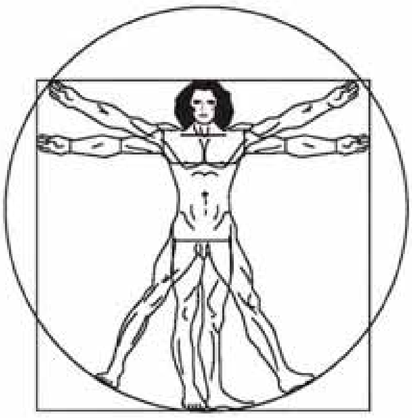
正比例と反比例

ユニット 6

初期に見られる数学的発見は常に、身のまわりに起こる問題を解決するためのツールとして生まれてきました。それは古代エジプトの時代にまで遡り、たとえば、「1年に、ある一定量の油が必要なら、1日に必要な量はどれくらいか」など、1日の必要量を求めるための計算を行っていたのです。比例の計算においては、古代ギリシャの数学者ユークリッドの『言論』で形式化されたと言ってもよいでしょう。この概念はその後も研究が進み、さらに形式化されていきました。そこには、フランスの数学者ルジャンドルやラクロワなど、さまざまな人物の功績がありました。



レオナルド・ダ・ヴィンチのウィトルウィウス的人体図は人体の比率を表しています。

比率の概念は、歴史上常に建築や芸術、美術、音楽と関わってきました。そうすることで、例えば黄金数 (黄金比またはφ) など、芸術のパラメーターとなる特有の比率が生まれたのです。また、古代ギリシャの数学者ピタゴラスの発見もひとつの例として挙げられます。彼は、1：1、1：2、1：3、1：4の比率で宇宙は支配されていると説き、この比率を念頭に置いて、モノコードを使って音階を発見し、音程（高音と低音の違い）を定めました。

問題を解いてきた歴史を知ることでモチベーションを上げ、正比例と反比例の概念の知識を深めることが、ひとつの狙いです。関数の概念を導入する意味でも、正比例と反比例を座標表面上にグラフで表すことをしっかり学習します。 また、異なる場面で応用される比率についても学び、三数法での応用の仕方も説明します。

1.1 関数の概念

P

2つの変数xとyがある各問において、xがある値を取るときにyの値がどこで見つかるかを特定しなさい。

a) 人の身長をx cmとすると、体重はy kgとなります。
b) 人の年齢をx歳とすると、身長はy cmとなります。
c) 時速40 kmでx時間走行した場合、走行距離はy kmとなります。
d) 0.75 kgのバケツにxリットルの水を入れたときの総重量はy kgです。
e) 長方形の面積が24 cm²のとき、底辺はx cm、高さはy cmです。

それを特定するためには 、xの値を任意の数に置き換えることで表を作成することができます。

S

a) いいえ。xが150 cmであっても、その重さやy kgは不明です。
b) いいえ。xは13歳ですが、身長やy cmは不明です。
c) はい。$x = 2$時間 、$y = 40 \times 2 = 80$、80 km

x (h)	1	2	3	4	5	6	7	8
y (km)	40	80	120	160	200	240	280	320

d) はい。$x = 3\ l$、$y = 3 + 0.75 = 3.75$、3.75 kg

x (l)	1	2	3	4	5	6	7	8
y (kg)	1.75	2.75	3.75	4.75	5.75	6.75	7.75	8.75

e) はい。$x = 4$ cm, $y = 24 \div 4 = 6$、6 cm

x (底辺、cm)	1	2	3	4	5	6	7	8
y (高さ、cm)	24	12	8	6	4.8	4	3.428...	3

C

2つの変数xとyにおいて、xが取る値がyの1つの値を決定するとき、yはxの**関数**である、といいます。

1. 変数yがxの関数であるものを見つけなさい。
   a) x時間の勉強で、テストの点数はy点です。
   b) 辞書の重さが2ポンドの場合、同じ辞書がx個あれば、総重量はyポンドとなります。
   c) 2つの自治体AとBの間の距離を50 km、移動距離をx km、残りの距離をy kmとします。
   d) x年の職務経験があり、給料はyドルです。
   e) 240 kmを時速x kmで走行し、時間をy時間とした場合。

2. yがxの関数である変数xとyを含む3つの問題を書きなさい。

重さ、ものの数、時間、速度、距離、容器内の水の量などは、変数を関連付けるための一般的な問題です。

1.2 正比例の概念

P

紙1束の重さは2ポンドです。ボンド紙のx束の重さとポンドを表します。

x (束)	1	2	3	4	5	6	...
y（ポンド）	2	4	6	8	10	12	...

a) xの値に2、3、4....を掛けたとき、yの値はどのように変化しますか。
b) $\frac{y}{x}$ の値はいくらですか。定数ですか。
c) yをxを使って表しなさい。

yをxを使って表すというのは、xを使って$y = ax$と書くことです。

S

a) 表に示すように、2、3、4...の掛け算でxの値が変化すると、対応するyの値も2、3、4....の掛け算で変化します。
b) 表に示すように、常に2であり、定数です。
c) b)の結果から、yの値はxの2倍、すなわち、$\frac{y}{x} = 2 \Rightarrow y = 2x$ であることがわかります。

x (束)	1	2	3	4	5	6	...
y（ポンド）	2	4	6	8	10	12	...

×2 ×3 ×4 ×2 ×2 ×2 ×2 ×3 ×4

C

初期問題では、xとyを**変数**といい、y=2xの2のように変化しない量を**定数**といいます。yがxの関数で、$y = ax$の形で表されるとき、（aは定数）yはxに**正比例**するといいます。aという数を**比例定数**といいます。

$y = ax$ 定数 変数

yがxに直接比例するかどうかを判断し、$y = ax$ を表し、比例定数を述べなさい。

a) アスリートが1分間に80メートルの砂浜を歩いたとき、時間をx分、移動距離をyメートルとします。

x（分）	1	2	3
y（メートル）	80		

b) 肉屋が挽き肉を1ポンド2.50ドルで売っている場合、重さはxポンド、値段はyドルとなります。

x（ポンド）	1	2	3
y（ドル）	2.50		

c) 1分あたり$\frac{3}{4}$ガロンの割合で水を注ぐと、時間はx分、水の量はyガロンです。

x（分）	1	2	3
y (ガロン)			

比例の概念は、歴史的に建築、芸術、美、音楽と関連しており、特定の比率は、宇宙の支配者としての比率1：1、1：2、1：3、1：4といったギリシャの数学者ピタゴラスの仕事に加えて、黄金数（黄金比またはφ）の場合のように美と芸術のパラメータとして生じ、音楽の分野ではモノコードから音階と音程（高低の差）のマーキングのために使われました。

V.カリオン、L.ジョピス、T.ケラルト
音楽と数学、数の調和

ユニット6

1.3 変数によって取られる値

P

次の問題の変数が取ることができる値を考えてみましょう。

長方形のプールを高さ（深さ）120 cmまで満たすには、1時間に6 cmの高さ（深さ）で水を注ぎます。

a) 高さ120 cmを満たすのに何時間かかりますか。
b) 水で満たされる経過時間をxで表すと、変数xはどのyからどのような値をとることができますか。
c) 変数yが水の高さ（深さ）を表しているとすると、変数yは何からどのような値を取りますか。

x (時間)	0	1	2	3	4	...
y （cm）	0	6	12	18	24	...

S

a) 1時間ごとに6 cm満たすので、120÷6＝20となり、よって20時間が必要になります。
b) 0から20時間、これは$0 \le x \le 20$と表され、「xは0より大きいか等しく、20よりも小さいか20等しい」と読みます。 0 y
c) 0から120までは、これを$0 \le y \le 120$と書き、「yは0よりも大きいか等しく、120よりも小さいか等しい」と読みます。 ue

x (時間)	0	1	2	3	4	...	20
y （cm）	0	6	12	18	24	...	120

C

正比例では、変数xとyが取ることができる値が制限されている場合があり、この制限を表すために、不等式の符号（<、>、≤、≥）を使います。

変数xがとりうる値を**定義域**、yがとりうる値を**域値**といいます。これらの用語は後の学年で取り上げられます。

次の問題では、不等号を使って、変数xとyが何からどのような値になるかを表しなさい。

a) 20ポンドの挽き肉を持っている精肉店で、価格は1ポンドあたり2ドル、販売重量はxポンド、販売額はyドルです。

x （ポンド）	0	1	2	3	4	...	20
y （ドル）	0	2	4	6	8	...	

b) 最大容量20ガロンの洗面器に1分間に0.5ガロンの割合で水を注ぐと、時間はx分、洗面器の水量はyガロンです。

x （分）	0	1	2	3	4	...	
y (ガロン)	0	0.5	1.0	1.5	2.0	...	

