エルサルバドル政府

教育省

算数 7

教科書
第二版

ESMATE

教育省執筆専門チーム

Ana Ester Argueta Aranda
Erick Amílcar Muñoz Deras
Reina Maritza Pleitez Vásquez
Diana Marcela Herrera Polanco
César Omar Gómez Juárez
Francisco Antonio Mejía Ramos
Norma Elizabeth Lemus Martínez
Salvador Enrique Rodríguez Hernández
Félix Abraham Guevara Menjívar

レイアウトチーム

Neil Yazdi Pérez Guandique
Francisco René Burgos Álvarez
Michael Steve Pérez Guandique
Judith Samanta Romero de Ciudad Real

文体修正

Mónica Marlene Martínez Contreras
Marlene Elizabeth Rodas Rosales

現職教員教育国家計画内の専門家チームによる全国レベルでの校正
国際協力機構（JICA）を通じた日本の技術協力

表紙の絵は教育目的をもって描かれたものです。図の変形、比率、数の累乗があらわされています。この絵は連なる正方形から成っています。

372.704 5
M425　算数 7：教科書／執筆チーム Ana Ester Argueta、Erick Amílcar Muñoz、Reina Maritza Pleitez、Diana Marcela Herrera、César Omar Gómez、Francisco Antonio Mejía、Norma Elizabeth Lemus、Salvador Enrique Rodríguez、Félix Abraham Guevara；レイアウト Neil Yazdi Pérez、Francisco René Burgos、Michael Steve Pérez、Judith Samanta Romero；文体修正 Mónica Marlene Martínez、Marlene Elizabeth Rodas. -- 第2版 -- サンサルバドル、エルサルバドル：教育省（MINED）、2018年。
188ページ：図解入り、28 cm -- （Esmate）
ISBN 978-99961-70-60-7（印刷）
1. 算数－教科書。2. 算数－教育。
I. Argueta Aranda、Ana Ester、1991年～、共著。II. タイトル。
BINA/jmh

エルサルバドル政府

教育省

算数 7

教科書

第二版

ESMATE

JICA

生徒の皆さんへ：

新しい学年に皆さんをお迎えし、皆さんがこれから算数のさらなる知識を得る機会を得ることを喜ばしく思います。

教育・科学技術省（MINEDUCYT）では、初等教育及び中等教育における算数教育向上計画（ESMATE）を通じ、皆さんのために様々な教育教材を開発してきました。その中のひとつが、いま皆さんが手にされている「教科書」です。

この強化には、皆さんが考える力を強化し、算数の能力を伸ばせるような問題やアクティビティがたくさん含まれています。そうした能力は、日常生活の問題を解決するために役に立つものです。

ですから、この教科書にある問題を一つ一つに、挑戦だと思って取り組んでみてください。皆さんが、私たちの国の発展に貢献してくれる模範的な市民となるために、この練習帳にすべての力を注いで取り組むことを期待しています。

Carla Evelyn Hananía de Varela
教育科学技術大臣

Ricardo Cardona Alvarenga
教育科学技術副大臣

教科書の紹介

第二版

第二版には国家教育システムに所属して3年目を迎える教員によるアドバイスや気付き点が盛り込まれています。

アイコン

P 「P」の文字は、「導入問題」を表わします。各授業では、まず最初に生徒に対し問題を提示して、その問題をどのように解くかを考えさせることが大切です。そのようにして授業で扱うテーマを導入することになります。

S 「S」の文字は、「解き方」を表わします。教科書ではこの段階で、提示された問題の解き方を1つ以上を載せています。

C 「C」の文字は、「結論」を表わし、内容の解説になっています。ここでは問題の解答を「P」と「S」に関連づけて、数式を使って表わしています。

E 「E」の文字は、例を表わします。授業内容の定着を図るために、必要な場合に追加問題を出しています。

鉛筆マークは文章題と計算問題のコーナーを示します。

補足情報

この教科書では、事前知識やヒント、また算数の歴史といった小話なども学習の助けとなるよう、それぞれ色を変えて紹介しています。

事前知識　　ヒント　　小話

アルベルト・サンチェス博士の絵が出てくる小話では、学習の対象となっている算数の歴史を紹介しています。

アルベルト・サンチェス
（1864～1896）

アルベルト・サンチェス博士は19世紀に活躍したエルサルバドル出身の数学者であり、その最も優れた業績の1つに、彼自身がコルノイデ（cornoide)と名付けた曲線の発見があります。
この曲線はこの本の裏表紙に描かれています。

授業配分

この教科書は8ユニットで構成されており、各ユニットには複数の課があり、それぞれの課は複数の授業で構成されています。各授業のタイトルについている番号は、最初の番号が何課であるかを示し、二つ目の番号が何番目の授業であるかを示しています。例えば、この教科書のユニット1の第2課の3回目の授業のタイトルは、以下のように表示されています。

レッスン番号を表示します。

2.3 負の数の大小関係とその絶対値

授業番号を表示します。

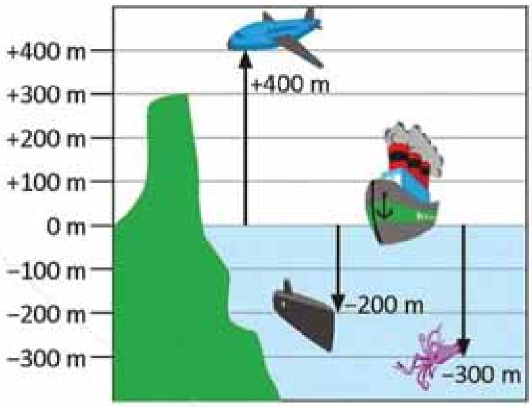
ユニット番号は、奇数ページの端に紫色で表示されています。

目次

ユニット 1

正の数、負の数と零

古代の主要な経済活動は、商業でした。そのため、数を数えるために役立つ記数法の創造と維持を必要としました。こうした歴史的背景の中、「掛け」または「負債」が発生する状況における前述の記数法での解釈を知る必要性が生じました。そのため、7世紀には、インドの数学者ブラフマグプタが、負の数の法則と規則を導入しました。この概念は、レオンハルト・オイラーが、この記数法に関するいくつかの理論的基礎を確立した18世紀終わりまで、数学者に受け入れられました。



高さを表すための負の数の応用。

こうした一般的な理解や、0よりも小さい値、負の無限大よりも大きい値などの数学的基礎から、これらの数は、温度の測定、反作用、山の高さまたは海の深さ、電荷値の測定、日常生活の状況をモデル化する方程式の解法、負債(概念の起源)など、科学の分野でも使用されてきました。

このユニットでは、負の数、正の数及び零の概念と定義、及び数値線上の幾何学的表現と、絶対値の概念について学びます。

1.1 温度の正の数、負の数と0

P

図は、中北米の一部の都市の天気予報です。次の問いに答えなさい。

1. サンサルバドルの最高気温・最低気温はなんですか。
2. ニューヨークの最高気温・最低気温はなんですか。
3. 最低気温が記録されるのはどの都市ですか。

S

1. サンサルバドルの最高気温は+32°Cとなり、摂氏プラス32度と読みます。そして、その最小値は+22°C となり、摂氏プラス22度と読みます。

2. ニューヨークの最高気温は+12°Cとなり、摂氏プラス12°Cと読みます。ニューヨークの最低気温は-2°Cとなり、摂氏マイナス2°Cと読みます。

3. 最低気温を記録するのはデンバーで、最低気温は–5°C （摂氏マイナス5度）になります。

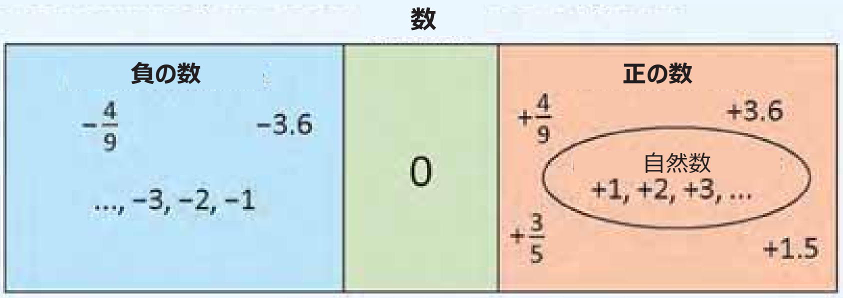
エルピタル丘は、首都サンサルバドルから83 kmのところにあり、エルサルバドルの中でも最も寒い場所の一つで、気温が+1.2度以下を記録しています。

C

温度を測定するには、0°Cを基準点とします。0度以上の温度は、数字の前にプラス記号 (+) を付けて表し、例えば+12°Cは「摂氏プラス12度」と読みます。0°C以下の温度は、数字の前に記号（-）を付けて表示します、例えば–5°C は摂氏マイナス5°Cと読みます。

+12 のような（＋）記号が前に付く数字を**正の数**、-12のような（-）記号が前に付く数字を**負の数**と呼びます。0という数字は正でも負でもありません。

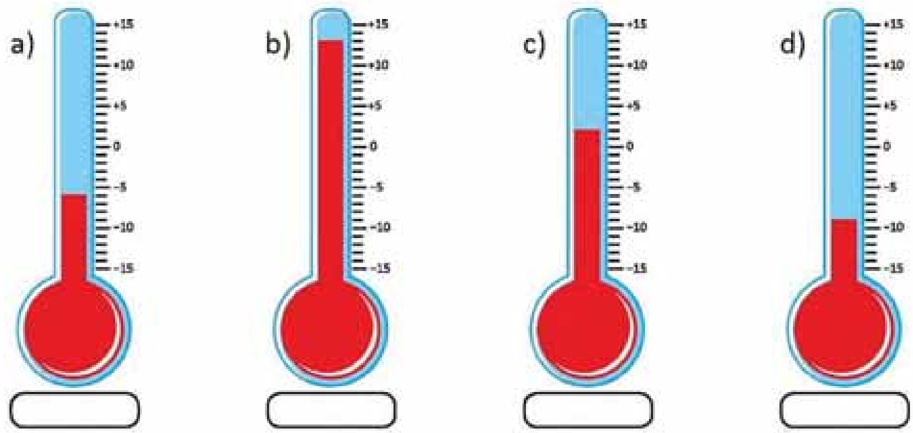
-5のような負の数がわかったところで、これから**数**と言う場合、それには**正の数**、0、**負の数**が含まれます。正の数は、(+)記号の有無で表すことができます、例えば+5は5を書くのと同じで、6を書くのは+6を書くのと同じです。負の数を書くためには、（-）記号の書き方を絶対に省略してはいけないことを明確にしておきましょう。そのため、数字の+1、+2、+3、+4、+5...は既知の**自然数**と同じです。0を最初の自然数と考える著者もいますが、本文中では1を最初の自然数とします。小数や分数は負の値になることもあります。



1.次の温度を、適切な正負の符号で表しなさい。

a) 0°C以上の12°C
b) 0°C以下の5°C
c) 0°C以上の28.5°C
d) 0°C以下の3°C
b) 0°C以下の9°C
f) 0°C以上の27.7°C

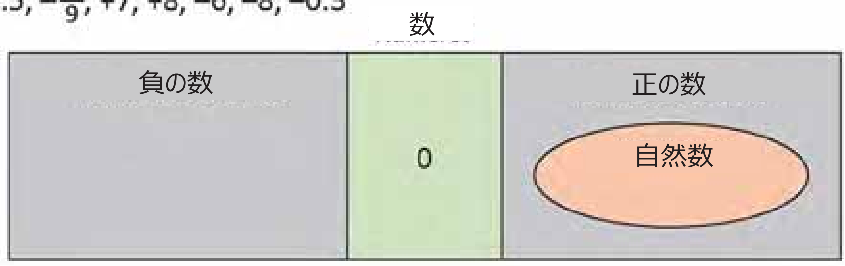
2. 各温度計に記載されている温度を書きなさい。



温度を測定するには、0°Cを基準点とします。0°Cより高い値は+□°C、低い値は-□°Cで表されます。

3.次の正負の数を適切なグループに配置しなさい。

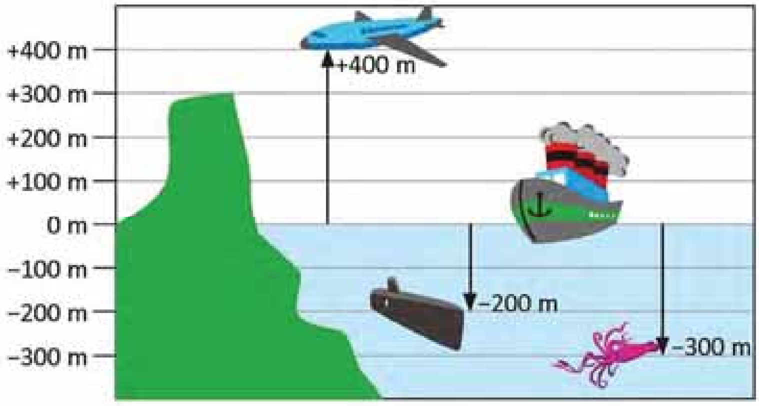
$+6, -5, +\frac{2}{11}, -1.5, -\frac{5}{9}, +7, +8, -6, -8, -0.3$



1.2 基準点を基にした位置

P

画像では、海抜に対するさまざまな物体の高さと深さが示されています。
例えば、飛行機の高さを海抜400 mとし、+400 mと書きます。潜水艦は海面下200 mで、-200 mと書かれています。



1. 海抜を参考にすると、高さはどのようにして表される
   a) 丘
   b) イカ

2.ダイバーが海面下30 mの場合、その高さはどのように表されますか。

正の値を「海面上」、負の値を「海面下」と解釈します。なので、
+300 mは海抜300 m、-300 mは海抜300 mと解釈します。

S

1. 海面を参考にすると、
   a) 丘の高さは+300 mで、**プラス300 m**と読みます。
   b) 丘の高さは–300 mで、**マイナス300 m**と読みます。
2.ダイバーが海面下30 mの場合は、-30 mと表します。

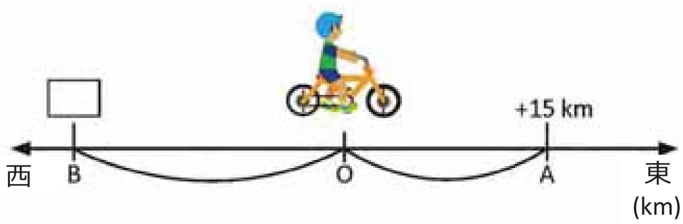
C

参照点を定義し、その点から位置が異なるオブジェクトがある場合、その位置に正の数（+）または負の数（-）を割り当てることができます。

E

マリオは道路のO点に位置しています。点Oの東に15 kmある点Aの位置を+15 kmと表すと、点Oの西に22 kmある点Bの位置はどのように表されますか。

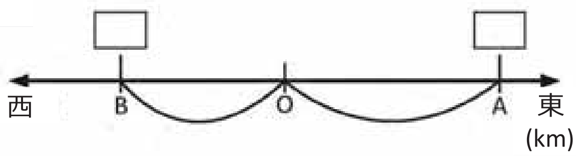
解答。
B点はO点を基準にしてA点とは逆方向にあるので、答えは-22 kmになります。



道路上の基準点をOとし、西への方向をマイナス（-）とすると、東への方向はプラス（+）となります。

a) Oから7 km東にあるA点の位置をどのように表しますか。

b) 5 km東にあるB点の位置をどのように表しますか。



c) 別の点Cが-8 km離れているとすると、CはOに対してどの方向に位置し、どのくらい離れていますか。

1.3 他の基準量との量の差

P

ロスチョロス観光センターでは、1日200人の受け入れを目標にしています。次の表は、1週間の観光センターへの訪問者数を示しています。訪問者数が目標を超えたときに正と捉えます。表の欠落データを埋めなさい。

	月曜日	火曜日	水曜日	木曜日	金曜日	土曜日
出席	191	193	204	180	225	200
目標との差		-7			+25	

S

	月曜日	火曜日	水曜日	木曜日	金曜日	土曜日
出席	191	193	204	180	225	200
目標との差	-9	-7	+4	-20	+25	0

C

正の数または負の数は、基準量からの大きい量または小さい量の差を表すために使用されます。

例： 基準量より10多いことを、**+10**と表します。
基準量より3少ないことを、**−3**と表します。

E

基準量との各差を正または負の数で表しなさい：

a)「理想の体重」より2ポンド多い
b) お針子さんに「ご希望のサイズ」より6 cm小さい
c)「予想」より15人多い
d)「持っていた金額」より5ドル少ない

解答。

a) +2　b) −6　c) +15　d) −5

衰退や損失、借金などの状況を表すときにマイナスの数字を使うことがあります。

1.基準量との各差を正または負の数で表しなさい：

a)「理想の体重」より4ポンド少ない
b)「許容体重」より2キロ多い
c)「許容身長」より10 cm少ない
d)「設定速度」より時速5キロ少ない

2.電球を製造している会社は、毎日500個の電球を生産することを目標にしています。目標を超えるデータを正と捉え、次の表を完成させなさい。

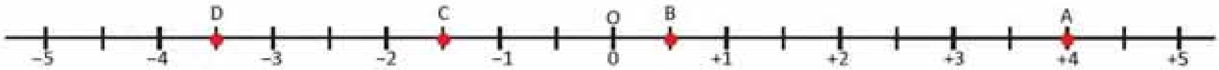
	月曜日	火曜日	水曜日	木曜日	金曜日
生産	525	450	498	530	300
目標との差					

以前は負の数をどのように呼んでいたか知っていますか。
架空の数、不条理な数、弔いの数。

1.4 数直線

P

次の数直線をよく見なさい：



1. どのような特徴がありますか。
2. A、B、C、Dの点に該当する数はなんですか。

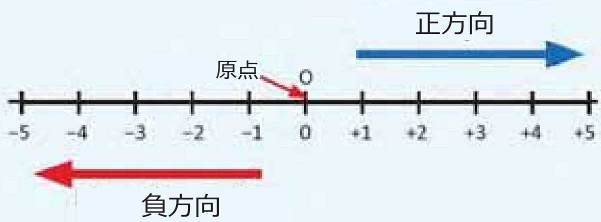
S

1.特徴：
- 基準点は数字の「0」に該当します。
- マークは、「0」の点の左右に同じ距離にあります。
- 「0」の右に正の数字、「0」の左に負の数字があります。

2. A → +4, B → +0.5 または $+\frac{1}{2}$, C → −1.5 または $-\frac{3}{2}$ および D → −3.5 または $-\frac{7}{2}$

C

- 数直線上では、マイナスの数字は0の左に、プラスの数字は0の右に配置されます。
- 0に該当する点は原点と呼ばれ、Oという文字で表されます。
- 右に向かう方向を正方向といいます。
- 左に向かう方向を負方向といいます。

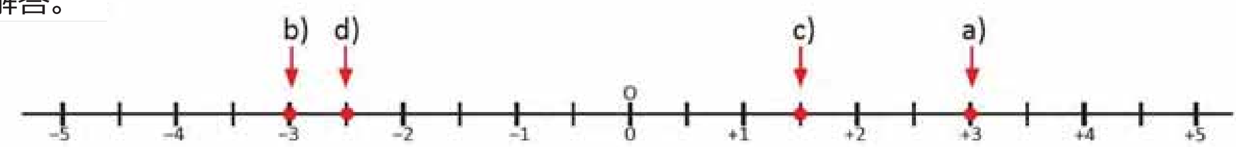


E

以下の数を数直線上で示しなさい。

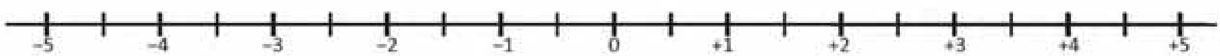
a) +3　b) −3　c) +1.5　d) −2.5

解答。

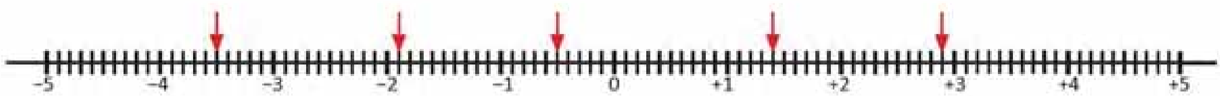


1.次の数字を数直線上に配置し、該当する場所に印をつけなさい。

a) +0.5　b) −1.5　c) −0.5　d) $+\frac{3}{2}$



2.それぞれの矢印で示された数字を識別し書きなさい。

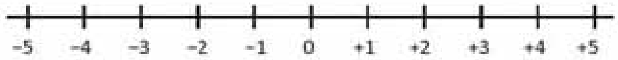


2.1 正の数と負の数の比較

P

次の問いに答えなさい。

a) 数直線上で、一番右に位置するのは+2と+4のどちらですか。
b) それらのどちらが大きいですか。
c) 数直線上で、一番左に位置するのは-3と-5のどちらですか。



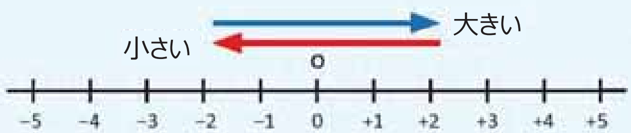
S

a) +4という数は、+2よりもさらに右にあります。
b) それらで一番大きいのは+4です。
c) 数直線上では、-5よりも-3の方がさらに右になります。

2つの数字の間の順序関係を表す符号として、 >（より大きい）と< （より小さい）があり、**不等号**といいます。

C

直線上では、右に行くほど数が大きくなり、左に行くほど数が小さくなります。

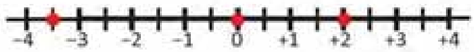


前記によれば、直線上では-5よりも-3の方が右にあるので、-3と-5の順序関係は、-5<-3、または-3>-5と表されます。

E

0、-3.5、+2の数の順序関係を表しなさい。

解答。
数直線上では0が-3.5の右に、+2が0の右になります。
- したがって、-3.5<0と0<+2となります。
- これは、-3.5<0<+2または+2>0>-3.5と表することができます。



正の数は0より大きいです。
負の数は0より小さいです。

1. 次の数を、数直線に沿って、>記号と<記号で比較しなさい。
   a) −2, −3　　b) +4, 0　　c) +1, −2　　d) 0, +1, −2

2.順序比-3<+4<-2は正しくありません。正しく書きなさい。

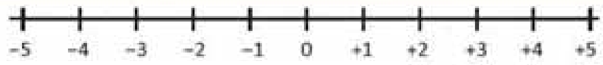
3.「より大きい」または「より小さい」から当てはまる方を書いて文章を完成させなさい。
   a) どんな正の数も______負の数よりも
   b) 0は______負の数よりも ______正の数よりも

4. 各項では、どの数が一番大きいですか。
   a) −0.1, −0.01　　b) $-\frac{1}{7}, -\frac{1}{5}$　　c) $-\frac{1}{2}, -0.5$

2.2 絶対値

P

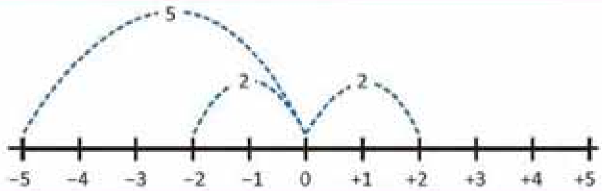
数直線上では：



a) −5と0との差はいくらありますか。
b) +2と0との差はいくらありますか。
c) −2と0との差はいくらありますか。

S

a) −5と0との差は5です。
b) +2と0との差は2です。
c) −2と0との差は2です。



C

「0」を基準点とした「0」と他の数値との距離を絶対値といいます。そして| |の記号で表されます。例：
|-5|-5=5は、-5の絶対値が5であることを意味します（0と-5の距離が5であることを意味します）。
|+2|=2は、+2の絶対値が2であることを意味します（0と+2の距離が2であることを意味します）。
|−2|=2は、−2の絶対値が2であることを意味します（0と−2の距離が2であることを意味します）。

|−2|=|+2|=2であることがわかります。2と0の間の距離は、-2と0の間の距離と同じです。2|-2|=2のような式は、「マイナス2の絶対値は2に等しい」と読みます。

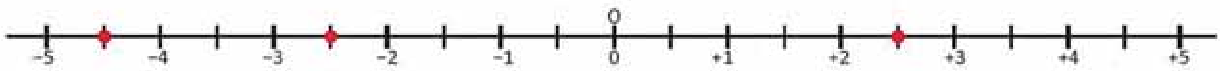
符号が異なり、絶対値が同じである数のペアは、**反対数**として知られています。

E

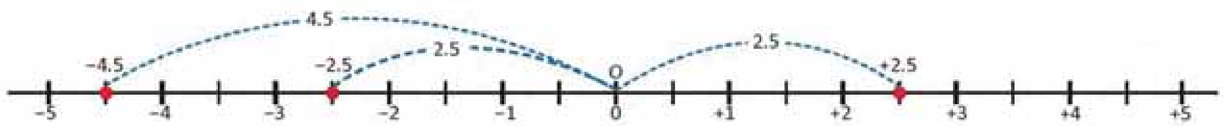
数直線を使って、次の数の絶対値を求め、どれが反対数か答えなさい。

a) |−2.5|　　b) |−4.5|　　c) |+2.5|

解答。
まず、各項に示されている数を数直線上に配置します。



それから、該当する距離を求めます。



よって：
a) |−2.5|=2.5　　b) |−4.5|=4.5　　c) |+2.5|=2.5

0からの距離が同じなので、-2.5と+2.5は正反対の数であることがわかります。

各項の数の絶対値を求め、反対数かどうかを判定しなさい。

a) +6, −6　　b) −4, +3　　c) +3.5,−4.5　　d) −1.5, +1.5
e) +5, −2.5　　f) −6.3, +8　　g) $-\frac{1}{3}, +\frac{1}{3}$　　h) −0.5, $+\frac{1}{2}$

2.3 負の数の大小関係とその絶対値

P

正の数を比較する場合、数の絶対値が他の数の絶対値よりも大きい場合は、数は大きくなります。例えば、+4と+7を比べる場合です。どちらも正の数で、|+4|=4、|+7|=7なので、+4<+7となります。

では、負の数とその絶対値を比較するとどうなるかを見てみなさい。次の問いに答えなさい。

数の絶対値とは、0からその数までの距離を意味することを復習しておいてください。

a) –14の絶対値は何ですか。
b) –10の絶対値は何ですか。
c) –14と–10ではどちらの方が大きいですか。
d) 絶対値を使って2つの負の数を比較するルールを書きなさい。

S

a) $|-14|=14$
b) $|-10|=10$
c) $-14<-10$

14は-10の左にあるので、-14<-10となります。

d) 絶対値が一番高い数が一番低い数です。

C

負の数を比べる場合は、大きな絶対値を持っている数が2つの数の間でより小さくなります。

E

絶対値を使って、-15と-2.5の数字を比較し、順序関係を書きなさい。

解答。
2つの数は共に負の数で、さらに：
$|-15| = 15$
$|-2.5| = 2.5$

15>2.5 絶対値-15は、絶対値-2.5よりも大きいです。

したがって、–15<–2.5となります。

1.絶対値を適用して、次の数の最小値と最大値を決定し、順序関係を書きなさい。

a) –4, –3　　b) –23, –39　　c) –0.8,–0.12　　d) $-\frac{7}{6}$, –1

2. 次の文章をより大きいまたはより小さいという言葉を使って完成させなさい。
a) 正の数は__________負の数は____________0よりしたがって、正の数は常に__________負の数より
b) 2つの正の数の間では__________より大きい絶対値を持ったもの
c) 2つの負の数の間では__________より小さい絶対値を持ったもの

3. 絶対値を適用して、次の数の最小値と最大値を決定し、順序関係を書きなさい。

a) –15, –2, –36　　b) $-5, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}$　　c) –0.1, –0.01, –0.001

2.4 直線上の移動

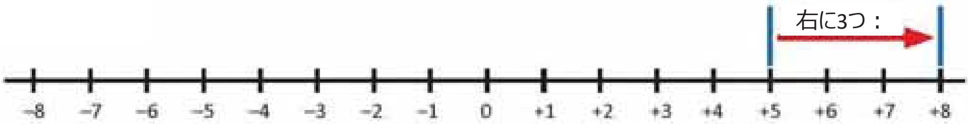
P

数直線を使って、次の問いに答えなさい：

a) +5より3単位大きいのは何の数ですか。
b) +5より7単位小さいのは何の数ですか。

S

a) +5より3単位大きい数は、+5から3単位右に位置する数です。この数は+8です。



b) +5より7単位小さい数は、+5から7単位左に位置する数です。この数は−2です。

C

数の位置と数の線上での左右の移動を使って、与えられた数よりも大きい数や小さい数を求めることができます。

E

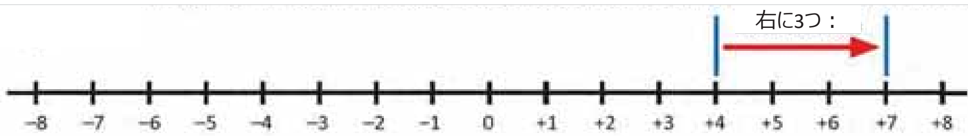
次の問いに答えなさい：

1. 4に比べて-3は何単位小さいですか。
2. +7に比べて+4は何単位大きいですか。

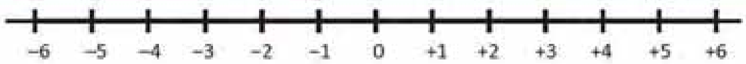
解答。

1. 4から-3まで行くには、図のように左に7つ移動したことになるので、-3は+4より7単位小さいということになります。

2. 4から+7まで行くには、右に3つ移動するので、+7は3単位+4よりも大きいということです。



1. 数直線上を使って：



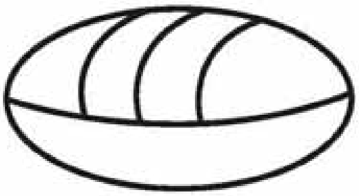
a) +3より7単位小さい数を求めなさい。
b) −2より4単位大きい数を求めなさい。
c) −3に比べて+4は何単位大きいですか。
d) −3に比べて−5は何単位小さいですか。
e) +1に比べて+3.5は何単位大きいですか。
f) +1に比べて−5.5は何単位小さいですか。

