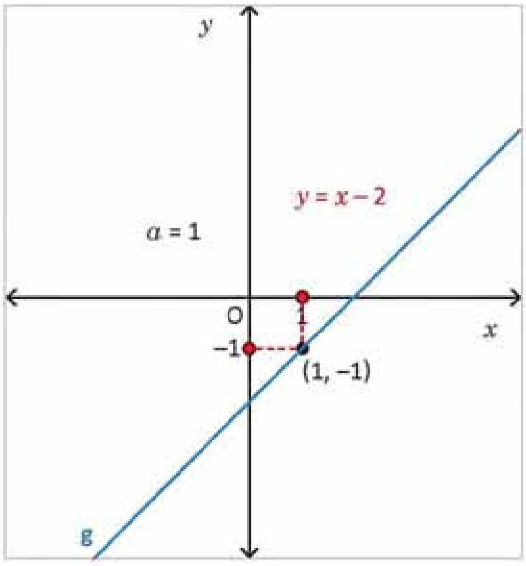
3. 見つかった値 a と b を用いて方程式 $y = ax + b$ を表します。

以下に示す各グラフの関数の方程式を書きなさい：

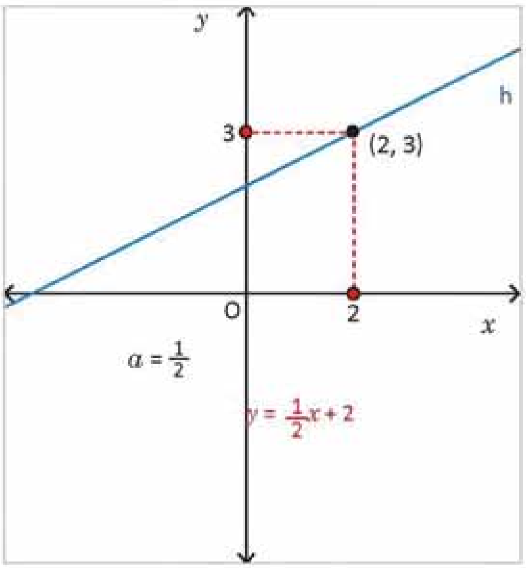
a)



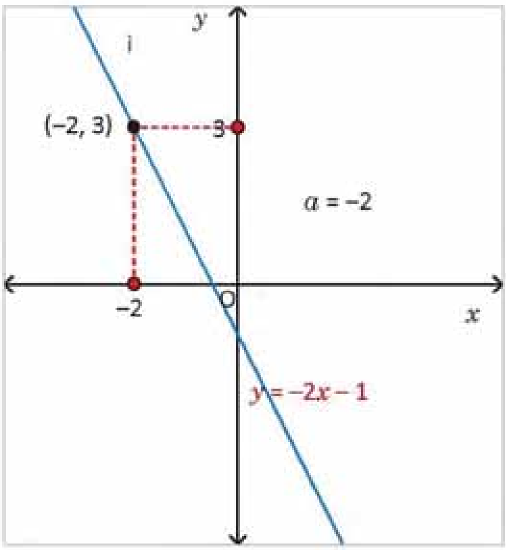
b)



c)



d)



達成の目安

1.18 グラフ上の点の座標とa の値が分かったら、計算式 $y = ax + b$ の関数を作成しなさい。

学習の流れ

授業 1.17 では、一次関数の方程式がグラフから導き出され、y 軸との切片の座標と直線の傾きの値が特定されました。この授業では、直線の傾きと y 軸上の切片とは限らない点が与えられ、この点が関数 $y = ax + b$ の方程式を満たすこと、また b の値を求めることを、生徒に復習させます。

ねらい

Ⓟ、Ⓢ 一次関数グラフの傾きの値とグラフ上の点についての冒頭の条件を用いて、関数の方程式を求めます。

© グラフの傾きの値とグラフ上の点の座標から一次関数の方程式を求めて作成する手順を規定します。

一部の設問の解答：

a) $y = -2x + b$； $x = 2$ の場合 $y = -3$ となり、
したがって：

$$-3 = -2(2) + b$$
$$b = -3 + 4$$
$$b = 1$$

関数の方程式は：

$$y = -2x + 1$$

b) $y = x + b$； $x = 1$ の場合 $y = -1$となり、
したがって：

$$-1 = 1 + b$$
$$b = -1 - 1$$
$$b = -2$$

関数の方程式は：

$$y = x - 2$$

c) $y = \frac{1}{2}x + b$； $x = 2$ の場合 $y = 3$ となり、
したがって：

$$3 = \frac{1}{2}(2) + b$$
$$b = 3 - 1$$
$$b = 2$$

関数の方程式は：

$$y = \frac{1}{2}x + 2$$

つまずきやすい点：
冒頭の問題では、関数グラフが点（3, 4）を通ることの意味を生徒が覚えていない可能性があります；この場合、（3, 4）が関数の方程式を満たしていること、つまり $x = 3$ の場合 $y = 4$ であることを復習させる必要があります。

日付： **ユニット3 1.18**

Ⓟ グラフの傾きが$\frac{2}{3}$で点（3、4）を通る一次関数の方程式を書きなさい。

Ⓢ $a = \frac{2}{3}$、方程式は $y = \frac{2}{3}x + b$ となります。
$x = 3$ 、$y = 4$ を式に代入して b の値を求めます。

$$4 = \frac{2}{3}(3) + b$$
$$b = 4 - 2$$
$$b = 2$$

関数の方程式は：

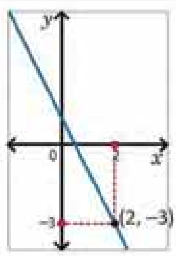
$$y = \frac{2}{3}x + 2$$

Ⓡ $a = -2$、$y = -2x + b$；$x = 2$と $y = -3$を代入し、

$$-3 = -2(2) + b$$
$$b = -3 + 4$$
$$b = 1$$

関数の方程式は：

$$y = -2x + 1$$



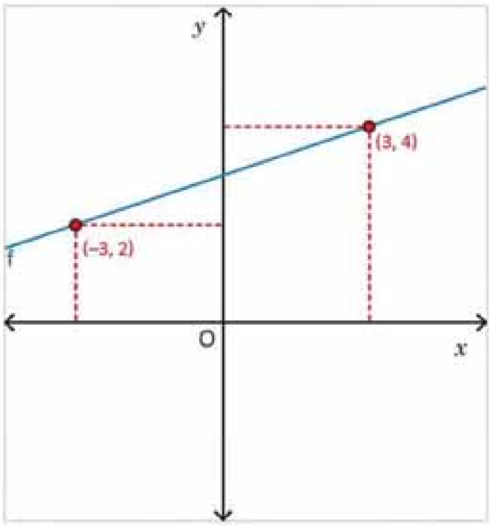
b) $y = x - 2$
c) $y = \frac{1}{2}x + 2$
d) $y = -2x - 1$

宿題：ワークブックの70 ページ。

レッスン 1

1.19 グラフの2点から求める関数の方程式

P 与えられた2つの座標を持つグラフの関数について、$y = ax + b$ 形式の方程式で表しなさい。



S 関数の方程式は、次のいずれかの方法を用いて特定できます。

傾きを計算します：

- 点 (−3, 2) と (3, 4) を通ります。したがって：

$$a = \frac{4-2}{3-(-3)} = \frac{2}{3+3} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

- 関数 $y = \frac{1}{3}x + b$ のグラフは点 (3, 4) を通り、値を代入すると次のようになります：

$$4 = \frac{1}{3}(3) + b$$
$$4 = 1 + b$$
$$3 = b$$
$$b = 3$$

したがって、一次関数は$y = \frac{1}{3}x + 3$ となります。

連立方程式を用いる方法：

点 (−3, 2) と (3, 4) を通るので：

- 点 (−3, 2) の場合、代入すると次のようになります：

  $2 = -3a + b$ ①

- 点 (3, 4) の場合、代入すると次のようになります：

  $4 = 3a + b$ ②

方程式 ① と ② を連立方程式として解くと、$a = \frac{1}{3}$ と $b = 3$の値が求められ、したがって関数 $y = \frac{1}{3}x + 3$が作成できます。

C グラフの2点 A (x_A, y_A) と B (x_B, y_B) の座標がわかっている場合、関数の方程式は次のようにして求められます：

1. 公式 $a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$ を用いて傾き a を求めます。

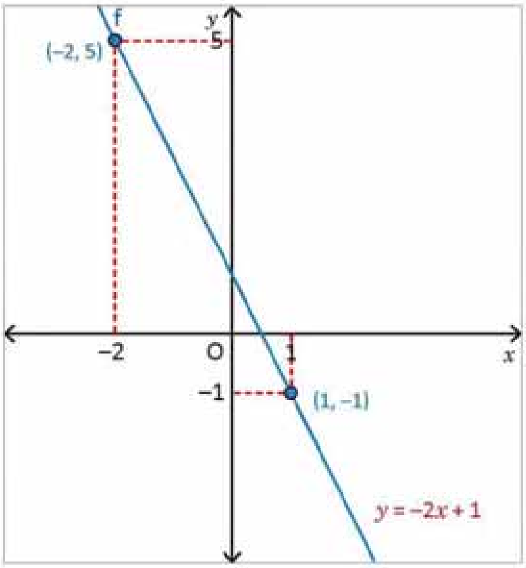
2. $y = ax + b$で a の値 を 1. で求めた値とし、与えられた点の座標のひとつを代入して、b の値を求めます。

3. 得られた値 a と b を代入して方程式 $y = ax + b$ を表します。

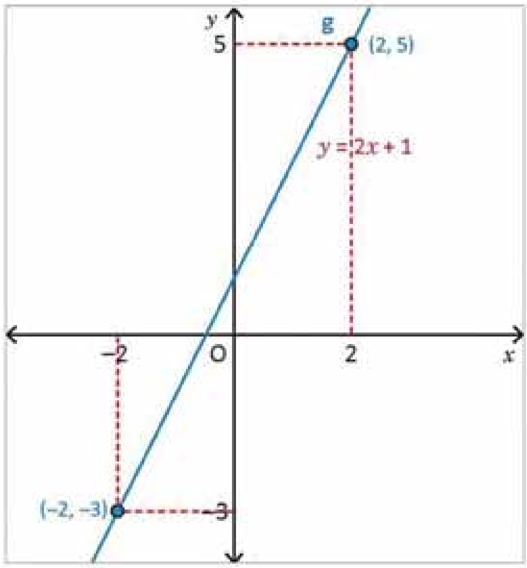
または、応用例が示すように、与えられた2点の座標を用いて、線形連立方程式を作ることもできます。

以下に示す各グラフの関数の方程式を書きなさい：

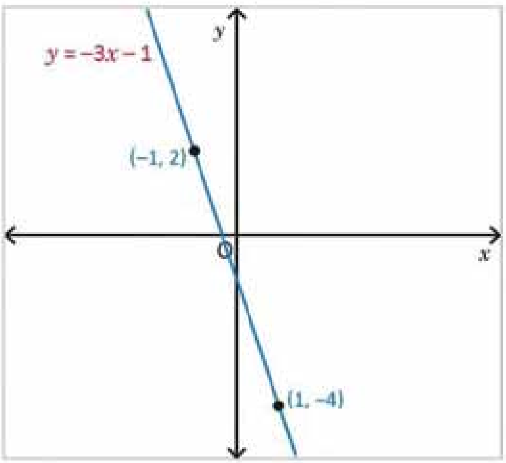
a)



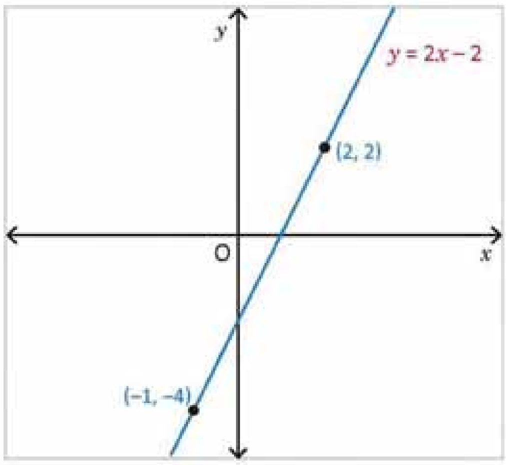
b)



c)



d)



達成の目安

1.19 グラフ上の2点を特定して、計算式 $y = ax + b$ の関数を作成しなさい。

学習の流れ

生徒が点と傾きから一次関数の方程式を求めることができるようになったので、今度は一次関数のグラフ上の2点を用いて方程式を求める方法を紹介します。

ねらい

Ⓟ、Ⓢ 2点から傾きを計算するか、連立方程式を解くかして、一次関数の方程式を求めます。

一部の設問の解答：

a) 傾き

$$a = \frac{-1-5}{1-(-2)} = \frac{-1-5}{1+2} = \frac{-6}{3} = -2$$

切片

方程式で （1, –1） を検討します。

$$\begin{aligned} y &= -2x + b \\ -1 &= -2(1) + b \\ -1 &= -2 + b \\ -1 + 2 &= b \\ 1 &= b \end{aligned}$$

したがって、$y = -2x + 1$

b) 傾き

$$a = \frac{-3-5}{-2-2} = \frac{-8}{-4} = 2$$

切片

方程式で （2, 5） を検討します。

$$\begin{aligned} y &= 2x + b \\ 5 &= 2(2) + b \\ 5 &= 4 + b \\ 5 - 4 &= b \\ 1 &= b \end{aligned}$$

方程式は $y = 2x + 1$ となります。

c) 傾き

$$a = \frac{-4-2}{1-(-1)} = \frac{-4-2}{1+1} = \frac{-6}{2} = -3$$

切片

方程式 で（–1, 2） を検討します。

$$\begin{aligned} y &= -3x + b \\ 2 &= -3(-1) + b \\ 2 &= 3 + b \\ 2 - 3 &= b \\ -1 &= b \end{aligned}$$

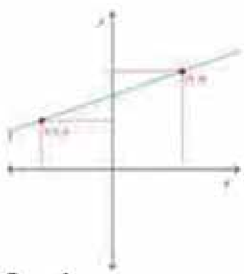
方程式は $y = -3x - 1$ となります。

つまずきやすい点：
傾きを計算する際に、生徒が点の座標の符号を付けない可能性があるため、冒頭の問題を解くにあたってこれを強調するとよいでしょう。

日付： **ユニット3 1.19**

Ⓟ 与えられた2つの座標を持つグラフの関数について、$y = ax + b$ 形式の方程式を作成しなさい。

点は （–3, 2） と （3, 4） です



Ⓢ 傾きを計算します： $a = \frac{4-2}{3-(-3)} = \frac{2}{3+3} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

方程式で点 （3, 4） を検討して b を求めます。

$$y = \frac{1}{3}x + b : 4 = \frac{1}{3}(3) + b$$
$$4 = 1 + b$$
$$b = 3$$

したがって、一次関数は $y = \frac{1}{3}x + 3$ となります。

Ⓡ a) $y = -2x + 1$
b) $y = 2x + 1$
c) $y = -3x - 1$
d) $y = 2x - 2$

宿題：ワークブックの72ページ。

レッスン 1

1.20 軸との切片から求める関数の方程式

P 点 (–4, 0) と (0, 6) を通る一次関数の方程式を表しなさい。

S 点を通る一次関数の方程式を求めるには、次のことを考慮する必要があります：

- 点 (0, 6) の形式は (0, y) で、y 軸との切片に当てはまるので、$b = 6$ となります。
- 傾きは、点 (–4, 0) と (0, 6) の座標を用いて計算します。

$$a = \frac{6-0}{0-(-4)} = \frac{6}{0+4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

- 方程式を a とb の決定値を式 $y = ax + b$ に代入して表すと、$y = \frac{3}{2}x + 6$ が得られます。

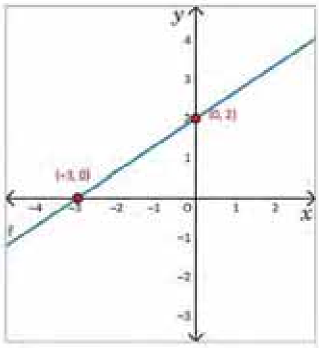
(x, 0) と (0, y) 形式の点は、切片と呼ばれます。

(0, y) は y 軸との切片；(x, 0) は x 軸との切片となります。

C 一次関数のグラフの (x, 0) 、(0, y) 形式の2点の座標がわかっている場合、次のことを考慮して方程式を求めることができます

1. (0, y) の場合 ➡ $y = b$ は y 軸との切片に当てはまります。
2. 傾き $a = \frac{y-0}{0-x} = \frac{y}{-x} = -\frac{y}{x}$
3. 方程式は、a と b の計算値を式 $y = ax + b$ に代入して表します。

E 関数のグラフが示す点の座標を考慮に入れて、それぞれの式を表します。



解答

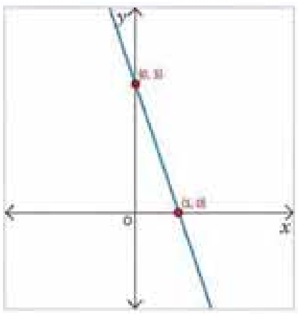
グラフが示す点を通る一次関数の方程式を求めるには、前の例と同様の方法を用います。

- y 軸との切片を特定すると、$b = 2$ となります。
- 傾き $a = \frac{2}{-(-3)} = \frac{2}{3}$ を計算します。
- 得られた値を a と b に代入して方程式を表すと、式 $y = ax + b$ の場合、$y = \frac{2}{3}x + 2$ が得られます。

1. 点を通過する一次関数の方程式を表します。
   a) (0, 3)、(4, 0)　$y = -\frac{3}{4}x + 3$
   b) (–2, 0)、(0, 4)　$y = 2x + 4$
   c) (3, 0)、(0, 6)　$y = -2x + 6$

2. 関数グラフ示す点の座標を考慮に入れて、それぞれの式を表します。

$y = -3x + 3$



ユニット 3

73

達成の目安

1.20 （x, 0）、（0, y）の2点の座標をもとに、$y = ax + b$ 形式の関数を作成しなさい。

学習の流れ

この授業では、一次関数の方程式について座標軸との切片から学習します。これは、前回の授業で扱った内容の特殊なケースです。

ねらい

Ⓟ、Ⓢ 軸との切片から一次関数の方程式を求めます。この時点で、生徒は2点から傾きを計算できるようになり、一次関数の切片についての理解を深めます。

2点が座標軸との切片である場合、これらから一次関数の方程式を取得するプロセスを簡略化することを教えます。

一部の設問の解答：

1. a) $a = -\frac{3}{4}$, $b = 3$, $y = -\frac{3}{4}x + 3$

2. y 軸上の切片：（0, 3）
   x 軸上の切片：（1, 0）
   $a = -\frac{3}{1} = -3$, $b = 3$, $y = -3x + 3$

注意：軸との切片（r, 0）、（0, s）を取得した場合に用いられる別の公式は $\frac{x}{r} + \frac{y}{s} = 1$ です。

日付： **ユニット3 1.20**

Ⓟ 点（−4, 0）と（0, 6）を通る一次関数の方程式を作成しなさい。

Ⓢ 切片

(0, 6) ➡ $b = 6$

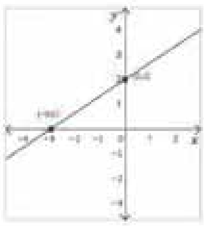
傾き

$a = \frac{6-0}{0-(-4)} = \frac{6}{0+4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$

したがって、一次関数は

$y = \frac{3}{2}x + 6$.

Ⓔ 下のグラフから一次関数の方程式を作成しなさい。



切片

(0, 2) ➡ $b = 2$

傾き

$a = -\frac{2}{-3} = \frac{2}{3}$

一次関数は$y = \frac{2}{3}x + 2$ となります。

Ⓡ 1. a) $y = -\frac{3}{4}x + 3$　　2. $y = -3x + 3$
b) $y = 2x + 4$
c) $y = -2x + 6$

宿題：ワークブックの74ページ。

1.21 復習問題

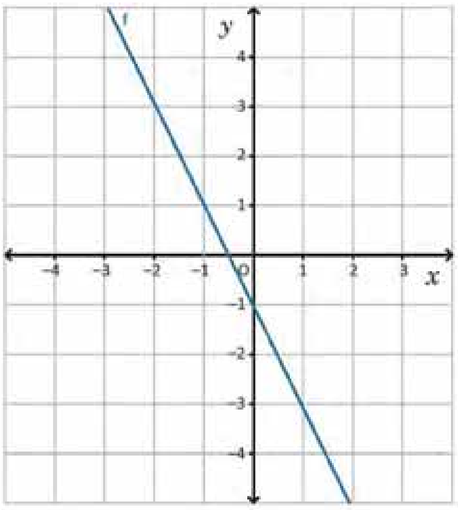
提示された問題を、自分のノートで、順番に解いていきなさい。

1. ある日、アナは3ユーロと引き換えに3.6ドル、カルロスは7ユーロと引き換えに8.4ドルを支払いました。
   a) ユーロの価格 y とドルの価格 x が与える直線の方程式を求めます。 $y = \frac{5}{6}x$
   b) 上記をグラフで表しましょう。
   c) 彼らは15ユーロと引き換えにいくら支払ったでしょうか？ 18 ドル

2. 綿花栽培者は、1時間の作業で30 kg の綿を摘み取り、毎日、労働時間の始まりに30分かけて準備をします。この状況を表す一次関数は、方程式 $y = 30x - 15$ で得られます。ここでは y は何 kg を綿を摘み取ったかを表し x は何時間が経過したかを表します。
   a) 関数の表を作成し、グラフ化しなさい。
   b) 8 時間の労働で何 kg の綿が摘み取れますか？ 225 kg

3. プールにホースを使って中断することなく注水すると、水位は1時間ごとに15cmずつ増加します。プールの最初の水位が 12cm であった場合。
   a) 3時間後の水位は何cm になりますか？ 57 cm
   b) x 時間後の水位 y を書きなさい。$y = 15x + 12$

4. グラフの関数は、次のように作成します
   a) 切片を特定しなさい。$b = -1$
   b) 変化の割合を求めなさい。 $a = -2$
   c) 関数の方程式を作成しなさい。$y = -2x - 1$



5. 同じ平面上で次の関数をグラフ化し、各数値について要求されていることを行いなさい。

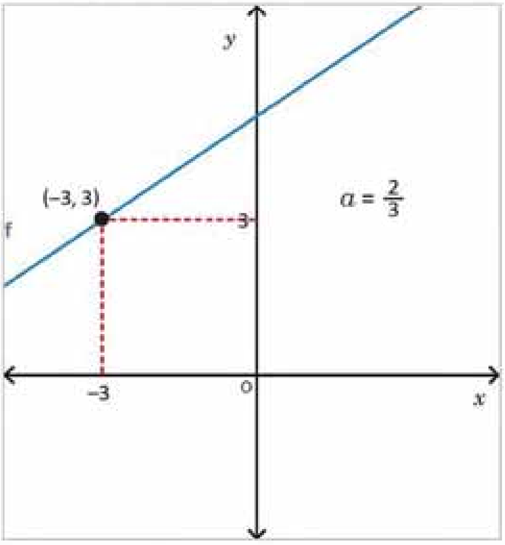
a) $y = 3x$	b) $y = 3x + 1$
c) $y = 3x - 1$	d) $y = -3x + 1$
e) $y = -3x - 1$	f) $y = 3x + 2$
g) $y = 3x + 3$	h) $y = 3x + 5$

