



エルサルバドル政府

教育省

算数 6



教科書
第二版

ESMATE





エルサルバドル政府

教育省

算数 6



教科書
第二版

ESMATE



Carla Evelyn Hananía de Varela
教育科学技術大臣

Ricardo Cardona Alvarenga
教育副大臣

Wilfredo Alexander Granados Paz
中等（第3サイクルおよび中等）教育局長
名誉代理

Janet Lorena Serrano de López
基礎教育局長
名誉代理

Santiago Alfredo Flores Amaya
予防社会プログラム局長
名誉代理

Gorka Iren Garate Bayo
科学技術イノベーション教育局長
名誉代理

Roberto Alejandro Rivera Campos
科学技術イノベーション教育課長

Félix Abraham Guevara Menjívar
科学技術イノベーション教育部長（数学）

Gustavo Antonio Cerros Urrutia
中等教育カリキュラム専門家部長

教育省執筆専門チーム

第一版

Doris Cecibel Ochoa Peña
María Dalila Ramírez Rivera
Wendy Stefania Rodríguez Argueta
Inés Eugenia Palacios Vicente
Alejandra Natalia Regalado Bonilla
Vilma Calderón Soriano de Alvarado
Norma Yolibeth López de Bermúdez
Ruth Abigail Melara Viera
Marta Rubidia Gamero de Morales
Liseth Steff any Martinez de Castillo

第二版

Wendy Stefania Rodríguez Argueta
Diana Marcela Herrera Polanco
Salvador Enrique Rodríguez Hernández
Ana Ester Argueta Aranda
Ruth Abigail Melara Viera
Vitelio Alexander Sola Gutiérrez
Francisco Antonio Mejía Ramos

レイアウトチーム

Laura Guadalupe Pérez
Judith Samanta Romero de Ciudad Real
Francisco René Burgos Álvarez

文体修正

Karen Lissett Guzmán Medrano

国際協力機構（JICA）を通じた日本の技術協力

第一版©2018

第二版©2019

著作権所有MINEDUCYTの許可なく商用目的の販売、複製を行うことは、いかなる方法であっても禁止します。

表紙の図には教育的概念が含まれます。平面図と捉えた場合、大きさの異なる平行四辺形と正六角形を見つけることができ、また立体としてとらえた場合には、幾何学的な立方体が組み合わさってできた空間のそれぞれ異なる位置に配置された立方体と見立てることもできます。

372.704 5

M425 算数 6；教科書／執筆専門チーム Wendy Stefania Rodríguez

Diana Marcela Herrera、Salvador Enrique Rodríguez、

監修 Ana Ester Argueta、Ruth Abigail Melara、Vitelio Alexander Sola、Francisco Antonio Mejía。-- 第2版 -- サンサルバドル、エルサルバドル：教育省（MINED）、2019年。

192ページ；図解入り、28 cm -- (Esmate)

ISBN 978-99961-89-99-9（印刷）

1. 算数－教科書。2. 初等教育－算数教科書6；教科書 ... 2019年。

3. 算数－基礎教育。I. Rodríguez Argueta, Wendy Stefania, 共著。II. タイトル。

BINA/jmh

生徒の皆さんへ：

新しい学年に皆さんをお迎えし、皆さんがこれから算数のさらなる知識を得る機会を得ることを喜ばしく思います。

教育・科学技術省（MINEDUCYT）では、初等教育及び中等教育における算数教育向上計画（ESMATE）を通じ、皆さんのために様々な教育教材を開発してきました。その中のひとつが、いま皆さんが手にされている「教科書」です。

この強化には、皆さんが考える力を強化し、算数の能力を伸ばせるような問題やアクティビティがたくさん含まれています。そうした能力は、日常生活の問題を解決するために役に立つものです。

ですから、この教科書にある問題を一つ一つに、挑戦だと思って取り組んでみてください。皆さんが、私たちの国の発展に貢献してくれる模範的な市民となるために、この練習帳にすべての力を注いで取り組むことを期待しています。

Carla Evelyn Hananía de Varela
教育科学技術大臣

Ricardo Cardona Alvarenga
教育科学技術副大臣

この本の中身を知ろう

第二版

第二版には国家教育システムに所属する教員からのアドバイスや気付き点が盛り込まれています。

各授業のセクション

授業のタイトル

考えてみよう

ここではこの授業で解く問題を出しています。

理解しよう

ここでは授業で学習した内容のうち最も重要なポイントを取り上げています。

答えてみよう

ここには導入問題の解き方が1つ以上掲載されているので、自分の解き方と同じものもあるかもしれません。

解いてみよう

ここには「考えてみよう」のコーナーで取り組んだ問題と同じような内容で、授業で習ったことを使って復習できるものを掲載しています。

特別な授業

復習しよう

ここでは、授業で習ったことを復習できるように、課もしくはユニットを通し授業で扱った問題を全て掲載しています。

特別なセクション

どうなるでしょうか？

ここではさらに挑戦してもう少し練習できるように「考えてみよう」のセクションとよく似た問題を扱っています。

知っていますか？

授業で取り扱った内容に関連した興味深いトピックを掲載しています。

復習しよう

ここでは、授業やユニットまたは以前に習ったことで、「考えてみよう」の問題を解くために役立つものが1つ以上掲載されています。

★やってみよう

ここでは授業で習った事を応用して解く挑戦問題があるので、授業で沢山のことを学んだと実感できるように。

私達の仲間

1年間ずっと一緒に勉強する仲間で、「考えてみよう」のコーナーで出される問題の解き方をみんなと一緒に考えてくれる仲間です。

こんにちは！わたしたちはこの一年みんなと一緒に算数をたくさん勉強しようと思っています！



フリア



カルメン



アナ



ベアトリス



ホセ



カルロス



アントニオ



マリオ

この本の登場人物

ここに登場するのは、エルサルバドルの動物たちで、この本の中で出てくる問題を解くためにいろんなヒントやアドバイス、小話してくれます。彼らは自然の一部であり、私達は大切に保護しなくてはなりません。中には絶滅危惧種とされている動物もいるので、大切に守っていきましょう。

僕は、ガロボ。僕たちはしょっちゅうイグアナと一緒にひなたぼっこしているからよく間違えられるけど、実は別の種族なんだ。



僕はアルマジロ。でもエルサルバドルでは、クスコッて呼ばれているよ。硬い殻があってそれで身を守っているんだ。



私はヒメウミガメ。自分の生まれた場所はずっと覚えているから、毎年エルサルバドルのビーチに戻ってきて産卵するの。



私はインコ、おでこがオレンジ色でチョコーヨって呼ばれるわ。25年ぐらい生きられるの。



目次

ユニット1

分数の計算 7

レッスン1：分数と自然数のかけ算・帯分数と自然数のかけ算 8

レッスン2：分数と自然数のわり算・帯分数と自然数のわり算 14

レッスン3：分数と分数のかけ算 19

ユニット2

変数とローマ数字 31

レッスン1：変数 32

レッスン2：ローマ数字 42

ユニット3

分数のわり算と混合算 47

レッスン1：分数÷分数のわり算 48

レッスン2：複合計算 57

ユニット4

比率と百分率 65

レッスン1：比率 66

レッスン2：百分率 75

ユニット5

比例 87

レッスン1：比例式 88

レッスン2：正比例 101

レッスン3：反比例 109

ユニット6

円周の長さとおの面積 117

レッスン1：円周の長さ 118

レッスン2：円の面積 121

ユニット7

データ分析 129

レッスン1：平均値 130

レッスン2：最頻値と中央値 137

ユニット8

立方体と直方体の体積 141

レッスン1：立方体と直方体の体積 142

ユニット9

別の単位から国際単位系への換算 153

レッスン1：換算 154

ユニット10

平行移動、対称、および回転 157

レッスン1：平行移動と対称 158

レッスン2：点対称 165

レッスン3：平面図形と正多角形の対称 171

ユニット11

数え方と整理の仕方 173

レッスン1：整理の仕方 174

レッスン2：確率 179

復習 181

数と計算の復習 182

数量関係の復習 185

図形の復習 187



ユニット 1

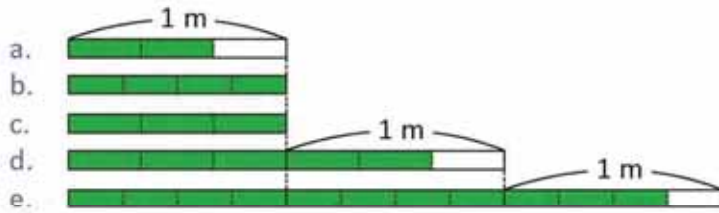
分数の計算

このユニットでは次のことを学びます

- 分数と自然数のかけ算
- 帯分数と自然数のかけ算
- 分数と分数のかけ算
- 分数の自然数によるわり算
- 分数のかけ算における約分
- ある数の逆数を求める

1.1 復習

1. 次の各問で図示した分数を、書き込みましょう。



2. 異なるように見えて等しい値を示す分数は、同値分数です。分数を約分する（分子と分母を同じ数でわる）と、同値分数を求めることができます。例えば、次のようになります。

$$\frac{10}{20} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

$\xrightarrow{\div 2}$ $\xrightarrow{\div 5}$
 $\xrightarrow{\div 2}$ $\xrightarrow{\div 5}$

約分して同値分数を3つ求めましょう。

a. $\frac{24}{36}$

b. $\frac{60}{90}$

分数を最小値まで約分すると、分子と分母に一番小さい数を書くことになります。

3. 次の分数を、最小値になるまで約分しましょう。

a. $\frac{20}{6}$

b. $\frac{15}{10}$

c. $\frac{30}{50}$



4. 仮分数から帯分数への変換は、次のように行います。

- ① 仮分数の分子を分母でわります。その商は帯分数の自然数部分に、余りは真分数部分の分子になります。
- ② 仮分数の分母は、帯分数の真分数部分の分母になります。

例えば、 $\frac{27}{4}$ の場合：

$$27 \div 4 = 6 \text{ 余り } 3 \quad \longrightarrow \quad \frac{27}{4} = 6\frac{3}{4}$$

$$\longrightarrow \quad \frac{27}{4} = 6\frac{3}{4}$$

帯分数から仮分数への変換は、次のように行います。

- ① 分母を自然数とかけて、分子をたします。その答えは、仮分数の分子になります。
- ② 帯分数の真分数部分の分母は、仮分数の分母になります。

例えば、 $1\frac{3}{5}$ の場合：

$$5 \times 1 + 3 = 8 \quad \longrightarrow \quad 1\frac{3}{5} = \frac{8}{5}$$

$$\longrightarrow \quad 1\frac{3}{5} = \frac{8}{5}$$

次の仮分数を帯分数に、帯分数を仮分数に変換しましょう。

a. $\frac{7}{4}$

b. $1\frac{1}{3}$

c. $\frac{3}{2}$

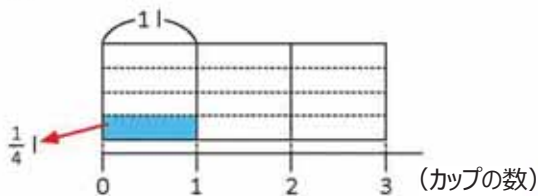
d. $1\frac{2}{3}$

1.2 分数と自然数のかけ算における基礎

考えてみよう

カップとは容積の単位で、1リットル以下を表します。カップ1杯が $\frac{1}{4}$ リットルに等しい場合、カップ3杯で何リットルになるでしょうか？

式： $\frac{1}{4} \times 3$



注目：

カップ1杯のリットル量 \times カップの数 = リットル量

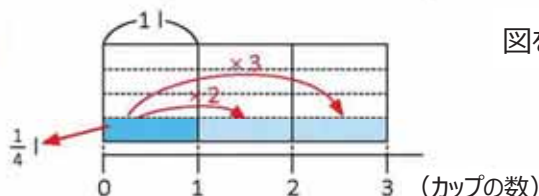
$\frac{1}{4} \times 3$ は、どのように計算できるでしょうか？

答えてみよう

かけ算 $\frac{1}{4} \times 3$ は、 $\frac{1}{4}$ の3倍です。



アナ



図を見ると、次のことが分かります。

$$\frac{1}{4} \times 3 = \frac{3}{4}$$

答え： $\frac{3}{4}$ リットル。

リットルの単位記号はlです。カップ3杯で1リットル以下となります。



理解しよう

分数を自然数とかけるには：

- ① 分子を自然数とかけます。
- ② 分母はそのまま残します。

この計算は、次の図式で表すことができます。

$$\frac{\triangle}{\square} \times \bigcirc = \frac{\triangle \times \bigcirc}{\square}$$

例えば、 $\frac{3}{7} \times 2$ の場合：

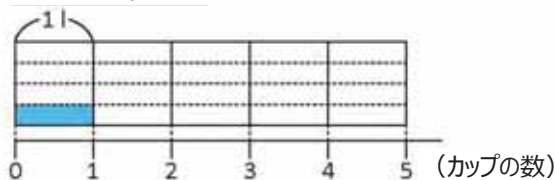
$$\begin{aligned} \frac{3}{7} \times 2 &= \frac{3 \times 2}{7} \\ &= \frac{6}{7} \end{aligned}$$

\triangle 、 \square 、 \bigcirc には、どんな自然数も当てはまります。

解いてみよう

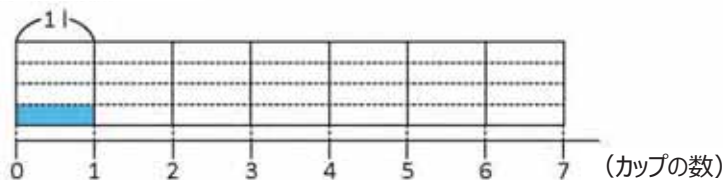
1. 次のカップの個数に等しいリットル量を求めましょう。図と図式をもちいて、同じ答えが求められるか確認しましょう。

a. カップ5杯



$$\frac{1}{4} \times 5 = \frac{\triangle \times \bigcirc}{\square} =$$

b. カップ7杯



$$\frac{1}{4} \times 7 = \frac{\triangle \times \bigcirc}{\square} =$$

2. 次の問題を解きましょう（「理解しよう」で説明した手順をふんでください）。

a. $\frac{2}{9} \times 4$

b. $\frac{3}{10} \times 3$

c. $\frac{4}{15} \times 2$

1.3 分数と自然数のかけ算

考えてみよう

ボトルとは容積の単位で、1リットル以下を表します。ボトル1本が $\frac{3}{4}$ リットルに等しい場合、ボトル3本で何リットルになるでしょうか?式を書いて、答えを求めましょう。



答えてみよう



式: $\frac{3}{4} \times 3$

前回の授業で学んだことを応用します。

カルロス

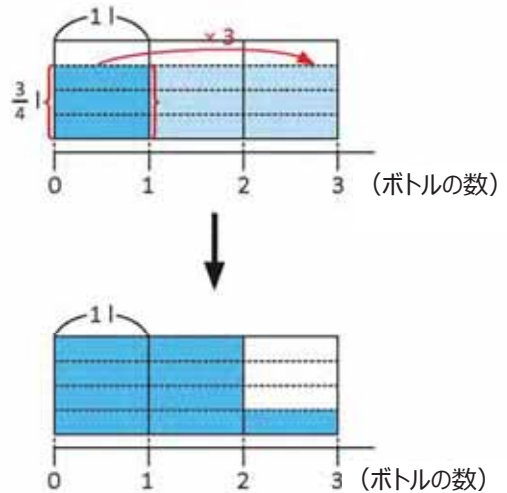
$$\begin{aligned} \frac{3}{4} \times 3 &= \frac{3 \times 3}{4} \\ &= \frac{9}{4} \end{aligned}$$

$\frac{9}{4}$ は仮分数なので、帯分数に変換します。

$$\frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$$

答え: $\frac{9}{4}$ ($= 2\frac{1}{4}$) リットル。

図をつかえば、 $\frac{3}{4} \times 3$ を計算し、これが $\frac{9}{4}$ または $2\frac{1}{4}$ と等しいことを確認できます。



注目: $\frac{3}{4} \times 3$ の答えから、 $\frac{3}{4}$ リットルの3倍が何リットルになるかが分かります。したがって、4分の3の3倍は、 $\frac{9}{4}$ 、つまり $2\frac{1}{4}$ になります。



理解しよう

かけ算の答えが仮分数の場合、帯分数に変換できます。

例:

$$\frac{4}{7} \times 5 = \frac{4 \times 5}{7} = \frac{20}{7} (= 2\frac{6}{7})$$

解いてみよう

1. 次のかけ算を解きましょう。

a. $\frac{1}{3} \times 4$

b. $\frac{2}{3} \times 7$

c. $\frac{3}{10} \times 7$

d. $\frac{2}{5} \times 3$

e. $\frac{7}{5} \times 4$

f. $\frac{3}{2} \times 5$

eとfでは、被乗数が仮分数でしたが、計算手順は、被乗数が真分数の場合と同じです。



2. オートミールチョコマフィンを作るには、オートミールが $\frac{3}{4}$ さじが必要です。このレシピで5つ作る場合、オートミールが何さじ必要になるでしょうか?

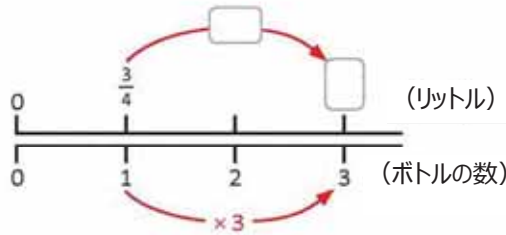
3. カミラは、毎日お昼に $\frac{3}{4}$ 時間かけて宿題をします。7日分の宿題をするのに、何時間かかるでしょうか?



1.4 二重数直線の読みとり

考えてみよう

次の図から、 $\frac{3}{4} \times 3$ と積の相関関係を読み取りましょう。



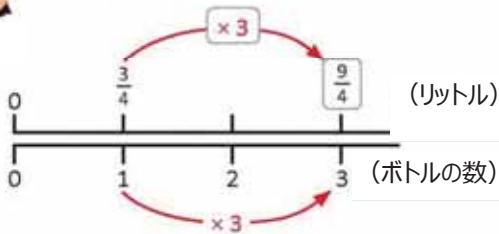
答えてみよう

図は、ボトルの本数（下の線）とリットル量（上の線）が相関関係にあることを示しています。ボトル1本が $\frac{3}{4}$ リットルに等しいことが分かります。ボトルの本数が3倍になると、リットル量も3倍になるということです。

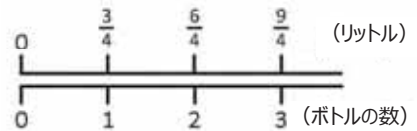


フリア

完成図：



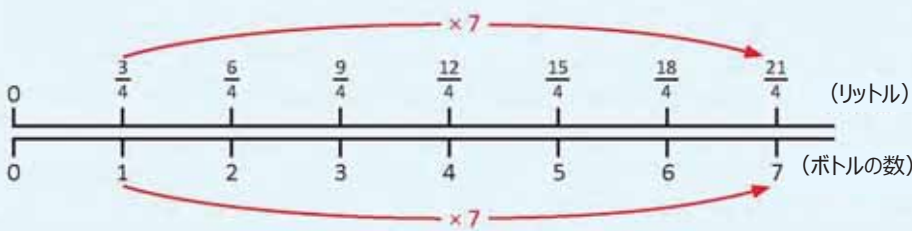
2本の線の目盛りは等しくありません。ボトルの線では1ずつ数えます。ボトル1本が $\frac{3}{4}$ リットルに等しいので、リットルの線では $\frac{3}{4}$ ずつ数えています。



理解しよう

二重数直線をつかえば、変動する数量2つの相関関係を表すことができます。ある線では1ずつ増えています、もう一方の線では数の増え方が異なります。

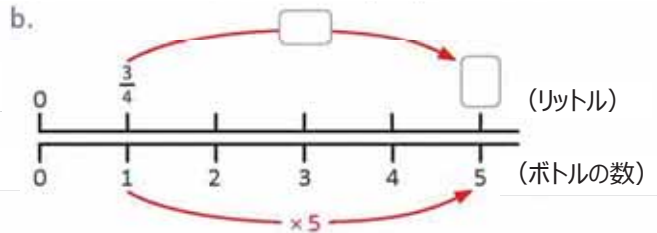
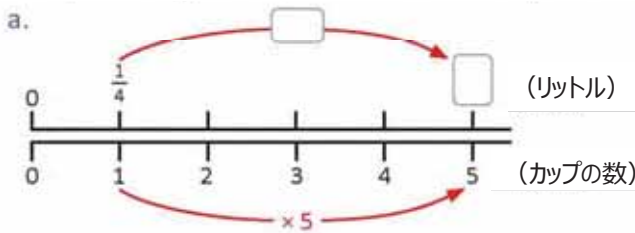
例えば、二重数直線をつかえば、ボトル7本が $\frac{3}{4} \times 7$ リットルに等しいことが分かります。



ボトルが1本ずつ増えていますが、リットル量は $\frac{3}{4}$ ずつ増えています。よって、 $\frac{3}{4}$ を7倍します。すると、ボトル7本が $\frac{21}{4}$ リットルに等しいことが分かります。

解いてみよう

1. 図を完成させて、カップの個数とボトルの本数に等しいリットル量を求めましょう。



2. どのようにして $\frac{2}{5} \times 2$ の答えを求められるでしょうか？ 二重数直線をつかきましょう。

1.5 帯分数と自然数のかけ算

考えてみよう

ガロンとは容積の単位で、1リットル以上を表します。1ガロンが $3\frac{3}{4}$ リットルに等しい場合、5ガロンで何ガロンになるでしょうか？

式: $3\frac{3}{4} \times 5$

$3\frac{3}{4} \times 5$ は、どのように計算できるでしょうか？



答えてみよう



帯分数を仮分数に変換します。

$$3\frac{3}{4} = \frac{15}{4}$$

アントニオ

次に、かけ算します。

$$\begin{aligned} 3\frac{3}{4} \times 5 &= \frac{15}{4} \times 5 \\ &= \frac{15 \times 5}{4} \\ &= \frac{75}{4} \left(= 18\frac{3}{4} \right) \end{aligned}$$

答え: $\frac{75}{4}$ ($= 18\frac{3}{4}$) リットル。

$3\frac{3}{4} = 3 + \frac{3}{4}$ なので、5ガロンは、3リットルの5倍 $\frac{3}{4}$ リットルの5倍です。

5ガロンの合計リットル量は、 $3 \times 5 + \frac{3}{4} \times 5$ ということです。ここまでの計算の答えを求めます。



カルメン

$$\begin{aligned} 3 \times 5 + \frac{3}{4} \times 5 &= 15 + \frac{3 \times 5}{4} \\ &= 15 + \frac{15}{4} \\ &= 15 + 3\frac{3}{4} \\ &= 18\frac{3}{4} \end{aligned}$$

答え: $18\frac{3}{4}$ リットル。

理解しよう

帯分数を自然数とかけるには、次のように計算します。

- ① 帯分数を仮分数に変換します。
- ② 仮分数を自然数とかけます。
- ③ 答えが仮分数のままであれば、帯分数に変換できます。

例えば、 $1\frac{1}{4} \times 3$ の場合：

$$\begin{aligned} 1\frac{1}{4} \times 3 &= \frac{5}{4} \times 3 \\ &= \frac{5 \times 3}{4} \\ &= \frac{15}{4} \left(= 3\frac{3}{4} \right) \end{aligned}$$

解いてみよう

1. 次の問題を解きましょう。

a. $1\frac{1}{3} \times 2$

b. $1\frac{2}{5} \times 3$

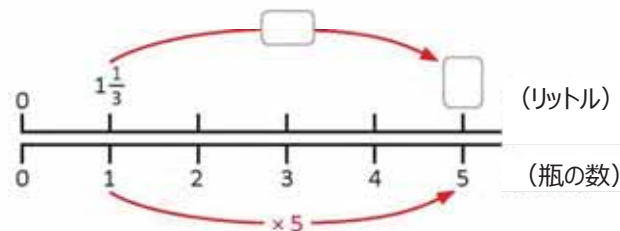
c. $2\frac{1}{4} \times 5$

d. $2\frac{1}{5} \times 3$

e. $3\frac{2}{5} \times 4$

f. $4\frac{3}{4} \times 3$

2. 瓶をいっぱいにするには、ジュースが $1\frac{1}{3}$ リットル必要です。5本の瓶をいっぱいにするには、ジュースが何リットル必要でしょうか？



1.6 分数と自然数のかけ算における約分

考えてみよう

次のかけ算を最小値まで約分しましょう。

$$\frac{5}{12} \times 9$$

答えてみよう

最初にかけ算をして、次にその答えを約分します。



ホセ

$$\frac{5}{12} \times 9 = \frac{5 \times 9}{12}$$

$$= \frac{45}{12}$$

45と12の最大公約数は3なので、分子と分母を3でわります。

$$= \frac{15}{4} \left(= 3\frac{3}{4} \right)$$

答え: $\frac{15}{4} \left(= 3\frac{3}{4} \right)$

かけ算をする前に、9と12に注目し、その両方を最大公約数の3でわって約分します。



ヘアトリス

$$\frac{5}{12} \times 9 = \frac{5 \times \cancel{9}^3}{\cancel{12}_4}$$

かけ算をする前に約分します!

$$= \frac{5 \times 3}{4}$$

$$= \frac{15}{4} \left(= 3\frac{3}{4} \right)$$

答え: $\frac{15}{4} \left(= 3\frac{3}{4} \right)$

理解しよう

かけ算を解く前に約分すると、数字の大きな計算をせずに済みます。分子から1つ、分母からもう1つの数字を選んで、その組み合わせの最大公約数で両方の数字をわりましょう。答えは、必ず最小値になります。

例:

$$\begin{aligned} \frac{5}{12} \times 8 &= \frac{5 \times \cancel{8}^2}{\cancel{12}_3} && 8と12の最大公約数は4 \\ &= \frac{5 \times 2}{3} \\ &= \frac{10}{3} \left(= 3\frac{1}{3} \right) \end{aligned}$$



思い出そう: 約分するにあたって、分子と分母を同じ値で限界までわることができます。

解いてみよう

1. 次の問題を解きましょう (計算する前に約分しましょう)。

a. $\frac{1}{6} \times 3$

b. $\frac{5}{18} \times 9$

c. $\frac{5}{12} \times 18$

d. $\frac{7}{24} \times 20$

e. $\frac{3}{5} \times 5$

f. $\frac{7}{10} \times 10$

eとfを解くときは、次のことを思い出しましょう。

$$\frac{3}{1} = 3, \frac{5}{1} = 5$$



2. オルビアが毎日 $\frac{3}{4}$ リットルの牛乳を飲むと、14日で何リットル飲むことになるでしょうか?

3. 養蜂家さんが、ハチの巣1個につき、ハチミツを $\frac{8}{5}$ kg 回収しています。ハチの巣10個で何kg回収できるでしょうか?



ミツバチには、生体構造に適していて、スペースを最大限に利用できるような個室が必要です。このような理由から、ハチの巣は六角形の個室が連なった構造となっており、さらにいえば、ハチの巣そのものも規則正しい六角形です。これには、有効面積を最大化する狙いがあります。

出典: api-cultura.com



2.1 分数と自然数のわり算における基礎

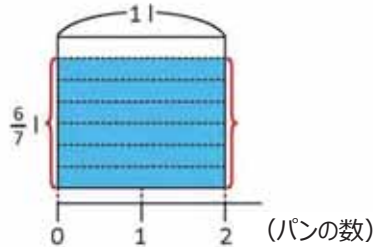
復習しよう

同じ瓶を2本、6リットルのジュースでいっぱいにしました。各瓶には何リットル入っているでしょうか？これを計算するには、どのような計算式をつかいますか？

考えてみよう

パンを2つ作るのに $\frac{6}{7}$ リットルの水をつかう場合、パン1つに、何リットルの水が必要でしょうか？

式: $\frac{6}{7} \div 2$

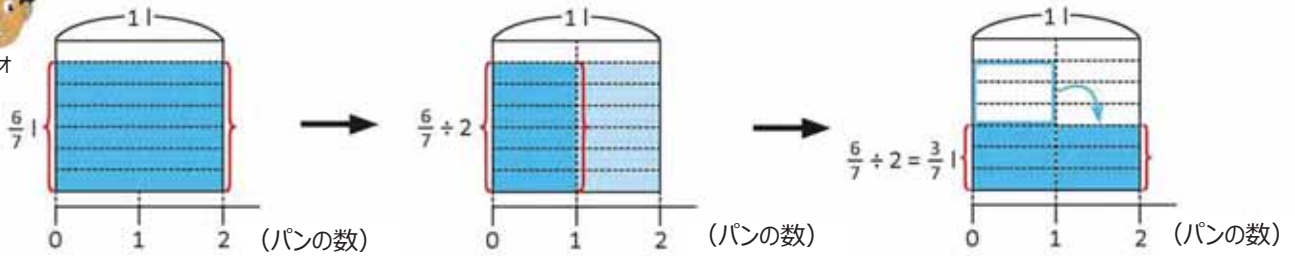


$\frac{6}{7} \div 2$ は、どのように計算できるでしょうか？

答えてみよう



わり算 $\frac{6}{7} \div 2$ は、 $\frac{6}{7}$ リットルの二等分です。



図を見ると、次のことが分かります。

$$\frac{6}{7} \div 2 = \frac{6 \div 2}{7} = \frac{3}{7}$$

答え: $\frac{3}{7}$ リットル。

理解しよう

分数を自然数でわるとき、可能であれば、分子を除数でわって、分母はそのまま残します。

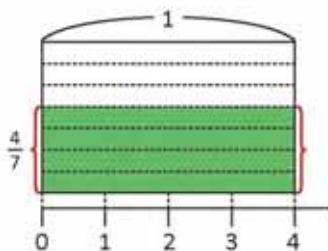
例えば、 $\frac{4}{5} \div 2$ の場合：

$$\frac{4}{5} \div 2 = \frac{4 \div 2}{5} = \frac{2}{5}$$

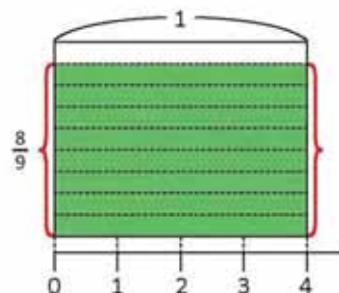
解いてみよう

次のわり算を図示し、「理解しよう」で説明した内容を応用して、答えを求めよう。

a. $\frac{4}{7} \div 4$



b. $\frac{8}{9} \div 4$



2.2 分数と自然数のわり算

復習しよう

次の分数の組み合わせが等しいか、確認しましょう。

a. $\frac{3}{4}$ と $\frac{6}{8}$

b. $\frac{9}{12}$ と $\frac{12}{16}$

考えてみよう

次のわり算の答えを求めましょう。

$$\frac{3}{4} \div 2$$

答えてみよう



フリア

前回の授業では、次のことを学びました。

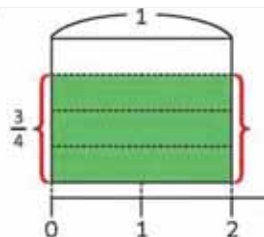
$$\frac{3}{4} \div 2 = \frac{3 \div 2}{4}$$

わり算 $3 \div 2$ はわりきれませんが、 $\frac{3}{4}$ を $\frac{3 \times 2}{4 \times 2} = \frac{6}{8}$ のように増大させると、2 でわれます。

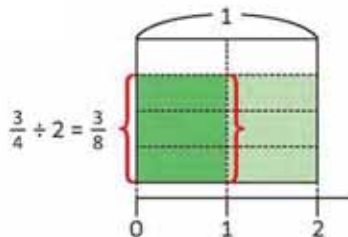
$$\begin{aligned} \frac{3}{4} \div 2 &= \frac{6}{8} \div 2 \\ &= \frac{6 \div 2}{8} \\ &= \frac{3}{8} \end{aligned}$$

答え: $\frac{3}{8}$

図をつかうと、 $\frac{3}{4}$ は次のように表せます。



2 でわると、 $4 \times 2 = 8$ で八等分になります。



理解しよう

分数を自然数でわる場合：

- ① 分子をそのまま残します。
- ② 分母を自然数とかけます。

$$\frac{\triangle}{\square} \div \bullet = \frac{\triangle}{\square \times \bullet}$$