2. 数直線を使わずに答えなさい：

a) +1に比べて+12は何単位大きいですか。
b) −1に比べて−12は何単位小さいですか。

ユニット 2

正の数・負の数・0の足し算と引き算



マヤ人が「0」を意味する記号として用いた貝殻の絵

負の数の足し算と引き算の性質と法則を一番はじめに見つけた数学者は、インドのブラーマグプタです。彼はその他にも、0を数として認識しその存在を証明するなどの功績を残しています。しかし数としての0に関しては、紀元前36年ごろからマヤ文化など別の文化ですでに発見され使用されていました。

負の数を足したり引いたりする法則は、借金や代金の立替など商取引を行う中で確立されました。今日の私たちが知っている商取引ともかなり通じるところがあり、借金が2つ合わされば借金はより多くなり、またいくらか返済すれば、残りはより小さくなります。こういった計算は、方程式や代数式などを使って行う商売にとって基本となる部分です。また電荷の計算をしたり、回転の方向を求めたり、温度を計ったりするときにもこの知識を活用することができます。

同符号の数の足し算や異符号の数の足し算の仕方とともに、足し算の性質をここでは学習します。また、引き算を足し算と同様のものとして導入し、混合計算を解きます。

1.1 同符号の数の足し算

P

1. 各問題の条件をふまえ、当てはまる数字を書きましょう。

a)

貯蓄 $5	貯蓄 $3

合計で$ □の貯蓄があります。

b)

負債 $5	負債 $3

合計で$ □の負債があります。

人または機関に返済しなければならない金額を経済負債と言います。

2.貯蓄は正の数、負債は負の数で表します。前の状況は以下のようになります。

a) $(+5) + (+3) = \square$

b) $(-5) + (-3) = \square$

S

1.

a)

貯蓄 $5	貯蓄 $3

合計で$ 8 の貯蓄があります。

b)

負債 $5	負債 $3

合計で$ 8 の負債があります。

2.

a) $(+5) + (+3) = \boxed{+8}$

b) $(-5) + (-3) = \boxed{-8}$

C

同符号の二つの数を足すには、その符号を書き、絶対数を足します。

例えば、(+5) + (+3) と (−5) + (−3)の足し算は、以下のように計算します。

$(+5) + (+3)$
$(+5) + (+3) = +(5 + 3)$
$= +8$

$(-5) + (-3)$
$(-5) + (-3) = -(5 + 3)$
$= -8$

E

次の足し算をしてください。

a) $(+5) + (+2)$

b) $(-4) + (-2)$

解答

a) $(+5) + (+2) = +(5 + 2)$
$= +7$

b) $(-4) + (-2) = -(4 + 2)$
$= -6$

次の足し算をしてください。

a) $(+4) + (+3)$

b) $(-3) + (-2)$

c) $(+1) + (+3)$

d) $(-3) + (-6)$

e) $(+4) + (+8)$

f) $(-5) + (-8)$

g) $(-25) + (-50)$

h) $(-30) + (-60)$

1.2 異符号の数の足し算

P

1. 各問題の条件をふまえ、当てはまる数字を書きましょう。

a)

貯蓄	負債
$5	$3

□より□の方が多いため
合計で □が$ □あります。

b)

貯蓄	負債
$3	$5

□より□の方が多いため
合計で □が$ □あります。

c)

貯蓄	負債
$5	$5

貯蓄と負債が同額であるため、貯蓄も負債もありません。

2.貯蓄は正の数、負債は負の数で表す場合、前の状況は以下のように表します。

a) (+5) + (−3) = □

b) (+3) + (−5) = □

c) (+5) + (−5) = □

S

1.

a)

貯蓄	負債
$5	$3

$\boxed{\text{負債}}$ よりも $\boxed{\text{貯蓄}}$ が多いため
合計で$ $\boxed{2}$ の $\boxed{\text{貯蓄}}$ があります。

b)

貯蓄	負債
$3	$5

$\boxed{\text{貯蓄}}$ よりも $\boxed{\text{負債}}$ が多いため
合計で$ $\boxed{2}$ の $\boxed{\text{負債}}$ があります。

c)

貯蓄	負債
$5	$5

貯蓄と負債が同額であるため、貯蓄も負債もありません。

2.

a) (+5) + (−3) = $\boxed{+2}$

b) (+3) + (−5) = $\boxed{-2}$

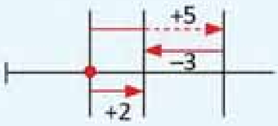
c) (+5) + (−5) = $\boxed{0}$

ユニット2

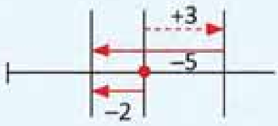
同符号と絶対値を含む二つの数を足し算するには：
1. 大きい絶対値の数の符号を書きます。
2. 絶対値を、小さい順に引き算します。

例：

a) $(+5) + (-3) = +(5 - 3)$
$= +2$



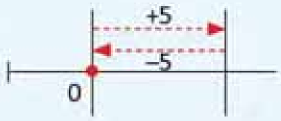
b) $(+3) + (-5) = -(5 - 3)$
$= -2$



二つの逆数の合計は0になります。

例：

$(+5) + (-5) = 0$



次の足し算をしてください。

a) $(-3) + (+5)$ b) $(-5) + (+3)$ c) $(-6) + (+6)$

解答

a) $(-3) + (+5) = +(5 - 3)$
$= +2$

b) $(-5) + (+3) = -(5 - 3)$
$= -2$

c) $(-6) + (+6) = 0$

次の足し算をしてください。

a) $(-5) + (+2)$ b) $(-9) + (+6)$ c) $(+4) + (-4)$ d) $(+2) + (-8)$

e) $(+7) + (-4)$ f) $(-5) + (+9)$ g) $(+4) + (-7)$ h) $(-23) + (+10)$

i) $(+17) + (-12)$ j) $(-13) + (+33)$ k) $(+7) + (-7)$ l) $(-13) + (+13)$

1.3 0を含む足し算

P

1. 各問題の条件をふまえ、当てはまる数字を書きましょう。

a) | 負債 $3 | $0 |

合計で□が$ □あります。

b) | $0 | 負債 $3 |

合計で □が$ □あります。

2.もしも負債が負の数で表された場合、前の状況は以下の通りに表すことができます。

a) $(-3) + 0 = \square$

b) $0 + (-3) = \square$

S

1.

a) 合計で$ 3 の 負債 があります。

b) 合計で$ 3 の 負債 があります。

2.

a) $(-3) + 0 = \boxed{-3}$

b) $0 + (-3) = \boxed{-3}$

C

0を含む足し算には、以下の2つのケースがあります：

1. ある数に0を足した場合、解答は同じ数になります。
例：(-3) + 0 = -3

2. ある数に0を足した場合、解答はその数と同じになります。
例：0 + (-4) = -4

次の足し算をして下さい。

a) $(+5) + 0$	b) $(-8) + 0$	c) $0 + (+2)$	d) $0 + (-7)$
e) $(+7) + 0$	f) $(-9) + 0$	g) $0 + (+4)$	h) $0 + (-6)$
i) $(+20) + 0$	j) $(-15) + 0$	k) $0 + (+37)$	l) $0 + (-23)$
m) $(+77) + 0$	n) $(-43) + 0$	o) $0 + (+100)$	p) $0 + (-105)$

1.4 正と負の少数または正と負の分数の足し算

P

次の足し算をしてください。

a) $(-2.5)+(-3.4)$　　b) $\left(+\frac{4}{5}\right)+\left(-\frac{3}{5}\right)$

S

a) $(-2.5)+(-3.4)=-(2.5+3.4)$
$=-5.9$

b) $\left(+\frac{4}{5}\right)+\left(-\frac{3}{5}\right)=+\left(\frac{4}{5}-\frac{3}{5}\right)$
$=+\frac{1}{5}$

C

少数または分数で、正の数または負の数の二つの数の足し算をするための法則は、前の三つの授業で学んだ法則と同じです。

1. 同符号の二つの数を足す場合、その符号を書き、絶対値を足します。

2. 同符号の二つの数と絶対値を足す場合、大きな絶対値の数の符号を書き、小さい順に絶対値を引きます。数が逆数の場合、合計は0になります。

3. ある数に0を足した場合、解答はその数になるか、0にある数を足した場合、解答はその数になります。

例：

a) $(-2.5)+(-3.4)=-(2.5+3.4)$
$=-5.9$

b) $\left(+\frac{4}{5}\right)+\left(-\frac{3}{5}\right)=+\left(\frac{4}{5}-\frac{3}{5}\right)$
$=+\frac{1}{5}$

E

次の足し算をしてください。

a) $(-2.5)+(+2.5)$　　b) $\left(-\frac{1}{3}\right)+\left(+\frac{1}{3}\right)$　　c) $(-4.6)+0$　　d) $0+\left(-\frac{3}{5}\right)$

解答

a) $(-2.5)+(+2.5)=0$　　b) $\left(-\frac{1}{3}\right)+\left(+\frac{1}{3}\right)=0$　　c) $(-4.6)+0=-4.6$　　d) $0+\left(-\frac{3}{5}\right)=-\frac{3}{5}$

次の足し算をしてください。

a) $(+2.4)+(+1.3)$　　b) $(-3.5)+(-2.2)$　　c) $\left(-\frac{1}{5}\right)+\left(-\frac{3}{5}\right)$　　d) $\left(-\frac{2}{7}\right)+\left(-\frac{3}{7}\right)$

e) $(+3.9)+(-1.5)$　　f) $(+4.2)+(-5.3)$　　g) $\left(-\frac{1}{5}\right)+\left(+\frac{3}{5}\right)$　　h) $\left(-\frac{1}{2}\right)+\left(+\frac{1}{3}\right)$

i) $(+7.3)+(-9.5)$　　j) $(-2.4)+(+6.7)$　　k) $\left(+\frac{1}{6}\right)+\left(-\frac{1}{6}\right)$　　l) $\left(+\frac{2}{7}\right)+\left(-\frac{2}{7}\right)$

m) $(-3.8)+0$　　n) $0+(+5.9)$　　o) $\left(+\frac{3}{5}\right)+0$　　p) $0+\left(-\frac{3}{5}\right)$

1.5 加法の交換法則と結合法則

P

各問題について、**演算1**と**演算2**の解答は同じでしたか？

a) **演算1** $(-3) + (+4)$　　**演算 2** $(+4) + (-3)$

b) **演算1** $[(-5) + (-7)] + (+15)$　　**演算 2** $(-5) + [(-7) + (+15)]$

S

	演算 1	**演算 2**
a)	$(-3) + (+4) = +(4 - 3)$ $= +1$	$(+4) + (-3) = +(4 - 3)$ $= +1$
b)	$[(-5) + (-7)] + (+15) = [-(7 + 5)] + (+15)$ $= (-12) + (+15)$ $= +(15 - 12)$ $= +3$	$(-5) + [(-7) + (+15)] = (-5) + [+(15 - 7)]$ $= (-5) + (+8)$ $= +(8 - 5)$ $= +3$

答え：演算1と演算2のどちらの式でも、同じ解答になりました。

C

二つの正の数または負の数の和は、足し算の順序には影響されません。これを**交換法則**と呼びます。

$$a + b = b + a$$

複数の正の数または負の数の和は、それらの関連性には影響されません。これを**結合法則**と呼びます。

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

一つの演算の中で、すでに括弧が使用されてある場合で、あらたにグループ化記号が必要になる場合、二重括弧を使用します。

E

次の足し算をして下さい。

$(-5) + (+8) + (+4) + (-2)$

解答

$$\begin{aligned}(-5) + (+8) + (+4) + (-2) &= (+8) + (-5) + (+4) + (-2)\\ &= (+8) + (+4) + (-5) + (-2)\\ &= [(+8) + (+4)] + [(-5) + (-2)]\\ &= (+12) + (-7)\\ &= +5\end{aligned}$$

加数は、計算が楽になるために符号通りに並べます。（交換法則を用います。）分数が出てくる場合、分母に合わせて並べることもできます。こうすることで、さらに計算が楽になります。

次の足し算をしてください。

a) $(+2) + (-3) + (+5) + (-2)$　　b) $(+4) + (-2) + (+8) + (-5)$　　c) $(-6) + (+4) + (+1) + (-4)$

d) $(-2) + (+5) + (+3) + (-5)$　　e) $(+1) + (-3) + (-1) + (+4)$　　f) $(+5) + (-4) + (-2) + (+8)$

g) $(-8) + (+1) + (-4) + (+1)$　　h) $(-6) + (-4) + (+9) + (-8)$　　i) $(+11) + (-10) + (+4) + (+5)$

j) $(-2.3) + (+1.2) + (-1.5) + (+6.3)$　　k) $\left(-\frac{1}{7}\right) + \left(-\frac{2}{7}\right) + \left(+\frac{3}{7}\right) + \left(-\frac{4}{7}\right)$　　l) $\left(-\frac{4}{3}\right) + \left(-\frac{1}{5}\right) + \left(+\frac{1}{3}\right) + \left(+\frac{3}{5}\right)$

1.6 復習問題

1. 次の足し算をして下さい。

a) $(+3)+(+2)$ b) $(-7)+(-3)$ c) $(+2)+(+7)$ d) $(-1)+(-4)$

e) $(+11)+(+4)$ f) $(-16)+(-9)$ g) $(+7)+(+13)$ h) $(-8)+(-12)$

i) $(+15.1)+(+10.1)$ j) $(-8.7)+(-0.3)$ k) $\left(+\frac{2}{11}\right)+\left(+\frac{7}{11}\right)$ l) $\left(-\frac{8}{13}\right)+\left(-\frac{2}{13}\right)$

2. 次の足し算をして下さい。

a) $(+8)+(-5)$ b) $(-9)+(+3)$ c) $(-5)+(+5)$

d) $(+18)+(-8)$ e) $(-14)+(+9)$ f) $(+13)+(-23)$

g) $(-21)+(+28)$ h) $(-35)+(+35)$ i) $(0.2)+(-1.8)$

j) $(+5.9)+(-2.9)$ k) $\left(-\frac{4}{5}\right)+\left(+\frac{1}{5}\right)$ l) $\left(+\frac{2}{5}\right)+\left(-\frac{3}{7}\right)$

m) $(-33)+0$ n) $0+(-0.95)$ o) $\left(-\frac{2}{3}\right)+0$

3. 交換法則や結合法則を用いて、次の足し算の数字の順序を変えましょう。その後、計算しましょう。

a) $(+2)+(-18)+(+3)+(-7)$ b) $(-25)+(+5)+(+40)+(-10)$ c) $(-12)+(+14)+(-18)+(+2)$

d) $(+15)+(-6)+(+5)+(-4)$ e) $(-12)+(-14)+(+18)+(-2)$ f) $(-20)+(-10)+(-6)+(+9)$

g) $(+1.3)+(-8.1)+(+7.7)+(-1.9)$ h) $(-2.5)+(+1.4)+(+0.4)+(-0.3)$ i) $(-5.6)+(+4.2)+(-2.3)+(+3.3)$

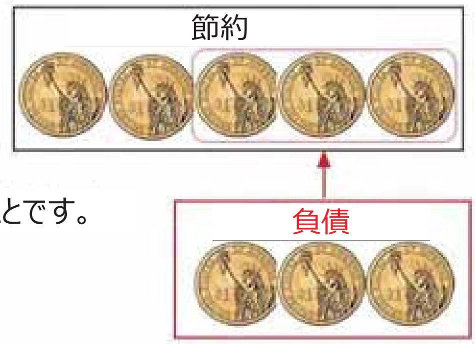
j) $\left(+\frac{1}{7}\right)+\left(-\frac{2}{7}\right)+\left(+\frac{4}{7}\right)+\left(-\frac{6}{7}\right)$ k) $\left(-\frac{2}{5}\right)+\left(+\frac{1}{10}\right)+\left(+\frac{9}{10}\right)+\left(-\frac{1}{5}\right)$ l) $\left(+\frac{1}{6}\right)+\left(-\frac{1}{3}\right)+\left(+\frac{2}{3}\right)+\left(-\frac{5}{6}\right)$

2.1 正の数または負の数の減法

P

四角い枠に記入してください　□各文字に1つ：

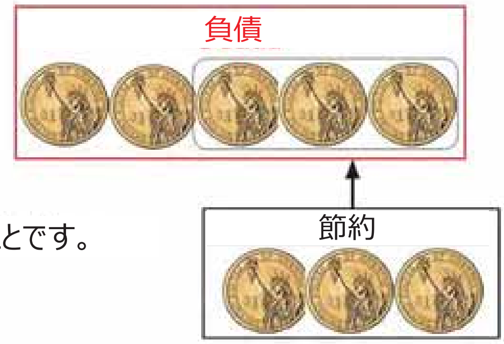
a) 5ドルの節約があります



3ドルの負債をなくすことは3ドルの節約を追加するのと同じことです。

$(+5)-(+3)=(+5)+(-3)=\boxed{}$

b)5ドルの負債があります



3ドルの負債をなくすことは3ドルの節約を追加するのと同じことです。

$(-5)-(-3)=\boxed{}+\boxed{}=\boxed{}$

S

a) $(+5)-(+3)=(+5)+(-3)=\boxed{+2}$　　b) $(-5)-(-3)=\boxed{(-5)}+\boxed{(+3)}=\boxed{-2}$

C

数を引くことは、その数と同じ数の反対を足すことと同じです。

E

次の引き算をしなさい。

a) $(-5)-(+3)$　　b) $(+5)-(-3)$

解答。

a) $(-5)-(+3)=(-5)+(-3)$
$=-8$

b) $(+5)-(-3)=(+5)+(+3)$
$=+8$

次の引き算をしなさい。

a) $(-4)-(+2)$　　b) $(+3)-(+7)$　　c) $(+4)-(-2)$　　d) $(-8)-(-5)$

e) $(+2.5)-(+5.1)$　　f) $(-7.8)-(-11.3)$　　g) $\left(+\frac{4}{5}\right)-\left(+\frac{1}{5}\right)$　　h) $\left(+\frac{3}{7}\right)-\left(-\frac{1}{7}\right)$

2.2 0を含む引き算

P

各文字で要求されていることを実行しなさい：

a）次の式の和を計算しなさい0 – (+4).

b)分析して四角い枠に記入しなさい $\boxed{}$

$(-4)-(+3)=-7$

$(-4)-(+2)=-6$

$(-4)-(+1)=-5$

$(-4)-0=\boxed{}$

S

a) $0-(+4)=0+(-4)$
$=-4$

b)
$(-4)-(+3)=-7$
$(-4)-(+2)=-6$ +1
$(-4)-(+1)=-5$ +1
$(-4)-\ \ 0\ \ =\boxed{-4}$ +1

C

0を含む引き算には、次の2つのケースがあります：

1. 0から数を引くと、その差は減数の反対になります。
   例：　0 - (+4) = -4

2. ある数から0を引くと、その差は被減数になります。
   例：(-4) - 0 = -4

E

次の引き算をしなさい。

a) $0-(-6)$　　b) $(-6)-0$

解答。

a) $0-(-6)=+6$　　b) $(-6)-0=-6$

次の引き算をしなさい。

a) $(+5)-0$　b) $0-(+11)$　c) $(+8)-0$　d) $0-(+8)$　e) $(-2)-0$　f) $0-(-6)$

g) $(-9)-0$　h) $0-(-9)$　i) $0-0$　j) $(+5.4)-0$　k) $(+3.45)-0$　l) $0-(+8.36)$

m) $(-9.12)-0$　n) $0-(-15.75)$　o) $\left(+\frac{1}{2}\right)-0$　p) $0-\left(+\frac{5}{6}\right)$　q) $\left(-\frac{7}{11}\right)-0$　r) $0-\left(-\frac{5}{8}\right)$

3.1 正の数、負の数、0のたし算と引き算を組み合わせた演算、パート1

P

4-8という演算は、(+4) – (+8)と記述して、正の符号の数と負の符号の数 (+4) + (– 8)の和として表すことができることに注意してください。

同様に、-3-7は同様に、(–3) – (+7)と書くことができ、正の符号の数と負の符号の数の足し算(–3) + (–7)として表すことができます

ここで、正の符号の数と負の符号の数の足し算として、正の符号の数の足し算と引き算を組み合わせた次の計算方法をしてみましょう。5 – 6 + 8 – 4。

正の符号の数または負の符号の数の引き算は、反対の符号を持つ数の和に変換できます。

S

$$\begin{aligned} 5-6+8-4 &= (+5)-(+6)+(+8)-(+4) \\ &= (+5)+(-6)+(+8)+(-4) \end{aligned}$$

そのため

$5-6+8-4=(+5)+(-6)+(+8)+(-4)$.

C

一般に、正の符号の数と負の符号の数の足し算と引き算を組み合わせた計算式は、式の中で使われている括弧を省略し、正の符号と負の符号の数の足し算として表すことができます。

次のように表記します：5 – 6 + 8 – 4 ...①
次のように表すことができます：(+5) + (–6) + (+8) + (–4) ...②

計算式5 – 6 + 8 – 4では+5, –6, +8 , – 4の数字は**項**と呼ばれています。

①の足し算では括弧と+記号は省略されており、正の数の場合、符号は表記されないことに注意してください。括弧の書き込みを省略することを、一般に**括弧の削除**と呼び、括弧の前に+記号がある場合に限りできます。そうでない場合は、前の2回の授業で習った規定に従って、引き算を足し算に変える必要があります。

E

フォーム①で次の計算式を表し、項を識別しなさい。

a) (–2) + (+8) + (–1)　　b) (–4) – (+10) + (–2)　　c) (–3) – (–2) + 8

解答。

a) $(-2)+(+8)+(-1)=-2+8-1$
項：–2, +8, –1

b) $$\begin{aligned} (-4)-(+10)+(-2) &= (-4)+(-10)+(-2) \\ &= -4-10-2 \end{aligned}$$
項：–4, –10, –2

c) $$\begin{aligned} (-3)-(-2)+8 &= (-3)+(+2)+8 \\ &= -3+2+8 \end{aligned}$$
項：–3, +2, +8

フォーム①で次の計算式を表し、項を識別しなさい。

a) (+1) + (–2) + (+3)　　b) (–1) + (–2) + (–3)　　c) (+2) – (+5) + (–4)

d) (–1) – (+5) + (–2) – (–2)　　e) (–2.1) – (+3.4) + (–2) – (–1.5)　　f) $\left(+\frac{1}{11}\right)+\left(-\frac{4}{11}\right)-\left(+\frac{6}{11}\right)-\left(-\frac{2}{11}\right)$

3.2正の数、負の数のたし算と引き算を組み合わせた演算、パート2

P

前回の授業で習ったフォーム②を使わずに次の計算をしなさい。

$9 - 6 + 7 - 8$

正の数と負の数の和を出すために使用した法則を復習しておいてください。指導として、次の点に注意してください：
$9 - 6 + 7 - 8 = (+9) + (-6) + (+7) + (-8).$

S

$$\begin{aligned} 9 - 6 + 7 - 8 &= 9 + 7 - 6 - 8 \\ &= 16 - 14 \\ &= 2 \end{aligned}$$

フォーム①で表される組み合わせた演算をする場合、解答の+記号は、正の場合は省略されます。

C

項に括弧を使わずに正と負の数のたし算と引き算を組み合わせた演算をするために、足し算の交換法則と結合性が使われます。足されている数と引かれている数が関連付けられています。次に、計算が実行されます。

$$\begin{aligned} 9 - 6 + 7 - 8 &= 9 + 7 - 6 - 8 \\ &= 16 - 14 \\ &= 2 \end{aligned}$$

E

次の式を解きましょう。

$11 - 12 - 10 + 13$

解答。

$$\begin{aligned} 11 - 12 - 10 + 13 &= 11 + 13 - 12 - 10 \\ &= 24 - 22 \\ &= 2 \end{aligned}$$

（=）記号が列にあることを確認してください。

$$\begin{aligned} 11 - 12 - 10 + 13 &\boxed{=} 11 + 13 - 12 - 10 \\ &\boxed{=} 24 - 22 \\ &\boxed{=} 2 \end{aligned}$$

次の式を解きましょう。

a) $-2 + 8 + 6 - 3$

b) $-3 + 16 - 7 + 4$

c) $-5 + 2 - 5 - 6$

d) $4 + 5 - 8 + 3$

e) $-7 - 1 + 6 - 2$

f) $-1 + 9 - 2 - 6$

g) $6 - 5 + 3 - 1 + 10$

h) $2.8 - 1.2 + 3.1 - 2.6$

i) $-\frac{1}{11} - \frac{4}{11} + \frac{6}{11} + \frac{2}{11}$

3.3 正の数、負の数のたし算と引き算を組み合わせた演算、パート3

P

次の式を解きましょう。

$5-8+(-4)-(-3)$

S

$$\begin{aligned}5-8+(-4)-(-3) &= 5-8+(-4)+(+3)\\ &= 5-8-4+3\\ &= 5-8+3-4\\ &= 5+3-8-4\\ &= 8-12\\ &= -4\end{aligned}$$

C

演算に括弧がある場合は、最初に括弧を削除してから計算をする必要があります。

例：

$$\begin{aligned}5-8+(-4)-(-3) &= 5-8+(-4)+(+3)\\ &= 5-8-4+3\\ &= 5-8+3-4\\ &= 5+3-8-4\\ &= 8-12\\ &= -4.\end{aligned}$$

引き算を反対の数の–3の和に変換し、括弧、交換法則、次に連想性を省いていきます。

E

次の足し算と引き算を組み合わせた演算を解きなさい。

$$-8-(-6)+(-5)-10$$

解答。

$$\begin{aligned}-8-(-6)+(-5)-10 &= -8+(+6)+(-5)-10\\ &= -8+6-5-10\\ &= 6-8-5-10\\ &= 6-23\\ &= -17\end{aligned}$$

括弧を外して、次のたし算と引き算を組み合わせて計算します。

a) $8+(-2)-(-4)$　b) $3+(-4)-(-2)$　c) $-2-4-(-3)$　d) $-5-(-6)-(-4)$

e) $-2-(-4)+(-5)+1$　f) $5-2-(-3)-6$　g) $4-5+(-5)-(-1)$　h) $-8-(-6)-(-4)-1$

i) $-12+(-4)-9+0$　j) $2.4-2.8+0.3-1.1$　k) $2.3+(-0.7)-(-0.5)$　l) $\frac{5}{3}-\left(-\frac{8}{3}\right)+\frac{1}{12}$

3.4 復習問題

1.次の引き算をしなさい。

a) $(+8)-(+4)$　b) $(+7)-(+10)$　c) $(-8)-(+7)$　d) $(+1.4)-(+2.5)$　e) $\left(-\frac{7}{9}\right)-\left(+\frac{2}{9}\right)$

f) $(+3)-(-2)$　g) $(-1)-(-11)$　h) $(-12)-(-4)$　i) $(-13.2)-(-3.1)$　j) $\left(-\frac{2}{11}\right)-\left(-\frac{1}{5}\right)$

2.次の引き算をしなさい。

a) $(+20)-0$　b) $0-(+22)$　c) $(-16)-0$　d) $0-(-17)$　e) $(7.8)-0$　f) $0-\left(-\frac{3}{25}\right)$

3.次の足し算と引き算を組み合わせた和のみを出し、項がどれであるかを書きなさい。

a) $(+20)+(-8)+(+1)$　b) $(+17)+(-9)-(+11)$

c) $(+3.2)-(+0.4)-(-3.6)$　d) $\left(+\frac{8}{7}\right)-\left(+\frac{2}{3}\right)+\left(-\frac{4}{5}\right)-\left(-\frac{10}{13}\right)$

4.次の足し算と引き算の組み合わせは、足し算のみとして計算しなさい。

a) $(-2)-(-6)-(-4)-(+5)$　b) $(-6)+(+3)-(+6)+(-7)$

c) $(+3.4)+(-0.2)-(-5.2)-(+1.4)$　d) $\left(+\frac{2}{13}\right)-\left(+\frac{3}{13}\right)-\left(-\frac{5}{13}\right)-\left(-\frac{1}{13}\right)$

5.次の足し算と引き算を組み合わせた計算をしなさい。

a) $-6+5-10$　b) $3.7-3.4+0.3-4.6$　c) $\frac{1}{6}-\frac{8}{15}+\frac{7}{6}-\frac{2}{15}$

6.括弧を外して、次のたし算と引き算を組み合わせた計算をしなさい。

a) $5+(-8)-(-7)$　b) $-27-(-18)-4+0$

c) $2.3+(-0.7)-(-0.5)-(+0.1)$　d) $\frac{1}{3}-\left(-\frac{1}{6}\right)+\left(-\frac{1}{4}\right)+\frac{1}{2}$

ユニット 3

正の数、負の数、零の掛け算と割り算

掛け算と割り算の規則の正式な発表は、スイスの数学者レオンハルト・オイラーによって初めて確立されました。また、掛け算の規則の証明は、マクローリン、ラプラス、ダランベール、ラクロワ、クラインなど、様々な数学者によって再記述され、1985年クローリーとダンにより、数値パターンから証明されました。