   I. 切片を特定しなさい。
   II. 変化の割合を求めなさい。
   III. どのように結論付けますか？

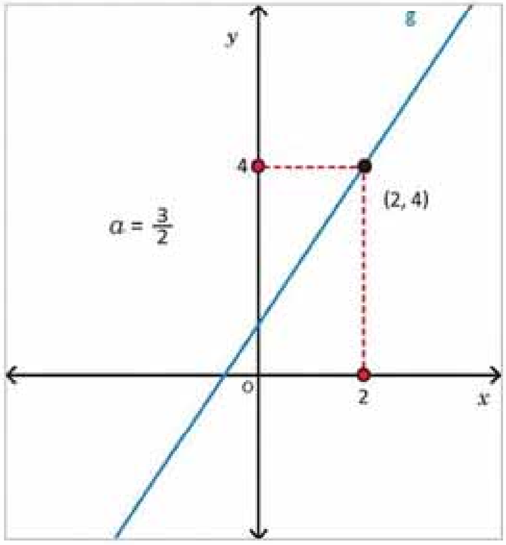
a) $b = 0, a = 3$	b) $b = 1, a = 3$
c) $b = -1, a = 3$	d) $b = 1, a = -3$
e) $b = -1, a = -3$	f) $b = 2, a = 3$
g) $b = 3, a = 3$	h) $b = 5, a = 3$

一次関数が同じ傾きである場合、それらは平行線であると結論付けられます。

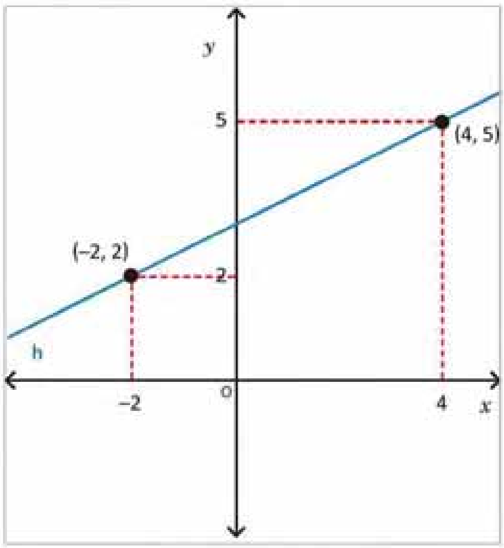
c) $y = \frac{2}{3}x + 5$



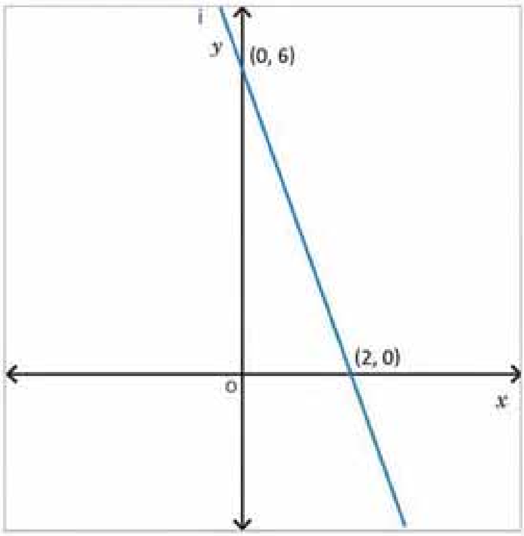
d) $y = \frac{3}{2}x + 1$



e) $y = \frac{1}{2}x + 3$



f) $y = -3x + 6$



5. 各問で与えられた情報を考慮に入れて、方程式 $y = ax + b$ を求めなさい。

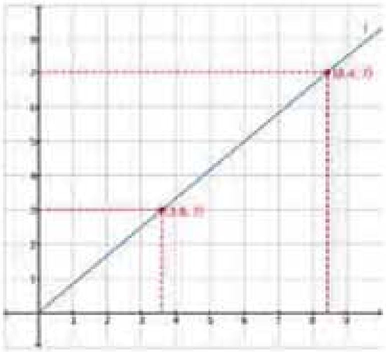
a) 傾きが 3 で、点 （0, 5） を通ります。$y = 3x + 5$
b) 傾きが $\frac{3}{4}$ で、点 （4, 3） を通ります。 $y = \frac{3}{4}x$
c) （0, −2） と （6, 2） の2点を通ります。$y = \frac{2}{3}x - 2$
d) （−2, 1） と （−1, 3） の2点を通ります。$y = 2x + 5$
e) 関数 $y = 3x - 2$ のグラフと平行で、点 （0, 7） を通る関数。$y = 3x + 7$

達成の目安

1.21 一次関数に当てはまる問題を解きなさい。

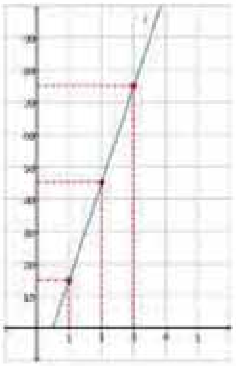
一部の設問の解答：

1. b)



2. a)

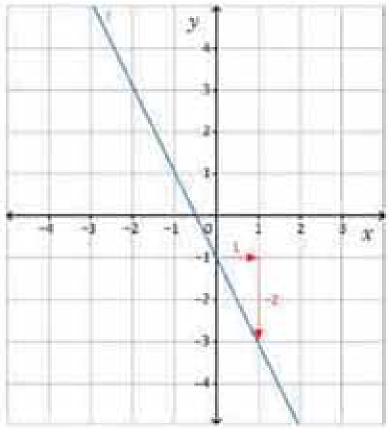
x	1	2	3	4	5
y	15	45	75	105	135



b) $y = 30(8) - 15 = 225$

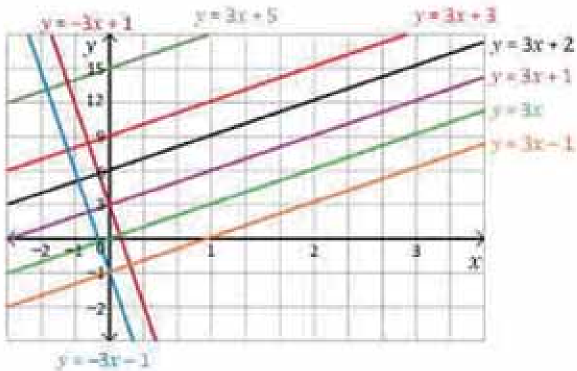
3. a) $15(3) + 12 = 57$

4. b)



$a = -2$

5.



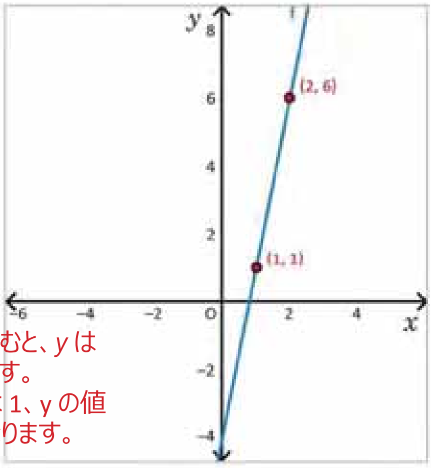
備考：問1から問3では、 x の値がゼロ以上の場合に解答が理にかなっているかどうか、よく考えることが重要です。

宿題：ワークブック 76 ページ

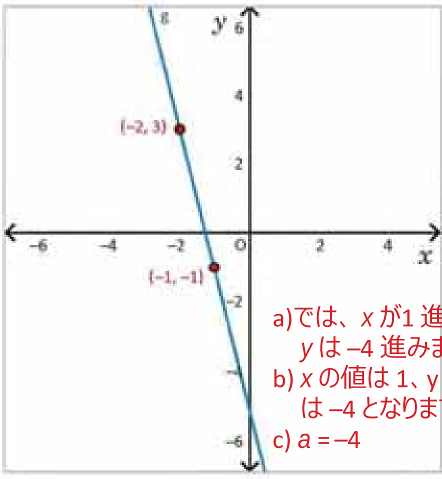
1.22 復習問題

提示された問題を、自分のノートで、順番に解いていきなさい。

1. 以下のグラフの関数について：
   a) x が1 進んだ場合、y がいくつ進むかを求め、自分の答えを立証しなさい。
   b) 表示された点の座標を考慮に入れて、x と y の増大分を求めなさい。
   c) 各グラフの関数の傾きを求めなさい。



a) x が1 進むと、y は 5進みます。
b) x の値は 1、y の値は 5 となります。
c) $a = 5$



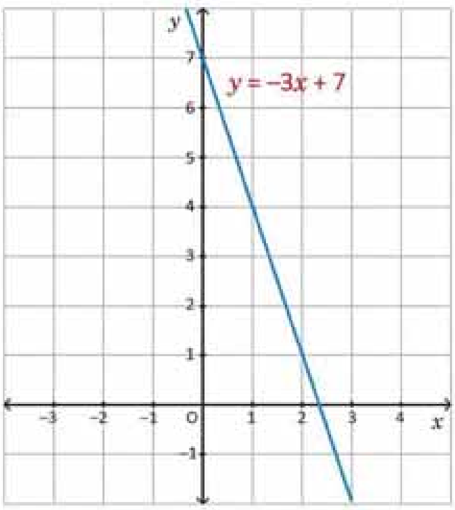
a)では、x が1 進むと、y は −4 進みます。
b) x の値は 1、y の値は −4 となります 。
c) $a = -4$

2. 以下の各関数の傾きと切片を特定しなさい：
   a) $y = x + 1$ $a = 1, b = 1$
   b) $y = 7x + 4$ $a = 7, b = 4$
   c) $y = -5x + 4$ $a = -5, b = 4$
   d) $y = \frac{5}{3}x - 2$ $a = \frac{5}{3}, b = -2$

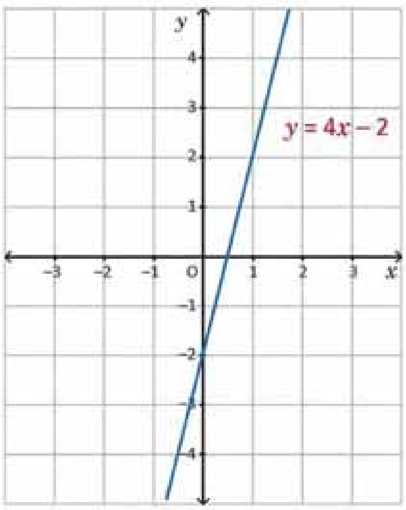
3. 各問について、y がどの値とどの値の間にあるかを求めます。
   a) $y = 8x - 10$、x は -1 から 5 の間にあります。
   y は -18 から 30 の間にあります
   $y = -6x + 5$、x は -2 から 3 の間にあります。
   y は -13 から 17 の間にあります

4. 各設問でグラフ化された関数を方程式で表しなさい：

a)



b)



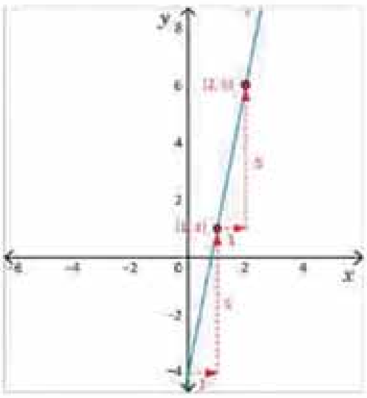
ユニット 3

達成の目安

1.22 一次関数に当てはまる問題を解きなさい。

一部の設問の解答：

1. a) グラフ上で



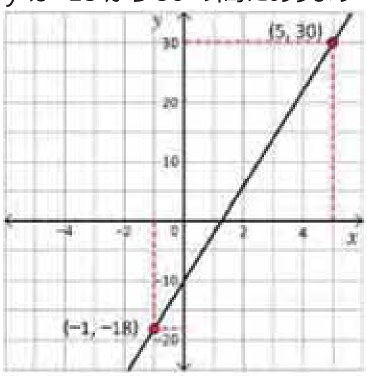
x が1 進むと、y は 5 進みます。

b) 表示された点は （1, 1） と （2, 6） であり、x の増大値は1で y の増大値は5 となります。

3. a) $y = 8(-1) - 10 = -18$

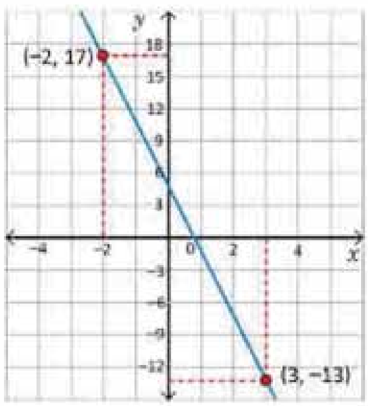
$y = 8(5) - 10 = 30$

y は -18 から 30 の間にあります



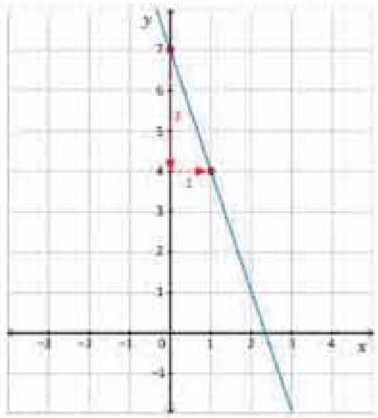
b) $y = -6(-2) + 5 = 17$, $y = -6(3) + 5 = -13$

y は -13 から 17 の間にあります



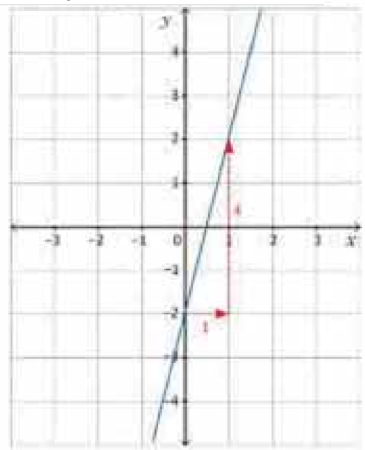
4. a) グラフ上で $a = -3$ 、$b = 7$

方程式は、$y = -3x + 7$



b) グラフ上で $a = 4$ 、$b = -2$

方程式は、$y = 4x - 2$



宿題：ワークブック77ページ

4. c) 傾き $a = \frac{2}{3}$

切片
方程式で （–3, 3） を検討します

$$y = \frac{2}{3}x + b$$
$$3 = \frac{2}{3}(-3) + b$$
$$3 = -2 + b$$
$$3 + 2 = b$$
$$5 = b$$

したがって、方程式は $y = \frac{2}{3}x + 5$ となります。

e) 傾き

$$a = \frac{5-2}{4-(-2)} = \frac{5-2}{4+2} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

切片
方程式で （–2, 2） を検討します

$$y = \frac{1}{2}x + b$$
$$2 = \frac{1}{2}(-2) + b$$
$$2 = -1 + b$$
$$2 + 1 = b$$
$$3 = b$$

したがって、方程式は $y = \frac{1}{2}x + 3$ となります。

f) 傾き

$$a = -\frac{6}{2} = -3$$

切片

$$b = 6$$

したがって、方程式は：

$$y = -3x + 6$$

5. c) 傾き

$$a = \frac{2-(-2)}{6-0} = \frac{2+2}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

切片

$$b = -2$$

したがって、方程式は $y = \frac{2}{3}x - 2$ となります。

e) 求めるべき一次関数の方程式が $y = ax + b$ である場合、平行関係により傾き $a = 3$、切片 $b = 7$ であることが満たされなければなりません。

したがって、方程式は $y = 3x + 7$ となります。

2.1 二元一次方程式のグラフの書き方

P

方程式 $x + 2y + 4 = 0$ は、どのようなグラフに表すことができますか？

S

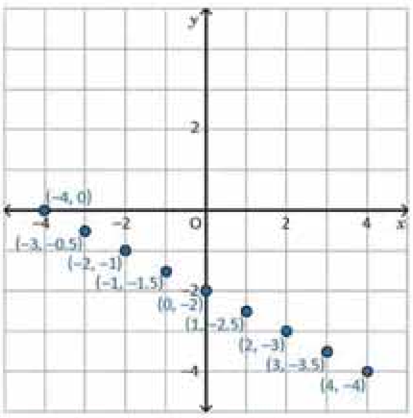
方程式$x + 2y + 4 = 0$をグラフで表すには、いくつかのxの値とそれぞれに対応するyの値を求め、それを平面上に順序対として表す必要があります。例えば、$x = -4$ の場合、方程式に代入すると、$-4 + 2y + 4 = 0$、$2y = 0$、よって、$y = 0$ となります。得られた値を表にまとめます。

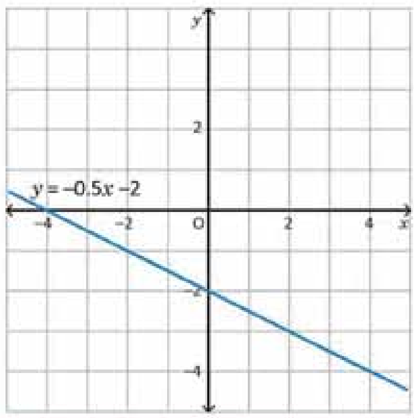
x	…	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	…
y	…	0	$-\frac{1}{2}$	-1	$-\frac{3}{2}$	-2	$-\frac{5}{2}$	-3	$-\frac{7}{2}$	-4	…

計算を簡単にするために、方程式を y について解くことができます。x と 4 を右側に移動し、$x + 2y + 4 = 0 \Rightarrow 2y = -x - 4$、両辺を2で割り、$y = -\frac{1}{2}x - 2$

もう一つの方法として、値xに対応するyの値を求め、さらにいくつかの xの値を代入します。 lo

$x = -2$であれば、$y = -\frac{1}{2}(-2) - 2$、よって、$y = -1$。





C

$ax + by + c = 0$の形の方程式をグラフに表すには、方程式が真となる x と y のいくつかの値を求め、これらを平面上に順序対として表す必要があります。

$ax + by + c = 0$の形の方程式のグラフ表示を一次関数のグラフと比較すると、いずれの場合もグラフは直線であり、方程式 $ax + by + c = 0$をグラフに表すには x に対応する y の値を求める必要があると結論づけることができます。

次の各方程式について、

1. xに対応するyの値を求めましょう。
2. 順序対をまとめた表を作成しましょう。
3. 上記をグラフで表しましょう。

a) $-x + y - 3 = 0$
1. $y = x + 3$

b) $-2x + y - 2 = 0$
1. $y = 2x + 2$

c) $x + 2y - 6 = 0$
1. $y = -\frac{1}{2}x + 3$

ユニット3

77

達成の目安

2.1 二元一次方程式のグラフは一次関数と同じ形であることを確認します。

学習の流れ

この課を通して学習する二元一次方程式が導入されます。この方程式のグラフが、変数yについて解くことによって得られる一次関数と一致することを明らかにします。

ねらい

Ⓟ、Ⓢ 値の表を作成することによって二元一次方程式をグラフに表し、その形が一次関数のものと同じであることを確認します。

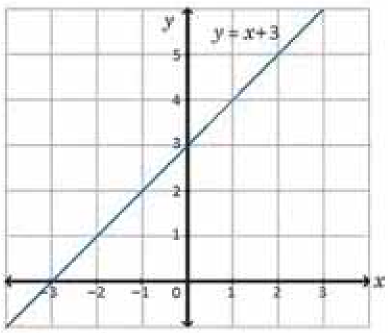
一部の設問の回答

a) 1. $y = x + 3$

2.

x	−2	−1	0	1	2
y	1	2	3	4	5

3.

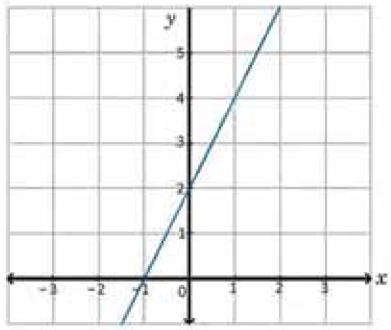


b) 1. $y = 2x + 2$

2.

x	−2	−1	0	1	2
y	2	0	2	4	6

3.



c) 1. $y = -\frac{1}{2}x + 3$

2.

x	−2	−1	0	1	2
y	4	$\frac{7}{2}$	3	$\frac{5}{2}$	2

日付： **ユニット3 2.1**

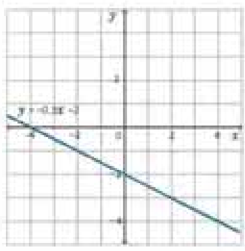
Ⓟ 方程式$x + 2y + 4 = 0$は、どのようなグラフに表すことができますか？

Ⓢ 方程式にxの値を代入します。

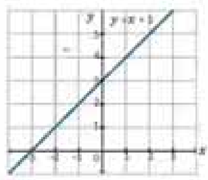
$x = -4$の場合 → $-4 + 2y + 4 = 0$ → $y = 0$
$x = -3$の場合 → $-3 + 2y + 4 = 0$ → $y = -\frac{1}{2}$
$x = -2$の場合 → $-2 + 2y + 4 = 0$ → $y = -1$
$x = -1$の場合 → $-1 + 2y + 4 = 0$ → $y = -\frac{3}{2}$
$x = 0$の場合 → $0 + 2y + 4 = 0$ → $y = -2$
$x = 1$の場合 → $1 + 2y + 4 = 0$ → $y = -\frac{5}{2}$

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
y	0	$-\frac{1}{2}$	−1	$-\frac{3}{2}$	−2	$-\frac{5}{2}$	−3	$-\frac{7}{2}$	−4

このグラフも、$y = -\frac{1}{2}x - 2$をグラフに表したものです。



Ⓡ a) 1. $y = x + 3$



b) 1. $y = 2x + 2$

c) 1. $y = -\frac{1}{2}x + 3$

宿題：練習帳の78ページ

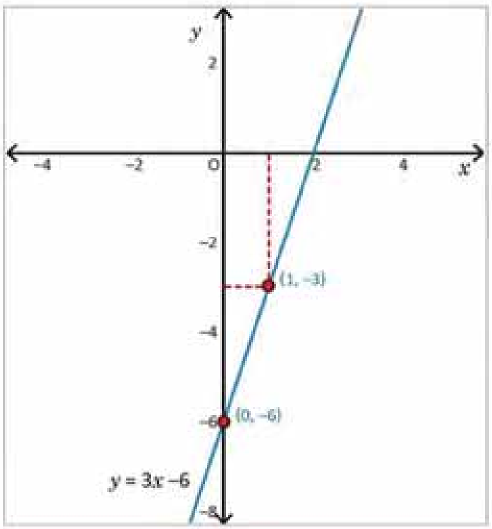
2.2 方程式$ax + by + c = 0$のグラフと関数$y = ax + b$の関係

P

方程式 $-6x + 2y + 12 = 0$ を $y = ax + b$ の形に変形してからグラフに表しましょう。

S

- 方程式$-6x + 2y + 12 = 0$を$y = ax + b$の形に変形するには、次のようにしてyについて解きます。
  $-6x$と12を右側に移動し、$2y = 6x - 12$、
  両辺を2で割り、$y = 3x - 6$



- 次に、これをグラフに表すと、傾き$a = 3$、切片 $b = -6$ となります。つまり、点（0, 6）を通ります。
- グラフ上のもう一つの点を求めます。

$x = 1$の場合

$$y = 3(1) - 6$$

$$y = -3$$

したがって、グラフは点（1, −3）を通ります。

点（0, −6） と （1, −3）を通るグラフを描きます。

C

二元一次方程式を直線の$y = ax + b$の形に変形するには、以下のようにする必要があります。

1. 方程式$6x + 2y + 12 = 0$をyについて解きます。
2. 傾きaと切片bを求めます。
3. 傾きと切片から、グラフ上の別の座標を求めます。
4. 求めた2つの点を通る直線を描きます。

以下の各方程式について、次のことを行いましょう：

1. 方程式をyについて解き、$y = ax + b$の形に変形しましょう。
2. グラフが通るもう一つの点を求めましょう。
3. グラフを描きましょう。

a) $-x + y = 6$	1. $y = x + 6$	2. (1, 7)
b) $2x + y = 10$	1. $y = -2x + 10$	2. (1, 8)
c) $3x - y = 1$	1. $y = 3x - 1$	2. (1, 2)

達成の目安

2.2 二元一次方程式を、一次関数$y = ax + b$の形に変換します。

学習の流れ

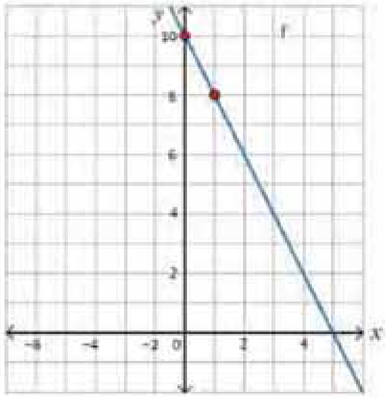
一次方程式は一次関数になることを生徒たちが学んだところで、変数yについて解くことによってその関数を求めます。

ねらい

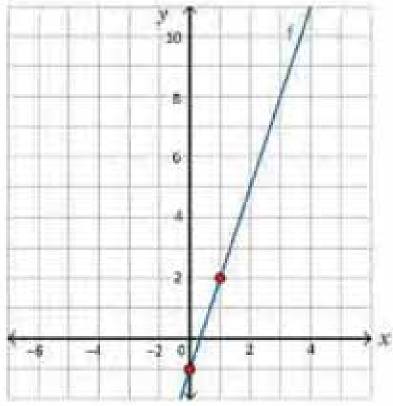
Ⓟ、Ⓢ 与えられた方程式の変数yについて解き、$y = ax + b$の形に変形し、そのうち1つの点が関数の切片となるように2つの点を求めてからグラフに表します。
二元一次方程式を一次関数に変換してグラフを作成する過程をまとめます。

一部の設問の回答

b) 1. $y = -2x + 10$
2. (1, 8)
3.



c) 1. $y = 3x - 1$
2. (1, 2)
3.