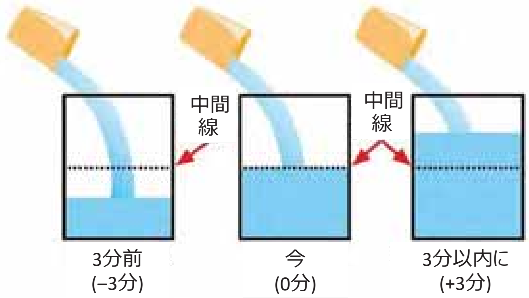
c) 貯金箱が0.25ドルのコインを200枚まで保有している場合、0.25ドルのコインの量はxコインで、コインの量はyドルとなります。

x (コイン)	0	1	2	3	4	...	
y （ドル）	0	0.25	0.50	0.75	1.00	...	

1.4 変数に負の値を持つ正比例

P

図で示されているように、水は1時間に2 cmの高さ（深さ）で注がれます。この瞬間の時間が0分で、容器の中間線の高さが0 cmであることを考えると、x分後のxと中間線より上の高さy cmの関係を求めて、次を解きなさい。



a) 表を完成させましょう。

x（分）	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
y（cm）				−2	0	2			

xが-4の場合は4分前、yが負の場合は容器の中間線より下にあることを意味します。

b) 高さy cm は$y = ax$の形で表すことができますか。

c) yはxに対して正比例していると言えますか。

S

a)

x（分）	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
y（cm）	−8	−6	−4	−2	0	2	4	6	8

b) 定数は2なので、$y = 2x$となります。

c) はい、$y = ax$の形で表現できるので、さらに、2、3、4...の掛け算でxの値が変化するとき、対応するyの値も2、3、4...の掛け算で変化するという条件を満たしています。
例えば、x の値が-1から-3（-1に3を掛けたもの）に変化したとき、yも-2から-6に変化します（-2に3を掛けたもの）。

C

変数が負の値をとっても、比例の特性は常に満たされている、つまり、正比例では、変数が負の値をとることが出来るということです。

1. 初期問題と同じ問題に沿って、1分間に4 cmの高さが注がれるという違いで、次を解きなさい。

a) 表を完成させましょう。

x（分）	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
y（cm）					0	4			

b) $y = ax$の形で、変数xとyの関係を書きなさい。

c) yがxに正比例するかどうかを判断しなさい。

2. データが正比例関係を持つように表を完成させ、$y = ax$の形で書きなさい。

a)

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
y					0	3			

b)

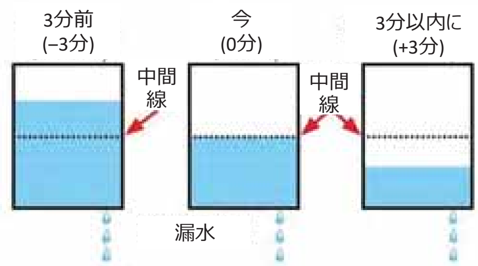
x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
y					0	2.5			

ユニット6

1.5 負の定数を持つ正比例

P

図で示されているように、1分間に2 cmの高さで水が漏れています。この瞬間の時間が0分で、容器の中間線の高さが0 cmであることを考えると、xの分後のxと中間線より上の高さy cmの関係を求めて、次を解きなさい。
加えて、



a) 表を完成させましょう。

x （分）	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
y （cm）			4	2	0	−2	−4		

xが-4の値の場合は4分前、yが負の値の場合は容器の中間線より下にあることを意味します。$\frac{y}{x}$ を計算することによって定数を見つけることができることを復習しておいてください、それは負でもありえますか。

b) $y = ax$の形で、変数の関係を書きなさい。
c) yがxに正比例するかどうかを判断しなさい。

S

a)

×4 ×3 ×2 ×2 ×3 ×4

x （分）	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
y （cm）	8	6	4	2	0	−2	−4	−6	−8

×4 ×3 ×2 ×2 ×3 ×4

× (−2)

b) 定数は−2なので、$y = -2x$となります。
c) この関係は$y = ax$の形で表されるので、yはxに正比例すると結論づけられ、さらに、xの値が2、3、4...の掛け算で変化するならば、それに対応するyの値も2、3、4...の掛け算で変化します。例えば、xの値は1から3（1の3倍）に変化し、yの値も-2から-6（-2の3倍）に変化します。

C

正比例では、その定数が負の場合があります。
つまり、$y = ax$ の値では、aは負の値（$a < 0$）をとることができます。

だからこそ、正比例では、一方の量が増えれば他方も増えるという言い方はせず、**変化する**といいます。そのため、この場合では一方の量が増加し、他方の量が減少します。しかし、それらは常に正比例の関係を持っています。

1. 初期問題と同じ問題に沿って、1分間に4 cmの高さが漏れるという違いで、次を解きなさい。

a) 表を完成させましょう。

x （分）	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
y （cm）					0	−4			

b) $y = ax$の形で、変数の関係を書きなさい。
c) yがxに正比例するかどうかを書きなさい。

2.データが正比例関係を持つように表を完成させ、$y = ax$の形で書きなさい。

a)

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
y					0	−3			

b)

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
y					0	−1.5			

1.6 xとyの値の対から$y=ax$の形で表現

P

yがxに正比例し、さらに$x = 4$、$y = 12$の場合、
$y = ax$の形で、変数の関係を書きなさい。

xとyの値はすでにわかっているので、aの値を見つけるだけでよいです。

S

xとyの値を代入して、aの値を求めます。

$x = 4$、$y = 12$を持っているので、$y = ax$で代入します。

$$12 = 4a$$
$$4a = 12$$
$$a = 3$$

よって、$y = 3x$となります。

C

変数の1対の値から、正比例の関係を $y = ax$ の式で表すためには、次の手順を行います。

1. 変数に値を代入し、方程式を作ります。

2. 方程式の定数の値を求めます。

3. 定数の値を $y = ax$ に代入します。

1. yがxに正比例する場合、$y = ax$ における定数aの値を、次の各場合について求めなさい。

a) $x = 2, y = 14$ b) $x = 2, y = 5$ c) $x = 3, y = 12$

d) $x = -3, y = -9$ e) $x = 2, y = -20$ f) $x = 6, y = -9$

2. 次の式で表される正比例の問題を項ごとに書きなさい。

a) $y = 5x$ b) $y = \frac{2}{3}x$ c) $y = -2x$

1.7 復習問題

1. 変数yがxの関数であるものを見つけなさい。
   a) 人の年齢を x 歳、同じ人の体重を y ポンドとします。
   b) マンゴーの木の樹齢はx年で、マンゴーの収穫量はy五分値です。

   c) 1分間に40メートル歩く人の場合、時間はx分、移動距離はyメートルとなります。
   d) 鉄の棒が1メートル0.5ポンドの重さのとき、長さはxメートル、重さはyポンドです。

   e) 貯金箱に50ドルがあるとき、使ったお金はxドル、残りのお金はyドルです。
   f) 底面積が6 cm^2、高さがx cm、体積がy cm^{3}の長方形のプリズム。

2.次の各設問では、yはxに対して正比例しています。以下のとおり行いなさい。
   a)表を完成させましょう。 b) 定数を求めなさい。 c) 変数間の関係を$y = ax$の式で表しなさい。

x	0	1	2	3	4	...	8
y	0	4	8			...	

x	0	1	2	3	4	...	8
y	0			12		...	

x	−5	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5
y						0	−2	−4			

x	−5	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5
y					−5	0	5				

x	0	1	2	3	4	...	8
y	0	$\frac{3}{4}$				...	