\triangle 、 \square 、 \bullet には、どんな自然数も当てはまります。

解いてみよう

1. 次の問題を解きましょう。

a. $\frac{3}{5} \div 2$

b. $\frac{3}{7} \div 4$

c. $\frac{2}{7} \div 3$

d. $\frac{3}{5} \div 5$

e. $\frac{5}{6} \div 7$

f. $\frac{4}{9} \div 11$

2. 牛乳 $\frac{2}{5}$ リットルを 3 つのコップに三等分すると、コップ 1 杯につき何リットルの牛乳が入るでしょうか？

3. お米 $\frac{3}{4}q$ を 5 つの袋に五等分すると、袋 1 つにつき何 q のお米が入るでしょうか？

2.3 帯分数と自然数のわり算

復習しよう

次の問題を解きましょう。 $\frac{2}{3} + \frac{1}{6}$

考えてみよう

カルロスは、 $2\frac{1}{2}$ リットルのオレンジジュースを、3つの容器に分けます。どの容器にも同じ量のジュースが入る場合、容器1つにつき何リットル入るでしょうか？

式: $2\frac{1}{2} \div 3$

$2\frac{1}{2} \div 3$ は、どのように計算できるでしょうか？

答えてみよう

まずは、帯分数（被除数）を仮分数に変換します。

$$2\frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$



アントニオ

次に、前回の授業で学んだことを活用します。つまり、分子をそのまま残して、分母を自然数とかけるのです。

$$\begin{aligned} 2\frac{1}{2} \div 3 &= \frac{5}{2} \div 3 \\ &= \frac{5}{2 \times 3} \\ &= \frac{5}{6} \end{aligned}$$

答え: $\frac{5}{6}$ リットル。

理解しよう

帯分数を自然数でわるには、次のように計算します。

- ① 帯分数を仮分数に変換します。
- ② 前回の授業と同じ手順で、仮分数を自然数でわります。つまり、分子をそのまま残して、分母を自然数とかけるのです（答えが仮分数なら、帯分数に変換できます）。

例えば、 $3\frac{2}{5} \div 2$ の場合：

$$\begin{aligned} 3\frac{2}{5} \div 2 &= \frac{17}{5} \div 2 \\ &= \frac{17}{5 \times 2} \\ &= \frac{17}{10} \left(= 1\frac{7}{10} \right) \end{aligned}$$

解いてみよう

1. 次の問題を解きましょう。

a. $2\frac{1}{5} \div 3$

b. $3\frac{1}{4} \div 4$

c. $4\frac{2}{3} \div 5$

d. $3\frac{1}{5} \div 3$

e. $4\frac{3}{7} \div 5$

f. $5\frac{2}{3} \div 4$

2. ペンキ $1\frac{1}{4}$ ガロンで 40 m^2 の壁を塗った場合、 1 m^2 の壁を塗るのに何ガロンのペンキが必要でしょうか？



2.4 わり算の約分

復習しよう

次の問題を解きましょう（最小値になるまで答えを約分しましょう）。 $\frac{7}{10} \times 15$

考えてみよう

次の問題を解きましょう（最小値になるまで約分しましょう）。

$$\frac{4}{5} \div 12$$

答えてみよう



ホセ

最初にわり算をして、次にその答えを約分します。

$$\begin{aligned} \frac{4}{5} \div 12 &= \frac{4}{5 \times 12} \\ &= \frac{1}{60} \\ &= \frac{1}{15} \end{aligned}$$

4 と 60 の最大公約数は 4 なので、分子と分母を 4 でわります。

最後にでた答えを約分します！

かけ算をする前に、4 と 12 に注目して、その両方を最大公約数の 4 でわって約分します。



アナ

$$\begin{aligned} \frac{4}{5} \div 12 &= \frac{1}{5 \times \frac{12}{4}} \\ &= \frac{1}{5 \times 3} \\ &= \frac{1}{15} \end{aligned}$$

分数のかけ算と同じように、かけ算をする前に約分します！

理解しよう

かけ算をする前にわり算を約分すると、数字の大きな計算をせずに済むので便利です。そのためには、分子と自然数を最大公約数でわります。

例えば、 $\frac{3}{4} \div 9$ の場合：

$$\begin{aligned} \frac{3}{4} \div 9 &= \frac{1}{4 \times \frac{9}{3}} \\ &= \frac{1}{4 \times 3} \\ &= \frac{1}{12} \end{aligned}$$



帯分数によるわり算も、帯分数を仮分数に変換して、約分することができます。例えば、次のようになります。

$$\begin{aligned} 2\frac{4}{5} \div 6 &= \frac{14}{5} \div 6 \\ &= \frac{7}{5 \times \frac{6}{3}} \\ &= \frac{7}{5 \times 2} \\ &= \frac{7}{10} \end{aligned}$$

解いてみよう

1. 次の問題を解きましょう。

a. $\frac{2}{5} \div 8$

b. $\frac{12}{13} \div 6$

c. $\frac{6}{7} \div 3$

d. $\frac{18}{11} \div 9$

e. $\frac{24}{7} \div 6$

f. $\frac{22}{7} \div 11$

2. 犬の餌 $\frac{16}{5}$ lb を 4 つの袋に四等分する場合、袋 1 つにつき何 lb 入るでしょうか？

3. トウモロコシ $3\frac{3}{4}$ q を五等分する場合、1 切れにつき何 q になるでしょうか？



2.5 復習

まとめると、この課では次のことを学びました。

かけ算では、分子を自然数とかけます。一方、わり算では、分母を自然数とかけます。約分できる場合は、かけ算をする前に約分しましょう。



1. 次の問題を解きましょう（できるかぎり約分しましょう）。

a. $\frac{2}{9} \times 4$

b. $\frac{4}{5} \times 3$

c. $3\frac{1}{4} \times 2$

d. $\frac{3}{8} \times 10$

e. $\frac{4}{5} \div 3$

f. $\frac{1}{7} \div 10$

g. $\frac{1}{10} \div 6$

h. $\frac{6}{7} \div 2$

i. $\frac{5}{8} \div 4$

2. ダビッドは、毎日 $1\frac{1}{3}$ 時間ピアノを練習しています。5 日間練習すると、何時間になるでしょうか？

歴史上もっとも著名なピアニストの一人に、**ルートヴィヒ・ヴァン・ベートーヴェン**がいます。生涯にわたって難聴に悩まされたことで有名ですが、そんなベートーヴェンの代表作には、ほとんど何も聞こえなくなってしまってから作曲したものもあります。

出典：www.biography.com



3. トウモロコシ $11\frac{2}{3}q$ を 10 個の容器に十等分します。容器 1 個につき、何 q のトウモロコシが入るでしょうか？

4. シャツ工場では、同じワイシャツを 5 着つくるのに、 $8\frac{3}{4}$ ヤードの生地をつかいます。ワイシャツ 1 着につき、何ヤードの生地をつかうでしょうか？

★ やってみよう

1. フリアは、理科の課題に毎日 $\frac{3}{4}$ 時間かけたところ、2 日で終わりました。マリオは、同じ課題に毎日 $\frac{1}{4}$ 時間かけたところ、6 日で終わりました。この課題により多くの時間をかけたのは、どちらでしょうか？

アルキメデス・スクルー式ポンプは、2000 年以上も前の発明です。現在に至るまで、鉱山での灌漑や排水に利用されていました。この装置が動くと、スクルーの回転によって、水が頂上まで押し上げられます。

出典：www.historybiografias.com



2. 5 人組のグループでサイクリングツアーをしたところ、水 $\frac{3}{4}$ リットルのボトルを 15 本飲み干していました。全員が水を同じ量だけ飲んでいたら、1 人あたり何リットル飲んだことになるでしょうか？

3.1 単位分数によるかけ算

復習しよう

分子が1の分数を、単位分数といいます。例えば、 $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{1}{4}$ などです。他の単位分数を書き出してみましょう。

考えてみよう

ボトル1本が $\frac{3}{4}$ リットルに等しい場合、ボトル $\frac{1}{2}$ 本で何リットルになるでしょうか？

式: $\frac{3}{4} \times \frac{1}{2}$

$\frac{3}{4} \times \frac{1}{2}$ は、どのように計算できるでしょうか？

考えてみましょう。ボトル2本分とボトル3本分のリットル量は、どうすれば計算できるでしょうか？ボトル $\frac{1}{2}$ 本では、どうでしょうか？

2ボトル2本: $\frac{3}{4} \times 2$ 。つまり、 $\frac{3}{4}$ の2倍です。

3ボトル3本: $\frac{3}{4} \times 3$ 。つまり、 $\frac{3}{4}$ の3倍です。

ボトル $\frac{1}{2}$ 本: $\frac{3}{4} \times \frac{1}{2}$ 。つまり、 $\frac{3}{4}$ の $\frac{1}{2}$ 倍です。

よって、次の式が成り立ちます。

$$\text{ボトル1本分のリットル量} \times \text{ボトルの本数} = \text{リットル量}$$



答えてみよう



カルメン

ボトル1本分のリットル量を2でわるという方法でも、ボトル半分のリットル量を求めることができます。つまり、

$$\frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{4} \div 2$$

この計算は、前回までの授業で学びました!分数と自然数のわり算を解きます。

$$\begin{aligned} \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} &= \frac{3}{4} \div 2 \\ &= \frac{3}{4 \times 2} \\ &= \frac{3}{8} \end{aligned}$$

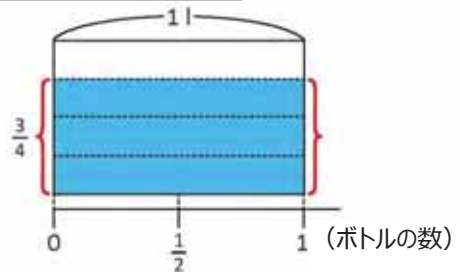
答え: $\frac{3}{8}$ リットル。

かけ算 $\frac{3}{4} \times \frac{1}{2}$ は、 $\frac{3}{4}$ の $\frac{1}{2}$ 倍です。 $\frac{3}{4}$ の $\frac{1}{2}$ を計算するのと同じなので、 $\frac{3}{4}$ の半分になります。

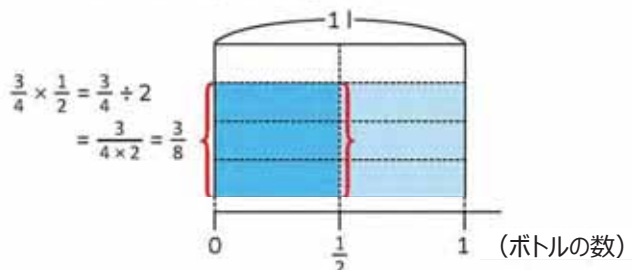


マリオ

$\frac{3}{4}$ リットルを図で表します。



これを二等分します。



二等分すると、 $4 \times 2 = 8$ で、1リットルが八等分になります。

答え: $\frac{3}{8}$ リットル。

理解しよう

単位分数によるかけ算は、単位分数の分母が除数の場合、自然数によるわり算と等しくなります。

$$\frac{\triangle}{\square} \times \frac{1}{\bullet} = \frac{\triangle}{\square} \div \bullet = \frac{\triangle}{\square \times \bullet}$$

△、□、●には、どんな自然数も当てはまります。

例：

$$\begin{aligned} \frac{2}{5} \times \frac{1}{9} &= \frac{2}{5} \div 9 \\ &= \frac{2}{5 \times 9} \\ &= \frac{2}{45} \end{aligned}$$

解いてみよう

1. 単位分数によるかけ算と自然数によるわり算が等しいことを応用して、次の問題の式を完成させて、解きましょう。
2. 次のボトルの本数では、何リットルになるか計算しましょう。

a. $\frac{2}{5} \times \frac{1}{7} = \frac{2}{5} \div \square$

b. $\frac{3}{4} \times \frac{1}{5} = \frac{3}{4} \square 5$

c. $\frac{8}{9} \times \frac{1}{3} = \frac{8}{9} \div \square$

d. $\frac{7}{11} \times \frac{1}{2} = \frac{7}{11} \square 2$

a. ボトル $\frac{1}{3}$ 本

b. ボトル $\frac{1}{5}$ 本

c. ボトル $\frac{1}{7}$ 本

d. ボトル $\frac{1}{11}$ 本

知っていますか？

分数の歴史

分数の起源はたいへん古く、バビロニア人、エジプト人、ギリシャ人に広く用いられていました。エジプト人については、分数をつかった計算で、日常生活の問題を解決していました。その問題とは、パンの配分、ピラミッドの建設方式、地球化学における測定などさまざまです。これは、インド数学パピルスのような、数々の古い文書で証明されています。



6世紀、分数の原則を定めたのは、ヒンドゥー人でした。当時はアリヤバータが、7世紀にはブラーマグプタが、この原則に注目しました。

現在わたしたちが利用している分数の原則は、マハービーラ（9世紀）とバースカラ（12世紀）の功績です。

分数という名称は、ファン・デルナが考案しました。『アル=フワーリズミー』が著した数学書をラテン語に翻訳した、12世紀の翻訳者です。彼は、アラビア語の単語「al-Kasr」を翻訳するにあたって、ラテン語で砕くや壊すを意味する「fractio」を用いました。

分数は、数えたり、測定したり、分割したりと、さまざまなニーズに注力したことを発端としているのです。

出典：<https://sites.google.com/site/cienciasnaturalesljbj>

3.2 分数によるかけ算

考えてみよう

ボトル $\frac{5}{7}$ 本で何リットルになるでしょうか？

式: $\frac{3}{4} \times \frac{5}{7}$

$\frac{3}{4} \times \frac{5}{7}$ は、どのように計算できるでしょうか？

前回の授業で学んだこと：

$$\begin{aligned} \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} &= \frac{3}{4} \div 2 \\ &= \frac{3}{4 \times 2} \\ &= \frac{3}{8} \end{aligned}$$



答えてみよう



$\frac{3}{4} \times \frac{5}{7}$ は、 $\frac{3}{4}$ の $\frac{5}{7}$ 倍です。
 $\frac{3}{4}$ の $\frac{5}{7}$ を計算するのと同じです。

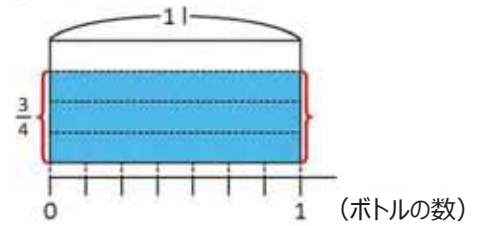
ホセ

$\frac{5}{7}$ は $\frac{1}{7}$ の 5 倍です。つまり、 $\frac{1}{7} \times 5$ となります。まずは、 $\frac{3}{4}$ の $\frac{1}{7}$ を計算し、次に、5 をかけます。

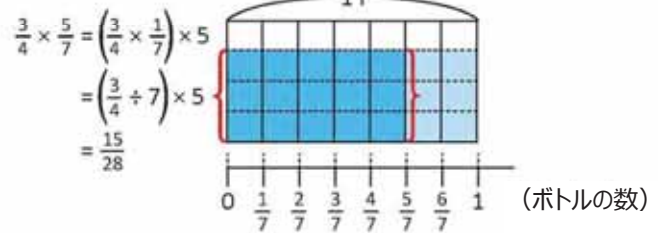
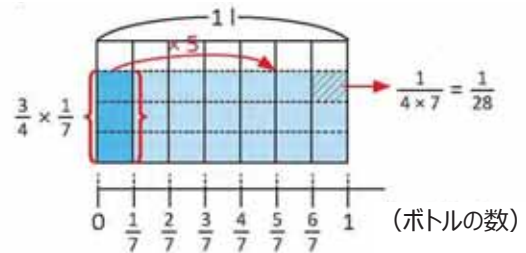
$$\begin{aligned} \frac{3}{4} \times \frac{5}{7} &= \left(\frac{3}{4} \times \frac{1}{7} \right) \times 5 \\ &= \left(\frac{3}{4} \div 7 \right) \times 5 \\ &= \frac{3}{4 \times 7} \times 5 \\ &= \frac{3}{28} \times 5 \\ &= \frac{15}{28} \end{aligned}$$

答え: $\frac{15}{28}$ リットル。

$\frac{3}{4}$ を図で表します。



$\frac{3}{4}$ を 7 でわって、 $\frac{3}{4} \times \frac{1}{7}$ を計算します。次に、5 をかけます。



理解しよう

分数と分数のかけ算をすると、分数と分数の計算手順が理解できます。また、答えを求めるとき、かけ算を次の式のように書き直すことができます。

$$\frac{\triangle}{\square} \times \frac{\diamond}{\circ} = \left(\frac{\triangle}{\square} \times \frac{1}{\circ} \right) \times \diamond$$

△、□、◇、○ には、どんな自然数も当てはまります。

解いてみよう

次の問題を解きましょう。

a. $\frac{4}{5} \times \frac{3}{7} = \left(\frac{\triangle}{\square} \times \frac{1}{\circ} \right) \times \diamond =$

b. $\frac{4}{9} \times \frac{2}{5} = \left(\frac{\triangle}{\square} \times \frac{1}{\circ} \right) \times \diamond =$

c. $\frac{1}{7} \times \frac{2}{3}$

d. $\frac{6}{7} \times \frac{2}{7}$

3.3 かけ算の計算手順

考えてみよう

かけ算 $\frac{3}{4} \times \frac{5}{7}$ の答えは、 $\frac{15}{28}$ です（以前の授業で計算しました）。次のように計算します。

a. 分子と分母がそれぞれ、 $\frac{3}{4}$ の分子と $\frac{5}{7}$ の分子の積、 $\frac{3}{4}$ の分母と $\frac{5}{7}$ の分母の積になる分数を求めましょう。

b. a. で求めた分数は、 $\frac{3}{4} \times \frac{5}{7}$ の答えと等しいでしょうか？分数と分数をかける手順について、何がわかりましたか？

答えてみよう

a. $\frac{3}{4}$ の分子と $\frac{5}{7}$ の分子をかけます。

$$3 \times 5 = 15$$

$\frac{3}{4}$ の分母と $\frac{5}{7}$ の分母をかけます。

$$4 \times 7 = 28$$

よって、求めていた答えは、分数の $\frac{15}{28}$ です。

b. a. で求めた分数は、 $\frac{3}{4} \times \frac{5}{7}$ の答えと等しいです。これは、分数と分数をかけるには、分子と分子、分母と分母をかけなければならないということです。つまり、次の式のようになります。

$$\begin{aligned} \frac{3}{4} \times \frac{5}{7} &= \frac{3 \times 5}{4 \times 7} \\ &= \frac{15}{28} \end{aligned}$$



理解しよう

まとめると、分数と分数をかけるには、次のように計算します。

- ① 分子と分子をかけます。
- ② 分母と分母をかけます。

答えが仮分数の場合は、帯分数に変換できます。

例えば、 $\frac{2}{3} \times \frac{2}{5}$ の場合：

$$\begin{aligned} \frac{2}{3} \times \frac{2}{5} &= \frac{2 \times 2}{3 \times 5} \\ &= \frac{4}{15} \end{aligned}$$

自然数を分数とかけるには、自然数を分子とかけて、分母をそのまま残します。



また、分数と自然数のかけ算では必ず、自然数を分母が1の分数に書き換えて、分数が2つある状態でかけ算することができます。例えば、次のようになります。

$$\begin{aligned} \frac{3}{5} \times 4 &= \frac{3}{5} \times \frac{4}{1} \\ &= \frac{3 \times 4}{5} \\ &= \frac{12}{5} \end{aligned}$$

解いてみよう

次の問題を解きましょう。

a. $\frac{3}{5} \times \frac{2}{7}$

b. $\frac{3}{4} \times \frac{5}{8}$

c. $\frac{5}{6} \times \frac{1}{2}$

d. $\frac{1}{3} \times \frac{2}{5}$

e. $\frac{2}{9} \times \frac{8}{3}$

f. $\frac{7}{5} \times \frac{3}{4}$

g. $\frac{5}{7} \times 3$

h. $5 \times \frac{8}{3}$

3.4 分数と分数のかけ算における約分

復習しよう

分数と分数をかけるには、どんな手順をふみますか？

考えてみよう

次のかけ算の答えを求めましょう（必ず約分をしましょう）。

$$\frac{10}{9} \times \frac{3}{5}$$

答えてみよう

かけ算をして、その答えを約分します。



アナ

$$\begin{aligned} \frac{10}{9} \times \frac{3}{5} &= \frac{10 \times 3}{9 \times 5} \\ &= \frac{30}{45} \\ &= \frac{2}{3} \end{aligned}$$

30と45の最大公約数は15

かけ算をする前に約分します。10と5の最大公約数は5、3と9の最大公約数は3です。



カルロス

$$\begin{aligned} \frac{10}{9} \times \frac{3}{5} &= \frac{\overset{2}{\cancel{10}} \times \overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{3}{\cancel{9}} \times \underset{1}{\cancel{5}}} \\ &= \frac{2 \times 1}{3 \times 1} \\ &= \frac{2}{3} \end{aligned}$$

理解しよう

できれば、かけ算をする前に約分したほうが簡単です。どんな分子、どんな分母でも、約分できます。

どうなるでしょうか

同じく、次のように約分できます。

$$\frac{\overset{2}{\cancel{10}}}{\underset{3}{\cancel{3}}} \times \frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{1}{\cancel{3}}} = \frac{2}{3} \times \frac{1}{1} = \frac{2}{3}$$

解いてみよう

1. 次の問題を解きましょう（計算する前に約分しましょう）。

a. $\frac{4}{21} \times \frac{7}{10}$

b. $\frac{7}{24} \times \frac{4}{7}$

c. $\frac{12}{35} \times \frac{14}{15}$

d. $\frac{5}{9} \times \frac{7}{15}$

e. $\frac{3}{8} \times \frac{6}{7}$

f. $\frac{11}{7} \times \frac{49}{44}$

2. ボトル1本が $\frac{3}{4}$ リットルに等しい場合、ボトル $\frac{8}{9}$ 本で何リットルになるでしょうか？

★ やってみよう

「どうなるでしょうか」の内容を活かして、図式に当てはまる数字を入れて完成させましょう。

$$\frac{\square}{5} \times \frac{3}{\square} = \frac{\square}{5} \times \frac{3}{\square} = \frac{3}{10}$$

3.5 帯分数によるかけ算

復習しよう

次の問題を解きましょう。

$$2\frac{1}{3} \times 4$$

考えてみよう

次のかけ算をしましょう。

$$1\frac{2}{3} \times 2\frac{3}{4}$$

答えてみよう

帯分数を仮分数に変換して、かけ算します。

$$1\frac{2}{3} = \frac{5}{3}$$

$$2\frac{3}{4} = \frac{11}{4}$$



ヘアトリス

よって、次のように計算します。

$$\begin{aligned} 1\frac{2}{3} \times 2\frac{3}{4} &= \frac{5}{3} \times \frac{11}{4} \\ &= \frac{5 \times 11}{3 \times 4} \\ &= \frac{55}{12} \\ &= 4\frac{7}{12} \end{aligned}$$

理解しよう

帯分数とかけるには、次のように計算します。

- ① 帯分数を仮分数に変換します。
- ② 約分できる場合は、約分します。
- ③ 分子と分子、分母と分母をかけます。答えが仮分数の場合は、帯分数に変換できます。

例：

$$\begin{aligned} \frac{2}{5} \times 5\frac{1}{4} &= \frac{2}{5} \times \frac{21}{4} \\ &= \frac{1}{5} \times \frac{21}{2} \\ &= \frac{1 \times 21}{5 \times 2} \\ &= \frac{21}{10} \left(= 2\frac{1}{10} \right) \end{aligned}$$

解いてみよう

1. 次のかけ算をしましょう。

a. $1\frac{2}{5} \times 2\frac{2}{3}$

b. $2\frac{1}{2} \times 1\frac{2}{3}$

c. $1\frac{1}{6} \times \frac{3}{7}$

d. $\frac{3}{4} \times 2\frac{4}{5}$

e. $2\frac{6}{7} \times 4$

f. $6 \times 2\frac{1}{9}$

2. バナナシェイクを1杯つくるのにカップ $1\frac{1}{3}$ 杯の牛乳が必要な場合、バナナシェイクを2杯半つくるには、何杯の牛乳が必要でしょうか？

3.6 分数における交換法則と結合法則

考えてみよう

各問でかけ算の答えを求めて、答えが等しいことを確認しましょう。

a. $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}$ と $\frac{4}{5} \times \frac{2}{3}$

b. $(\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}) \times \frac{1}{3}$ と $\frac{2}{3} \times (\frac{4}{5} \times \frac{1}{3})$

答えてみよう

a. 両方のかけ算をします。



アントニオ

$$\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{2 \times 4}{3 \times 5} = \frac{8}{15}$$

$$\frac{4}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{4 \times 2}{5 \times 3} = \frac{8}{15}$$

答えは同じです! つまり、次のようになります。

$$\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{4}{5} \times \frac{2}{3}$$

b. 両方のかけ算の答えを求めます。

$$\begin{aligned} (\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}) \times \frac{1}{3} &= \frac{8}{15} \times \frac{1}{3} \\ &= \frac{8 \times 1}{15 \times 3} \\ &= \frac{8}{45} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{2}{3} \times (\frac{4}{5} \times \frac{1}{3}) &= \frac{2}{3} \times \frac{4}{15} \\ &= \frac{2 \times 4}{3 \times 15} \\ &= \frac{8}{45} \end{aligned}$$

同じ答えができました! つまり、次のようになります。

$$(\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}) \times \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \times (\frac{4}{5} \times \frac{1}{3})$$

理解しよう

- 交換法則: 2つの分数をかけるとき、どの順番でかけても、答えが等しくなること。つまり、▲と■が分数の場合、次のようになります。

$$\triangle \times \square = \square \times \triangle$$

- 結合法則: 3つ以上の分数をかけるとき、2つずつかけていくことができること。つまり、▲、■、●が分数の場合、次のようになります。

$$(\triangle \times \square) \times \bullet = \triangle \times (\square \times \bullet)$$

解いてみよう

1. 次のかけ算における交換法則を確認しましょう。

a. $\frac{3}{5} \times \frac{7}{2}$

b. $\frac{3}{5} \times 4$

2. 次のかけ算における結合法則を確認しましょう。

a. $\frac{2}{7} \times \frac{4}{5} \times \frac{1}{3}$

b. $\frac{3}{5} \times \frac{3}{2} \times \frac{1}{5}$

c. $\frac{5}{7} \times \frac{6}{5} \times \frac{1}{3}$

★ やってみよう

次のかけ算をしましょう。

$$\frac{4}{5} \times \frac{3}{4} \times \frac{5}{6} \times \frac{3}{5}$$

3.7 交換法則と結合法則の応用

考えてみよう

次のかけ算で、それぞれ交換法則と結合法則を応用し、約分して答えを求めましょう。

a. $\frac{3}{4} \times \frac{1}{5} \times \frac{8}{15}$

b. $\frac{4}{11} \times \frac{7}{15} \times \frac{9}{8}$

答えてみよう



カルロス

a. 交換法則を応用して、分数 $\frac{1}{5}$ と $\frac{8}{15}$ の順番を入れ替えます。

$$\frac{3}{4} \times \frac{1}{5} \times \frac{8}{15} = \frac{3}{4} \times \frac{8}{15} \times \frac{1}{5}$$

結合法則を応用し、（先に約分してから）、 $\frac{3}{4} \times \frac{8}{15}$ の答えを求めます。

$$\begin{aligned} \frac{3}{4} \times \frac{1}{5} \times \frac{8}{15} &= \left(\frac{\cancel{3}^1}{\cancel{4}_1} \times \frac{\cancel{8}_2}{\cancel{15}_5} \right) \times \frac{1}{5} \\ &= \left(\frac{1}{1} \times \frac{2}{5} \right) \times \frac{1}{5} \\ &= \frac{2}{5} \times \frac{1}{5} \\ &= \frac{2}{25} \end{aligned}$$

3と15の最大公約数は3、4と8の最大公約数は4

b. $\frac{7}{15}$ と $\frac{9}{8}$ を約分します（15と9の最大公約数は3）。

$$\frac{4}{11} \times \frac{7}{\cancel{15}_5} \times \frac{\cancel{9}_3}{8} = \frac{4}{11} \times \frac{7}{5} \times \frac{3}{8}$$

すると、 $\frac{4}{11}$ と $\frac{3}{8}$ を約分できるようになりました。交換法則と結合法則を応用すると、次の計算をした場合と同じ答えを求めることができます。

$$\frac{\cancel{4}_1}{11} \times \frac{7}{5} \times \frac{3}{\cancel{8}_2} = \frac{1}{11} \times \frac{7}{5} \times \frac{3}{2}$$

分子と分母は、どんな組み合わせでも約分できます！次に、積を求めます。

$$\begin{aligned} \frac{1}{11} \times \frac{7}{5} \times \frac{3}{2} &= \frac{1 \times 7 \times 3}{11 \times 5 \times 2} \\ &= \frac{21}{110} \end{aligned}$$

理解しよう

交換法則と結合法則は、3つ以上の分数のかけ算で応用します。次のように計算できます。

- 分数の順番を入れ替えて、分かりやすい組み合わせをつくることで、数字の大きな計算を避け、かけ算する前に約分します。
- 数字の組み合わせ（分子と分母）を約分して、分数を最小化します。次に、分子と分子の積、分母と分母の積を求めます。

解いてみよう

交換法則と結合法則を応用して、次の計算の答えを求めましょう。

a. $\frac{3}{4} \times \frac{1}{7} \times \frac{8}{21}$

b. $\frac{10}{27} \times \frac{4}{11} \times \frac{3}{5}$

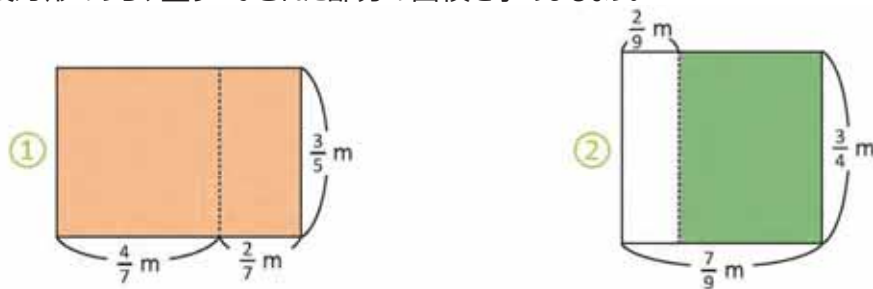
c. $\frac{4}{15} \times \frac{5}{6} \times \frac{3}{2}$

d. $8 \times \frac{1}{10} \times \frac{7}{6}$

3.8 分配法則

考えてみよう

次の異なる長方形のうち、塗りつぶされた部分の面積を求めましょう。



答えてみよう



長方形①は、長さが $(\frac{4}{7} + \frac{2}{7})$ m、幅が $\frac{3}{5}$ m です。よって、面積は次のように求めます。

$$(\frac{4}{7} + \frac{2}{7}) \times \frac{3}{5} = \frac{6}{7} \times \frac{3}{5} = \frac{18}{35}$$

答え: $\frac{18}{35}$ m²

それぞれの長方形の面積を別々に求めてから、その面積をたすという方法もあります。面積は、次のように求めます。

$$(\frac{4}{7} \times \frac{3}{5}) \text{ m}^2 \quad \text{と} \quad (\frac{2}{7} \times \frac{3}{5}) \text{ m}^2$$

2つの面積をたします。

$$\frac{4}{7} \times \frac{3}{5} + \frac{2}{7} \times \frac{3}{5} = \frac{12}{35} + \frac{6}{35} = \frac{18}{35}$$

答え: $\frac{18}{35}$ m² 答えは同じです!



長方形②は、長さが $(\frac{7}{9} - \frac{2}{9})$ m、幅が $\frac{3}{4}$ m です。よって、面積は次のように求めます。

$$(\frac{7}{9} - \frac{2}{9}) \times \frac{3}{4} = \frac{5}{9} \times \frac{3}{4} = \frac{5}{12}$$

答え: $\frac{5}{12}$ m²

合計面積を計算して、そこから白い長方形の面積を引くという方法でも、塗りつぶされた部分の面積を求めることができます。面積は、次のように求めます。

$$(\frac{7}{9} \times \frac{3}{4}) \text{ m}^2 \quad \text{と} \quad (\frac{2}{9} \times \frac{3}{4}) \text{ m}^2$$

ひき算をします。

$$\frac{7}{9} \times \frac{3}{4} - \frac{2}{9} \times \frac{3}{4} = \frac{7}{12} - \frac{2}{12} = \frac{5}{12}$$

答え: $\frac{5}{12}$ m² 同じ答えができました!