日付：

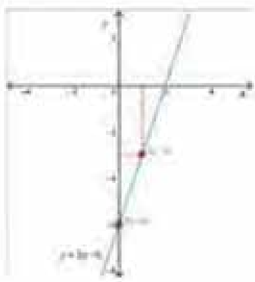
ユニット3 2.2

Ⓟ 方程式$-6x + 2y + 12 = 0$を$y = ax + b$の形に変形してからグラフに表しましょう。

Ⓢ yについて解きます： $2y = 6x - 12$
$y = 3x - 6$

切片$b = -6$なので、直線は点（0, 6）を通ります。
グラフ上のもう一つの点を求めます。
$x = 1$の場合、$y = 3(1) - 6$
$y = -3$
点は（1, −3）です。

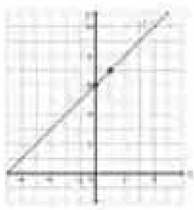
点（0, −6）と（1, −3）を通るグラフを描きます。



Ⓡ a) 1. $y = x + 6$

2. (1, 7)

3.



宿題：練習帳の79ページ

2.3 切片に基づく方程式$ax + by + c = 0$のグラフ

P

方程式$2x + y - 4 = 0$について、次のことを行いましょう。

1. $x = 0$の場合のy軸の切片を求めましょう。
2. $y = 0$の場合のx軸の切片を求めましょう。
3. 方程式のグラフを描きましょう。

S

座標軸との切片は次のとおりです。

1. $x = 0$であることから、y軸の切片は次のようになります。

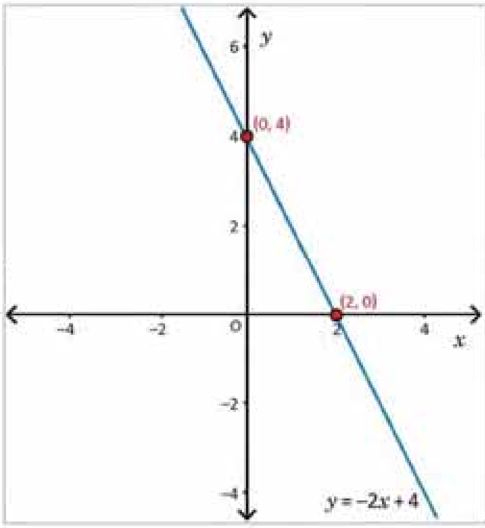
$$2(0) + y - 4 = 0$$
$$0 + y - 4 = 0$$
$$y = 4$$

点（0, 4）が得られます。

2. x軸の切片は、$y = 0$であるのでこれを式$2x + y - 4 = 0$に代入し、

$$2x + 0 - 4 = 0$$
$$2x - 4 = 0$$
$$2x = 4$$
$$x = 2$$

点（2, 0）が得られます。



3. 点（0, 4）および（2, 0）を書き、グラフを描きます。

C

方程式$ax + by + c = 0$のグラフを描くには、2つの点が分かれば十分であり、x軸とy軸の切片を利用することができます。以下を行う必要があります。

1. y軸の切片（0, b）を求めます。
2. x軸の切片を求めます。$y = 0$とし、対応するxの値を計算し、点（x, 0）を求めます。
3. 切片を書き入れ、グラフを描きましょう。

各方程式について、次のことを行いましょう：

1. グラフのy軸とx軸の切片の値を求めましょう。
2. 方程式のグラフを描きましょう。

a) $3x + y = 6$
1. y切片 (0, 6)　x切片 (2, 0)。

b) $5x - 2y = 10$
1. y切片 (0, –5)　x切片 (2, 0)。

c) $3x - y = -6$
1. y切片 (0, 6)　x切片 (-2, 0)。

ユニット3

79

達成の目安

2.3 x軸とy軸の切片を求めることによって、$ax + by + c = 0$の形の方程式をグラフに表します。

学習の流れ

この授業では、二元一次方程式をグラフに表示することに取り組みます。座標軸との切片を利用することにより、変数yについて解くことを省きます。

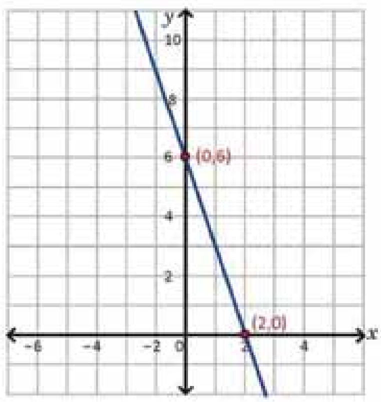
ねらい

Ⓟ、Ⓢ 関数の両座標軸の切片を求めることによって、二元一次方程式をグラフに表します。

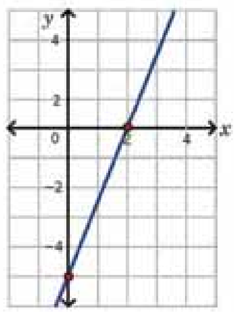
© 両座標軸の切片に基づき方程式$ax + by + c = 0$をグラフに表す手順を確立します。

一部の設問の回答

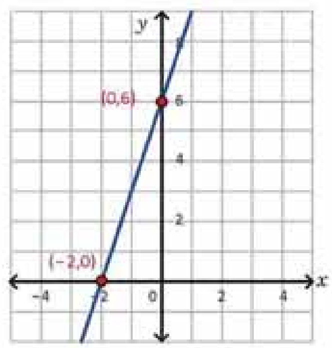
a) 2.



b) 2.



c) 2.



教材：
- 練習問題セクションの冒頭問題および設問a) とb) の方程式をグラフに表すためのボンド紙上の座標平面。
- 木製の定規または三角定規

日付：

ユニット3 2.3

Ⓟ 方程式$2x + y - 4 = 0$について、次のことを行いましょう。
1. $x = 0$の場合のy軸の切片を求めましょう。
2. $y = 0$の場合のx軸の切片を求めましょう。
3. 方程式のグラフを描きましょう。

Ⓢ 1. $x = 0$の場合 ➡ $2(0) + y - 4 = 0$

$y - 4 = 0$

yについて解きます、$y = 4$

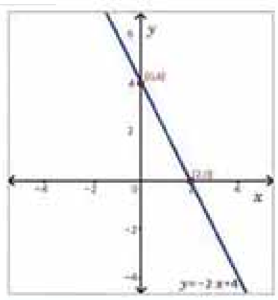
y 切片は（0, 4）です。

2. $y = 0$の場合 ➡ $2x + 0 - 4 = 0$

$2x - 4 = 0$

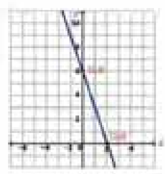
xについて解きます、$x = 2$

x 切片は（2, 0）です。



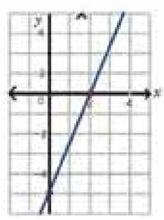
Ⓡ a) 1. y切片（0, 6）x切片（2, 0）。

2.



b) 1. y切片（0, −5）x切片（2, 0）。

2.



宿題：練習帳の80ページ

2.4 $a = 0$の場合の、$ax + by + c = 0$の形の方程式のグラフの書き方

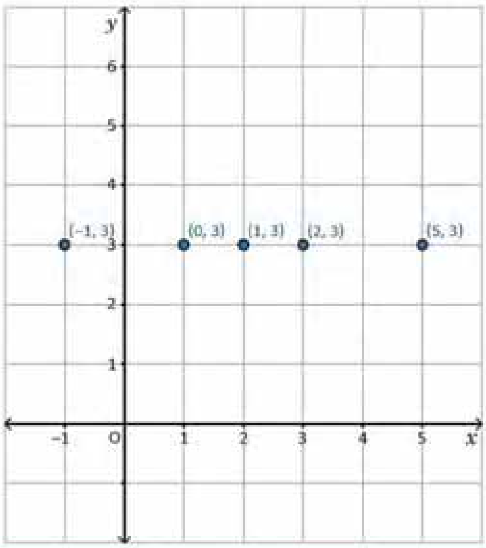
P

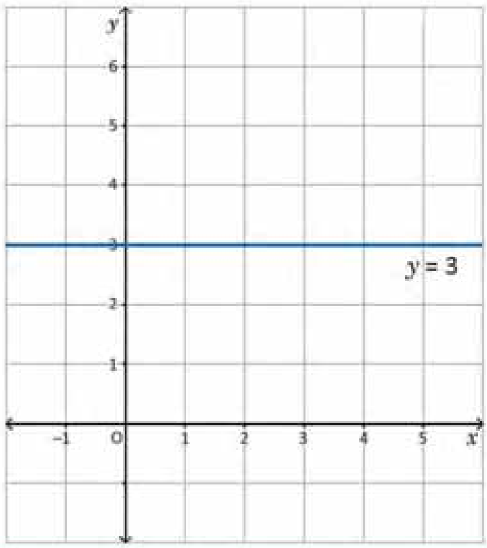
方程式$3y - 9 = 0$について、次のことを行いましょう。

1. 方程式をyについて解きましょう。
2. 等式を満たす少なくとも4組のxとyの値を求めましょう。
3. 方程式のグラフを描きましょう。

S

1. 方程式をyについて解くと、$3y = 9$となります。よって、$y = 3$。
2. 順序対を求めるには、方程式$y = 3$にはxが含まれていないことから、$y = 3$となるあらゆる順序対となります。
   例：（−1, 3）、（0, 3）、（1, 3）、（2, 3）、（5, 3）など。
3. よって、グラフに表すと次のようになります。





C

方程式$by + c = 0$をグラフに表すと、$y = -\frac{c}{b}$ の水平な直線を描きます。つまり、xはいかなる値にもなり得ます。したがって、グラフは展開例が示すようにx軸に平行な直線になります。

次の$by + c = 0$の形の各方程式について、

1. 未知数yについて解きましょう。
2. 上記を、点（$0, -\frac{c}{b}$）を通りx軸と平行な直線を描くグラフに表しましょう。

a) $2y - 10 = 0$	b) $-3y - 9 = 0$	c) $\frac{1}{2}y - 3y = 0$	d) $4y + 12 = 0$
1. $y = 5$	1. $y = -3$	1. $y = 0$	1. $y = -3$

80

達成の目安

2.4 $by = c$の形の方程式をグラフに表します。

学習の流れ

二元一次方程式の変数xの係数がゼロであることから、グラフに表すと水平な直線になる場合について学習します。

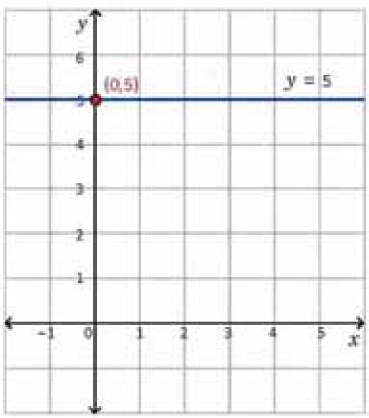
ねらい

Ⓟ、Ⓢ 方程式$by = c$を満たす順序対は水平な直線になることを理解します。

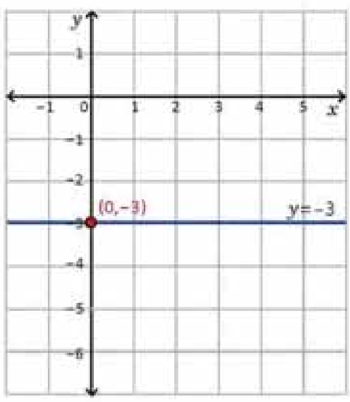
一部の設問の回答

a) 1. $2y - 10 = 0 \Longrightarrow 2y = 10 \Longrightarrow y = 5$

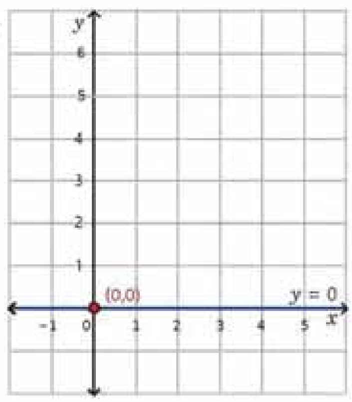
2.



b) 2.



c) 2.



日付： **ユニット3 2.4**

Ⓟ 方程式$3y - 9 = 0$について、次のことを行いましょう。
1. 方程式をyについて解きましょう。
2. 等式を満たす少なくとも4組のxとyの値を求めましょう。
3. 方程式のグラフを描きましょう。

Ⓢ 1. $3y - 9 = 0$

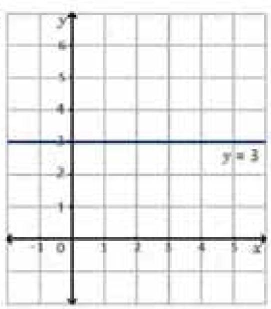
$3y = 9$

$y = 9 \div 3$

$y = 3$

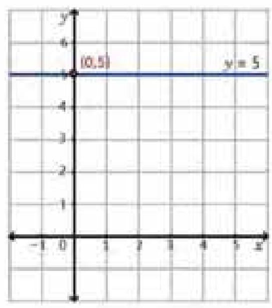
2. (−1, 3), (0, 3), (1, 3), (2, 3), (5, 3)

3.



Ⓡ 1. a) $y = 5$

2. a)



宿題：練習帳の81ページ

2.5 $b = 0$の場合の、$ax + by + c = 0$の形の方程式のグラフの書き方

P

方程式$3x + 6 = 0$について、次のことを行いましょう。

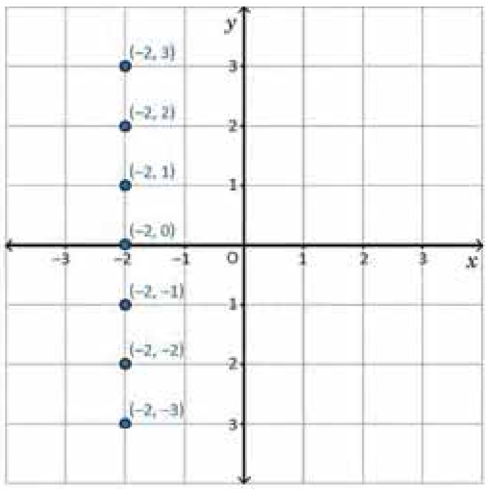
1. 方程式をxについて解きましょう。
2. 等式を満たす少なくとも4組のxとyの値を求めましょう。
3. 方程式のグラフを描きましょう。

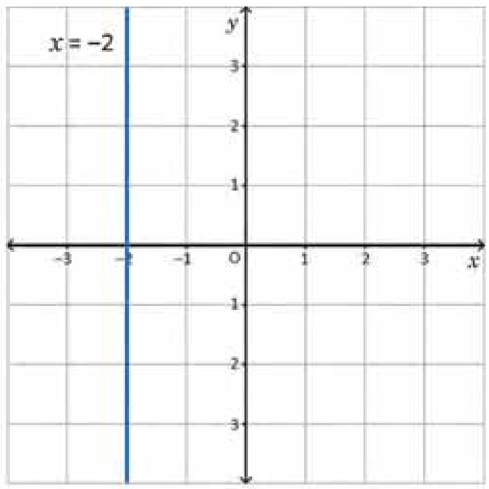
S

1. 方程式をxについて解くと、$3x = -6$となります。よって、$x = -2$。

2. 順序対を求めるには、方程式$x = -2$にはyが含まれていないことから、$x = -2$となるあらゆる順序対となります。例：（−2, −3）、（−2, −2）、（−2, −1）、（−2, 0）、（−2, 1）、（−2, 2）、（−2, 3）など。

3. よって、グラフに表すと次のようになります。





C

方程式$ax + c = 0$をグラフに表すと、$x = -\frac{c}{a}$ の垂直な直線だけが描かれます。つまり、yはいかなる値にもなり得ます。したがって、グラフは展開例が示すようにy軸に平行な直線になります。

次の$ax + c = 0$の各方程式について、

1. 未知数xについて解きましょう。
2. 上記を、点（$-\frac{c}{a}$, 0）を通りy軸と平行な直線を描くグラフに表しましょう。

a) $x - 2 = 0$
1. $x = 2$

b) $-2x + 6 = 0$
1. $x = 3$

c) $5x + 20 = 0$
1. $x = -4$

d) $\frac{1}{2}x - 2 = 0$
1. $x = 4$

達成の目安

2.5 $ax = c$の形の方程式をグラフに表します。

学習の流れ

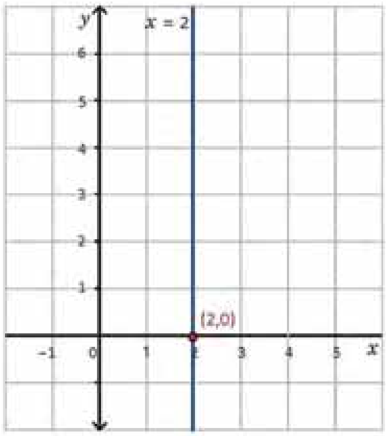
ここでは、yの係数がゼロであることからグラフが垂直な直線を表す場合について学習します。

ねらい

Ⓟ、Ⓢ 前回の授業で学習した事例と同様に、方程式$ax = c$を満たす順序対は垂直な直線になることを理解する必要があります。この授業までに、生徒は直線で示される様々な種類の方程式を認識しグラフに表すための知識を習得しました。

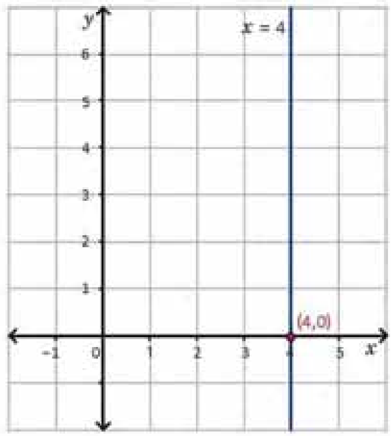
一部の設問の回答

a) 2.



d) 1. $\frac{1}{2}x - 2 = 0 \Rightarrow x - 4 = 0 \Rightarrow x = 4$

2.



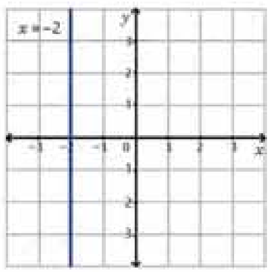
日付： **ユニット3 2.5**

Ⓟ 方程式$3x + 6 = 0$について、次のことを行いましょう。
1. 方程式をxについて解きましょう。
2. 等式を満たす少なくとも4組のxとyの値を求めましょう。
3. 方程式のグラフを描きましょう。

Ⓢ 1. $3x + 6 = 0$
$3x = -6$
$x = -6 \div 3$
$x = -2$

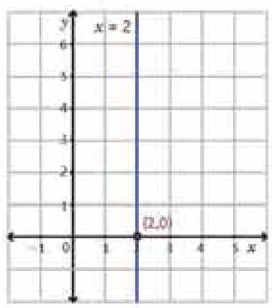
2. $(-2, -3), (-2, -2), (-2, -1), (-2, 0), (-2, 1), (-2, 2), (-2, 3)$

3.