3. 次の問題で、変数xとyが取る値を書きなさい。
   最大容量30ガロンの洗面器に1分間に2ガロンの割合で水を注ぐと、時間はx分、洗面器の水量はyガロンです。

4. yがxに正比例する場合、各項の情報を$y = ax$の形で表します。
   a) $x = 4$の時、$y = 12$になります。 *b)* $x = 4$の時、$y = -16$になります。

   c) $x = -2$の時、$y = 12$になります。 d) $x = -12$の時、$y = -24$になります。

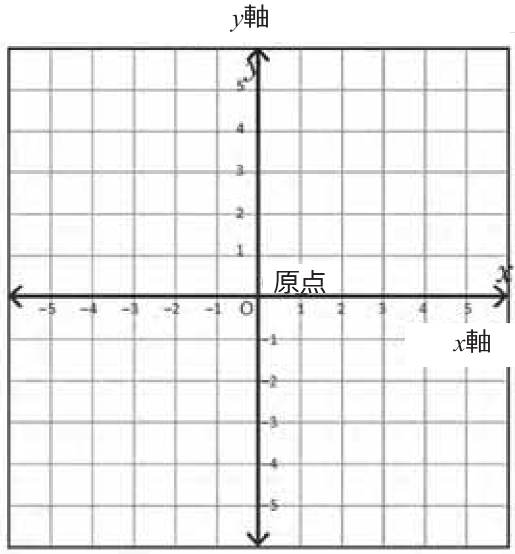
5. 正比例に関する次の文章が正しいか誤っているかを判断しなさい。誤っている場合は、正しく訂正してください。
a) yがxに正比例するとき、変数xが増加すると、他の変数yは常に増加します。
b) 関数が$y = -3x$で表される場合、定数を負にすることはできないので、yはxに正比例しません。

c) yがxに正比例し、その比が$y = 3x$で表されるとすると、$x = 7$のとき、$y = 10$となります。

1.8 座標平面

P

点Oで直交する2本の数直線を引き、水平線を***x*軸**（または横軸）、垂直線を***y*軸**（または縦軸）、両線の交点を**原点**とし、xとyの値0に対応する文字Oで表すと、次のような平面図が得られます。

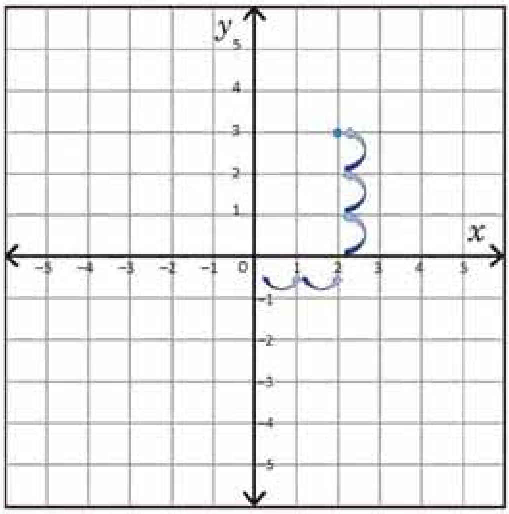


この平面図を座標平面といいます。

位置が$x = 2$、$y = 3$ で表される点Aは、座標平面上ではどのように表されますか。

S

原点Oから始まる点A、$x = 2$と$y = 3$を見つけるために、最初に値$x = 2$を見つけるために2単位右に移動し、その後、$y = 3$を見つけるために3単位上に移動します。



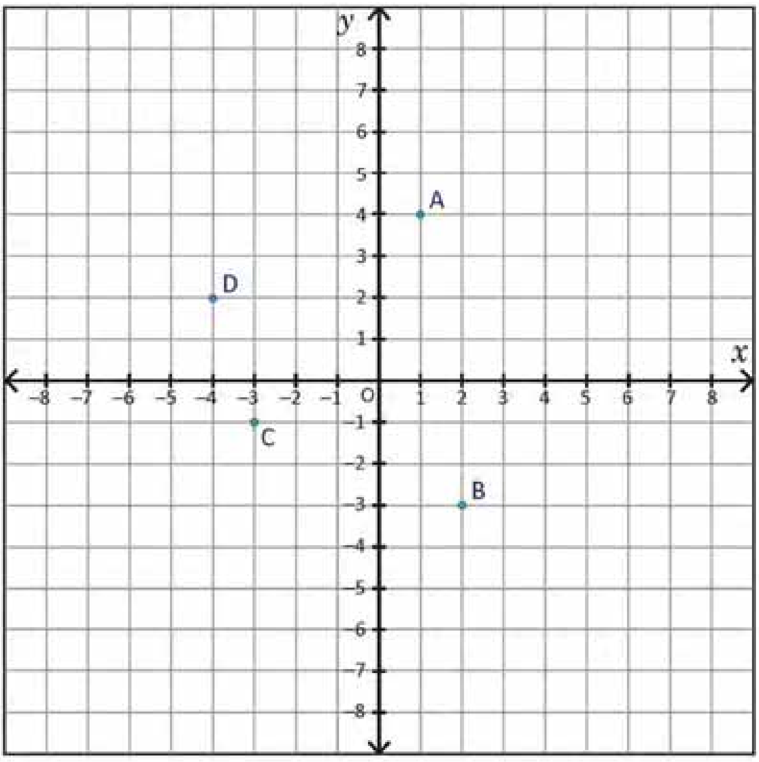
C

この点Aの数の対はA(2, 3)と書き、点Aの**順序対**といいます。原点Oは常に(0, 0)を表します。

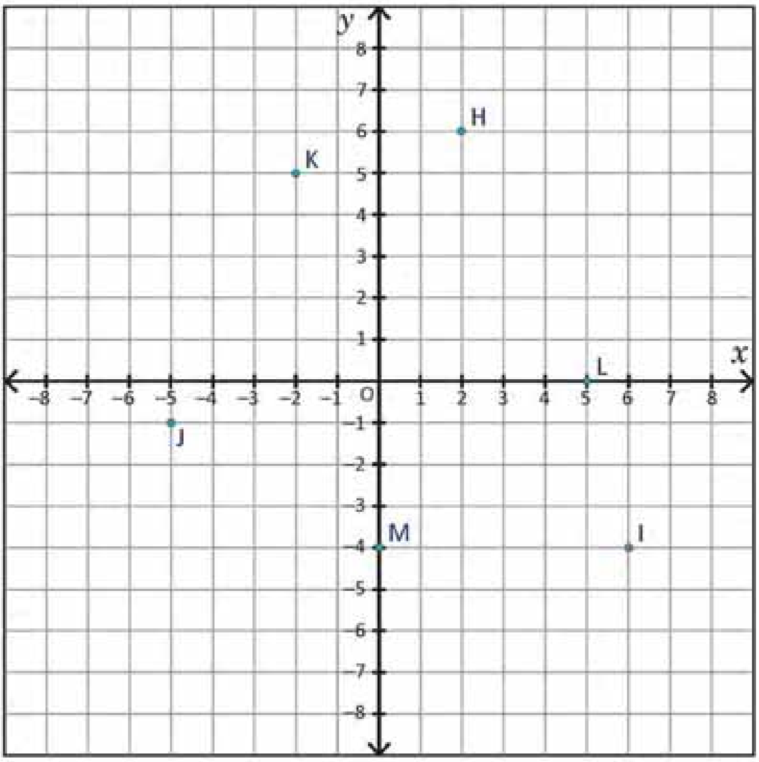
一般に、座標平面上の点Ｐを表す値を点Ｐの**座標**といいます。前の問題では、点Aの座標は$x = 2$、$y = 3$です。

座標平面上の点を表すには、示されている手順に従わなければなりません。

1. 座標平面上で、点A、B、C、Dを読み書きし、点E(3,6)、F(-4,5)、G(-3,5)を見つけます。
例：A(1, 4)



2. 次の点の座標を書きなさい：H、I、J、K、L と M



3. 座標平面上で、次の点を見つけなさい。

a) N(3, 4) b) P(3, −4) c) Q(−4, −5)

d) R(−2, 2) e) S(2, 0) f) T(0, 4)