日常の問題解決のために、負の数の掛け算の規則から、代数の演算を容易にしたり、身近な状況のモデル化が行われました。

学習していく内容は、正の数、負の数、零を含む基本的な四則演算の混合計算に取り組むことに加えて、異符号を含む数の掛け算や、負の数同士の掛け算、掛け算の法則、累乗の概念、累乗を含む演算があります。

$(-4) \times (+3) = -12$

$(-4) \times (+2) = -8$

$(-4) \times (+1) = -4$

$(-4) \times 0 = 0$

$(-4) \times (-1) = \boxed{}$

$(-4) \times (-2) = \boxed{}$

$(-4) \times (-3) = \boxed{}$

クローリーとダンの
数値パターンのモデル

$$1^3 + 12^3 = 9^3 + 10^3$$

二つの立方体の和として表すことのできる最小数は、
*1,729*です。（ラマヌジャン、*20*世紀のインド人数学者）

1.1 異符号の掛け算

P

各式の空欄に当てはまる数を書きましょう。

a) $(+2)\times(+3)=+6$

$(+2)\times(+2)=+4$

$(+2)\times(+1)=+2$

$(+2)\times 0=0$

$(+2)\times(-1)=\boxed{}$

$(+2)\times(-2)=\boxed{}$

$(+2)\times(-3)=\boxed{}$

b) $(+3)\times(+3)=+9$

$(+2)\times(+3)=+6$

$(+1)\times(+3)=+3$

$0\times(+3)=0$

$(-1)\times(+3)=\boxed{}$

$(-2)\times(+3)=\boxed{}$

$(-3)\times(+3)=\boxed{}$

S

a) $(+2)\times(+3)=+6$ −2

$(+2)\times(+2)=+4$ −2

$(+2)\times(+1)=+2$ −2

$(+2)\times 0=0$ −2

$(+2)\times(-1)=\boxed{-2}$ −2

$(+2)\times(-2)=\boxed{-4}$ −2

$(+2)\times(-3)=\boxed{-6}$

b) $(+3)\times(+3)=+9$ −3

$(+2)\times(+3)=+6$ −3

$(+1)\times(+3)=+3$ −3

$0\times(+3)=0$ −3

$(-1)\times(+3)=\boxed{-3}$ −3

$(-2)\times(+3)=\boxed{-6}$ −3

$(-3)\times(+3)=\boxed{-9}$

C

異符号の掛け算は次のステップで行います。

1. 負の符号(-)を書きます。
2. 絶対値の積を入れます。

例：

a) $(+2)\times(-3)=-(2\times 3)$
$=-6$

b) $(-2)\times(+3)=-(2\times 3)$
$=-6$

次の掛け算をしましょう。

a) $(-6)\times(+3)$　　b) $(-5)\times(+2)$　　c) $(+7)\times(-4)$

d) $(+10)\times(-6)$　　e) $(+25)\times(-2)$　　f) $(-2.1)\times(+2)$

g) $(+4.2)\times(-4)$　　h) $\left(-\frac{1}{2}\right)\times\left(+\frac{1}{5}\right)$　　i) $\left(+\frac{2}{3}\right)\times\left(-\frac{5}{7}\right)$

1.2 同符号の掛け算

P

各式の空欄に当てはまる数を書きましょう。

a) $(-4) \times (+3) = -12$

$(-4) \times (+2) = -8$

$(-4) \times (+1) = -4$

$(-4) \times 0 = 0$

$(-4) \times (-1) = \square$

$(-4) \times (-2) = \square$

$(-4) \times (-3) = \square$

b) $(+3) \times (-5) = -15$

$(+2) \times (-5) = -10$

$(+1) \times (-5) = -5$

$0 \times (-5) = 0$

$(-1) \times (-5) = \square$

$(-2) \times (-5) = \square$

$(-3) \times (-5) = \square$

S

a)
$$\begin{aligned} (-4) \times (+3) &= -12 \\ &\quad \downarrow +4 \\ (-4) \times (+2) &= -8 \\ &\quad \downarrow +4 \\ (-4) \times (+1) &= -4 \\ &\quad \downarrow +4 \\ (-4) \times 0 &= 0 \\ &\quad \downarrow +4 \\ (-4) \times (-1) &= \boxed{+4} \\ &\quad \downarrow +4 \\ (-4) \times (-2) &= \boxed{+8} \\ &\quad \downarrow +4 \\ (-4) \times (-3) &= \boxed{+12} \end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned} (+3) \times (-5) &= -15 \\ &\quad \downarrow +5 \\ (+2) \times (-5) &= -10 \\ &\quad \downarrow +5 \\ (+1) \times (-5) &= -5 \\ &\quad \downarrow +5 \\ 0 \times (-5) &= 0 \\ &\quad \downarrow +5 \\ (-1) \times (-5) &= \boxed{+5} \\ &\quad \downarrow +5 \\ (-2) \times (-5) &= \boxed{+10} \\ &\quad \downarrow +5 \\ (-3) \times (-5) &= \boxed{+15} \end{aligned}$$

C

同符号の掛け算は次のステップで行います。

1. 符号(+)を書きます。
2. 絶対値の積を入れます。

負の数を0で掛けたときの積は0になります。

次の掛け算をしましょう。

a) $(-6) \times (-4)$

b) $(-8) \times (-2)$

c) $(+5) \times (+4)$

d) $(-9) \times (-3)$

e) $(-8) \times (-9)$

f) $(-3.2) \times (-2)$

g) $(+4.1) \times (+3)$

h) $\left(-\frac{2}{3}\right) \times \left(-\frac{5}{7}\right)$

i) $\left(+\frac{3}{5}\right) \times \left(+\frac{7}{11}\right)$

1.3 -1、0、1を含む掛け算

P

1. 空欄に当てはまる数を書きましょう。

$(+3) \times (-2) = -6$

$(+2) \times (-2) = -4$

$(+1) \times (-2) = -2$

$0 \times (-2) = \boxed{}$

2. 各空欄に当てはまる数を書きましょう。

$(+1) \times (-3) = \boxed{}$　$(-1) \times (+3) = \boxed{}$　$(+2) \times (-1) = \boxed{}$

$(-2) \times (+1) = \boxed{}$　$(-1) \times (-3) = \boxed{}$　$(-2) \times (-1) = \boxed{}$

S

1. $(+3) \times (-2) = -6$
   $\quad +2$
   $(+2) \times (-2) = -4$
   $\quad +2$
   $(+1) \times (-2) = -2$
   $\quad +2$
   $0 \times (-2) = \boxed{0}$

2. $(+1) \times (-3) = -(1 \times 3) = \boxed{-3}$　$(-1) \times (+3) = -(1 \times 3) = \boxed{-3}$　$(+2) \times (-1) = -(2 \times 1) = \boxed{-2}$

   $(-2) \times (+1) = -(2 \times 1) = \boxed{-2}$　$(-1) \times (-3) = +(1 \times 3) = \boxed{+3}$　$(-2) \times (-1) = +(2 \times 1) = \boxed{+2}$

C

数を-1、0、1で掛けると以下のようになります。

- $0 \times a = 0$
- $a \times 0 = 0$
- $1 \times a = a$
- $a \times 1 = a$
- $(-1) \times a = -a$
- $a \times (-1) = -a$

aは任意の数です。

足し算や引き算と同じように、掛け算でも正の数を示す+の符号を省略することができます。また負の数の場合も含め、計算の最初の数の括弧も省略することができます。

E

次の掛け算をしましょう。

a) -1×5　b) $0 \times (-5)$　c) $1 \times (-7)$

解答

a) $-1 \times 5 = -5$　b) $0 \times (-5) = 0$　c) $1 \times (-7) = -7$

次の掛け算をしましょう。

a) -1×8　b) $8 \times (-1)$　c) $-1 \times (-3)$　d) $-1 \times (-1)$　e) -1×7

f) $10 \times (-1)$　g) $0 \times (-4)$　h) 9×0　i) $1 \times (-11)$　j) -3×1

1.4 掛け算の交換法則と結合法則

P

次の各行の掛け算1と掛け算2の積を比較しましょう。

	掛け算1	掛け算2
a)	-5×4	$4 \times (-5)$
b)	$(-3 \times 2) \times 4$	$-3 \times (2 \times 4)$

S

掛け算1
a) $-5 \times 4 = -20$

掛け算2
$4 \times (-5) = -20$

答えは同じです。

掛け算1
b) $(-3 \times 2) \times 4 = -6 \times 4$
$= -24$

掛け算2
$-3 \times (2 \times 4) = -3 \times 8$
$= -24$

答えは同じです。

C

足し算と同様に掛け算も「交換法則」と「結合法則」を満たします。

一般的に
- $a \times b = b \times a$
- $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$

これらの法則により、負の数のある掛け算も含め、複数の数の積はどのような順序でも計算することができます。

E

次の掛け算をしましょう。
$-5 \times 17 \times (-2)$

解答

$$-5 \times 17 \times (-2) = -5 \times (-2) \times 17 \quad \text{交換法則}$$
$$= [-5 \times (-2)] \times 17 \quad \text{結合法則}$$
$$= 10 \times 17$$
$$= 170$$

交換法則は-1、0、1をとある正の数や負の数で掛けるときに有効です。つまり

$0 \times a = a \times 0$
$1 \times a = a \times 1$
$-1 \times a = a \times (-1)$

交換法則と結合法則を用い因数の順番を変えることで、計算を簡単なものにすることができます。

交換法則と結合法則を用い次の掛け算を簡単なものにしましょう。

a) $8 \times 13 \times 5$ b) $-5 \times 27 \times 4$ c) $0.25 \times 0.35 \times (-4)$

d) $0.5 \times (-0.6) \times 4$ e) $-24 \times 10 \times \left(-\frac{1}{8}\right)$ f) $-14 \times \left(-\frac{7}{11}\right) \times \left(-\frac{1}{2}\right)$

ユニット3

1.5 因数に応じた積の符号

P

次の掛け算をしましょう。

a) $2 \times 3 \times 4 \times 10$　　b) $-2 \times 3 \times 4 \times 10$　　c) $-2 \times (-3) \times 4 \times 10$

d) $-2 \times (-3) \times (-4) \times 10$　　e) $-2 \times (-3) \times (-4) \times (-10)$

負の数が個数と積の符号にはどのような関係がありますか？

S

a) $2 \times 3 \times 4 \times 10 = 6 \times 4 \times 10 = 24 \times 10 = 240$
b) $-2 \times 3 \times 4 \times 10 = -6 \times 4 \times 10 = -24 \times 10 = -240$
c) $-2 \times (-3) \times 4 \times 10 = 6 \times 4 \times 10 = 24 \times 10 = 240$
d) $-2 \times (-3) \times (-4) \times 10 = 6 \times (-4) \times 10 = (-24) \times 10 = -240$
e) $-2 \times (-3) \times (-4) \times (-10) = 6 \times (-4) \times (-10) = (-24) \times (-10) = 240$

掛け算に負の数が奇数個あるとき、その積は負の数になります。

C

以下を強調することが重要です。

- 掛け算に負の数が偶数個あるとき、積の符号は(+)になります。
- 掛け算に負の数が奇数個あるとき、積の符号は(-)になります。

E

次の掛け算の積を計算しましょう。
$-2 \times 3 \times (-5) \times 10$

解答
$$-2 \times 3 \times (-5) \times 10 = +(2 \times 3 \times 5 \times 10) = 300$$

負の数が偶数個あるときはまず+符号を入れ、それから掛け算をします。

次の掛け算をしましょう。

a) $5 \times (-2) \times 15$　　b) $-2 \times 3 \times (-5)$　　c) $-2 \times (-6) \times (-3)$

d) $2 \times 5 \times 6 \times 10$　　e) $-1 \times 2 \times (-3) \times (-4)$　　f) $-11 \times 2 \times 3 \times (-5)$

g) $-1 \times (-5) \times (-3) \times (-6)$　　h) $-2 \times 4 \times (-3) \times 10 \times (-5)$　　i) $\frac{5}{4} \times (-8) \times \left(-\frac{3}{5}\right)$

1.6 累乗

P

ある数を同じ数で2度や3度掛けたときの積は次のように表されます。

$4 \times 4 = 4^2$; $4 \times 4 \times 4 = 4^3$

次の掛け算はどう表されますか？

a) $(-4) \times (-4)$

b) $(-4) \times (-4) \times (-4)$

S

a) $(-4) \times (-4) = (-4)^2$

$(-4)^2$ は-4が2度掛けられています。

b) $(-4) \times (-4) \times (-4) = (-4)^3$

$(-4)^3$ は-4が3度掛けられています。

C

同じ数が2度掛けられるときその数の2乗となり、3度掛けられるとき3乗となります。

$(-4)^2$ と$(-4)^3$ にある2や3は指数と呼ばれ、掛け算の因数-4が現れる回数を意味しています。例：

$$(-4)^{3} = \overbrace{(-4) \times (-4) \times (-4)}^{\text{因数}(-4)\text{が}3\text{回}}$$

ある数の2乗のことを**平方**、3乗のことを**立方**と呼びます。例えば、 $(-4)^2$ は「-4の平方」、 $(-4)^3$ は「-4の立方」と言います。

E

次の累乗を計算しましょう。

a) $(-4)^2$

b) -4^2

c) $(3 \times 4)^2$

解答

a) $(-4)^2 = (-4) \times (-4)$
$= 16$

b) $-4^2 = -(4 \times 4)$
$= -16$

c) $(3 \times 4)^2 = (3 \times 4) \times (3 \times 4)$
$= 12 \times 12$
$= 144$

- $(-4)^2$と -4^2 は似て見えるかもしれないが、別の積を意味しています。
- 負の数や分数の累乗を表すとき、数は括弧の中に書く必要があります。

1.次の掛け算を累乗で表しましょう。

a) 5×5

b) $5 \times 5 \times 5$

c) $(-3) \times (-3) \times (-3)$

d) $-(3 \times 3)$

e) $\left(-\frac{1}{3}\right) \times \left(-\frac{1}{3}\right)$

f) $\frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4}$

g) $(-1.5) \times (-1.5)$

h) $-(0.5 \times 0.5)$

2.次の累乗を計算しましょう。

a) $(-6)^2$

b) -6^2

c) $(-4)^3$

d) $\left(\frac{4}{7}\right)^2$

e) $\left(-\frac{5}{2}\right)^2$

f) $(-3.1)^2$

g) -3.1^2

h) $(2 \times 3)^2$

i) $(2 \times 4)^3$

j) $(5 \times 2)^2$

1.7 累乗を含む掛け算

P

次の掛け算をしましょう。

$$(-3)^2 \times (-4)$$

S

$(-3)^2 \times (-4) = [(-3) \times (-3)] \times (-4)$　累乗の展開
$= 9 \times (-4)$
$= -36$

赤字のような展開をする必要はなく、$(-3)^2 = 9$ であることを次のように用います。

$$(-3)^2 \times (-4) = 9 \times (-4)$$
$$= -36$$

C

少なくとも1つの累乗を含む掛け算は次のように行います。

1. 累乗の計算をします。
2. 掛け算をします。

例：

$$(-3)^2 \times (-4) = 9 \times (-4)$$
$$= -36$$

E

次の掛け算をしましょう。

a) 2×3^2　　b) $(2 \times 3)^2$

解答

a) $2 \times 3^2 = 2 \times 9$
$= 18$

b) $(2 \times 3)^2 = (2 \times 3) \times (2 \times 3)$
$= 6 \times 6$
$= 36$

$(2 \times 3)^2$と 2×3^2 のような場合、取り違えないよう注意する必要があります。
$(2 \times 3)^2 = 6^2 = 36$ と $2 \times 3^2 = 2 \times 9 = 18$ は非常に似て見えるかもしれないが、積は異なります。

次の掛け算をしましょう。

a) $2^3 \times 3$　　b) $4 \times (-3)^2$　　c) -2×3^3　　d) $(-1)^3 \times 2$

e) $2^2 \times 3^2$　　f) $3^3 \times (-4)^2$　　g) $(-2)^3 \times 3^3$　　h) $(-3)^3 \times (-5)^2$

1.8 正の整数、負の整数と0の割り算

P

各空欄に当てはまる数を書きましょう。

(+6) ÷ (+2) = +3 なので (+2) × (+3) = +6

(-6) ÷ (-2) = □ なので (-2) × □ = -6

(-6) ÷ (+2) = □ なので (+2) × □ = -6

(+6) ÷ (-2) = □ なので (-2) × □ = +6

S

(-6) ÷ (-2) = $\boxed{+3}$ なので (-2) × $\boxed{+3}$ = -6

(-6) ÷ (+2) = $\boxed{-3}$ なので (+2) × $\boxed{-3}$ = -6

(+6) ÷ (-2) = $\boxed{-3}$ なので (-2) × $\boxed{-3}$ = +6

C

次の表では、割られる数と割る数の符号に応じた商の符号と絶対値を示しています。

割られる数と割る数の符号	商の符号	商の絶対値
同じ	+	それぞれの数の絶対値の商
違う	−	

割り算では掛け算と同じように+符号と括弧を使います。

例：

a) $(+6) \div (+2) = +(6 \div 2)$
$= +3$
$= 3$

b) $(-6) \div (-2) = +(6 \div 2)$
$= +3$
$= 3$

c) $(-6) \div (+2) = -(6 \div 2)$
$= -3$

d) $(+6) \div (-2) = -(6 \div 2)$
$= -3$

E

次のわり算を解きましょう。0 ÷ (−2)

解答
空欄□ に0 ÷ (-2) の商が当てはまる場合、□ × (-2) = 0 なので、
□ = 0 になり 0 ÷ (-2) = 0 となります。

空欄□に5 ÷ 0の商が当てはまる場合、□ × 0 = 5となるが、0や5に掛けられる数は存在しません。

0 を0 以外のある数で割ると商は0になります。ある数を0で割ることは、計算自体が定義されず不可能です。

次の割り算をしましょう。

a) $6 \div (-3)$　b) $10 \div (-2)$　c) $18 \div 2$　d) $12 \div (-4)$　e) $-24 \div 3$

f) $-20 \div (-4)$　g) $-60 \div (-5)$　h) $0 \div 10$　i) $0 \div (-7)$　j) $-1 \div 2$

1.9 負の分数

P

ある割り算を分数 $5 \div 7 = \frac{5}{7}$ で表させるとき $-(5 \div 7) = -\frac{5}{7}$ となります 。

$\frac{-5}{7} = \frac{5}{-7} = -\frac{5}{7}$ がなぜ正しいかを説明しましょう。

S

以下であるとき

$$-\frac{5}{7} = -(5 \div 7) \qquad \frac{-5}{7} = -5 \div 7 \qquad \frac{5}{-7} = 5 \div (-7)$$

次のようになります

$$\frac{-5}{7} = -5 \div 7 = -(5 \div 7) = -\frac{5}{7}.$$

同様に

$$\frac{5}{-7} = 5 \div (-7) = -(5 \div 7) = -\frac{5}{7}.$$

よって

$$-5 \div 7 = 5 \div (-7) = -(5 \div 7) \text{ o } \frac{-5}{7} = \frac{5}{-7} = -\frac{5}{7}.$$

C

分子か分母に符号（-）のある分数は、分数の前に符号（-）をつけることができます。
つまり

$$\frac{-a}{b} = \frac{a}{-b} = -\frac{a}{b}$$

負の分数である場合、a と b が正の数となった $-\frac{a}{b}$ の形で表されます。

1.次の割り算を負の分数で表しましょう。

a) $-5 \div 11$　　b) $3 \div (-7)$　　c) $-(11 \div 13)$

以下である
$\frac{-a}{-b} = \frac{a}{b}$
なので
$-a \div (-b) = +(a \div b)$
$= a \div b$

2.次の分数を$-\frac{a}{b}$の形で表しましょう。

a) $\frac{-2}{11}$　　b) $\frac{7}{-13}$

3.次の式の空欄 □ を埋めましょう。

a) $-\frac{2}{5} = \square \div 5 = 2 \div \square = -(2 \div 5)$　　b) $-\frac{3}{7} = \square \div 7 = 3 \div \square = -(3 \div 7)$

c) $-\frac{7}{9} = \square \div 9 = 7 \div \square = -(7 \div 9)$　　d) $-\frac{5}{11} = \square \div 11 = 5 \div \square = -(5 \div 11)$

1.10 逆数

P

次の掛け算をしましょう。

a) $3 \times \frac{1}{3}$

b) $-\frac{5}{3} \times \left(-\frac{3}{5}\right)$

3は$\frac{3}{1}$として解釈できます。

1. 上の式の積はいくつでしたか？

2. それぞれの掛け算での掛ける数にはどのような特徴がありますか？

S

a) $3 \times \frac{1}{3} = \cancel{3}^{1} \times \frac{1}{\cancel{3}_{1}} = 1$

b) $-\frac{5}{3} \times \left(-\frac{3}{5}\right) = -\frac{\cancel{5}^{1}}{\cancel{3}_{1}} \times \left(-\frac{\cancel{3}^{1}}{\cancel{5}_{1}}\right) = 1$

1. どちらの式も積は1です。
2. 掛ける数は掛けられる数の分子と分母の位置が入れ替わった分数です。

C

ある数に対して掛けると1になる数のことを**逆数**と言います。a が 0 以外であるとき、$a \times \frac{1}{a} = 1$であるため、その逆数は$\frac{1}{a}$ です。

同様に $\frac{1}{a}$ の逆数は a です。一般的に $\frac{a}{b}$ の逆数は $\frac{b}{a}$です。

E

次の数の逆数を求めましょう。

a) $\frac{3}{4}$　b) $-\frac{4}{5}$　c) -1　d) $-\frac{1}{3}$　e) 0　f) 0.4

解答

a) $\frac{3}{4}$ の逆数は $\frac{4}{3}$ です。
b) $-\frac{4}{5}$の逆数は$-\frac{5}{4}$です。
c) -1 の逆数は-1 です。
d) $-\frac{1}{3}$ の逆数は-3 です。
e) 0 ×□= 1 になる□は存在しないため、0 に逆数はありません。
f) $0.4 = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$ の逆数は $\frac{5}{2}$です。

次の数の逆数を求めましょう。

a) 2　b) -5　c) $\frac{1}{3}$　d) $\frac{1}{5}$　e) $-\frac{1}{8}$

f) $\frac{3}{5}$　g) $-\frac{7}{11}$　h) 0.25　i) -0.2　j) -0.6

ユニット3

1.11 掛け算を使った割り算

P

次の計算をし答えを比較しましょう。

a) $12 \div (-3)$　　b) $12 \times \left(-\frac{1}{3}\right)$

S

a) $12 \div (-3) = -(12 \div 3)$
$= -4$

b) $12 \times \left(-\frac{1}{3}\right) = -\left(\overset{4}{\cancel{12}} \times \frac{1}{\underset{1}{\cancel{3}}}\right)$
$= -4$

C

ある数を別の数で割ることは、ある数を割る数の逆数で掛けることに等しいです。そのため割り算をすることは、割られる数を割る数の逆数で掛け算することに置き換えられます。

例：

a) $12 \div (-3) = -(12 \div 3)$
$= -4$

b) $12 \times \left(-\frac{1}{3}\right) = -\left(\overset{4}{\cancel{12}} \times \frac{1}{\underset{1}{\cancel{3}}}\right)$
$= -4$

E

次の割り算を掛け算に置き換えて計算しましょう。

a) $-\frac{4}{7} \div 2$　　b) $\frac{12}{15} \div \left(-\frac{3}{5}\right)$

解答

a) $-\frac{4}{7} \div 2 = -\frac{4}{7} \times \frac{1}{2}$
$= -\left(\frac{\overset{2}{\cancel{4}}}{7} \times \frac{1}{\underset{1}{\cancel{2}}}\right)$
$= -\frac{2 \times 1}{7 \times 1}$
$= -\frac{2}{7}$

b) $\frac{12}{15} \div \left(-\frac{3}{5}\right) = \frac{12}{15} \times \left(-\frac{5}{3}\right)$
$= -\left(\frac{\overset{4}{\cancel{12}}}{\underset{3}{\cancel{15}}} \times \frac{\overset{1}{\cancel{5}}}{\underset{1}{\cancel{3}}}\right)$
$= -\frac{4 \times 1}{3 \times 1}$
$= -\frac{4}{3}$

次の割り算を掛け算に置き換えて計算しましょう。

a) $-16 \div 4$　　b) $18 \div (-9)$　　c) $\frac{2}{5} \div \left(-\frac{6}{25}\right)$　　d) $\frac{13}{14} \div \left(-\frac{39}{7}\right)$

e) $-\frac{2}{3} \div (-10)$　　f) $-\frac{3}{5} \div (-6)$　　g) $-10 \div \frac{2}{5}$　　h) $15 \div \left(-\frac{3}{5}\right)$

1.12 復習問題

次の各設問を指示に従って解きましょう。

1. 次の掛け算をしましょう。

a) $(-5) \times (-2)$　b) $(-7) \times (+4)$　c) $(+6) \times (-8)$　d) $(-6) \times (+7)$

2. 次の掛け算をしましょう。

a) $(-3.5) \times (-3)$　b) $\left(+\frac{1}{2}\right) \times \left(-\frac{9}{13}\right)$　c) $\left(-\frac{10}{3}\right) \times \left(-\frac{9}{5}\right)$　d) $\left(-\frac{9}{2}\right) \times \left(-\frac{4}{3}\right)$

3. 次の掛け算をしましょう。

a) 8×1　b) -1.1×1　c) $1 \times \frac{7}{13}$　d) $1 \times (-11)$

e) -1×9　f) $-1 \times (-17)$　g) $\frac{7}{9} \times (-1)$　h) $-\frac{11}{12} \times (-1)$

i) 21×0　j) -3.6×0　k) $\frac{8}{15} \times 0$　l) $0 \times \left(-\frac{2}{29}\right)$

4. 交換法則と結合法則を用い次の掛け算を簡単なものにしましょう。

a) $0.5 \times (-0.16) \times 2$　b) $-36 \times 25 \times \left(-\frac{1}{12}\right)$　c) $-55 \times \left(-\frac{7}{3}\right) \times \left(-\frac{1}{5}\right)$

5. 因数に応じた積の符号をつけて次の掛け算をしましょう。

a) $-3 \times (-4) \times (-5) \times (-2)$　b) $-6 \times 5 \times (-3) \times 10 \times (-1)$　c) $\frac{7}{3} \times (-6) \times \left(-\frac{5}{7}\right)$

6. 次の累乗を計算しましょう。

a) $(-5)^2$　b) -5^2　c) $(-2)^3$

d) $\left(\frac{2}{3}\right)^2$　e) $\left(-\frac{3}{5}\right)^3$　f) $(1.2)^2$

g) -0.6^2　h) 10×2^2　i) $(5 \times 2)^3$

7. 次の掛け算をしましょう。

a) $2^2 \times (-3)^2$　b) $(-5)^3 \times 2^2$　c) $(-10)^3 \times (-5)^2$

8. 次の割り算をしましょう。

a) $-36 \div 12$　b) $-60 \div (-15)$　c) $0 \div (-25)$

9. 次の割り算を負の分数で表しましょう。

a) $(-7) \div 9$　b) $5 \div (-11)$　c) $-(15 \div 17)$

10. 次の数の逆数を求めましょう。

a) -6　b) $\frac{1}{19}$　c) 0.6

11. 次の割り算をしましょう。

a) $-12 \div \frac{3}{5}$　b) $\frac{1}{7} \div \left(-\frac{5}{21}\right)$　c) $-\frac{6}{5} \div (-18)$

2.1 掛け算と割り算の計算

P

次の掛け算と割り算の混合計算をしなさい。

$$6 \div \left(-\frac{15}{7}\right) \times (-5)$$

S

$$\begin{aligned} 6 \div \left(-\frac{15}{7}\right) \times (-5) &= 6 \times \left(-\frac{7}{15}\right) \times (-5) \\ &= (\overset{2}{\cancel{6}} \times \frac{7}{\underset{\underset{1}{\cancel{5}}}{\cancel{15}}} \times \overset{1}{\cancel{5}}) \\ &= 2 \times 7 \times 1 \\ &= 14 \end{aligned}$$

C

掛け算と割り算の混合計算をするためには約数を逆数にしながら、掛け算だけの式に直して計算しなければなりません。そして計算をしやすくするために、掛け算の計算をする前に分数の数値を簡略化することが勧められています。基本的に計算は左から右へとおこないます。

例

$$\begin{aligned} 6 \div \left(-\frac{15}{7}\right) \times (-5) &= 6 \times \left(-\frac{7}{15}\right) \times (-5) \\ &= (\overset{2}{\cancel{6}} \times \frac{7}{\underset{\underset{1}{\cancel{5}}}{\cancel{15}}} \times \overset{1}{\cancel{5}}) \\ &= 2 \times 7 \times 1 \\ &= 14 \end{aligned}$$

E

次の式を解きましょう。

解答

$$\begin{aligned} (-3)^2 \times (-10) \div (-24) &= 9 \times (-10) \times \left(-\frac{1}{24}\right) \\ &= +(\overset{3}{\cancel{9}} \times \overset{5}{\cancel{10}} \times \frac{1}{\underset{\underset{4}{\cancel{12}}}{\cancel{24}}}) \\ &= 3 \times 5 \times \frac{1}{4} \\ &= \frac{15}{4} \end{aligned}$$