Ⓡ 1. a) $x - 2 = 0$
$x = 2$

2. a)



宿題：練習帳の82ページ

2.6 $ax + by + c = 0$ の形の2つの方程式のグラフの交点

P

連立方程式 $\begin{cases} -3x + y + 6 = 0 & ① \\ x - y + 2 = 0 & ② \end{cases}$ について、次のことを行いましょう。

1. 2つの方程式を$y = ax + b$の形に変形しましょう。
2. 2つの方程式のグラフを同じ平面上に描きましょう。
3. 2つの直線が交差する点の座標を求めましょう。
4. 交点の意味を解釈しましょう。

S

1. 方程式をyについて解くと、$\begin{cases} y = 3x - 6 & ① \\ y = x + 2 & ② \end{cases}$ となります。

2. 各方程式のグラフを取得するには、2つの点を特定します。この点は、y軸の切片および追加のもう一つの点とすることができます。

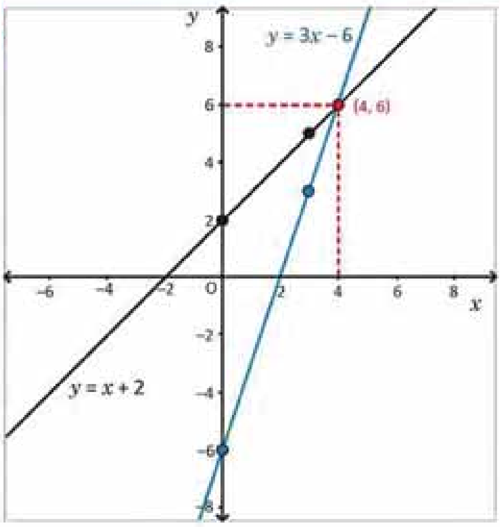
① $x = 3$の場合、次のようになります。 ②

$y = 3(3) - 6$
$y = 9 - 6$
$y = 3$

$y = x + 2$
$y = 3 + 2$
$y = 5$

以下の点を通ります。
(0, −6) および (3, 3)

以下の点を通ります。
(0, 2) および (3, 5)



3. y軸とx軸にそれぞれ平行な線を描くことで、2つのグラフが交差する点の座標が特定されます。グラフに示すように、点 （4, 6）となります。

4. 点 （4, 6） は2つの方程式のグラフに対応していることから、2つの方程式を満たしていると言えます。したがって、2つの二元一次方程式から成る連立方程式の解となります。よって、連立方程式の解は、$x = 4$, $y = 6$となります。

提示された連立方程式の解を求めるもう一つの方法は、すでに習った方法のいずれかを使うというものです。

C

連立二元一次方程式のグラフを同じ平面上に描く場合、2つのグラフが交差する点の座標が連立方程式の解となります。したがって、連立方程式はグラフを使って解くこともできます。2つのグラフを同じ平面上に表し、交点となる座標を特定します。

以下の各連立方程式について、次のことを行いましょう：

1. 2つの方程式を、傾き切片型に変形しましょう。
2. 2つの方程式のグラフを同じ平面上に描きましょう。
3. 2つの直線が交差する点の座標を求めましょう。
4. すでに習った方法を用いて解を求めましょう。

a) $\begin{cases} x + y = 7 & ① \\ -x + y = -1 & ② \end{cases}$ 1. $y = -x + 7$ 　$y = x - 1$ 　4. (4, 3)

b) $\begin{cases} 2x + y = 8 & ① \\ -2x + y = -8 & ② \end{cases}$ 1. $y = -2x + 8$ 　$y = 2x - 8$ 　4. (4, 0)

82

達成の目安

2.6 $ax + by + c = 0$ の形の2つの方程式のグラフの交点をもとめます。

学習の流れ

ユニット2では、連立二元一次方程式を解く方法を学びました。この授業では、本課で習得した知識を用いた解の意味を、グラフを使用して説明します。

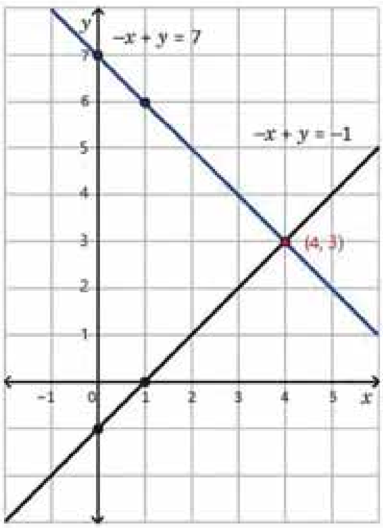
ねらい

Ⓟ、Ⓢ 2つの直線の交点を、連立二元一次方程式の各方程式から得られる解として解釈します。

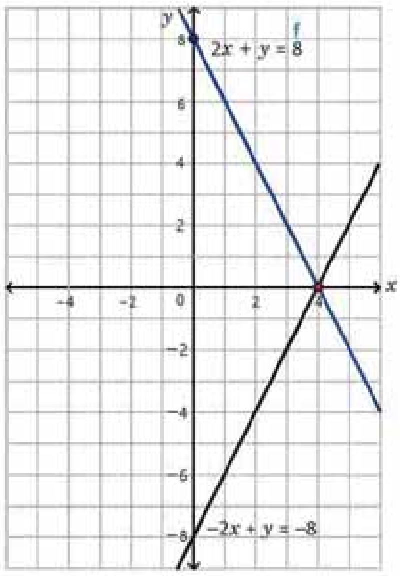
一部の設問の回答

1.（加減法を用いると簡単であることを強調します）。

a) 2.



b) 2.



日付：

ユニット3 2.6

Ⓟ 連立方程式について、次のことを行いましょう。 $\begin{cases} -3x + y + 6 = 0 & ① \\ x - y + 2 = 0 & ② \end{cases}$

1. 2つの方程式を$y = ax + b$の形に変形して、同じ平面上にグラフで表しましょう。
2. 2つの直線の交点を求めましょう。
3. この解を解釈しましょう。

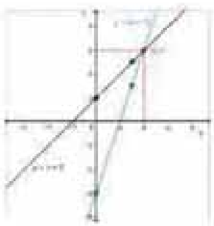
Ⓢ 1. $\begin{cases} y = 3x - 6 & ① \\ y = x + 2 & ② \end{cases}$

$x = 3$の場合、次のようになります。

① 点 (0, −6) および (3, 3)

② 点 (0, 2) および (3, 5)

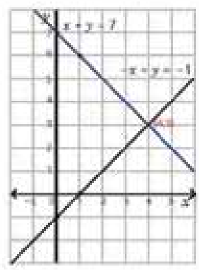
2.



3. 交点 (4, 6) が ①と②を満たすことから、連立方程式の解となります。よって、連立方程式の解は、$x = 4$、$y = 6$です。

Ⓡ a) $\begin{cases} x + y = 7 & ① \\ -x + y = -1 & ② \end{cases}$ 1. $\begin{cases} y = -x + 7 & ① \\ y = x - 1 & ② \end{cases}$

2.



3. (4, 3)

4. (4, 3)

宿題：練習帳の83ページ

2.7 グラフを利用したax + by + c = 0 の形の連立方程式の解き方

P

次の連立方程式をグラフを使って解きましょう：

$$\begin{cases} 2x + 3y = 12 & ① \\ -x - 3y = 3 & ② \end{cases}$$

方程式をグラフに表すために、x軸とy軸の交点を求めることができます。

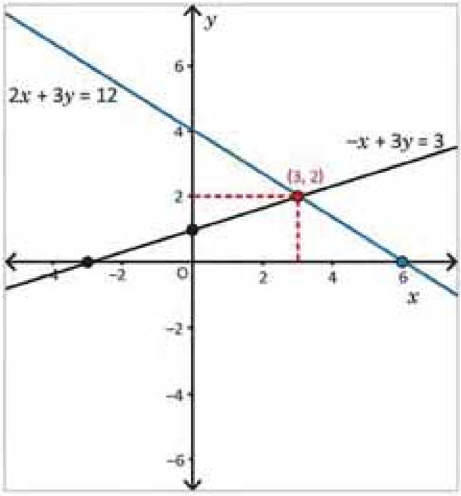
S

グラフを用いて連立方程式を解くには、交点を利用することができます。次のように行います。

1. 各方程式について、x軸とy軸との交点の座標を求めます。

2. 交点に基づいて、2つの方程式のグラフを同じ平面上に描きます。

方程式	y切片 (x = 0)	x切片 (y = 0)	順序対
$2x + 3y = 12$	$2(0) + 3y = 12$ $y = 4$ $(0, 4)$	$2x + 3(0) = 12$ $x = 6$ $(6, 0)$	(0, 4) 、(6, 0)
$-x + 3y = 3$	$-(0) + 3y = 3$ $y = 1$ $(0, 1)$	$-x + 3(0) = 3$ $x = -3$ $(-3, 0)$	(0, 1) 、(−3, 0)



3. グラフを作成し、交点を求めます。

4. 解を分析します。グラフに示すように、連立方程式の解は $x = 3$, $y = 2$です。

C

連立方程式の解をグラフを用いて求めるには、交点を利用して次のように行います。

1. x軸と y軸それぞれとの交点を求めます。
2. 交点を平面上に表し、グラフを作成します。
3. 両直線の交点のxとyの値を求めます。

以下の連立方程式のすべての解をグラフを使って求めましょう。

a) $\begin{cases} 3x + 4y = 12 & ① \\ x + 4y = -4 & ② \end{cases}$ (8, −3)

b) $\begin{cases} -x + y = -2 & ① \\ -x + 2y = 2 & ② \end{cases}$ (6, 4)

ユニット3

83

達成の目安

2.7 2つの二元一次方程式から成る連立方程式の解をグラフを使って求めます。

学習の流れ

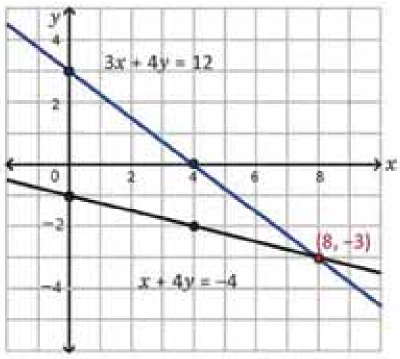
前回の授業では、2つの直線の交点を、立てられた連立方程式の解として解釈しました。今回はこれを、2つの一次方程式から成る連立方程式を解くために利用します。

ねらい

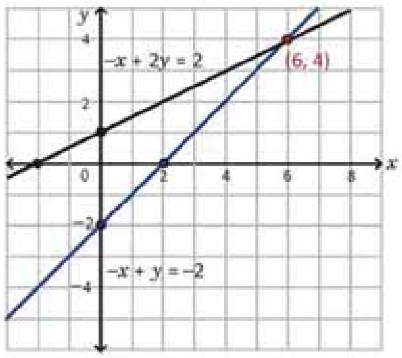
Ⓟ、Ⓢ 交点を表すグラフに基づき、連立二元一次方程式を解きます。

一部の設問の回答

a)



b)



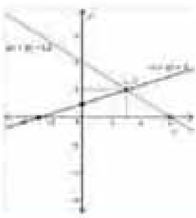
日付： **ユニット3 2.7**

Ⓟ 次の連立方程式をグラフを使って解きましょう

$$\begin{cases} 2x + 3y = 12 & ① \\ -x - 3y = 3 & ② \end{cases}$$

Ⓢ

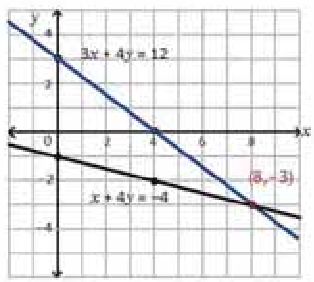
方程式	y切片（$x = 0$）	x切片（$y = 0$）	順序対
$2x + 3y = 12$	$2(0) + 3y = 12$ $y = 4$ $(0, 4)$	$2x + 3(0) = 12$ $x = 6$ $(6, 0)$	(0, 4)、(6, 0)
$-x + 3y = 3$	$-(0) + 3y = 3$ $y = 1$ $(0, 1)$	$-x + 3(0) = 3$ $x = -3$ $(-3, 0)$	(0, 1)、(−3, 0)



交点は（3, 2）です。

よって、連立方程式の解は、$x = 3$ 、$y = 2$です。

Ⓡ a)



解は、$x = 8$、$y = -3$

宿題：練習帳の84ページ

2.8 復習問題

これまでに学んできた問題を解くための戦略と方法を用いて、次の問題を解きましょう。

1. 以下の各一次方程式について、次のことを行いましょう：
   - yについて解きましょう。可能であれば$y = ax + b$の形に変形しましょう。
   - 可能であれば、それぞれの軸との交点を求めましょう。
   - 上記を座標平面上にグラフで表しましょう。

a) $2x + y = 6$
$y = -2x + 6$, $(0, 6)$, $(3, 0)$

b) $x + 3y = 12$
$y = -\frac{1}{3}x + 4$, $(0, 4)$, $(12, 0)$

c) $3x + 4y = 12$
$y = -\frac{3}{4}x + 3$, $(0, 3)$, $(4, 0)$

d) $5x - 3y = 15$
$y = \frac{5}{3}x - 5$, $(0, -5)$, $(3, 0)$

e) $\frac{1}{2}y - 3 = 0$
$y = 6$, $(0, 6)$

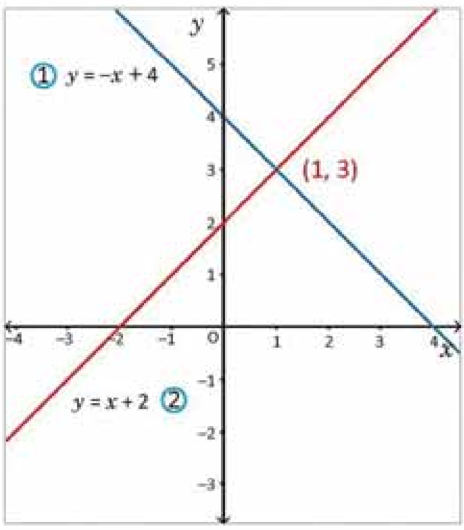
f) $3y + 9 = 0$
$y = -3$, $(0, -3)$

g) $\frac{1}{3}x - 1 = 0$
$x = 3$, $(3, 0)$

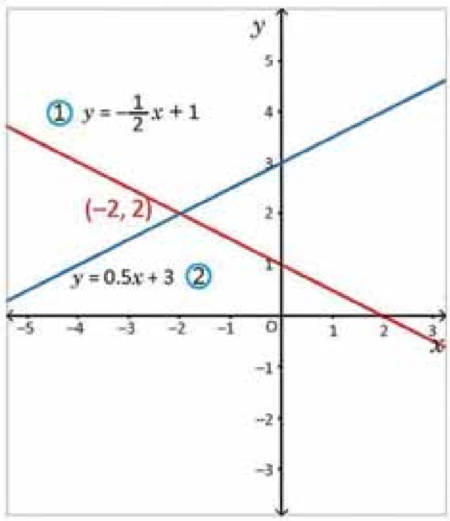
h) $2x + 6 = 0$
$x = -3$, $(-3, 0)$

2. 連立方程式を構成する各方程式とそれぞれ対応するグラフを関連付け、解を求めましょう。

a)



b)



3. 以下の各連立方程式について、次のことを行いましょう：
   - 方程式を $y = ax + b$の形で表しましょう。
   - 2つの方程式のグラフを同じ平面上に描きましょう。
   - 連立方程式の解を求めましょう。

a) $\begin{cases} -2x + 5y = 10 & ① \\ 2x + 3y = 6 & ② \end{cases}$
$y = \frac{2}{5}x + 2$
$y = -\frac{2}{3}x + 2$
$(0, 2)$

b) $\begin{cases} x - y = 1 & ① \\ 2x + 3y = 12 & ② \end{cases}$
$y = x - 1$
$y = -\frac{2}{3}x + 4$
$(3, 2)$

c) $\begin{cases} -x + 2y = -6 & ① \\ -2x - y = -2 & ② \end{cases}$
$y = \frac{1}{2}x - 3$
$y = -2x + 2$
$(2, -2)$

d) $\begin{cases} -x + y = -1 & ① \\ x + y = 3 & ② \end{cases}$
$y = x - 1$
$y = -x + 3$
$(2, 1)$

4. 各連立方程式をグラフに表し、解があればそれを示してあなたの答えを証明しましょう。

a) $\begin{cases} 4x + 6y = 12 & ① \\ 2x + 3y = 6 & ② \end{cases}$
あります。

b) $\begin{cases} -x + 3y = 5 & ① \\ -x + 3y = -2 & ② \end{cases}$
ありません。

c) $\begin{cases} -x + 3y = 3 & ① \\ -3x - y = 9 & ② \end{cases}$
あります。$x = -3, y = 0$

d) $\begin{cases} -3x + 4y = 0 & ① \\ -4x - 3y = 0 & ② \end{cases}$
あります。$x = 0, y = 0$

達成の目安

2.8 一次関数の問題を解きます。

一部の設問の回答

1. a) $y = -2x + 6$

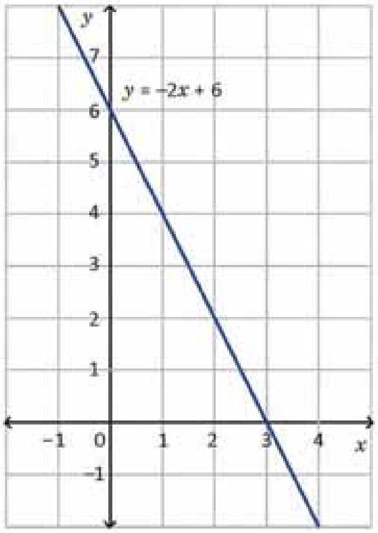
切片

y軸上： (0, 6)

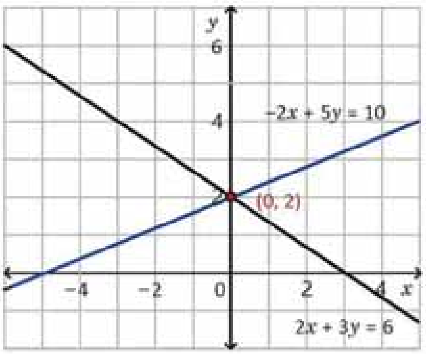
x軸上： $y = 0$の場合

$$2x + 0 = 6$$
$$2x = 6$$
$$x = 3$$

ポイント (3, 0)

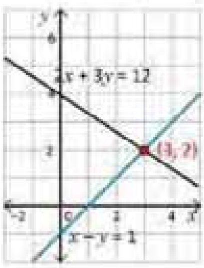


3. a)

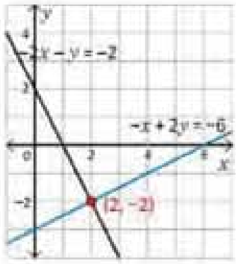


連立方程式の解は、$x = 0$、$y = 2$です。

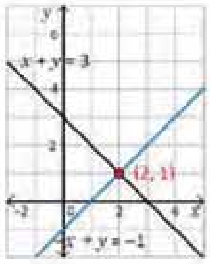
3. b)



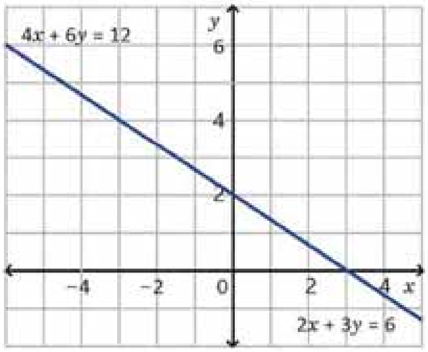
3. c)



3. d)

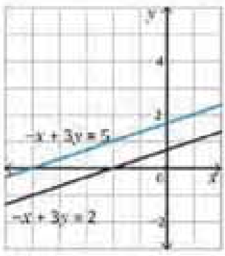


4. a)

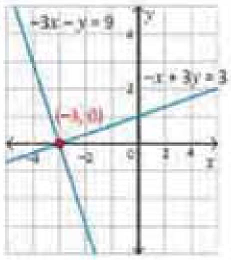


解があります。いずれの方程式も同じグラフで表されます。したがって、直線上の各点が連立方程式の解となります。

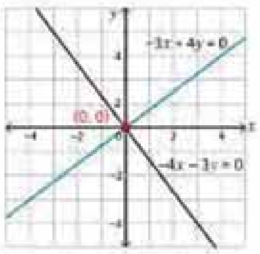
4. b)



4. c)



4. d)



宿題：練習帳の85ページ

レッスン 3 一次関数の応用

3.1 一次関数の応用　パート1

P

カルロスの家の毎月の水道料金請求書には、次のような項目が反映されています：下水道サービス料月額3.00ドル、消費水量1立方メートル（m^3）につき0.50ドル。

1. 16 m^3使用した月には、いくら支払う必要がありますか？
2. x立法メートルの水を消費した場合に支払う合計額yを書きましょう。
3. 立方メートル単位の水消費量と合計支払額の関係を表す関数をグラフに表しましょう。

S

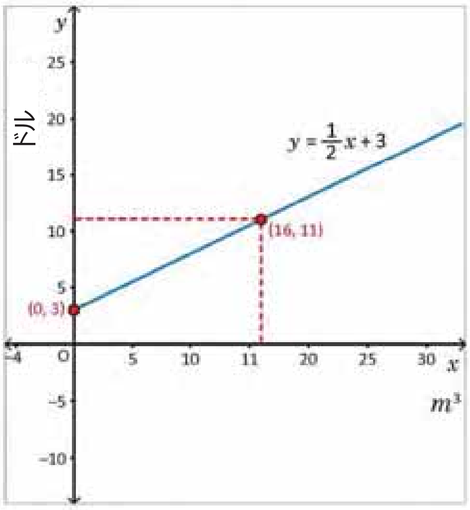
1. 16 m^3の水を消費したときにカルロスが支払うべき金額を求めるには、下水道サービス料 + 0.50 × 総消費水量 m^3と考えます。

$$3 + 0.5(16) = 3 + 8 = 11.$$

16 m^3に対し11ドルを支払う必要があります。

2. 前項に基づき、x m^3に置き換えると、$y = 3 + 0.5x$となり、これは$y = 0.5x + 3$と等しくなります。

3. 水を消費しなかった場合の料金と16 m^3を消費した場合の料金が分かれば、図に示すようにグラフを描くことができます。



x が消費量を表すことから、$x \geq 0$、したがって、xが負の値の場合はグラフが表示されません。

C

一次関数を用いて問題を解くにあたって必要となるのは、2つの変数 xとyを特定し、yをxの一次関数として考えてから提示された条件に対して解答することだけです。

華氏（F）と摂氏（C）の関係は次のとおりです。

- 0° Cは32° Fに相当し、100° Cは212° Fに相当します。
- x° Cがy° Fに等しく、xの一次関数である場合、2つの変数を関連付ける方程式を求めましょう。$y = \frac{9}{5}x + 32$

1. 最低気温が摂氏0° C、最高気温が摂氏15° Cを記録した冬の1日の気温差を求め、華氏温度で表しましょう。27 °F

2. 華氏温度計が摂氏温度計の3倍の数値を示すのは何度のときですか？　80 °F

ユニット3

達成の目安

3.1 一次関数を使って問題を解きます。

学習の流れ

この課では、一次関数の応用を学習します。本授業では、問題文に基づく一次関数の立式に関する簡単な応用問題に取り組みます。

教科書の問題文を読むよう生徒たちに指示します。

ねらい

Ⓟ、Ⓢ 応用問題を一次関数の形に書き、解をグラフに表します。

一部の設問の回答

変数を関連付ける方程式は、$y = ax + b$の形になります。

点（0, 32）では、切片$b = 32$となります。

傾き

$$a = \frac{212-32}{100-0} = \frac{180}{100} = \frac{9}{5}$$

方程式は $y = \frac{9}{5}x + 32$となります。

1. $x = 0$の場合、$y = \frac{9}{5}(0) + 32 = 32$

   $x = 15$の場合、$y = \frac{9}{5}(15) + 32 = 59$

   気温の差は、59 – 32 = 27 °Fです。

2.
$$y = 3x$$
$$\frac{9}{5}x + 32 = 3x$$
$$9x + 160 = 15x$$
$$9x - 15x = -160$$
$$-6x = -160$$
$$x = \frac{160}{6}$$
$$x = \frac{80}{3}$$

気温を華氏で計算します。

$$y = 3\left(\frac{80}{3}\right) = 80$$

したがって、80 °Fは相当する摂氏温度の3倍になります。

日付： **ユニット3 3.1**

Ⓟ 1. 16 m³使用した月には、いくら支払う必要がありますか？

2. x m³の水を消費した場合に支払う合計額yを書きましょう。

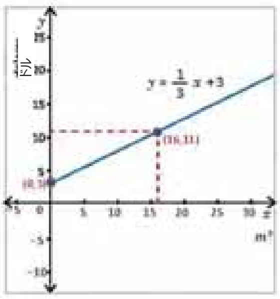
3. 水消費量と合計支払額の関係を表す関数をグラフに表しましょう。

Ⓢ 1. 3 + 0.5(16) = 3 + 8 = 11.

16 m³に対し11ドルを支払う必要があります。

2. $y = 0.5x + 3$

3.