理解しよう

分配法則: ▲、■、● が分数である場合、次のように等しくなること。

- 和のかけ算における分配法則:

$$(\text{■} + \text{●}) \times \text{▲} = \text{■} \times \text{▲} + \text{●} \times \text{▲}$$

$$\text{▲} \times (\text{■} + \text{●}) = \text{▲} \times \text{■} + \text{▲} \times \text{●}$$

- 差のかけ算における分配法則:

$$(\text{■} - \text{●}) \times \text{▲} = \text{■} \times \text{▲} - \text{●} \times \text{▲}$$

$$\text{▲} \times (\text{■} - \text{●}) = \text{▲} \times \text{■} - \text{▲} \times \text{●}$$

解いてみよう

次の計算のうち、等しい組み合わせを見つけましょう。

a. $(\frac{2}{3} + \frac{5}{3}) \times \frac{4}{5}$

b. $\frac{2}{3} \times (\frac{5}{6} - \frac{1}{6})$

c. $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} + \frac{5}{3} \times \frac{4}{5}$

d. $\frac{1}{2} \times \frac{3}{2} - \frac{1}{2} \times \frac{2}{3}$

e. $(\frac{3}{7} + \frac{2}{7}) \times \frac{1}{2}$

f. $\frac{1}{2} \times (\frac{3}{2} - \frac{2}{3})$

g. $\frac{3}{7} \times \frac{1}{2} + \frac{2}{7} \times \frac{1}{2}$

h. $\frac{2}{3} \times \frac{5}{6} - \frac{2}{3} \times \frac{1}{6}$

3.9 乗数と積の相関関係

考えてみよう

長さ 1m の針金は、重さ 12g です。次の針金のうち、重さが 12g 以上、ちょうど 12g、12g 以下のものを見つけましょう。

a. $1\frac{1}{4}$ m

式: $12 \times 1\frac{1}{4}$

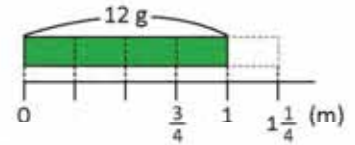
b. 1 m

式: 12×1

c. $\frac{3}{4}$ m

式: $12 \times \frac{3}{4}$

図をつかって考えてみましょう。



注目：
長さ 1m の針金の重さ × 新しい長さ = 新しい長さにおける針金の重さ



答えてみよう



アナ

a. $12 \times 1\frac{1}{4} = \overset{3}{\cancel{12}} \times \overset{5}{\cancel{4}} = 3 \times 5 = 15$

答え: 15 g

b. $12 \times 1 = 12$

答え: 12 g

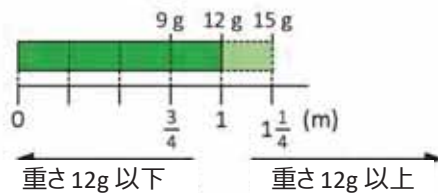
c. $\overset{3}{\cancel{12}} \times \overset{3}{\cancel{4}} = 3 \times 3 = 9$

答え: 9 g

注目: $12 \times 1\frac{1}{4}$ では、乗数が 1 以上、答えが 12 (被乗数) 以上になります。 $12 \times \frac{3}{4}$ は、乗数が 1 以下、答えが 12 (被乗数) 以下になります。



分かったことは、 $1\frac{1}{4}$ m の針金は重さ 12g 以上、 $\frac{3}{4}$ m の針金は重さ 12g 以下ということです。これは、かけ算をしなくても、図をつかえば確認できます。



乗数 < 1 → 答え < 被乗数
乗数 > 1 → 答え > 被乗数

理解しよう

かけ算の場合：

- 乗数が 1 以下のとき、答えは被乗数より小さくなります。
例: $60 \times \frac{2}{3} = 40$ で $40 < 60$
- 乗数が 1 と等しいとき、答えは被乗数と等しくなります。例: $60 \times 1 = 60$
- 乗数が 1 以上のとき、答えは被乗数より大きくなります。例: $60 \times 1\frac{1}{3} = 80$ で $80 > 60$



解いてみよう

1. 次のかけ算のうちどれが、60 以下、ちょうど 60、60 以上か、予想しましょう。

a. $60 \times \frac{1}{3}$ b. $60 \times \frac{5}{3}$ c. 60×1 d. $60 \times \frac{2}{5}$ e. $60 \times 2\frac{1}{2}$ f. $60 \times \frac{4}{4}$

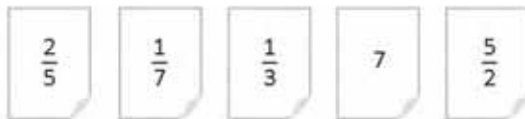
2. 次のかけ算のうちどれが、 $\frac{4}{5}$ 以下、ちょうど $\frac{4}{5}$ 、 $\frac{4}{5}$ 以上か、予想しましょう。

a. $\frac{4}{5} \times \frac{10}{7}$ b. $\frac{4}{5} \times \frac{2}{3}$ c. $\frac{4}{5} \times 1\frac{1}{3}$ d. $\frac{4}{5} \times 1$ e. $\frac{4}{5} \times 2$ f. $\frac{4}{5} \times \frac{3}{10}$

3.10 逆数

考えてみよう

次のうち2つの数字をかけたとき、どの組み合わせであれば、積が1になるでしょうか？



答えてみよう



$\frac{2}{5}$ と $\frac{5}{2}$ 、 $\frac{1}{7}$ と7をかけます（約分可）。

$$\frac{2}{5} \times \frac{5}{2} = 1 \times 1 = 1 \quad \text{y} \quad \frac{1}{7} \times 7 = 1 \times 1 = 1$$

答え: $\frac{2}{5}$ と $\frac{5}{2}$ 、 $\frac{1}{7}$ と7

理解しよう

2つの数字の積が1のとき、この2つの数字を**逆数**といいます。どんな数字も、ほかの数字の逆数といわれています。例えば、次のようになります。

$\frac{2}{5}$ は $\frac{5}{2}$ の逆数、 $\frac{5}{2}$ は $\frac{2}{5}$ の逆数です。
 $\frac{1}{7}$ は7の逆数、7は $\frac{1}{7}$ の逆数です。

注目：分数の逆数が自然数という場合もあります。よって、「分数の逆数」については話さず、もっと大まかに「逆数」を学びましょう。



逆数 (número recíproco) は、**逆数 (números inversos)** ともいいます。

数字は、分子と分母を入れ替えることで、逆数になります。自然数の場合は必ず、分母を1にしましょう。



2つの数字の積が1の場合、その2つが逆数であると確認できます。

例：

a. $\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = 1$
数字 逆数

b. $\frac{3}{1} \times \frac{1}{3} = 1$

$\frac{3}{2} \times \frac{2}{3} = 1$
数字 逆数

$\frac{1}{3} \times \frac{3}{1} = 1$

確認： $\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{3}{2} \times \frac{2}{3} = 1$

解いてみよう

次の数字の逆数を求めましょう。

a. $\frac{5}{3}$

b. $\frac{2}{7}$

c. $\frac{5}{7}$

d. 6

e. 2

f. 7

g. $\frac{1}{5}$

h. $\frac{1}{3}$

i. $\frac{1}{4}$

d、e、f では、必ず分母を1にして、逆数を求めましょう。g、h、i では、分数の逆数が自然数であることを注目しましょう。



3.11 復習

1. 次の問題を解きましょう。

a. $\frac{3}{5} \times \frac{1}{4}$

b. $\frac{3}{5} \times \frac{3}{4}$

c. $\frac{8}{9} \times \frac{6}{7}$

d. $2\frac{1}{3} \times 1\frac{4}{5}$

e. $2\frac{3}{5} \times \frac{25}{26}$

f. $(\frac{3}{4} \times \frac{5}{6}) + (\frac{1}{4} \times \frac{5}{6})$

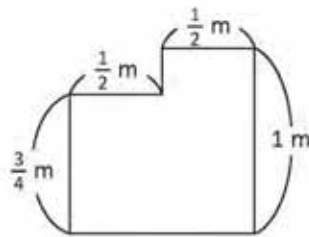
g. $(\frac{2}{3} + \frac{1}{2}) \times \frac{5}{6}$

h. $(\frac{1}{7} \times \frac{6}{11}) + (\frac{1}{7} \times \frac{8}{11})$

2. チョコバナマフィンを作るには、バニラが $\frac{3}{4}$ さじが必要です。このレシピで $\frac{7}{6}$ 個作る場合、バニラは何さじ必要になるでしょうか？

3. フアンは、自転車で毎分 $\frac{2}{5}$ km 進みます。自宅から友達の家まで $3\frac{1}{2}$ 分かかる場合、どのくらいの距離があるでしょうか？

4. 次の図形の面積を求めましょう。



5. 次のかけ算のうちどれが、 $\frac{6}{7}$ 以下、ちょうど $\frac{6}{7}$ 、 $\frac{6}{7}$ 以上か、予想しましょう。

a. $\frac{6}{7} \times 1$

b. $\frac{6}{7} \times \frac{4}{3}$

c. $\frac{6}{7} \times \frac{1}{3}$

6. 次の数字の逆数を求めて、確認しましょう。

a. $\frac{4}{7}$

b. $\frac{1}{8}$

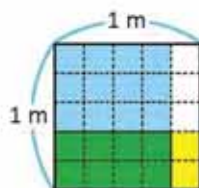
c. $\frac{9}{5}$

d. $2\frac{3}{5}$

★ やってみよう

1. クリスティーナの髪は長さ 60 cm でしたが、彼女は、髪を $\frac{2}{3}$ 切って、切った髪の $\frac{3}{4}$ をがん患者の子供がつかうカツラの工場に寄付しました。クリスティーナは、髪の毛を何センチ寄付したのでしょうか？

2. 下の四角形の面積は 1 m^2 です。かけ算するべき分数を見つけて、塗りつぶされた部分の面積がそれぞれ何平方センチメートルかを求めましょう。



ユニット 2



変数とローマ数字

このユニットでは次のことを学びます

- 表に表示された2つの数量の関係を識別する
- 変化する2つの数量をたし算、ひき算、かけ算の計算式で書き表す
- 変化する数量をアルファベットの x と y をつかって表現する
- 10進法の数とローマ数字の同等性、ローマ数字と10進法の数の同等性を見つける

1.1 定数のたし算における相関関係

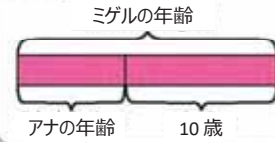
考えてみよう

ミゲルは、アナより10歳年上です。

- a. アナが次の年齢のとき、ミゲルの年齢を求めましょう。

アナの年齢	1	2	3	4	5
ミゲルの年齢					

テープ図をつかえば、ミゲルの年齢を計算できます。



- b. アナの年齢を ▲ で表すと、ミゲルの年齢はどのように表せるでしょうか？

答えてみよう

- a. ミゲルの年齢を求めるには、アナの年齢にそれぞれ10をたさなければなりません。例えば、アナが1歳のとき、ミゲルは $1 + 10 = 11$ 歳となります。

アナの年齢	1 + 10	2 + 10	3 + 10	4 + 10	5 + 10
ミゲルの年齢	11	12	13	14	15



フリア

- b. ミゲルの年齢は、アナの年齢に10をたして求めます。
アナの年齢 + 10

よって、ミゲルの年齢を ▲ + 10 と表します。

答え: ▲ + 10

理解しよう

2つの数量は相関関係にあるとされています。一方が分かれば、もう一方を求められるのです。定数をたし算するとき、2つの数量は相関関係にあると言えます。図形の ▲ や ■ などを用いれば、この相関関係を表すことができます。

解いてみよう

1. バasketボールの大会で、チームBが、チームAよりも8点多く得点しました。
a. チームAが次のように得点していた場合、チームBの合計得点数を求めましょう。

チームAの得点	10	11	12	13	14
チームBの得点					

- b. チームAの合計得点を ▲ で表すと、チームBの合計得点数はいくつになるでしょうか？

2. カルメンは、連休前に花を7輪手作りしました。連休中も、毎日1輪作るつもりです。
a. 初日の花の数は、合計で何輪でしょうか？2日目や3日目は何輪になるでしょうか？
b. 連休 ■ 日目では、カルメンの花は何輪になるでしょうか？

1.2 定数のひき算における相関関係

考えてみよう

カルロスは、ホセより7歳年下です。

a. ホセが次の年齢のとき、カルロスの年齢を求めましょう。

ホセの年齢	10	11	12	13	14
カルロスの年齢					



b. ホセの年齢を ▲ で表すと、カルロスの年齢はどのように表せるでしょうか？

答えてみよう

a. カルロスの年齢を求めるには、ホセの年齢から7をひかなければなりません。このように、ホセが10歳のとき、カルロスは $10 - 7 = 3$ となります。

ホセの年齢	10	11	12	13	14
カルロスの年齢	3	4	5	6	7



b. カルロスの年齢は、ホセの年齢から7をひいて求めます。
ホセの年齢 - 7

よって、カルロスの年齢を ▲ - 7 と表します。

答え: ▲ - 7

理解しよう

定数でひき算するとき、2つの数量は相関関係にあると言えます。

年齢の計算では、定数（減数）は7なので、ホセの年齢から7歳ひくと、答えがカルロスの年齢になります。

次のように、前回学んだ相関関係も表すことができます。
カルロスの年齢 + 7 = ホセの年齢



解いてみよう

1. フリアのお母さんは、お父さんより5歳年下です。

a. フリアのお父さんが次の年齢のとき、お母さんの年齢を求めましょう。

お父さんの年齢	37	38	39	40	41
お母さんの年齢					

b. お父さんの年齢を ▲ で表すと、お母さんの年齢はどのように表せるでしょうか？

2. 倉庫には、ドレスシューズより9ドル安い運動靴があります。

a. ドレスシューズが35ドルの場合、運動靴は何ドルでしょうか？ドレスシューズが40ドルの場合、いくらでしょうか？

b. ドレスシューズが ■ ドルのとき、運動靴は何ドルでしょうか？

1.3 2つの数量におけるその他の相関関係

考えてみよう

マルタは、オレンジとりんごを買おうとしていますが、フルーツを合計で9個しか買っていきません。

a. りんごを次の個数だけ買っていた場合、オレンジの数を求めましょう。

りんごの数	3	4	5	6
オレンジの数				

b. りんごの数を▲で表すと、オレンジの数はどのように表せるでしょうか？

この場合、テープ図は次のようになります。



答えてみよう

a. マルタはフルーツを9個しか買っていかないのので、りんごの合計個数をひかなければなりません。例えば、りんごが3個のとき、オレンジの個数は $9 - 3 = 6$ になります。

りんごの数	9-3	9-4	9-5	9-6
オレンジの数	6	5	4	3



カルメン

b. オレンジの数は、9からりんごの数をひいて求めます。

$$9 - \text{りんごの数}$$

よって、オレンジの数を $9 - \blacktriangle$ と表します。

答え: $9 - \blacktriangle$

理解しよう

2つの数量のひき算に相関関係が見られる場合、定数は被減数、変数が減数となりえます。

りんごとオレンジの個数の計算では、定数（被減数）の9からりんごの個数をひくと、オレンジの個数が分かります。

解いてみよう

1. アントニオの誕生日は4月30日です。誕生日までの残りの日数を数え始めました。

a. 今日が次の日付である場合、誕生日までの残りの日数を求めましょう。

4月の日付	11	12	13	14
残りの日数				

b. 4月の日付を▲で表すと、残りの日数はどのように表せるでしょうか？

2. フリアのおばあちゃんが、家族との夕飯にタマーレスを20個作りました。

a. 全員でタマーレスを11個しか食べなかった場合、いくつ残ったでしょうか？15個食べていたとしたら、いくつ残ったでしょうか？

b. 全員で食べた数が■の場合、タマーレスはいくつ残ったでしょうか？

1.4 かけ算における相関関係

考えてみよう

整備士さんが、タイヤ屋さんに預けられる車のタイヤを、すべて点検します。

- a. 車を次の台数だけ預かる場合、点検するタイヤの数を求めましょう。

車の数	1	2	3	4	5
タイヤの数					

- b. 車の数を ▲ で表すと、タイヤの数はどのように表せるでしょうか？

答えてみよう

- a. 点検するタイヤの数を求めるには、預かった車の数に 4 をかけます。

例えば、車を 1 台預かる場合、点検するタイヤの数は $4 \times 1 = 4$ になります。

車の数	4×1	4×2	4×3	4×4	4×5
タイヤの数	4	8	12	16	20



アントニオ

- b. タイヤの数は、4 を車の数とかけて求めます。

$$4 \times \text{車の数}$$

よって、タイヤの数は $4 \times \blacktriangle$ と表すことができます。

答え: $4 \times \blacktriangle$

理解しよう

被乗数（または乗数）が定数のかけ算をするとき、2 つの数量は相関関係にあると言えます。

整備士さんのケースでは、定数（被乗数）の 4 を車の台数でかけると、点検するタイヤの数が分かります。

解いてみよう

1. 箱には、消しゴムが 7 つ入っています。

- a. 次の場合、箱の数を参考にして、消しゴムの合計個数を求めましょう。

箱の数	1	2	3	4	5
消しゴムの合計個数					

- b. 箱の数を ▲ で表すと、消しゴムの合計個数はどのように表せるでしょうか？

2. パン屋さんのレシピでは、パイを焼くのに小麦粉を 300 g つかいます。焼いたパイの合計個数を ■ で表すと、小麦粉の合計使用量はどのように表せるでしょうか？

★ やってみよう

パン屋さんでは、ドーナツを 1 個注文すると 2 個もらえるキャンペーンをしています。支払いの済んだドーナツの個数が ▲ の場合、もらえるドーナツの数はいくつになるでしょうか？

1.5 数量を変数 x で表した式

考えてみよう

ボビンから幅 6 cm のリボンを切り取って、異なる長さのリボンを作ります。

- 式を書き出して、長さ \blacktriangle cm、幅 6 cm のリボンの面積を、それぞれ表しましょう。
- \blacktriangle の代わりに x を書くと、面積はどのように表されるでしょうか？

どのような情報から得た数も、必ず同じ順番に並べましょう。どのリボンも長方形を想像し、その面積を次のように求めます。
長さ \times 幅



答えてみよう

- 式を書き出して、ある特定の長さのリボンの面積を求めます。



アナ

長さが 5 cm の場合	→	式: $\blacktriangle 5 \times 6$
長さが 6 cm の場合	→	式: $\blacktriangle 6 \times 6$
長さが 7 cm の場合	→	式: $\blacktriangle 7 \times 6$
長さが 8 cm の場合	→	式: $\blacktriangle 8 \times 6$

各リボンの面積が、長さ \blacktriangle cm と幅 6 cm のかけ算に等しいことが分かります。よって、次のようになります。

$$\text{式: } \blacktriangle \times 6$$

- \blacktriangle をアルファベットの x に置き換えて、長さ x cm と幅 6 cm のリボンの面積を $x \times 6$ と書き出します。

答え: $x \times 6$



思い出そう。
 $x \times 6 = 6 \times x$

理解しよう

変化する数量を表すには、図形の代わりに x などのアルファベットをつかうことができます。このアルファベットを**変数**といいます。

変数を表す「 x 」と普通の文字としてつかう「 x 」を区別しなければなりません。乗算記号の「 \times 」を書くときにも注意しましょう。



解いてみよう

- マルタはオレンジを買おうとしていて、1 ドルにつきオレンジを 5 個買えると知っています。式を書き出して、 x ドルでオレンジを何個買えるのか表しましょう。
- ボン紙 500 枚の束があります。式を書き出して、ボン紙が x 束のときの合計枚数を表しましょう。
- 毎月 10 ドル貯金している人がいます。
 - 式を書き出して、 x カ月で貯まった金額を表しましょう。
 - 16 カ月過ぎたら、いくら貯まるでしょうか？

1.6 変数のたし算とひき算の式

考えてみよう

- 6 学年の人数は、女子生徒が男子生徒よりも多いです。女子学生の人数を x 、男子生徒の人数を y で表します。
- 式**を書き出して、教室の生徒の合計人数を表しましょう。
 - 式**を書き出して、女子生徒が男子生徒より何人多いか表しましょう。

答えてみよう

- 教室の生徒の合計人数を求めるには、女子生徒と男子生徒の人数をたさなければなりません。女子学生の人数を x 、男子生徒の人数を y で表すと、**式**は次のように合計人数を表します。

式: $x + y$



ホセ

- 女子生徒が男子生徒より何人多いのか求めるには、女子生徒の人数から男子生徒の人数をひかなければなりません。よって、次のようになります。

式: $x - y$

理解しよう

たし算やひき算で変数を表すとき、アルファベットの x や y をつかいます。

復習しよう。変数としてつかうアルファベットの x や y は、普通の文字としてつかう x や y と異なります。



解いてみよう

- ホセは、じゃがいもを x 個、にんじんを y 個買います。
 - 式**を書き出して、野菜の合計個数を表しましょう。
 - じゃがいもの個数がにんじんの個数よりも多い場合、**式**を書き出して、じゃがいもの個数がにんじんの個数よりもいくつ**多い**か表しましょう。



- マルタは、チーズを x ドルで、お米を y ドルで買います。
 - 式**を書き出して、マルタの所持金が合計いくらか表しましょう。
 - チーズがお米より高い場合、**式**を書き出して、チーズがお米よりも何ドル高いか表しましょう。

- サン・サルバドルからサンタ・アナまで (x km) は、サン・サルバドルからサン・ミゲルまで (y km) より、距離が短いです。**式**を書き出して、サン・サルバドルからサン・ミゲルまでの距離が、サン・サルバドルからサンタ・アナまでの距離より何キロ離れているか表しましょう。



★ やってみよう

ミゲルは、フリアより5歳年上です。フリアの年齢を x 、ミゲルの年齢を y で表すと、2つの数量の相関関係はどのように表せるでしょうか？

1.7 たし算・引き算・かけ算の式

考えてみよう

市場では、お米が1リブラ x ドル、豆が1リブラ y ドルします。お客さんが、お米を2リブラ、豆を3リブラ買う場合、合計金額はいくらになるでしょうか？



復習しよう。式は、変数 x と y をつけて書かなければなりません。



答えてみよう



お米2リブラ分の金額:

$$2 \times x$$

ヘアトリス

豆3リブラ分の金額:

$$3 \times y$$

よって、合計金額を求めるには、お米2リブラ分と豆3リブラ分の金額をたします。

$$2 \times x + 3 \times y$$

答え: $2 \times x + 3 \times y$ ドル

理解しよう

変数は、たいていの場合、たし算、ひき算、かけ算のいずれかと相関関係にあります。また、変数を表すには、アルファベットをつかいます。

解いてみよう

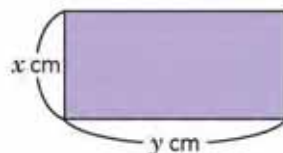
- おもちゃ屋さんには、車が x 台、自転車が y 台あります。車にはタイヤが4つ、自転車には2つ付いている場合、タイヤは合計でいくつになるでしょうか？



- ヘアトリスは、 x ドルを持っていてクリームを買います。クリームのボトルが y ドルで、3本買う場合、お金はいくら余るでしょうか？



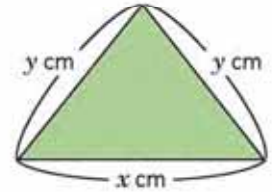
- 次の長方形は、幅 x cm、長さ y cm です。長方形の周長は何センチになるでしょうか？



1.8 式の値

考えてみよう

1. アナは、30ドルで、1つ x ドルするリュックサックを買います。
 - a. リュックサックを2つ買う場合、いくら使って、いくら余るでしょうか?
 - b. この問題の文脈では、 x に15を代入するとは、どういうことでしょうか? アナのお金は余るでしょうか?
2. 次の二等辺三角形は、底辺が x cm、等辺がそれぞれ y cm です。
 - a. 三角形の周長は何センチになるでしょうか?
 - b. この問題の文脈では、 x に10を、 y に8を代入するとは、どういうことでしょうか? 三角形の周長は何センチになるでしょうか?



答えてみよう

1. a. リュックサック2つの金額は、 $x \times 2$ ドルです。 $x \times 2$ ドル払うと、 $30 - x \times 2$ ドル余ります。
b. x に15を代入すると、リュックサックが1つ15ドルになります。



お金がいくら余るか求めるには、 $30 - x \times 2$ の式で x に15を代入します。

$$30 - 15 \times 2 = 30 - 30 = 0$$

答え: お金は余らない

2. a. 周長を計算するには、3辺の長さ（うち2辺の長さは y ）をたします: $x + y \times 2$
b. x に10を代入すると底辺が10 cmに、 y に8を代入すると各等辺が8 cmになります。三角形の周長は何センチになるでしょうか?

$$10 + 8 \times 2 = 10 + 16 = 26$$

答え: 26 cm

理解しよう

数字を変数に置き換えてから計算して求めた答えを、**式の値**といいます。

解いてみよう

1. 窓が x 枚ある家が、同じ設計で5軒建ちました。
 - a. 窓は、合計でいくつあるでしょうか?
 - b. この問題の文脈では、 $x = 5$ とは、どういうことでしょうか? 窓の枚数はいくつになるでしょうか?
2. ホセは、 x ドル貯まったので、 y ドルのシャツを3枚買うことにしました。
 - a. お金はいくら余るでしょうか?
 - b. この問題の文脈では、 $x = 50$ と $y = 5$ とは、どういうことでしょうか? ホセのお金は余るでしょうか?



1.9 等式と変数

考えてみよう

- アントニオさんの収穫量は、トウモロコシの方が豆より 12 m^2 多いです。トウモロコシの収穫量 (x) と豆の収穫量 (y) の相関関係を平方メートルで表しましょう。
- 三輪車の組み立て工場では、三輪車の組み立て用にタイヤをいくつ注文するか検討しています。三輪車の数 (x) と必要なタイヤの数 (y) の相関関係を表しましょう。

答えてみよう

- 例をいくつか挙げます。



アナ

豆の収穫量が 1 m^2 だったとすると、トウモロコシの収穫量は $1 + 12 = 13 \text{ m}^2$ になります。
豆の収穫量が 2 m^2 だったとすると、トウモロコシの収穫量は $2 + 12 = 14 \text{ m}^2$ になります。
豆の収穫量が 3 m^2 だったとすると、トウモロコシの収穫量は $3 + 12 = 15 \text{ m}^2$ になります。

トウモロコシの収穫量を平方メートルで求めるには、豆の収穫量に 12 をたします。

$$\begin{array}{r} \text{豆の収穫量} \\ (x) \end{array} + 12 = \begin{array}{r} \text{トウモロコシの} \\ \text{収穫量} (y) \end{array}$$

答え: $x + 12 = y$

- 三輪車にはタイヤが 3 つ付いています。タイヤの数 (y) を求めるには、三輪車の数 (x) に 3 をかけます。

$$3 \times \begin{array}{r} \text{三輪車の数} \\ (x) \end{array} = \begin{array}{r} \text{タイヤの数} \\ (y) \end{array}$$

答え: $3 \times x = y$



理解しよう

変数を含んだ式 2 つが同じ値を表す場合、記号「 $=$ 」をつかって、式と式をつなげます。

例:

$$x + 12 = y \quad (\text{読み方: エックス たす 12 は ワイ})$$

$$3 \times x = y \quad (\text{読み方: 3 かける エックス は ワイ})$$

どうなるでしょうか

アントニオは、こまを 14 個持っています。そのうち x 個は赤、 y 個は緑です。この 2 つの色の個数における相関関係は、次の式を書いて表すことができます。

$$x + y = 14$$

$$14 - x = y$$

$$14 - y = x$$

解いてみよう

- ベアトリスとカルロスは、いろんな国の通貨をコレクションしています。ベアトリスが、カルロスよりも通貨を 8 カ国分多く持っている場合、カルロスの通貨の数 (x) とベアトリスの通貨の数 (y) の相関関係を表しましょう。

- 自然保護区には、トロゴスの方がフクロウより 15 羽少なく生息しています。トロゴスの数 (x) とフクロウの数 (y) の相関関係を表しましょう。

- ホワイトボード用のマジックペンが、箱に 12 本入っています。
 - 箱の数 (x) とマジックペンの数 (y) の相関関係を表しましょう。
 - 学校に 8 箱届く場合、マジックペンは合計で何本になるでしょうか?



1.10 復習

1. フリアの時計は、ホセの時計より 15 分進んでいます。
 a. ホセの時計が次の時間を指す場合、フリアの時計が何時を指すのか求めましょう。

ホセの時計が指す時間	15	16	17	18
フリアの時計が指す時間				

- b. ホセの時計が指す時間を ▲ で表す場合、フリアの時計が指す時間はどのように表せるでしょうか？

2. れんが職人さんは、赤のれんがを灰色のれんがよりも 8 つ **少なく** 積みなければなりません。
 a. 灰色のれんがを次の数だけ積む場合、赤のれんがの数を求めましょう。

灰色のれんがの数	20	21	22	23
赤のれんがの数				

- b. 灰色のれんがの数を ■ で表すと、赤のれんがの数はどのように表せるでしょうか？

3. マルタのおじいさんは、牛の乳搾りをして、牛乳を売っています。牛 1 頭につき牛乳を 5 リットル搾り取れます。
 a. 牛を次の数だけ飼っていた場合、搾り取れる牛乳の合計リットル量を求めましょう。

牛の数	4	5	6	7
合計リットル量				

- b. 牛の数を ■ で表すと、搾り取った牛乳の合計リットル量はどのように表せるでしょうか？

4. ミゲルは、1 ドルでお店のアボカドを 3 個買います。式を書き出して、 x ドルでアボカドを何個買えるのか表しましょう。

5. 6 学年の生徒数は、A 組が x 人、B 組が y 人です。
 a. 式を書き出して、6 学年の生徒の合計人数を表しましょう。
 b. A 組の方が生徒が多い場合、式を書き出して、A 組が B 組よりも何人多いのか表しましょう。

6. 生地が 1 ヤードで x ドルします。マリオが y ドル持っていて 5 ヤード買う場合、お金はいくら余るでしょうか？

7. アントニオは学校に着くまでに x 分かかり、カルメンは y 分かかりました。カルメンがアントニオの 2 倍時間をかけた場合、2 つの時間の相関関係はどのように表せるでしょうか？

★ やってみよう

分譲住宅地のお知らせによると、20,000 ドルの土地を（利子込みで）買うのに、毎月分割で 250 ドル払わなければならない。

- a. x カ月で支払う金額とこれから支払う金額 y の相関関係を表しましょう。
 b. 土地代を払い終えるまでに、何カ月払い続けなければならないでしょうか？

2.1 ローマ数字

考えてみよう

ローマ帝国では、アルファベットの大文字で成り立つ記数法を用いていました。

アルファベット	I	V	X
自然数	1	5	10

ローマ記数法の 1 から 10 と、これらに等しい自然数があわせて記された羊皮紙を見てみましょう。XXI は、いくつに等しいでしょうか？

ローマ数字
I, V, X

数	構成
I	1
II	1+1
III	1+1+1
IV	5-1
V	5
VI	5+1
VII	5+1+1
VIII	5+1+1+1
IX	10-1
X	10

答えてみよう

これらのアルファベットは、それぞれ自然数を表しています。よって、ローマ数字 XXI が表す数をすべて、たさなければなりません。

X は 10 に、I は 1 に等しいので、次のようになります。

$$\text{XXI} \rightarrow 10 + 10 + 1 = 21$$



カルメン

答え: 21

理解しよう

ローマ記数法は、7つのアルファベットの大文字で成り立っています。

アルファベット	I	V	X	L	C	D	M
自然数	1	5	10	50	100	500	1000

一般的には、単に**ローマ数字**と言われます。ローマ数字に等しい自然数を求めるには、それぞれの記号に等しい数をたします。

知っていますか？

現在ではたいていの場合、ローマ数字は、次のように序数詞で用いられています。

- 王朝文化
- 同名の教皇、皇帝、国王の継承順
- 書籍の編数、巻数、章などのナンバリング
- 大会、選手権、祭典などの名称
- 世紀（基数を使用）

出典：<https://goo.gl/2CajdH>

解いてみよう

1. 次のローマ数字に等しい自然数を書き出しましょう。

a. VI

b. XIII

c. XVII

d. XX

2. 次の記号のうち、ローマ数字を表さないものはどれでしょうか？その理由を説明してください。

a. III

b. XA

c. XXY

d. MCV

2.2 ローマ数字の位置における意味

考えてみよう

次のローマ数字とそれに等しい自然数を見てみましょう。

①

VI	→	5 + 1 = 6
IV	→	5 - 1 = 6

②

XI	→	10 + 1 = 11
IX	→	10 - 1 = 9

アルファベットの順番を変えると、どうなるでしょうか？

答えてみよう



① でつかわれているアルファベットは、I（1に等しい）とV（5に等しい）です。VはIより大きいです。

- IをVの右に書いてVIとするとき、これに等しい自然数を求めるには、5と1をたします。
- IをVの左に書いてIVとするとき、これに等しい自然数を求めるには、5から1をひきます。

② でつかわれているアルファベットは、I（1に等しい）とX（10に等しい）です。XはIより大きいです。

- XIの等しい自然数を求めるには、10と1をたします。
- IXの等しい自然数を求めるには、10から1をひきます。

理解しよう

- ローマ記数法には、次の原則があります。
- 小さな数が大きな数の右にある場合、たし算をしなければなりません。
 - 小さな数が大きな数の左にある場合、引き算をしなければなりません。

アルファベットIの右に置けるのは、VとXだけです。
アルファベットXの右に置けるのは、さらに大きな数では、LとCだけです。
アルファベットCの右に置けるのは、さらに大きな数では、DとMだけです。



どうなるでしょうか

ローマ数字 XV と VX は、次のように成り立っています。

$$\begin{aligned} XV &\rightarrow 10 + 5 = 15 \\ VX &\rightarrow 10 - 5 = 5 \end{aligned}$$

2つ目（VX）は正しくありません。すでに5を表すアルファベットがあるからです。

解いてみよう

1. 次のローマ数字を、等しい自然数に置き換えましょう。

a. XXI

b. XL

c. XIV

2. 次の表示が正しいかどうか説明しましょう。

a. VV

b. LC

c. DM

2.3 自然数とローマ数字

考えてみよう

次の自然数に等しいローマ数字を書き出しましょう。

a. 23

b. 19

答えてみよう

- a. ローマ数字には、1、5、10、50、100、500、1,000 に等しいアルファベットしかありません。23 に等しいローマ数字には、1と10を表すアルファベットしか盛り込まれないのです。

23 を分解して、10と1で、たし算にします。

$$\begin{aligned} 23 &= 20 + 3 \\ &= 10 + 10 + 1 + 1 + 1 \end{aligned}$$



よって、次のようになります。23 = 10 + 10 + 1 + 1 + 1 → XXIII

答え: XXIII

- b. 19 = 10 + 9 であることが分かります。9 を分解して、ひき算にします。

$$\begin{aligned} 19 &= 10 + 9 \\ &= 10 + 10 - 1 \end{aligned}$$

復習しよう。大きな数字の左にある小さな数字があるということは、これらをひき算しなければなりません。よって、10 - 1 は IX と等しいのです。

よって、次のようになります。19 = 10 + 10 - 1 → XIX

答え: XIX



理解しよう

自然数に等しいローマ数字を求めるには、自然数を 1、5、10、50、100、500、1,000 に分解します。分解した数は、たし算になることもあれば、引き算になることもあります。

解いてみよう

次の自然数に等しいローマ数字を書き出しましょう。

a.



b.



c.



d.



e.