次の掛け算と割り算の混合計算をしなさい。

a) $-10 \div 6 \times (-21)$

b) $-\frac{15}{4} \times \frac{7}{10} \div \left(-\frac{3}{2}\right)$

c) $(-3)^2 \times (-2) \div 6$

d) $(-2)^3 \times (-15) \div (-18)$

e) $-2^2 \times (-9) \div 6$

f) $-\frac{7}{3} \times \frac{5}{21} \div \frac{7}{9}$

2.2 混合計算

P

次の混合計算を解きなさい。

a) $10 + 5 \times (-3)$

b) $40 \div (-10 + 5)$

S

a) $10 + 5 \times (-3) = 10 + (-15)$
$= 10 - 15$
$= -5$

b) $40 \div (-10 + 5) = 40 \div (-5)$
$= -8$

C

正と負の数がある足し算、引き算、掛け算、割り算、あるいはかっこ内に式があるものを含む混合計算をするときには、正の数の計算方法と同様に行います。計算する順番は次のとおりです。

1. （ある場合）かっこの中の計算をします。
2. 掛け算と割り算
3. 足し算と引き算

例

a) $10 + 5 \times (-3) = 10 + (-15)$
$= 10 - 15$
$= -5$

b) $40 \div (-10 + 5) = 40 \div (-5)$
$= -8$

次の混合計算を解きなさい。

a) $5 + 2 \times 3$

b) $-12 - 18 \div 3$

c) $4 \times (-5) - 7$

d) $-20 \div (-4) - 8$

e) $5 \times (-2) + 4 \times 3$

f) $-9 \div 3 + 8 \div 4$

g) $-12 \div 2 + 2 \times 3$

h) $5 \times (-12) - 16 \div 8$

i) $-8 \times (-5 + 17)$

j) $-24 \div (-6 - 2)$

k) $(-3 + 8) \div (-5)$

l) $(2 - 13) \div 22$

2.3 累乗を含む混合計算

P

次の計算をしましょう。

$$32 \div (-2)^2 - 6$$

S

$$\begin{aligned} 32 \div (-2)^2 - 6 &= 32 \div 4 - 6 \\ &= 8 - 6 \\ &= 2 \end{aligned}$$

C

計算式に累乗、かっこつき計算、掛け算あるいは割り算、そして足し算あるいは引き算が含まれるときは次の順番で行います。

1. （ある場合）かっこの中の計算
2. 累乗
3. 掛け算と割り算
4. 足し算と引き算

E

次の計算をしましょう。

$-4 \times (-7 + 4)^2 + 4^2$

解答

$$\begin{aligned} -4 \times (-7 + 4)^2 + 4^2 &= -4 \times (-3)^2 + 4^2 \\ &= -4 \times 9 + 16 \\ &= -36 + 16 \\ &= -20 \end{aligned}$$

次の計算をしましょう。

a) $5 - 4 \times (-3)^2$　b) $-4 - 5 \times (-2)^3$　c) $27 - 3^2 \times 4$　d) $-8 \times (1 - 3)^3 + 4^2$

e) $2 - 7 \times (-2^2)$　f) $(-2)^3 + 3^2 \div (-3)$　g) $-4^2 + (-2)^3 \div (-9 + 5)$　h) $(-5)^2 + 20^2 \div (7 - 17)$

2.4 掛け算の分配法則

P

演算1と演算2のそれぞれの結果を比べなさい。

	演算 1	**演算 2**
a)	$(-6-4)\times 3$;	$-6\times 3+(-4)\times 3$
b)	$-4\times(-15+10)$;	$-4\times(-15)+(-4)\times 10$

S

演算 1

a) $(-6-4)\times 3 = (-10)\times 3$
$= -30$

演算 2

$-6\times 3+(-4)\times 3 = -18+(-12)$
$= -18-12$
$= -30$

両方の結果は同じです。よって $(-6-4)\times 3 = -6\times 3+(-4)\times 3$です。

演算 1

b) $-4\times(-15+10) = (-4)\times(-5)$
$= 20$

演算 2

$-4\times(-15)+(-4)\times 10 = 60+(-40)$
$= 60-40$
$= 20$

両方の結果は同じです。よって $-4\times(-15+10) = -4\times(-15)+(-4)\times 10$です。

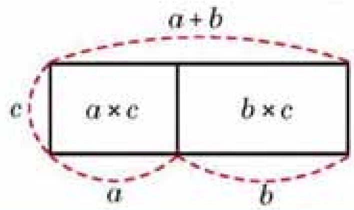
C

a、b、cはいかなる数字でも成り立ちます。

$$(a+b)\times c = a\times c+b\times c$$
$$c\times(a+b) = c\times a+c\times b$$

前述のことがらは**分配法則**と知られています。

分配法則は図のように面積によって表すことができます。



掛け算 $(a+b)\times c$の式に 分配法則を用いると、かっこは消えて、$a\times c+b\times c$の式になります。分配法則でかっこを除くことを**かっこをはずす**ともいいます。

E

分配法則を活用して次の計算をしましょう。

a) $\left(\frac{7}{9}-\frac{5}{6}\right)\times 18$　　b) $47\times(-9)+13\times(-9)$

解答

a) $\left(\frac{7}{9}-\frac{5}{6}\right)\times 18 = \left[\frac{7}{9}+\left(-\frac{5}{6}\right)\right]\times 18$
$= \frac{7}{9}\times 18+\left(-\frac{5}{6}\right)\times 18$
$= 14+(-15)$
$= 14-15$
$= -1$

b) $47\times(-9)+13\times(-9) = (47+13)\times(-9)$
$= 60\times(-9)$
$= -540$

分配法則を活用して次の計算をしなさい。

a) $5\times(-7-3)$　　b) $(-23+3)\times(-2)$　　c) $60\times\left(\frac{5}{12}-\frac{13}{30}\right)$

d) $12\times 13+88\times 13$　　e) $-21\times 2-4\times 2$　　f) $99\times(-15)$

f)では99 = 100-1であることに注意してください。

2.5 数の集合

もしaとbがいかなる2つの自然数を表すとしたら、次のどの演算の結果が、常に自然数になりますか。

a) $a+b$　　b) $a-b$　　c) $a\times b$　　d) $a\div b$

2つの自然数を足し算あるいは掛け算すると、結果は必ず自然数になります。反対に2つの自然数を引き算あるいは割り算すると、かならずしも結果が自然数になるとは限りません。例$2-7$と$3\div 7$の演算の結果は自然数ではありません。

要素、数、あるいはものの集合体を**集合**と呼びますが、たとえば、自然数の集合体を**自然数の集合**と呼びます。一般に数の集合体を数の集合と呼びます。自然数の集合においては常に引き算と割り算ができるわけではなく、なぜならそれらの結果が常に自然数にならないからです。それゆえに、自然数の集合の範囲を広げる必要があります。

問題を解きましょう。

a) いつでも引き算で計算できるために、自然数にどの数の集合を加えなければなりませんか。

b) いつでも割り算で計算できるようにするためには、問題a) で加えた数の集合で十分ですか。

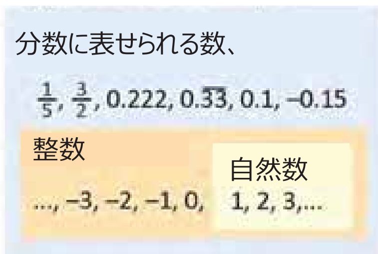
解答

a) 最も広がりのある集合にするため、また、いつでも引き算でできるために、0と負の数の集合を加えなければなりません。この新しい集合体を**整数**と呼びます。この時点から先に整数の集合と言った場合「..., −3, −2, −1, 0, 1, 2, 3, ...」の数の集合となります。

b) 十分ではありません。**分数のように表される数字**を加えなければなりません。

整数のうち、例えると5の場合ですが、分数でも書き表せられます、$\frac{5}{1}$、ということから整数の集合は、分数のように表される数の集合の一部に含まれていることになります。

小数も同じく、分数として表されると考えます。例$0.8=\frac{8}{10}$.



1.どの演算が、異なる数の集合での計算が可能ですか。それぞれの数の集合で常に計算が可能なものにX印をつけなさい。0においては割り算に考慮されません。

	足し算	引き算	掛け算	割り算
自然数				
整数				
分数で表せる数				

2.それぞれの演算で計算できる数の集合名を書きなさい。

a) $8+2$　　b) -5×4　　c) $9-10$　　d) $5\div 6$

2.6 復習問題

次の各設問を指示に従って解きましょう。

1. 次の掛け算と割り算の混合計算をしなさい。

a) $-\frac{21}{2} \times \frac{6}{7} \div \left(-\frac{3}{4}\right)$　　b) $-1 \times (-6)^2 \div 8$　　c) $-3^2 \times (-6) \div 2$

2. 次の掛け算、割り算、足し算あるいは引き算の混合計算をしなさい。

a) $7 + 5 \times 2$　　b) $-2 + (-32) \div 4$　　c) $3 \times (-4) - 3$

d) $6 \times (-4) + 7 \times 3$　　e) $-12 \div 6 + 35 \div 7$　　f) $13 \times (-2) - 30 \div 5$

3. かっこのある掛け算と割り算の混合計算をしなさい。

a) $(19 - 10) \times (-3)$　　b) $-4 \times (8 - 5)$　　c) $-5 \div (-5 - 20)$

4. 次の累乗を含んだ掛け算、割り算、足し算あるいは引き算の混合計算をしなさい。

a) $2 - 3 \times (-5)^2$　　b) $-3 - 7 \times (-3^2)$　　c) $-2 \times (2 - 7)^3 + 3^2$

5. 分配法則を用いて次の掛け算をしなさい。

a) $(-25 - 11) \times 4$　　b) $42 \times \left(\frac{3}{14} - \frac{5}{6}\right)$　　c) $17 \times 14 + 83 \times 14$

6. 次にあげる式で成り立つ数の集合の名称を書きなさい。

a) $10 + 3$　　b) -6×3　　c) $12 - 15$

3.1 最小公倍数と最大公約数

P

1. 次の数のそれぞれの倍数を最初から12個書きましょう。
   2:
   5:

答えましょう。

a) 2と5の倍数のなかで共通する数はどれですか。

b) aの解答の数字の中でいちばん小さい倍数はいくつですか。

2. 次にあげる数のそれぞれの約数を書きなさい。
   18:
   24:

答えましょう。

a) 18と24の公約数はいくつですか。

b) aの解答の中でいちばん大きい数はいくつですか。

S

1. 2: 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22および 24
   5: 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, および 60

   a) 10 y 20　　b) 10

2. 18: 1, 2, 3, 6, 9および 18
   24: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12および 24

   a) 1, 2, 3 y 6　　b) 6

C

ふたつ以上の数字の公倍数の中で、一番小さい数を**最小公倍数**といいます。その省略形は**LCM**です**。**

計算するための工程は次の通りです。

1. それぞれの数字の倍数を書きます。
2. 共通する倍数を見つけます。
3. 共通する倍数の中からいちばん小さい数を見つけます。

ふたつ以上の数で共通する約数のいちばん大きい数を**最大公約数**といいます。省略形は **GCD**です。

計算するための工程は次の通りです。

1. それぞれの数のすべての約数を書きます。
2. 共通する約数を見つけます。
3. その公約数の中からいちばん大きな約数を見つけます。

1. 次の数字の最小公倍数を求めましょう。

   a) 6 および 9　　b) 5 および 10　　c) 3および 5　　d) 3, 6および 9

2. つぎの数の最大公約数を求めましょう。

   a) 6 および 9　　b) 12および 8　　c) 18および 3　　d) 14, 21および 28

3.2 ひとつの数の倍数と約数の間の関係性

P

次の各設問を指示に従って解きましょう。

1.問題をノートに写して、空欄の下線の部分に24と36の約数と倍数で埋めなさい。

24の約数 / 24の倍数

1, 2, 3, ___, ___, ___, ___, ___ **:24:** 24, 48, ___, ___, ___, ___, ___, ___, ___, ...

36の約数 / 36の倍数

1, 2, 3, ___, ___, ___, ___, ___, ___ **:36:** 36, 72, ___, ___, ___, ___, ___, ...

2. 前の設問で求めた数について、次の質問に答えなさい。
   a) 24は4の倍数ですか。4は24の約数ですか。
   b) 24は1の倍数ですか。1は24の約数ですか。
   c) 24は24の倍数ですか。24は24の約数ですか。

3. 24と36のLCMとGCDを計算しなさい。

4. LCMはGCDの倍数ですか。

S

1. 24の約数 / 24の倍数

1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24 **: 24 :** 24, 48, 72, 96, 120, 144, 168, 192, 216, ...

36の約数 / 36の倍数

1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36 **: 36 :** 36, 72, 108, 144, 180, 216, 252, ...

2. a) 24は4の倍数で、4は24の約数です。
   b) 24は1の倍数で、1は24の約数です。
   c) 24は24の倍数で、24は24の約数です。

3. LCM= 72、GCD = 12。

4. LCMがGCDの倍数といえるのは、LCM＝GCD×6であり、72＝12×6ですから、LCMはGCDの倍数です。

C

ひとつの数の倍数と約数、ふたつ以上の数のLCMとGCDに関して、それらが成り立つには、
- ひとつの数が別の数の倍数であるなら、それは前者の数の約数です。
- あらゆる数は1の倍数であり、1はあらゆる数の約数です。
- ひとつの数は、その数自体の倍数であり、約数です。
- LCMはGCDの倍数です。

ノートに写して、解答しましょう。

1. 4 は20の約数です。ですから20 は4の _______ です。
2. 8は2の倍数です。ですから2は8の______です。
3. いかなる数は____の倍数です。
4. _____ はいかなる数の約数です。
5. 6は6の倍数ですか。理由を説明しなさい。
6. 6は6の約数ですか。理由を説明しなさい。
7. 前日の授業で行った練習2の数のLCM、そのGCDの倍数を書きなさい。

3.3 素数と合成数

P

表をノートに写して、与えられた数のすべての約数を書きなさい。そして約数の個数に従い数を分類しなさい。

数	約数	数	約数
1		11	
2		12	
3		13	
4		14	
5		15	
6		16	
7		17	
8		18	
9		19	
10		20	

a) 約数がふたつだけの数はどれですか。
b) 三つ以上の約数がある数はどれですか。

S

数	約数	数	約数
1	1	11	1, 11
2	1, 2	12	1, 2, 3, 4, 6, 12
3	1, 3	13	1, 13
4	1, 2, 4	14	1, 2, 7, 14
5	1, 5	15	1, 3, 5, 15
6	1, 2, 3, 6	16	1, 2, 4, 8, 16
7	1, 7	17	1, 17
8	1, 2, 4, 8	18	1, 2, 3, 6, 9, 18
9	1, 3, 9	19	1, 19
10	1, 2, 5, 10	20	1, 2, 4, 5, 10, 20

a) 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17 y 19.
b) 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18 y 20.

C

約数がふたつだけの数（1とその数そのもの）を**素数**といいます。例は**a**となる数です。

三つ以上の約数を持つ数を**合成数**といいます。例は**b**となる数です。

1はただひとつ1が約数となります。1は素数でも合成数でもありません。

E

エラトステネスは「エラトステネスの篩」として知られる素数を発見できる方法を考案しました。この方法で最初の値から最後の値まですべての素数を見つけることができます。最初の値から最後の値までの素数の倍数を除いていくことに基づきます。一旦工程が終わった時点で、外されることなく、残った数が素数です。工程は、二乗にしたときに最後の数値と同等または大きい最初の数値を見つけた時に終わります。

a)「エラトステネスの篩」を用いて、100までの数の中からすべての素数を、1から100までの表を使って出しなさい。

b) これらの数 11、23、29、42、54、75、88、91 を素数と合成数に分類しなさい。

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

解答

a)

~~1~~	2	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	~~9~~	~~10~~
11	~~12~~	13	~~14~~	~~15~~	~~16~~	17	~~18~~	19	~~20~~
~~21~~	~~22~~	23	~~24~~	~~25~~	~~26~~	~~27~~	~~28~~	29	~~30~~
31	~~32~~	~~33~~	~~34~~	~~35~~	~~36~~	37	~~38~~	~~39~~	~~40~~
41	~~42~~	43	~~44~~	~~45~~	~~46~~	47	~~48~~	~~49~~	~~50~~
~~51~~	~~52~~	53	~~54~~	~~55~~	~~56~~	~~57~~	~~58~~	59	~~60~~
61	~~62~~	~~63~~	~~64~~	~~65~~	~~66~~	67	~~68~~	~~69~~	~~70~~
71	~~72~~	73	~~74~~	~~75~~	~~76~~	~~77~~	~~78~~	79	~~80~~
~~81~~	~~82~~	83	~~84~~	~~85~~	~~86~~	~~87~~	~~88~~	89	~~90~~
~~91~~	~~92~~	~~93~~	~~94~~	~~95~~	~~96~~	97	~~98~~	~~99~~	~~100~~

1. 1は素数ではありません。消します。
2. 2は素数です。
3. 2の倍数をすべて消します。
4. 次に消さない数字は素数である3です。
5. 3の倍数である数を全部消します。
6. 次の消さない数は素数である5です。
7. 5の倍数である数をすべて消します。
8. 次に消さない数は素数である7です。
9. 7の倍数である数をすべて消します。
10. 消されないで残った数が1から100までのすべて素数です。工程はここで終わりになるのは、次の素数は11ですが、 10 および $10^2 = 100$で範囲を超えるからです。

b) 素数11、23、29。
合成数42、54、75、88 、91。

次の数を素数と合成数とに区別しなさい。
5、9、21、 23、26、 27、 30、 31、 33、 35、 36、 41、 47、 49、 53。

3.4 素因数分解

P

24という数を素数の積として表します。必要であれば素数を繰り返すことができます。

積とは掛け算の結果です。

S

掛け算の素数を出すために、次のような方法で行うことができます。

$$\begin{array}{r|l} 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

表示 $24 \div 2 = 12$ このように継続していきます。

$$\begin{array}{l} 12 \div 2 = 6 \\ 6 \div 2 = 3 \\ 3 \div 3 = 1 \end{array}$$

ですから、$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$となり、同値の形で$24 = 2^3 \times 3$と表すことができます。

積の数を**因数**といいます。

C

いかなる合成数も素数の積として示すことができます。この工程を**素因数分解**といいます。

E

四角い枠に36の素因数で分解した数を入れ、それから素因数の積としての数を書きなさい。

$$\begin{array}{r|l} 36 & \square \\ 18 & \square \\ 9 & \square \\ \square & \square \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 24 & \square \\ 12 & \square \\ 6 & \square \\ \square & \square \\ 1 & \end{array}$$

解答

$$\begin{array}{r|l} 36 & \boxed{2} \\ 18 & \boxed{2} \\ 9 & \boxed{3} \\ \boxed{3} & \boxed{3} \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 24 & \boxed{2} \\ 12 & \boxed{2} \\ 6 & \boxed{2} \\ \boxed{3} & \boxed{3} \\ 1 & \end{array}$$

$36 = 2^2 \times 3^2$ $\qquad$ $24 = 2^3 \times 3$

次の数を素因数分解しなさい。

a) 12 $\quad$ b) 16 $\quad$ c) 20 $\quad$ d) 30 $\quad$ e) 35

f) 56 $\quad$ g) 50 $\quad$ h) 54 $\quad$ i) 64 $\quad$ j) 100

3.5 素因数分解による最大公約数

P

8と12のMCDの計算は次のようにします。

数	約数
8:	1, 2, 4, 8
12:	1, 2, 3, 4, 6, 12

よって、8と12のMCDは4です。

8と12の素因数分解の工程

$$\begin{array}{r|l} 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$8 = 2 \times 2 \times 2 \quad = 2^3$$
$$12 = 2 \times 2 \quad \times 3 = 2^2 \times 3$$

8と12の数字の分解してから、この二つの数のMCDをどのように出しますか。

S

$$8 = \boxed{2} \times \boxed{2} \times 2 \quad = 2^3$$
$$12 = \boxed{2} \times \boxed{2} \quad \times 3 = 2^2 \times 3$$

8と12のMCDは両方の分解した最小指数と両方の共通素数をかけ合わせて計算出来ます。つまり、$2 \times 2 = 2^2 = 4$です。

C

二つの数のMCDを明らかにするには次のように行います。

1. 二つの数を素因数分解する。
2. できる場合には、それぞれの分解において素数の累乗の積としての数を表す。
3. 両方の分解において共通する累乗で最小の指数同士を掛け合わせます。

E

素因数分解で12と18のMCDを求めなさい。

解答

$$\begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$12 = \boxed{2} \times 2 \times \boxed{3} \quad = 2^2 \times 3$$
$$18 = \boxed{2} \quad \times \boxed{3} \times 3 = 2 \times 3^2$$

$MCD = 2 \times 3 = 6$

素因数分解でMCDを求めなさい。

a) 12 y 15　b) 9 および 27　c) 8 および 20　d) 12 および 16　e) 15および 25

f) 6 y 14　g) 7 および 14　h) 6 yおよび 8　i) 5 および 15　j) 9および 12

3.6 素因数分解による最小公倍数

P

8と12のMCMを次のように計算しなさい。

数	倍数
8:	8, 16, 24, 32, 40, ...
12:	12, 24, 36, 48, ...

したがって、8と12のMCMは24です。

今度は8と12の素因数分解の工程をよく見なさい。そして分解の後にどのようにMCMを求めているかを書きなさい。

$$\begin{array}{r|l} 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

ですから素因数分解は

$$8 = 2 \times 2 \times 2 \quad = 2^3$$
$$12 = 2 \times 2 \quad \times 3 = 2^2 \times 3$$

S

$$8 = \boxed{2 \times 2 \times 2} \quad = 2^3$$
$$12 = 2 \times 2 \quad \times \boxed{3} = 2^2 \times 3$$

8と12のMCMはそれぞれの分解の異なる素因数を掛け合わせて求めることができます。共通素数がある場合には最大の指数同士を掛け合わせます。つまり、$2 \times 2 \times 2 \times 3 = 2^3 \times 3 = 24$です。

C

二つの数のMCMを求めるためには
1. 二つの数を素因数分解します。
2. できる場合には、それぞれの分解において素数の累乗の積としての数を表します。
3. 分解したもので共通しない素因数を掛け合わせます。共通素数がある場合には指数が大きい方の累乗を選びます（もし共通する指数で同じものがある場合はひとつだけとります）。

E

20と24のMCMを素因数分解で求めなさい。

解答

$$\begin{array}{r|l} 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$20 = 2 \times 2 \quad \times \boxed{5} = 2^2 \times 5$$
$$24 = \boxed{2 \times 2 \times 2} \times \boxed{3} \quad = 2^3 \times 3$$
$$\text{MCM} = 2^3 \times 3 \times 5$$
$$= 120$$

素因数分解でMCMを計算しなさい。

a) 12 および 18　b) 9 および 27　c) 8 および 20　d) 12 および 16　e) 15 および 20

f) 6 および 21　g) 7 および 14　h) 6 および 8　i) 5 および 15　j) 9 および 12

3.7 MCMとMCDの応用

P

126人の子どもと12人の教師がいます。もしも均等により多くのグループを構成するとすれば（子どもと教師）いくつのグループができますか。ひとつのグループに子どもが何人いますか。

S

各グループは同じ数の子供がいなければなりませんのでグループの数は、子供の数の約数になります、つまり126の約数です。同じように、グループの数は教諭の数の約数にならなければなりません、つまり12の約数です。したがって、グループの数は126と12の共通な約数になりますが、より多くの数のグループを構成したいということで、この約数は126と12の最大公約数でなければなりません。

素因数分解は

$$126 = \boxed{2} \times \boxed{3} \times 3 \times 7 = 2 \times 3^2 \times 7$$
$$12 = \boxed{2} \times 2 \times \boxed{3} = 2^2 \times 3$$

したがって、MCD = 2 × 3 = 6です。

ですから、6グループに構成され、グループごとに126 ÷ 6 = 21人の子どもがいることになります。

C

MCDとMCMを身の回りの問題を解決するために用いることができます。

E

アナさんは、彼女のおばあさんには15日に一度、彼女の叔父さんには18日に一度手紙を書きます。もし今日アナさんが二人に手紙を書く日だとしたら、次におばあさんとおじさんに手紙を書く日が重なるのは何日後でしょうか。

解答
もしもアナさんが彼女のおばあさんに15日ごとに手紙を書くとしたら、また書く日が来るまでの日数は15の倍数にならなければなりません。同じように彼女のおじさんには18日ごとに手紙を書きますから、次に手紙を書く日までの日数は18の倍数になります。ゆえに、各々15と18の倍数が過ぎる日数となり、最初に書くのが重なる日を求めるには、二つの数の最小公倍数でなければなりません。
というわけで因数分解は

$$15 = 3 \times \boxed{5} = 3 \times 5$$
$$18 = \boxed{2} \times \boxed{3 \times 3} = 2 \times 3^2$$

よってMCM = $2 \times 3^2 \times 5 = 90$です。

このようにして、同じ日にふたりに書く日は90日後となります。

1. 90冊のノートと72本の鉛筆があり、できるだけ多くの子供たちに均等に配りたいと思います。何人の子どもに配ることができますか。子どもたちはそれぞれに何冊のノートと何本の鉛筆を受け取りますか。
2. カルロスさんはビスケットを焼いて、それらを売るために包みます。90枚のバニラ味と60枚のチョコレート味のビスケットを焼きましたが、すべてのパックはぴったり同じでなければなりません。最高何パックできますか。いかなるパックにもそれぞれの味のビスケットが何枚ずつ入っていなければなりませんか。
3. ホセさんはサッカーを6日ごとに、カルロスさんは21日ごとにします。もし今日二人がサッカーをしたら、次回に居合わせるのは何日後ですか。
4. フリアさんのお誕生会のためにコップと皿を買いたいと思っています。コップは6個ずつのパックで、皿は8枚一組で売られています。買うコップと皿の数は同じで、できるだけ少ない数を考慮します。コップと皿の数はいくつになるでしょうか。

8. 復習問題

1. つぎのことがらについて答えなさい。
   a) 2、3、4　　b) 3、5 、15

   1. それぞれの数の最初から10個の倍数を書きなさい。
   2. 公倍数を書きなさい。
   3. MCMを求めなさい。

2. 次のことがらについて答えなさい。
   a) 18、24 、36　　b) 16、24 、32

   1. それぞれの数のすべての約数を書きなさい。
   2. 公約数を書きなさい。
   3. MCDを求めなさい。

3. 空欄を埋めて、質問に答えなさい。6は12の約数です。ですから、12は6の______です。24は8の倍数です。ですから、8は24の______です。
   7は7の倍数ですか。理由を説明しなさい。

4. 次の数を素数と合成数とに区別しなさい。
   4、7、9、13、21、27、32、37、39、41。

5. 次の数を素因数分解しなさい。
   a) 18　　b) 40　　c) 42　　d) 60

6. 素因数分解でMCDを求めなさい。
   a) 12 、18　　b) 9 、15　　c) 16 、20　　d) 24 、36

7. 素因数分解でMCMを求めなさい。
   a) 6 、8　　b) 5 、10　　c) 6 、15　　d) 12 、15

8. 次の問題を解きなさい。
   a) イチゴ味のお菓子が20個とパイン味のお菓子が24個あります。各々の味のお菓子が均等にそれぞれの袋に同じ数で入るように分けます。そのようにするには最高いくつの袋になりますか。またそれぞれの袋には各味が何個ずつ入りますか。

   b) ひとつのテープには8センチごとに目盛が入り、もう一つのテープには12センチごとに目盛が付いています。これらの二本のテープの目盛が最初に一致するのは何センチですか。

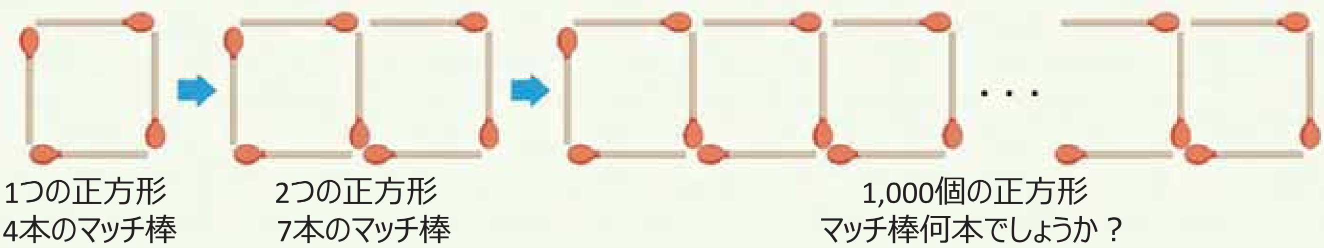
ユニット 4

符号を使った表現

初めの代数の貢献は、アーリヤバタなどのインドの数学者によりなされました。しかしながら、インドやギリシャ数学の貢献をアラブ世界へと導いたアラブ数学者はアブー・アブドゥッラー・ムハンマド・イブン・ムーサー(アル-フワーリズミー)でした。彼は、今日私たちが代数として理解していることを、自身の著書「代数、数、アルゴリズム」の中で、教義的に体系化しました。

代数は、商取引、物の配布、遺産、掛け、工学の作業などに関する状況を判断するために、現実の状況をモデル化するの便利なツールとして誕生し、今に受け継がれています。

このユニットのテーマの発展は、規則性を理解し、数学的言語からそれらを表し、日常の様々な状況をモデル化することから始まります。その後、形式言語(代数)を学んでいく必要があります。次に、こうした言語での演算や、代数式から口語(または一般的な言語)への変換を学んでいきます。深さは、変数を含む演算に焦点をあてているため、このユニットでは、一次方程式の解のために、基本的な代数の扱い方が保証されています。