Ⓡ 1. $y = \frac{9}{5}x + 32$

2. 27 °F

3. 80 °F

宿題：練習帳の86ページ

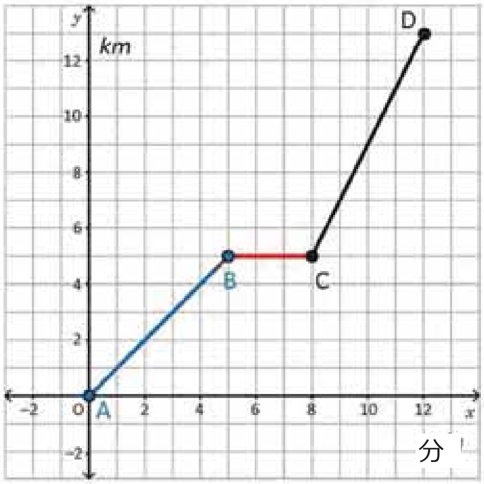
3.2 一次関数の応用　パート2

P

マリオはレースに参加しました。5分後に苦しくなり停止し、3分経って回復してからレースを再開し、遅れを取り戻すために速度を上げました。x分にyキロメートル走ったと考え、次の問いに答えましょう。

1. マリオが停止したのは、出発地点からどれくらいの距離ですか？

2. 停止の前後いずれについても、レースがx分経過したときの移動距離yを式で表しましょうい。

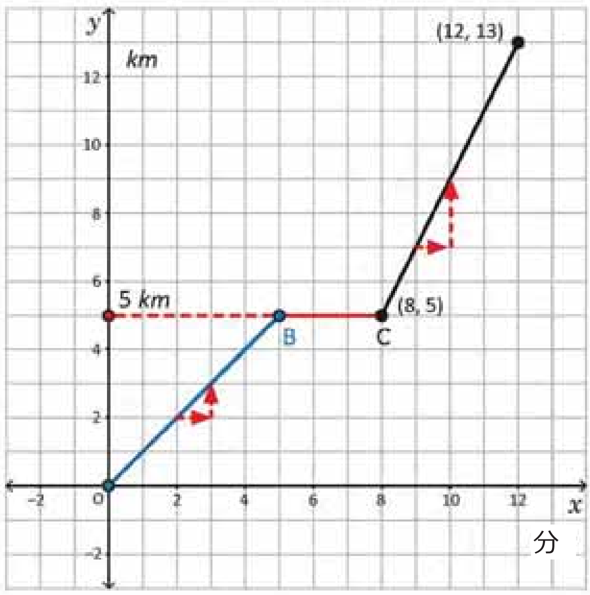


S

1. マリオがいた地点の距離を求めるには、停止した地点を通りx軸に平行な線を描きます。マリオが出発地点から5kmのところで停止したことが分かります。

2. 停止の前と後の距離
   - 停止する前の変化率を求めると、1分経過するごとにマリオは1km進んだことが分かります。つまり、$a = 1$です。したがって、停止する前の距離yは、$y = x$です。

   - 停止した後の変化率を求めると、1分経過するごとにマリオは2km進んだことが分かります。つまり、$a = 2$で、さらには点（12, 13）を通ります。このことから、$y = ax + b$に代入することでb の値が得られます。



$$13 = 2(12) + b$$
$$13 = 24 + b$$
$$13 - 24 = b$$
$$-11 = b$$

したがって、停止した後の距離yは、$y = 2x - 11$と表すことができます。

レッスン 3

マリアは家を出て、家から1500m離れた学校に向かいました。

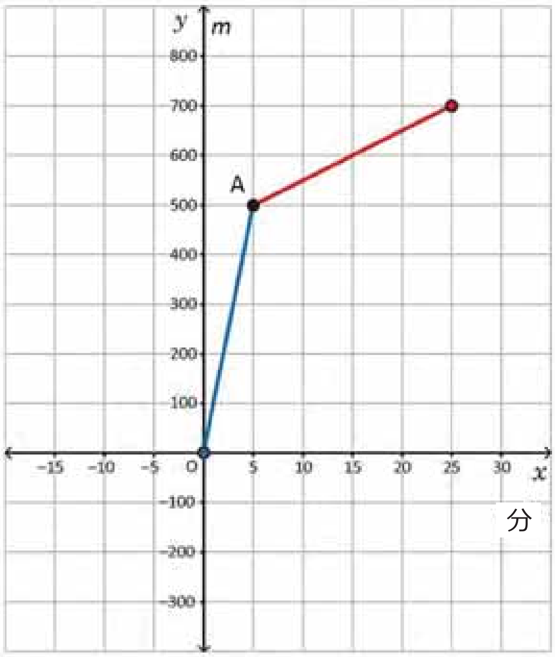
家から地点Aまでは自転車で移動し、そこから先は歩いて行きました。グラフは、家を出てから経過した時間x（分）と移動距離y （メートル）の関係を表しています。

a) 自転車で移動している間の速度をメートル毎分で求めましょう。 100 m / 分

b) 0分から5分までの経過時間x分と移動距離yメートルの関係を式で表しましょう。$y = 100x$

c) マリアが歩いているときの速度はどのくらいですか？ 10 m / 分

d) 5分から25分までの経過時間x分と移動距離yメートルの関係を式で表しましょう。$y = 10x + 450$



達成の目安

3.2 グラフから情報を取り出し、問題を解きます。

学習の流れ

この授業では応用問題が示されます。これを解くためには、グラフを理解し、複数の一次関数を用いる必要があります。

時間を有効に使うために、問題文を読むよう生徒に指示します。

ねらい

Ⓟ、Ⓢ 提示された問題を表すグラフを解釈します。変数 xの値に応じて様々な一次関数を使用する必要がある場合を例示します。

一部の設問の回答

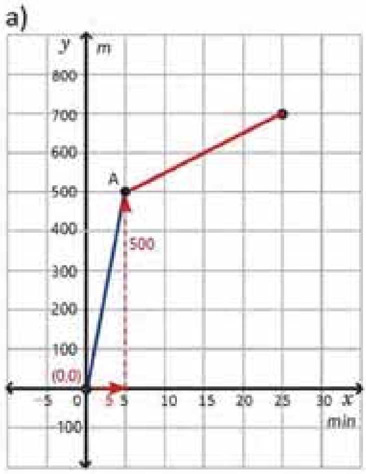
速度は時間に対する距離の割合として算出することを、生徒に復習させます。

a) 移動距離：500 m
時間：5分
速度 = 500 m ÷ 5 分
　　= 100m / 分

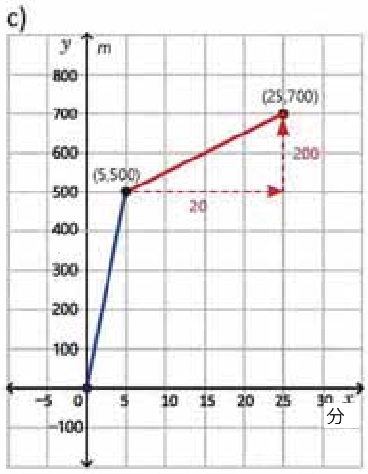
b) 切片 $b = 0$
傾き $a = \frac{500}{5} = 100$
方程式 $y = 100x$

c) 移動距離：200 m
時間 = 20 分
速度 = 200 m ÷ 20 分
　　= 10 m / 分

a)



c)



d) 傾き $a = \frac{200}{20} = 10$ 切片は次のように求めます。方程式が$y = 10x + b$であり、（5, 500）を通ります。

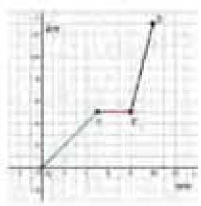
$500 = 10(5) + b$, このことから、$b = 450$。

したがって、5分から50分までに進んだ距離は次のように書くことができます。

$y = 10x + 450$。

日付：　　　　**ユニット3 3.2**

Ⓟ 次の問いに答えましょう。



1. マリオが停止したのは、出発地点からどれくらいの距離ですか？
2. 停止の前後いずれについても、レースがx分経過したときの移動距離yを式で表しましょう。

Ⓢ 1. マリオは出発地点から5kmのところで停止しました。

2.前
$a = 1$
$b = 0$
距離は、
$y = x$

後
$a = 2$
（12, 13）を通るので
$13 = 2(12) + b$
$13 = 24 + b$
$-11 = b$

Ⓡ 距離は、$y = 2x - 11$

1. 100 m / 分
2. $y = 100x$
3. 10 m / 分
4. $y = 10x + 450$

宿題：練習帳の87ページ

3.3 一次関数の応用　パート3

P

長方形ABCDにおいて、点Eは長方形の辺を点Aから点BとCを通って点Dに移動します。点Eがx cm移動したとき、三角形AEDの面積はy cm^{2}になります。図を見て答えましょう。

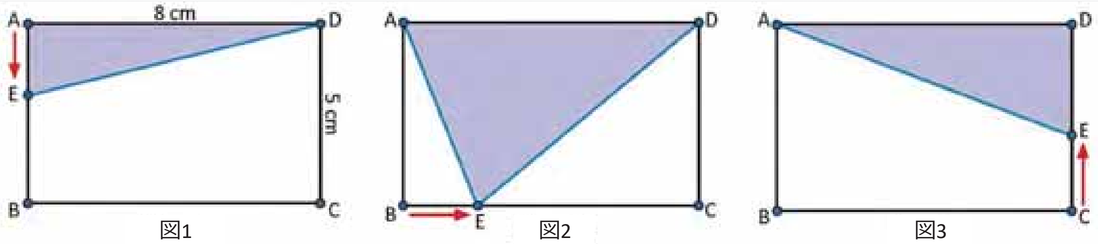


図1　図2　図3

1. 次の場合に、三角形AEDの面積がどうなるのか説明しましょう。

   a) Eは辺AB上を移動します。つまり、$0 \le x \le 5$。
   b) Eは辺BC上を移動します。つまり、$5 \le x \le 13$。
   c) Eは辺CD上を移動します。つまり、$13 \le x \le 18$。

2. EがAからBに移動する場合の、三角形AEDの面積yを式で表しましょう。（図1を参照）。

3. EがBからCに移動する場合の、三角形AEDの面積yを式で表しましょう。（図2を参照）。

4. EがCからDに移動する場合の、三角形AEDの面積yを式で表しましょう。（図3を参照）。

S

1. それぞれの場合について、点Eの動きを見ると次のように結論づけることができます。
   a) Eが辺AB上を移動する場合、三角形AEDの面積は増加します。
   b) Eが辺BC上を移動する場合、三角形の面積は一定になります。なぜなら、常に底辺が8 cm、高さが5 cmであるからです。
   c) Eが辺CD上を移動する場合、三角形の面積はゼロになるまで減少します。

2. Eが辺AB上を移動する場合の三角形AEDの面積は、底辺が8 cm、高さをxとして計算することができます。よって、$y = \frac{1}{2}(8)(x) = 4x$、つまり、$0 \le x \le 5$の場合、$y = 4x$となります。

3. 三角形AEDの面積は、Eが辺BC上を移動する場合には底辺が8 cm、高さが5 cmであるため、面積は$y = \frac{8(5)}{2}$です。つまり、$5 \le x \le 13$の場合、$y = 20$となります。

4. 三角形AEDの面積は、Eが辺CD上を移動する場合には底辺が8 cm、高さが（$18 - x$） cmです。よって、面積は$y = \frac{1}{2}(8)(18 - x) = 4(18 - x) = 72 - 4x$です。つまり、$13 \le x \le 18$の場合、$y = -4x + 72$となります。

次の場合について、三角形AEDの面積を同じ平面上にグラフで表しましょう。

a) Eは辺AB上を移動します。
b) Eは辺BC上を移動します。
c) Eは辺CD上を移動します。

達成の目安

3.3 一次関数を用いて平面図形の面積を求めます。

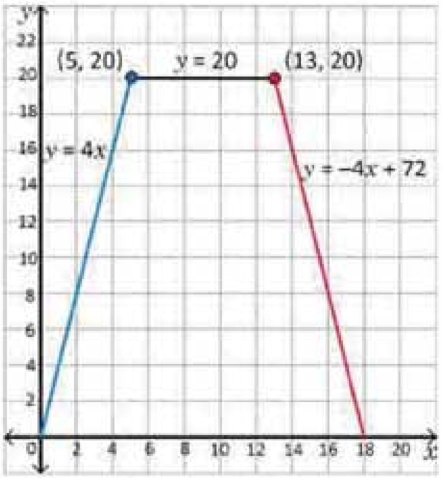
学習の流れ

この授業では、平面図形の面積に関する推論の問題が提示されます。この問題では、提示された条件を表すために一次関数を使用する必要があります。

ねらい

Ⓟ、Ⓢ 問題の各設問中に提示された過程を表す一次関数を書きます。

一部の設問の回答



教材：
- 冒頭問題の長方形が書かれたボンド紙。
- 練習問題セクションの練習問題の図が書かれたボンド紙。

日付： **ユニット3 3.3**

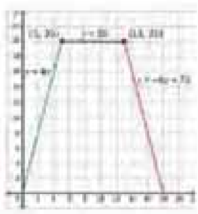
Ⓟ 1. 次の場合に、三角形AEDの面積がどうなるのか説明しましょう。

a) Eは辺AB上を移動します。つまり、$0 \leq x \leq 5$。
b) Eは辺BC上を移動します。つまり、$5 \leq x \leq 13$。
c) Eは辺CD上を移動します。つまり、$13 \leq x \leq 18$。

次の場合に、三角形AEDの面積yを式で表しましょう。
2. Eは、AからBに移動します。
3. Eは、BからCに移動します。
4. Eは、CからDに移動します。

Ⓢ 1. a) 増加します
b) 一定です。なぜなら、常に底辺が8 cm、高さが5 cmだからです。
c) 減少します。

2. 底辺は8 m、高さはx mです。面積：
$y = \frac{1}{2}(8)(x) = 4x$
3. 底辺は8 m、高さは5 mです。
面積: $y = \frac{8(5)}{2} = 20$
4. 底辺は8 m、高さは$(18 - x)$ mです。
面積: $y = \frac{1}{2}(8)(18 - x)$
$y = 72 - 4x$
$y = -4x + 72$

Ⓡ 

宿題：練習帳の88ページ

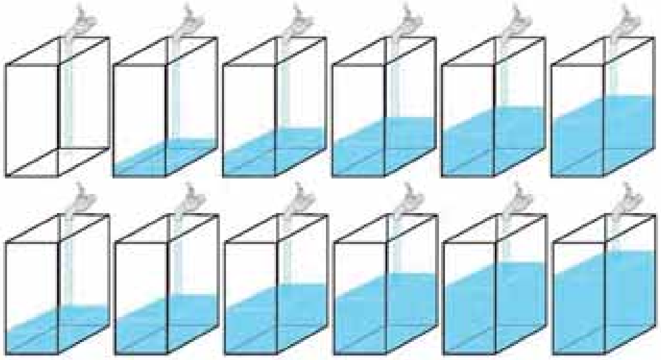
3.4 復習問題

これまでに学んできた問題を解くための戦略と方法を用いて、次の問題を解きましょう。

1. フアンさんは、クローゼットを製造する零細企業を家族経営しています。この零細企業には、月額800ドルの賃貸料を支払っている小さな店舗があり、月給600ドルの従業員が2人います。クローゼット1個あたりの原材料費と物流費を合わせると100ドルに達し、販売単価は150ドルです。

   a) クローゼットをx個製造したときの**総費用**yを一次関数で表し、グラフを描きましょう。 $y = 100x + 2000$
   b) クローゼットをx個販売した場合の**総収入**yを一次関数で表し、グラフを描きましょう。（収入 = 単価 × 販売個数として考えましょう）。 $y = 150x$
   c) クローゼットをx個販売した場合の**総利益**（利益 = 総収入 – 総費用）yを一次関数で表しましょう。 $y = 50x - 2\,000$
   d) フアンさんが負債を負わないようにするには、1カ月あたり少なくとも何個のクローゼットを販売する必要がありますか？ 40 個

2. ミゲルは家のシンクを洗いました。その後、蛇口を開き、1分経過するごとにシンクの水位が1センチメートル上昇したことに気付きました。一方、叔母さんのシンクには2センチメートルの水位まで水が入っていましたが、蛇口を開くとミゲルの場合と同様に水量が増加しました。どちらのシンクも高さが90 cmであることを考慮し、次のことを行いましょう。

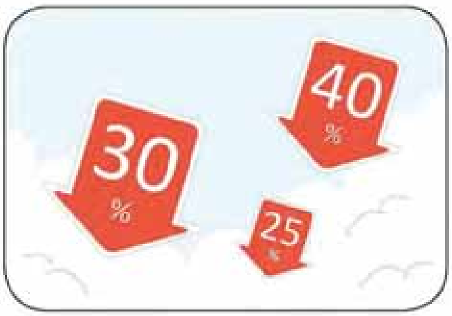


   a) 異なる時刻に水量を測り、結果を表にまとめましょう。
   b) シンクが一杯になる時刻を特定することは可能ですか？
   c) ミゲルのシンクへの注水データと叔母のシンクへの注水データを比較することは可能ですか？これらに関連はありますか？

   ミゲル：90 分　　叔母：88分
   同じ割合 1m/1分で注水されます。

3. 年末のバーゲンセールが始まり、ある店ではすべての商品に20%の割引が適用されます。

   a) 割引後の値段yと元の値段xの関係を表す方程式を書きましょう。 $y = 0.8x$
   b) 元の値段が60.00ドルであるシャツには、いくら支払えば良いですか？ 48ドル
   c) さまざまな値段の商品を考慮に入れ、元の値段xと割引後の値段yの関係を表すグラフを作成しましょう。



達成の目安

3.4 一次関数の問題を解きます。

一部の設問の回答

1. a) $y = 800 + 2(600) + 100x$
$y = 100x + 2000$

b) $y = 150x$

c) $y = 150x - (100x + 2000)$
$y = 50x - 2000$

d) 負債を負わないためには、$y = 0$の場合に利益がゼロとなる必要があります。つまり、

$$0 = 50x - 2000$$
$$2000 = 50x$$
$$2000 \div 50 = x$$
$$40 = x$$

したがって、負債を負わないために、フアンさんは40個のクローゼットを販売する必要があります。

2. a) ミゲルのシンク

x (分)	0	1	2	5	10
y (cm)	0	1	2	5	10

叔母のシンク

x (分)	0	1	2	5	10
y (cm)	2	3	4	7	12

b) ミゲルのシンクは1 m/1 分の割合で注水されます。
よって、90分経過するとシンクの水は水位90 cmとなり、シンクは一杯になります。

x分後に叔母のシンクには$x + 2$センチメートルの水が入っています。シンクがx分で一杯になるとすると、$x + 2 = 90$となるので、シンクは$x = 88$分で一杯になります。

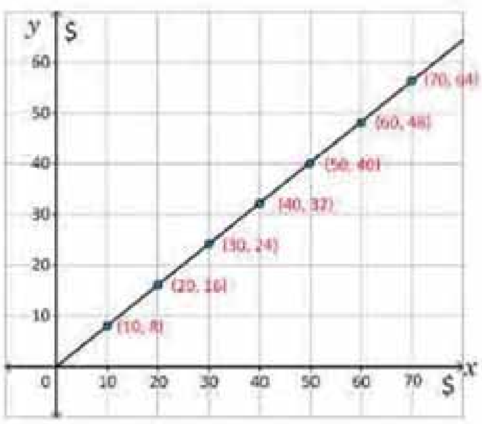
c) 2つのシンクのデータを比較することは可能です。どちらも同じ割合1 m/1分で注水されます。

3. a) $y : 80 = x : 100$
$100y = 80x$
$y = 80x \div 100$
$y = 0.8x$

b) $y = 0.8(60)$
$y = 48$

3. c)

x（元の値段）	10	20	30	40	50	60	70
y（割引後の値段）	8	16	24	32	40	48	56



宿題：練習帳の90ページ

3.5 復習問題

これまでに学んできた問題を解くための戦略と方法を用いて、次の問題を解きましょう。

1. ある町には2つの電話会社があります。

   - A社は、月額15.00ドルの定額料金に加え、1分間の利用料0.05ドルを提示しています。
   - B社は、1分あたりの利用料0.25ドルのみを請求します。

   a) 両社について、利用時間x分と1カ月の支払金額yの関係を表す一次関数を同じ平面上でグラフに表しましょう。
   b) 通話が月に70分未満であった場合、どちらの会社と契約するべきですか？ B社
   c) 2つの会社のどちらと契約しても変わりないのは、どのような場合ですか？ $x = 75$
   d) どのような場合にA社と契約するべきですか？ 月に75分以上通話をする場合。

2. ある町には、駐車場に関する規制があります。規則には、1分ごとに一定の金額を支払う必要があり、最低時間の定めはないことが示されています。

   - ホセが1.10ドルを入れると、パーキングメーターには45分（3/4時間）利用可能と表示されます。
   - ベアトリスが3.30ドルを入れると、利用可能時間は3時間半です。

   a) 金額と時間の関係を表す方程式を求めましょう。 $y = \frac{1}{75}x + \frac{1}{2}$
   b) グラフを描きましょう。
   c) 40分（2/3時間）駐車するには、いくら支払う必要がありますか？ 1.03ドル
   d) 4.50ドルを支払う場合、駐車可能な時間はどのくらいですか？ 300 分または 5 時間

3. マルタは自動車販売員です。月額800ドルの固定給に加えて、自動車の販売1台につき100ドルの手数料を受け取ります。x台の自動車を販売した月のマルタの給料を表す関数を求め、グラフに描きましょう。
   $y = 100x + 800$

4. フリアは、毎月両親から軽食代10.00ドルに加え、掃除をした日には0.50ドルをもらいます。掃除をx日おこなった月末にフリアが受け取る金額を表す関数を求め、グラフに描きましょう。 $y = 0.5x + 10$

5. あるタイヤ修理店の労働者の日給は、固定基準額に修理したタイヤ1本につき2ドルを足した合計となっています。ある日、12本のタイヤを修理した後で、従業員は日給が44ドルになると計算しました。

   a) 労働者の固定日給はいくらですか？ 20ドル
   b) x本のタイヤを修理した場合の労働者の給料を表す関数はどのようになりますか？ $y = 2x + 20$
   c) 労働者の日給を表す一次関数をグラフに描きましょう。

6. ある飲料水の請求書では、固定料金が3.00ドル、水1立方メートルの代金が1.50ドルです。一次関数を利用して清算金額を計算することを考慮に入れ、

   a) x立方メートルに対する合計請求額yを求める方程式を書きましょう。 $y = 1.5x + 3$
   b) 消費水量xと支払額yの関係を表すグラフを作成しましょう。
   c) 12月の消費量が28 m^3だった場合、この月の請求額はいくらですか？ 45ドル

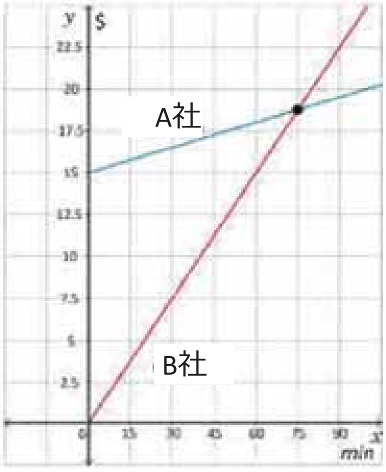
達成の目安

3.5 一次関数の問題を解きます。

1.グラフを描くのが難しい場合には、解で示されている目盛りを提案する必要があります。

a) A社： $y = 0.05x + 15$

B社： $y = 0.25x$



b) B社

c) 両社の請求額が同額であれば、どちらでも構いません。

$$0.25x = 0.05x + 15$$
$$25x = 5x + 1500$$
$$20x = 1500$$
$$x = 75$$

以上から、月に75分通話した場合には、どちらでも構いません。

d) 月に75分以上通話をする場合。

2.時間を分単位で表します。

a) 点は（45, 1.1） と （210, 3.3）です。

傾き

$$a = \frac{3.3 - 1.1}{210 - 45} = \frac{2.2}{165} = \frac{22}{1650} = \frac{1}{75}$$