復習しよう。分解した数は、ひき算しなければならないこともあります。



2.4 ローマ記数法の原則

考えてみよう

1. ローマ記数法で 25 を正しく書き出しているのは、次のうちどれでしょうか？

- a. XVVV b. XXIIII c. XXV

2. ローマ記数法では、39 をどのように書き出すでしょうか？

- a. IXL b. XXXIX

答えてみよう

1. それぞれ、等しい自然数を書き出します。

a. XVVV → $10 + (5 + 5) + 5$
 $10 + (10) + 5$

XVVV は正しくありません。すでに 10 を表すアルファベットがあり、5 + 5 と書き出す必要がないからです。

b. XXIIII → $10 + 10 + (1 + 1 + 1 + 1)$
 $10 + 10 + (5)$

XXIIII は正しくありません。すでに 5 を表すアルファベットがあり、1 + 1 + 1 + 1 + 1 と書き出す必要がないからです。

c. XXIIII → $10 + 10 + 5$

この表記では、該当する値がまとめてあります。

答え: c. XXV



アントニオ

2. ローマ数字が表す数は、39 を分解して求めます。

$$39 = (30) + (9)$$
$$= (10 + 10 + 10) + (10 - 1)$$

よって、次のようになります。39 = 10 + 10 + 10 + 10 - 1 → XXXIX

答え: b. XXXIX

理解しよう

ローマ記数法の概要は、次のとおりです。

- 3 回まで繰り返せるアルファベットは、I、X、C、M です。V、L、D については、他のアルファベットとの組み合わせでは、1 回しかつかえません。
- 小さな数が大きな数の右にある場合、たし算をしなければなりません。
- I、X、C がより大きな数の左にある場合、ひき算をしなければなりません。
 - a. アルファベット I をひき算できるのは、V と X からだけです。
 - b. アルファベット X をひき算できるのは、L と C からだけです。
 - c. アルファベット C をひき算できるのは、D と M からだけです。

解いてみよう

次のローマ数字のうち、ローマ記数法の原則を満たしたものを示して、誤っているものは訂正しましょう。

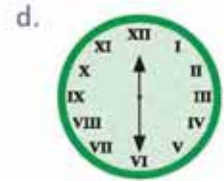
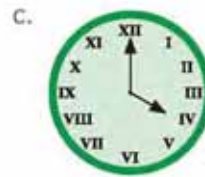
- a. XXX b. XVVC c. IIIX d. LLLI

2.5 復習

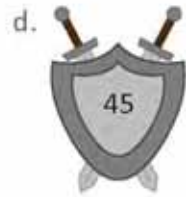
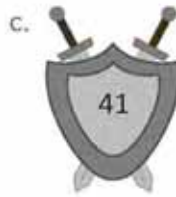
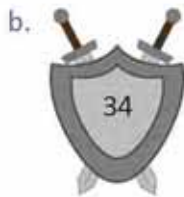
1. 次のうち、ローマ数字ではない表記はどれでしょうか? その理由を説明してください。



2. 次の時計が指す時間を、ローマ数字で表しましょう。



3. 次の自然数に等しいローマ数字を書き出しましょう。



4. 次のローマ数字のうち、ローマ記数法の原則を満たしたものを示して、誤っているものは訂正しましょう。



★やってみよう

1. 次の文章を、自然数（序数詞）をつかって書き換えましょう。

マルタは、MMXVI年に開催された第xxvi回作詩コンクールに参加しました。マルタの詩が審査員にたいへん好評だったので、詩集の第II巻のIX章に掲載されることになりました。

2. 次のローマ数字を大きい順に並べましょう。

a. XXIX, XXXIX, XXXVI, XLV

b. XCVII, LXXXIX, CLXX, LXVI



ユニット 3

分数のわり算と混合計算

このユニットでは次のことを学びます

- 自然数の分数によるわり算
- 分数と分数のわり算
- 自然数、小数、分数、帯分数のある混合計算
- かっこを使った混合計算

1.1 復習

- 2つの数を掛け合わせた結果が1になる場合、2つの数は逆数です。ある数の逆数を見つけるためには、分数の場合は分母と分子を入れ替えます。自然数の場合は、分母に1を書き入れて分数を作ります。

例：

数	逆数	確認
$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{3}{2} \times \frac{2}{3} = 1$
$7 = \frac{7}{1}$	$\frac{1}{7}$	$7 \times \frac{1}{7} = \frac{1}{7} \times 7 = 1$

- どんな数でも1で割ると、答えは同じ数になります。

$$4 \div 1 = 4; 0.3 \div 1 = 0.3; \frac{2}{3} \div 1 = \frac{2}{3}; \text{等。}$$

- わり算の特性：被除数と除数に同じ数をかけても、答えは変わりません。

$$\begin{array}{ccc} 12 & \div & 3 = 4 \\ \downarrow \times 5 & & \downarrow \times 5 \quad \uparrow \\ 60 & \div & 15 = 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} 2,400 & \div & 300 = 8 \\ \downarrow \times \frac{1}{100} & & \downarrow \times \frac{1}{100} \quad \uparrow \\ 24 & \div & 3 = 8 \end{array}$$

1. それぞれの問題について、逆数をもとめましょう。

a. $\frac{5}{6}$

b. $\frac{3}{4}$

c. $\frac{6}{7}$

d. $\frac{5}{7}$

e. $\frac{1}{3}$

f. $\frac{1}{4}$

g. 2

h. 5

i. $1\frac{2}{3}$

j. $\frac{9}{2}$

2. 次の問題を解きましょう：

a. $8 \div 1$

b. $22 \div 1$

c. $\frac{1}{3} \div 1$

d. $\frac{2}{3} \div 1$

e. $\frac{5}{4} \div 1$

f. $3\frac{4}{5} \div 1$

3. わり算の特性を確認するために、四角の中にあてはまる数を書きましょう。

a. $\begin{array}{ccc} 6 & \div & 3 = 2 \\ \downarrow \times \square & & \downarrow \times \square \quad \uparrow \\ 60 & \div & 30 = 2 \end{array}$

b. $\begin{array}{ccc} 45 & \div & 9 = 5 \\ \downarrow \times 2 & & \downarrow \times 2 \quad \uparrow \\ \square & \div & \square = \square \end{array}$

c. $\begin{array}{ccc} 80 & \div & 8 = 10 \\ \downarrow \times \frac{1}{8} & & \downarrow \times \frac{1}{8} \quad \uparrow \\ \square & \div & \square = \square \end{array}$

d. $\begin{array}{ccc} 63 & \div & 9 = 7 \\ \downarrow \times \frac{1}{9} & & \downarrow \times \frac{1}{9} \quad \uparrow \\ \square & \div & \square = \square \end{array}$

e. $\begin{array}{ccc} 27 & \div & \square = \square \\ \downarrow \times \square & & \downarrow \times \square \quad \uparrow \\ 81 & \div & 9 = \square \end{array}$

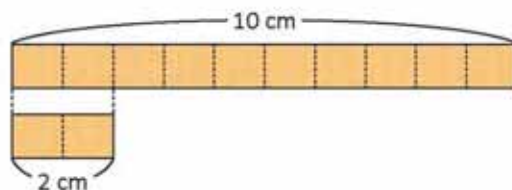
わり算cとdは、それぞれ除数が1となるわり算に変わっていることに注意しましょう。



1.2 単数 (1) ÷ 単位分数のわり算

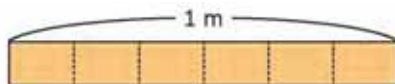
復習しよう

長さ10cmのリボンを切って2cmの短いリボンを作ると、短いリボンは何本できますか？ 答えを出すためにどのような計算をしましたか？



考えてみよう

長さ1mのリボンを切って $\frac{1}{6}$ mの短いリボンをつります。短いリボンは何本できますか？ **計算式**を書いて、答えをもとめましょう。



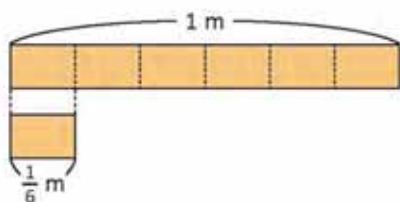
答えてみよう

式： $1 \div \frac{1}{6}$

図を見ると、1mのリボンは等しい6つの部分に分けられ、それぞれの長さが $\frac{1}{6}$ mであることが分かります。



フリア



1mの中に $\frac{1}{6}$ mが6つ入ります。

答え：6本

ぼくはわり算の特性を利用し、被除数と除数に6をかけて除数が1となるわり算を作り、答えを出します。

$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 6 \\ \hline 6 \end{array} \div \begin{array}{r} \frac{1}{6} \\ \times 6 \\ \hline 1 \end{array} = \textcircled{6}$$



アントニオ

よって、 $1 \div \frac{1}{6} = 6$

答え：6本

理解しよう

単数 (1) ÷ 単位分数のわり算の答えは、わり算の分母と同じです。

$$1 \div \frac{1}{d} = d$$

d は自然数を表します。

例えば、 $1 \div \frac{1}{7}$ の場合：

$$1 \div \frac{1}{7} = 7$$

解いてみよう

1. 次の問題を解きましょう：

a. $1 \div \frac{1}{3}$

b. $1 \div \frac{1}{5}$

c. $1 \div \frac{1}{8}$

d. $1 \div \frac{1}{10}$

e. $1 \div \frac{1}{12}$

f. $1 \div \frac{1}{100}$

2. 1kgの豆を使って、 $\frac{1}{5}$ kgの小さな袋を作ります。袋はいくつできますか？ **計算式**を書いて、答えをもとめましょう。

1.3 単数 (1) ÷ 分数のわり算

復習しよう

次の問題を解きましょう：

a. $1 \div \frac{1}{13}$

b. $1 \div \frac{1}{20}$

考えてみよう

わり算の答えを計算しましょう。

$$1 \div \frac{2}{5}$$

除数が1になるようにするためには、被除数と除数に何をかけたら良いですか？

$$\begin{array}{ccc} 1 & \div & \frac{2}{5} = \square \\ \downarrow \times \square & & \downarrow \times \square \\ \square & \div & 1 = \square \end{array}$$



解いてみよう

ぼくはわり算の特性を利用し、除数が1のわり算になるように被除数と除数に $\frac{2}{5}$ の逆数、つまり $\frac{5}{2}$ をかけます。



ホセ

$$\begin{array}{ccc} 1 & \div & \frac{2}{5} = \boxed{\frac{5}{2}} \\ \downarrow \times \frac{5}{2} & & \downarrow \times \frac{5}{2} \\ \frac{5}{2} & \div & 1 = \frac{5}{2} \end{array}$$

よって、 $1 \div \frac{2}{5} = \frac{5}{2}$ 。単数 (1) を分数でわると、分数の逆数に等しくなります！

理解しよう

単数 (1) ÷ 分数のわり算の答えは、分数の逆数と等しくなります。

$$1 \div \frac{c}{d} = \frac{d}{c}$$

c と d は自然数を表します。

例えば、 $1 \div \frac{3}{4}$ の場合：

$$1 \div \frac{3}{4} = \frac{4}{3}$$

解いてみよう

1. 次の問題を解きましょう：

a. $1 \div \frac{2}{3}$

b. $1 \div \frac{3}{5}$

c. $1 \div \frac{2}{7}$

d. $1 \div \frac{3}{11}$

e. $1 \div \frac{5}{14}$

f. $1 \div \frac{13}{100}$

2. 1リットルの水を、 $\frac{3}{4}$ リットル入る瓶に分けます。瓶は何本になりますか？**計算式**を書いて、答えを計算しましょう。

1.4 自然数÷分数のわり算

考えてみよう

アナは2本のリボンを持っています。a. 長さ3mのリボンを切って $\frac{1}{4}$ mの短いリボンをつくり、b. もう1本の長さ4mのリボンを切って $\frac{2}{5}$ mの短いリボンをつくります。

短いリボンはそれぞれ何本できますか？

a. 式: $3 \div \frac{1}{4}$

b. 式: $4 \div \frac{2}{5}$

答えてみよう



ペアトリス

a. 私はわり算の特性を利用して、被除数と除数に4をかけます。

$$\begin{array}{ccc} 3 & \div & \frac{1}{4} \\ \downarrow \times 4 & & \downarrow \times 4 \\ 3 \times 4 & \div & 1 \end{array}$$

次のようになります。 $3 \times 4 \div 1 = 3 \times 4$ わり算をかけ算にしました！

$$3 \div \frac{1}{4} = 3 \times 4 = 12$$

答え：12本

b. 被除数と除数に $\frac{5}{2}$ の逆数をかけます。

$$\begin{array}{ccc} 4 & \div & \frac{2}{5} \\ \downarrow \times \frac{5}{2} & & \downarrow \times \frac{5}{2} \\ 4 \times \frac{5}{2} & \div & 1 \end{array}$$

その結果、次のようになります： $4 \times \frac{5}{2} \div 1 = 4 \times \frac{5}{2}$ よって：

$$\begin{aligned} 4 \div \frac{2}{5} &= 4 \times \frac{5}{2} \\ &= 2 \times 5 \\ &= 10 \end{aligned}$$

答え：10本

理解しよう

自然数を分数でわると、自然数に分数の逆数をかけたものに等しくなります。

a, c, d は自然数を表します。

復習しよう。計算をする前に忘れずに約分をしましょう。



例えば、 $9 \div \frac{3}{7}$ の場合：

$$\begin{aligned} 9 \div \frac{3}{7} &= 9 \times \frac{7}{3} \\ &= 3 \times 7 \\ &= 21 \end{aligned}$$

解いてみよう

1. 次の問題を解きましょう（可能であれば、約分をしましょう）：

a. $3 \div \frac{1}{2}$

b. $2 \div \frac{1}{4}$

c. $5 \div \frac{1}{3}$

d. $4 \div \frac{2}{3}$

e. $3 \div \frac{3}{5}$

f. $6 \div \frac{2}{9}$

2. 4ガロンのシャーベットを一人 $\frac{1}{4}$ ガロンずつに分けた場合、何人分になりますか？ **計算式**を書いて、答えをもとめましょう。

1.5 分数÷単位分数のわり算

考えてみよう

次の問題を解きましょう。

- a. $\frac{1}{4}$ mのリボンから、 $\frac{1}{8}$ mの短いリボンがいくつ作れますか？
 b. $\frac{3}{4}$ mのリボンから、 $\frac{1}{8}$ mの短いリボンがいくつ作れますか？

計算式を書いて、答えをもとめましょう。

答えてみよう



カルロス

a. 式: $\frac{1}{4} \div \frac{1}{8}$

被除数と除数に $\frac{1}{8}$ の逆数、つまり8をかけます。

$$\begin{array}{ccc} \frac{1}{4} & \div & \frac{1}{8} \\ \downarrow \times 8 & & \downarrow \times 8 \\ \frac{1}{4} \times 8 & \div & 1 \end{array}$$

このように、 $\frac{1}{4} \div \frac{1}{8} = \frac{1}{4} \times 8$ となります。前回の授業と同じように、わり算をかけ算に変換しました。

$$\begin{aligned} \frac{1}{4} \div \frac{1}{8} &= \frac{1}{4} \times \frac{8}{1} \\ &= 1 \times 2 \\ &= 2 \end{aligned}$$

答え：2本

b. 式: $\frac{3}{4} \div \frac{1}{8}$

前の問題と同じように、被除数と除数に8をかけます。

$$\begin{array}{ccc} \frac{3}{4} & \div & \frac{1}{8} \\ \downarrow \times 8 & & \downarrow \times 8 \\ \frac{3}{4} \times 8 & \div & 1 \end{array}$$

よって、 $\frac{3}{4} \div \frac{1}{8} = \frac{3}{4} \times 8$

$$\begin{aligned} \frac{3}{4} \div \frac{1}{8} &= \frac{3}{4} \times \frac{8}{1} \\ &= 3 \times 2 \\ &= 6 \end{aligned}$$

答え：6本

理解しよう

分数を単位分数で割ると、分数に単位分数の分母をかけたものと等しくなります。

$$\frac{a}{b} \div \frac{1}{d} = \frac{a}{b} \times d$$

a、b、dは自然数を表します。

復習しよう。計算をする前に忘れずに約分をしましょう。



どうなるでしょうか

$\frac{1}{6} \div \frac{1}{3}$ の答えは何ですか？

$$\begin{aligned} \frac{1}{6} \div \frac{1}{3} &= \frac{1}{6} \times \frac{3}{1} \\ &= \frac{1}{2} \times 1 \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

分数÷単位分数のわり算の答えは、分数になる可能性があります。

解いてみよう

次の問題を解きましょう（可能であれば、約分をしましょう）：

a. $\frac{1}{7} \div \frac{1}{14}$

b. $\frac{2}{3} \div \frac{1}{6}$

c. $\frac{1}{4} \div \frac{1}{2}$

d. $\frac{3}{4} \div \frac{1}{5}$

e. $2 \div \frac{1}{8}$

f. $5 \div \frac{1}{4}$

1.6 分数÷分数のわり算

考えてみよう

次の問題を解きましょう。

a. $\frac{3}{4}$ mのリボンから、 $\frac{3}{8}$ mの短いリボンがいくつ作れますか？

b. $\frac{4}{5}$ mのリボンから、 $\frac{3}{10}$ mの短いリボンがいくつ作れますか？

計算式を書いて、答えをもとめましょう。

答えてみよう

a. 式: $\frac{3}{4} \div \frac{3}{8}$



アナ

被除数と除数に $\frac{8}{3}$ をかけます。

$$\begin{array}{ccc} \frac{3}{4} & \div & \frac{3}{8} \\ \downarrow \times \frac{8}{3} & & \downarrow \times \frac{8}{3} \\ \frac{3}{4} \times \frac{8}{3} & \div & 1 \end{array}$$

その結果、次のようになります。 $\frac{3}{4} \div \frac{3}{8} = \frac{3}{4} \times \frac{8}{3}$

$$\begin{aligned} \frac{3}{4} \div \frac{3}{8} &= \frac{\cancel{3}^1}{4} \times \frac{\cancel{8}^2}{\cancel{3}_1} \\ &= 1 \times 2 \\ &= 2 \end{aligned}$$

答え：2本

b. 式: $\frac{4}{5} \div \frac{3}{10}$

被除数と除数に $\frac{10}{3}$ をかけます。

$$\begin{array}{ccc} \frac{4}{5} & \div & \frac{3}{10} \\ \downarrow \times \frac{10}{3} & & \downarrow \times \frac{10}{3} \\ \frac{4}{5} \times \frac{10}{3} & \div & 1 \end{array}$$

次のようになります。 $\frac{4}{5} \div \frac{3}{10} = \frac{4}{5} \times \frac{10}{3}$

$$\begin{aligned} \frac{4}{5} \div \frac{3}{10} &= \frac{4}{\cancel{5}_1} \times \frac{\cancel{10}^2}{3} \\ &= \frac{4 \times 2}{1 \times 3} \\ &= \frac{8}{3} \left(= 2\frac{2}{3} \right) \end{aligned}$$

答え：2本全部と3本目の $\frac{2}{3}$

理解しよう

一般的に、分数を分数でわると、被除数に除数の逆数をかけたものに等しくなります。

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

a、b、c、dは自然数を表します。

復習しよう。計算をする前に忘れずに約分をしましょう。



例えば、 $\frac{4}{7} \div \frac{2}{3}$ の場合：

$$\begin{aligned} \frac{4}{7} \div \frac{2}{3} &= \frac{\cancel{4}^2}{7} \times \frac{3}{\cancel{2}_1} \\ &= \frac{2 \times 3}{7 \times 1} \\ &= \frac{6}{7} \end{aligned}$$

解いてみよう

1. 次の問題を解きましょう（可能であれば、約分をしましょう）：

a. $\frac{3}{5} \div \frac{3}{10}$

b. $\frac{3}{4} \div \frac{5}{8}$

c. $\frac{3}{4} \div \frac{5}{7}$

d. $\frac{6}{7} \div \frac{5}{3}$

e. $\frac{4}{5} \div \frac{3}{8}$

f. $\frac{3}{4} \div \frac{1}{5}$

2. $\frac{4}{5}$ リットルのジュースを $\frac{2}{15}$ リットル入るコップに分けた場合、コップはいくつになりますか？ 計算式を書いて、答えをもとめましょう。

1.7 帯分数のわり算

考えてみよう

救急車は病院から $13\frac{1}{2}$ km 離れた緊急事態に対応しなければなりません。分速 $1\frac{1}{2}$ km で進んだ場合、到着するまでに何分かかりますか？



式: $13\frac{1}{2} \div 1\frac{1}{2}$

$13\frac{1}{2}$ km の中に $1\frac{1}{2}$ km がいくつあるかを計算すれば、救急車が到着するまでに何分かかるかが分かります。



$13\frac{1}{2} \div 1\frac{1}{2}$ は、どのように計算できるでしょうか？

答えてみよう

わり算の答えを計算するために、ぼくは帯分数を仮分数に変換します。



マリオ

$$\begin{aligned} 13\frac{1}{2} \div 1\frac{1}{2} &= \frac{27}{2} \div \frac{3}{2} \\ &= \frac{27}{\cancel{2}^1} \times \frac{\cancel{2}_1}{3} \\ &= 9 \times 1 \end{aligned}$$

答え：9分

理解しよう

帯分数を割るには、これを仮分数に変換して、分数÷分数のわり算の手順を利用します。

例えば、 $2\frac{2}{3} \div 2\frac{2}{5}$ の場合：

$$\begin{aligned} 2\frac{2}{3} \div 2\frac{2}{5} &= \frac{8}{3} \div \frac{12}{5} \\ &= \frac{\cancel{8}^2}{3} \times \frac{5}{\cancel{12}_3} \\ &= \frac{2 \times 5}{3 \times 3} \\ &= \frac{10}{9} \left(= 1\frac{1}{9} \right) \end{aligned}$$

解いてみよう

1. 次の問題を解きましょう（可能であれば、約分をしましょう）：

a. $2\frac{1}{2} \div \frac{1}{3}$

b. $3\frac{4}{7} \div \frac{1}{7}$

c. $7 \div 2\frac{4}{5}$

被除数と除数を注意深く確認しましょう。



2. $1\frac{1}{3}$ リットルの瓶に入った香水を、 $\frac{1}{9}$ リットル入る小瓶に分けたいと思います。いくつの小瓶がいっぱいになりますか？ **計算式**を書いて、答えをもとめましょう。

3. $5\frac{2}{3}$ m の針金の値段が $8\frac{1}{2}$ ドルの場合、1m の針金の値段はいくらですか？ **計算式**を書いて、答えをもとめましょう。

1.8 除数と商の関係

考えてみよう

次の問題を解きましょう。

- a. 長さ $1\frac{1}{3}$ mの細い銅線の重さが12kgの場合、この銅線1mの重さはどのくらいですか？

$$\text{式: } 12 \div 1\frac{1}{3}$$

- b. 長さ $\frac{2}{3}$ mの太い銅線の重さが12gの場合、この銅線1mの重さはどのくらいですか？

$$\text{式: } 12 \div \frac{2}{3}$$

答えてみよう

- a. わたしは帯分数を仮分数に変換して、わり算を行います。



カルメン

$$\begin{aligned} 12 \div 1\frac{1}{3} &= 12 \div \frac{4}{3} \\ &= \overset{3}{12} \times \frac{3}{\cancel{4}^1} \\ &= 3 \times 3 \\ &= 9 \end{aligned}$$

答え：9 g

- b. わり算をします。

$$\begin{aligned} 12 \div \frac{2}{3} &= \overset{6}{12} \times \frac{3}{\cancel{2}^1} \\ &= 6 \times 3 \\ &= 18 \end{aligned}$$

答え：18 g

a.のわり算では、除数が1より大きく、答えは12より小さくなります。b.のわり算では、除数が1より小さく、答えは12より大きくなります。

理解しよう

わり算において、

- 除数が1より小さい場合、答えは被除数より大きくなります。例えば、

$$40 \div \frac{1}{4} = 160, 160 > 40$$

- 除数が1より大きい場合、答えは被除数より小さくなります。例えば、

$$40 \div 1\frac{2}{3} = 24, 24 < 40$$

解いてみよう

1. 次の商のうち、60より小さいもの、60より大きいものはどれか、予想しましょう。

a. $60 \div \frac{1}{3}$

b. $60 \div \frac{5}{3}$

c. $60 \div \frac{2}{5}$

d. $60 \div 2\frac{1}{2}$

e. $60 \div \frac{3}{4}$

2. 次の商のうち、 $\frac{4}{5}$ より小さいもの、 $\frac{4}{5}$ より大きいものはどれか、予想しましょう。

a. $\frac{4}{5} \div \frac{10}{7}$

b. $\frac{4}{5} \div \frac{2}{3}$

c. $\frac{4}{5} \div 1\frac{1}{3}$

d. $\frac{4}{5} \div 2$

e. $\frac{4}{5} \div \frac{3}{10}$

1.9 復習

1. 次の問題を解きましょう（可能であれば、約分をしましょう）：

a. $1 \div \frac{1}{7}$

b. $1 \div \frac{5}{9}$

c. $1 \div \frac{10}{7}$

d. $3 \div \frac{1}{5}$

e. $4 \div \frac{2}{3}$

f. $\frac{3}{7} \div \frac{1}{5}$

g. $\frac{5}{8} \div \frac{10}{11}$

h. $1\frac{1}{6} \div \frac{5}{14}$

i. $1\frac{7}{9} \div 1\frac{1}{3}$

2. アンドレスは5ポンドのくぎを買い、それを $\frac{1}{3}$ ポンドずつのグループに分けようとしています。 $\frac{1}{3}$ ポンドのグループはいくつできますか？**計算式**を書いて、答えをもとめましょう。

3. マルタは $\frac{1}{4}$ ガロンのペンキを使って $2\frac{1}{2}$ m²の壁を塗ります。1ガロンのペンキを使うと何m²の壁を塗ることができますか？**計算式**を書いて、答えをもとめましょう。

1.10 復習

1. ある車が $6\frac{1}{4}$ kmを走るのに $\frac{5}{24}$ ガロンの燃料を消費します。燃料1ガロンでは何km走りますか？**計算式**を書いて、答えをもとめましょう。

2. ホセは、 $2\frac{4}{5}$ リットルの水を使って面積 $1\frac{1}{2}$ m²の土地に水をまきます。1m²の面積に水をまくためには、何リットルの水が必要ですか？

3. 次の商のうち、20より小さいもの、20より大きいものはどれか、予想しましょう。

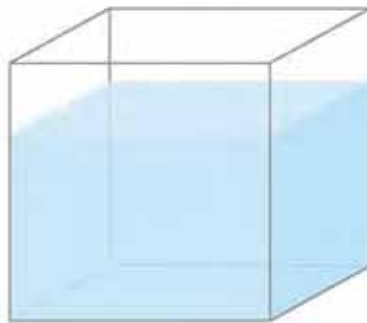
a. $20 \div \frac{2}{3}$

b. $20 \div \frac{10}{3}$

c. $20 \div \frac{5}{6}$

★やってみよう

角柱の容器の $\frac{5}{7}$ に65リットルの水が入っています。何リットルの水を入れると容器がいっぱいになりますか？



2.1 分数と小数のたし算またはひき算 パート1

復習しよう

0.45を分数に変換しましょう。

考えてみよう

カルロスとアントニオは、はじめに $\frac{1}{4}$ km 歩き、次に0.2km歩きます。全部で何km歩きますか？

式: $\frac{1}{4} + 0.2$



たし算をするために、すべての数を分数または小数にそろえましょう。



答えてみよう



ホセ

ぼくは小数を分数に変換します。

$$0.2 = \frac{1}{5}$$

こんどは、両方の数を足すことができます。

$$\begin{aligned} \frac{1}{4} + 0.2 &= \frac{1}{4} + \frac{1}{5} \\ &= \frac{5}{20} + \frac{4}{20} \\ &= \frac{9}{20} \end{aligned}$$

答え: $\frac{9}{20}$ km

私は分数を小数に変換します。

$$\frac{1}{4} = 0.25$$

こんどは、両方の数を足します。

$$\begin{aligned} \frac{1}{4} + 0.2 &= 0.25 + 0.2 \\ &= 0.45 \end{aligned}$$

答え: 0.45 km



フリア

理解しよう

分数と小数の混ざったたし算またはひき算をするには、すべての数を分数または小数にそろえると良いでしょう。

例えば、 $\frac{3}{4} - 0.65$ の場合:

分数に変換します: $0.65 = \frac{13}{20}$

$$\begin{aligned} \frac{3}{4} - 0.65 &= \frac{3}{4} - \frac{13}{20} \\ &= \frac{15}{20} - \frac{13}{20} \\ &= \frac{2}{20} \\ &= \frac{1}{10} \end{aligned}$$

小数に変換します: $\frac{3}{4} = 0.75$

$$\begin{aligned} \frac{3}{4} - 0.65 &= 0.75 - 0.65 \\ &= 0.1 \end{aligned}$$

解いてみよう

1. 次の問題を解きましょう:

a. $0.6 + \frac{1}{5}$

b. $\frac{2}{5} - 0.25$

c. $1.8 - 1\frac{1}{2}$

d. $0.75 + 2\frac{1}{4}$

e. $\frac{5}{4} - 1.2$

f. $2.12 - 2\frac{1}{10}$

2. マリーナは0.4リットルのジュースを飲みました。次に、 $\frac{3}{4}$ リットルのジュースを飲みました。全部で何リットルのジュースを飲みましたか？