1.9 正比例のグラフ、パート1

P

6学年では、xの値が零（$x \geqq 0$）以上であるときに、正比例のグラフを描くことを学びました。
次に、xが負の値を取ったときにどのようにグラフ化されるかを考えてみましょう。

次の表は、正比例関係にあるxとyの順序対を示しています。
$y = 2x$

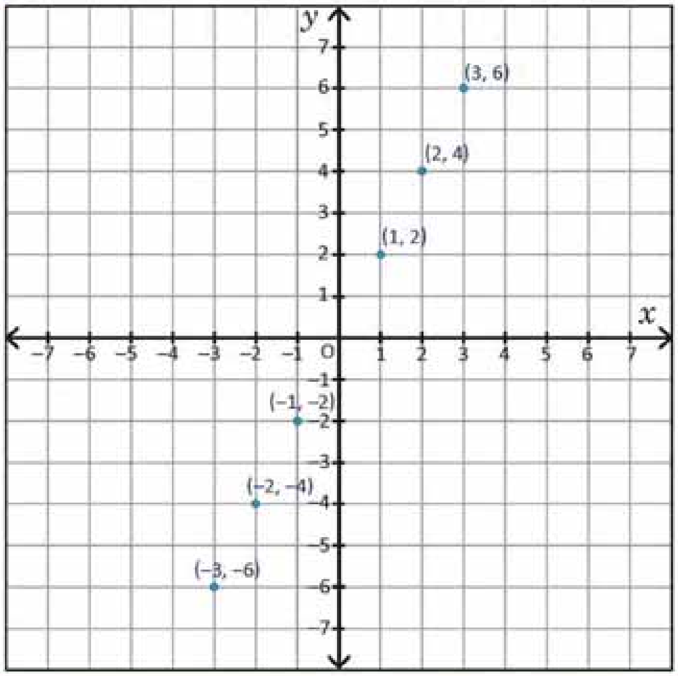
x	...	−3	−2	−1	0	1	2	3	...
y	...	−6	−4	−2	0	2	4	6	...

a) 前の表の順序対を座標平面上で求めなさい。
b) 次の順序対を別の座標平面上で求めなさい。

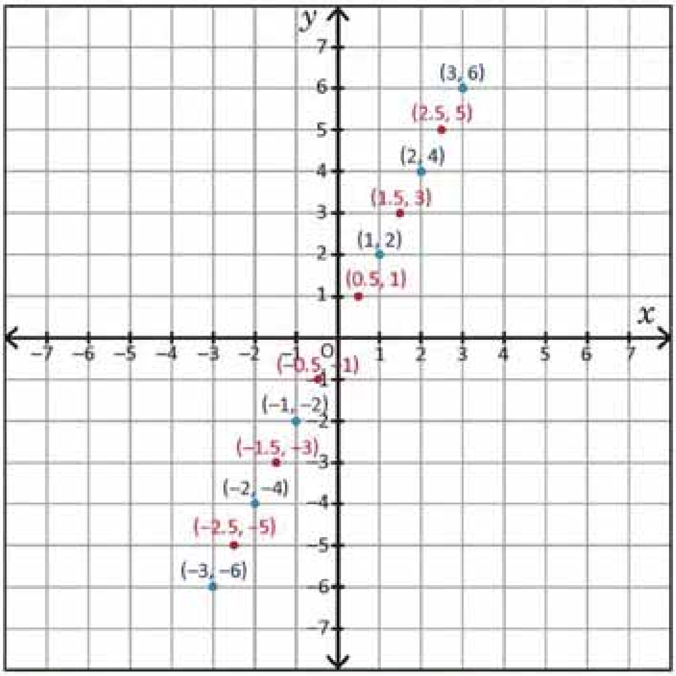
x	...	−3	−2.5	−2	−1.5	−1	−0.5	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	...
y	...	−6	−5	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5	6	...

S

a)



b)



C

解答に示すように、$y = 2x$に対応する順序対を配置することで、これらの点が直線上に横たわり、さらに点を配置することで直線が形成されます。この線を$y = 2x$のグラフといいます。

次の表から$y = 3x$のグラフを作りなさい。

x	...	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	...
y	...										...

1.10 正比例のグラフ、パート2

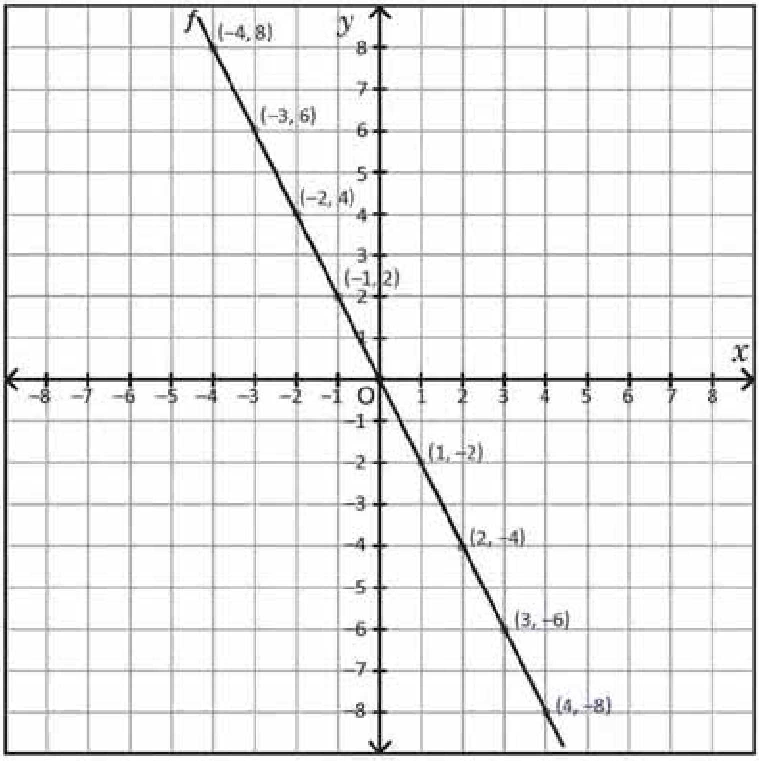
P

y = -2xのグラフを作り、次の質問に答えなさい。

a) 前回の授業で作ったグラフと比べて、正比例のグラフが通る共通の点はどれですか。
b) 正比例のグラフを作るには、点は何点必要ですか。
それはどれですか。

S

x	…	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	…
y	…	8	6	4	2	0	−2	−4	−6	−8	…