切片

$$1.1 = \frac{1}{75}(45) + b$$
$$1.1 = \frac{3}{5} + b$$
$$11 = 6 + 10b$$
$$5 = 10b$$
$$\frac{1}{2} = b$$

方程式は、$y = \frac{1}{75}x + \frac{1}{2}$

c） この設問では計算機を使用します。

d)
$$4.5 = \frac{1}{75}x + \frac{1}{2}$$
$$45 = \frac{2}{15}x + 5$$
$$15(45) = 2x + 15(5)$$
$$15(45 - 5) = 2x$$
$$15(40) = 2x$$
$$15(20) = x$$
$$300 = x$$

身近な問題への数学の応用

この授業では、生徒が数理モデルを生成することによって解決すべき身近な問題を提起します。これにより、国民の生産的な能力の開発を強化します。この機会を利用して、自然資源を適切に使用するよう強調することが重要です。

備考：大切なのは、これらの設問の一部について、xの値がゼロ以上の場合に解が意味を持つことを生徒に強調することです。それらを特定し、理由を説明することが重要です。

宿題：練習帳の91ページ

このユニットのねらい

多角形の内角と外角の関係、また、平行な角間の関係を使って図形を特徴づけ、日常の出来事を解決します。

関連と発展

第2、3期

- 分度器を使った角の作図
- 三角形の分類と作図
- 四角形の分類と作図
- 立体図形の分類
- 対称図形
- 三角形・四角形の外周と面積
- 立方体と四角柱、三角柱のパターン
- 円の円周の長さと面積
- 扇形の弧の長さと面積
- 角柱の体積
- 平行移動、回転および 回転対称

7学年

ユニット8：平面図形と立体図形の構成
- 平面図形上での図形の動き
- 円、線分と角
- 平面図形、立体図形と角柱、角錐、円柱の総面積

8学年

ユニット 4：平行線と多角形の角
- 多角形の内角と外角の和
- 平行な直線と角

ユニット5：三角形の合同条件
- 三角形の合同

ユニット6：三角形と四角形の特徴
- 三角形
- 平行四辺形

ユニット 7：立体の面積と体積
- 立体の部位の特徴
- 立体の体積の計算
- 体積の応用
- 立体の面積
- 面積の応用

9学年

ユニット5：相似な図形
- 相似
- 三角形の相似
- 相似と平行
- 相似と三角形の相似の応用

ユニット6：ピタゴラスの定理
- ピタゴラスの定理
- ピタゴラスの定理 の応用

ユニット 7：円周角と中心角
- 中心角と円周角
- 中心角と円周角の応用

ユニット学習計画

レッスン	時間	授業
1. 多角形の内角と外角の和	1	1. 多角形の内角の和、パート1
	1	2. 多角形の内角の和、パート2
	1	3. 多角形の外角の和
	1	4. 正多角形の内角の和
2. 平行な直線と角	1	1. 対頂角
	1	2. 同位角と錯角
	1	3. 同位角の特性評価
	1	4. 錯角の特性評価
	1	5. 三角形の内角の定理の演繹
	1	6. 演繹の要素
	1	7. 平行線間の角の特性の応用
	1	ユニット4テスト

ユニット4　11時間の授業 +テスト

各レッスンの要点

レッスン１：多角形の内角と外角の和
基礎教育で学んだ多角形の三角形分割の手順から、n辺の多角形の内角の和を計算する公式を導き出します。その後、これを使って、多角形の外角の和を求めます。さらに、特殊な正多角形の事例に重点を置きます。

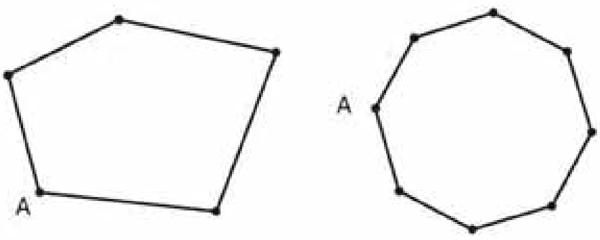
レッスン2：平行な直線と角
この課は、基礎教育で学んだ対角の勉強から始まり、対になった対角の関係を明らかにします。さらに、与えられた角の数値を求めるために補角同士の関係を利用します。そして、2本の平行線が1本の割線で切られている場合に形成される角同士の関係を分析します。その結果は最も重要な数学の定理一つを証明するため、また、日常生活の問題を解決するために使われます。

レッスン 1 多角形の内角と外角の和

1.1 多角形の内角の和、パート1

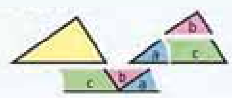
P 頂点Aから対角線を引き、多角形を三角形分割して、以下を求めましょう。

a) 五角形の内角の和はどのくらいですか？
b) 辺の数と分割されてできる三角形の数の違いはどれくらいですか？
c) 八角形の内角の和はどのくらいですか？
d) 辺の数と分割されてできる三角形の数の違いはどれくらいですか？

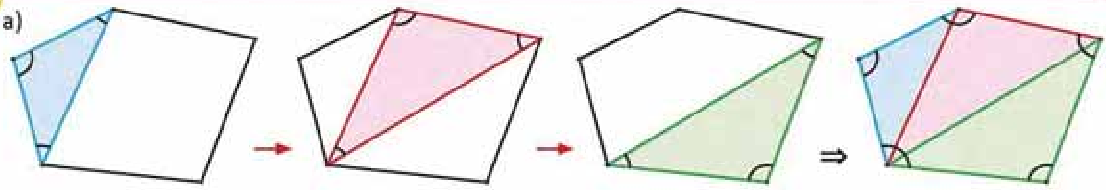


多角形の一つの頂点のから可能な限りの対角線を引いて三角形に分割できます。

三角形の内角の和は180度であることを復習してください。



S a)



180° + 180° + 180° = 180° × 3

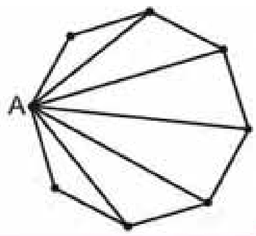
五角形は3つの三角形に分割されます。三角形の内角の和は180度です、従って：

五角形の内角の和 = 180° + 180° + 180° = 180° × 3

b) 辺の数と形成される三角形の数の違いは：5 – 3 = 2；また、五角形の内角の和は 180° × (5 – 2)

c) 八角形では、6つの三角形ができ、内角の和180° × 6が求められます。

d) 辺の数と形成される三角形の数の違いは：8 – 6 = 2



C 全ての多角形において、対角線を引くと辺の数より2つ少ない数の三角形ができます。よって、n 辺の多角形の内角の和は、180° × (n – 2) です。

以下の図形の内角の和を求めましょう。

九角形は辺が9、十二角形は辺が12あります。

a) 九角形
180°(9 – 2) = 180°(7)

b) 十二角形
180°(12 – 2) = 180°(10)

達成の目安

1.1 多角形の内角の和を三角形分割を使って求めましょう。

学習の流れ

5 学年のユニット 2 で、多角形の内角の和を求めるために、初めて三角形分割を使いました。この授業では、その方法を復習し、常に三角形分割を使うわなくても、任意の多角形の内角の和を計算することができる数式を導き出すことを目的としています。

ねらい

Ⓟ、Ⓢ 多角形の内角の和を計算するために三角形分割を使い、その手順から、任意の多角形の内角の和を求めることができる数式を導き出します。

Ⓡ 多角形の特別な例を2件紹介し、結論にある数式を使って示された各多角形の内角の和を実践的な方法で計算します。

一部の設問の解答：

練習問題では、もう三角形分割は必要なく、結論に示された公式を適用するだけで良いことを強調するのが重要です。

1. 九角形（9辺を持つ）には、公式を適用すると、結果は：$180°\ (9 - 2) = 180°\ (7)$となります。

2. 十二角形（12辺を持つ）には、公式を適用すると、結果は：$180°\ (12 - 2) = 180°\ (10)$ となります。

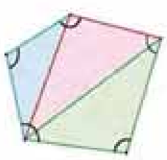
つまずきやすい点：
生徒達が、辺の数に応じて多角形に付けられた特定の名前を復習できない場合は、課題として 最も良く使われる多角形の名前を調査させることもできます。

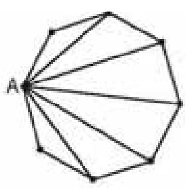
日付： **ユニット4 1.1**

Ⓟ 以下を求めましょう：

a) 五角形の内角の和。
b) 辺の数と三角形の数の相違。
c) 八角形の内角の和
d) 辺の数と三角形の数の相違。

Ⓢ





a) $180° + 180° + 180° = 180° \times 3$
b) $5 - 3 = 2$

c) $180° \times 6$
d) $8 - 6 = 2$

Ⓡ a) $180° \times (9 - 2) = 180° \times 7$

b) $180° \times (12 - 2) = 180° \times 10$

宿題：練習帳の94ページ

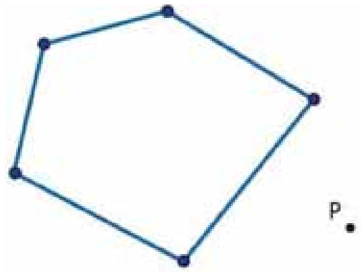
レッスン 1

1.2 多角形の内角の和、パート2

P

多角形の内角の和を求めるための3つの異なる三角形分割の方法を見つけましょう。

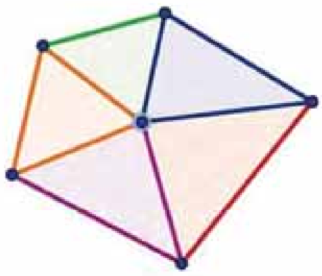
a) 内部の一点から
b) 辺の一点から
c) 外部の一点Pから
d) 結果を前回の授業で出した結果と比べましょう。



S

次の3事例を考慮して、次のようになります：

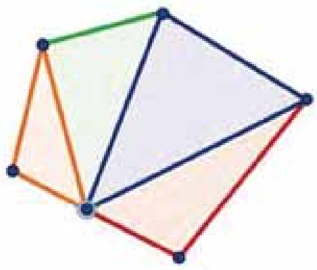
a) 五角形の内部に一点を書き、そこから 各頂点に向かって線分を引いて三角形分割をします。



五角形の内角の和 = 180° × 5 – 360°; 選ばれた内部の点に形成される角度を差し引きます。

五角形の内角の和
= 180° × 5 – 180° × 2
= 180° × 3 = 540°

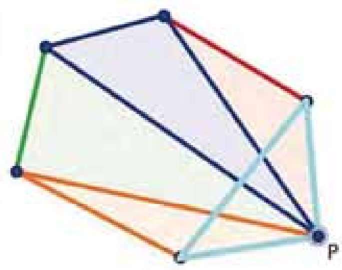
b) 五角形の任意の一辺に一点を書き、そこから隣り合っていない各頂点に向かって線分を引いて三角形分割をします。



五角形の内角の和 = 180° × 4 – 180°; 選択された辺にできる平角を差し引きます。

五角形の内角の和
=180° × 4 – 180°
= 180° × 3 = 540°

c) 五角形の外部に一点を書き、そこから各頂点に向かって線分を引きます。



五角形の内角の和 = 180° × 4 – 180°; 選択された外部の点と五角形の辺で形成された三角形の内角の和を差し引きます。

五角形の内角の和
=180° × 4 – 180°
= 180° × 3 = 540°

d) 前の3項目で得た結果を比較すると、互いに全く同じで、前回の授業の結果と同じになることが分かります。

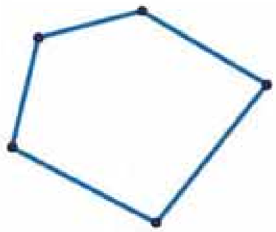
C

多角形の内角の和は異なった三角形分割を使って求めることができます、これは：

a) 任意の頂点から引く対角線が交わらないように注意して、
b) 多角形の内部の一点から三角形分割して。
c) 多角形の一辺から三角形分割して。
d) 多角形の外部の一点から三角形分割して。

E

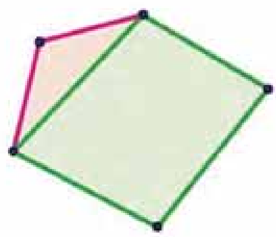
既に使った方法と異なる方法で五角形の内角の和を求めましょう。



五角形を四角形および/または三角形に分割することを考えましょう。

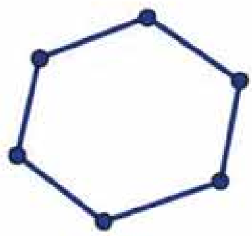
四角形や三角形に分割して、角の和を求めることができます。

内角の和 = 180° + 360°
= 180° + 2 × 180°
= 3 × 180°

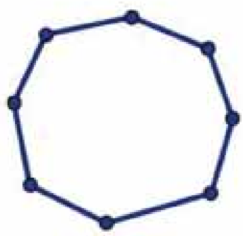


以下の図形の内角の和を求めましょう。

六角形	八角形

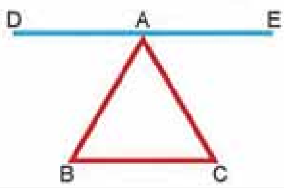


180°(6 – 2) = 180°(4)



180°(8 – 2) = 180°(6)

数字に依存する数学の問題を、図形と関係ある幾何学的問題と関連付けたことにより、数学の始まりにおけるピタゴラスは、ある意味、数学の中心的存在です：それに加えて、ピタゴラスまたは彼のアカデミーは2つの重要な成果をもたらしました、その1つは：“全ての三角形において、内角の和は2つの直角に等しい”。



この授業で学んだ方法のうち少なくとも2つを使って計算しましょう。

達成の目安

1.2 多角形の内角の和を求めるために異なる三角形分割を使いましょう。

学習の流れ

前回の授業では、一つの頂点から三角形分割の手順を使って多角形の内角の和を求めることができる数式を導き出しました。この授業では、生徒が、多角形の三角形分割の手順には様々な方法があるが、最終的には同じ結果が得られることを発見することを 目指しています。

ねらい

Ⓟ、Ⓢ 異なった基準点を使って五角形を三角形分割し、常に同じ結果が得られることを確認します。同様に、前回の授業の結果と比較して、結果は三角形分割に使った基準点に依存しないことを確認します。

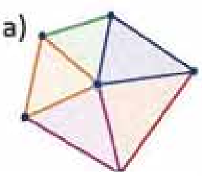
© 様々な基準点から三角形分割の手法を使って、多角形の内角の和を計算する手順を定着させます。

日付： **ユニット4 1.2**

Ⓟ 以下の点から三角形分割をした内角の和を求めましょう。

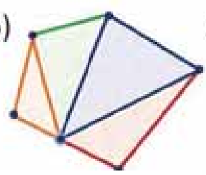
a) 内部の一点から。
b) 辺の一点から。
c) 外部の一点Pから。
d) 結果を前回の授業で出した結果と比べましょう。

Ⓢ a)



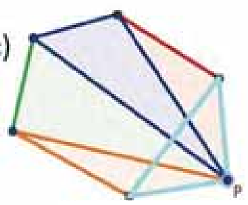
和
$= 180° \times 5 - 180° \times 2$
$= 180° \times 3 = 540°$

b)



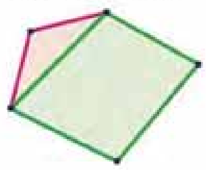
和
$= 180° \times 4 - 180° =$
$180° \times 3 = 540°$

c)



和
$= 180° \times 4 - 180°$
$= 180° \times 3 = 540°$

Ⓔ 異なる方法を使って五角形の内角の和を求めましょう。



和
$=180° + 360°$
$= 180° + 2 \times 180°$
$= 3 \times 180°$

宿題：練習帳の95ページ

授業1.2のつづき

備考：
このような問題を解決するのに、全生徒が必ずしもこの方法を取るわけではないことを考慮することが大切です。重要なことは、使用する方法に関係なく、常に結果は同じになるということです。

つまずきやすい点：
特に外部の点を基準として三角形分割をするのに時間が掛かる場合があります、その手順を簡潔にするために 五角形の切り抜きを持って行き、それを貼って三角形分割をすることができます。

日付： **ユニット4 1.2**

つづき

Ⓡ 以下の図形の内角の和を求めましょう：

六角形 八角形

和
$= 180° \times 2 + 360°$
$= 180° \times 2 + 180° \times 2$
$= 180° \times 4$

和
$= 360° + 360°$
$= 180° \times 2 + 180° \times 2$
$= 180° \times 4$

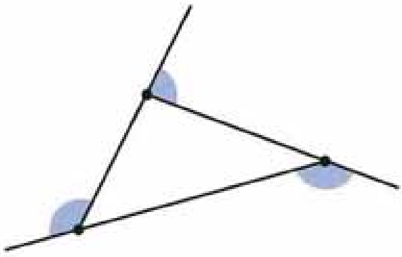
和
$= 360° + 360° + 360°$
$= 360° \times 3$
$= (180° \times 2) \times 3$
$= 180° \times 6$

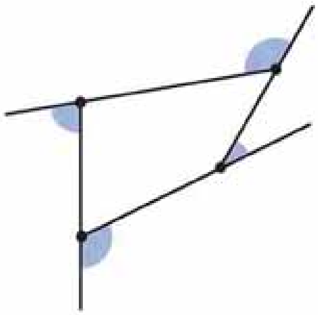
和
$= 180° \times (5-2) + 180°(5 - 2)$
$= 180° \times 3 + 180° \times 3$
$= 180° \times 6$

1.3 多角形の外角の和

P

これらの多角形の外角の和を求めましょう。

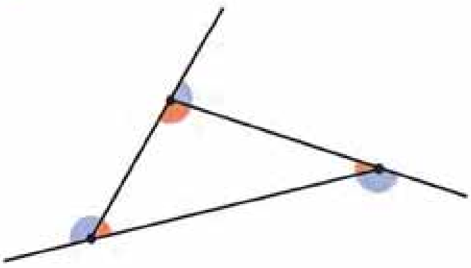




外角とは、多角形の 1 つの辺とこれに隣接する辺の延長とがなす角です。

外角の和を出すには、各頂点から1つだけ角を取ります。

S



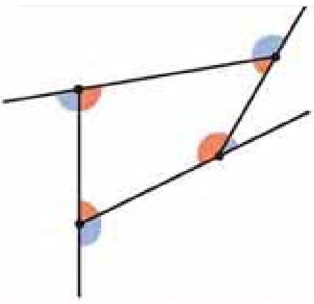
三角形の各頂点では、内角とそれに対応する外角を足すと 180°の角が形成されます。他の頂点の内角と外角の和を加えると 180° × 3 になります。

しかし、180° × 3 には内角の和 180° × （3 – 2）が含まれています；従って、三角形の外角の和は次のようになります：

$180° \times 3 - 180° (3-2) = 180° \times [3-(3-2)]$
$= 180° \times 2 = 360°$

三角形の外角の和は360°です。

それでは、次の四角形の外角の和はどのくらいでしょう？



四角形では、各内角と対応する外角の和は 180°になります。よって、180° × 4 になり、内角の和　180° × (4 – 2)　を差し引くと：

$180° \times 4 - 180° \times (4-2) = 180° \times [4-(4-2)]$
$= 180° \times 2 = 360°$ となります。

四角形の外角の和は360 °です。

C

- 多角形の外角の和は、辺の数とは無関係です。
- 多角形の外角の和は360°です。

以下の図形の外角の和を求めましょう

a) 五角形
360°

b) 六角形
360°

達成の目安

1.3 多角形の外角の和を求めましょう。

学習の流れ

前回の授業では、辺の数が異なる2つの多角形について、それぞれの外角の和を求め、1つの多角形における外角の和が常に360° になることを説明します。

ねらい

Ⓟ、Ⓢ 辺の数が違う多角形の外角の和を求め、多角形の外角の和が常に360°であることを説明します。

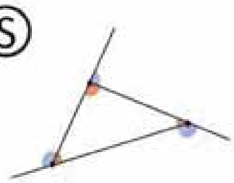
© 任意の多角形の外角の和の計算手順を定着させます。

注意：
多角形の外角の和は常に 360°であることを強調することが重要です。この授業での計算は、復習の目的にだけに許可されることがあります。

日付： ユニット4 1.3

Ⓟ 以下の多角形の外角の和を求めましょう。
a) 三角形
b) 四角形

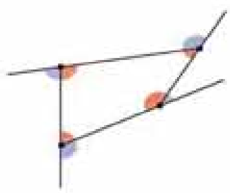
Ⓢ



三角形の各頂点では180°の角度が形成されます。しかし、内角の合計は180° × (3 – 2) になります。

$180° \times 3 - 180°(3-2) = 180° \times [3-(3-2)]$
$= 180° \times 2 = 360°.$

四角形の場合は、次のようになります：



$180° \times 4 - 180° \times (4-2)$
$= 180° \times [4-(4-2)]$
$= 180° \times 2 = 360°.$

三角形の外角の和は360°です。

Ⓡ a) 五角形は：360°
b) 六角形は：360°

宿題：練習帳の96ページ

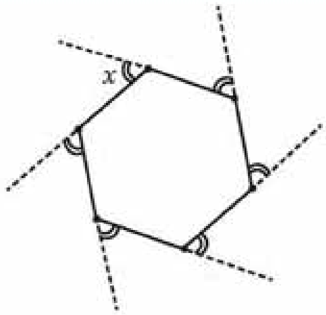
レッスン 1

1.4 正多角形の内角の和

P

示された正六角形の以下の値を求めましょう：

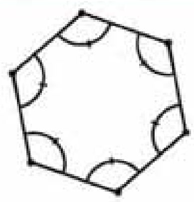
a) 各内角の角度。
b) x の値。



正多角形の内角はすべて同じです。

S

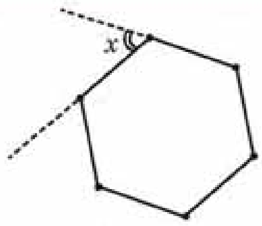
a)



六角形の内角の合計は$180° \times (6-2) = 720°$です、よって：

各内角の角度は $\frac{720°}{6} = 120°$ です。

b)

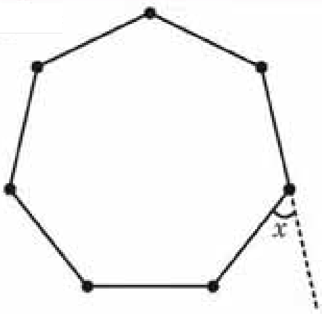


a) の結果から各内角の角度は120°になります。x は外角ですから、$x + 120° = 180°$、よって $x = 60°$ になります。

C

正多角形では、全ての内角は等しく、その和は $180° \times (n-2)$ になります。さらに、全ての外角も互いに等しくなります。

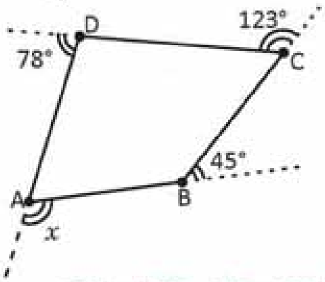
1.正七角形の各内角の角度と x の値を求めましょう。



$\frac{180°(7-2)}{7} = 128.57$ ；各内角の角度 $x = 51.43°$

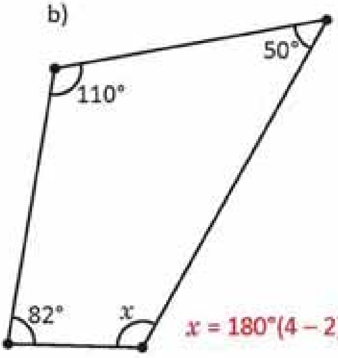
2. それぞれの事例の角度 x を求めましょう。

a)