2.2 分数と小数のたし算またはひき算 パート2

考えてみよう

アントニオとホセが、はじめに0.7 km 歩き、次に $\frac{1}{3}$ km 歩く場合、全部で何km歩きますか？

計算式を書いて、答えを計算しましょう。

前の授業と同様に、たし算をするためには全てを同じ形式（分数または小数）に変換します。



答えてみよう

式: $0.7 + \frac{1}{3}$

$\frac{1}{3}$ を小数に変換すると、 $\frac{1}{3} = 1 \div 3 = 0.3333\dots$ となります。3がいつまでも続きます！
よって、0.7 を分数に変換します。



アナ

$$0.7 = \frac{7}{10}$$

たし算をします：

$$\begin{aligned} 0.7 + \frac{1}{3} &= \frac{7}{10} + \frac{1}{3} \\ &= \frac{21}{30} + \frac{10}{30} \\ &= \frac{31}{30} \left(= 1\frac{1}{30} \right) \end{aligned}$$

答え: $\frac{31}{30} \left(= 1\frac{1}{30} \right)$ km

理解しよう

分数と小数をたし算またはひき算する場合に、分数を完全に等しい小数で表わせなければ、小数を分数に直します。



端数を四捨五入すると、答えが正確ではなくなることを覚えておきましょう。

例えば、 $\frac{1}{6} - 0.1$ の場合：

$$\frac{1}{6} = 0.1666\dots$$

したがって、分数に直した方が良いです。

$$0.1 = \frac{1}{10}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{6} - 0.1 &= \frac{1}{6} - \frac{1}{10} \\ &= \frac{5}{30} - \frac{3}{30} \\ &= \frac{2}{30} \\ &= \frac{1}{15} \end{aligned}$$

解いてみよう

1. 次の計算をしましょう。

a. $\frac{5}{6} + 0.5$

b. $\frac{4}{9} + 2.5$

c. $\frac{6}{7} - 0.5$

d. $1.2 + \frac{1}{3}$

e. $1.25 - \frac{7}{6}$

f. $3.5 - \frac{4}{9}$

2. マリーナは $\frac{2}{9}$ リットルのジュースを飲みました。次に、0.5 リットルのジュースを飲みました。全部で何リットルのジュースを飲みましたか？

3. アンドレスは1.6 リットルの水が入った瓶を持っています。 $1\frac{1}{3}$ リットルを飲んだ場合、瓶に残っている水は何リットルですか？

2.3 分数と小数のかけ算またはわり算

考えてみよう

次の計算の答えを求めましょう。

a. $\frac{3}{4} \times 0.8$

b. $0.9 \div \frac{3}{4}$

どちらの問題も、すべてを分数に変換しましょう。



答えてみよう



アントニオ

a. ぼくは、小数を分数に変換してから2つの分数を掛けます。

$$\begin{aligned} 0.8 &= \frac{8}{10} = \frac{4}{5} \\ \frac{3}{4} \times 0.8 &= \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \\ &= 3 \times \frac{1}{5} \\ &= \frac{3}{5} \end{aligned}$$

b. 前の問題と同じように、小数を分数に変換してからわり算をします。

$$\begin{aligned} 0.9 &= \frac{9}{10} \\ 0.9 \div \frac{3}{4} &= \frac{9}{10} \div \frac{3}{4} \\ &= \frac{9}{10} \times \frac{4}{3} \\ &= \frac{3}{5} \times 2 \\ &= \frac{6}{5} \left(= 1\frac{1}{5} \right) \end{aligned}$$

理解しよう

分数と小数のかけ算またはわり算をするには、次のようにします：

- ① 小数と帯分数を真分数または仮分数に変換します。
- ② かけ算またはわり算をします。(可能であれば、約分をします。)

解いてみよう

1. 次の計算をしましょう。

a. $0.2 \times \frac{5}{8}$

b. $\frac{3}{5} \div 1.5$

c. $3\frac{1}{3} \times 1.7$

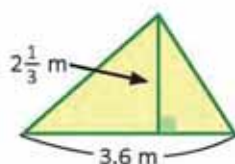
d. $0.4 \div 2\frac{2}{3}$

e. $1.05 \times 1\frac{1}{7}$

f. $2\frac{2}{5} \div 0.07$

2. 次の各問題について、**計算式**を書いて答えをもとめましょう。

- a. ガソリン 1 ガロンの値段は3.50ドルです。マルコスが $\frac{2}{5}$ ガロンのガソリンを買いたい場合、代金はいくらですか？
- b. フェリペの学校のチャイムは毎日 $\frac{3}{4}$ 分ずつ遅れます。遅れる時間が37.5分になるには何日かかりますか？
- c. 次の三角形の面積を求めましょう。



2.4 かけ算とわり算の混合

考えてみよう

次の答えを求めましょう。

$$\frac{3}{10} \times 7 \div 0.6$$

答えてみよう

私は、まず小数を分数に変換します。

$$0.6 = \frac{6}{10} \longrightarrow \frac{3}{10} \times 7 \div 0.6 = \frac{3}{10} \times 7 \div \frac{6}{10}$$



カルメン

わり算をかけ算に直して、計算します。(計算する前に約分をします。)

$$\begin{aligned} \frac{3}{10} \times 7 \div \frac{6}{10} &= \frac{\cancel{3}^1}{10} \times 7 \times \frac{10}{\cancel{6}_2} \\ &= 1 \times 7 \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{7}{2} \left(= 3\frac{1}{2} \right) \end{aligned}$$

分数 $\frac{6}{10}$ は最初の計算過程では約分されていないけれど、約分をするべき段階があることに注意しましょう。



理解しよう

小数と分数を含むかけ算とわり算の混合算では、

- ① 小数を分数に変換します。
- ② わり算をかけ算に直し(逆数を使用)、可能であれば約分をします。
- ③ 左から右に向かってかけ算をします。

例えば、 $\frac{2}{9} \div \frac{11}{6} \div 0.4$ の場合：

$$\begin{aligned} 0.4 &= \frac{\cancel{4}^2}{\cancel{10}_5} = \frac{2}{5} \longrightarrow \frac{2}{9} \div \frac{11}{6} \div 0.4 = \frac{2}{9} \div \frac{11}{6} \div \frac{2}{5} \\ \frac{2}{9} \div \frac{11}{6} \div \frac{2}{5} &= \frac{\cancel{2}^1}{9} \times \frac{\cancel{6}^2}{11} \times \frac{5}{\cancel{2}_1} \\ &= \frac{1}{3} \times \frac{2}{11} \times 5 \\ &= \frac{10}{33} \end{aligned}$$

解いてみよう

1. 次の問題を解きましょう：

a. $5 \times 0.1 \div \frac{1}{2}$

b. $3.5 \div \frac{3}{5} \times 1.2$

c. $4.5 \div 1.8 \times \frac{5}{6}$

d. $\frac{3}{2} \div \frac{4}{5} \times 1.2$

2. 次の問題を解きましょう：

a. $\frac{3}{8} \times \frac{4}{5} \div \frac{3}{5}$

b. $\frac{3}{4} \times 2\frac{1}{2} \div \frac{5}{6}$

c. $\frac{2}{5} \div \frac{2}{3} \times \frac{7}{8}$

d. $\frac{3}{4} \div \frac{2}{3} \times \frac{1}{5}$

e. $\frac{3}{4} \div 6 \times \frac{4}{7}$

f. $2\frac{2}{5} \div \frac{3}{4} \div \frac{6}{7}$

2.5 混合算

考えてみよう

次の答えを求めましょう。

$$0.6 - 1\frac{2}{3} \div 5$$

最初にかけ算またはわり算を行い、次にたし算またはひき算をしなければならぬことを復習しましょう。



答えてみよう

小数と帯分数を分数（真分数または仮分数）に直します。

$$0.6 = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}; 1\frac{2}{3} = \frac{5}{3} \longrightarrow 0.6 - 1\frac{2}{3} \div 5 = \frac{3}{5} - \frac{5}{3} \div 5$$



カルロス

計算をします。最初にわり算の計算をします。

$$\begin{aligned} 0.6 - 1\frac{2}{3} \div 5 &= \frac{3}{5} - \frac{5}{3} \div 5 \\ &= \frac{3}{5} - \frac{5}{3} \times \frac{1}{5} \\ &= \frac{3}{5} - \frac{1}{3} \\ &= \frac{9}{15} - \frac{5}{15} \\ &= \frac{4}{15} \end{aligned}$$

理解しよう

小数、帯分数、分数を含む混合算（たし算、ひき算、かけ算、わり算）を行うには、次のように計算します。

- ① 自然数、小数、帯分数を分数に変換します。
- ② かけ算とわり算を行います。（可能であれば、約分をします。）
- ③ 最後に、たし算とひき算を左から右に向かって行います。

例えば、 $\frac{3}{4} \div 1.5 + 1$ の場合:

$$\begin{aligned} \frac{3}{4} \div 1.5 + 1 &= \frac{3}{4} \div \frac{3}{2} + 1 \\ &= \frac{3}{4} \times \frac{2}{3} + 1 \\ &= \frac{1}{2} + 1 \\ &= 1\frac{1}{2} \end{aligned}$$

ステップ①では、かけ算とわり算に関係のない自然数は分数に変換しないで済みます。ステップ③では、計算すべきひき算がある場合のみ、自然数を分数に変換する必要があります。



解いてみよう

次の計算をしましょう。

a. $8 + \frac{1}{3} \times 0.3$

b. $5.4 - \frac{1}{2} \times 4$

c. $\frac{4}{5} \div 0.75 + 3$

d. $1.3 \div 2\frac{1}{2} - \frac{1}{2}$

e. $25 \times 0.1 + 1\frac{1}{5}$

f. $1.25 \div \frac{3}{4} - 1$

2.6 かけがある計算

考えてみよう

次の答えを求めましょう。

$$\frac{1}{4} \div \left(1\frac{2}{5} - 0.2\right) \times 3$$

まずは、すべての数を分数に直します。次に、たとえ優先順位の高い計算でなくても、かっこの中の計算をします。



答えてみよう



ヘアトリス

私は、すべての数を分数に直します。

$$1\frac{2}{5} = \frac{7}{5}; \quad 0.2 = \frac{2}{10} = \frac{1}{5} \quad \longrightarrow \quad \frac{1}{4} \div \left(1\frac{2}{5} - 0.2\right) \times 3 = \frac{1}{4} \div \left(\frac{7}{5} - \frac{1}{5}\right) \times 3$$

計算をします。かっこの中にあるひき算から始めます。

$$\begin{aligned} \frac{1}{4} \div \left(1\frac{2}{5} - 0.2\right) \times 3 &= \frac{1}{4} \div \left(\frac{7}{5} - \frac{1}{5}\right) \times 3 \\ &= \frac{1}{4} \div \frac{6}{5} \times 3 \\ &= \frac{1}{4} \times \frac{5}{6} \times \frac{3}{1} \\ &= \frac{1}{4} \times \frac{5}{2} \times 1 \\ &= \frac{5}{8} \end{aligned}$$

理解しよう

かっこを含む混合算では、

- ① すべての小数と帯分数を分数に変換します。
- ② かっこ内の計算を行います。答えが出たらかっこを外します。
- ③ かけ算とわり算を行います。（可能であれば、約分をします。）
- ④ たし算とひき算を左から右に向かって行います。この段階で自然数があれば、計算すべきひき算がある場合のみ分数に変換します。

例えば、

$$\begin{aligned} 0.3 + \left(1\frac{1}{4} - 1\right) \div \frac{5}{2} &= \frac{3}{10} + \frac{1}{4} \div \frac{5}{2} \\ &= \frac{3}{10} + \frac{1}{4} \times \frac{2}{5} \\ &= \frac{3}{10} + \frac{1}{10} \\ &= \frac{4}{10} \\ &= \frac{2}{5} \end{aligned}$$

解いてみよう

次の計算をしましょう。

a. $\frac{5}{9} \div \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{3}\right) \times \frac{3}{5}$

b. $\frac{1}{6} \div \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{6}\right) \div \frac{1}{3}$

c. $0.7 \times \frac{1}{7} \div \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{10}\right)$

d. $2.5 \div \left(1 - \frac{2}{3}\right) \times 0.4$

e. $1 + \left(0.75 - \frac{1}{6}\right) \div \frac{7}{2}$

f. $1\frac{1}{2} + 0.3 \div \left(\frac{3}{4} + 1.5\right)$

2.7 複数のかっこのある計算

考えてみよう

次の答えを求めましょう。

$$7 - \left(1\frac{2}{5} + 0.2\right) \div \left(\frac{7}{10} - 0.3\right)$$

2つのそれぞれのかっこ内の計算をしましょう。



答えてみよう

ぼくは、小数と帯分数を真分数または仮分数に変換します。



マリオ

$$1\frac{2}{5} = \frac{7}{5}; \quad 0.2 = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}; \quad 0.3 = \frac{3}{10} \longrightarrow 7 - \left(1\frac{2}{5} + 0.2\right) \div \left(\frac{7}{10} - 0.3\right) = 7 - \left(\frac{7}{5} + \frac{1}{5}\right) \div \left(\frac{7}{10} - \frac{3}{10}\right)$$

計算をします。かっこ内の計算から始めます。

$$\begin{aligned} 7 - \left(1\frac{2}{5} + 0.2\right) \div \left(\frac{7}{10} - 0.3\right) &= 7 - \left(\frac{7}{5} + \frac{1}{5}\right) \div \left(\frac{7}{10} - \frac{3}{10}\right) \\ &= 7 - \frac{8}{5} \div \frac{4}{10} \\ &= 7 - \frac{\cancel{2}}{5} \times \frac{\cancel{10}}{\cancel{4}} \\ &= 7 - 2 \times 2 \\ &= 7 - 4 \\ &= 3 \end{aligned}$$

理解しよう

前回の授業と同様に、かっこを含む自然数、小数、または分数の混合算（たし算、ひき算、かけ算またはわり算）では、次のように行います。

- ① すべての小数と帯分数を分数に変換します。
- ② かっこ内の計算を行います。
- ③ かけ算とわり算を行います。（可能であれば、約分をします。）
- ④ たし算とひき算を左から右に向かって行います。この段階で自然数がある場合、計算すべきひき算があれば分数に変換します。

解いてみよう

次の計算をしましょう。

a. $\left(0.25 + 1\frac{1}{4}\right) \times \left(1 - \frac{1}{2}\right)$

b. $\left(\frac{19}{27} - \frac{5}{9}\right) \div \left(1 + \frac{1}{3}\right)$

c. $\left(3 - \frac{5}{6}\right) \div \left(2\frac{1}{3} - \frac{1}{6}\right)$

d. $\left(1\frac{1}{2} + 0.5\right) \div \left(\frac{5}{4} + 1.75\right) - \frac{1}{6}$

2.8 復習

1. 次の問題を解きましょう：

a. $\frac{3}{10} + 0.7$

b. $0.3 + \frac{2}{3}$

c. $\frac{1}{5} - 0.15$

d. $\frac{4}{5} \times 0.25$

e. $\frac{1}{2} \times 4 \div 0.2$

f. $\frac{2}{3} \div \frac{7}{9} + \frac{2}{5}$

g. $\frac{3}{4} \div \frac{1}{2} \div \frac{2}{3}$

h. $\frac{4}{5} \div 1\frac{1}{7} - 0.4 + 2$

i. $\frac{4}{3} \times \left(\frac{7}{10} - \frac{2}{5}\right)$

j. $\left(2\frac{1}{2} - \frac{3}{2}\right) \div \left(2.3 + \frac{2}{5}\right)$

2. 次の各問題について、**計算式**を書いて答えを求めましょう。

- a. カルメンが $1\frac{1}{2}$ リットル、ミゲルが 2.2 リットルの水を持っている場合、2人が持っている水は合わせて何リットルですか？



- b. ホセは、1袋が 2.25 ポンドのチーズを5袋買いました。その合計のうち、 $\frac{3}{4}$ ポンドのチーズをおばあさんにあげた場合、残りは何ポンドですか？計算を1つの**計算式**に書きましょう。



▶ やってみよう

アントニオは 1リットルのペンキを使って $3\frac{4}{7} \text{ m}^2$ の壁を塗りました。次に、続けて塗るために 2.5 リットルのペンキを買い、 $1\frac{1}{7}$ リットルだけを使いました。全部で何 m^2 を塗りましたか？1つの**計算式**で表し、答えを求めましょう。



ユニット 4

比率とパーセンテージ

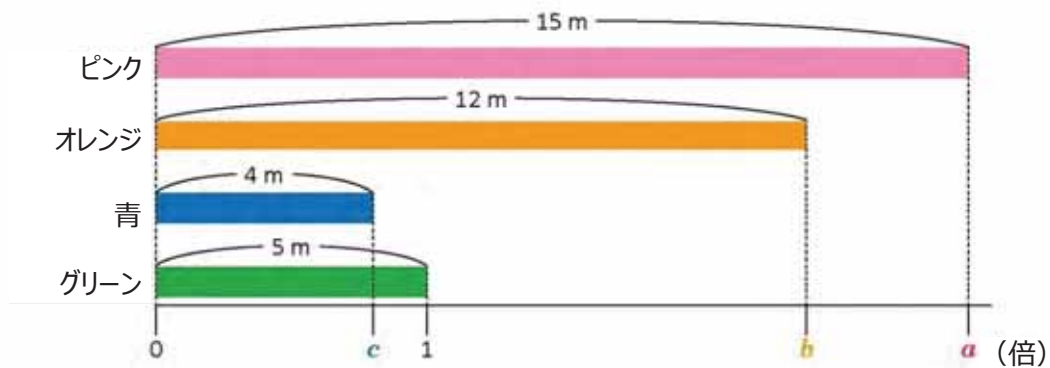
このユニットでは次のことを学びます

- 2つの数量の比率を求めます。
- 比の値を計算します。
- 比率を表す様々な表記を使います。
- パーセンテージの計算に関する問題を解きます。

1.1 量の比較: 倍数

考えてみよう

線と数直線を観察しましょう。



- ピンクの線の長さはグリーンの線の長さの何倍ですか？
- オレンジの線の長さはグリーンの線の長さの何倍ですか？
- 青い線の長さはグリーンの線の長さの何倍ですか？

答えてみよう

- a. 式: $15 \div 3$

$$15 \div 5 = 3$$

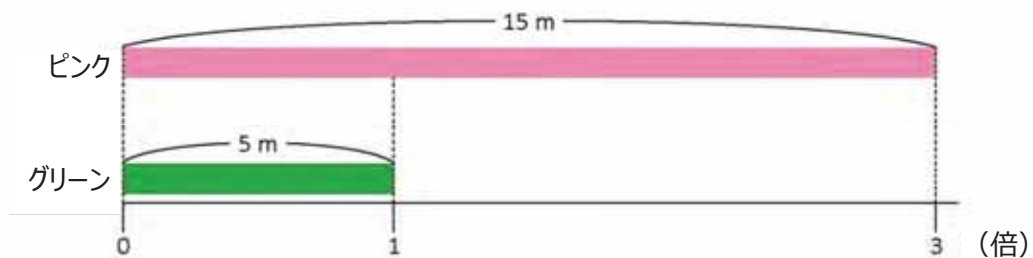
ピンクの線の長さはグリーンの線の長さの3倍です。

答え: 3倍



フリア

この図では、グリーンの線に対するピンクの線の倍数は a で表されます。よって、 a は3と同じです。



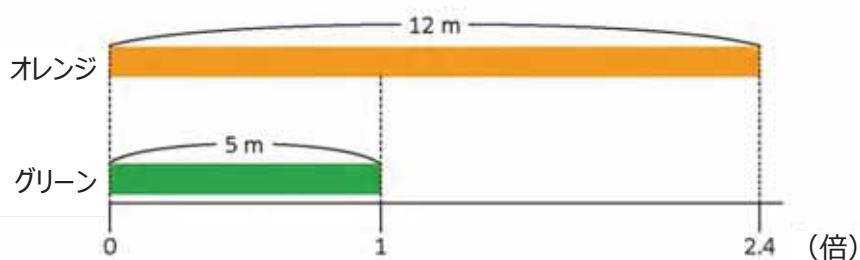
- b. 式: $12 \div 5$

$$12 \div 5 = 2.4$$

オレンジの線の長さはグリーンの線の長さの2.4倍です。

答え: 2.4倍

この図では、グリーンの線に対するオレンジの線の倍数は b で表されます。よって、 b は2.4と同じです。



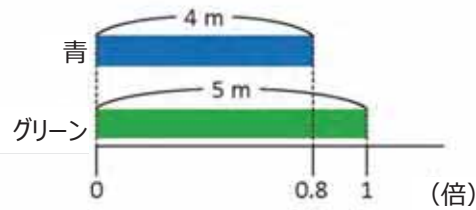
c. 式: $4 \div 5$

$$4 \div 5 = 0.8$$

青い線の長さはグリーン線の長さの0.8倍です。

答え: 0.8倍

この図では、 c は0.8になります。



理解しよう

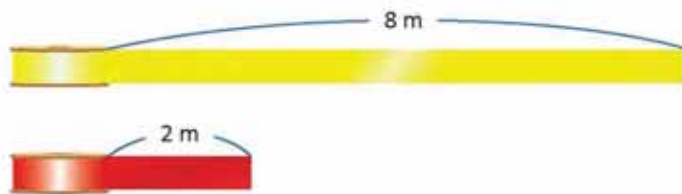
倍数は割り算による量と量との比較でもあります。答えは自然数、少数または分数になり得ます。

ある量に対する倍数は下記のように計算します：

$$\text{倍数} = \text{比較する量} \div \text{基準量}$$

解いてみよう

- マルタは、赤いリボン2mと黄色いリボン8mを持っています。黄色いリボンの長さは赤いリボンの長さの何倍でしょうか？



- アントニオは10歳で彼のお父さんは42歳です。お父さんの歳はアントニオの歳の何倍でしょう？



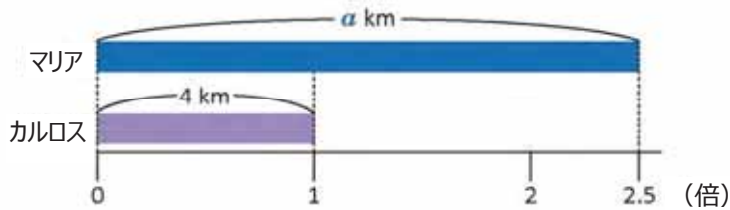
- サッカーの試合で、ホルヘはゴールを12決め、ハビエルは9決めました。ハビエルのゴール数はホルヘのゴール数の何倍か求めましょう？



1.2 比較する量の計算

考えてみよう

カルロスとマリアは一緒に走りに出かけました。カルロスは4km走り、マリアはカルロスの2.5倍走りました。マリアは何km走りましたか？



復習しよう。

倍数 = 比較する量 ÷ 基準

もし、基準量と倍数しか知らなかったら、比較する量はどのように計算できるでしょう？



答えてみよう



式: 4×2.5

マリアが走った距離を得るために掛け算をします。

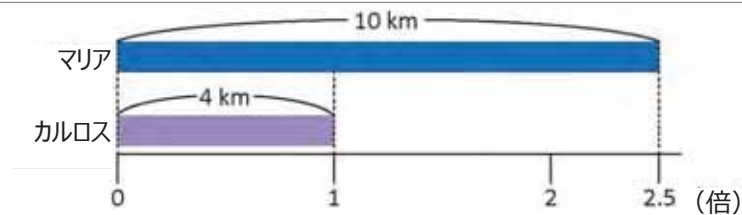
アントニオ

$$4 \times 2.5 = 10$$

よって、マリアは10km走りました。

答え: 10 km

図では、マリアが走った距離は a で表します。従って、 $a = 10$:



比較する量 (10km) を基準量 (4km) で割ると、倍数 (2.5) が求められます。

理解しよう

もし、基準量と倍数が分かっていたら、比較する量は下記のように計算します:

比較する量 = 基準量 × 倍数

解いてみよう

1. ホセの体重は45kgで、マリアの体重はホセの体重の0.8倍です。マリアの体重は何kgですか？

基準量は比較する量より多いことがあり得ることを復習しましょう。



2. 赤色のタンクの容量は300リットルです；一方、黄色のタンクの容量は赤色のタンクの1.75倍です。黄色いタンクの容量はどのくらいですか？

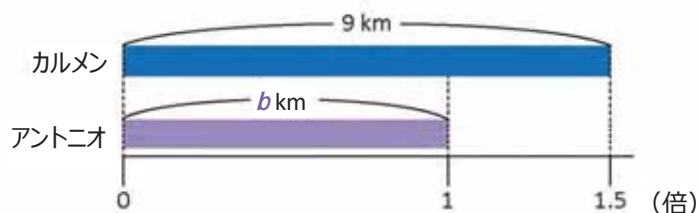


3. カルメンとベアトリスは、走り幅跳びの競争をしました。カルメンは2m 飛び、ベアトリスは、カルメンの飛んだ距離の0.75倍飛びました。ベアトリスはどのくらい飛んだのでしょうか？

1.3 基準量の計算

考えてみよう

ある日カルメンは、アントニオが歩いた距離の1.5倍を歩きました。カルメンが9km歩いたとしたら、アントニオはどの位歩いたでしょう？



以下ならば:

比較する量=基準量×倍数

もし、比較する量と倍数しか知らなかったら、基準量はどのように計算できるでしょう？



答えてみよう



式： $9 \div 1.5$

アントニオが歩いた距離を求めるために割り算をします。

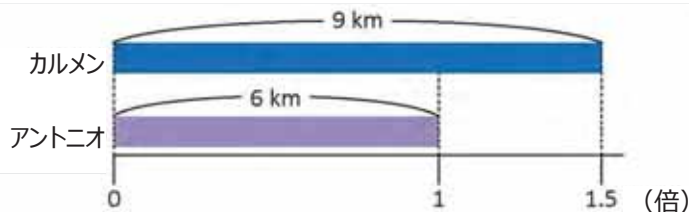
アナ

$$9 \div 1.5 = 6$$

よって、アントニオは6 km 歩きました。

答え：6 km

図では、アントニオが歩いた距離は b で表します。従って、 $b = 6$:



さらに、比較する量 (9km) を基準量 (6km) で割ると、倍数 (1.5) が求められることが確認できます。

理解しよう

もし、比較する量と倍数が分かっていたら、基準量は下記のように計算します：

$$\text{基準量} = \text{比較する量} \div \text{倍数}$$

解いてみよう

1. 水泳の授業でマルタはアナが泳いだ距離の3倍泳ぎました。マルタが1.5km泳いだとしたら、アナは何キロメートル泳いだでしょう？
2. ある教室での男子生徒数は女子生徒数の1.4倍です。その教室に男子生徒が21人いたら、女子生徒は何人いるでしょう？
3. ある長方形の長辺の長さは、短辺の3.5倍です。長辺が42cmだとしたら、短辺はどのくらいの長さでしょう？
4. ある父兄会で、男性の数が女性の数の0.4倍でした。男性が32人出席したとしたら、女性は何人出席したでしょう？

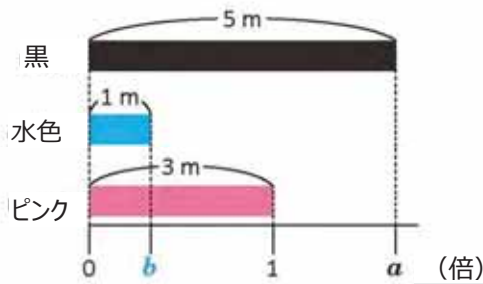
復習しよう。計算をする前に約分しましょう。



1.4 比率と比率値

考えてみよう

線と数直線を観察しましょう。



- 黒い線はピンクの線の何倍でしょう？
- 水色の線はピンクの線の何倍でしょう？

答えてみよう

a. 式: $5 \div 3$



カルロス

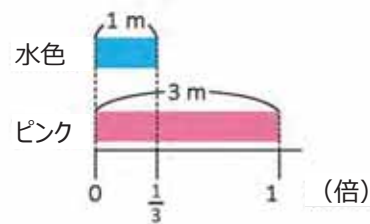
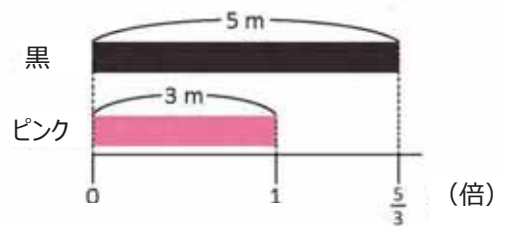
計算して商を求めます: $5 \div 3 = 1.66666\dots$ しかし、割り算 $5 \div 3$ は、 $5 \times \frac{1}{3} = \frac{5}{3}$ ように書くこともできます。

答え: $\frac{5}{3}$ 倍。

b. 式: $1 \div 3$

前出の問題と類似: $1 \div 3 = 0.33333\dots$ よって、割り算 $1 \div 3$ は、 $1 \times \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$ と書きます。

答え: $\frac{1}{3}$ 倍。



理解しよう

一般的に、2つの数量の比較にはこれらの数量の商を使いますが、それを**比率**とよびます。 a と b という2つの量があった場合、 a と b (この順番で) **間の比率**は $a:b$ のように表します。

$a \div b$ の計算結果の数値を**比率値**と言います。この数値は自然数、少数または分数になり得ます ($\frac{a}{b}$ と書きます)。

比較する量の単位が同じ場合、比率値は他の値に対しての倍数を示します。



解いてみよう

- ホセは8ドル、フリアは3ドル 貯金しました。ホルヘが貯金した金額とフリアが貯金した金額の比率を書き、比率値を計算しましょう。倍数を使ったこの答えからどのような事が分かりますか？
- 容器の容量は2リットルで、鍋の容量は7リットルです。容器の容量と鍋の容量の比率を書き、比率値を計算しましょう。倍数を使ったこの答えからどのような事が分かりますか？



1.5 不均一な量の比率

考えてみよう

レースで、ミゲルは 33 m を 6秒で走りました。一方、ファンは 51 m を 10 秒で走りました。

- それぞれ、1秒に何メートル走りましたか？
- 誰がより早く前進しましたか？

答えてみよう

- ミゲルが1秒に何メートル走ったか計算するには、33mを6秒で割ります：



カルメン

$$33 \div 6 = 5.5$$

ミゲルは5.5mを1秒で走りました。同様に、ファンの場合も51mを10秒で割ります：

$$51 \div 10 = 5.1$$

ファンは5.1mを1秒で走りました。

- 前述の a から、ミゲルは、1秒間により長い距離を走ったので、より早く前進したことが分かります。

答え: ミゲルはより早く前進しました。

走った距離（メートル）と走るのに
かかった時間（秒）を比較している
ことを確認しましょう。これも比率を
表します。



理解しよう

比率で比較する量は異なる測定単位でも可能です。量 a と量 b の単位が異なる場合、比率値 $a : b$ は、 b の単位ごとに a の単位がいくつあるかを示しています。すなわち、 b の単位ごと（単位ごとの量）に a の要素がいくつあるかという事です。

例えば、ミゲルが6秒で33m走ったとしたら、走った距離と時間は33 : 6です。
一方、比率値は $33 \div 6 = 5.5$; これは、ミゲルが1秒ごとに5.5メートル走ったことを示します。

解いてみよう

- ある車が4時間で298km走ります。
 - 走る距離kmと時間の比率を書き、比率値を計算しましょう。
 - この結果をどのように解釈しますか？



- ある教室に女生徒が20人、男子生徒が10人います。
 - 女子生徒の人数と男子生徒の人数の比率を書き、比率値を計算しましょう。
 - この結果をどのように解釈しますか？