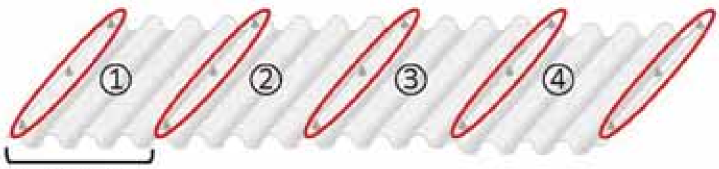


この図は、規則性を決めるための条件を表しています。そのために、
*1,000*個の正方形を作るために必要なマッチ棒の数を求めます。

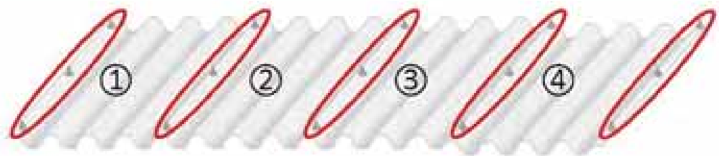
1.1 数値パターン

P

図を見て下さい。4枚のシートを置くのに、いくつのピンが必要ですか。



S



各シートの左側にあるピンをシートの数で数え、
最後のシートの右側に表示される最後の3つを足すと、3 × 4 + 3 = 15となります。

答え：15 ピン

もしくは次のようにすることもできます。

列ごとのピンを見ると、各列にはシートの数に1を加えた数と同じ数のピンがあり、3列の場合には3 × (4 + 1) = 15となります。

答え：15 ピン

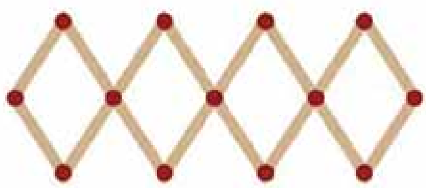
C

次の式でピンの数を求められます。
3 × (シートの数) + 3 または **3 × (シートの数 + 1)**

数値パターンを見つけると、特定の状況下で要素を数えたり、計算をするのが容易になります。

1. 冒頭の設問の状況で、次のようにピンを置きたい場合、いくつのピンが必要でしょうか。
   a) 5 シート　　b) 6 シート　　c) 7 シート

2. 帽子を掛けるためのアコーディオン型の竿があります。菱形の数に応じた棒の数を表す数式を書きなさい。



1.2 数値パターンの一般化

P

前回の授業の問題の、1、2、3、4枚のシートを置くのに必要なピンの数を求めるには次のようにします。

1 シート 3 × 1 + 3 (ピン)
2 シート 3 × 2 + 3 (ピン)
3 シート 3 × 3 + 3 (ピン)
4 シート 3 × 4 + 3 (ピン)

a) 5、6、7枚のシートを置くのに必要なピンの数を求めなさい。
b) 置くプレートの数が□の場合、ピンはいくつ必要ですか。

S

シート数	ピンの数
1	3 × 1 + 3
2	3 × 2 + 3
3	3 × 3 + 3
4	3 × 4 + 3
5	3 × 5 + 3
6	3 × 6 + 3
7	3 × 7 + 3

a) 5枚の場合 3 × 5 + 3 = 18 (ピン) 6 枚の場合 3 × 6 + 3 = 21 (ピン) 7 枚の場合 3 × 7 + 3 = 24 (ピン)
答え：18 ピン、21ピン、24ピン

b) 各シートの左側に3つのピンがあり、最後のシートの右側にも3つのピンがあります。□枚のシートがある場合、3 × □+ 3 (ピン)となります。

従って、例えば22枚のシートを置く場合には、次のようになります。
3 × 22 + 3 = 69 (ピン)。
答え：3 × □ + 3 (ピン)

C

様々な量で計算を行う場合は、□ を用いてこれらの量を求めることができます。

E

購入した白いシャツの数が□で表され、それぞれ2ドルかかる場合。
a) 購入にいくらかかりますか。
b) 20ドル札で購入した場合のお釣りはいくらですか。

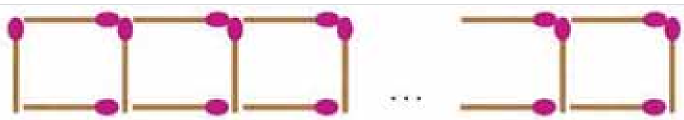
解答

シャツの枚数	金額
1	2 × 1 = $2
2	2 × 2 = $4
⋮	⋮
□	2 × □

a) 答え：2 × □ (ドル)

b) 答え：20 – 2 × □ (ドル)

1.マッチで様々な正方形が次々に形作られています。形作られる正方形の数が □で表される場合、□にはいくつのマッチが必要ですか。



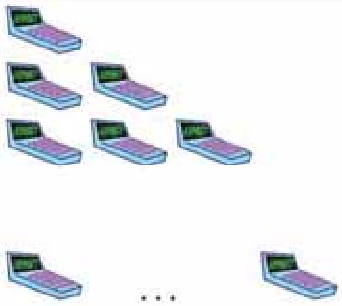
2. 1つの幾何学セットが3ドルかかる場合
a) □セットの購入にいくらかかりますか?
b) 20ドル札で購入した場合のお釣りはいくらですか。

1.3 変数代数式

P

計算機の値段は10ドルです。□個の計算機を買うのにいくらかかりますか。

S



量	費用
1	10 × 1 = 10 (ドル)
2	10 × 2 = 20 (ドル)
3	10 × 3 = 30 (ドル)
⋮	⋮
□	10 × □(ドル)

答え：10 × □(ドル)

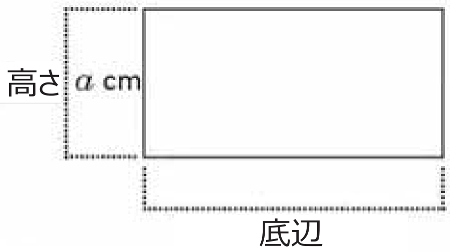
C

四角い枠は様々な数を求める用いられましたが、このタイプの数を表すには、通常、文字が用いられます。例えば10 ×□という式は10 × aと書くことができます。文字aが用いられましたが、他の文字で書くことも可能です。

10 × a という式は**代数式**と呼ばれます。様々な数を表す文字は**変数**と呼ばれます。代数式 10 × aでは文字aは変数です。
代数式は数、変数、計算を組み合わせたものです。

E

図の長方形では、底辺が高さより 2 cm長くなっています。代数式では長方形の底辺を表します。



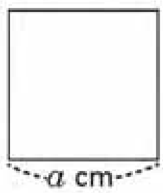
変数を表す文字は、通常のテキストや測定の単位で使用される文字とは異なる書式で書かれます。例えば：
「x」は変数を表します。
「x」は通常のテキスト
「×」は乗算の記号

解答
底辺は a + 2 cm

1. 以下の問題に対応する代数式を書きなさい。
   a) マリオの年齢をaで表すとすると、彼より5歳年上の兄の年齢は何歳ですか。
   b) bドル相当のズボンを購入した場合、20ドル札で購入した場合のお釣りはいくらですか。

2. n が整数を表す場合、その数字の2倍はどのように表されますか。

3. 次の正方形の周囲は何ですか。



1.4 多変数代数式

飲み物が入った缶の重さが x ポンドで、クーラーボックスの重さが y ポンドとします。6缶のドリンクが入ったクーラーボックスの総重量はいくらですか。

6缶の重さ：$6 \times x$ (lb)

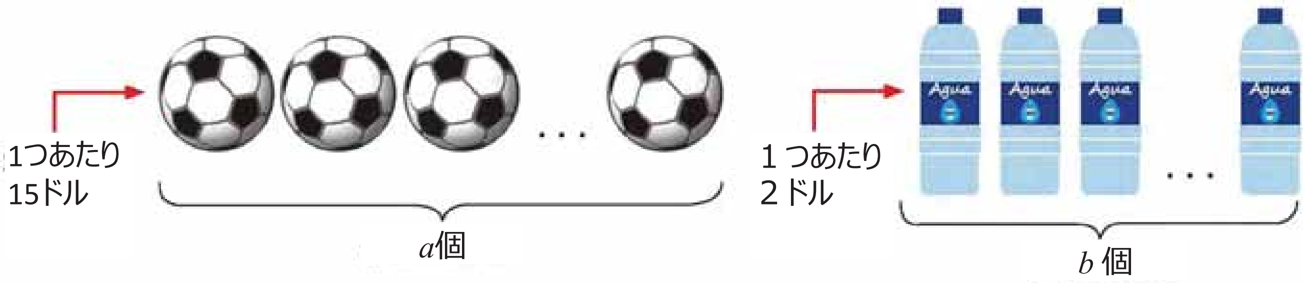
クーラーボックスの重さ： y (lb)

総重量：$6 \times x + y$ (lb)

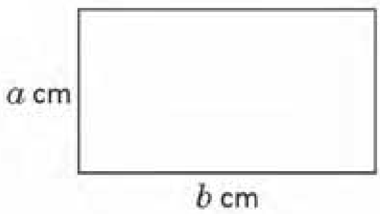
代数式は複数の変数と複数の計算を組み合わせることができます。

各数字の問題に対応する代数式を書きなさい。

1. サッカーのコーチは1個あたり15ドルするボールをa個、1つあたり2ドルする水分補給ドリンクを b個買います。買い物の合計を表す式を書きなさい。



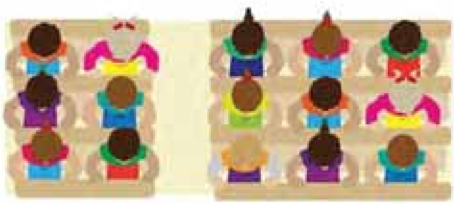
2. 次の長方形の面積はいくらですか。



3. ノートがaグラム、リュックがbグラムの場合、5冊のノートが入ったリュックの総重量はいくらですか。

4. ペンがmドル、ノートがnドルの場合、4本のペンと3冊のノートを10ドル札で買った際のおつりはいくらですか。

5. バスには2箇所の座席配置があり、1箇所めは2座席、2箇所めには3座席があります。一箇所めには a列の座席、2箇所めにはb列の座席があります。座席数に基づいてバスの収容能力を表す代数式を書きなさい。

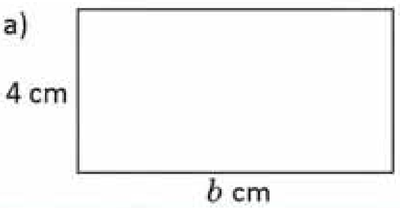


1.5 記号「×」のない代数式の表記

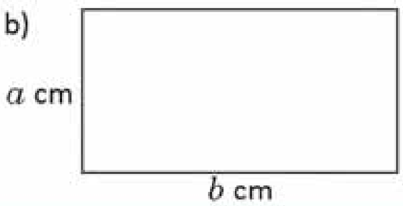
P

代数式を用いて、次の各長方形の面積と周囲を求めなさい。

a)



b)



長方形の面積は、底辺と高さの積に等しくなります。

長方形の周囲は、底辺と高さの合計の2倍です。

S

a) 面積 = $b \times 4$ cm²
周囲 = $2 \times (b + 4)$ cm

a) 面積 = $b \times a$ cm²
周囲 = $2 \times (b + a)$ cm

代数式では、因子のうちの1つが変数であるか、括弧内に代数式がある場合、因子間の記号「×」は省略されます。

- $b \times 4$ cm² = $4b$ cm²
- $2 \times (b + 4)$ cm = $2(b + 4)$ cm
- $b \times a$ cm² = ab cm²
- $2 \times (a + b)$ cm = $2(a + b)$ cm

C

1つもしくは複数の変数、または代数式を含む乗算を求める場合には、次のことを行う必要があります。
1. 乗算記号「×」は省略してください。
2. 括弧内に変数または代数式を乗算する時は、最初に数字を書いてください。
3. 積が2つ以上の変数の場合は、アルファベットに従って変数を並べてください。

乗算が2つの数である場合、乗算を求める別の方法を使わない限り、記号「×」は省略できません。

E

記号「×」なしで求め、次の代数式で変数を並べてください。

a) $b \times (-4) \times a$　　b) $b \times \frac{5}{7} \times a$

解答

a) $b \times (-4) \times a = -4 \times b \times a$
$= -4 \times a \times b$
$= -4ab$

b) $b \times \frac{5}{7} \times a = \frac{5}{7} \times b \times a$
$= \frac{5}{7} \times a \times b$
$= \frac{5}{7}ab$

式：
$\frac{5}{7}ab = \frac{5ab}{7}$
も同様に有効です。

1. 記号「×」なしで求め、次の代数式で変数を並べてください。

a) $15 \times a$	b) $a \times 10$	c) $b \times (-4)$	d) $b \times \frac{1}{2}$
e) $-\frac{3}{5} \times a$	f) $y \times \left(-\frac{4}{7}\right)$	g) $4 \times a \times b$	h) $x \times 3 \times y$
i) $a \times b \times 3$	j) $c \times b \times 2$	k) $-3 \times a \times b$	l) $x \times y \times (-2)$
m) $c \times b \times (-10)$	n) $f \times (-13) \times e$	o) $5 \times (3 + x)$	p) $(4 - y) \times 2$
q) $-2 \times (1 - x)$	r) $(a + 35) \times (-6)$	s) $(4 - m) \times (-10)$	t) $(-b + 3) \times (-4)$

2. 記号「x」を用いて、次の代数式を求めてください。

a) $2a$	b) $-4m$	c) $\frac{3}{5}xy$
d) $-3ab$	e) $\frac{2}{7}(x + y)$	f) $-3(y + 2)$

1.6 1または–1を掛けた代数式

P

記号「×」を用いて、次の代数式を求めてください。

a) $1 \times a$　　　　b) $-1 \times a$

S

a) $1 \times a = 1a$　　　　b) $-1 \times a = -1a$

C

変数または代数式に1を掛ける場合、乗算記号と1は省略されます。
例：

$$1 \times a = 1a = a \qquad 1 \times (a + 3) = 1(a + 3) = a + 3$$

1に数を掛けた積が同じ数であるため、1aの代わりにaと記入します。

(–1)による変数または代数式の積の場合、符号(–)を書き、乗算記号と1は省略されます。
例：

$$-1 \times a = -1a = -a \qquad -1 \times (a + 3) = -1\ (a + 3) = -(a + 3)$$

E

記号「 × 」を用いて、次の代数式を求めてください。

a) $a \times (-1) \times b$　　b) $y \times x \times 1$　　c) $-1 \times (3 + x)$　　d) $(m + n) \times (-1)$

解答

a) $a \times (-1) \times b = -1ab = -ab$　　b) $y \times x \times 1 = 1xy = xy$

c) $-1 \times (3 + x) = -1(3 + x) = -(3 + x)$　　d) $(m + n) \times (-1) = -1(m + n) = -(m + n)$

1. 記号「 × 」を用いて、次の代数式を求めてください。

a) $1 \times r$　　b) $x \times 1$　　c) $-1 \times y$　　d) $r \times (-1)$

e) $1 \times c \times d$　　f) $m \times 1 \times n$　　g) $m \times n \times 1$　　h) $-1 \times j \times k$

i) $r \times (-1) \times t$　　j) $x \times y \times (-1)$　　k) $f \times e \times (-1)$　　l) $n \times (-1) \times m$

m) $1 \times (p + 1)$　　n) $(x + y) \times 1$　　o) $-1 \times (s + 3)$　　p) $(a + b) \times (-1)$

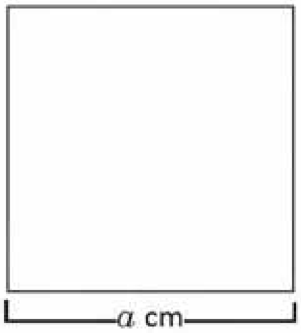
2. 記号「×」を用いて、次の代数式を求めてください。1 または–1による乗算を用います。

a) r　　b) $-m$　　c) $x + y$　　d) $-(y + 5)$

1.7 代数式の累乗

P

代数式を用いて、次の正方形のaの側の面積を求めてください。



復習しよう。正方形の面積は側に沿って乗算することに留意してください。

S

正方形の面積は $a \times a$ cm²です。

C

同じ変数、もしくは同じ代数式の積は、指数を用いて求められます。例： $a \times a$ cm²はa^2 cm²

E

次の式を省略した形で求めてください。

a) $b \times b \times b$　　　b) $-2 \times b \times b \times a$

解答

a) $b \times b \times b = b^3$

b) $-2 \times b \times b \times a = -2 \times a \times b \times b$
$= -2ab^2$

1.記号「×」を用いて、次の代数式を求めてください。

a) $x \times x$　　　b) $y \times y \times y$　　　c) $x \times x \times y$

d) $x \times x \times y \times y$　　　e) $x \times x \times x \times y \times y \times y$　　　f) $1 \times a \times a$

g) $b \times b \times 7$　　　h) $-8 \times b \times b$　　　i) $c \times (-1) \times c$

j) $m \times m \times n \times (-2)$　　　k) $-3 \times p \times m \times p \times m$　　　l) $r \times n \times (-1) \times n \times r$

2.記号「×」を用いて、累乗なしで次の代数式を求めてください。

a) $5a^2$　　　b) $-7b^3$　　　c) $2a^2b$　　　d) $-3x^2y^2$

e) $4x^3y$　　　f) $-5x^3y^2$　　　g) x^3y^3　　　h) $-x^2y^3$

1.8 除算を用いた代数式

P

x リットルのジュースがあり、3人で均等に分けたい場合一人あたり何リットルのジュースがもらえますか。

分数は示されている商のとおりです。例：

$2 \div 3 = \frac{2}{3}$

S

x リットルがあり、3つに均等に分けられるため、それぞれ以下が割り当てられます。

$x \div 3 = \frac{x}{3}$ R. $\frac{x}{3}$ l

C

変数または代数式の除法は、記号 (÷)を省略した分数の形で記述されます。被除数は分数の分子になり、序数は分母になります。

(×)や (÷)とは異なり、代数式では記号(+)や (–) は省略できません。

E

記号 (÷)を省略して、次の代数式を書いてください。

a) $(x + y) \div (-5)$ b) $n \div (-7)$

解答

a) $(x + y) \div (-5) = \frac{x + y}{-5}$

$= -\frac{x + y}{5}$

b) $n \div (-7) = \frac{n}{-7}$

$= -\frac{n}{7}$

1つの数字で除算することは、数字の逆数を乗算することと同等のため、次のように記述できます。

a) $(x + y) \div (-5) = -\frac{x + y}{5} = -\frac{1}{5}(x + y)$ b) $n \div (-7) = -\frac{n}{7} = -\frac{1}{7}n$

1.記号 (÷)を省略して、次の代数式を求めてください。

a) $x \div 2$ b) $y \div (-2)$ c) $(r - s) \div 4$ d) $(m + n) \div (-5)$

e) $r \div t$ f) $2 \div m$ g) $-3 \div p$ h) $-10 \div x$

2.記号 (÷)を用いて、次の代数式を求めてください。

a) $\frac{1}{4}a = \frac{a}{4} = a \div 4$ b) $-\frac{1}{5}b = -\frac{b}{5} = \frac{b}{-5} = b \div \square$ c) $-\frac{m}{5} = \square \div (-5)$

d) $\frac{x}{5} = \square \div \square$ e) $-\frac{y}{2}$ f) $\frac{a + b}{5}$

g) $-\frac{1}{7}(x - y)$ h) $\frac{p}{q}$ i) $\frac{3}{b}$

1.9 乗算と除算を用いた代数式

P

次の代数式を同等の形式で書いてください。

a) $2 \times a + 3 \times b$　　b) $a \div 3 + 4 \times b$　　c) $4 \div a \times b \div 5$

d) $(a + b) \div 2 + 3 \times (c + d)$　　e) $3 \times a \times a + b \div 4$　　f) $4 \times a \times a \times a - 2 \times b \times b$

S

a) $2 \times a + 3 \times b = 2a + 3b$

b) $a \div 3 + 4 \times b = \frac{a}{3} + 4b$
$\frac{1}{3}a + 4b$ と書くこともできます。

c) $4 \div a \times b \div 5 = \frac{4}{a} \times b \div 5 = \frac{4b}{a} \div 5 = \frac{4b}{5a}$

d) $(a + b) \div 2 + 3 \times (c + d) = \frac{a + b}{2} + 3(c + d)$

e) $3 \times a \times a + b \div 4 = 3a^2 + \frac{b}{4}$

f) $4 \times a \times a \times a - 2 \times b \times b = 4a^3 - 2b^2$

C

乗算および除法演算では、両方の演算が代数式で組み合わせて表示される場合、記号(×)と(÷)は省略できます。

E

記号(×)と(÷)を用いて、累乗なしで次の代数式を求めてください。

a) $\frac{a}{4} + \frac{1}{5}b$　　b) $3a^2 + 4b^3$

解答

a) $\frac{a}{4} + \frac{1}{5}b = a \div 4 + \frac{1}{5} \times b$　　b) $3a^2 + 4b^3 = 3 \times a \times a + 4 \times b \times b \times b$

式を書く他の方法は次の通りです。

$$\frac{a}{4} + \frac{1}{5}b = \frac{a}{4} + \frac{b}{5}$$
$$= a \div 4 + b \div 5$$

復習しよう。
$\frac{1}{7}x = \frac{x}{7} = x \div 7$

1. 記号(×)と(÷)を省略して、次の代数式を書いてください。

a) $3 \times x + 7 \times y$　　b) $-5 \times a + c \div d$

c) $(c - d) \div 3 - (r + f) \div 5$　　d) $\frac{1}{5} \times a - (x + y) \div 3$

e) $-3 \div (c + d) - a \times a \times a$　　f) $a \times a \times 3 - b \times b \times (-1)$

g) $a \times a \times 2 - (s + e) \div (-1)$　　h) $b \times (-3) \times b - (x - y) \div (-1)$

2. 記号(×)と(÷)を用いて、累乗なしで次の代数式を書いてください。

a) $100 - 4a$　　b) $\frac{1}{2}(x + y) - 4a$　　c) $a^2 - b^2$

d) $\frac{r + s}{3} + \frac{b}{7}$　　e) $-8(3 + b) + a^2 b^3$　　f) $-\frac{(a - 3)}{2} + (x - y)$

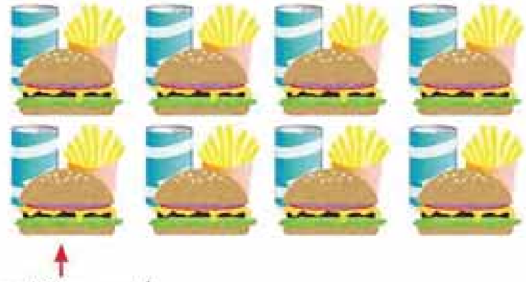
1.10 口語から代数への変換、パート1

P

ハンバーガーセットを8つ買うのに50ドル札一枚で払います。1セットの料金をxドルとすると、代数で表すと：

a) 購入合計。
b) 購入して受け取るお釣り。

8セット



1つにつきxドル

S

a) 購入代金は、各価格にセットの数をかけたもの、つまり：

$$x \times 8 = 8x \text{ (ドル)}.$$

b) お釣りは、支払ったドルから購入合計を引くことによって得られるものです。

$$50 - 8x \text{ (ドル)}.$$

C

代数的言語とは、演算によって口語言語を関連する変数や数値に変換することです。

E

重さ30ポンドの箱には磁器が入っており、一皿の重さはaポンド、一カップの重さはbポンドです。代数で表すと：

a) お皿3枚とカップ2個の総重量。
b) お皿3枚とカップ2個を取り出した時の箱の総重量。

解答。

a) お皿3枚とカップ2個の総重量は：

$$a \times 3 + b \times 2 = 3a + 2b \text{ (lb)}.$$

b) お皿3枚とカップ2個を取り出した時の箱の総重量は：

$$30 - 3a - 2b \text{ (lb)}.$$

次のような場合で口語から代数言語へ変換しなさい：

1. 籠の中に梨やりんごなど15つの果物があります。りんごがa個の場合の梨の数を表しなさい。
りんご。
2. 一つbドルの時、スイカを2つ買った時の購入合計。
3. ある人が180ドルをa人の子供達に公平に配ります。各子供が受け取る金額はどのように表しますか。
4. 各靴下につき 2 ドルの靴下をb足買って、10ドル札で払った場合のお釣り。
5. 各ノートがxドル、各鉛筆がyドルかかる時、ノート4冊と鉛筆6本買った時の購入合計。
6. 各シャツが8ドル、各ズボンが12ドルかかる時、シャツm枚とズボンn枚を50ドル札1枚で買った時のお釣り。

1.11 口語から代数への変換、パート2

P

次の式を共通言語から代数言語へ変換しなさい。

a) 4時間でxキロ歩いた場合のアナの速度。

b) 42 kmを自転車で移動するのにかかる時間x ｋｍ／ｈの速度。

復習しよう
距離 = 速度 × 時間
時間 = 距離 ÷ 速度　速度 = 距離 ÷ 時間

c) 時速30kmのバスで、t時間で走れる距離。

S

a) アナは4時間でxキロを歩きました。速度とは、時間の間に移動した距離のことです。
移動した：$x \div 4 = \frac{x}{4}$ km/h 時速。

b) 時間は距離を自転車の速度で割ったものと等しいので： $42 \div x = \frac{42}{x}$ h.

c) 距離はバスの速度を時間で割ったものと等しい、つまり：$30 \times t = 30t$ km.

C

口語で表現された距離、速度、時間の問題は、代数言語に変換することもできます。

次のような状況の質問に答えなさい。

1. 1メートルを8分で歩くとしたら、1分あたりの速度はどれくらいですか。

2. マリアは分速60メートルの速度で x メートル歩きますが、マリアはどれくらいの時間歩いたでしょうか。

3. フアンが家からエコパークまでバスに乗って、時速60キロメートルでx時間の旅をしたとすると、家から公園までの距離はどれくらいですか。

4. ホセが車椅子に乗って2時間でbキロメートルの距離を移動したとすると、彼の速度はどれくらいですか。

5. 家から大学に行くために、ベアトリスは分速30メートルでx分歩き、その後分速90メートルの速度でy分走ります。

   a) 合計でどのくらいの時間かかりますか。

   b) 距離は全部でどれくらいありますか。

1.12 口語から代数への変換、パート3

P

次のような場合に求められる代数式へ変換しなさい：

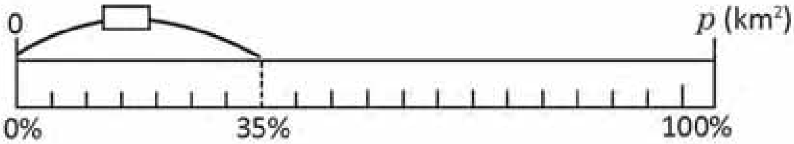
1. 領土の面積がp平方キロメートルの国で、その35%が森林である。
2. xドルのズボンがセールで25%の割引になっています。
3. 20%割引になっているyドルのシャツ一枚の価格。

S

1.pは合計、cは森林面積、p間のcの比を%で表すと$r=\frac{c}{p}\times 100$です。したがって：

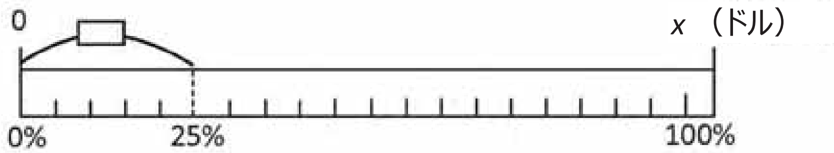
$$c = p \times \frac{r}{100} = \frac{r}{100}p$$

したがって国の森林面積は：



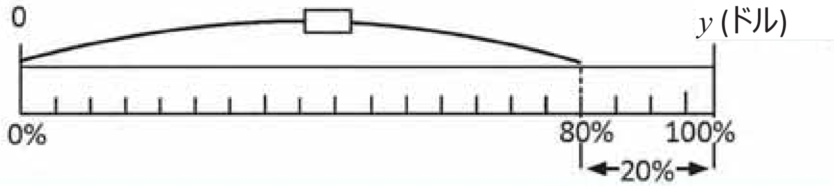
$$\frac{35}{100}p = \frac{7}{20}p \text{ (km}^2\text{)}$$

2. $\frac{25}{100}x = \frac{x}{4}$ (ドル)



3. $\left(\frac{100}{100} - \frac{20}{100}\right)y = \frac{80}{100}y$

$= \frac{4}{5}y$ (ドル)



C

x%の量は次のように表されます：$\frac{x}{100}\times$量：

a) x%の面積は$\frac{x}{100}\times$面積。

b) y%の割引元の価格 の物は $\frac{y}{100}\times$ 元の価格。

c) z%の割引をした後の物の価格は$\frac{(100-z)}{100}\times$ 元の価格。

次のような問題の各質問に答えなさい。

1. エルサルバドルの領土面積はa平方キロメートルで、そのうち74%が農業地帯です。何平方キロメートルの農業地帯が国にはありますか。

2. bドルのシャツが15%割引されると、いくらになりますか。

3. ある人はxドルで車を買いましたが、1年後に車は10%価値が下がりました、車は現在いくらになりますか。

1.13 口語から代数言語への変換

P

1. 博物館の入場料は大人がaドル、未成年がbドルです。次の代数式は何を表していますか。

a) $a + b$　　b) $4a + 2b$　　c) $10 - 2a$　　d) $a - b$

2. 家から大学まで移動するために、アナは分速70メートルでm分歩き、その後分速120メートルの速度でn分走ります。
   a) 代数式$m + n$は何を表していますか。
   b) 代数式$70m + 120n$は何を表していますか。