$x = 360° - (78° + 45° + 123°)$

b)



$x = 180°(4-2) - (50° + 82° + 110°)$

四角形の内角と外角の和に関する知識を活用しましょう。

96

達成の目安

1.4 正多角形の内角と外角の角度を求めましょう。

学習の流れ

以前に多角形の外角の和を勉強しました。この授業では、正多角形について勉強します、 この特徴により、多角形の各内角の値を容易に知ることができます。なぜなら、全ての内角は等しく、外角も同じように等しいからです。

ねらい

Ⓟ、Ⓢ 多角形の内角の和を使って各内角の角度を求め、その後、正多角形なので全てが等しいことを考慮して、この結果と補角を使って各外角の角度を計算します。

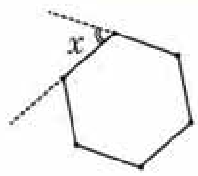
Ⓒ 正多角形では、全ての内角、外角は互いに等しく、角の和は不規則な多角形と同じ方法で求めるという事実を確認します。

1では、正多角形の角について授業で学んだことを練習します。2 では、内角および/または外角の和について以前の授業で学んだ全てのことを活用します。1では、x の値を求めるのに外角の和を利用することができます、その方法は 次に示します：$\frac{360°}{7} = 51.43°$

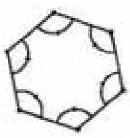
つまずきやすい点：
生徒達が2で要求されている値を求めることができない場合は、1つの角の特定の値を求めるには、内角および/または外角の和を使うことを指示します。そのためには既に知っている演算を使います。例えば a）では、知っている値を合計し、その結果から360°を差し引きます。

日付： **ユニット4 1.4**

Ⓟ 示された正六角形の以下の値を求めましょう：
a) 各内角の角度。
b) x の値。



Ⓢ



六角形の内角の合計は180° × （6 – 2） = 720° です、よって：

各内角の角度は $\frac{720°}{6} = 120°$ です。

x は外角ですから、$x + 120° = 180°$、よって $x = 60°$になります。

Ⓡ 1.七角形では、180° × （7 – 2） = 900°、よって

$\frac{900°}{7} = 128.57°$

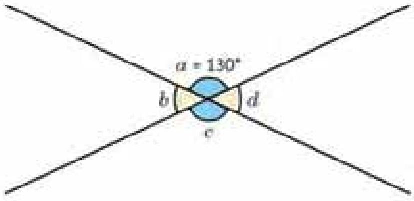
$x = 51.43°$

宿題：練習帳の97ページ

2.1 対頂角

P

$\measuredangle a$ が130°なら、図の他の角の角度はどのくらいですか？



2つの角のうち1つが2辺の延長線上にあるなら、2つの角は対頂角です。

頂点の2つの対角は同じです。

S

補角であるから、$a + b = 180°$になり、よって、$\measuredangle b = 50°$。

$\left.\begin{array}{l}\measuredangle a = \measuredangle c \\ \measuredangle b = \measuredangle d\end{array}\right\}$ 頂点が反対側にあるため。

従って、$\measuredangle a = \measuredangle c = 130°$ y $\measuredangle b = \measuredangle d = 50°$。

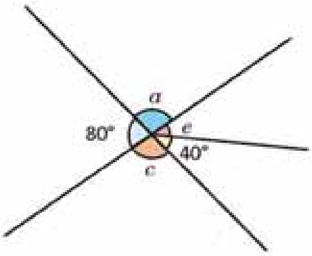
対頂角と補角を利用して、共通の頂点に形成される角の角度を見つけることができます。

C

2本の直線が交差すると2対の対頂角が形成され、その角度は、そのうちの1つの値を知っていれば求めることができます。

E

示された角の角度を求めましょう。



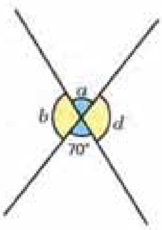
補角であるから$\measuredangle c + 80° = 180°$、よって、$\measuredangle c = 100°$。

$\left.\begin{array}{r}\measuredangle a = \measuredangle c \\ \measuredangle e + 40° = 80°\end{array}\right\}$ 頂点が反対側にあるため。

従って、 $\measuredangle a = \measuredangle c = 100°$ および $\measuredangle e = 80° - 40° = 40°$

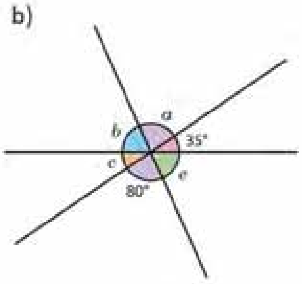
以下に示される角の角度を求めましょう。

a)



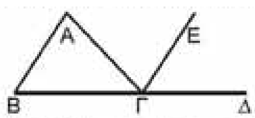
$\measuredangle a = 70°$
$\measuredangle d = 110°$
$\measuredangle b = 110°$

b)



$\measuredangle e = 65°$
$\measuredangle c = 35°$
$\measuredangle b = 65°$
$\measuredangle a = 80°$

ピタゴラスによって確立されたギリシアの伝統的な数学は、プラトン・アカデミーの数学的研究の基礎であり、エウクレイデスの手によって、著書「原論」の中で正規の幾何学的モデルになりました。この著書の1巻での命題 I.32 で "三角形をなす辺のうち、1 辺を延長させると、その外角は2つの内対角の和に等しく、 三角形の3つの内角は2つの直角と等しい"、ことが確立されました。とはいえ、ピタゴラスは既にこの定理を平行線を使って証明していました。



証明図
I.32、エウクレイデスによる。

ユニット4

達成の目安

2.1対頂角を関連付けましょう。

学習の流れ

基礎教育では、対頂角、補角等について学びました。この授業では、交差する2本の直線によって形成された、これらのタイプの角についての知識を利用して、少なくとも1つの角の値を知ることによって、それぞれの角度を求めます。

ねらい

Ⓟ、Ⓢ ある角の角度が分かっている場合、2本の交差する線の間に形成された角の角度を、対頂角と補角の関係を使って求めます。

Ⓒ 2本の交差する線に加えて、もう1本の線が引かれ、追加の角が形成される問題を解きます。

冒頭の問題と同様に補足の例でも扱った手順を練習します、b）は、わずかな違いはあるものの、常に同様の関係を使って解決します。

一部の設問の解答：

頂点の反対側にあるため

$\measuredangle a = 80^\circ$

$\measuredangle c = 35^\circ$

$\measuredangle e + 80^\circ + 35^\circ = 180^\circ$

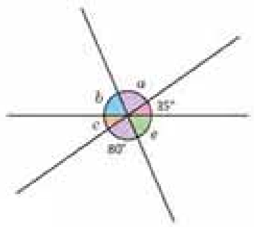
$\measuredangle e + 115^\circ = 180^\circ$

$\measuredangle e = 65^\circ$

頂点が反対側にあるため。

$\measuredangle b = \measuredangle e$

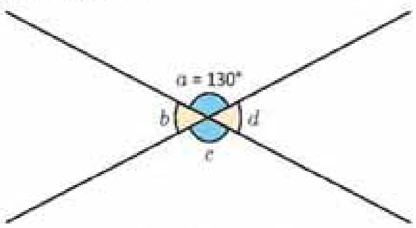
$\measuredangle b = 65^\circ$



つまずきやすい点：
1本の割線によって形成された対頂角同士の関係を忘れている可能性が高いです。その場合には、テキストに紹介されているヒントを見直すことが重要です。そして、 一般的な復習が必要なら、それにあまり時間を掛けないことです。

日付： **ユニット4 2.1**

Ⓟ $\measuredangle a$ の角度が130°ならば、図の他の角の角度はどのくらいですか？

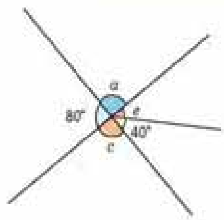


Ⓢ 補角であるから、$\measuredangle a + \measuredangle b = 180^\circ$になり、よって、$\measuredangle b = 50^\circ$。

$\left.\begin{array}{l}\measuredangle a = \measuredangle c \\ \measuredangle b = \measuredangle d\end{array}\right\}$ 頂点の反対側にあるため

従って、$\measuredangle a = \measuredangle c = 130^\circ$および $\measuredangle b = \measuredangle d = 50^\circ$

Ⓔ



$\measuredangle c + 80^\circ = 180^\circ$

$\measuredangle c = 100^\circ$

$\measuredangle a = \measuredangle c$ 頂点の反対側にあるため

$\measuredangle e + 40^\circ = 80^\circ$

従って、$\measuredangle a = \measuredangle c = 100^\circ$ および $\measuredangle e = 40^\circ$

Ⓡ a) $\measuredangle d = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$

$\measuredangle a = 70^\circ$ および $\measuredangle b = 110^\circ$

宿題：練習帳の98ページ

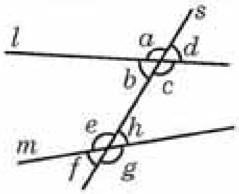
レッスン 2

2.2 同位角と錯角

P

次の図で特定します：

1. 直線 *l* と *m* の間にある角。
2. 直線 *l* と *m* の間にない角。
3. *s* の左または右にある角。



S

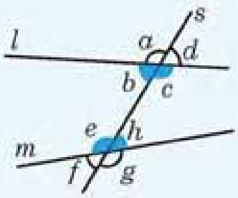
1. ∢*b* と ∢*c*
   ∢*e* と ∢*h*
   直線 *l* と *m* の間。
2. ∢*a* と ∢*d*
   ∢*f* と ∢*g*
   直線 *l* と *m* の外側。
3. ∢*a* と ∢*e*
   ∢*b* と ∢*f*
   s の左側。

   ∢*d* と ∢*h*
   ∢*c* と ∢*g*
   s の右側。

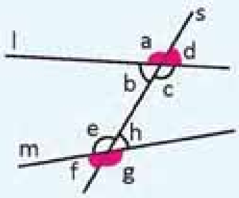
C

識別された角には、角を形成する直線に対する位置によって、次に示すように、特別な名称が与えられます：

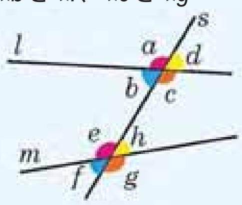
内角：
∢*b*, ∢*c*, ∢*e* と ∢*h*



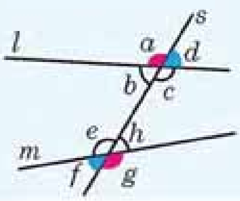
外角：
∢*a*, ∢*d*、∢*f* と ∢*g*



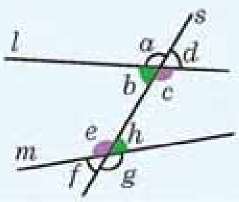
同位角：
∢*a* と∢*e*、∢*d* と∢*h*,
∢*b* と ∢*f*、∢*c* と ∢*g*



外側の錯角：
∢*a* と∢*g*、∢*d* と∢*f*



内側の錯角：
∢*b* と ∢*h*、∢*c* と∢*e*

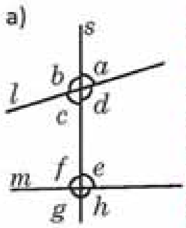


2本またはそれ以上の直線を切る直線を割線と呼びます。

図では、*s* は割線。

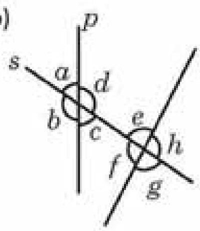
内角、外角、内側の錯角、外側の錯角および同位角に該当する文字を書きましょう。

a)



内角： *c*、*d*、*f* および *e*
外角： *b*、*a*、*g* および *h*
内側の錯角： *f* と *d*、*c* と *e*
外側の錯角： *b* と *h*, *a* と *g*
同位角： *e* と *a* 、*f* と *b*、*d* と *h*、*c* と *g*。

b)



内角： *d*、*e*、*c* および *f*
外角： *a*、*b*、*h* および *g*
内側の錯角： *f* と *d*、 *c* と *e*
外側の錯角： *g* と *a*, *b* と *h*
同位角： *e* と *a*, *f* と *b*, *d* と *h*, *c* と *g*。

達成の目安

2.2 同位角と外側の錯角、内側の錯角を識別しましょう。

学習の流れ

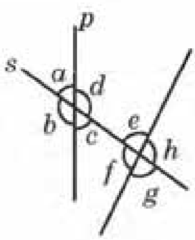
2本の交差する線によって形成された角同士の関係は既に利用しました、この授業では、第3の直線で切られた2本の直線がある場合に形成される角を識別します。対頂角と補角を識別する前回の授業でしたように1本の直線を削除すれば、容易に理解できることを示すことができます。

ねらい

Ⓟ、Ⓢ 直線に対する位置、例えば、直線の内側にあるか、直線の外側にあるか、また、割線の左側か、右側かを考慮して角を分類します。

Ⓒ 1本の割線で切られた2本の直線に対する位置で角の分類を理解しているか確認します。全員が角を識別できることを確認することが大切です。

一部の設問の解答：



内角：
∢c, ∢d, ∢f と ∢e

外角：
∢a、∢b、∢g と ∢h

外側の錯角：
∢a と ∢g, ∢b と ∢h

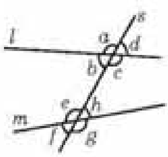
内側の錯角：
∢d と ∢f, ∢c と ∢e

同位角：
∢a と ∢e、∢b と ∢f、
∢c と ∢g、∢d と ∢h

日付： **ユニット4 2.2**

Ⓟ 図形の中にある角を識別しましょう：
1. 直線 *l* と *m* の間。
2. 直線 *l* と *m* の外側。
3. *s* の左または右にある。

Ⓢ

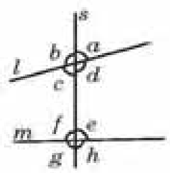


1. ∢b と ∢c
   ∢e と ∢h

2. ∢a と ∢d
   ∢f と ∢g

3. s の左側。
   ∢a と ∢e
   ∢b と ∢f
   s の右側。
   ∢d と ∢h
   ∢c と ∢g

Ⓡ a)



外側の錯角：
∢a と ∢g、∢b と ∢h

内側の錯角：
∢d と ∢f、∢c と ∢e

同位角：
∢a と ∢e、∢b と ∢f、
∢c と ∢g、∢d と ∢h

内角：
∢c、∢d、∢f と ∢e

外角：
∢a、∢b、∢g と ∢h

宿題：練習帳の99ページ

レッスン 2

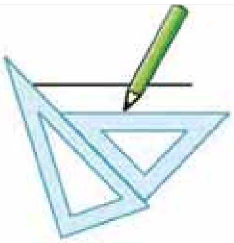
2.3 同位角の特性評価

P

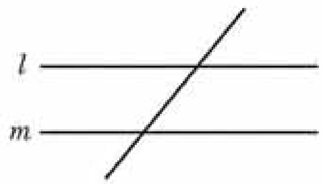
l と *m*の平行線を描き、1本の割線を引きましょう、同位角間の角度の間にはどんな関係がありますか？

S

1. 三角定規を使って平行線を描きます。

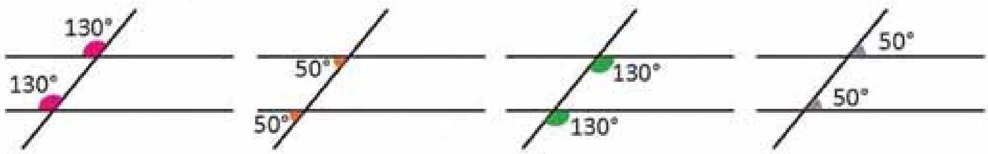


2. 作成した平行線に割線を引きます。



2本の直線が平行であることを示すためには、記号 // を使います。つまり、直線 *m* が 直線 *l* と平行なら、*m* // *l*と表します。

3. 分度器で角度を測ります。



C

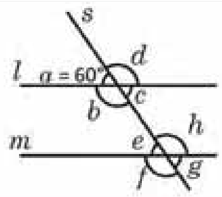
平行線が、1本の割線で切られている場合、同位角は同じです。

これは、その逆にも当てはまります。つまり、1本の割線で切られた2本の直線の間にできる同位角が 同じならば、その2直線は平行です。

E

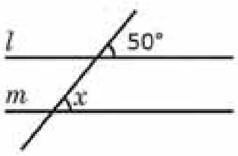
l // *m* および角度 ∢*a* = 60°です、残りの角の角度を求めましょう。

∢*a* + ∢*d* = 180°、補角であるから ⇒ ∢*d* = 120°。
∢*c* = ∢*a* = 60° および∢*b* = ∢*d* =120°、頂点が反対側にあるため。
∢*e* = ∢*a* = 60°、∢*g* = ∢*c* = 60°、
∢f = ∢b = 120° および ∢h = ∢*d* =120°、同位角なので。



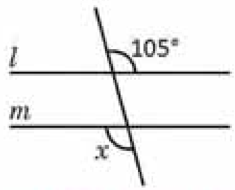
l // *m*であるなら。*x* の値を求めましょう。

a)



x = 50°、平行線の間の同位角なので。

b)



x = 105°、外側の錯角なので。

ユニット 4

達成の目安

2.3 同位角同士の関係を特定しましょう。

学習の流れ

前回の授業では、1本の割線で切られた2本の直線の間にできる角を分類しました。この授業では、2本の直線が1本の割線で切られた時の2つの同位角同士の関係を明らかにします。使用する直線の種類によって、同位角同士は同じだということを強調することが重要です。

ねらい

Ⓟ、Ⓢ 1本の割線で切られた2本の直線の間にできる同位角同士を比べます。 このためには、平行直線の作成手順に従って平行線を作り、定規セットを使って角度の測定をします。

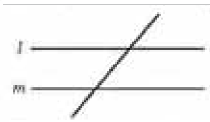
Ⓒ 直線が平行であれば、1本の割線で切られた2本の直線の間にできる全ての角の値は、1つの角の値を知り、今まで学んできた角同士の関係を利用すれば分かることを示します。

つまずきやすい点：
生徒達が、三角定規を使えない、または分度器を使って 角度を正確に測定できない場合には、一般的な指導をする必要があるでしょう。

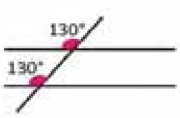
日付： **ユニット4 2.3**

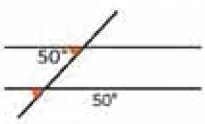
Ⓟ 直線が平行な場合、同位角同士の角度にはどのような関係があるでしょうか？

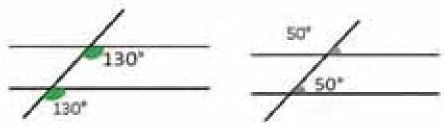
Ⓢ 2本の平行線を引き、その平行線に1本の割線を引きます。



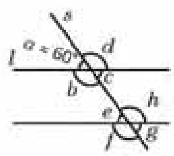
分度器で角度を測ります。







Ⓔ $l \parallel m$、そして 角度$\sphericalangle a = 60°$であるなら、残りの角度を求めましょう。



$\sphericalangle a + \sphericalangle d = 180°$、
$\sphericalangle d = 120°$。
$\sphericalangle c = \sphericalangle a = 60°$ と
$\sphericalangle b = \sphericalangle d = 120°$
$\sphericalangle e = \sphericalangle a = 60°$、
$\sphericalangle g = \sphericalangle c = 60°$、
$\sphericalangle f = \sphericalangle b = 120°$ と
$\sphericalangle h = \sphericalangle d = 120°$

Ⓡ a) $x = 50°$　　b) $x = 105°$

宿題：練習帳の100ページ

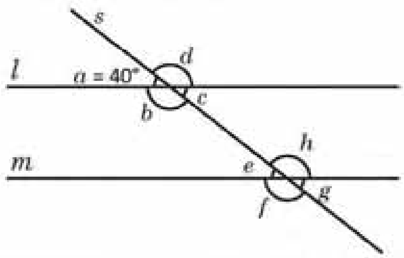
レッスン 2

2.4 同位角の特性評価

P

直線 l, m, は平行線で、s が割線の時、次を実行しましょう。

1. 残りの角の角度を計算しましょう。
2. 対になっている内側の錯角、外側の錯角の間にはどのような関係があるか明らかにしましょう。



S

1. 角の角度を計算して

$\measuredangle a + \measuredangle b = 180°$　補角であるから、

$\measuredangle b = 140°$

$\left.\begin{array}{l}\measuredangle c = \measuredangle a = 40° \\ \measuredangle d = \measuredangle b = 140°\end{array}\right\}$ 対頂角です。

$\left.\begin{array}{l}\measuredangle e = \measuredangle a = 40° \\ \measuredangle f = \measuredangle b = 140° \\ \measuredangle h = \measuredangle d = 140° \\ \measuredangle g = \measuredangle c = 40°\end{array}\right\}$ 平行線の間の同位角です。

2.