点を求めるには、
$y = ax$ でxに整数値を代入してyを計算することが出来ます。

a) 点は直線上にあり、常に原点O(0, 0)を通ります。
b) 原点ともう一点の2点が必要です。

C

正比例 $y = ax$ のグラフを作成するためには、原点 O(0, 0) と別の1点を 用います。これらの点を通る直線を引きます。

次の正比例のグラフを作成しなさい。

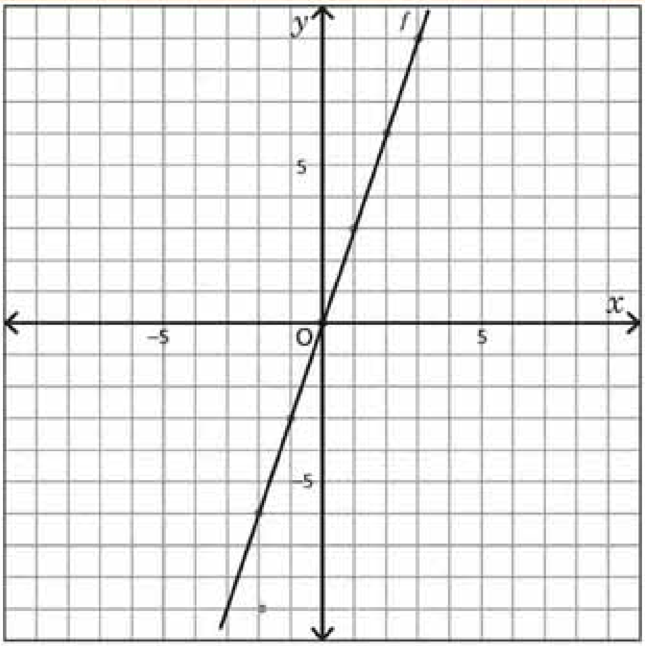
a) $y = -4x$　　b) $y = 4x$

c) $y = -1.5x$　　d) $y = -\frac{2}{3}x$

1.11　グラフからの正比例$y = ax$の表現

P

正比例のグラフは次の通りです。この関係を$y = ax$の形で書きなさい。



このユニットの授業6では、2つの変数の関係を順序対から、$y = ax$の形で表す方法を学びました。

$y = ax$に順序対を代入すると、定数aを求めることができます。

S

解答1：
グラフは点(1, 3)を通るので、xとyを代入します。

$$y = ax$$
$$3 = 1a$$
$$3 = a$$

よって、$y = 3x$となります。

解答2：
グラフは点(-2, -6)を通るので、xとyを代入します。

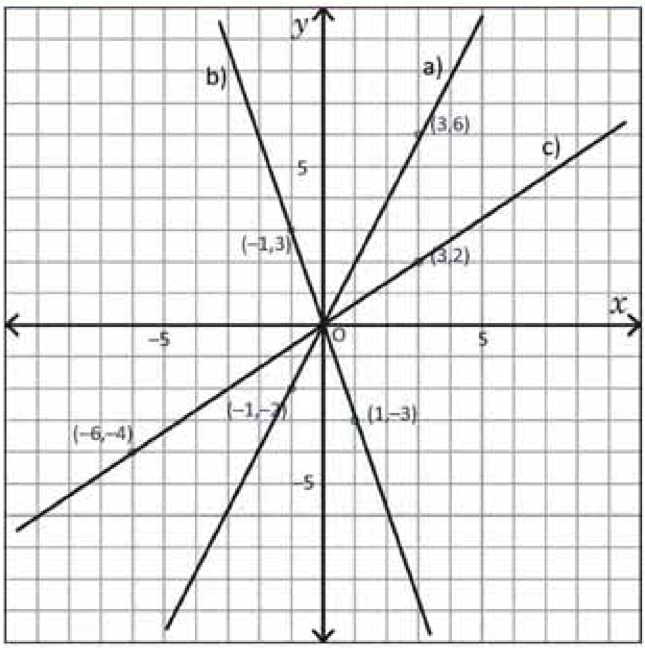
$$y = ax$$
$$-6 = -2a$$
$$3 = a$$

よって、$y = 3x$となります。

C

グラフから$y = ax$を書くには、
1. グラフが通過する原点以外の点（順序対）で、その値が整数であるものを選びなさい。
2. 順序対のxの値とyの値に$y = ax$を代入し、定数aの値を求めます。
3. aを2で求めた値に置換し、$y = ax$と書きます。

次の3つの正比例グラフから、各項について、$y = ax$を求めなさい。



1.12 変数が特定の値を取る場合の正比例のグラフ

P

毎分2ガロンの割合で最大容量12ガロンの洗面器に水を注ぎます。水が注がれる時間をx分、洗面器の水量をyガロンと表すと、

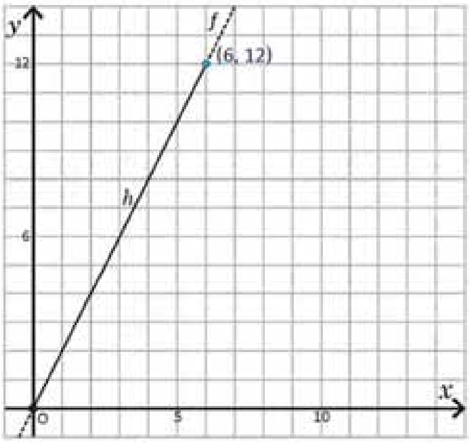
a) $y = ax$と書きなさい。
b) 不等式の符号を使って、xとyがどのような値を取るかを決定します。
c) グラフで $y = ax$ を表しなさい。

S

a) 定数は2なので、$y = 2x$となります。

b) 12ガロンを注ぐためには6分かかるので、時間xは$0 \leq x \leq 6$の値で、水の量yは、$0 \leq y \leq 12$の値になります。

c)



C

限定されている変数の値については、グラフの対応する部分を取ります。限界外の値は点線で表すことができます。

次の正比例問題をグラフ化しなさい。

1. 8 km移動するには、1時間に2 km歩きます。時間はx時間、移動距離はy kmで表されるので、

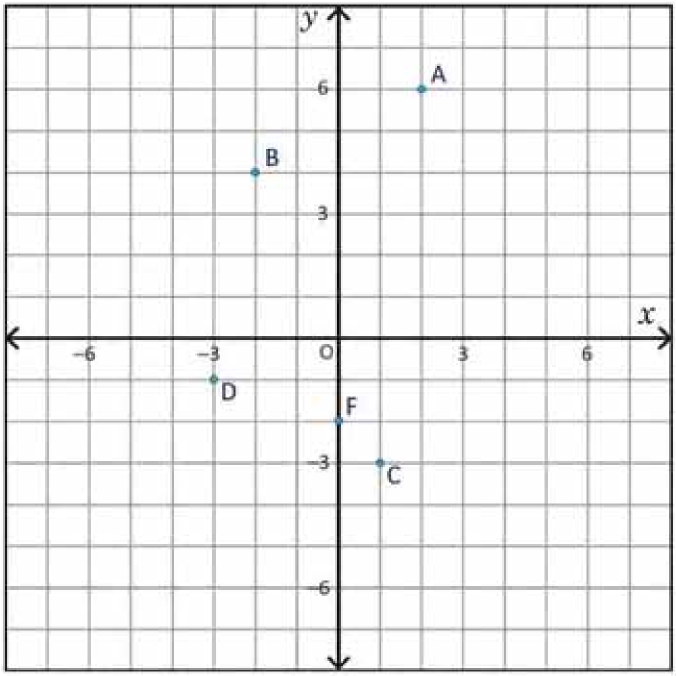
a) $y = ax$と書きなさい。
b) 不等式の符号を使って、xとyがどのような値を取るかを決定します。
c) グラフで $y = ax$ を表しなさい。

2. 8リットル入る容器に水が入っていますが、1分間に0.5リットルの水漏れがあります。時間をx分、容器から漏れた水の量をyリットルとしたとき、次を解きなさい。

a) $y = ax$と書きなさい。
b) 不等式の符号を使って、xとyがどのような値を取るかを決定します。
c) グラフで $y = ax$ を表しなさい。

1.13 復習問題

1.次の点を順番対で書きなさい。



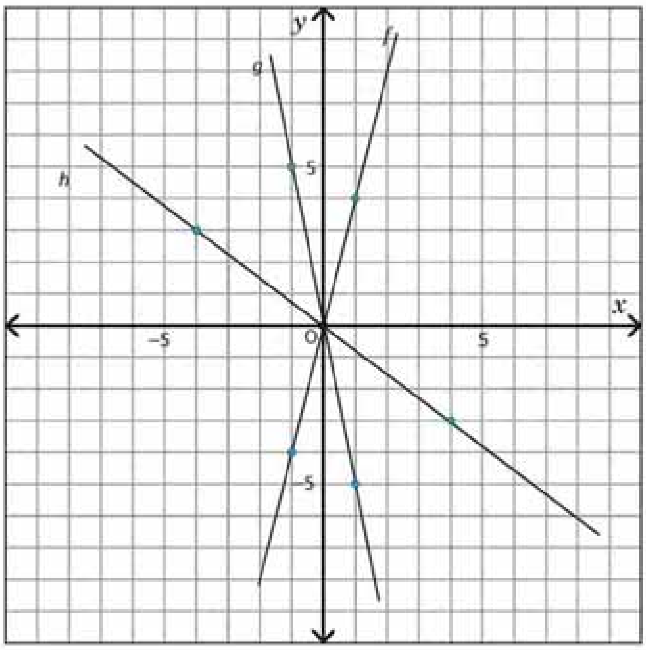
2. 次の表からグラフを作りなさい。

x	…	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	…
y	…	−8	−6	−4	−2	0	2	4	6	8	…

3. yがxに正比例する場合、次のような場合のグラフを作りなさい。

a) $y = 3x$ b) $y = -3x$

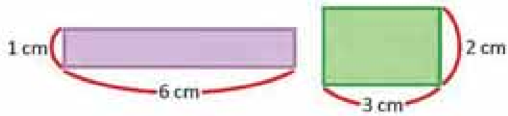
4. 各正比例グラフについて、変数間の関係を$y = ax$の形で書きなさい。



ユニット6

2.1 反比例の概念

面積が6 cm²の四辺形がいくつかありますが，底辺の長さをx cm，高さをy cmとすると，次のを解きなさい。



a) 表を完成させましょう。

x (底辺、cm)	1	2	3	4	5	6	...
y (高さ、cm)	6			1.5	1.2		...

b) 2、3、4...と掛け算されることでxが変化するとき、yの値はどのように変化しますか。
c) これは何という関係ですか。
d) 面積をxとyで表しなさい。
e) d)の式でyを求めなさい。

a)

x (底辺、cm)	1	2	3	4	5	6	...
y (高さ、cm)	6	3	2	1.5	1.2	1	...