S

1. a) 大人1人と未成年1人の費用。

   b) 大人4人と未成年2人の入場料。

   c) 大人2人の入場料を10ドル札1枚で払った時のお釣り。

   d) 大人の入場料と未成年の入場料の価格の差。

2. a) アナが移動するのにかかる時間
   家から大学まで。

   b) アナの家から大学までのメートル単位での距離。

C

代数的言語から口語的言語への変換とは、代数式に文脈に応じた解釈を与えることです。

1. 野生生物保護区であるエコパークの入場料は、大人はxドル、未成年はyドルです。

次の代数式は何を表していますか。

a) $x + y$　　b) $4x + 5y$　　c) $20 - 2x$　　d) $x - y$

2. ミゲルとマリオは駅伝に参加しました。ミゲルが分速200メートルの速度でa分、マリオが分速215メートルの速度でb分走ったとします。

次の代数式は何を表していますか。

a) $a + b$　　b) $200a$　　c) $200a + 215b$

1.14 代数式の数値、パート1

P

x枚のシートを配置するために使用するピンの数を決定するために、$3x+3$の代数式を使用します。

ピンの数
$3x+3$

配置するのに必要なピンの数：

a) 6シート　　b) 15シート　　c) 20シート

S

a) ピンの数

$3x+3$ ← xに6を代入します。

$3\times6+3=18+3=21$

代入値　　代数式の数値

シート数	ピンの数
6	$3\times6+3=21$
15	$3\times15+3=48$
20	$3\times20+3=63$

答え： a) 21ピン, b) 48ピンと c) 63ピン

C

数字を変数に置き換えてから計算して求めた答えを、**式の値**といいます。例えば、$x=6$のときの$3x+3$の式の数値を計算するには、次のようにします。：

$$\begin{aligned}3x+3&=3\times x+3\\&=3\times6+3\\&=18+3\\&=21\end{aligned}$$

1. 電卓を購入する場合では（本ユニットの授業3）、次のような時いくら費用がかかりますか：
cuando:

a) $a=5$　　b) $a=8$　　c) $a=13$　　d) $a=20$

2. 代数式x-18の場合、次のような場合の数値を求めなさい：

a) $x=20$　　b) $x=8$　　c) $x=4$　　d) $x=0$

3. 9 - 4tの代数式を用いて、次のような場合の式の数値を求めなさい：

a) $t=1$　　b) $t=2$　　c) $t=3$　　d) $t=4$

4. 代数式 $-8-5n$で、次のような場合の数値を求めなさい：

a) $n=1$　　b) $n=2$　　c) $n=3$　　d) $n=4$

1.15 代数式の数値、パート2

P

$y=-4$、$y=0$、$y=\frac{2}{3}$の時の$5-9y$の数値を計算しなさい。

S

$y=-4$の場合

$$5-9\times(-4)=5-(-36)$$
$$=5+36$$
$$=41$$

$x=0$の場合

$$5-9\times 0=5-0$$
$$=5$$

$y=\frac{2}{3}$の場合

$$5-9\times\frac{2}{3}=5-\overset{3}{\cancel{9}}\times\frac{2}{\underset{1}{\cancel{3}}}$$
$$=5-3\times\frac{2}{1}$$
$$=5-3\times 2$$
$$=5-6$$
$$=-1$$

C

負の値や分数も代数式で代入することができます。

代数式の中で数値を代入する場合は、次のような場合は括弧内に記述しなければなりません：
- 数が負の場合。
- 数が分数で、代数式が分数の形をしている場合。

計算ミスを避けるために、指示された演算を実行する前に、変数の前の符号に注意を払い、分数を単純化する必要があります。

E

次の式の数値を計算しなさい：

a) $-y$, $y=-9$の場合

b) $\frac{x}{12}$, $x=3$と$x=\frac{1}{2}$の場合

式 $-a$ は次のようにに書くことができます
$-1\times a$
$-a=-1\times a$

解答。

a) $y=-9$の場合

$$-y=-(-9)=9$$

b) $x=3$の場合

$$\frac{x}{12}=\frac{3}{12}$$
$$=\frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{4}{\cancel{12}}}$$
$$=\frac{1}{4}$$

$x=\frac{1}{2}$の場合

$$\frac{x}{12}=\frac{\left(\frac{1}{2}\right)}{12}=\frac{1}{2}\div 12$$
$$=\frac{1}{2}\times\frac{1}{12}$$
$$=\frac{1}{24}$$

分子または分母が別の分数である分数は複素分数と呼ばれ、次のいずれかの方法で表すことができます。

$\frac{\left(\frac{1}{2}\right)}{12}$または$\frac{\frac{1}{2}}{12}$

1. 代数式 $5-6x$で、次のような場合の数値を求めなさい：

a) $x=-3$　b) $x=\frac{2}{3}$　c) $x=-\frac{1}{12}$　d) $x=\frac{1}{5}$

2. 代数式$-a$で、次のような場合の数値を求めなさい：

a) $a=-5$　b) $a=0$　c) $a=\frac{7}{8}$　d) $x=\frac{1}{2}$

3. $\frac{x}{10}$のある代数式で、次のような場合の数値を求めなさい：

a) $x=-2$　b) $x=0$　c) $x=-\frac{1}{2}$　d) $x=\frac{2}{3}$

1.16 代数式の数値、パート3

P

次の式の数値を計算しなさい：

a) $\frac{12}{x}$　$x=\frac{1}{2}$と$x=-3$の場合

b) y^2、$y=4$と$y=-\frac{1}{2}$の場合

S

a) $x=\frac{1}{2}$の場合

$$\frac{12}{x}=\frac{12}{\left(\frac{1}{2}\right)}=12\div\frac{1}{2}$$
$$=12\times\frac{2}{1}$$
$$=24$$

$x=-3$の場合

$$\frac{12}{x}=\frac{12}{(-3)}=12\div(-3)$$
$$=-4$$

b) $y=4$の場合

$$y^2=4^2=4\times4$$
$$=16$$

$y=-\frac{1}{2}$の場合

$$y^2=\left(-\frac{1}{2}\right)^2=\left(-\frac{1}{2}\right)\times\left(-\frac{1}{2}\right)$$
$$=\frac{1}{4}$$

C

分数が商であることを念頭に置いて、分数の分母に変数を持つ代数式の数値を計算することができます。
例：

$$\frac{2}{x}=2\div x$$

指数が乗算の係数として基底が現れる回数が決まることを念頭に置けば、代数式の数値を累乗で計算することができます。
例：

$$x^3=x\times x\times x.$$

E

次の式の数値を計算しなさい：

a) $a=-2$の場合の$-a^2$　b) $a=-2$の場合の$(-a)^2$

解答。

a) $a=-2$の場合

$$-a^2=-(-2)^2=-[(-2)\times(-2)]$$
$$=-4$$

b) $a=-2$の場合

$$(-a)^2=[-(-2)]^2=[-(-2)]\times[-(-2)]$$
$$=2\times2$$
$$=4$$

代数式$-a^2$と$(-a)^2$で同じ数を代入すると、反対数が得られることがわかります。a^2と$(-a)^2$が同じ数を算出するのは、$a=0$の場合だけです。

次の式の数値を計算しなさい：

a) $\frac{x}{10}$、$x=1$と$x=-5$の場合

b) $a=3$と$a=-3$の場合のa^2

c) $m=\frac{1}{2}$と$m=-\frac{2}{3}$の場合のm^2

d) $y=10$と$y=-7$の場合の$-\frac{5}{y}$

e) $r=-5$の場合の$-r^2$

f) $t=-5$の場合の$(-t)^2$

1.17 代数式の数値、パート4

P

サッカーのコーチがa 個のボールやb本の水分補給飲料用ボトルを購入します。代数式15a＋2bが購入費用の合計を表しているとすると、ボール5個とボトル11本を購入した場合の費用はいくらになりますか。

S

$a = 5$ を = $b = 11$に代入すると、次のようになります

$$15 \times 5 + 2 \times 11 = 75 + 22$$
$$= 97$$

答え：97 (ドル)

C

式の値を計算するには、複数の値を代入する必要がある場合があります。置換される値の数は、代数式に含まれる変数の数によります。

E

次の式の数値を計算しなさい：

a) $-m-n$、$m=-4$ と $n=\frac{2}{3}$の場合

b) $-3x-4y$、$x=\frac{6}{5}$ $y=-2$の場合

解答。

a) $-m-n=-(-4)-\frac{2}{3}$
$=4-\frac{2}{3}$
$=\frac{12}{3}-\frac{2}{3}$
$=\frac{10}{3}$

b) $-3x-4y=-3\times\frac{5}{6}-4\times(-2)$
$=-\frac{5}{2}-(-8)$
$=-\frac{5}{2}+8$
$=-\frac{5}{2}+\frac{16}{2}$
$=\frac{11}{2}$

1. 代数式$x+y$において、次の場合の式の数値を求めなさい。

a) $x=2$ と $y=3$　　b) $x=-4$ と $y=-5$　　c) $x=7$ と $y=-2$

d) $x=-3$ と $y=9$　　e) $x=\frac{5}{7}$ と $y=-\frac{3}{7}$　　f) $x=-\frac{1}{2}$ と $y=\frac{1}{4}$

2. 代数式$-x-y$において、次の場合の式の数値を求めなさい。

a) $x=2$ と $y=3$　　b) $x=-4$ と $y=-5$　　c) $x=7$ と $y=-2$

d) $x=-3$ と $y=9$　　e) $x=\frac{5}{7}$ と $y=-\frac{3}{7}$　　f) $x=-\frac{1}{2}$ と $y=\frac{1}{4}$

3. 代数式5a − 10bにおいて、次の場合の式の数値を求めなさい：

a) $a=3$ と $b=2$　　b) $a=-3$ と $b=-2$　　c) $a=-3$ と $b=2$　　d) $a=\frac{3}{20}$ と $b=-\frac{7}{20}$

1.18 これまでの復習

1. 次の代数式のうち、(×)と(÷)の記号を省略したものを書きなさい。

a) $-4 \div (x-y) - y \times y \times y$　　b) $m \times m \times 4 - n \times (-1) \times n$

c) $y \times y \times 3 - (r+t) \div (-1)$　　d) $p \times p \times p - p \times (1) \times p$

2. 次の式を口語言語から代数言語へ変換しなさい。
20ドル札1枚で1本1ドルの鉛筆をa本、1個2ドルの消しゴムをb個買った時のお釣り。

3. 家から学校まで移動するのに、マリオは分速60メートルでx分歩き、その後分速130メートルでy分走ります。

a)合計でどのくらいの時間かかりますか。
b)距離は全部でどれくらいありますか。

4. アナは元の値段がxドルの財布を10パーセント割引で、元の値段がyドルの香水を15パーセント割引で買いました。アナは合計でいくら払いましたか。

5. オリンピック選手が分速150メートルで登り坂をx分走り、その後分速175メートルで下り坂をy分走りました。
a) 代数式$x+y$は何を表していますか。
b) 代数式$150x$は何を表していますか。
c) 代数式$150x+175y$は何を表していますか。

6. 代数式$-5+a$において、次の場合の式の値を求めなさい：

a) $a=1$　　b) $a=7$　　c) $a=-3$　　d) $a=-4$

7. 代数式$12-2x$において、次の場合の式の値を求めなさい：

a) $x=1$　　b) $x=8$　　c) $x=-4$　　d) $x=-6$

8. 数値が $y=-48$ のとき、次の代数式の値を求めなさい。

a) $\frac{y}{6}$　　b) $-\frac{y}{6}$　　c) $-\frac{y}{12}$　　d) $\frac{y}{12}$

9. 代数式$-x^2$において、次の場合の式の数値を求めなさい：

a) $x=3$　　b) $x=-3$　　c) $x=\frac{3}{5}$　　d) $x=-\frac{2}{3}$

10. 代数式$-4x+5y$において、次の場合の式の数値を求めなさい：

a) $x=3$と$y=2$　　b) $x=-3$と$y=-2$　　c) $x=-3$と$y=2$　　d) $x=\frac{3}{16}$と$y=-\frac{3}{20}$

ユニット4

2.1 代数式の項と係数

P

式$3a-7$ は次のように書くことができます：

$$3a-7=3a+(-7)$$

次の式を足し算として書きなさい：

a) $a-5$ b) $a-5b-2$

S

a) $a+(-5)$ b) $a+(-5b)+(-2)$

C

代数式$3a+(-7)$ は$3a$と-7の和を表しています。この代数式のうち、符号(+)で結ばれた各部分を代数式の**項**と呼び、$3a$は$3\times a$の積の形で表されます。この場合、3をaの**係数**といいます。

a + (– 5) と a + (–5b) + (–2) の場合、
aの係数は1となります。

a) $\underbrace{\overset{\text{係数}}{1}a}_{\text{項}}+\underbrace{(-5)}_{\text{項}}$

b) $a-5b-2=\underbrace{\overset{\text{係数}}{1}a}_{\text{項}}+\underbrace{(\overset{\text{係数}}{-5}b)}_{\text{項}}+\underbrace{(-2)}_{\text{項}}$

E

次の代数式において、変数を含むすべての項とその係数を書きなさい。

a) $2y-3$ b) $m-3n-9$ c) $-\frac{x}{5}-m$

解答。

項：

a) $2y-3=2y+(-3)$
項： $2y, -3$.

b) $m-3n-9=m+(-3n)+(-9)$
項： m、$-3n$、-9

c) $-\frac{x}{5}-m=-\frac{x}{5}+(-m)$
項は： $-\frac{x}{5}$、$-m$

係数：

a) $2y=2\times y$なので
y の係数は2となります。

b) $m=1\times m$
m の係数は1となります。

$-3n=-3\times n$
n の係数は–3となります。

c) $-\frac{x}{5}=-\frac{1}{5}\times x$
xの係数は $-\frac{1}{5}$となります。
$-m=-1\times m$
m の係数は–1となります。

各代数式のすべての項と、変数を含む項の係数を書きなさい。

a) $4x+5$ b) $2x+3y$ c) $5x-7$ d) $-a+3b-5$

e) $-4x-5$ f) $\frac{3}{4}x-\frac{2}{5}y-1$ g) $\frac{x}{6}-\frac{y}{7}$ h) $-m-n-7$

2.2 項の代数式の数による乗算

P

次の掛け算をしなさい。

a) $2x \times 3$　　b) $3y \times (-4)$　　c) $\frac{3}{5}m \times (-2)$

S

a) $2x \times 3 = 2 \times x \times 3$
$= 2 \times 3 \times x$
$= 6 \times x$
$= 6x$

b) $3y \times (-4) = 3 \times y \times (-4)$
$= 3 \times (-4) \times y$
$= -12 \times y$
$= -12y$

c) $\frac{3}{5}m \times (-2) = \frac{3}{5} \times m \times (-2)$
$= \frac{3}{5} \times (-2) \times m$
$= -\frac{6}{5} \times m$
$= -\frac{6}{5}m$

$-\frac{6}{5}m$ のもうひとつの書き方 は $-\frac{6m}{5}$ になります。

C

代数式に数値を乗算するには、代数式の係数を乗算し、その係数を適用します。

例：

a) $2\,x \times 3 = 6\,x$　　b) $3\,y \times (-4) = -12\,y$　　c) $\frac{3}{5}m \times (-2) = -\frac{6}{5}m$

E

次の掛け算を解きなさい：　$-\frac{3}{5}y \times \left(-\frac{2}{21}\right)$

解答。

$-\frac{3}{5}y \times \left(-\frac{2}{21}\right) = \left(-\frac{3}{5}\right) \times \left(-\frac{2}{21}\right)y$

$= \left(-\frac{\cancel{3}^{1}}{5_{1}}\right) \times \left(-\frac{2}{\cancel{21}_{7}}\right)y$

$= \left(-\frac{1}{5}\right) \times \left(-\frac{2}{7}\right)y$

$= \frac{2}{35}y$

次の代数式の数の掛け算を解きなさい。

a) $2x \times 7$　　b) $5x \times (-4)$　　c) $2x \times (-3)$　　d) $-y \times (-5)$

e) $-2x \times (-11)$　　f) $3x \times 5$　　g) $7x \times \left(-\frac{3}{7}\right)$　　h) $-\frac{2}{5}x \times \frac{3}{8}$

ユニット 4

2.3 項の代数式の数による割り算

P

次の割り算を解きなさい：

a) $27x \div 3$　　b) $-35x \div 5$　　c) $8x \div (-4)$　　d) $-5x \div \frac{10}{13}$

S

a) $27x \div 3 = 27x \times \frac{1}{3}$

$= \overset{9}{\cancel{27}} \times \frac{1}{\underset{1}{\cancel{3}}} \times x$

$= 9 \times 1 \times x$

$= 9x$

b) $-35x \div 5 = -35x \times \frac{1}{5}$

$= -35 \times x \times \frac{1}{5}$

$= -\overset{7}{\cancel{35}} \times \frac{1}{\underset{1}{\cancel{5}}} \times x$

$= -7 \times 1 \times x$

$= -7x$

c) $8x \div (-4) = 8x \times \frac{1}{-4}$

$= 8x \times \left(-\frac{1}{4}\right)$

$= \overset{2}{\cancel{8}} \times \left(-\frac{1}{\underset{1}{\cancel{4}}}\right) \times x$

$= 2 \times (-1) \times x$

$= -2x$

d) $-5x \div \frac{10}{13} = -5x \times \frac{13}{10}$

$= (-\overset{1}{\cancel{5}}) \times \frac{13}{\underset{2}{\cancel{10}}} \times x$

$= (-1) \times \frac{13}{2} \times x$

$= -\frac{13}{2}x$

C

代数式を数で割るには、これまでに学んだように割り算を掛け算に変換し、代数式の係数を乗数で掛け算するために可換性を適用します。
例：

$$27x \div 3 = 27x \times \frac{1}{3}$$
$$= \overset{9}{\cancel{27}} \times \frac{1}{\underset{1}{\cancel{3}}} \times x$$
$$= 9 \times 1 \times x$$
$$= 9x$$

任意で、次の手順で解くことができます：

$$27x \div 3 = \frac{27x}{3}$$
$$= \frac{\overset{9}{\cancel{27}}x}{\underset{1}{\cancel{3}}}$$
$$= 9x$$

次の代数式の数の掛け算をしなさい。

a) $18x \div 3$　　b) $-21x \div 7$　　c) $-16x \div (-4)$　　d) $5x \div (-5)$

e) $4x \div \frac{4}{5}$　　f) $-5x \div \frac{5}{11}$　　g) $-2a \div \left(-\frac{8}{3}\right)$　　h) $3x \div \left(-\frac{12}{7}\right)$

2.4 2つの項を含む代数式の数による掛け算

P

次の掛け算を解きなさい。

a) $4(2x+5)$　　b) $3(2x-5)$　　c) $(4x-3)\times(-2)$　　d) $-(6x-2)$

S

a) $4(2x+5) = 4\times(2x+5)$
$= 4\times 2x + 4\times 5$
$= 8x + 20$

b) $3(2x-5) = 3[2x+(-5)]$
$= 3\times[2x+(-5)]$
$= 3\times 2x + 3\times(-5)$
$= 6x - 15$

c) $(4x-3)\times(-2) = [4x+(-3)]\times(-2)$
$= 4x\times(-2) + (-3)\times(-2)$
$= 4\times(-2)\times x + (-3)\times(-2)$
$= -8x + 6$

d) $-(6x-2) = (-1)\times(6x-2)$
$= (-1)\times[6x+(-2)]$
$= (-1)\times 6x + (-1)\times(-2)$
$= -6x + 2$

b)については、次のような任意の手順で解くことができます：

$$3(2x-5) = 3\times(2x-5)$$
$$= 3\times 2x - 3\times 5$$
$$= 6x - 15$$

同様に、他の項の積でも演算は可能です。

C

2項以上の代数式に数値を掛け算するには、分配法則を適用します。

$$a(x+y) = ax + ay \quad \text{o} \quad (x+y)\times a = ax + ay$$

E

次の掛け算を解きなさい：　$\frac{2}{3}(6y-9)$

解答。

$$\frac{2}{3}(6y-9) = \frac{2}{\cancel{3}_1}\times \cancel{6}^{2}y + \frac{2}{\cancel{3}_1}\times(-\cancel{9}^{3})$$
$$= 2\times 2y + 2\times(-3)$$
$$= 4y - 6$$

次の掛け算を解きなさい。

a) $5(3x+2)$　　b) $4(3x-2)$　　c) $(2x+6)\times(-2)$

d) $-(2x+3)$　　e) $\frac{3}{4}(16x-12)$　　f) $-\frac{3}{4}(8x-16)$

ユニット4

2.5 2つの項を含む代数式の数による割り算

P

次の割り算を解きなさい：

a) $(8x + 12) \div 4$

b) $(4x - 6) \div (-2)$

復習しよう。$\frac{a}{b}$の逆数は$\frac{b}{a}$、$\frac{2}{3}$の逆数は$\frac{3}{2}$です。
また、cの逆数は$\frac{1}{c}$、$\frac{1}{c}$の逆数はcです。

S

a)
$$\begin{aligned}(8x + 12) \div 4 &= (8x + 12) \times \frac{1}{4}\\ &= 8x \times \frac{1}{4} + 12 \times \frac{1}{4}\\ &= \overset{2}{\cancel{8}} \times \frac{1}{\underset{1}{\cancel{4}}} \times x + \overset{3}{\cancel{12}} \times \frac{1}{\underset{1}{\cancel{4}}}\\ &= 2 \times 1 \times x + 3 \times 1\\ &= 2x + 3\end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned}(4x - 6) \div (-2) &= (4x - 6) \times \left(-\frac{1}{2}\right)\\ &= 4 \times \left(-\frac{1}{2}\right) \times x + (-6) \times \left(-\frac{1}{2}\right)\\ &= \overset{2}{\cancel{4}} \times \left(-\frac{1}{\underset{1}{\cancel{2}}}\right) \times x + (\overset{3}{\cancel{-6}}) \times \left(-\frac{1}{\underset{1}{\cancel{2}}}\right)\\ &= 2 \times (-1) \times x + (-3) \times (-1)\\ &= -2x + 3\end{aligned}$$

C

2つ以上の項の代数式を数で割るには、例1のように代数式の掛け算に割り算の逆数を掛けますが、オプションで2のようにすることもできます。

1.
$$\begin{aligned}(8x + 12) \div 4 &= (8x + 12) \times \frac{1}{4}\\ &= 8x \times \frac{1}{4} + 12 \times \frac{1}{4}\\ &= \overset{2}{\cancel{8}} \times \frac{1}{\underset{1}{\cancel{4}}} \times x + \overset{3}{\cancel{12}} \times \frac{1}{\underset{1}{\cancel{4}}}\\ &= 2 \times 1 \times x + 3 \times 1\\ &= 2x + 3\end{aligned}$$

2.
$$\begin{aligned}(8x + 12) \div 4 &= \frac{8x + 12}{4}\\ &= \frac{\overset{2}{\cancel{8x}}}{\underset{1}{\cancel{4}}} + \frac{\overset{3}{\cancel{12}}}{\underset{1}{\cancel{4}}}\\ &= \frac{2x}{1} + \frac{3}{1}\\ &= 2x + 3\end{aligned}$$

E

次の割り算を解きなさい：　$(-9x - 6) \div \left(-\frac{3}{7}\right)$

解答。

$$\begin{aligned}(-9x - 6) \div \left(-\frac{3}{7}\right) &= (-9x - 6) \times \left(-\frac{7}{3}\right)\\ &= 3x \times 7 + 2 \times 7\\ &= 21x + 14\end{aligned}$$

次の割り算を解きなさい：

a) $(2x + 4) \div 2$

b) $(6x - 9) \div 3$

c) $(-15x + 10) \div 5$

d) $(-28x - 14) \div 7$

e) $(2x + 4) \div (-2)$

f) $(6x - 9) \div (-3)$

g) $(-15x + 10) \div (-5)$

h) $(-28x - 14) \div (-7)$

i) $(3y + 18) \div \frac{3}{4}$

j) $(4y - 8) \div \frac{4}{7}$

k) $(-15x + 10) \div \left(-\frac{5}{6}\right)$

l) $(3y + 18) \div \left(-\frac{6}{7}\right)$

2.6 2つの項を含む代数式の数による掛け算

P

次の掛け算を解きなさい。

a) $\frac{4x+2}{3} \times 6$

b) $\frac{x+2}{3} \times (-18)$

S

a) $\frac{4x+2}{3} \times 6 = \frac{4x+2}{\cancel{3}_{1}} \times \cancel{6}^{2}$

$= \frac{4x+2}{1} \times 2$

$= (4x+2) \times 2$

$= 8x+4$

b) $\frac{x+2}{3} \times (-18) = \frac{x+2}{\cancel{3}_{1}} \times (-\cancel{18}^{6})$

$= \frac{x+2}{1} \times (-6)$

$= (x+2) \times (-6)$

$= -6x-12$

C

分数の代数式を演算する場合、分母は可能な限り簡略化してから掛け算します。

例：

$$\frac{4x+2}{3} \times 6 = \frac{4x+2}{\cancel{3}_{1}} \times \cancel{6}^{2}$$

$$= \frac{4x+2}{1} \times 2$$

$$= (4x+2) \times 2$$

$$= 8x+4$$

次の掛け算を解きなさい。

a) $\frac{3x+1}{4} \times 8$

b) $\frac{2x+2}{3} \times 15$

c) $\frac{2x-4}{3} \times 9$

d) $\frac{3x-5}{2} \times 10$

e) $8 \times \frac{5x+3}{4}$

f) $16 \times \frac{2x+3}{4}$

g) $15 \times \frac{3x-2}{5}$

h) $\frac{2x-1}{4} \times (-12)$

i) $\frac{2x+1}{2} \times (-4)$

j) $\frac{4x-2}{3} \times (-9)$

k) $-25 \times \frac{2x-3}{5}$

l) $-18 \times \frac{2x+4}{9}$

2.7 代数式の約分

P

果物屋で、スイカは1個xドルかかります。マリアは5個、カルロスは3個買います。次の量を表す代数式を書きなさい：

a) マリアとカルロスの購入合計額。
b) マリアとカルロスの購入額の差。

S

a) マリアとカルロスの購入合計額は$5x + 3x$の代数式で表すことができますが、表し方としては還元代数式は$8x$であり、つまり、2人の間で8個のスイカを買ったことになります。また分配法則を式$5x + 3x$ に適用して、その還元形を次のようにすることもできます：

$$\begin{aligned} 5x + 3x &= (5 + 3) \times x \\ &= 8 \times x \\ &= 8x \end{aligned}$$

b) マリアとカルロスの購入額の差は代数式$5x$ - $3x$で表すことができますが、アナはアントニオよりもスイカを2個多く買っているので、両者の購入額の差を表すための還元代数式は$2x$です。枠の場合と同様に、次のような形で式$5x$ - $3x$の還元形を決めるために、分配法則を適用することもできます。

$$\begin{aligned} 5x - 3x &= 5 \times x + (-3) \times x \\ &= [5 + (-3)] \times x \\ &= (5 - 3) \times x \\ &= 2 \times x \\ &= 2x \end{aligned}$$

C

与えられた代数式の還元代数式を決定するには、分配法則を適用します。

a) $5x + 3x = (5 + 3)\,x$
$= 8x$

b) $5x - 3x = (5 - 3)\,x$
$= 2x$

次の代数式を還元しなさい。

a) $4a + 2a$　b) $y + y$　c) $3x - 8x$　d) $-5x + 2x$

e) $-3x + 7x$　f) $-2x - x$　g) $-x - x$　h) $x - x$

i) $-2.6y - 1.3y$　j) $-0.2y + 0.1y$　k) $-\frac{1}{5}y + \frac{2}{5}y$　l) $\frac{3}{7}y - \frac{1}{7}y$

2.8 同類項の約分

P

次の代数式を還元しなさい。

a) $6x - 5 - 4x + 1$

b) $-x + 7 - x - 6$

S

a) $6x - 5 - 4x + 1 = 6x - 4x - 5 + 1$
$= (6 - 4)x - 5 + 1$
$= 2x - 4$

b) $-x + 7 - x - 6 = -x - x + 7 - 6$
$= (-1 - 1)x + 7 - 6$
$= -2x + 1$

C

代数式は項の種類によっては還元することができます：

- 同じ変数を持つ項のうち。
- 数値項のうち（変数を持たない）。

例：

a) $6x - 5 - 4x + 1 = 6x - 4x - 5 + 1$
$= (6 - 4)x - 5 + 1$
$= 2x - 4$

b) $-x + 7 - x - 6 = -x - x + 7 - 6$
$= (-1 - 1)x + 7 - 6$
$= -2x + 1$

変数の等しい部分を持つ項を**同類項**と呼びます。例えば、式 $6x + 5 - 4x + 1$、式 $6x$ と $-4x$ は同類です。

次の代数式の同類項を還元しなさい。

a) $4x + 3 + 3x + 2$

b) $6x - 4 - 4x - 1$

c) $2y + 5 - y - 1$

d) $-y + 1 - y - 4$

e) $-4x + 3 + 3x - 3$

f) $2x + 3 - x - 3$

g) $-m + 6 - m - 6$

h) $2y - 4 - 2y - 1$

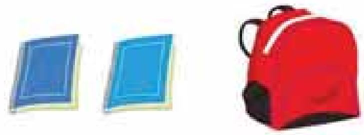
i) $x + 4 - x + 2$

2.9 代数式の加法

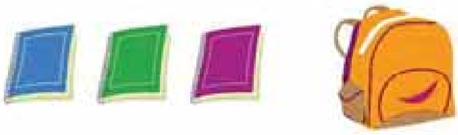
P

ホセとフリアはノートとリュックサックを次のように買いに行きます

ホセが買うものは：
aドルのノートを2冊と、
10ドルのリュックサックを1個。



フリアが買うものは：
aドルのノートを3冊と、
15ドルのリュックサックを1個。



次の費用を表す代数式を書きなさい

a) ホセ　　b) フリア　　c) 両者

S

a) $2a + 10$　　b) $3a + 15$

c) $2a + 3a + 10 + 15$、また、ノート5冊とリュック2個の費用を考えると、次の$5a + 25$のように還元代数式が得られます。2つの代数式を加算するには、加算の交換法則を使って、同類項の還元を行うことができます。