$\left.\begin{array}{l}\measuredangle b \text{ y } \measuredangle h \\ \measuredangle c \text{ y } \measuredangle e\end{array}\right\}$ 内側の錯角で、同じ角度です。

$\measuredangle b = \measuredangle h = 140°$ および $\measuredangle c = \measuredangle e = 40°$。

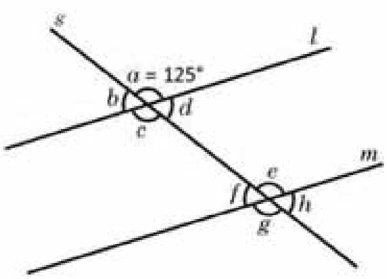
$\left.\begin{array}{l}\measuredangle a \text{ y } \measuredangle g \\ \measuredangle d \text{ y } \measuredangle f\end{array}\right\}$ 外側の錯角で、同じ角度です。

$\measuredangle a = \measuredangle g = 40°$ および $\measuredangle d = \measuredangle f = 140°$

C

2本の平行線が1本の割線で切られている場合、内側の錯角と外側の錯角は同じです。これは、その逆にも当てはまります。つまり、1本の割線で切られた2本の直線の間の内側の錯角同士または外側の錯角同士が同じならば、その直線は平行です。

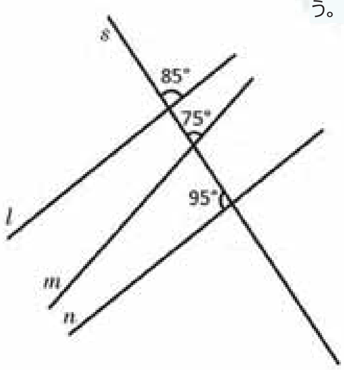
1. l // m だから、内側の錯角のペアと外側の錯角のペアを識別し、それぞれの角度を求めましょう。



$b = 55°$　$c = 125°$
$d = 55°$　$g = 125°$
$f = 55°$　$e = 125°$
$h = 55°$

2. どの直線が平行線か識別しましょう。あなたの解答を証明しましょう。

角度を検討しましょう。



それぞれの同位角は同じなので、l と n は平行な直線です。

達成の目安

2.4 内角、外角、内側の錯角および外側の錯角の関係、2本の平行直線の関係を識別しましょう。

学習の流れ

前の授業で、同位角間の関係について分析しました。今回は、内側の錯角と外側の錯角の値を分析し、直線が平行な場合、それらの角の間にある関係を正式なものとして結論付けます。

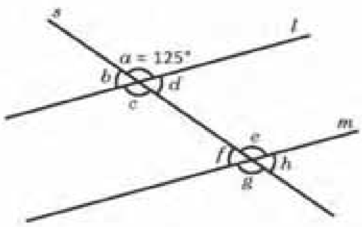
ねらい

Ⓟ、Ⓢ 前回の授業で学んだことを使ってそれぞれの角の角度を求めます、 その後、内側の錯角と外側の錯角を比較して、それらの角の関係を明らかにします。

© 1では、内側の錯角と外側の錯角を識別し、直線が平行であることを考慮しながら、それらの角を関連付けます。一方2では、その逆を適用します。つまり、同じ角があることを確認して、直線が平行であることを判断します。

一部の設問の解答：

設問1：



内側の錯角です：

$\measuredangle d$ と $\measuredangle f$

$\measuredangle c$ と $\measuredangle e$

$\measuredangle c = \measuredangle a = 125°$、頂点の反対側にあるため、

$\measuredangle c = \measuredangle a = 125°$

$\measuredangle d + \measuredangle a = 180°$、補角であるから

$\measuredangle d + 125° = 180°$,

$\measuredangle d = 55°$,

$\measuredangle f = \measuredangle d = 55°$

外側の錯角です：

$\measuredangle a$ と $\measuredangle g$

$\measuredangle b$ と $\measuredangle h$

$\measuredangle g = \measuredangle a = 125°$

$\measuredangle b = \measuredangle d = 55°$、頂点の反対側にあるため、

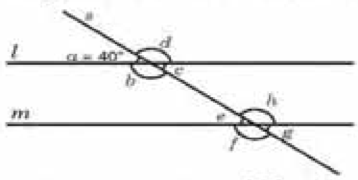
$\measuredangle h = \measuredangle b = 55°$。

日付： **ユニット4 2.4**

Ⓟ 直線 *l*、*m*、は平行線で、*s* は直線割線。

1. 残りの角の角度を計算しましょう。
2. 対になっている内側の錯角、外側の錯角の間にはどのような関係があるか明らかにしましょう。

Ⓢ



1. $\measuredangle a + \measuredangle b = 180°$,
   $\measuredangle b = 140°$
   $\measuredangle c = \measuredangle a = 40°$
   $\measuredangle d = \measuredangle b = 140°$

   $\measuredangle e = \measuredangle a = 40°$
   $\measuredangle f = \measuredangle b = 140°$
   $\measuredangle h = \measuredangle d = 140°$
   $\measuredangle g = \measuredangle c = 40°$

2. $\left.\begin{array}{l}\measuredangle b \text{ と } \measuredangle h \\ \measuredangle c \text{ と } \measuredangle e\end{array}\right\}$ 内側の錯角です

   $\measuredangle b = \measuredangle h = 140°$ および $\measuredangle c = \measuredangle e = 40°$

   $\left.\begin{array}{l}\measuredangle a \text{ と } \measuredangle g \\ \measuredangle d \text{ と } \measuredangle f\end{array}\right\}$ 外側の錯角です

   $\measuredangle a = \measuredangle g = 40°$ および $\measuredangle d = \measuredangle f = 140°$。

Ⓡ 1. $\measuredangle b = 180° - 125°$,
$\measuredangle b = 55°$
$\measuredangle d = 55°$
$\measuredangle h = 55°$
$\measuredangle f = 55°$
$\measuredangle c = 125°$, $\measuredangle g = 125°$
$\measuredangle e = 125°$

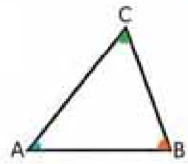
宿題：練習帳の101ページ

レッスン 2

2.5 三角形の内角の定理の演繹

P

∢A, ∢B および ∢C,が三角形の内角なら、 ∢A + ∢B + ∢C = 180°であることを証明しましょう。



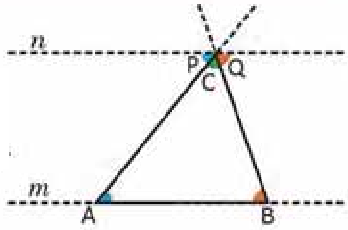
割線で切られた平行直線間の角の関係を使いましょう。

S

三角形の辺ABの延長線 *m* を作ります。頂点 C から直線 *m* に平行に直線 *n* を 引きます。

∢P + ∢C + ∢Q = 180°（平角を形成して）。

∢P = ∢A; ∢Q = ∢B（平行線間の内側の錯角のため）。



よって、∢A + ∢B + ∢C = 180° （代入して）。

従って、任意の三角形の内角の和は180°です。

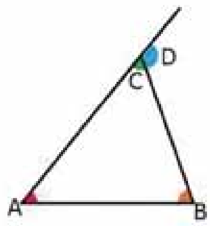
C

三角形の内角の和が 180°であることを証明するためには、1本の平行線を引き、平行線間の角の性質を利用することが必要でした。

1. 空欄を埋めて、“∢D が頂点Cの外角ならば、その角度は三角形ABCの他の2つの内角の和に等しい”； ということを証明しましょう。

解答
以下を証明しましょう

∢D が ∢C の外角なら、∢D= ∢A + ∢B となります。



三角形の辺ABの延長線 *m* を作ります。頂点 C から直線 *m* に平行に直線 *n* を 引きます。

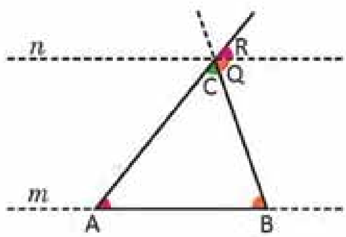
n // $\boxed{m}$（作図によって）。

∢Q = ∢B . . . (1) （平行線の間の $\boxed{\text{内側の錯角}}$ であるから）。

∢R = $\boxed{∢A}$ . . . (2)（平行線の間の同位角なので）。

∢D = ∢Q + ∢R . . . (3) （作図によって）。

∢D = ∢B + ∢A　　(1), (2) および (3)のため。



よって、三角形の外角は隣接しない2つの内角の和と同じです。

2. 定理を証明する他の方法を探しましょう。そのために、三角形の2つの内角の和を利用することができます。

達成の目安

2.5 平行線間の角の関係を利用して、三角形の内角の定理を証明しましょう。

学習の流れ

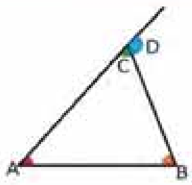
このユニットの最初の授業で、任意の多角形の内角の和を求める数式を導き出しました、この授業では、任意の三角形の内角の和は180°であることを証明します。これは、平行直線の間の角について学んだことを利用して行います。

ねらい

Ⓟ、Ⓢ 2本の平行直線を1本の割線が切る時できる角同士の関係を利用する助けとなる補助線を引き、基礎教育から正しいとされてきたある結果を証明します。

Ⓒ 1 では、提起されている命題を補完しながら定理の演繹手順を練習します。一方、2 では、指示された演繹をするために冒頭の問題の結果を利用することが求められます。

一部の設問の解答：



$\sphericalangle A + \sphericalangle B + \sphericalangle C = 180°$、三角形の内角であるから。

$\sphericalangle C + \sphericalangle D = 180°$、補角であるから。

ここから：
$\sphericalangle A + \sphericalangle B + \sphericalangle C = \sphericalangle C + \sphericalangle D$

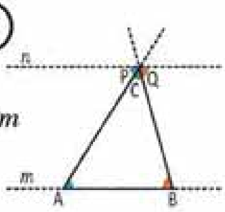
$\sphericalangle C$ 等式の両方から差し引いて： $\sphericalangle A + \sphericalangle B = \sphericalangle D$。

従って、三角形の外角の角度は隣接しない2つの内角の和と同じです。

日付： **ユニット4 2.5**

Ⓟ $\sphericalangle A$, $\sphericalangle B$ および $\sphericalangle C$,が三角形の内角なら、その和は180°であることを証明しましょう。

Ⓢ



$n \parallel m$

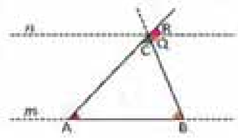
$\sphericalangle P + \sphericalangle C + \sphericalangle Q = 180°$、平角を形成するから。

$\sphericalangle P = \sphericalangle A$; $\sphericalangle Q = \sphericalangle B$、平行線間の内側の錯角であるから。

よって、$\sphericalangle A + \sphericalangle B + \sphericalangle C = 180°$（代入する）

従って、任意の三角形の内角の和は180°です。

Ⓡ



$n \parallel \boxed{m}$（作図によって）

$\sphericalangle Q = \sphericalangle B$ . . .(1)（平行線間の $\boxed{\text{内側の錯角}}$ であるから）

$\sphericalangle R = \boxed{\sphericalangle A}$ . . . (2)（平行線間の同位角であるから）

$\sphericalangle D = \sphericalangle Q + \sphericalangle R$ . . .(3)（作図によって）

$\sphericalangle D = \sphericalangle B + \sphericalangle A$ (1)、(2) および (3) のため

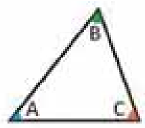
宿題：練習帳の102ページ

2.6 演繹の要素

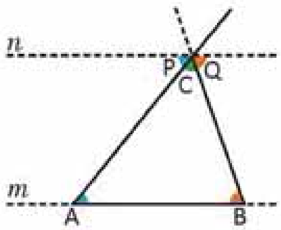
P 例を見て、演繹の要素を明らかにしましょう。

∢A、∢B および ∢C 、が三角形の内角なら：

∢A + ∢B + ∢C = 180°



∢A、∢B および ∢C、は三角形ABCの内角です。 → **仮説**



肯定	証明	
1. $n \parallel m$. 2. ∢P + ∢C + ∢Q = 180°	作図によって。平角を作成することによって。	→ **証明された肯定**
3. ∢P = A; ∢Q = ∢B.	平行線間の内側の錯角のため。	
4. ∢A + ∢B + ∢C = 180°	他動性のため。	→ **結論**

演繹は、数学的に証明できる肯定によって、仮設から結論に達することを助ける方法です。

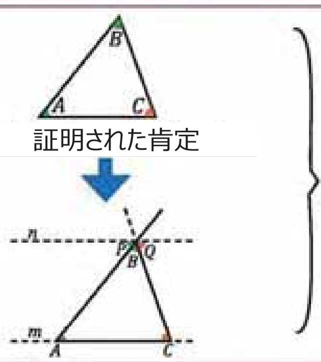
肯定は論理的根拠のある命題です。

証明は、肯定を真実とする論拠です。

S 演繹には次のものがあります：

1. 仮説。
2. 証明による肯定。
3. 結論。

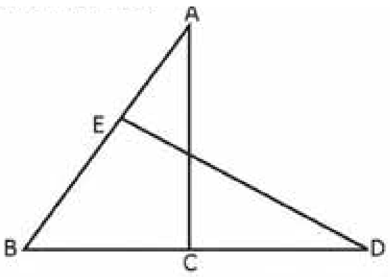
右の図では、演繹の流れを図で表しています。



C “ ▭ ならば、よって、◯ ” のような表現を**命題**と言います。
▭ で示された部分は**仮説**と呼び；◯ で示された部分は**結論**と呼びます。

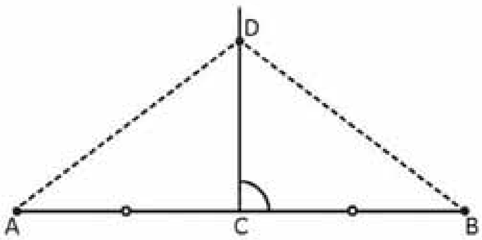
仮説と結論を識別しましょう。

1. 図の上で、∢CAB = ∢BDE および AB = DB, であれば、BC = BEです。



仮説：∢CAB = ∢BDE および AB = DBです
結論：BC = BE

2. D点が、線分ABの二等分線上にあれば、DA = DBです。



仮説：Dは、線分ABの二等分線上にあります
結論：DA = DB

達成の目安

2.6 数学の演繹の要素を明らかにしましょう。

学習の流れ

前回の授業では、ある定理の演繹手順をモデル化しました。この授業では、演繹とは何か、その要素とは何かを明らかにします。それを強調することが重要です。なぜなら、これ以後のユニットで、図の特徴、または、その他の定理を証明するために使われるからです。

ねらい

Ⓟ、Ⓢ 前回の授業で示した定理を基に演繹の要素を明らかにします。容易に区別できるように、それらの一つ一つを強調することが大切です。

© 生徒の学習を導く演繹の要素を記号で表記して明確にします。

日付： **ユニット4 2.6**

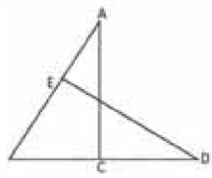
Ⓟ テキストの例を見て、演繹の要素を明らかにしましょう。

Ⓢ

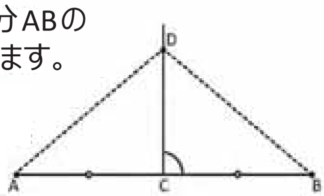
1. 仮説。
2. 肯定証明された。
3. 結論。

示された図は、演繹の流れを図で表しています。

Ⓡ 仮説：
∢CAB = ∢BDEおよび
AB = DB
結論：BC = BE.



仮説：Dは、線分ABの二等分線上にあります。
結論：DA = DB.



宿題：練習帳の103ページ

2.7 平行線間の角の特性の応用

P

カルロスは、高さ 560 cm の階段を設計する必要があります、 階段は 18 cm の蹴込みと高さの半分の所に踊り場が必要です。設計に必要な段数、階段の傾斜や角度を知るために、カルロスはどんな計算をしなければなりませんか？

サンティアゴ・フランシスコ・ブロンデルはフランスの建築家で都市計画者で、18世紀の最も重要な建築理論家のうちの一人でした。彼が貢献したものの一つは、 階段の踏み板と蹴込みの関係を確立した“ブロンデルの法則”です （図 1参照））。ブロンデルの法則は次の関係を確立します：CH が蹴上の寸法で、H が踏み板の寸法とすると、2CH + H = 64 cm です。

踏み板は階段の足が乗る部分で、蹴上は2段の踏み板の高さで決まります。

275 センチメートル以上の階段では、“踊り場” （図2参照）を設けることが推奨されます。踊り場は、階段の区切りごとに設けられる平らな場所です。

傾斜の角度は、踏み板と蹴上の比率で決まります（図3参照）。一般的に、最も快適な階段の傾斜は31° から37° とされています。

S

まず、問題の条件を考えることが必要です。

1. 階段の高さは 560 cmです。
2. 280 cmの所に踊り場が必要です。
3. 蹴上は、18 cmあるべきです。

まず最初は蹴上の数を見つけることです：

$\frac{280\text{ cm}}{18\text{ cm}} = 15.56$、約 16です。

次に、蹴上の実際の寸法を決めます：

$\frac{280\text{ cm}}{16\text{ cm}} = 17.5\text{ cm}$

“ブロンデル”の法則を適用して、次のようになります：

$$2 \times 17.5 + H = 64$$
$$H = 64 - 35$$
$$H = 29$$

従って 踏み板の寸法は29 cmあるべきです。

踏み板と蹴上の関係は $\frac{17.5}{29} = 0.6034$；約 $\frac{17}{29}$です（図3参照）。

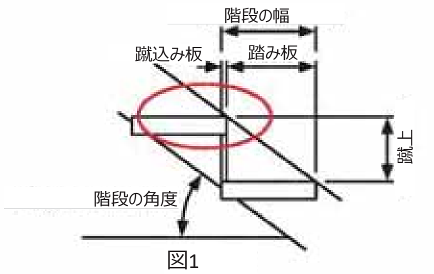


図1

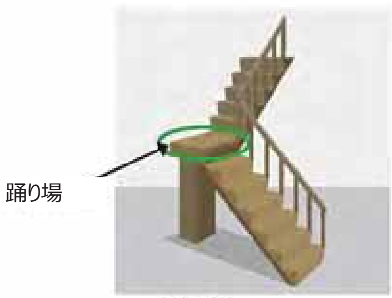


図2

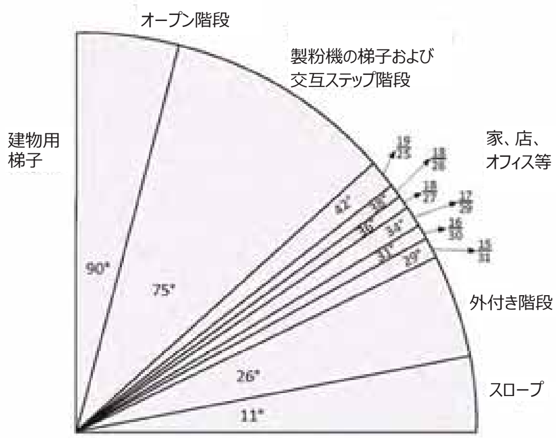
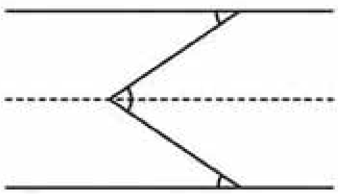
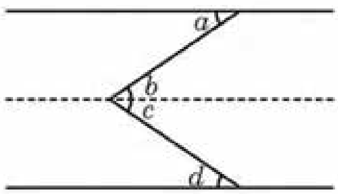


図3

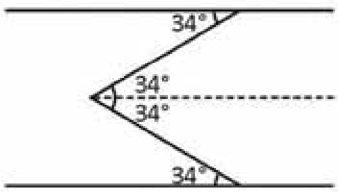
踊り場の高さに平行線をひいて、以下が得られます

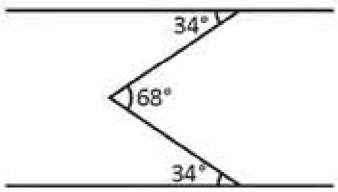


以下の角度が形成されることに注目しましょう：



次に$\sphericalangle a = \sphericalangle b = \sphericalangle c = \sphericalangle d = 34°$





$\sphericalangle d$ = 34° 踏み板と蹴上の比率です。

$\sphericalangle d$ = $\sphericalangle c$ 平行線間の内側の錯角のため。

$\sphericalangle b$ = 34° 階段の上半分の部分なので、同じ傾斜であるべきです。

$\sphericalangle b$ = $\sphericalangle a$ 内側の錯角のため

この情報で、カルロスは自分の設計の報告を完成することができます。

C

平行線間の角の特徴を適用して、未知の角度を計算する必要がある日常生活の問題を解決することが可能です。

サンタテクラ市役所は、通りと大通りの交差点における角度を知る必要があります。測量士はもう角度を測定して、そのデータは、10ª から 14ªまでの大通りと同様、9ªから 13ª までの通りは平行であることを考慮して、地図に示されています。示された角の角度を求めましょう。

達成の目安

2.7 挑戦課題、または、さまざまな問題を抱える状況を平行線間の角度を特徴付ける関係を適用して解決しましょう。

学習の流れ

ここまで、1本の割線で切られた2本の直線の間に形成される角の関係について学んできました。そして、その直線が平行である事例を もっと深く追求してきました。この授業では、角の関係とブロンデルの法則を使う日常生活の問題を解決します。ブロンデルの法則は建物の階層を繋ぐ階段の構築に良く使われます。それには、階段の目的と、どのような人がそれを利用するか考慮する必要があります。

ねらい

Ⓟ、Ⓢ 与えられた特性を考慮して、階段の設計に必要なデータを求めます。考慮する要素や、それらの寸法であるべき理由を強調することが重要です。

別の状況での問題を解決します、しかし、常に平行線間の角同士の関係を使います、これは、このユニットの第2課で学んだ内容が定着したかを確認するためです。

一部の設問の解答：

∢a = 56°、平行線間の同位角であるから。

∢x = 56°、平行線間の内側の錯角のため。

補角であるから、∢b + ∢x = 180°。

∢b = 180° − 56°
∢b = 124°

日付：　ユニット4 2.7

Ⓟ 設計に必要な段数、階段の傾斜や角度を知るために、カルロスはどんな計算をしなければなりませんか？

Ⓢ 蹴上の数は：$\frac{280\text{ cm}}{18\text{ cm}}$ ≈ 15.56、約 16です。

蹴上の実際の寸法は：

$\frac{280\text{ cm}}{18\text{ cm}} = 17.5\text{ cm}$

“ブロンデル”の法則を適用して、次のようになります：

$2CH + H = 64\text{ cm}$

$2 \times 17.5 + H = 64$
$H = 64 - 35$
$H = 29$

従って 踏み板の寸法は29 cmあるべきです。
踏み板と蹴上の関係は $\frac{17.5}{29}$ ≈ 0.6034；
約 $\frac{17}{29}$ です（図3参照）。

Ⓡ ∢a = 56°、同位角のため。
∢b = 124°

宿題：練習帳の104ページ

付録

結果の分析
各学期末には、表を使ってそれぞれの結果を分析することができます。

年間学習量
算数教科の年間指導計画書を作り、その中で授業を行う日の欄にどの授業を行うかを記載しなくてはなりません。

テスト
教員が適宜コピーして使えるように、各ユニット毎のテスト、学期末テスト、学年末テストをここに掲載します。

第1学期の結果分析					
	ユニット__テスト	ユニット__テスト	ユニット__テスト	ユニット__テスト	学期テスト
得られた平均					
平均6未満の学生の数					
平均6～8の学生の数					
平均8以上の学生の数					
第2学期の結果分析					
	ユニット__テスト	ユニット__テスト	ユニット__テスト	ユニット__テスト	学期テスト
得られた平均					
平均6未満の学生の数					
平均6～8の学生の数					
平均8以上の学生の数					
第3学期の結果分析					
	ユニット__テスト	ユニット__テスト	ユニット__テスト	ユニット__テスト	学期テスト
得られた平均					
平均6未満の学生の数					
平均6～8の学生の数					
平均8以上の学生の数					

年間学習量：2020

	1月	2月	3月	4月	5月	6月	7月	8月	9月	10月	11月
1		X	X					X			X
2		X			X			X			
3					X					X	
4	X			X			X			X	
5	X			X			X		X		
6						X			X		
7			X			X					X
8		X	X					X			X
9		X			X			X			
10					X					X	
11	X			X			X			X	
12	X			X			X		X		
13						X			X		
14			X			X					X
15		X	X					X			X
16		X			X			X			
17					X					X	
18	X			X			X			X	
19	X			X			X		X		
20	U1 1.1					X			X		
21	1.2		X			X					X
22		X	X					X			X
23		X			X			X			
24					X					X	
25	X			X			X			X	
26	X			X			X		X		
27						X			X		
28			X			X					X
29		X	X					X			X
30					X			X			
31					X					X	

年間学習量：											
	1月	2月	3月	4月	5月	6月	7月	8月	9月	10月	11月
1											
2											
3											
4											
5											
6											
7											
8											
9											
10											
11											
12											
13											
14											
15											
16											
17											
18											
19											
20											
21											
22											
23											
24											
25											
26											
27											
28											
29											
30											
31											

REPÚBLICA DE EL SALVADOR EN LA AMÉRICA CENTRAL