×2　×3　×4

$\times\frac{1}{2}$　$\times\frac{1}{3}$　$\times\frac{1}{4}$

b) このように、2、3、4...の掛け算でxが変化するとき、yはそれぞれ $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ ...で変化します。

c) この関係を反比例といいます。

d) $6 = xy$

e) yを解くことで、$y = \frac{6}{x}$が求められます。

yがxの関数で、$y = a$または ($xy = a$) で表されるとき (aは定数であり、xは 0 とはみなされない)、y は x に反比例する、といいます。aの数を比例定数といいます。反比例では、一方の変数xに2、3、4...を掛けたとき、他方の変数yに$\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ ... を掛けますそして、定数aを求めるには、xyを掛けます。

次の各問について，変数間の関係が反比例である場合、表を作成し、定数と式 $y = \frac{a}{x}$ を書きなさい。

a) 移動距離が12 kmの場合、速度は時速x km、時間はy時間です。

b) 20ドルある場合、使ったお金はxドルで、余ったお金はyドルです。

c) 8 cmの長さのリボンを x人で均等に分けた場合。人の数x、各人のリボンの長さをy cmとします。

2.2 変数に負の値を持つ反比例

P

反比例にある変数の値を求めて、次に答えなさい。

a) $y = \frac{12}{x}$ $(xy = 12)$の値が次の関係を持つ表を完成させ、xのいくつかの負の値を考えてください。質問に unos 答えなさい。

x	…	−6	−5	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5	6	…
y	…					−6			12				2.4		…

b) 2、3、4…と掛け算されることで$0 < x$とxが変化するとき、yの値はどのように変化しますか。
c) 2、3、4…と掛け算されることで$0 > x$とxが変化するとき、yの値はどのように変化しますか。
d) xが負の値をとるとき、前回の授業で扱った反比例の性質と同じものは見られますか。

S

a)

x	…	−6	−5	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5	6	…
y	…	−2	−2.4	−3	−4	−6	−12		12	6	4	3	2.4	2	…

b) yの値に $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$ … を乗算します。 …

c) yの値に $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$ … を乗算します。 …

d) 変数xが負の値を取る場合でも、対応する変数yの値は$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$ … だけ変化しています。

C

yがxに反比例するとき、xが負の値をとっても特性は保たれます。

E

$y = \frac{6}{x}$の時、yはxに反比例しますか。

x	…	−3	−2	−1	0	1	2	3	…
y	…	2	3	6		−6	−3	−2	…

$y = -\frac{6}{x}$ は $y = \frac{-6}{x}$ 、つまり定数が負（-6）ということです。

反比例では定数は負の値になることがあります。

表を完成させて定数を識別し、$y = \frac{a}{x}$ を書きなさい。

1.

x	…	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	…
y	…		−2.6…		−8		8		2.6…		…

2.

x	…	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	…
y	…						− 12				…

2.3 順序対からの $y = \frac{a}{x}$ の形での表現

P

yがxに反比例し、さらに$x = 4$、$y = 6$とすると、変数間の関係を$y = \frac{a}{x}$の形で表します。

xとyの値はすでにわかっているので、aの値を見つけるだけでよいです。

S

お分かりのように、xとyの値を代入して、aの値を求めます。

$y = \frac{a}{x}$を使って、
$x = 4$、$y = 6$の時

したがって、$6 = \frac{a}{4}$
$a = 6 \times 4$
$a = 24.$

したがって、$y = \frac{24}{x}$

$xy = a$を使うと、$x = 4$、$y = 6$になります。
したがって、$4 \times 6 = a$となります。
$a = 24$

したがって、$y = \frac{24}{x}$

C

変数の値から、反比例の関係を$y = \frac{a}{x}$の式で表すためには、

1. 変数に値を代入し、方程式を作ります。
2. 方程式の定数の値を求めます。
3. 定数の値を$y = \frac{a}{x}$に代入します。

1. yがxに反比例する場合、次の各項について、$y = \frac{a}{x}$の形で表しなさい。

a) $x = 3$、$y = 5$の時 b) $x = 4$、$y = 2$の時 c) $x = -2$、$y = 7$の時 d) $x = 6$、$y = -3$の時

e) $x = 4$、$y = \frac{1}{2}$の時 f) $x = -3$、$y = -\frac{2}{3}$の時 g) $x = -12$、$y = \frac{2}{3}$の時

2. 次の式で表される反比例の状況を書きなさい。

$$y = \frac{16}{x}.$$

2.4 定数が正である反比例のグラフ

P

次の反比例関係 $y = \frac{12}{x}$ $(xy = 12)$ について、次のようにします。

a) 表を埋めましょう。

b) 座標平面にグラフを作成しなさい。

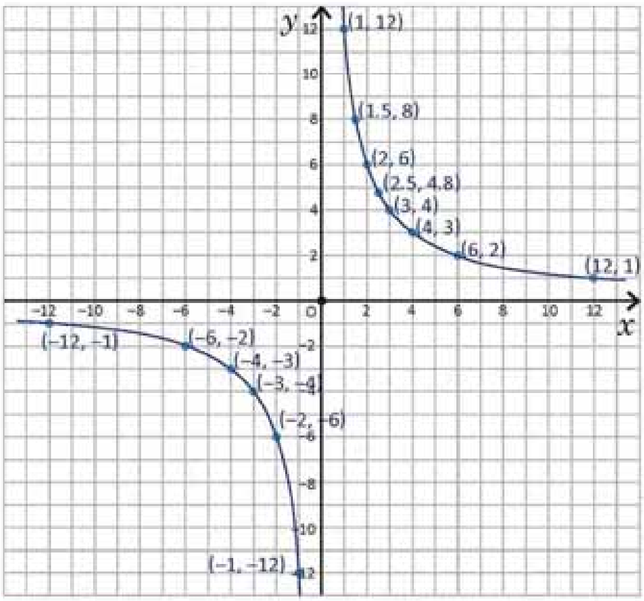
x	…	−12	…	−6	…	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	…	6	…	12	…
y	…		…		…			−6			12				…		…		…

S

a)

x	…	−12	…	−6	…	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	…	6	…	12	…
y	…	−1	…	−2	…	−3	−4	−6	−12		12	6	4	3	…	2	…	1	…

b) 表中の順序対を基準にして座標平面上に点を配置し、(1.5, 8)、(2.5, 4.8)、(-1.5, -8)、(-1.25, -9.6) locar などのように他の点を配置することで、その点の位置を決定することができます。グラフは次のように表 ta de します。