C

2つの代数式、例えば $2a + 10$ と $3a + 15$を足すには、次のようにしなければなりません

1. 最初の式を書きます。　$2a + 10$
2. 和のプラス記号（＋）を書きます。　$2a + 10 +$
3. 2つ目の式を書き、負の符号がある場合や2つ以上の項がある場合は括弧内に書きます。　$2a + 10 + (3a + 15)$
4. 括弧を外します。　$2a + 10 + 3a + 15$
5. 同類項を還元します。　$5a + 25$

E

次の代数式を加算しなさい：

a) $4x$ に $6x - 1$　　b) $-3x + 7$ に $4x + 5$

解答。

a) $4x + (6x - 1) = 4x + 6x - 1$
$= 10x - 1$

b) $-3x + 7 + (4x + 5) = -3x + 7 + 4x + 5$
$= -3x + 4x + 7 + 5$
$= x + 12$

次の代数式を加算しなさい：

a) $2x$ に $3x - 4$ を足す　b) $-5x$ に $4x + 2$ を足す　c) $3x - 4$ に $5x + 2$ を足す　d) $2x + 5$ に $5x - 4$ を足す

e) $4x - 5$ に $4x - 7$ を足す　f) $-7y + 8$ に $4y + 5$ を足す　g) $-2x + 6$ に $x - 3$ を足す　h) $2y - 4$ に $-4y + 6$ を足す

2.10 2つの代数式の減法

P

次の引き算をしなさい：

a) $3x + 1$ から $2x - 3$ を引く

b) $7x - 3$ から $-6x + 1$ を引く

S

a) $3x + 1 - (2x - 3) = 3x + 1 + (-2x + 3)$
$= 3x + 1 - 2x + 3$
$= 3x - 2x + 1 + 3$
$= x + 4$

b) $7x - 3 - (-6x + 1) = 7x + 3 + (+6x - 1)$
$= 7x + 3 + 6x - 1$
$= 7x + 6x + 3 - 1$
$= 13x + 2$

正負の数を引くことは、その反対数を足すことに相当します。

引き算では、「から」の前に被減数があり、「引く」の前に減数があります。

C

2つの代数式の引き算を実行する手順は次のようになります：

1. 被減数を書きます。 $3x + 1$
2. 引き算の符号（-）を書きます。 $3x + 1 -$
3. 引き算を書き、負の符号がある場合や複数の項がある場合は括弧内に書きます。 $3x + 1 - (2x - 3)$
4. 引き算の項の符号を変えて、引き算を足し算に変換します。
5. 括弧を外します。 $3x + 1 + (-2x + 3)$
6. 同類項を還元します。 $3x + 1 - 2x + 3$

$3x - 2x + 1 + 3 = x + 4$

次の代数式の引き算をしなさい：

a) $3x + 7$ から $9x + 2$ を引く

b) $5x - 4$ から $3x + 4$ を引く

c) $5m - 7$ から $3m - 2$ を引く

d) $-y - 5$ から $2y + 5$ を引く

e) $6p - 2$ から $-4p + 4$ を引く

f) $-7q + 5$ から $-9q - 8$ を引く

2.11 複合演算

P

次の複合演算を解きなさい。

a) $-2(-x+4)+5(-2x+3)$

b) $3(4x+2)-4(2x-7)$

S

a) $-2(-x+4)+5(-2x+3) = 2x-8+(-10x+15)$
$= 2x-8-10x+15$
$= 2x-10x+15-8$
$= -8x+7$

分配法則
$-2(-x+4) = -2\times(-x)+(-2)\times 4$
$= 2x-8$

b) $3(4x+2)-4(2x-7) = 12x+6-(8x-28)$
$= 12x+6+(-8x+28)$
$= 12x+6-8x+28$
$= 12x-8x+6+28$
$= 4x+34$

分配法則
$4(2x-7) = 4\times 2x+4\times(-7)$
$= 8x-28$

C

複合演算の計算を行う手順：

1. 分配法則を適用して括弧を削除します。
2. 変数に応じて項を並べ替えます（分配法則を適用して）。
3. 同類項を還元します。

前項のような複合的な演算を行う場合、分配法則が適用される場合には、符号には特に注意が必要です。

次の複合演算を解きなさい。

a) $6(x-3)+3(2x+7)$

b) $9(x+2)+6(x-3)$

c) $(y-2)-4(y-1)$

d) $-6(-x+1)-8(-x-3)$

e) $-5(3a-2)+5(-a-2)$

f) $2(-8x-5)+5(-3x+4)$

g) $2(3x-1)-3(2x-3)$

h) $2(-2x-3)-(-4x-5)$

i) $-(-4x-2)+(-4x-2)$

j) $\frac{1}{3}(3y-6)-4(y+1)$

k) $-\frac{1}{4}(4a-12)+\frac{5}{6}(-3a+2)$

l) $-\frac{1}{4}(4a-12)+\frac{5}{12}(2a-6)$

2.12 復習問題

1. 次の掛け算を解きなさい。

a) $2(3y + 1)$ b) $7(-2y + 8)$ c) $2(12x - 18)$

d) $5(-2y - 4)$ e) $-\frac{2}{7}(14x - 21)$ f) $\frac{7}{2}\left(\frac{6}{49}y - \frac{1}{7}\right)$

2. 次の割り算を解きなさい。

a) $(-16x + 8) \div 4$ b) $(-6x - 2) \div (-2)$ c) $(9y - 6) \div 3$

d) $(15y - 10) \div \frac{5}{7}$ e) $(-6x + 9) \div \left(-\frac{3}{7}\right)$ f) $(-11x - 22) \div \left(-\frac{11}{13}\right)$

3. 次の掛け算を解きなさい。

a) $4 \times \frac{x+2}{2}$ b) $12 \times \frac{-2x+3}{4}$ c) $\frac{3x-4}{5} \times 20$

d) $-6 \times \frac{x-2}{3}$ e) $\frac{-4x-5}{2} \times 10$ f) $\frac{3x-2}{2} \times (-10)$

4. 次の同類項のある代数式を還元しなさい。

a) $-5a - 3a$ b) $-4x - 2x$ c) $\frac{5}{7}y - \frac{3}{7}y$

d) $-3.5y - 2.5y$ e) $-0.6y + 0.2y$ f) $-\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}x$

5. 次の代数式を還元しなさい。

a) $-4y + 2 - y - 10$ b) $-10x + 8 + 4x - 8$ c) $7y - 8 - 7y - 4$

d) $-10x + 7 + 11x - 7$ e) $-x + 3 + x - 3$

6. 次の代数式を加算しなさい。

a) $4x + 11$ に $-3x - 6$ を足す b) $-10y + 3$ に $5y - 3$ を足す c) $6x - 10$ に $-6x + 13$

7. 2つの代数式を引きなさい：

a) $-4x + 9$ から $-5x - 9$ を引く b) $-m + 2$ から $-m + 7$ を引く c) $3x + 4$ から $-x + 4$ を引く

8. 次の複合演算を解きなさい。

a) $2(x - 1) - (-2x + 1)$ b) $3(2y - 4) - 2(y + 1)$ c) $3(4y - 5) - 2(3y - 5)$

d) $4(2y - 3) - 2(4y - 3)$ e) $-\frac{1}{3}(3x - 12) + \frac{7}{5}(-5x + 10)$ f) $-\frac{1}{3}(3n - 12) - \frac{7}{10}(5n - 2)$

3.1 等式関係の表記

P

鉛筆がy本入った箱から、箱に1本も残らないようにx人の生徒に4本ずつ配ります。箱の中に入っている鉛筆の数と配られた鉛筆の数を等号で表しなさい。

記号(=)は、等量の関係を表すのに使います。

S

一人当たりの鉛筆の数：　4 (鉛筆)
人数：　x
配られた鉛筆の合計：　$4x$ (鉛筆)

配られた鉛筆の合計 = 箱に入った鉛筆の量

$$4x = y$$

答え：$4x = y$

C

同じ値を表す2つの代数式は記号(=)で結ばれます。同じ値を表す2つの数式の関係を**等式**といいます。

等式$4x = y$では：

$4x = y$

辺左　辺右

等式の例：

等式	読み方
a) 10 = 10	10 **イコール** 10
b) 5 + 2 = 7	5 + 2 **イコール** 7
c) 3 + 4 = 6 + 1	3 + 4 **イコール** 6 + 1

E

前の問題では、配布後に鉛筆が3本残っていることを考慮します。箱の中に入っている鉛筆の数と余った鉛筆の数を等号で表しなさい。

解答。

配られた鉛筆と余った鉛筆の合計：$4x + 3$ (鉛筆).

配られた鉛筆と余った鉛筆の合計 = 箱に入っている鉛筆の量

$$4x + 3 = y$$

答え：$4x + 3 = y$

1. 提示された問題で、各項について等式を書きなさい。
   a) カルメンの身長はa cm、アナの身長はb cmで、カルメンより4 cm高い。カルメンとアナの身長を等式の関係で表しなさい。
   b) bドルの算数の本を4冊買った場合の費用はa ドルです。
   c) xドルの植物を20ドル札1枚で払ったら、お釣りはy ドルです。
   d) nドルのシャツとmドルのズボンの価格の差は12ドルです（シャツの方がズボンよりも高いと考えてください）。
   e) xドルの豆を5ポンド、yドルのコーヒーを1つ購入すると、合計は5ドルでした。
   f) aドルのパンツを買うのに4ドルをプラスした金額は、bドルのパンツを買うのに7ドルをプラスした金額と同じです。

2. 次の等式で、どちらが左辺でどちらが右辺かをノートに書きなさい。

a) $2 \times 5 = 10$　　b) $2n - 1 = 0$　　c) $3 - 2x = y + 4$

3.2 不等式関係の表記

P

次の各項で求められていることを実行しなさい：

a) ある航空会社では、荷物の追加料金がかからないようにするために、貨物スーツケースの重量を23 kg以下にするように顧客に提案しています。もしマルタがその航空会社を利用して旅行をし、スーツケースの重さがy kgがあるとしたら、満たさなければならない重量の条件を不等号で表しています。

b) フリアは必要な眼鏡が65ドルかかるため、お金を集めるためにx週間5ドル節約します。貯金額と眼鏡の価格の関係を不等号で表しなさい。

S

a) 貨物スーツケースの重量： y (kg)

貨物スーツケースの重量 ≤ 航空会社の条件

$$y \leq 23$$

R. $y \leq 23$

b) 週ごとの金額：5 (ドル)

週の数： x

節約した金額：$5x$ (ドル)

節約した合計金額 < 眼鏡の価格

$$5x < 65$$

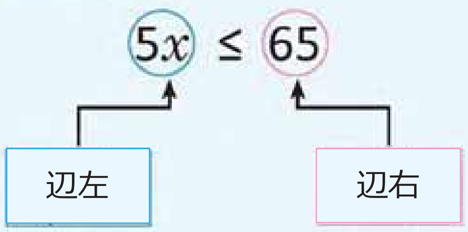
答え：$5x < 65$

C

符号 < または > は、不等量の関係を表すのに使います。符号 < は次のように読みます
小なり と > **大なり** と読みます。

符号 ≤ または ≥ は、2つの等しいまたは異なる量の関係を表すために使用されます。符号 ≤ は **小なりイコール** で、≥ は **大なりイコール** と読みます。これらの符号を用いた2つの数式の関係を**不等式**と呼びます。

不等式 $5x \leq 65$ では：



不等式の例：

不等式	読み方
a) $x < 8$	x は8**より小さい**
b) $10 \leq x$	10はx**以下**
c) $x > 4$	xは4**以上**
d) $x \geq 7$	x は7**以上**

不等号を表すのに「より小さい」「より大きい」などの表現が使用されない場合もありますが、「より少ない」「より多い」などの代替表現を使用することができます。

次の各項で求められていることを実行しなさい：

a) あるスーパーでは、25ドル以上の買い物をしたお客さんにサプライズプレゼントをしています。ある人がmドル費やそうとしている場合、サプライズプレゼントをもらうために満たさなければならない条件のために費やす金額を不等式で表しなさい。

b) この授業の冒頭の設問の**b**項と同じ問題で、フリアの父親が彼女に12ドルを与え、彼女が眼鏡を買ってもまだお金が余っているとします。フリアが持っている合計金額と眼鏡の価格を不等式で表しなさい。

解答。

a) 金額： m (ドル)

金額 ≥ 最低購入額

$$m \geq 25$$

b) 合計額： $5x + 12$ (ドル)

合計額 > 眼鏡の価格

$$5x + 12 > 65$$

1. 次の問題を不等式で表しなさい：

a) 5人の生徒がそれぞれx個のビー玉を持っていて、それを集めると量が45個**より少ない**です。

b) 10 kgのスーツケースの中に、それぞれ2 kgの重さの物品をn個入れ、全てを入れ終えたらスーツケースの総重量は22 kg**より大きい**です。

c) あるスーパーでは、トマトのパックは2ドル、じゃがいものパックは3ドルかかります。トマトをaパック、じゃがいもをbパック買うとすると、合計金額は40ドルより少ないです。

d) エネルギー消費量は200 kwhより多かったため、補助金を受けられなくなった人のx kwh量。

2.エルインポシブレパーク自然保護区への入場料は、大人がxドル、学生がyドルです。この問題では次の不等式は何を表していますか。

a) $4x + 3y \leq 25$

b) $9x + 7y \geq 43$

ユニット 5

一次方程式

歴史的にみて、一次方程式は、人間が活動する中で直面する問題を解決するのに非常に有用な道具となってきました。例えばエジプト人は、仮定法という方法を用いていましたが、これは $3x + 5x = 16$ のような方程式を解くのに、(例として) $x = 4$ のような値を代入して、$3 \times 4 + 5 \times 4 = 32$ という結果を得て、これに帰一算を使用して、真の解である $x = \frac{4 \times 16}{32} = 2$ を算出するというものでした。

金融数学の分野では、方程式の応用が非常に重要です。

一次方程式の一般的解法は、古代に、インドのような国で提起され、その学術各分野での使用と応用は、自動車工学での速度や距離の計算、百分率や割引額の計算、遺産の計算、報酬と給料の計算、システム工学その他の関わり合いの中で、今日まで非常に重要なものであり続けてきました。それゆえに、これが多くの職業、専門で使用されているために、根本的に重要なものになっています。

このユニットは、同等性の概念とその性質、未知数が1つの一次方程式の解法と、それの生活環境で生じるさまざまな問題解決における応用について、比例や他前提知識を組み入れて進行していきます。

1.1 数字で表された2つの式の同等性

P

次に表すてんびんを良く見て、それぞれのつり合いの様子を表現しましょう。

てんびん1　　　てんびん2　　　てんびん3

S

3 = 3　　　1 + 1 + 1 = 3　　　1 + 1 + 1 = 2 + 1

C

等号（=）は両辺の数字で表された式が等しい関係であることを示すための数学記号です。

E

両辺が等しくなるように空白を埋めましょう。

a) 6 + 1 = 5 + __　　　b) 8 − __ = 5　　　c) 2 + __ = 3 + __　　　d) 8 − __ = 4 + __

解答

a) 6 + 1 = 5 + 2　　　b) 8 − 3 = 5　　　c) 2 + 3 = 3 + 2　　　d) 8 − 3 = 4 + 1

なお、問題のc)とd)については複数の解答が可能であり、ここでは1つの解答例のみを示しています。

1. 両辺が等しくなるように空白を埋めましょう。

a) 7 + __ = 10　　　b) __ + __ = 9　　　c) 8 + __ = 4 + __

d) 12 − __ = 5　　　e) 20 − __ = 15　　　f) 3 − __ = 5 − __

2. 両辺が等しくなるように四角に数字を入れましょう。

a) □ = 5　　　b) □ − 13 = 15　　　c) □ − □ = 17　　　d) □ − □ = 3 + 8

e) □ − □ = 7 + 5　　　f) □ − □ = 8 + 6　　　g) □ − □ = 9 + 7　　　h) □ − □ = 9 + 9

1.2　2つの代数式の同等性

P

次のてんびんの皿にある重さを等式で表しましょう。

S

$$x + 3 = 10 + 10 + 5$$

C

2つの代数式が同じ量であることを象徴的に示すため、等号（=）を用います。

E

次のてんびんの皿にある重さを等式で表しましょう。

解答

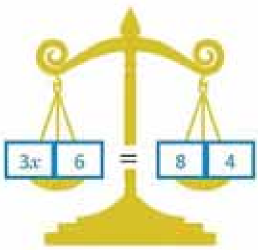
$$2x + 30 = x + 4 + 5$$

次のてんびんにある重さを等式で表しましょう。 izas:

a)

b)

c)



d)

ユニット5

2.1 方程式の解き方

P

ある人が銀行の窓口にきて、470ドルの小切手を現金に換えます。300ドルを100ドル札で受け取った後、窓口係は、5ドル札しかないと言います。この人は5ドル札を何枚受け取るでしょうか。

5ドル札での合計額を表します。

5ドル札の合計枚数をxで表すと、数と1つの変数を使って等式を作ることができます。100ドル札と5ドル札の合計を470ドルと一致させる必要がありますので、次の等式が作れます。$5x + 300 = 470$.

5ドル札の数を求めるには、等式の x を知る必要があります。$5x + 300 = 470$.

S

x の値を求めるには、いくつかの概算値を代入して計算し、右辺（470）を満たすか確かめねばなりません。

x の値	左辺 $5x + 300$	左辺の結果
si $x = 31$	$5 \times 31 + 300$	455
si $x = 32$	$5 \times 32 + 300$	460
si $x = 33$	$5 \times 33 + 300$	465
si $x = 34$	$5 \times 34 + 300$	470
si $x = 35$	$5 \times 35 + 300$	475
si $x = 36$	$5 \times 36 + 300$	480

xの値が34のとき、左辺の値が右辺の値と等しくなり、よって、等式が成り立ちます。よって、5ドルのお札34枚を受け取るという結論になります。

C

1つの変数を含んだ2つの数式の等式を **方程式**と呼びます。ある方程式で、変数で表される未知の値を **未知数**と呼びます。等式をみたす未知数の値を、方程式の解と呼び、解を求める過程を**方程式を解く**と呼びます。

次の方程式の内、5という値が解となるのはどれですか。(値を代入します)

a) $2x + 3 = 11$
$2 \times 5 + 3 = 11$
$10 + 3 = 11$
$13 \neq 11$

b) $3x - 8 = 7$

c) $8x + 9 = 17$

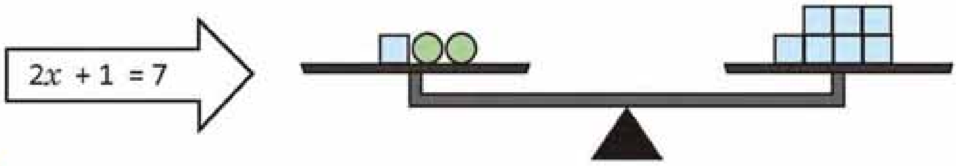
d) $4x - 8 = 4$

よって、**a.** の方程式の解ではありません。

2.2 等式の法則

P

方程式 $2x+1=7$ が与えられた場合、等式は釣り合いのとれたてんびんであると想像して、x の値を求めなさい。1つの x は、1つの玉で、1つのユニットは、1つの立方体で表しています。

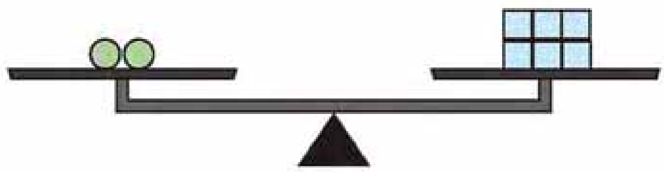


釣り合いを保つようにして、てんびんの両側から物体を取り除きます。

S

$\downarrow$ … てんびんの両側から、立方体を1つ取り除きます。

$2x=6$



$\downarrow$ … 片側から玉を1つ取り、それに相当する立方体を3つ取ります。

$x=3$

C

算数の等式が維持されるのは、

1. 両辺に、同じ数あるいは式を加えた場合です。A = B ならば、A + C = B + C.
2. 両辺から、同じ数あるいは式を引いた場合。A = B ならば　A − C = B − C.
3. 両辺に、同じ数あるいは式を掛けた場合。A = B ならば, A × C = B × C.
4. 両辺を、同じ数あるいは式で割った場合。A = B, 及び C がゼロでないならば、A ÷ C = B ÷ C.
5. 左辺と右辺を交換します。A = B ならば、 B = A.

前述の命題を**等式の法則**と呼びます。

E

次の方程式の解に使われた法則を、赤色で示されたステップに書いてください。

$3x+2=41$

$3x+2-2=41-2$ … 法則 2

$3x=39$

$3x \div 3=39 \div 3$ … 法則 4

$x=13$

次の方程式の解に使われた法則を赤色で示されたステップに書いてください。

a) $5x+4=49$

$5x+4-4=49-4$ … $\boxed{}$

$5x=45$

$5x \div 5=45 \div 5$ … $\boxed{}$

$x=9$

b) $\frac{1}{2}x-1=5$

$\frac{1}{2}x-1+1=5+1$ … $\boxed{}$

$\frac{1}{2}x=6$

$\frac{1}{2}x \times 2=6 \times 2$ … $\boxed{}$

$x=12$

2.3 等式の法則1を使った方程式の解き方

P

以下の方程式を解きなさい。

a) $x - 3 = 2$　　b) $-6 + x = 1$　　c) $x - 7 = -4$　　d) $x - 4 = -8$

S

a) $x - 3 = 2$
$x - 3 + 3 = 2 + 3$
$x = 5$

両辺に3を加えます。

b) $-6 + x = 1$
$-6 + x + 6 = 1 + 6$
$x = 7$

両辺に6を加えます。

c) $x - 7 = -4$
$x - 7 + 7 = -4 + 7$
$x = 3$

両辺に7を加えます。

d) $x - 4 = -8$
$x - 4 + 4 = -8 + 4$
$x = -4$

両辺に4を加えます。

C

前掲のような方程式を解くには、等式の**法則1**を適用します。両側に同じ数を加え、片側に未知数のみが残るようにします。

例えば、

$$x - 3 = 2$$
$$x - 3 + 3 = 2 + 3$$

授業2.2 では、方程式を変形して x が片方の辺に、数がもう一方の辺に持ってくることを学びました。例えば、$x = 5$, $x = 7$, $x = 3$ 及び $x = -4$ ですが、この過程を方程式を解くと言いますが、「x を求める」とも言います。

1.次の方程式を解く上で、空欄を埋めましょう。

a) $x - 4 = 3$
$x - 4 + \square = 3 + \square$
$x = 7$

b) $-2 + x = 4$
$-2 + x \square 2 = 4 \square 2$
$x = 6$

c) $x - 7 = -2$
$x - 7 + 7 = -2 + 7$
$x = \square$

d) $x - 3 = -8$
$x - 3 + \square = -8 + \square$
$x = -5$

2.以下の方程式を解きなさい。

a) $x - 4 = 5$　　b) $-7 + x = 3$　　c) $x - 9 = -5$　　d) $x - 6 = -10$

2.4 等式の法則2を使った方程式の解き方

以下の方程式を解きなさい。

a) $x + 2 = 3$　　b) $4 + x = 9$　　c) $x + 7 = 4$　　d) $x + 4 = -8$

未知数を求めることは、$x = \square$ のような形の代数式に至ることです。つまり、x が係数1を持つようにすることです。

x を求めるために引くべき数は何ですか。

a) $x + 2 = 3$

$$x + 2 - 2 = 3 - 2$$
$$x = 1$$

両辺から2を引きます。

b) $4 + x = 9$

$$4 + x - 4 = 9 - 4$$
$$x = 5$$

両辺から4を引きます。

c) $x + 7 = 4$

$$x + 7 - 7 = 4 - 7$$
$$x = -3$$

両辺から7を引きます。

d) $x + 4 = -8$

$$x + 4 - 4 = -8 - 4$$
$$x = -12$$

両辺から4を引きます。

前掲のような方程式を解くには、等式の**法則2**を適用します。つまり、両辺から同じ数を引き、方程式の一辺には未知数のみが残るようにします。

例えば、

$$x + 2 = 3$$
$$x + 2 - 2 = 3 - 2$$

1.次の方程式を解く上で、空欄を埋めましょう。

a) $x + 4 = 5$

$$x + 4 - \square = 5 - \square$$
$$x = 1$$

b) $2 + x = 4$

$$2 + x \ \square \ 2 = 4 \ \square \ 2$$
$$x = 2$$

c) $x + 7 = 2$

$$x + 7 - 7 = 2 - 7$$
$$x = \square$$

d) $x + 3 = -8$

$$x + 3 - \square = -8 - \square$$
$$x = \square$$

2.以下の方程式を解きなさい。

a) $x + 8 = 13$　　b) $7 + x = 10$　　c) $x + 9 = 5$　　d) $x + 6 = -10$

2.5 移項の方法

P

方程式　$x-3=4$を解きましょう。

S

手順1
x から 3 を引くと4に等しいということです。

$$x\boxed{-3}=4$$

手順2
等式を維持するために両辺に3を加えます。

$$x-3+3=4+3$$

手順3
左辺において、-3 と 3 が相殺され、未知数のみ残ります。右辺には、既知数のみ残ります。

$$x=4\boxed{+3}$$
$$x=7$$

手順3において、3が右辺に足されることに気づいてください。

C

前の方程式では、左辺に残っていた3が右辺に移動し足されました。

$$x\boxed{-3}=4$$
$$x=4\boxed{+3}$$

直接、手順1から3を実行することで方程式を解くことができます。ある項が、1つの辺から他の辺に符号を変えて移動することを**移項**と呼びます。

E

移項により方程式を解きます。

解く方程式は、　$x+5=12$

$$x\boxed{+5}=12$$
$$x=12\boxed{-5}$$
$$x=7$$

左辺で、足されていた5は、右辺に移り引かれます。

移項して、次の方程式を解きましょう。

a) $x-5=2$
　$x=2+\square$
　$x=\square$

b) $x-1=3$

c) $-1+x=3$

d) $-2+x=4$

e) $x+3=5$
　$x=5-\square$
　$x=\square$

f) $x+6=8$

g) $4+x=5$

h) $2+x=4$

2.6 等式の法則3を使った方程式の解き方

P

以下の方程式を解きましょう。

a) $\frac{1}{5}x = 10$ b) $\frac{2}{3}x = 6$ c) $-\frac{x}{2} = 6$

x を求めるには、両辺においてどのような計算をすべきでしょうか。（xを求めるとは、係数が1であることを意味します）

S

a) $\frac{1}{5}x = 10$

$\frac{1}{5}x \times 5 = 10 \times 5$

$x = 50$

両辺に5を掛けます。

b) $\frac{2}{3}x = 6$

$\frac{2}{3}x \times \frac{3}{2} = 6 \times \frac{3}{2}$

$x = \frac{18}{2}$

$x = 9$

両辺に、$\frac{3}{2}$を掛けます。

c) $-\frac{x}{2} = 6$

$-\frac{1}{2}x = 6$

$-\frac{1}{2}x \times (-2) = 6 \times (-2)$

$x = -12$

両辺に -2を掛けます。

C

等式の**法則3**を適用して方程式を解くには、未知数の係数の逆数を両辺に掛けます。未知数の係数が分数の場合は、先ず、分数と未知数の掛け算のように表した後、分数の逆数を両辺に掛けます。

先に提示した事例の未知数を求める実用的なルールとして、係数が1の未知数を書き、もう一方の辺に未知数が最初に持っていた係数の逆数を掛けます。

例えば、

$\frac{1}{5}x = 10$

$x = 10 \times 5$

$x = 50$

1.次の方程式を解く上で、空欄を埋めましょう。

a) $\frac{1}{9}x = 2$

$\frac{1}{9}x \times \square = 2 \times \square$

$x = 18$

b) $\frac{x}{3} = -7$

$\frac{1}{3}x = -7$

$\frac{1}{3}x \times \square = -7 \times \square$

$x = -21$

c) $-\frac{1}{6}x = 3$

$-\frac{x}{6} \times \square = 3 \times \square$

$x = \square$

d) $-\frac{2x}{3} = -8$

$-\frac{2}{3}x = -8$

$-\frac{2}{3}x \times \square = -8 \times \square$

$x = 12$

e) $\frac{1}{4}x = 2$

$x = 2 \times \square$

$x = 8$

f) $\frac{x}{3} = -5$

$x = -5 \times \square$

$x = -15$

g) $-\frac{1}{5}x = 4$

$x = 4 \times \square$

$x = -20$

h) $-\frac{3x}{5} = -6$

$x = -6 \times \square$

$x = 10$

2.以下の方程式を解きなさい。

a) $\frac{1}{4}x = 3$ b) $\frac{x}{4} = 9$ c) $-\frac{2}{7}x = 4$ d) $-\frac{5x}{4} = -10$

ユニット5

2.7 等式の法則4を使った方程式の解き方

P

次の方程式を解きましょう。$7x = -21$.