1.6 分子および分母

考えてみよう

レモネードのレシピでは、レモンの量と水の分量のカップ数の比率が3 : 2です。水6カップを使ったら、レモンをいくつ使うべきでしょう？



答えてみよう



ホセ

比率値は $\frac{3}{2}$ (または1.5) です。よって、1カップごとの水に対して $\frac{3}{2}$ のレモンが必要です。6カップの水に対して $6 \times \frac{3}{2}$ のレモンを使います：

$$\frac{3}{2} \times \frac{3}{1} = 3 \times 3 = 9$$

答え：9個のレモン。

比率3 : 2は、レモン3個ずつに対して水2



ベアトリス

- 6個のレモンに対して水4カップを使います (両方も量が2倍に増えます)。
- 9個のレモンに対して水6カップを使います (両方も量が3倍に増えます)。

答え：9個のレモン。

理解しよう

比率 $a : b$ において、 a の数を分子と、 b の数を分母と呼びます。さらに、以下ようになります：

$$\text{分子} = \text{分母} \times \text{比率値}$$

分子の計算は比較する量の計算に似ていることを観察しましょう。

$$\text{比較する量} = \text{基準量} \times \text{倍数}$$

比較する量の代わりに分母を書き、倍数の代わりに比率値を書きます。



解いてみよう

1. くじ引きで袋の中に20枚の札を入れます。当たりくじの数と袋に入れた札の総数の比率は1 : 4です。当たりくじは何枚ありますか？

2. アントニオはバスケットボールを練習しています。ある日、15回シュートをしました。シュートを決めた数とシュートの総数の比率が4:5だとしたら、シュートを決めた数はいくつですか？

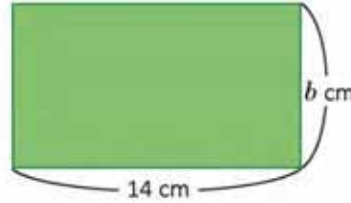


3. あるレストランで、一夜の来客数と収益の比率が1 : 10でした。レストランのその夜の収益が300ドルだったとしたら、来客は何人だったでしょう？

1.7 分母の計算

考えてみよう

長方形の長辺と短辺の長さの比率は7 : 4です。長辺が14cmだとしたら、短辺はどのくらいの長さでしょう？



答えてみよう



マリオ

比率値は $\frac{7}{4}$ (1.75) つまり、長辺は短辺の $\frac{7}{4}$ 倍です。長辺の長さを $\frac{7}{4}$ で割ると、結果が短辺の長さに成ります：

$$14 \div \frac{7}{4} = 14 \times \frac{4}{7} = 2 \times 4 = 8$$

答え：8cm

比率7:4は、長辺が7cmごとに短辺が4cmであることを示します。よって、



フリア

- 長辺が14cmの場合短辺は 8cmです（両方とも2倍に増えます）。

答え：8cm

理解しよう

比率は：

分母 = 分子 ÷ 比率値 となります。

分母を計算することは、基準値を計算するのに似ています：

$$\text{基準値} = \text{比較する量} \div \text{倍数}$$

比較する量の代わりに分子を書き；倍数の代わりに比率値を書きます。



解いてみよう

1. 各問題の分母を計算します：

a. 分子 = 1、比率値 = $\frac{1}{2}$

b. 分子 = 6、比率値 = $\frac{1}{4}$

c. 分子 = 10、比率値 = 2

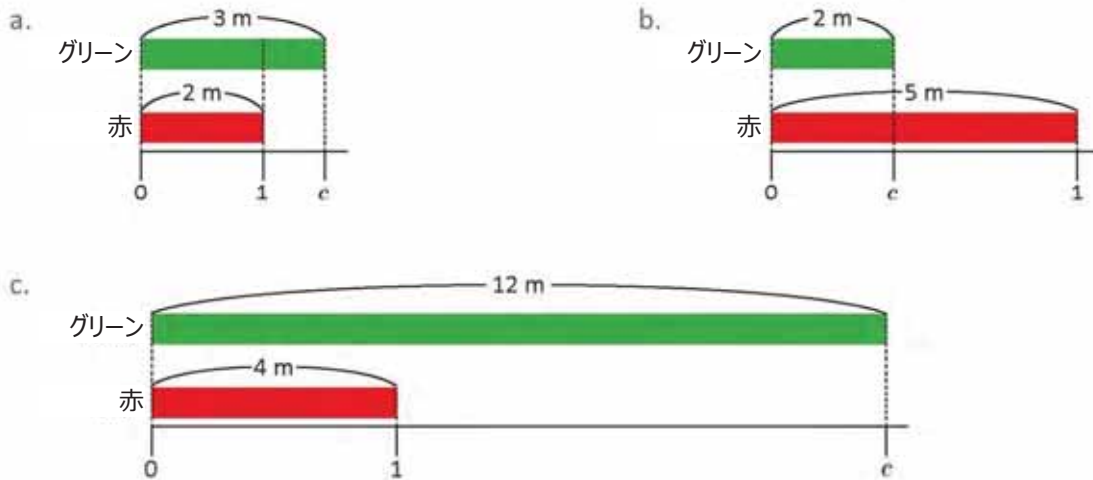
d. 分子 = 12、比率値 = $\frac{3}{4}$

2. カルロスは、白と赤のペンキの比率を4 : 5にしてピンクのペンキを作りました。白いペンキを12ml使ったとしたら、赤いペンキはどの位使いましたか？



1.8 復習問題

1. グリーンの線の長さや赤い線の長さの比率を書きましょう。そして、比率値を計算します。



次の問題を解きましょう:

- サルバドールの食事では、トルティージャ2枚が31gの炭水化物、1gの脂肪、3gのたんぱく質、そして150カロリーです。
 - 比率を書いて、以下の量と量の間比率値を計算しましょう。
炭水化物の量とトルティージャの量、脂肪の量とトルティージャの量。
 - 前述の結果をどのように解釈しますか？
- アントニオは、15ドル貯めて、そこから5ドル使いました。使ったお金と貯めたお金の比率と比率値はどの位ですか？この結果をどのように解釈しますか？
- 長方形の長辺の長さや短辺の長さの比率は3 : 22です。短辺が10cmだとしたら、長辺はどのくらいの長さでしょう？
- バスで、埋まっている席と空いている席の比率は6:5です。24席が埋まっているとすると、空席は何席ですか？
- ある人が走っている時のカロリーの消費量と時間（分）の比率は10 : 1です。ある人が、150カロリー消費したとすると、何分走ったでしょう？
- サッカーの選手権大会の総数と、あるチームが優勝した試合の数の比率が5 : 3でした。6試合優勝したとすると、選手権大会は何試合実施されましたか？

2.1 パーセントまたはパーセンテージ

考えてみよう

次の表には、最近2回のサッカー練習でファンが決めたゴール数とシュートの回数がかかれてあります：

練習	ゴール数	シュート数
1回目	5	10
2回目	9	12



ファンが最も成功したと言える練習はどれですか？

答えてみよう

ゴールの数とシュートの数の比率は、1回目は5:10で、2回目は9:12です。12.比率値を計算します：

1回目の練習

$$5 \div 10 = 0.5$$

2回目の練習

$$9 \div 12 = 0.75$$



アントニオ

ファンは1回目の練習で、シュートの半分がゴールでした。2回目の練習では、シュートの0.75倍がゴールでした。

答え: 2回目の練習。

理解しよう

パーセントまたはパーセンテージは、比率値に100を掛けて求めます、つまり：

$$\text{パーセンテージ} = \text{比率値} \times 100$$

パーセンテージを示す数の最後に“%”の記号を書きます。例えば、ゴール数とシュート数（1回目の練習で）の比率値に100を掛けると、次の式が求められます。

$$\text{パーセンテージ} = 0.5 \times 100 = 50$$

“50 %”と書き、“五十パーセント”と読みます。この数字は100回シュートしたうち50回がゴールだったことを示します。

解いてみよう

1. 次の表は、ミゲルの最近2回のバスケットボールの試合の結果を示しています。

試合	シュートを決めた数	シュート数
1回目	12	16
2回目	9	15

- シュートを決めた数とシュートの数の比率値を見つけましょう。
- 各試合で何パーセントのシュートを決めましたか？この結果をどのように解釈しますか？

2. ホセは、月曜日、火曜日、水曜日にしたカピルチョの結果を記録しました。

日	ゴール	シュート数
月曜日	8	20
火曜日	10	25
水曜日	8	16

- 月曜日から水曜日までで、一番良い成績だったのはどの日ですか？パーセンテージを使って説明しましょう。
- 月曜日と火曜日で、一番良い成績だったのはどの日ですか？パーセンテージを使って説明しましょう。

2.2 比率とパーセンテージの関係

復習しよう

次の問題を解きましょう：

a. 0.01×100

b. 0.2×100

考えてみよう

マルタの教室には生徒が20人いて、そのうち7人が男子生徒です。この教室の男子生徒のパーセンテージはどのくらいですか？

答えてみよう

男子生徒の数と総生徒数の割合は、7 : 20です。20.比率値を計算し、パーセンテージを求めます：

$$\text{比率値} : 7 \div 20 = 0.35$$

$$\text{パーセンテージ} : 0.35 \times 100 = 35$$



カルメン

比率値、0.35は35%に相当します。

答え：教室の生徒の35%は男子生徒です。

理解しよう

一般的に：

- 比率値に100を掛けると、パーセンテージが求められます：

$$\text{パーセンテージ} = \text{比率値} \times 100$$

- パーセンテージを100で割ると、比率値が求められます：

$$\text{比率値} = \text{パーセンテージ} \div 100$$

解いてみよう

- 次の比率値を表すパーセンテージを求めましょう：

a. 0.01

b. 0.07

c. 0.75

d. 1

- 次の各パーセンテージに相当する比率値を求めましょう：

a. 5%

b. 9%

c. 12%

d. 54%

- 学校の総面積は1,200m²で、運動場は252m²です。

- 運動場の面積と学校の総面積比率値はどれくらいですか？
- 運動場は土地の何パーセントを占めますか？

知っていますか？

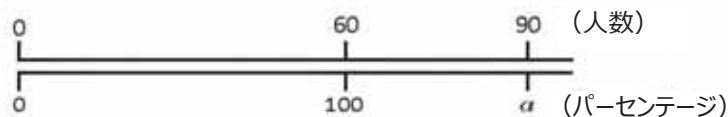
比較する数が非常に大きい場合は、パーセンテージを使うのが一般的です。例えば、統計総局の予測や国勢調査によると、2020年のサルバドールの人口は6,601,409人になり、そのうち女性性は3,520,577人になると予想されます。

女性の数と総人口の比率値を計算すると、約0.53になります；このパーセンテージは53%です。従って、2020年に推定される人口は、53%が女性、つまり、100人に53人が女性だと予想されます。

2.3 100%以上のパーセンテージ

考えてみよう

あるレストランの客の収容数は60人です。土曜日の来客数は90人でした。レストランの収容数に対する来客数のパーセンテージはどのくらいでしょう？



この事例では、分子は分母より大きい数です。よって、パーセンテージは100%より大きくなります。



答えてみよう

来客数とレストランの収容数の比率値とパーセンテージを計算します。



カルロス

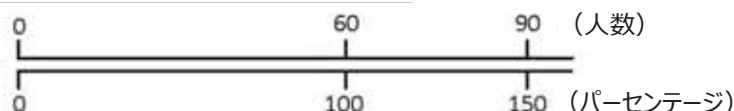
$$\text{比率値} = 90 \div 60 = 1.5$$

$$\text{パーセンテージ} = 1.5 \times 100 = 150$$

よって、来客数のパーセンテージは150%でした。

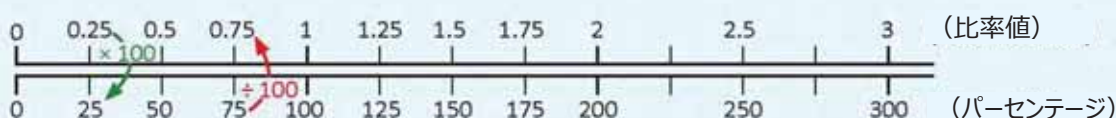
答え：150%

グラフでは、パーセンテージは a で示されています；よって、 $a = 150$ です。



理解しよう

分子が分母より大きい数の場合は、求められるパーセンテージは100%より大きくなります。これは、比率値が1より大きいからです。次のグラフは、比率値とパーセンテージが一致する関係を示しています：



解いてみよう

1. グラフ上で足りない比率またはパーセンテージの枠を埋めましょう：



2. 大人は一日に2リットルの水を飲むことが推奨されています。マリアが2.5リットル飲むとしたら、勧められている量の何パーセントを飲むことになりますか？

3. 世界保健機構は、子供が一日に最大4gの塩を摂取することを推奨しています。子供が一日に6gの塩を摂取すると病気になる可能性があります。推奨されている量の何パーセントの塩で子供は病気になる可能性がありますか？



世界保健機構

2.4 100%未満のパーセンテージを使った分子の計算

復習しよう

1. 分母と比率値を使ってどのように分子を計算しますか？
2. a: に対応する比率値を求めましょう：

a. 35 %

b. 100 %

考えてみよう

マリアは、200mlのオレンジソーダを作りました。ソーダの35%がオレンジジュースだとすると、オレンジジュースは何mlでしょうか？ オレンジジュースの量は a で表します。

ソーダの総量 (200ml) は100 %に相当します、そして、不明なジュースの量 (a ml) はソーダ総量の35%に相当します。



答えてみよう



リア

比率値を計算します、これは、パーセンテージを100で割るのと同じです：

$$\text{比率値} = 35 \div 100 = 0.35$$

この数字は比率値に相当します。

a : 200 ; このように表します：

$$\text{分子} = \text{分母} \times \text{比率値}$$

従って、

$$a = 200 \times 0.35 = 70$$

答え : 70 ml

35% のオレンジジュースは、ソーダが100mlだとすると35ml がオレンジジュースだということを意味します。ソーダの量を2倍 (200 ml) にするとオレンジジュースも2倍、つまり、70mlになります。



ホセ

200mlに対して70mlはどの位 (何パーセント) が計算して確認しましょう。

$$\text{比率値} = 70 \div 200 = 0.35$$

$$\text{パーセンテージ} = 0.35 \times 100 = 35$$

答え : 70 ml

理解しよう

一般的に：

- ある数量のパーセンテージに対する値を計算することは、比率の分子を計算することと同じです。
- 分母とパーセンテージが分かっている場合で、分子を求めたい場合は、以下の手順に従うことができます。
 - ①パーセンテージから比率値を求めましょう：比率値 = パーセンテージ \div 100。
 - ②分子を求めます：分子 = 分母 \times 比率値。

解いてみよう

1. 計算しましょう:

a. 80リットルの20%

b. 120リットルの90%

2. 生徒30人のグループの80%が数学課程に合格しました。何人がこの課程に合格しましたか？

3. 駐車場に80台の車があり、そのうちの5%がグリーンです。駐車場にグリーンの車は何台ありますか？



2.5 100%以上のパーセンテージを使った分子の計算

考えてみよう

マルタの両親は家のローンを毎月250ドル払わなければなりません。その上4%の固定利子を払うとしたら、毎月いくら払わなければなりませんか？

答えてみよう

ローンの100%は250ドルです。“ローンの4%”とは250ドルの4%が追加されることを示します。よって、毎月の支払いは、ローンに固定利子を含めて計算する必要があります。



① 合計パーセンテージは: $100\% + 4\% = 104\%$

前の授業のものを使います：

② 比率値の計算をします (パーセンテージ ÷ 100) : $104 \div 100 = 1.04$

③ 250の104%を計算します (分母 × 比率値) : $250 \times 1.04 = 260$

マルタの両親は、毎月260ドルを支払わなければなりません。これは月々のローンに4%の固定利子を加えたものに相当します。

答え: 月額260ドル

理解しよう

パーセンテージの増加を伴う事例で、比率の分子を求めたい場合は、以下を実行します：

① 合計パーセンテージを求めましょう : $100\% + \text{増加率}$

② 比率値の計算をします : $\text{パーセンテージ} \div 100$

③ 分子を求めます : $\text{分子} = \text{分母} \times \text{比率値}$

解いてみよう

1. 通常800ml入りのパイナップルジュースが 通常の量の20%増しで特売になっています。特売になっているジュースは何ミリリットル入っているでしょうか？



2. ある小さな印刷会社は、1ロット720ドルの印刷用紙を買いたいと思っています；他の国から輸入したいと思っているので、元の価格の5%の輸入関税を支払わなければなりません。印刷会社は、1ロットの印刷用紙につき、税金も含めていくら払わなければなりませんか？

3. レストランでは、食事代の9%をチップとして払います。30ドルの食事をしたら、チップも含めていくら払わなければならないでしょう？



2.6 付加価値税込みの値段の計算

考えてみよう

フリアのお父さんは、160ドルするダイニングセットを買おうとしています。店員は、この値段には元値の13%の付加価値税は含まれていないと言いました。ダイニングセットは、付加価値税込みでいくらになるでしょうか？

注目:

- ダイニングセットの付加価値税抜きの値段は、100%に相当します。
- ダイニングセットの付加価値税込みの値段は、113%に相当します。



答えてみよう



アントニオ

この事例では、ダイニングセットの値段の13%の増加があります。前回の授業で学んだ手順を適用します：

- ① 合計パーセンテージ = $100\% + 13\% = 113\%$
- ② 比率値 = $113 \div 100 = 1.13$
- ③ 分子 = $160 \times 1.13 = 180.8$

答え：180.80ドル

支払う付加価値税の金額を求め、160ドル（ダイニングセットの元の値段）に加えます：



カルメン

- ① 13%に相当する金額：
比率値 = $13 \div 100 = 0.13$
分子 = $160 \times 0.13 = 20.8$
- ② 付加価値税に相当する金額（\$20.80）を元の値段に加えます：

$$160 + 20.8 = 180.8$$

答え：180.80ドル

理解しよう

付加価値税は買い物をする時に支払う税金です。サルバドルでは、付加価値税は元の値段の13%に相当し、2通りの方法で計算できます：

1番目の方法：

- ① 該当する比率値113%を計算します（このパーセンテージは、100%に付加価値税13%を加えて求めました）。
- ② 元の値段に比率値を掛けて、新しい値段を計算します。

2番目の方法：

- ① 元の値段の13%を計算します。
- ② ①の手順で見つけた金額を元の値段に加えます。

1番目の方法では、113%に該当する比率値は1.13; よって、元の値段に1.13を掛けるという一つの手順だけでできます。



解いてみよう

前述の2つの方法を使って、次の商品の値段を付加価値税込みで計算しましょう。

- a. 525ドルのコンピューター。
- b. 30ドルの扇風機。
- c. 449ドルのテレビ。



2.7 割引後の価格の計算

考えてみよう

マリアは25%割引のバックパックを買いました。通常の値段が8ドルだとしたら、マリアはこのバックパックにいくら払いましたか？

割引を適用した値段は、元の値段の75%と同じです。



答えてみよう



マリオ

- ① バックパックは25%の割引なので、元の値段の100% - 25%、つまり、75%を支払いました。

- ② 75%は、比率値0.75 (75 ÷ 100) に相当します。
③ 支払う金額: $8 \times 0.75 = 6$

答え：6ドル

- ① 8ドルに0.25 (比率値25%に相当) を掛けて8ドルの25%を計算します。



アナ

- ② 元の値段から差し引いた金額、割引後の値段に相当します。

$$8 \times 0.25 = 2$$

$$8 - 2 = 6$$

答え：6ドル

理解しよう

割引後の値段を求めるには、2つの手順で計算することができます：

1番目の方法：

- ① 割引後の値段のパーセンテージを計算しましょう：
 $100\% - \text{割引のパーセンテージ}$
- ② ①で求めたパーセンテージに対応する比率値を計算しましょう。
- ③ 比率値に元の値段を掛けて、割引後の値段を求めましょう。

2番目の方法：

- ① 割引率に該当する比率値を計算しましょう。
- ② 割引に該当する金額を計算しましょう。
- ③ ②で求めた金額を元の値段から引きます。

解いてみよう

“LA GANGA”という洋品店では洋服が割引されています。示された割引が適用されている以下の洋服の値段を求めましょう：

- a. 女の子用ドレス
通常：20ドル
30%割引



- b. 男性用セーター
通常価格：15ドル
20%割引



- c. 男の子用Tシャツ
通常価格：5ドル
5%割引



2.8 パーセンテージを使った分母の計算

復習しよう

フリアは、休暇中に本を200ページ読みました。この数は、読んだページ数の5倍です。

ホセ。ホセは、何ページ読んだでしょう？

考えてみよう

生後一カ月のキリンの身長は260cmです；この身長は、生まれたばかりの時の身長の130%に相当します。生まれたばかりのキリンの身長はどのくらいだったでしょう？この値を b cm で表します。

注目：

- 生まれたばかりのキリンの身長は100%（分母 b cm）に相当します。
- 一か月後のキリンの身長、260 cm は、130%（分子）に相当します。



答えてみよう



カルロス

比率値を計算します、これは、パーセンテージを100で割るのと同じです：

$$\text{比率値} = 130 \div 100 = 1.3$$

この数値は比率値260に相当します： b ；そして、以下のようになります：

$$\text{分母} = \text{分子} \div \text{比率値}$$

よって、

$$b = 260 \div 1.3 = 200$$

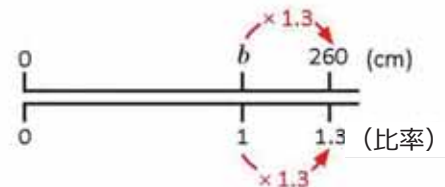
答え：200cm

知っていますか？

二重数直線グラフでは、比率が1から1.3に増加するためには 1×1.3 を実行します；よって、センチメートルが b から260に増加するためには、 $b \times 1.3$ を実行します。そして：

$$b \times 1.3 = 260$$

b の1.3倍は260と同じ、よって、 $b = 260 \div 1.3 = 200$



理解しよう

パーセンテージが100%以上（分子）であることが分かっている、元の量（分母）を求めたい場合は、以下を実施します。

- ① 比率値を計算します：**比率値 = パーセンテージ \div 100**
- ② 分母、すなわち元の量を計算します：**分母 = 分子 \div 比率値**

解いてみよう

1. 付加価値税込みのテレビは678ドルです。付加価値税を含まないテレビの値段はいくらですか？

678ドルは113%に相当することを理解しましょう



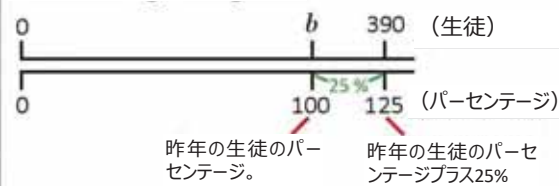
2. マルタは体重が60kgで、これは1年前の体重の120%に相当します。マルタの体重は1年前どのくらいでしたか？

2.9 パーcentageと分母の計算

考えてみよう

今年アナの学校には生徒が390人います。この数が去年の生徒数より25%多いとしたら、去年は生徒が何人いたでしょう？ 去年の生徒の数を b で表します。

次のグラフを見ましょう:



答えてみよう



“去年の生徒数より25%多い”は、去年の生徒数 (b 人) は 100%に該当する事を示します。今年は去年の生徒に対して、 $100\% + 25\% = 125\%$ の生徒がいます。

フリア

今年の生徒390人は、125%に該当し、比率値 $390 : b$ は a と同じです:

$$125 \div 100 = 1.25$$

前回の授業で見た方法を適用します。分母 = 分子 ÷ 比率値:

$$b = 390 \div 1.25 = 312$$

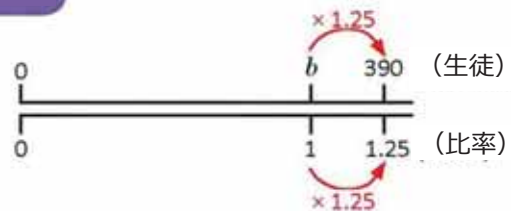
答え：生徒数312人。

知っていますか？

比率が1から1.25に増加するためには 1×1.25 を実行します。生徒数が b から390に増加するためには、 $b \times 1.25$ を実行しなければなりません、そして:

$$b \times 1.25 = 390$$

b の1.25倍は390と同じ、よって、 $b = 390 \div 1.25 = 312$



理解しよう

パーcentageが増加し、その増加に対応する量 (分子) が分かっており、元の量 (分母) が分からない問題では、以下を実施します:

- ① 増加に相当する合計パーcentageを求めます: $100\% + \text{増加のパーcentage}$
- ② 比率値の計算をします: $\text{パーcentage} \div 100$ 。
- ③ 元の量 (分母) を計算します: **分母 = 分子 ÷ 比率値**

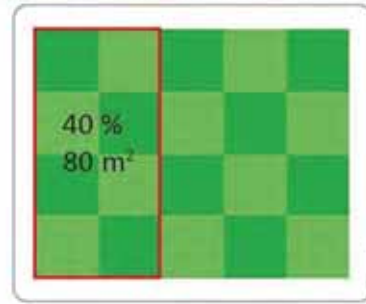
解いてみよう

1. ホセの身長は156cmで、妹のフリアの身長より20%高いです。フリアの身長は何センチメートルでしょうか?
2. 以前の給料の10%の昇給を受けてから、ドン・ホアンの給料は440ドルになりました。前の給料はどのくらいでしたか?
3. 生まれて1週間の子犬の体重は168gです、この数値は生まれたばかりの体重の60%増です。生まれた時の子犬の体重は何グラムでしたか?

2.10 100%未満のパーセンテージを使った分母の計算

考えてみよう

土地の所有者は、高い利益を得るために農地を売る事に決めました。今まで土地全体の40%に相当する80m²の区画を売りました。土地全体の面積はどのくらいですか？全面積をb^mで表します。



答えてみよう



比率値 $80 : b$ は以下と同じ：
 $40 \div 100 = 0.4$

ホセ 数量 b を計算するために次の式を使いました：

$$\begin{aligned} \text{分母} &= \text{分子} \div \text{比率値} \\ b &= 80 \div 0.4 = 200 \end{aligned}$$

答え: 200 m²



分子が分母より大きいことがあり得ることを復習しましょう。

全面積 ($b \text{ m}^2$) は100%を表します。100% = 40% + 40% + 20% ですから、 b は40%と20%に相当する面積を足すことで求められます。



カルメン

- 40% → 80 m²
- 20% → 40 m (40%の半分です)

$$b = 80 + 80 + 40 = 200$$

答え: 200 m²

理解しよう

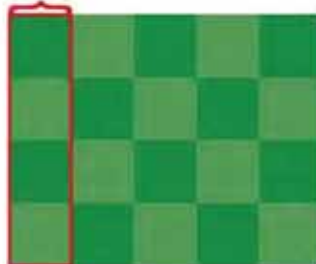
パーセンテージが100%未満であっても、分母は常に下記の式によって計算します：

$$\text{分母} = \text{分子} \div \text{比率値}$$

解いてみよう

- ある農家が、自分の土地の20%に当たる55ヘクタールにトウモロコシを植えました。土地は何ヘクタールでしょうか？

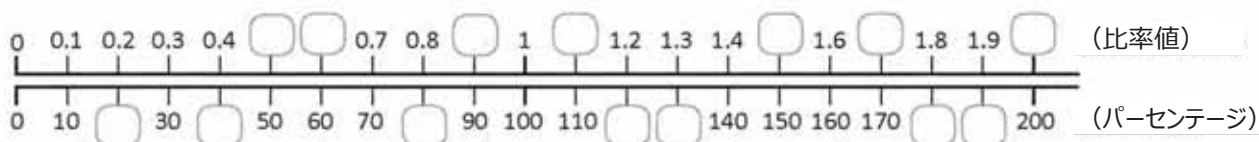
20 %
55 ha



- ある女性が、一カ月の給料の10%に当たる56ドルを貯金します。一カ月の給料はいくらでしょうか？

2.11 学んだことを復習

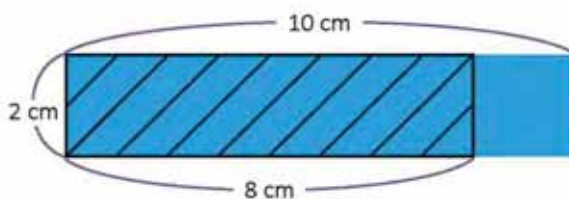
- 算数の試験で、マルタは10問のうち8問正解でした。正解のパーセンテージはどのくらいですか？
- 映画館で収容座席数120席のうち42席が埋まりました。埋まった座席のパーセンテージはどのくらいですか？
- 比率値とパーセンテージの空欄を埋めましょう。



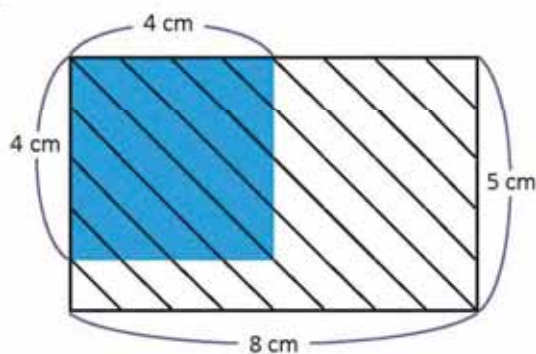
- ある遊園地のプールの8月5日の入場者は250人で、8月6日は300人でした。
 - 6日入場者数と5日の入場者数の比率値を計算しましょう。
 - 5日の入場者数に対する6日の入場者数のパーセンテージはどのくらいでしょう？
- ドン・ホアの温室には420本の植物があり、そのうち25%がバラです。温室にはバラは何本ありますか？
- コンピューターで写真のファイルのダウンロードを待っている間、ホアンはその時まで50メガバイトの30%がダウンロードされたことを確認しました。その時まで、何メガバイトがダウンロードされましたか？

★ やってみよう

- 青色の長方形の面積に対する、線で影を付けた長方形の面積のパーセンテージを計算しましょう。



- 青色の長方形の面積に対する、線で影を付けた長方形の面積のパーセンテージを計算しましょう。



2.12 学んだことを復習

1. ヒグマ（スペインのカンタブリアに生息する）は、生後数カ月で生まれた時の体重の150%に達します。この種の熊の生まれた時の体重は、約350gだと知られています。
熊の体重の150%に相当する体重は何グラムですか？



2. 40ドルするTシャツが、15%割引になっています。
割引を適用すると、Tシャツは何ドルになりますか？

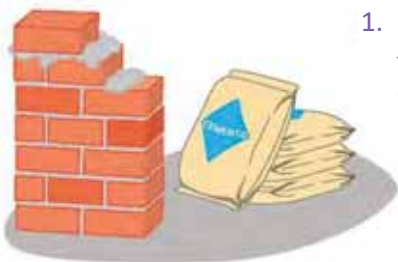
3. 年末、ホアンは70ドル貯金することができました、これは計画した金額の140%に相当します。何ドル貯金しようとして計画しましたか？

4. アナは、240ドルでテレビを売りました、この金額は彼女がテレビを買った時の値段の20%増です。アナはテレビを買った時何ドル払いましたか？



5. グリズリー（北米に生息するヒグマの亜種）が冬眠している時、心拍数は1分に10拍まで下がり、これは通常値の20%です。グリズリーの通常的心拍数はどのくらいでしょう？

★ やってみよう



1. アントニオは壁を作っていて、そのために8袋のセメントが必要です。1袋が付加価値税抜きで5ドルだとしたら、付加価値税込みの8袋にいくら払わなければならないでしょう？

2. 汽車がその全走行距離の65%を走りました。まだ70km残っているとしたら、全走行距離は何キロメートルでしょう？





ユニット 5

比例

このユニットでは次のことを学びます

- 二つの比率が比例であるか調べます。
- 比例の性質を用いて対応する比を求めます。
- 比例であるときの値を求めます。
- 正比例する値を特定しなさい。
- 反比例する値を特定しなさい。

1.1 同じ比になるための値の変化

復習しよう

以下の例にならって比と比の値を埋めましょう。

問題	比 ($a : b$)	比の値
1. フアンはコーヒーを大さじ6杯、砂糖を大さじ2杯混ぜました。コーヒーと砂糖の割合はどのようになっていますか？	6 : 2	$\frac{6}{2} = 3$
2. フアンは5回のフリーキックで3ゴール決めました。フリーキックとゴールの割合はどのようになっていますか？		
3. ある教室に女の子が10人、男の子が13人います。女の子と男の子の割合はどのようになっていますか？		

考えてみよう

マリアのレシピでは、ボール1杯分のサラダをカクテルソースで味付けするには、ケチャップ大さじ2とマヨネーズ大さじ3を混ぜ合わせる必要があります。もしケチャップを大さじ6杯分使って同じ味を出そうと思うと、混ぜ合わせるマヨネーズの量は大さじ何杯必要になりますか？マヨネーズの大さじの数を x で表します。

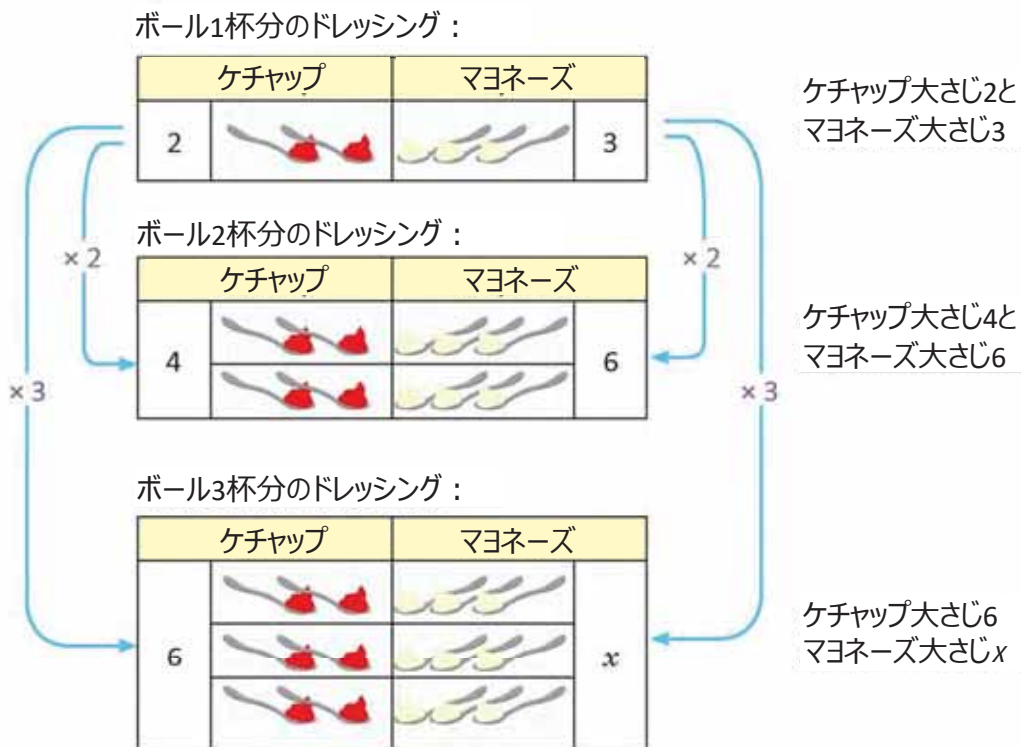


答えてみよう

私は味付けするサラダのボールの個数に合わせてそれぞれ必要となる調味料の大さじの数を表にまとめます。



アナ



ケチャップ：大さじ6は大さじ2の三倍に相当します。

マヨネーズ：大さじ9は大さじ3の三倍に相当します。つまり $x = 9$ になります。

答え：マヨネーズは大さじ9杯必要になります。

理解しよう

二つの分量の間に $a : b$ の比の関係が成り立つ場合に、その二つを使って、同じ味や同じ色合い、同じ構成を再現するには、必要な分量になるまで a と b の二つの値を同じ倍数分ずつ増やします。

練習問題：ケチャップを大さじ10杯使う場合、マヨネーズは大さじ何杯必要になりますか？

ケチャップ	マヨネーズ
大さじ2	大さじ3
大さじ10	大さじ x

×5 (ケチャップ側) ×5 (マヨネーズ側)

復習しよう。比 $a : b$ がある場合、 a に入る数を分子、 b に入る数を分母というのでしたね。



大さじ10のケチャップはケチャップ大さじ2の5倍です。そうすると、マヨネーズ大さじ3の5倍になるので、つまり、 $x = 15$ です。

答え：大さじ15

解いてみよう

1. 各問それぞれのレシピで同じ味になるように x の値を求めなさい。

a.