C

反比例グラフは、2本の曲線からなります。

各項について、反比例を表す表を完成させ、グラフを作成しなさい。

a) $y = \frac{6}{x}$

x	…	−6	…	−3	−2	−1	0	1	2	3	…	6	…
y	…		…		−3			6			…		…

b) $y = \frac{9}{x}$

x	…	−9	…	−5	…	−3	−2	−1	0	1	2	3	…	5	…	9	…
y	…		…		…			−9		9			…		…		…

2.5　定数が負である反比例のグラフ

P

次の反比例関係 $y = -\frac{12}{x}$ $(xy = -12)$ について、次のようにします。

a) 表を埋めましょう。

b) 座標平面にグラフを作成しなさい。

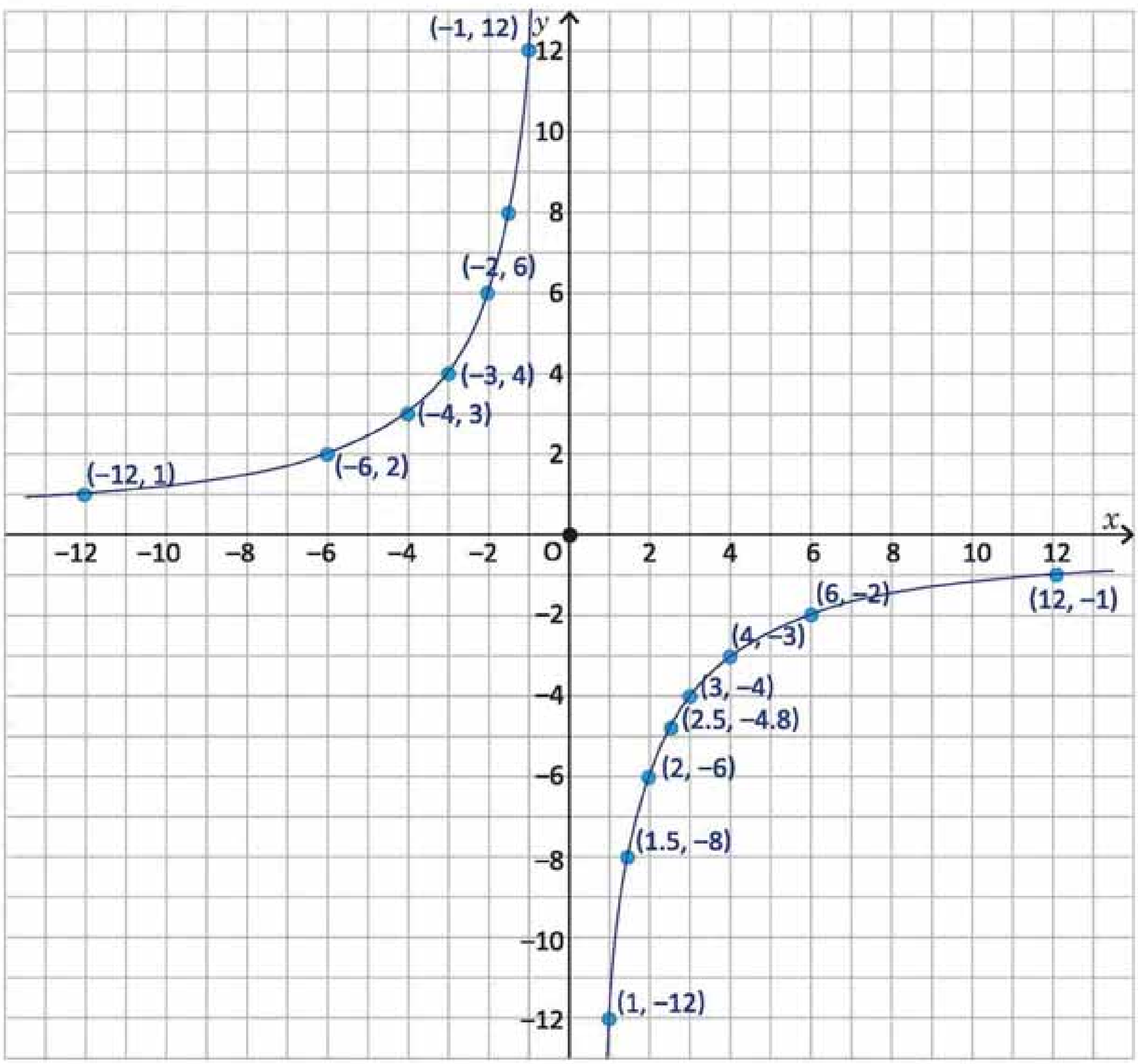
x	…	−12	…	−6	…	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	…	6	…	12	…
y	…		…		…			6			−12				…		…		…

S

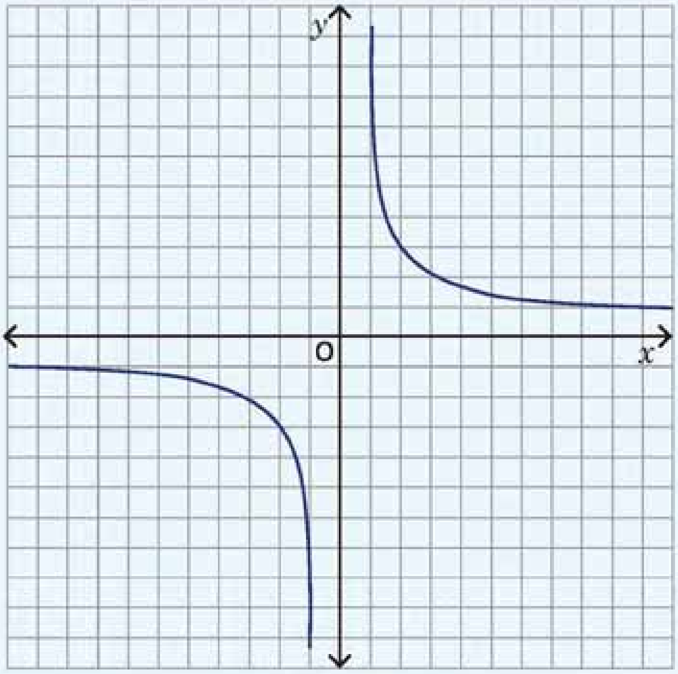
a)

x	…	−12	…	−6	…	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	…	6	…	12	…
y	…	1	…	2	…	3	4	6	12		−12	−6	−4	−3	…	−2	…	−1	…

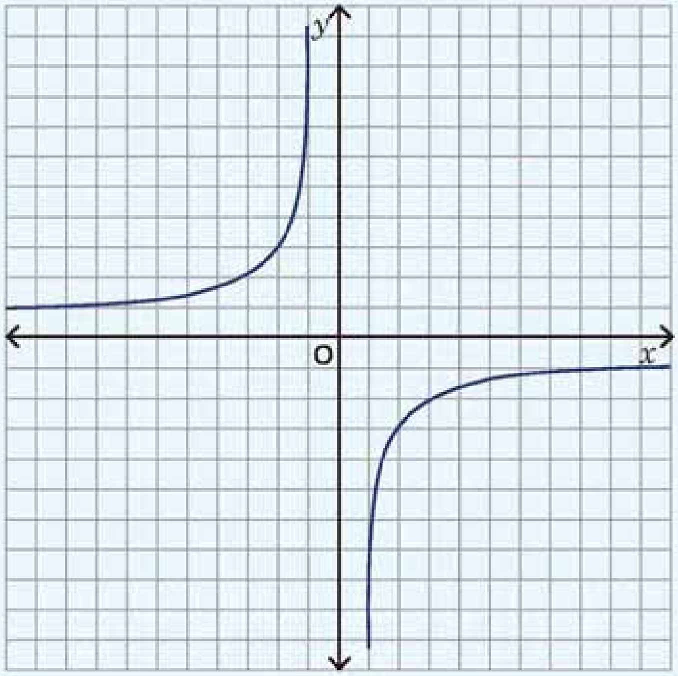
b) 表中の順序対を基準にして座標平面上に点を配置し、(1.5, −8)、(2.5, −4.8)、(-1.5, 8)、(-1.25, 9.6) などのように他の点を配置することで、その点の位置を決定することができます。グラフは次のように表します。



C 反比例グラフは、以下のように定数aの値に依存します。



$(a > 0)$



$(a < 0)$

各項について、反比例を表す表を完成させ、グラフを作成しなさい。

a) $y = -\frac{6}{x}$

x	…	−6	…	−3	−2	−1	0	1	2	3	…	6	…
y	…		…		3			−6			…		…

b) $y = -\frac{9}{x}$

x	…	−9	…	−5	…	−3	−2	−1	0	1	2	3	…	5	…	9	…
y	…		…		…					−9			…		…		…

3.1 単純なのべ算

P

次の表は、2つの正比例変数を表していますが、特定の部分が黒インクで汚れています。x = 6に対応するyの値を見つけましょう。

x		3		6			...
y		12				36	...