ある数に "逆数"を掛けた数は1です。

S

方程式を解くには、両辺を未知数の係数で割ります。その代わりに、以前の授業で扱った手順を使って、法則3を適用できます。

法則4を適用して

$$7x = -21$$
$$7x \div 7 = -21 \div 7$$
$$x = -3$$

法則3を適用して

$$7x = -21$$
$$7x \times \frac{1}{7} = -21 \times \frac{1}{7}$$
$$x = -\frac{21}{7}$$
$$x = -3$$

C

等式の**法則4**を適用して方程式を解くには、両辺を未知数の係数で割ります。任意に、前回の授業のように、**法則3**を適用して方程式の両辺に未知数の係数の逆数を掛けて方程式を解くことができます。

前の方程式のような方程式の未知数を求めるための実用的なルールは、係数が1の未知数を書き、もう一方の辺を、直接、未知数の係数で割ります。

例えば、

$$7x = -21$$
$$x = -21 \div 7$$
$$x = -3$$

1.次の方程式を解く上で、空欄を埋めましょう。

a) $3x = 27$
$3x \div \square = 27 \div \square$
$x = 9$

b) $2x = 6$
$2x \div 2 = 6 \div \square$
$x = 3$

c) $4x = 16$
$4x \div 4 = 16 \div 4$
$x = \square$

d) $6x = -18$
$6x \div 6 = -18 \div \square$
$x = \square$

e) $-5x = 25$
$x = 25 \div (-5)$
$x = \square$

f) $-3x = 27$
$x = 27 \div \square$
$x = \square$

g) $-x = 5$
$x = 5 \div \square$
$x = \square$

h) $-2x = -4$
$x = -4 \div \square$
$x = \square$

2.以下の方程式を解きなさい。

a) $7x = 14$　b) $5x = -20$　c) $-6x = 24$　d) $-x = 9$

2.8　2つ以上の法則を適用しての方程式の解き方

P

以下の方程式を解きなさい。

a) $5x + 7 = -8$　　b) $-2x - 6 = 10$　　c) $\frac{x}{5} - 7 = 3$

法則3あるいは**4**を適用するには、左辺に項が1つあればよいのです。

S

a) $5x + 7 = -8$
$5x = -8 - 7$
$5x = -15$
$x = -15 \div 5$
$x = -3$

b) $-2x - 6 = 10$
$-2x = 10 + 6$
$-2x = 16$
$x = 16 \div (-2)$
$x = -8$

c) $\frac{x}{5} - 7 = 3$
$\frac{x}{5} = 3 + 7$
$\frac{x}{5} = 10$
$x = 10 \times 5$
$x = 50$

C

前掲のような方程式を解くには、以下を行います。

1. 既知数を右辺に移動。
2. 指示された計算の実行。
3. x 求めるために法則3あるいは4の適用。

1.次の方程式を解く上で、空欄を埋めましょう。

a) $4x + 3 = 15$
$4x = 15 - \square$
$4x = 12$
$x = 12 \div \square$
$x = 3$

b) $-2x - 6 = 10$
$-2x = 10 + \square$
$-2x = 16$
$x = 16 \div \square$
$x = \square$

c) $\frac{x}{10} - 8 = 4$
$\frac{1}{10}x = 4 + \square$
$\frac{1}{10}x = \square$
$x = 12 \times \square$
$x = \square$

2.以下の方程式を解きなさい。

a) $2x + 1 = 5$　　b) $-x - 8 = 6$　　c) $\frac{2x}{15} - 4 = -8$　　d) $\frac{x}{2} - 3 = 4$

2.9 両辺に未知数がある方程式の解き方

P

方程式を解きましょう。$3x = 4 + 2x$

移項は、未知数を含む項についても同様に成り立ちます。

S

$$3x = 4 + 2x$$
$$3x - 2x = 4$$
$$x = 4$$

$2x$ を左辺に移項します。

C

未知数が両辺にある方程式を解くには、

1. x のついた全ての項を左辺に移項します。
2. すべての既知数を右辺に移項します。
3. 指示された計算の実行。
4. x を求めるために法則3あるいは4を適用。

E

次の方程式を解く上で、空欄を埋めましょう。

a) $5x = 24 + x$

$5x \square x = 24$

$4x = 24$

$x = \square$

b) $6x + 3 = 3x + 24$

$6x - \square = 24 - 3$

$3x = \square$

$x = \square$

解き方

a) $5x = 24 + x$

$5x \boxed{-} x = 24$

$4x = 24$

$x = \boxed{6}$

b) $6x + 3 = 3x + 24$

$6x - \boxed{3x} = 24 - 3$

$3x = \boxed{21}$

$x = \boxed{7}$

1. 次の方程式を解く上で、空欄を埋めましょう。

a) $3x = 7x + 12$

$3x - \square = 12$

$\square = 12$

$x = \square$

b) $9x + 3 = 2x - 11$

$9x \square 2x = -11 - 3$

$\square = \square$

$x = \square$

2. 以下の方程式を解きなさい。

a) $2x = -3 + x$　b) $x = -2x - 9$　c) $-x - 2 = -20 + 5x$　d) $8x + 2 = 3x + 7$

2.10 復習問題

1. 以下の方程式を解きなさい。

a) $x - 4 = 3$

b) $x - 2 = -5$

c) $x + 5 = 8$

d) $x + 6 = -2$

e) $4x = 16$

f) $-2x = 8$

g) $\frac{1}{3}x = 5$

h) $-\frac{1}{2}x = 6$

i) $\frac{1}{4}x = 6$

2. 以下の方程式を解きなさい。

a) $3x + 8 = -4$

b) $2 - 3x = 14$

c) $5x + 7 = 32$

d) $-4x - 2 = -18$

e) $-2x - 7 = 1$

f) $5x - 3 = 12$

3. 以下の方程式を解きなさい。

a) $2x - 3 = -x - 9$

b) $3 = 5x - 12$

c) $-3x - 11 = x + 5$

d) $8x - 30 = 2x - 6$

e) $11x - 15 = 12 + 2x$

f) $x + 13 = 43 - 14x$

2.11 かっこ付き方程式の解き方

P

方程式を解きましょう。$2(x + 3) + 4 = 20$

分配法則では、以下が成立します。
$a(b + c) = a \times b + a \times c$
$(b + c) \times a = b \times a + c \times a$

S

$$
\begin{aligned}
2(x + 3) + 4 &= 20 \\
2x + 2 \times 3 + 4 &= 20 \\
2x + 6 + 4 &= 20 \\
2x + 10 &= 20 \\
2x &= 20 - 10 \\
2x &= 10 \\
x &= 5
\end{aligned}
$$

C

上記のようなかっこ付き方程式を解く手順は以下です。

1. 分配法則を適用し、かっこを外します。
2. x の付いた全ての項を左辺に移項し、既知数をすべて右辺に移項します。
3. 指示された計算の実行。
4. x を求めるために法則3あるいは4を適用。

E

かっこ付き方程式の解き方のいくつかの例。

a) $3 + (x - 5) = 6$
$3 + x - 5 = 6$
$x - 2 = 6$
$x = 6 + 2$
$x = 8$

b) $4 - (x - 3) = 9$
$4 - x + 3 = 9$
$-x + 7 = 9$
$-x = 9 - 7$
$-x = 2$
$x = -2$

1. 次の方程式を解く上で、空欄を埋めましょう。

a) $3(x - 2) + 12 = 30$
$3x - \square + 12 = 30$
$3x + \square = 30$
$3x = 30 - \square$
$3x = \square$
$x = 8$

b) $-2(x - 6) + 5 = 47$
$-2x + \square + 5 = 47$
$-2x + \square = 47$
$-2x = 47 - \square$
$-2x = \square$
$x = -15$

2. 以下の方程式を解きなさい。

a) $3 + 4(x - 2) = 7$　b) $5 - (x - 4) = 12$　c) $2(x + 4) + 2 = 14$　d) $-3(x - 1) - 2 = 10$

2.12 解が分数や小数になる方程式

P

以下の方程式を解きなさい。

a) $4x = 2$

b) $5x + 1 = -6$

2つの数の商は、分数で表すことができます。

S

a) $4x = 2$

$x = 2 \div 4$

$x = \frac{1}{2}$ o $x = 0.5$

b) $5x + 1 = -6$

$5x = -6 - 1$

$5x = -7$

$x = -7 \div 5$

$x = -\frac{7}{5}$ o $x = -1.4$

同じように、答えが分数の場合も、少数の形で表すことができます。

C

一次方程式の解は、正あるいは負の分数、正あるいは負の小数になることがあります。

E

次の方程式を解きましょう。 $8x + 10 = 3 - 6x.$

解き方

$$8x + 10 = 3 - 6x$$

$$14x = -7$$

$$x = -7 \div 14$$

$$x = -\frac{7}{14}$$

$$x = -\frac{1}{2} \text{ o } x = -0.5$$

以下の方程式を解きなさい。

a) $6x = 2$

b) $2x + 2 = 5$

c) $-25x - 8 = 4 - x$

d) $-2 + 7(x + 1) = 9$

e) $-9 = 3 + 5(x - 2)$

f) $8(4x - 1) - 4 = 3(1 - x)$

2.13 小数の項と小数の係数を含む方程式

P

方程式を解きましょう。$0.5x - 2.5 = 1.5$.

数が整数ならば、より簡単に x を求められるでしょう。

小数に10、100、あるいは1,000を掛けると小数点は、ゼロの数に応じて右に移動します。

例：

- $0.5 \times 10 = 5$
- $1.45 \times 100 = 145$
- $0.642 \times 1000 = 642$

S

$$
\begin{aligned}
0.5x - 2.5 &= 1.5 \\
10(0.5x - 2.5) &= 10 \times 1.5 \\
10 \times 0.5x - 10 \times 2.5 &= 15 \\
5x &= 40 \\
x &= 40 \div 5 \\
x &= 8
\end{aligned}
$$

整数においては、小数点を変えず、解くことができます。

$$
\begin{aligned}
0.5x - 2.5 &= 1.5 \\
0.5x &= 1.5 + 2.5 \\
0.5x &= 4 \\
x &= 4 \div 0.5 \\
x &= 8
\end{aligned}
$$

全ての係数と小数項は、両辺に10を掛ければ、整数に変わります。等式の**法則3**が適用されるので、全ての項に掛けねばなりません。

方程式の小数を整数に変えるには、小数点の右側にある項で最大の桁数と同じ数の10の累乗を選択しました。

C

小数の係数と小数の項をもつ方程式を解くには、整数の係数をもつ方程式に変換するのが都合が良いのです。そのため、項の一つ一つに10、100、1,000あるいは項の小数の最大の桁数に応じた10の累乗を掛けて、xを求めます。

E

方程式を解きましょう。$0.25 - 0.02x = 0.03x + 0.2$.

解き方

$$
\begin{aligned}
0.25 - 0.02x &= 0.03x + 0.2 \\
25 - 2x &= 3x + 20 \\
-2x - 3x &= 20 - 25 \\
-5x &= -5 \\
x &= \frac{-5}{-5} \\
x &= 1
\end{aligned}
$$

以下の方程式を解きなさい。

a) $0.3x - 0.2 = 3.4$　b) $0.05x - 0.15 = 0.5$　c) $1.1x + 1.7 = 0.6x + 0.2$　d) $0.02x + 0.04 = 0.18 - 0.05x$

2.14 分数の項と分数の係数を持った方程式

P

以下の方程式を解きなさい。

a) $\frac{1}{3}x - 5 = \frac{1}{6}x$　　b) $\frac{x-2}{2} = \frac{1}{4}x$

数が整数ならば、より簡単に x を求められるでしょう。

S

3 と 6 の最小公倍数は 6。

a) $\frac{1}{3}x - 5 = \frac{1}{6}x$

$$6\left(\frac{1}{3}x - 5\right) = 6 \times \frac{1}{6}x$$
$$6 \times \frac{1}{3}x - 6 \times 5 = 6 \times \frac{1}{6}x$$
$$\frac{6}{3}x - 30 = \frac{6}{6}x$$
$$2x - 30 = x$$
$$2x - x = 30$$
$$x = 30$$

2と4の最小公倍数は4です。

b) $\frac{x-2}{2} = \frac{1}{4}x$

$$4 \times \frac{x-2}{2} = 4 \times \frac{1}{4}x$$
$$\frac{4}{2}(x-2) = \frac{4}{4}x$$
$$2(x-2) = x$$
$$2x - 4 = x$$
$$2x - x = 4$$
$$x = 4$$

2つあるいはそれ以上の分数を整数に変えるには、分母の最小公倍数を掛けます。両辺に最小公倍数を掛けるにあたり、方程式にかっこを付けます。

C

分数の係数と分数の項を持つ方程式を解くには、項も係数も分母の最小公倍数を掛けてからxを求めます。

E

方程式を解きましょう。 $-\frac{x+2}{12} = \frac{1}{24}x$

解き方

$$-\frac{x+2}{12} = \frac{1}{24}x$$
$$24 \times \left(-\frac{x+2}{12}\right) = 24 \times \frac{1}{24}x$$
$$-\frac{24}{12}(x+2) = \frac{24}{24}x$$
$$-2(x+2) = x$$
$$-2x - 4 = x$$
$$-2x - x = 4$$
$$-3x = 4$$
$$x = -\frac{4}{3}$$

以下の間違いを犯さないようにしましょう。

$-2(x+2) = -2x + 2$ これは正しくありません。✗
$-2(x+2) = -2x - 4$ これは正しいです。✓

以下の方程式を解きなさい。

a) $\frac{1}{2}x - 3 = \frac{1}{4}x$　　b) $\frac{3}{4}x + 5 = \frac{1}{8}x$　　c) $\frac{x-3}{3} = \frac{1}{6}x$

d) $\frac{4-x}{3} = \frac{x}{9}$　　e) $\frac{3}{5}x - 1 = -\frac{3}{10}x$　　f) $-\frac{x+5}{2} = \frac{3}{4}$

ユニット 5

2.15 復習問題

各番号の指示を実行しましょう。

1. 以下の方程式を解きなさい。

a) $3 + 4(x - 2) = -3 - 5(x - 5)$

b) $3x + 5(x + 2) = 4(x + 3) + 6$

c) $5 - 4(3x + 1) = 1 + 4(2x + 20)$

d) $9(x - 3) = 2(x - 5) - 3$

e) $5(2x - 3) - 6 = 4x + 3$

f) $3(x - 2) + x = 5(x - 3) + 9$

2. 問題を解きましょう。

a) $0.5x + 3 = 0.4x + 3.3$

b) $3 + 0.8x = 2.4 + 0.9x$

c) $0.2x - 0.03 = 0.17x + 0.21$

d) $1.31x + 0.04 = 1.35x - 0.04$

e) $0.05x - 0.034 = 0.015x + 0.0001$

f) $2.25x + 1.97 = 3.75x - 4.03$

3. 問題を解きましょう。

a) $\frac{1}{2}x = \frac{1}{4}x + \frac{5}{2}$

b) $-\frac{x}{3} - \frac{5}{6} = -\frac{4}{3}$

c) $-\frac{1}{4}x = \frac{5}{4}x + \frac{5}{8}$

d) $\frac{7}{24} + \frac{5}{12} = 2x$

e) $\frac{x+1}{2} = \frac{x}{4}$

f) $\frac{5x-4}{3} = -\frac{1}{6}$

g) $-\frac{x+3}{2} - \frac{x}{4} = \frac{3}{2}$

h) $\frac{x+5}{12} = \frac{x+7}{24}$

3.1　1つの等式の性質を利用した方程式の応用

P

以下の問題を解きましょう。

1. ある民間のサッカー場を利用するには、入会金16ドルと、1回の使用につき1ドルかかります。35ドル支払った場合、何回サッカー場を使いましたか。

等式を書く前に、図表を使うと理解しやすくなります。

2. x から8を引くと、結果は -3です。x の値を求めましょう。

S

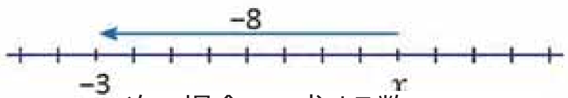
1.

次の場合 x ：サッカー場を使った回数

$$16 + x = 35$$
$$x = 35 - 16$$
$$x = 19$$

答え：19 回使いました。

2.



次の場合 x ：求める数

$$x - 8 = -3$$
$$x = -3 + 8$$
$$x = 5$$

答え：求める数字は5です。

C

一次方程式を使って問題を解く手順は以下の通りです。

1：何の量を未知数で表すか決めます。
2：方程式を立てます。
3：方程式を解きます。
4：解答を出します。

次の問題を解きましょう。

1. 商店主が3カ月ごとの損益計算書を作成します。1カ月目は1,800ドルの利益がでました。2カ月目は600ドルの損失が出ました。3カ月の合計が7,000ドルなら、3カ月目の損益はどのようでしたか。

2. x から5を引くと、結果は-12です。x の値を求めましょう。

3.2 複数の等式の性質を組み合わせて利用した方程式の応用

P

次の問題を解きましょう。

ミゲルはパパイヤ農園を所有しています。品質の悪いパパイヤが成る木を3本切りました。残りの木は1本あndo たり5個のパパイヤが成ります。収穫の合計は355個でした。ミゲルは最初何本のパパイヤの木を持っていまuna したか。

S

まず最初に変数を決めます。次に等号を用いて等式が成り立つ数量の関係を明らかにします。ここでは、木の本数かける1本の木に成るパパイヤの数が、パパイヤの合計数に等しいので、この問題を解くには

次の場合 x：ミゲルが最初に持っていた木の本数

パパイヤの木の本数	x
残りのパパイヤの木の本数	$x-3$
パパイヤの数	$5(x-3)$

$$5(x-3)=355$$
$$5x-15=355$$
$$5x=355+15$$
$$5x=370$$
$$x=74$$

答え：74本

次の問題を一次方程式を使って解きましょう。

1. ある零細会社のオーナーは、売り上げ目標を達成したので従業員に対し基本給に50ドル上乗せして給料を払うことにしました。従業員3人に対して1,425ドル必要でした。従業員の基本給はいくらですか。

2. アントニオは電話販売会社の責任者です。売れ行きが悪かったので20ドル値引きすることにしました。12台販売したところ、売上は2,400ドルありました。値引き前の電話は1台いくらですか。

3. アナは本屋を営んでいます。本1冊の販売につき5ドルの利益があり、毎月の経費は200ドルです。最低何冊の本を販売する必要がありますか。

3.3 未知の量2つを1つの変数で表す方程式の応用

次の問題を解きましょう。

ホセは金物屋でパートタイムで働いています。平日（月曜から金曜）の給料は1日4ドル、週末（土曜と日曜）の給料は1日6ドルです。ひと月に20日働き、給料が84ドルの時、平日は何日、休日は何日働きましたか。

まず最初に変数を決めます。次に等号を用いて等式が成り立つ数の関係を明らかにします。この場合、ホセに支払われた金額です。平日に働いた日数と、週末に働いた日数を足した日数分の給料が、1か月の給料になります。よって、この問題を解く手順は

次の場合 x：ホセが平日に働いた日数

	平日の日数	週末の日数
日数	x	$20 - x$
金額	$4x$	$6(20 - x)$
合計金額	$4x + 6(20 - x)$	

$$4x + 6(20 - x) = 84$$
$$4x + 120 - 6x = 84$$
$$120 - 2x = 84$$
$$-2x = 84 - 120$$
$$-2x = -36$$
$$x = 18$$

答え： 平日に18日、週末に2日働きました。

ディオファントスは非常に効果的に未知数を選んで方程式を解いたと言われています。

例えば、「2つの数がある。1つは他方より20単位多く、双方の合計は80である。2つの数字を求めなさい。」ディオファントスはこの方程式を解くのに、大きい方を“$x + 10$”、小さい方を“$x - 10$”と考えました。

別の例です。「3つの数字がある。そのうち2つの数を合計すると、それぞれ20、30、40になる。3つの数字を求めなさい。」この方程式を解くのに、3つの数の合計を“x”、3つの数をそれぞれ“$x - 40$”、“$x - 30$”、“$x - 20$”と考えました。

啓林館(2015)
指導要領

次の問題を一次方程式を使って解きましょう。

1. ある輸送会社では、荷物の輸送料金を重量（ポンド）によって決めます。DVDプレーヤー5つ、液晶テレビ8つを運びます。重量の合計は106ポンドです。液晶テレビ1台はDVDプレーヤー1台より10ポンド重いことがわかっています。請求書を発行するとき、それぞれの製品の1台あたりの重量を量り忘れたことに気づきました。DVDプレーヤーと液晶テレビ、それぞれの1台の重さはどれだけですか。

2. 連続する2つの自然数の合計は13です。2つの数字は何ですか。

3. 連続する3つの自然数の合計は18です。3つの数字は何ですか。

3.4 両辺に変数をもつ方程式の応用

次の問題を解きましょう。

カルロスは5カ月間スポーツジムに通う予定です。会員にならないと1カ月20ドルかかります。しかし入会金30ドルを払って会員になれば1カ月10ドルで利用できます。両方の条件で通う比較をしたら、何カ月後に使う金額が同じになりますか。予定していた期間なら、会員になるほうが有利ですか？

会員になるかならないかの条件について、支払う金額が同じになるまでの期間を求めます。経過する月の数を未知数で表します。次に、1カ月に支払う金額です。会員にならない場合1カ月の料金は20ドル、会員になる場合は10ドルです。会員にならない場合の合計支払金額と、会員になる場合の合計支払金額の間で等式が成り立ちます。

次の場合 x：同じ金額を払うまでにかかる月の数

	非会員	会員
入会金	0	30
月会費	20	10
合計支払金額	$20x$	$30 + 10x$

$$20x = 30 + 10x$$
$$20x - 10x = 30$$
$$10x = 30$$
$$x = 3$$

答え：3カ月で同じ金額になります。5カ月通うなら、会員になる方が安くなり有利です。

次の問題を解きましょう。

1. 民間の駐車場Aでは1時間1ドルの駐車料金がかかります。駐車場Bは使用権利料として2ドル、プラス1時間0.5ドルの駐車料金がかかります。2つの駐車場の料金が同じになるのは何時間後ですか。

2. マルタはマルチメディア機器を1日20ドルの使用料と、店から機器を持ち出す時の手数料10ドルでレンタルしています。ホセは同じ商売を機器使用料1日18ドルと、機器の持ち出す時の手数料26ドルで行っています。この2つの店からレンタルしたとき、何日後に料金が同じになりますか。5日間機器をレンタルしたいとき、どちらの店で借りるのがよいでしょうか。

3. ある学校に水タンクが2つあります。1つは200ガロン、もう1つは328ガロンの容量です。一週間にそれぞれ2ガロンと4ガロン、水漏れします。水タンクを使っていないとして、同じ量の水が漏れるは何週間後ですか。

3.5 距離、速さ、時間への応用

次の問題を解きましょう。

マルタは家を出て学校へ向かいました。妹のフリアはその4分後に家を出ました。マルタの歩く速さは30 m/分、フリアは50 m/分でした。
何分後にフリアはマルタに追いつきましたか。家と学校との距離が280 mなら、フリアはマルタに追いつきますか。

距離 = 速さ × 時間
時間 = 距離 ÷ 速さ
速さ= 距離 ÷ 時間

フリアがマルタに追いつく時というのは、2人が家から学校まで同じ距離を歩いた時を意味します。

フリアが家を出てから歩いた時間を x とすると、マルタの歩いた時間は $x+4$ 分です。

フリアの歩いた時間を x とします。次に情報を整理して表を作ります。最後に方程式を作って解を求めます。

次の場合 x : フリアが歩く時間

	マルタ	フリア
速さ	30m/分	50m/分
時間	$x+4$	x
距離	$30(x+4)$	$50x$

$$30(x+4)=50x$$
$$30x+120=50x$$
$$30x-50x=-120$$
$$-20x=-120$$
$$x=6$$

答え：6 分

フリアは6分後にマルタに追いつくことがわかりました。設問の条件下で実際にフリアがマルタに追いつくか確認します。家と学校の距離が280 mなら、フリアはマルタに追いつきません。なぜなら、6 × 50 = 300 m となり、280 mより長い距離になるからです。

次の問題を解きましょう。

1. a) 車がA市から 時速60 kmで出発しました。2時間後同じ市から別の車が最初の車と同じルートを通って 時速90 kmで出発しました。この車は何時間後に最初に出発した車に追いつきますか。
   b) A市とB市の距離が 350 km だとしたら、2台目の車は1台目の車に追いつく事ができるでしょうか?

2. A 地区とB 地区は900 mの1本道で結ばれています。アントニオは A 地区からB 地区に向かって 60 m/分 で出発しました。カルロスはB地区からA地区に向かって 40 m/分で出発しました。2人が同じ時間に出発したら、何分後に出会いますか。

3. 外周1,600 mの湖があります。アナは時計回りに150 m/分で走ります。ホセは反時計回りに 175 m/分 で走ります。2人が同地点から出発するとします。ただしホセはアナより2分遅れて出発します。このときホセが出発してから何分後に2人は出会いますか。

3.6 比例式への応用1

次の比例式が成り立つとき

$$3:b = 6:d$$
$$\frac{3}{b} = \frac{6}{d}$$
$$\frac{3}{b} \times bd = \frac{6}{d} \times bd$$
$$3d = 6b$$

比例式 3 : b = 6 : d

$$\overbrace{3:\underbrace{b = 6}_{\text{内項}}:d}^{\text{外項}}$$
$$3d = 6b$$

このように、比例式 3 : b = 6 : d は $3d$ = $6b$ の等式で表されます。つまり、外項の積と内項の積は等しくなります。この特性を**比例式の基本特性**といいます。

以上を応用して、次の問題を解きましょう。

豆とチーズ入りのププサを3つ食べると990カロリーになります。5つ食べたら何カロリーになりますか。比例式を書きましょう。

次の場合 x : カロリー数

$$3:5 = 990:x$$
$$3x = 5 \times 990$$
$$3x = 4\,950$$
$$x = 1\,650$$

答え：1,650 カロリー

未知数を含む比例式の基本特性を応用すると一次方程式を作ることができます。

マルタはテープを42 cm使って2つの箱を包装紙で包みます。テープが231 cmあるとしたら、
箱の大きさが全く同じ場合、いくつの箱を包めますか。比例式の基本特性を使って方程式を作りましょう。

解き方

次の場合 x : 包める箱の数

$$42 : 231 = 2 : x$$
$$42x = 2 \times 231$$
$$42x = 462$$
$$x = 11$$

答え：11 箱

次の問題を解きましょう。

1. こどもの日を学校でお祝いするため、ケーキを買うことにしました。このとき、3個のケーキを買って18人 que
の子供に行きわたるようにします。子供が48人なら何個のケーキが必要ですか。

2. ある液体充填機は5分で85個の容器に液体を詰めることができます。13分後には何個の容器に充 lrán
填できますか。

3.7 比例式への応用2

P

次の問題を解きましょう。

ある包装機はシャツの箱を42箱包装するのに7日かかります。10日では何箱包装できますか。

S

次の場合 x：梱包できる箱の数

$$42:7 = x:10$$
$$42 \times 10 = 7x$$
$$420 = 7x$$
$$7x = 420$$
$$x = 60$$

答え：60箱

E

次の比例式の x を解きましょう。

a) $5:x = 10:14$

b) $4:3x = 2:15$

解き方

a) $5:x = 10:14$

$5 \times 14 = 10x$

$70 = 10x$

$10x = 70$

$x = 7$

b) $4:3x = 2:15$

$4 \times 15 = 3x \times 2$

$60 = 6x$

$6x = 60$

$x = 10$

次の問題を解きましょう。

1. ホセは社会奉仕活動で学校の教室を塗装することになりました。5ガロンの塗料で2教室を塗装することになっています。塗料が45ガロンあるとしたら、いくつの教室を塗装できますか。（どの教室も同じ大きさとします）

2. ある地図の縮尺は、10 cmが 実際の12.5 kmを表します。地図の A地点と B地点の間が24 cmとすると、実際の距離は何キロありますか。

3. 次の比例式の x を解きましょう。

a) $4:x = 48:24$

b) $2x:36 = 2:12$

3.8 比例式への応用3

P

コーヒーと牛乳を5：2の割合で混ぜて840 mlの飲み物を作りました。牛乳は何ミリリットル使いましたか。

S

2通りの方法で問題を解くことができます。

方法 1

次の場合 x： 牛乳の量 ml

$$5:2 = (840 - x):x$$
$$5x = 2 \times (840 - x)$$
$$5x = 1680 - 2x$$
$$7x = 1680$$
$$x = 240$$

答え：240 ml

方法 2

次の場合 x： 牛乳の量 ml

$$2:7 = x:840$$
$$2 \times 840 = 7x$$
$$7x = 1680$$
$$x = 240$$

それぞれの比例式の解釈の違いは次の通りです。方法1はコーヒーの量に対する牛乳の量の割合、方法2は飲み物の量に対する牛乳の量の割合です。

E

次の方程式を解きましょう。

a) $3:(2x + 3) = 6.14$

b) $4:3 = 8:(3x - 3)$

解き方

a) $3:(2x + 3) = 6:14$

$$3 \times 14 = 6 \times (2x + 3)$$
$$42 = 6(2x + 3)$$
$$6(2x + 3) = 42$$
$$12x = 24$$
$$x = 2$$

b) $4:3 = 8:(3x - 3)$

$$4 \times (3x - 3) = 3 \times 8$$
$$4 \times (3x - 3) = 24$$
$$12x - 12 = 24$$
$$12x = 24 + 12$$
$$12x = 36$$
$$x = 3$$

次の問題を解きましょう。

1. 63マンサーナの土地を4：3の割合でサトウキビとパイナップルを栽培する区画に分けます。サトウキビとパイナップル、それぞれの区画の広さはどれだけですか。

2. ある労働者は12週働くと1,400ドル支払われます。9週間後に解雇され、その人には900ドルと、スーパーの商品券が渡されます。この2つを合わせた金額が9週間の給料に相当するなら、商品券の金額はいくらですか。

3. 次の方程式を解きましょう。

a) $(x - 1):2 = 12:8$

b) $2:5 = (x + 1):15$