チョコレート	牛乳
3カップ	2カップ
12カップ	x カップ

× (チョコレート側) × (牛乳側)

b.

コーヒー	牛乳
2カップ	1カップ
x カップ	7カップ

× (コーヒー側) × (牛乳側)

c.

水	レモンジュース
7杯	2杯
14杯	x 杯

× (水側) × (レモンジュース側)

d.

ケチャップ	マヨネーズ
大さじ2	大さじ5
大さじ x	大さじ15

× (ケチャップ側) × (マヨネーズ側)

2. あるレシピでは水と小麦粉のカップ数の割合が1 : 3になっています。

- 水6カップに対し、小麦粉は何カップ必要になりますか？
- 小麦粉15カップに対し、水は何カップ必要になりますか？

★挑戦しよう

ホセじいさんは、カフェオレを作るには、「コーヒー2カップに対し牛乳1カップと砂糖大さじ3」が必要だと言います。コーヒー8カップを使って同じ味のカフェオレを作るには、牛乳は何カップ必要で、砂糖は大さじ何杯を混ぜる必要がありますか？



1.2 等しい比と比例式

考えてみよう

アナとカルロスは青いペンキと白いペンキを混ぜて水色のペンキを作りました。アナは青いペンキを3缶と白いペンキを4缶使いました。一方カルロスは青いペンキを6缶、白いペンキを8缶使いました。

- それぞれが使った青いペンキの缶と白いペンキの缶の数の比を求めましょう。
- 同じような水色になりましたか？



答えてみよう

- アナが使った青いペンキの缶の数と白いペンキの缶の数の比は3 : 4で、カルロスの使った缶の比は6 : 8です。僕が比の値を計算するとこうになりました。

$$\text{アナ} \rightarrow \frac{3}{4} \quad \text{カルロス} \rightarrow \frac{\cancel{6}^3}{\cancel{8}_4} = \frac{3}{4}$$



答え : 比の値は $\frac{3}{4}$ (または0.75)です。

- はい、どちらも同じ比の値 $\frac{3}{4}$ だったので、二人は同じトーンの水色のペンキを作りました。

理解しよう

- 二つの比が同じ比の値を持っているとき、それを**等しい比**といいます。
- 二つの等しい比の間にある同等性を**比例**といいます。つまり、 $a : b$ の比と $c : d$ の比が同じであるなら、その比例はこのように表します。

$$a : b = c : d$$

また、 a 、 b 、 c 、 d にそれぞれ数を入れて、「 a 対 b は、 c 対 d 」と読みます。

例えば3 : 4と6 : 8は比の値が $\frac{3}{4}$ または (0.75) なので等しい比になります。この比はこのような比例式で表すことができます。

$$3 : 4 = 6 : 8$$

知っていますか？

比例は「=」の代わりに「: :」を使って表すこともできます。なので、3 : 4 : : 6 : 8は比例の関係を表しています。

解いてみよう

- それぞれの設問で出た比は等しいですか？等しい場合は、比例式を書きましょう。

a. 2 : 3と6 : 9

b. 16 : 12と4 : 3

c. 4 : 5と8 : 15

- カルロスとダニエルはカクテルソースを作りました。それぞれのレシピのケチャップとマヨネーズの比を書いて、同じ味になっているか説明しましょう。

カルロス	
ケチャップ	マヨネーズ
大さじ4	大さじ6

ダニエル	
ケチャップ	マヨネーズ
大さじ6	大さじ9

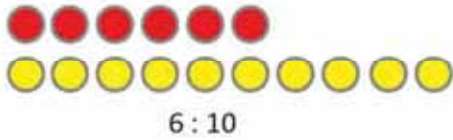
- カフェオレのアイスクャンディーを作るために、ベアトリスのお母さんはコーヒーを4カップと牛乳を3カップ使います。
 - コーヒー牛乳の比の値を求めましょう。
 - ベアトリスはアイスクャンディーを作ろうと思ってコーヒー12カップと牛乳9カップを混ぜ合わせました。彼女が作ったアイスクャンディーはお母さんが作るアイスクャンディーと同じ味になりますか？

1.3 最も簡単な等しい比

考えてみよう

カルロスは赤いペンキを6缶と黄色いペンキを10缶混ぜ合わせて色を作りました。ベアトリスは赤いペンキを9缶と黄色いペンキを15缶混ぜ合わせて色を作りました。二人とも同じオレンジ色のペンキになりましたか？

カルロス



ベアトリス



答えてみよう



カルメン

もし比が等しい比になっている場合は同じオレンジ色のペンキが作られると思います。わたしはそれぞれの比の値を計算します。

カルロス $\rightarrow \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$ ベアトリス $\rightarrow \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$

したがってこれらの比は等しいです。つまり、 $6 : 10 = 9 : 15$ になります。

答え：カルロスとベアトリスは同じオレンジ色を作っています。

これは、赤いペンキ3缶毎に黄色いペンキが5缶使われることを意味していますね。



ぼくは両方の比の値を計算します。



アントニオ

カルロス $\rightarrow 6 \div 10 = 0.6$
ベアトリス $\rightarrow 9 \div 15 = 0.6$

比の値は同じなので、 $6 : 10 = 9 : 15$ になり、これは等しい比です。

答え：カルロスとベアトリスは同じオレンジ色を作っています。

理解しよう

より小さい数の等しい比を見つけることを**比の値を簡単にする**といいます。可能な限り小さい自然数をもつ等しい比にすると、**最も簡単な等しい比**または**約分した等しい比**になっています。

例えば $6 : 10$ と $9 : 15$ の比について、最も簡単な等しい比は $3 : 5$ です。 $\frac{6}{10}$ と $\frac{9}{15}$ の比の値を約分すると、 $\frac{3}{5}$ になり、それは $3 : 5$ の比に相当します。

どうなるでしょうか？

$12 : 30$ のもっと簡単な等しい比を求めるには、比の値をできるところまで約分します。

$$\frac{12}{30} = \frac{2}{5}$$

なので、 $12 : 30$ の一番簡単な等しい比は、 $2 : 5$ です。

解いてみよう

1. それぞれの比について、最も簡単な等しい比を求めましょう。

a. $6 : 4$

b. $16 : 20$

c. $30 : 18$

d. $10 : 35$

e. $12 : 8$

2. ファンとアナはフリーキックをしたときに、どちらが多くゴールを決められるかを知りたがっています。ファンはフリーキック14回のうち6回でゴールを決めました。アナはフリーキック21回のうち9回でゴールを決めました。どちらが多くゴールを決めたでしょう？

1.4 小数を含む比例式

考えてみよう

フアンは甘いパンとトウモロコシ粉で作るアトレというおやつを以下のレシピを利用して作ろうとしています。

レシピA
砂糖 0.5ポンド
小麦粉 0.6ポンド

レシピB
シナモン 大さじ2.4
コーンスターチ 大さじ3

フアンはレシピと同じ味にしたいのですが、分量をポンドと大さじの単位でしか計れません。このレシピで作るには、どれだけの材料が必要になりますか？

答えてみよう



レシピAの砂糖と小麦粉の分量の重さ（ポンド）の比は0.5 : 0.6です。

フリア 同じ味を作るためには分子と分母を同じ数でかければよいと思います。（これは最初の授業で習った通りです！）

分子と分母に10をかけます。

$$0.5 : 0.6 = (0.5 \times 10) : (0.6 \times 10) \\ = 5 : 6$$

答え：フアンは砂糖を5ポンドと小麦粉6ポンドを使えばレシピAと同じ味を作ることができます。

レシピBのシナモンとコーンスターチの分量の大さじ比は2.4 : 3です。

レシピAの分量の分子と分母に10をかけます。

$$2.4 : 3 = (2.4 \times 10) : (3 \times 10) \\ = 24 : 30$$

24 : 30の最も簡単な等しい比は4 : 5です。

答え：フアンはシナモンを大さじ4とコーンスターチ大さじ5を使えばレシピBと同じ味を作ることができます。

フアンは同じ味を作ることができると思います。違う点は、このレシピを使ってできるパンとアトレの数なので、もっと沢山の数ができるはずです。



理解しよう

少数で表される比は、自然数の比に直すことができます。数が小数になってしまう時は、次のようにします。

- ① 分子と分母に10をかけて、自然数で等しい比を作ります。
- ② 約分できる場合は、①で求めた比を最も簡単な等しい比に直しましょう。

解いてみよう

1. 分子と分母が自然数になるように簡単な等しい比に直しましょう。

a. 0.4 : 0.9

b. 0.9 : 1.5

c. 1.5 : 3

d. 2 : 3.5

2. 分子と分母が自然数をもつ等しい比に直しましょう。

a. 0.56 : 0.31

b. 1.25 : 6

1.5 分数を含む比例式

考えてみよう

デザート用バタークリームを作るレシピはバター $\frac{6}{5}$ カップとチーズクリーム $\frac{1}{2}$ オンスです。

- バターのカップ数とチーズクリームのオンス量の比を表しましょう。
- カップとオンスの単位でしか計れない場合、同じ味を作るにはバターは何カップ必要で、クリームチーズは何オンス必要になりますか？

答えてみよう

- バターとクリームチーズの比は $\frac{6}{5} : \frac{1}{2}$ です。
- 同じ味を出すためには、分子と分母に同じ数をかけてカップとオンスの単位に変えればいいと思います。



カルロス

分子と分母に5と2の最小公倍数である10をかけます。

$$\begin{aligned}\frac{6}{5} : \frac{1}{2} &= \left(\frac{6}{\cancel{5}^1} \times 10\right) : \left(\frac{1}{\cancel{2}^1} \times 10\right) \\ &= (6 \times 2) : (1 \times 5) \\ &= 12 : 5\end{aligned}$$

答え：バターは12カップ、クリームチーズは5オンス使う必要があります。

理解しよう

分数で表された比は次の方法を使って自然数の等しい比に直すことができます。

- ① 自然数の等しい比作るために分子と分母にそれぞれの最小公倍数をかけます。
- ② 約分できる場合は、①で求めた比を最も簡単な等しい比に直しましょう。

解いてみよう

分子と分母が自然数となる最も等しい比に直しましょう。

- | | | | |
|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|
| a. $\frac{1}{7} : \frac{3}{4}$ | b. $\frac{4}{5} : \frac{7}{5}$ | c. $\frac{1}{3} : \frac{4}{5}$ | d. $\frac{2}{3} : \frac{5}{3}$ |
| e. $\frac{3}{4} : \frac{9}{4}$ | f. $\frac{2}{7} : \frac{4}{7}$ | g. $\frac{3}{7} : 4$ | h. $2 : \frac{4}{5}$ |

自然数は分母1を使って分数で表すことができることを復習しましょう。たとえば、 $3 = \frac{3}{1}$



★挑戦しよう

ミゲールはコーヒーを作る時、砂糖とコーヒーの比が $\frac{2}{5} : \frac{4}{3}$ となるようします。カルメンは $\frac{1}{2} : \frac{5}{3}$ の比になるコーヒーを作ります。二人のコーヒーは同じ味になりますか？



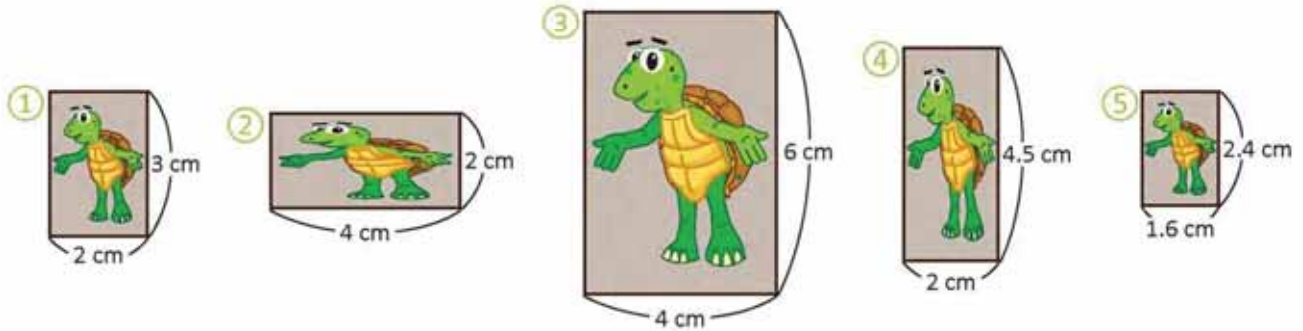
1.6 アスペクト比

考えてみよう

以下の写真を見ましょう。

a. それぞれ底辺と高さの比の値を求めて、簡単な比で表しましょう。

b. これらの写真の中でどの写真とどの写真が同じ形に見えるか探して、その写真の比の値がどうなっているかを答えましょう。



答えてみよう



ペアトリス

a. 私はそれぞれの比の値を求めます。

写真	底辺 (cm)	高さ (cm)	比の値
①	2	3	$\frac{2}{3}$
②	4	2	$\frac{4}{2} = 2$
③	4	6	$\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$
④	2	4.5	$\frac{20}{45} = \frac{4}{9}$
⑤	1.6	2.4	$\frac{16}{24} = \frac{2}{3}$

b. 同じ形に見えるのは、①と③と⑤です。これらの写真の底辺と高さの比の値は $\frac{2}{3}$ と等しいです。このことから、底辺は高さの $\frac{2}{3}$ 倍になっていることが分かります。

私はこれらの関係を比例式で表すことができます。

$$\begin{aligned} \text{①と③} &\rightarrow 2:3 = 4:6 \\ \text{①と⑤} &\rightarrow 2:3 = 1.6:2.4 \\ \text{③と⑤} &\rightarrow 4:6 = 1.6:2.4 \end{aligned}$$

理解しよう

底辺と高さの比を**画像のアスペクト比**といいます。ある二つの画像の縦と横の比が等しい場合、その二つの画像は**同じ見え方**になっています。

テレビの寸法は異なっても、アスペクト比が同じなので、画像は同じように見えます。従来のテレビでは、アスペクト比は4:3でしたが、パノラマタイプのアスペクト比は、16:9です。



解いてみよう

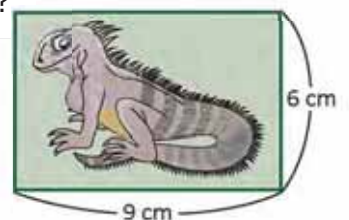
カルロス は次の写真を同じ見え方になる別のサイズで印刷したいと思っています。以下にあげるサイズの中でどのサイズ（複数の場合もあります）を選ばいいですか？

a. 底辺18 cm、高さ12 cm

b. 底辺 $\frac{1}{2}$ cm、高さ $\frac{1}{3}$ cm

c. 底辺20 cm、高さ16 cm

d. 底辺1.8 cm、高さ1.2 cm



1.7 比例式の性質

考えてみよう

それぞれにおいて比例の関係が成り立つような x の値を求めましょう。

a. $3 : 5 = 24 : x$

b. $6 : 12 = 2 : x$

比例式では比が等しくなることを復習してくださいね。



答えてみよう

a. 最初の授業で比の分子と分母に同じ数をかけて同じ比を再現する方法を学習しました。



マリオ[®]

分子	分母
3	5
24	x

分子が8倍になって、分母も8倍になりました。なので、

$$x = 5 \times 8 = 40$$

答え : 40

b. $6 : 12 = 2 : x$ は $6 \times \frac{1}{3} = 2$ だと分かります。したがって6に $\frac{1}{3}$ をかけて2となるので、12にも $\frac{1}{3}$ をかける必要があります。

$$6 \times \frac{1}{3} = 2 \quad x = 12 \times \frac{1}{3} = 4$$

答え : 4

理解しよう

比を表す分子と分母はそれぞれに同じ数をかけたら比が等しくなるので、これらは比例しています。

解いてみよう

1. 比例の関係が成り立つような x の値を求めましょう。

a. $1 : 5 = 5 : x$

b. $6 : 2 = 3 : x$

c. $3 : 1 = 30 : x$

d. $8 : 16 = 1 : x$

e. $12 : 15 = 24 : x$

f. $20 : 35 = 4 : x$

2. 比例の関係が成り立つような x の値を求めましょう。

a. $5 : 2 = x : 6$

b. $18 : 8 = x : 4$

c. $11 : 13 = x : 130$

★挑戦しよう

二つの数の比が1 : 4になっている数字があります。もしそのうち一方の値がもう一方の値より3つ分大きいとする場合、この値にあてはまる数字は何ですか？

1.8 未知数を含む比例式

考えてみよう

チョコレートクッキーを作るのに必要な小麦粉とチョコレートの分量（グラム）比は5 : 3です。もしベアトリスが150 g 入りの小麦粉一袋を使うとすると、チョコレートは何グラム必要になりますか？この分量をxグラムとします。

答えてみよう



カルメン

5 : 3の比は小麦粉5グラムに対し、3グラムのチョコレートが必要になることを表しています。データ表で表します。

	小麦粉 (g)	チョコレート (g)
	5	3
$\times 30$	150	x

同じ味のものを作るためには、 $5 : 3 = 150 : x$ となり、小麦粉5 gが150 gになるためには30倍にする必要がある（ $5 \times 30 = 150$ ）ことが分かります。したがって、

$$x = 3 \times 30$$

$$x = 90$$

答え：90グラムです。

比の値は5 : 3で、 $\frac{5}{3}$ です。味を変えない様にするので、この比の値は150 : xと同じにしなくてはなりません。



アントニオ

以下の関係を使います。

分母 = 分子 ÷ 比の値

$$x = 150 \div \frac{5}{3}$$

$$x = 150 \times \frac{3}{5}$$

$$x = 30 \times 3$$

$$x = 90$$

答え：90グラムです。

一つ目の方法のいいところは、分子や分母を特定する必要がないことや、比の値を求める必要がないことです。でも小麦粉とチョコレートの分量の関係をそのまま同じにする必要がありましたね。



理解しよう

比例しているデータにある未知数を見つける際は、データの1つが何倍になっているかを特定して比例式の性質を使って求めることができます。

解いてみよう

抜けている分量の値を求めましょう。

a.

小麦粉 (g)	チョコレート (g)
3	2
120	x

b.

小麦粉 (g)	チョコレート (g)
14	10
140	x

c.

小麦粉 (g)	チョコレート (g)
7	3
x	120

d.

小麦粉 (g)	チョコレート (g)
50	40
x	200

★挑戦しよう

エルサルバドルの国旗のサイズは長さ3.25 m、幅1.89 mです。アナが長さ1 mでもっと小さいサイズの国旗を作る場合、幅は何センチにする必要がありますか？

1.9 比例式の基本特性

復習しよう

比例の関係が成り立つような x の値を求めましょう。

a. $4 : 9 = 20 : x$

b. $11 : 10 = x : 100$

考えてみよう

比例式 $6 : 10 = 9 : 15$ を使って、以下の問題を解きます。

- 前項の分子に二つ目の分母をかけます。
- 前項の分母に後項の分子をかけます。
- a.とb.の結果はどうなりますか？比例式についてどのようなことが言えますか？

答えてみよう

- a. 前項の分子は6で後項の分母は15です。かけ算をしたら、こうになりました。

$$6 \times 15 = 90$$



- b. 前項の分母は10で後項の分子は9です。かけ算をしたら、こうになりました。

$$10 \times 9 = 90$$

- c. a.とb.の結果は同じだと分かりました！

これにより、比例式において、前項の分子に後項の分母をかけてできた積は前項の分母に後項の分子をかけてできる積と同じになることが分かります。

理解しよう

比例式の基本特性

比例式では、前項の分子に後項の分母をかけた積が前項の分母に後項の分子をかけた積と等しくなります。つまり、比例式 $a : b = c : d$

$$a \times d = b \times c$$

で以下が成り立ちます。どんな数でも a 、 b 、 c 、 d で表すことができます。

知っていますか？

比例式 $a : b = c : d$ の a と d は「外項」といい、 b と c は「内項」といいます。したがって、比例式が成り立つ場合は外項の積と内項の積は同じになり、それを式に表すと $a \times d = b \times c$ となります。

解いてみよう

以下の問題で比例式の基本特性を証明しましょう。

a. $2 : 3 = 6 : 9$

b. $5 : 3 = 20 : 12$

c. $4 : 6 = 8 : 12$

d. $10 : 8 = 30 : 24$

★挑戦しよう

比例が成り立つような c の値を求めましょう。

$$25 : 50 = c : 10$$

1.10 比例式を用いた問題の解き方

考えてみよう

あるくじ引きでは、当たりくじ60枚に対し100枚のはずれくじを混ぜています。もしはずれくじの数を30枚に減らすと、当たりくじは何枚にするべきですか？

答えてみよう

60枚のあたりくじに対し100枚のはずれくじを混ぜると、その比は60 : 100になります。そのデータを表に表します。(xは未知数を表しています)。



カルロス

あたりくじの数	はずれくじの数
60	100
x	30

比を同じにする必要があるので、 $60 : 100 = x : 30$ 。この場合、100に何をかければ30になるかをすぐ見つける事は難しいので、比例式の性質を利用して答えを求めます。

$$60 \times 30 = 100 \times x$$

$$1,800 = 100 \times x$$

これは、xの100倍が1,800になるということです。したがって、

$$x = 1,800 \div 100 = 18$$

答え：あたりくじは18枚にする必要があります。

理解しよう

一部の数字が分かっておらず、数は何倍になっているかがすぐに見当がつかない比例式の問題は、比例式の基本特性を用いて解くことができます。

解いてみよう

- 甘酢ソースのレシピを作るのに、ウスターソース20 mlとトマトソース30 mlを使いました。もしウスターソースを50 ml使って同じ味のソースを作ろうとすると、トマトソースはどれぐらい使うことになりますか？
- 縦15 cm、横10 cmの大きさの写真があります。横の長さを12 cmに拡大しようと思うと、縦は何センチになりますか？

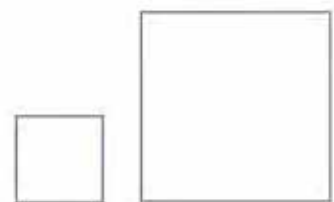
アスペクト比において比例が成り立てば、二つの画像は同じように見えることを復習しましょう。



- ある研究で、牛乳は500 mlで290カロリーあることが分かっています。もし200 mlの牛乳を全量飲んだら、何カロリー摂取したことになりますか？

★挑戦しよう

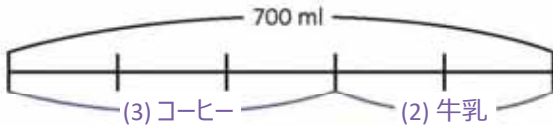
二つの四角形の一辺の長さの比は2 : 5です。もしその内1つの周囲の長さが24 cmである場合、もう一つの四角形の辺の長さは何センチになるでしょうか？



1.11 比例分布

考えてみよう

アントニオはカフェオレを700 ml作りたと思っています。もし、コーヒーと牛乳の分量(ml)の比が3 : 2である場合、コーヒーは何ミリリットル必要ですか？



3 : 2の比であるということは、コーヒー3 mlにつき2 mlの牛乳を入れるということです。この線分は全量(700 ml)を表しており、5等分したうちの3つがコーヒーの分量で二つが牛乳の分量(ともにml)を表しています。

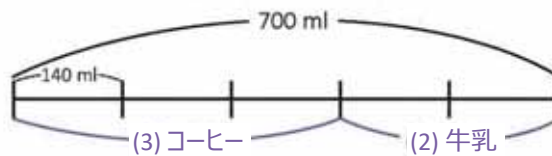


答えてみよう

700 mlを5等分で表しています。したがって一目盛りは $700 \div 5 = 140$ ミリリットルです。



アナ



コーヒーに相当する部分は3目盛りなので、必要となるコーヒーの量は、 $140 \times 3 = 420$ となります。

$$140 \times 3 = 420$$

答え : 420 ml必要です。

使われた牛乳の分量は $700 - 420 = 280$ ミリリットルです。したがってコーヒーと牛乳の比は $420 : 280$ であり、簡単な等しい比は $3 : 2$ となります。



理解しよう

分配される値の比が $a : b$ と決まっている問題を解くには、線分を等分にわけて $a + b$ を表すことができます。それぞれの目盛りが表す値を求めて、それから a もしくは b の値を求めます。

解いてみよう

- マリアおばさんは 300 m^2 の土地を所有しています。おばさんはトウモロコシとマイシージョを作付面積の比が2 : 1となるように植えようと思っています。トウモロコシの作付面積は何平方メートルになりますか？
- 教室にいる女子生徒と男子生徒の比は5 : 3です。もし全員で32人の生徒がいる場合、教室には何人の女子生徒がいることになりますか？
- くじ引きで、一箱に120枚のくじが入っています。あたりくじとはずれくじの比は1 : 7です。箱に入っているはずれくじの数は何枚ですか？

★挑戦しよう

- マリアとルイスはキャッサバ芋のフライを売るためにお金を出し合いました。マリアは16ドル、ルイスは14ドル出しました。売上げ金は60ドルで、出資額に応じて分けようと考えています。それぞれが手にする金額はいくらですか？
- ファンとアナのもっているアメの数の比は3 : 5で、その差は8個です。二人は何個のアメを持っていますか？

1.12 復習問題

1. これらの比は等しいですか？等しい場合は、比例式で表しましょう。

a. $2 : 5$ と $8 : 20$

b. $4 : 5$ と $16 : 30$

2. $30 : 50$ の最も簡単な等しい比を求めましょう。

3. 自然数だけを使って以下の等しい比を求めましょう。

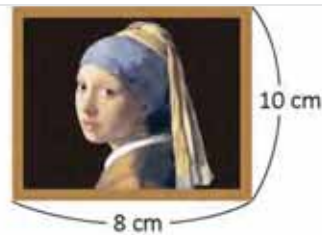
a. $0.6 : 0.3$

b. $\frac{1}{6} : \frac{1}{2}$

4. 次の絵を画像の見え方が変わらない様に印刷するには、以下のどの寸法で印刷すべきですか？

a. 横4 cm、縦5 cm

b. 横16 cm、縦30 cm



5. 比例が成り立つように x に入る数を求めなさい。

a. $2 : 5 = 12 : x$

b. $10 : 6 = 15 : x$

1.13 復習問題

1. ベアトリスおばさんは、ププサ屋を経営しています。小麦粉とチーズの分量（ポンド）比はが5 : 3とします。土曜日の午後に売るププサを作るためにチーズを9ポンド買う予定です。小麦粉は何ポンド買う必要がありますか？

2. くじ引きで、企画者はあたりくじとはずれくじの比を2 : 7にしたいと考えています。もしあたりくじを16本用意したら、はずれくじは何本用意する必要がありますか？

3. ファンとマルタはフリアおばさんが、焦がしトウモロコシ粉のアトレを作るのに砂糖を大さじ9、小麦粉を大さじ21使うのを知っています。二人のコメントを分析し、そのコメントが正しいか間違っているかを答えましょう。

ファン：同じ味を出すためには砂糖は大さじ12、小麦粉は大さじ28が必要です。

マルタ：砂糖は大さじ15、小麦粉は大さじ30使えば同じ味になります。

4. ファンおじさんはレンガを貼り合わせるためセメントと土で重量120ポンド分のペーストを作ろうとしています。セメントと土の配合比（ポンド）は1 : 3です。セメントと土はどれだけ必要になりますか？

★挑戦しよう

ミゲールおじさんは100ドルをそれぞれ10才、15才、25才の3人の息子に分け与えたいと思っています。お金を年齢に応じて分配しようとする場合、それぞれはいくらもらえますか？

2.1 正比例における相関関係

考えてみよう

アントニオが蛇口を開いて、容器に水を注ぎます；1分、2分、3分...というふうに時間の経過ごとに水位を記録し、データを表に記入しなさい。

時間 (分)	1	2	3	4	...
水位 (cm)	5	10	15	20	...



- 1分から始めて、時間が2倍または3倍になった場合、水位はどうなりますか？
- 2分から始めて、時間が2倍になった場合、水位はどうなりますか？
- 表のデータから考えて、5分後の水位は何cmになりますか？

答えてみよう

- a. 表を使って、



ホセ

時間1分、水位5 cmの列を見つけます。時間を2倍または3倍にすることは、 $1 \times 2 = 2$ または $1 \times 3 = 3$ の計算することを意味します。

時間が2倍または3倍になると、水位も2倍または3倍になることがわかります！

時間 (分)	1	2	3	4	...
水位 (cm)	5	10	15	20	...

Diagram showing arrows from (1, 5) to (2, 10) labeled $\times 2$ and from (1, 5) to (3, 15) labeled $\times 3$.

- b. 2分から時間を2倍にすることは、 $2 \times 2 = 4$ の計算することを意味します。時間が2倍の4分になると、水位は2倍の20 cmになることがわかります。

時間 (分)	1	2	3	4	...
水位 (cm)	5	10	15	20	...

Diagram showing an arrow from (2, 10) to (4, 20) labeled $\times 2$.

- c. 1分から5分までで、時間は5倍に増大し、したがって水位も5倍に増大します。つまり、 $5 \times 5 = 25$ cmになるということです。

理解しよう

ふたつの値 a と b が、 a が2倍、3倍...となったときに、 b の値もそれぞれ2倍、3倍...となる条件を満たす場合、値が**正比例する**と表現し、この関係は**正比例**と呼ばれます。

経過時間と容器内の水位の値は正比例します。



解いてみよう

1. 次の表は、パイアの個数と値段の相関関係を示しています。これらの値は正比例します。欠けている値段を書き入れなさい。

パイアの個数	1	2	3	4	5	...
値段 (ドル)	2	4				...

2. 車が毎時40 kmの速度で道路を走行します。
a. 時間数を変えながら移動したキロメートル数を書き入れて、表を埋めます。

経過時間 (時間)	1	2	3	4	5	...
移動距離 (km)						...

- b. 6時間後には何キロメートル移動したでしょうか？

2.2 正比例の法則

考えてみよう

アントニオは、時間と容器の水位の相関関係を記録しました。

- a. 水位を時間で割った商を求めます。結果はいくつになりますか？

時間 (分)	1	2	3	4	5	6	...
水位 (cm)	5	10	15	20	25	30	...
商							

- b. 水位は毎分何cm増大しますか？

答えてみよう

- a. 各問題の商を計算しなさい：たとえば、時間が1分で、水位が5 cmの場合、商は $5 \div 1 = 5$ です。



ペアトリス

$$\begin{aligned}5 \div 1 &= 5 \\10 \div 2 &= 5 \\15 \div 3 &= 5 \\20 \div 4 &= 5 \\25 \div 5 &= 5 \\30 \div 6 &= 5\end{aligned}$$

時間 (分)	1	2	3	4	5	6	...
水位 (cm)	5	10	15	20	25	30	...
商	5	5	5	5	5	5	

求めた商はすべての場合で5になります！

- b. 商は常に5なので、水位は毎分5 cmずつ増大します。

理解しよう

正比例の法則

ふたつの値が正比例する場合、商は常に同じ数になります。

解いてみよう

1. 次の表は、ある種類の針金の長さや重量を示しています。

長さ (m)	1	2	3	4	5	6	...
重量 (g)	7	14	21	28	35	42	...

- a. 重量を長さで割った商を求めます。
b. この種類の針金の1メートルあたりの重量は何グラムですか？

2. 次の表は、トウモロコシを植えた面積（ヘクタール単位）と収穫した重量を示しています。

面積 (ha)	1	2	3	4	5	6	...
収穫量 (トン)	3	6	9	12	15	18	...

- a. 重量を植えた面積で割った商を求めます。
b. 1ヘクタール当たり収穫したとうもろこしの重量は何トンですか？

2.3 正比例の値の特定

考えてみよう

次に挙げる値のうち、どれが正比例していますか？

a. 鉄の棒の長ささと重量。

長さ (m)	1	2	3	4	5	...
重量 (ポンド)	3	6	9	12	15	...

b. 9つのお菓子が配られたときの、アナのお菓子の数とフリアのお菓子の数。

アナのお菓子	1	2	3	4	5	...
フリアのお菓子	8	7	6	5	4	...

答えてみよう

a. 長さを何倍かに増大することによって、重量が同じ倍数増大するかどうかを確かめます。



長さ (m)	1	2	3	4	5	...
重量 (ポンド)	3	6	9	12	15	...

Diagram showing multiplication factors: 1 to 2 is $\times 2$, 2 to 3 is $\times 1.5$, 3 to 4 is $\times 1.33$, 4 to 5 is $\times 1.25$. Reverse factors: 5 to 4 is $\times 0.8$, 4 to 3 is $\times 0.75$, 3 to 2 is $\times 0.66$, 2 to 1 is $\times 0.5$.

上記の内容を満たしています！

答え：鉄の棒の長ささと重量は正比例します。

b. それぞれの場合で、フリアのお菓子の数をアナのお菓子と数で割った商を計算します：

アナのお菓子	1	2	3	4	5	...
フリアのお菓子	8	7	6	5	4	...
商	8	3.5	2	1.25	0.8	...

商はすべての場合で同じになりません！つまり、正比例の法則が成り立たないということです。

答え：アナとフリアのお菓子の個数は正比例していません。

理解しよう

ふたつの大きさが正比例していれば、次の条件のうちどれかひとつが確認できます。

- ふたつのうちのひとつが2、3、4倍になると、もうひとつもそれに伴って2、3、4倍になります。
- ふたつの値の商は常に同じ数です（正比例の法則）。

解いてみよう

次に挙げる値のうち、どれが正比例しているかを見分けて、ふたつの値が正比例している場合は \checkmark 、そうでない場合は \times を入れなさい。また、その答えを証明しなさい。

a. 紙の枚数とその重量：

紙の枚数	1	2	3	4	5	...
重量 (g)	2	4	6	8	10	...

b. ガソリンのガロン数と代金：

ガロン数 (ガロン)	1	2	3	4	5	...
代金 (ドル)	3	6	9	12	15	...

c. ひもをカットした回数と得られた断片の数：

カットした回数	1	2	3	4	5	...
断片の数	2	3	4	5	6	...

d. 周の長さが24 cmの長方形の底辺と高さ：

底辺 (cm)	1	2	3	4	5	...
水位 (cm)	11	10	9	8	2	...

2.4 その他の正比例する値

考えてみよう

- a. 底辺が5 cmの長方形の高さが1 cm、2 cm、3 cm...のときの面積の値を書き込んで表を埋めなさい。

高さ x (cm)	5×1	2	3	4	5	...
面積 y (cm ²)						...

長方形の面積は次のように計算することを復習しましょう：
面積 = 底辺 × 高さ



- b. 長方形の高さと面積は正比例しますか？
c. 長方形の面積の公式を使って、高さ (x) と面積 (y) の相関関係を表しなさい。

答えてみよう

- a. 長方形の面積を求める (面積 = 底辺 × 高さ) の公式を使って、表を完成させます：



フリア

高さ x (cm)	5×1	5×2	5×3	5×4	5×5	...
面積 y (cm ²)	5	10	15	20	25	...

- b. $5 \times$ 高さで面積を計算したので、面積 ÷ 高さの商はすべての場合で5になります。ふたつの値は正比例します！

- c. 面積 = 底辺 × 高さなので、面積 y と高さ x の相関関係は次のようになります：

$$y = 5 \times x$$

理解しよう

式 $y = 5 \times x$ は、正比例するふたつの値の相関関係を表します；この場合、 y は x に正比例する、または単に y は x に比例すると言います。ふたつの値の相関関係が正比例である他の例として、 $y = 2 \times x$ 、 $y = 3 \times x$ などが挙げられます。

解いてみよう

1. 平行四辺形の底辺の長さは4 cmです。
a. 高さが1 cm、2 cm、3 cm...のときの面積の値を書き込んで表を埋めなさい。

高さ x (cm)	1	2	3	4	5	...
面積 y (cm ²)						...

- b. 平行四辺形の面積の公式を使って、高さ x と面積 y の相関関係を表します。

2. 車が時速60 kmで道路を走行します。

- a. 表を埋めなさい：

経過時間 x (時間)	1	2	3	4	5	...
移動距離 y (km)						...



- b. 距離 = 速度 × 時間であることを考慮に入れて、経過時間 x と移動距離 y の相関関係を表します。

2.5 式 $y = \text{定数} \times x$

考えてみよう

次の表は、底辺が5 cmの長方形の高さを変えたときの面積に関する前回の授業のデータを示しています：

高さ x (cm)	1	2	3	4	5	...
面積 y (cm ²)	5	10	15	20	25	...
$y \div x$ の商						...

- 面積と高さの商 ($y \div x$) を書き入れて表の最後の行を埋めなさい。
どのような結果が得られましたか？
- a. で計算された数と式 $y = 5 \times x$ はどのような関係ですか？

答えてみよう

- 商を求めます：



カルロス

高さ x (cm)	1	2	3	4	5	...
面積 y (cm ²)	5	10	15	20	25	...
$y \div x$ の商	$5 \div 1 = 5$	$10 \div 2 = 5$	$15 \div 3 = 5$	$20 \div 4 = 5$	$25 \div 5 = 5$...

- 商は常に5になります；これは、高さが1センチメートル増大するごとに面積が5 cm²増大することを意味します。
- 商5は、式 $y = 5 \times x$ にある数です。つまり、式にある数は、商 $y \div x$ を計算することによって得られるということです。

理解しよう

y が x に正比例する場合、 $y \div x$ の商は常に同じ値です。この値を**定数**と言います。こうなった場合、 x と y の関係を次のように表すことができます：

$$y = \text{定数} \times x$$

ふたつの値の相関関係には、 $x + \text{定数} = y$ 、 $\text{定数} - x = y$ の形式があります。しかし、これらの値は正比例していません。



解いてみよう

- 次の表は、ファンが毎月節約することによって貯金する金額を示しています。

経過時間 x (月)	1	2	3	4	5	...
貯金額 y (ドル)	4	8	12	16	20	...
$y \div x$ の商						...

- $y \div x$ の商を計算して行を埋めなさい。
- 月単位の経過時間 (x) と貯金額 (y) の相関関係を表しなさい。

- 次の表は、エルサルバドルでの電話のチャージ金額にかかる税金を示しています。

チャージの金額 x (ドル)	1	2	3	4	5	...
税金 y (セント)	5	10	15	20	25	...
$y \div x$ の商						...

- $y \div x$ の商を計算して行を埋めなさい。
- チャージの金額 (x) と税 (y) の関係を表します。

2.6 正比例する値の応用

考えてみよう

どのようにしたら300枚のボンド紙を1枚ずつ数えずにパッケージできるでしょう？ マリアとアントニオのやり方と情報を使いなさい：

重量は紙の枚数に正比例します。10枚のパッケージの重量を使って解くことができます。

高さは紙の枚数に正比例します。100枚のパッケージの高さを使って解くことができます。

紙の枚数	10	300
重量 (g)	40	a



紙の枚数	100	300
高さ (cm)	1	b

答えてみよう



アナ

10枚のパッケージの重さを求めたマリアのやり方を使います。これで紙1枚の重量を計算すれば、300枚の重量を求めることができます。

紙1枚の重量 (g) : $40 \div 10 = 4$
紙300枚の重量 (g) : $4 \times 300 = 1,200$

紙の枚数	10	300
重量 (g)	40	1,200

答え：重量が1,200 gのパッケージを用意します。

100枚のパッケージの高さを求めたアントニオのやり方を使います。すると、300枚の高さを計算することができます。



ホセ

紙の枚数が100枚から300枚の3倍になると、重量も3倍になります：

紙の枚数	100	300
水位 (cm)	1	3

答え：高さが3 cmのパッケージを用意します。

理解しよう

以下を使って、おおよその量の紙が用意できます。

- 重量は紙の枚数に正比例します。
- 高さは紙の枚数に正比例します。

したがって、すべての紙を数える必要はありません。

解いてみよう

1. 同じ種類のナットを15個計量すると、32 gになります。どのようにしたら120個のナットを1個ずつ数えずに用意できるでしょう？



ナットの個数	15	120
重量 (g)	32	a

ナットの重量はナットの個数に正比例しますか？
120は15の何倍ですか？



2. 「パペリトス」書店では、厚紙750枚のパッケージを用意します。150枚の厚紙のパッケージの高さは3 cmです。どのようにしたら750枚のパッケージを厚紙を1枚ずつ数えずに用意できるでしょう？

厚紙の枚数	150	750
高さ (cm)	3	b

高さは厚紙の枚数に正比例しますか？



2.7 未知のデータとの正比例

考えてみよう

同じ種類の釘を秤で90個計量すると、重量は180 gになります；同じ秤にこれらの釘を一握りのせると、重量は20 gになります。秤には何本の釘がのっていますか？

釘の本数	a	90
重量 (g)	20	180



答えてみよう

重量は釘の本数に正比例します。正比例の法則を使います： $180 \div 90 = 2$ 、つまり $2 \times 90 = 180$ ということです。

釘の本数	$2 \times a$	2×90
重量 (g)	20	180



一定であるため、 $2 \times a = 20$ 、つまり $a = 20 \div 2 = 10$ ということです。

答え：10本。

釘の重量が変化すると： $180 \div 20 = 9$ 、つまり $20 \times 9 = 180$ ということです。



釘の本数	a	90
重量 (g)	20	180

重量が9倍になると、釘の数も9倍になり、 $a \times 9 = 90$ 、つまり次のようになります：

$$a = 90 \div 9 = 10$$

答え：10本。

理解しよう

正比例の定義または法則を用いると、正比例するふたつの値の比率を求めることができます。

解いてみよう

- ホセ氏がガソリンスタンドに行き、ガソリンを4.5ガロン購入しました；代金は13.50ドルでした。別の男性がやって来て、払った代金は27ドルでしたが、この男性はガソリンを何ガロン購入しましたか？

ガソリンの量 (ガロン)	4.5	a
代金 (ドル)	13.5	27



ガソリンのガロン数と値代金は正比例しますか？



- 秤で同じ大きさのビー玉36個の重量を計量すると、324 gになります。同じ秤で別のビー玉の集まりの計量すると、重量は81 gになります。2回目に計量したビー玉は何個ですか？



ビー玉の個数	a	36
重量 (g)	81	324

2.8 復習

1. 次の表は、バスの乗客数と運賃の関係を示しています。これらの値は正比例します。 a 、 b 、 d に当てはまる数は何ですか？

乗客数	1	2	3	4	5	...
運賃の総額 (セント)	20	40	60	80	100	...

2. 次に挙げる値が正比例しているか、していないかを答えなさい。自分の答えを証明しなさい。
a. 鉛筆の箱の個数と鉛筆の本数。

箱の個数	1	2	3	4	5	...
鉛筆の本数	12	24	36	48	60	...

- b. 年の経過に伴うマリアとフアの年齢。

マリアの年齢	15	16	17	18	19	...
フアの年齢	12	13	14	15	16	...

3. a. 底辺が4 cmの長方形の高さが1 cm、2 cm、3 cm...のときの面積の値を書き込んで次の表を埋めなさい。

高さ x (cm)	1	2	3	4	5	...
面積 y (cm ²)						...

- b. 長方形の面積の公式を使って、高さ x と面積 y の相関関係を表しなさい。

4. a. 底辺が6 cmの三角形の高さが1 cm、2 cm、3 cm...のときの面積の値を書き込んで次の表を埋めなさい。

高さ x (cm)	1	2	3	4	5	...
面積 y (cm ²)	3					...
$y \div x$ の商						...

- b. 三角形の面積の公式を使って、高さ x と面積 y の相関関係を表しなさい。

5. お菓子の工場では、小袋に32個のお菓子が詰められ、お菓子8個の重量は72 gであることが分かっています。どのようにしたらお菓子を1個ずつ数えずに詰めることができるでしょう？

お菓子の個数	8	32
重量 (g)	72	a

6. アナは皿36枚を108ドルで購入しました。彼女の友人はこれと同じ皿を違う枚数購入し、27ドル支払いました。アナの友人は皿を何枚購入しましたか？

皿の枚数	a	36
代金 (ドル)	27	108

3.1 反比例における相関関係

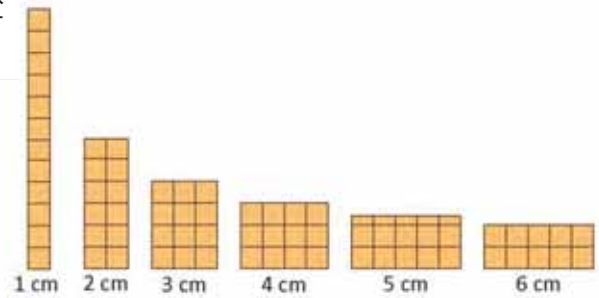
考えてみよう

カルロスとアナは面積が 12 cm^2 の長方形を描いています。以下に答えましょう。

- a. 表を完成させて、底辺が増えるにつれて高さがどのように変化するか答えましょう。

底辺 (cm)	1	2	3	4	5	6	...
高さ (cm)							...

- b. 底辺が2倍、3倍になると、高さはどうなりますか？



答えてみよう

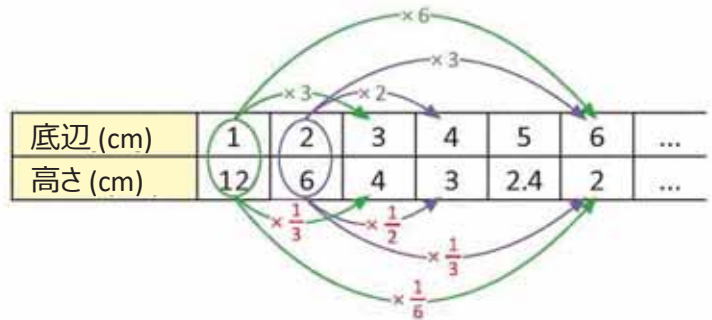
- a. 面積が常に 12 cm^2 になるように、底辺が増えるにつれて高さは減っていきます。したがって：

底辺 (cm)	1	2	3	4	5	6	...
高さ (cm)	12	6	4	3	2.4	2	...



- b. 底辺がある一定の倍数で増えた時の高さの相関関係を調べます。

底辺が2倍、3倍...となると高さはそれぞれ $\frac{1}{2}$ 倍、 $\frac{1}{3}$ 倍...となります。



理解しよう

x と y の値において、どちらかが2倍、3倍、4倍...になると、もう一方の値がそれぞれ $\frac{1}{2}$ 倍、 $\frac{1}{3}$ 倍、 $\frac{1}{4}$ 倍...となる時、これらの値は**反比例する**といい、この相関関係を**反比例**と呼びます。

解いてみよう

1. 表は面積が 18 cm^2 の長方形の底辺と高さの相関関係を表しています。これらの値は反比例します。空白部分の長さを書きこみましょう。

底辺 (cm)	1	2	3	4	5	6	...
高さ (cm)							...

2. 下の表は面積が 36 m^2 の教室の中にいる人と一人あたりが占める面積との相関関係を示しています。これらの値は反比例します。空欄部分を埋めましょう。

人数	1	2	3	4	...
1人あたりの面積 (m^2)	36	18			...

3.2 反比例の法則

考えてみよう

下の表は前回の授業で学習した面積が 12 cm^2 である長方形の底辺と高さのデータを使って作成したものです。底辺かける高さの積を求めると、結果はどうなりますか？

底辺 x (cm)	1	2	3	4	5	6	...
高さ y (cm)	12	6	4	3	2.4	2	...
$x \times y$ の積							

答えてみよう

それぞれの積を求めてみます。例えば、底辺が1 cmの時、高さは12 cmで、積は $1 \times 12 = 12$ です。



マリオ

底辺 x (cm)	1	2	3	4	5	6	...
高さ y (cm)	12	6	4	3	2.4	2	...
$x \times y$ の積	12	12	12	12	12	12	

底辺かける高さの積は面積と同じです。全部12になります！

答え：12

理解しよう

反比例の法則

2つの値が反比例するとき、それらの値をかけ合わせてできる積は常に同じ数になります。

解いてみよう

- ビンに入ったジュースをグラスに分けます。この表はグラスの数に応じて変化する各グラスに入るジュースの量を表しています。これらの値は反比例します。

グラスの数 x	2	4	8	10	...
ジュースの量 y (ml)	500	250			...
$x \times y$ の積					

- 表を完成させなさい。
 - このビンの容量はどれだけですか？
- 下の表はある車でA市からB市に行く際のスピードと移動にかかる時間の相関関係をデータで表したものです。

時速 x (km/h)	5	10	20	30	60	...
移動にかかる時間 y (時間)	12	6	3	2	1	...
$x \times y$ の積						

- 表を完成させなさい。
- A市とB市はどれだけ離れていますか？

3.3 反比例する値の特定

考えてみよう

次にあげる値のうち、どれが反比例していますか？

- a. ある一定の距離を移動する車の速さとそれにかかる時間

時速 x (km/h)	5	10	20	40	80	...
移動にかかる時間 y (時間)	16	8	4	2	1	...

- b. 周囲の長さが18 cmの長方形の底辺と高さ

底辺 x (cm)	1	2	3	4	5	6	...
高さ y (cm)	8	7	6	5	4	3	...

答えてみよう



- a. こちらは速さにかかる時間をかけた積を求めて反比例の法則が成り立つかどうか確認します。たとえば、速さが5 km/hとかかる時間が16時間である場合、積は $5 \times 16 = 80$ です。

時速 x (km/h)	5	10	20	40	80	...
移動にかかる時間 y (時間)	16	8	4	2	1	...
$x \times y$ の積	80	80	80	80	80	

速さにかかる時間をかけた積が常に80になるので、これらの値は反比例しています。

答え：一定の距離を移動する車の速さとその移動にかかる時間は反比例しています。

- b. 私は反比例の法則が成り立つかどうか確認します。つまり、底辺に2または3をかけると、高さがそれぞれ $\frac{1}{2}$ または $\frac{1}{3}$ になるかどうかを確認します。

底辺 x (cm)	1	2	3	4	5	6	...
高さ y (cm)	8	7	6	5	4	3	...

底辺に2または3をかけると、高さは $\frac{1}{2}$ または $\frac{1}{3}$ とならないので、これらの値は反比例の関係ではありません。

答え：周囲が18 cmの長方形の底辺と高さの値は反比例の関係にありません。

理解しよう

2つの値が反比例しているかどうか調べたい場合は、以下のいずれかの方法で確かめることができます。

- 2つの値のうちどちらかを2倍、3倍、4倍...とかけていくともう一方の値はそれぞれ $\frac{1}{2}$ 倍、 $\frac{1}{3}$ 倍、 $\frac{1}{4}$ 倍...となります。
- これら2つの値の積は常に同じ数になります。(反比例の法則)

解いてみよう

値が反比例となっているか調べましょう。もし値が反比例するのであれば✓をつけ、反比例していない場合は✕をつけて自分の答えがあっているか確かめましょう。

- a. 遠足に参加する生徒の人数と生徒一人あたりの切符代

生徒数	5	10	15	20	25	...
切符代 (\$)	30	15	10	7.5	6	...

- b. 8個のチョコレートをも二人で分けた時のフリアとマリオのチョコレートの数

フリアのチョコレート	1	2	3	4	5	...
マリオのチョコレート	7	6	5	4	3	...

- c. 養鶏場の鶏の数と養鶏場のえさがかもつ日数

鶏の数	200	400	600	800	...
日数	30	15	10	7.5	...

3.4 「 $x \times y = \text{定数}$ 」で表す式

考えてみよう

下の表はある車が一定の距離を移動する時の速さとその移動にかかる時間のデータをまとめたものです。

時速 x (km/h)	80	40	20	10	5	...
移動にかかる時間 y (h)	1	2	4	8	16	...
$x \times y$ の積						

- 一番下の段に速さと移動にかかる時間をかけた積を入れて表を完成させましょう。
- 距離 = 速さ \times かかる時間の相関関係を使って速さ x とかかる時間 y の相関関係を表しましょう。

答えてみよう

- それぞれの積を計算します。



時速 x (km/h)	80	40	20	10	5	...
移動にかかる時間 y (h)	1	2	4	8	16	...
$x \times y$ の積	80	80	80	80	80	

いつも80になります！

- x は速さを表し、 y は移動にかかる時間を表しているのだから、積は常に80になります。（車が移動する距離は80 kmであることを表しています）。したがって、

$$\text{距離} = \text{速さ} \times \text{移動にかかる時間}$$

$$80 = x \times y$$

速さと移動にかかる時間の関係は、 $y = 80 \div x$ と表すこともできます。



答え： $80 = x \times y$ または $x \times y = 80$

理解しよう

x と y の値が反比例する場合、 x と y の積は常に一定です（常に同じ値になります）。 x と y の相関関係はこのように表すこともできます。

$$x \times y = \text{定数} \text{ または } y = \text{定数} \div x$$

y は x に反比例するといいます。

解いてみよう

- 下の表は、面積が 18 cm^2 の長方形の底辺と高さのデータを表したものです。

- 表を完成させなさい。
- 長方形の面積の公式を使って底辺 x と高さ y の相関関係を式で表しましょう。（2つの異なる式を書きましょう）。

底辺 x (cm)	1	2	3	6	9	...
高さ y (cm)	18					...
$x \times y$ の積						

- 遠足に行くためある生徒たちのグループは一定料金でバスを貸し切ります。参加見込みの生徒数と生徒一人あたりのコストをまとめた表をみてみましょう。

生徒数 x	24	18	12	8	6	...
生徒一人あたりの値段 y (\\$)	6	8	12	18	24	...
$x \times y$ の積						

- 表の一番下の段を記入して表を完成させ、遠足に行くために貸切るバスの料金がいくらであるかを求めましょう。
- 参加する生徒の数と生徒一人あたりのコストの相関関係を表しましょう。

3.5 未知数を含む反比例

考えてみよう

時速60キロ（60 km/h）で走る車はある市から別の市まで2時間かけて移動します。もしこの車が時速20 km（20 km/h）で進んだ場合、移動には何時間かかりますか？

時速 (km/h)	60	20
移動にかかる時間 (h)	1	a



答えてみよう



カルメン

時速と移動にかかる時間は反比例するので、その積は常に一定になります。

時速 (km/h)	60	20
移動にかかる時間 (h)	1	a
積	120	120

したがって $20 \times a = 120$ となり、答えは、
 $a = 120 \div 20 = 6$

答え：6時間かかります。

時速の変化が分かっているので、 $60 \times \frac{1}{3} = 20$ が成り立つことから時速かける $\frac{1}{3}$ となり、移動にかかる時間には3をかけます。



アントニオ

時速 (km/h)	60	20
移動にかかる時間 (h)	2	a

$$a = 2 \times 3 = 6$$

答え：6時間かかります。

理解しよう

反比例の法則を使って反比例する値の中で未知数になっている値を求めることができます。

解いてみよう

1. ワインが200リットル入っている樽が8樽あります。同じ分量のワインを別の容量で同じサイズの32樽に満杯になるように入れたいと思います。これらの樽の容量はどれだけですか？



樽の数	8	32
容量 (リットル)	200	a
積		

反比例する対象は、容量と樽の数ですか？



2. 常に同じ量の水が出る4つの蛇口を使って6時間かけて一杯になるタンクがあります。もしこの水道の蛇口を8つ利用した場合、タンクを満タンにするには何時間かかりますか？

蛇口の数	4	8
移動にかかる時間 (時間)	6	a
積		

反比例する対象は、蛇口の数とかかる時間ですか？



★ 挑戦しよう

1フロアにレンガを敷き詰めるには30 cm²のサイズのレンガが40個必要です。同じ面積を20 cm²のサイズのレンガで埋め尽くす場合、レンガは何個必要になりますか？

レンガの数	40	a
レンガ1つあたりの面積 (cm ²)	30	20



3.6 復習問題

1. 下の表は養鶏場の鶏の数とある一定の量のえさを食べるのにかかる時間の相関関係を表しています。
 a. a 、 b 、 c 、 d のそれぞれにはどんな数字があてはまりますか？

鶏の数	50	100	150	200	250	300	...
かかる時間(日)	48	24	16	12	9.6	8	...

- b. 鶏の数とえさを食べるのにかかる時間は反比例していますか？ 答え合わせをしましょう。
2. 次にあげる値のうち、どれが反比例していますか？
 a. 30メートルのテープを配った場合に、生徒の人数とそれぞれが受け取るテープの長さは、

生徒数	1	2	3	4	5	...
テープ(m)	30	15	10	7.5	6	...

- b. 9つのパレットを配った場合に、カルロスと MARIA がそれぞれ受け取るパレットの数は、

カルロスのパレット	1	2	3	4	5	...
MARIA のパレット	8	7	6	5	4	...

3. a. 面積が 120 cm^2 の平行四辺形の底辺と高さに入る数を入れて表を完成しましょう。

底辺 x (cm)	1	2	3	4	5	...
高さ y (cm)	120					...

- b. 平行四辺形の公式 **面積 = 底辺 × 高さ** を使って底辺 x と高さ y の相関関係を表しましょう。

4. 6人の労働者が一区画に4日かけてトウモロコシを植えています。12人の労働者で同じ区画に同じスピードで植えた場合は、何日かかりますか？

労働者の数	6	12
かかる時間(日)	4	a

3.7 正比例と反比例

考えてみよう

値 x と値 y が正比例であるか、反比例であるか、そのどちらでもないかを答えましょう。正比例か反比例の場合は、 x と y は相関関係にあります。

- a. 車の時速と120 kmの距離を移動するのにかかる時間

時速 x (km/h)	20	40	60	80	...
移動にかかる時間 y (時間)	6	3	2	1.5	...

- b. ワイヤーの長さとその重さ

長さ x (m)	2	4	6	8	...
重さ y (g)	18	36	54	72	...

- c. 周囲の長さが16 cmの長方形の底辺と高さ

底辺 x (cm)	1	2	3	4	5	...
高さ y (cm)	7	6	5	4	3	...

答えてみよう

商または積が定数になっているかを分析したら、 x と y の値の相関関係が分かりました。



フリア

- a. 時速かける移動にかかる時間の積は常に120です。二つの値は反比例になっていて $x \times y = 120$ です。

時速 x (km/h)	20	40	60	80	...
移動にかかる時間 y (時間)	6	3	2	1.5	...
$x \times y$ の積	120	120	120	120	...

- b. 重さを長さでわった商は常に9になります。これらの値は正比例しており、 $y = 9 \times x$ となります。

長さ x (m)	2	4	6	8	...
重さ y (g)	18	36	54	72	...
商 $y \div x$	9	9	9	9	...

- c. これらの値は商も積も定数にならないため、正比例でも反比例でもありません。

底辺 x (cm)	1	2	3	4	5	...
高さ y (cm)	7	6	5	4	3	...
商 $y \div x$	7	3	1.66...	1	0.6	...
$x \times y$ の積	7	12	15	16	15	...

理解しよう

二つの値の積または商が定数になるかを確認めれば、それらが正比例の関係にあるか、反比例の関係にあるか、そのどちらにもあてはまらないかが分かります。

解いてみよう

値 x と値 y が正比例であるか、反比例であるか、そのどちらでもないかを答えましょう。正比例か反比例の場合は、 x と y は相関関係にあります。

- a. 面積が60 cm²長方形の底辺と高さ

底辺 x (cm)	1	2	3	4	...
高さ y (cm)	60	30	20	15	...

- b. マルタとベアトリスの年齢

マルタの年齢 x	10	11	12	13	...
ベアトリスの年齢 y	7	8	9	10	...

- c. 一冊の本のページ数とその重さ

ページ数 x	150	300	450	600	...
重さ y (ポンド)	2	4	6	8	...

- d. 労働者の数と家のペンキを塗るのにかかる日数

労働者の数 x	4	8	12	16	...
日数 y	12	6	4	3	...

知っていますか？

正比例または反比例になっている値が分からない時にその値を求める計算手順は二つあり、**三数法**と呼ばれています。

正比例の三数法

正比例になっている値Aと値Bは $a : b = c : d$ と表します。比例の基本法則により $a \times d = b \times c$ が成り立ち、 a に d をかけた積は $b \times c$ と等しくなります。 d の値が分からない場合、その数はこのように求めることができます。

Aの値	a	\div	c
Bの値	b	\times	d

$$d = b \times c \div a \quad \text{または} \quad d = \frac{b \times c}{a}$$

正比例の三数法の例 3個で18gのアメがあります。このアメが8個あると重さはどれだけになりますか？

重さはアメの数に正比例します。データを表に表し正比例の三数法を使います。

アメの数	3	\div	8
重さ (g)	18	\times	d

$$d = \frac{18 \times 8}{3} = 6 \times 8 = 48$$

答え：48gです。

反比例の三数法

反比例する値Aと値Bには反比例の法則によって、 $a \times b = c \times d$ が成り立ち、 d に d をかけたものは $a \times b$ と等しくなります。 d の値が分からないとき、以下の方法で求めることができます。

Aの値	a	\times	b
Bの値	c	\div	d

$$d = a \times b \div c \quad \text{または} \quad d = \frac{a \times b}{c}$$

反比例の三数法の例 4人の労働者がある家のペンキを塗るのに2日かかります。もし8人の労働者が同じスピードで塗ったとしたら何日かかりますか？

労働者の数とかかる時間数は反比例の関係にあります。データを表に表し反比例の三数法を使います。

労働者の数	4	\times	2
かかる時間 (日)	8	\div	d

$$d = \frac{4 \times 2}{8} = \frac{8}{8} = 1$$

答え：1日です。