比例式の基本の特性を用いることができます。

$a : b = c : d$,とすると、$ad = bc$.となります。

または、比例定数を使用することもできます。

S

比例の基本的な特性を使用します。

$$3 : 12 = 6 : d$$

$$3d = 12 \times 6$$

$$d = 24$$

比例定数を使用します。

xとyは正比例するため、$\frac{y}{x} = a$であり、aは一定です。

$$\frac{12}{3} = \frac{d}{6}$$

$$d = \frac{12}{3} \times 6$$

$$d = 24$$

C

2つの正比例する量と不明な既知数がある場合、不明な既知数の値は、提示された解法を使用して見つけることができます。この工程を**単純なのべ算**と呼ばれています。一般に、既知数がある場合、

x	a	c
y	b	d

それらの1つを見つけるには、次のようにします。

1. 比率$a : b = c : d$を形成します。
2. $ad = bc$を適用します。
3. 不明な既知数をクリアします。

E

初期問題の表で、3の単純な直接規則を使用して、y = 36に対応するxの値を見つけます。

解答

x	3	c
y	12	36

方法1

$$3 : 12 = c : 36$$

$$12c = 3 \times 36$$

$$c = 9$$

方法 2

$$\frac{12}{3} = \frac{36}{c}$$

$$c = \frac{3 \times 36}{12}$$

$$c = 9$$

yがxに正比例する場合は、単純なのべ算を適用して、値a、b、c、およびdを見つけます。

x	...	a	...	8	9	...	12	...	c	...	25
y	...	28	...	56	b	...	84	...	147	...	d

3.2 パーセンテージを使った単純なのべ算

P

この表は、x%に対応する生徒の数yを示しています。yがxに正比例するかどうかを分析し、比例する場合は、単純なのべ算を適用して、90%に対応する生徒の数を見つけます。

パーセンテージ	10	...	50	...	90	100
学生の数	5	...	25	...	d	50

S

× 5

パーセンテージ	10	...	50	...	90	100
学生の数	5	...	25	...	d	50

× 5

それらが正比例している場合、不明なdを見つけるために直単純なのべ算が適用されます。

$$10 : 5 = 90 : d$$
$$10d = 5 \times 90$$
$$d = 45$$

$$\frac{5}{10} = \frac{d}{90}$$
$$d = \frac{5 \times 90}{10}$$
$$d = 45$$

C

パーセンテージが関係する状況では、単純なのべ算を適用できます。

E

単純なのべ算を適用して、それぞれの場合の未知数を見つけましょう。

a) 125人が呼ばれた会議に、呼ばれた人の80%だけが出席しました。出席したのは何人ですか？

パーセンテージ	80	100
人	b	125

$$80 : b = 100 : 125$$
$$100b = 80 \times 125$$
$$b = 100$$

$$\frac{b}{80} = \frac{125}{100}$$
$$b = \frac{80 \times 125}{100}$$
$$b = 100$$

b) 学校には750人の生徒がいます。合計で450人いる場合、女の子の割合はどのくらいですか？

パーセンテージ	a	100
人	450	750

$$a : 450 = 100 : 750$$
$$750a = 450 \times 100$$
$$a = 60$$

$$\frac{450}{a} = \frac{750}{100}$$
$$a = \frac{450 \times 100}{750}$$
$$a = 60$$

単純なのべ算を適用して、各問題の未知数を見つけます。

a) グリーンマンゴーと熟したマンゴーの好みに関する研究では、150人が調査され、60%がグリーンマンゴーを好みます。グリーンマンゴーが好きだと答えた人は何人いますか？

b) 円筒形の容器は深さ16 cmまでの水が入っていて、容器の深さの40%に相当します。この容器の深さは何センチですか？

ユニット6

3.3 単位変換における単純なのべ算

P

測定値の変換には直接的な比例関係があります。単純なのべ算を適用して、それぞれの場合に未知 ple
の値を見つけます。

a）重量（概算）　　b）容量（概算）　　c) 体積

ポンド	1	4
グラム	454	d

ガロン	1	2
リットル	b	7.58

リットル	a	2
立方センチメートル	1000	2000

S

すべての場合において、変数間には正比例関係があります。次に、単純なのべ算を適用すると、次の an-
ようになります。

a）重量（概算）

$$1:454 = 4:d$$
$$d = 4 \times 454$$
$$d = 1816$$

選択で

$$\frac{454}{1} = \frac{d}{4}$$
$$d = \frac{4 \times 454}{1}$$
$$d = 1816$$

b）容量（概算）

$$1:b = 2:7.58$$
$$2b = 7.58$$
$$b = 3.79$$

選択で

$$\frac{b}{1} = \frac{7.58}{2}$$
$$b = \frac{7.58}{2}$$
$$b = 3.79$$

c) 体積

$$a:1000 = 2:2000$$
$$2000a = 2 \times 1000$$
$$a = 1$$

選択で

$$\frac{1000}{a} = \frac{2000}{2}$$
$$a = \frac{2 \times 1000}{2000}$$
$$a = 1$$

C

単位変換の状況では、同じメートル法と異なる測定方式の両方で、単純なのべ算を適用できます。

1. 単純なのべ算を適用して、それぞれの変換に未知の値を見つけます。

a) 面積（概算）

平方センチメートル	1	5
v^2	0.7	d

b) 長さ

メートル	1	c
センチメートル	100	600

c)時間

時間	1	c
分	60	150

c) 体積

m^3	1	3
立方センチメートル	a	3000000

2. 次の問題に答えましょう。

a) 毎時36キロの速度は毎分何メートルですか？

b) 走っているアスリートの速度は1時間あたり何キロですか
10秒で100メートル？

3.4 復習問題

1. 店内には「今日はVATは私達が払う」と書かれた看板があります。13%のVATを含めて 90.40ドルの商品を購入した場合、いくら支払う必要がありますか？

パーセンテージ	100	113
値段	b	90.40

VATは付加価値税を意味します。エルサルバドルでは13%であり、加算するとVAT込みの価格は113%となります。パーセンテージの状況なので、単純なのべ算を適用できます。

2. ある店に「2つ目は半額」と書かれた看板があります。最低価格の商品に割引が適用されることを考慮して、18ドルの商品と14ドルの商品を購入したい場合、その人はいくら支払う必要がありますか？

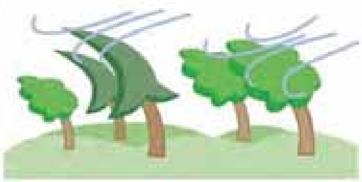
一般的に最も安い商品は2つ目の商品と呼ばれます。「半額」とは、50%が割引されるか、価格の50%を支払う必要があることを意味します。

3. 別の店舗には、「2つ目の商品が20%オフ、3つ目の商品が40%オフ」という看板があります。ある人が最初の商品を購入し、その価格が50ドル、2番目のの価格が40ドル、3番目のアイテムが30ドルの場合、いくら支払う必要がありますか？

4. 学校のセンターでは、通知書（生徒1人につき1枚）が配布されます。カルロス教授は、生徒の数に応じて、学年ごとに書類を分けなければいけませんが、非常に多いため、すべてを数えることは避けたいと考えています。12枚の重さが5グラムの場合、どうやってそれらを分けることができますか？

		1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°
報告書 (書類)	12	120	144	156	156	180	192	228	240	204
重量　(g)	5									

5. 寒冷前線が毎時100キロメートルの速度で風を引き起こす場合、それは毎秒何メートルですか？



1時間は60分、1分は60秒、1キロメートルは1,000メートルであることを復習しておいてください。

6. ププサ屋の所有者は、利益を確保するために、材料のコストをププサの販売価格の20%にしておきたいと考えています。50個のチーズププサを準備するために、1.50ドルのトウモロコシ粉、1.50ドルのチーズ、および1.00ドルの油が必要な場合、チーズププサの価格はいくらですか。

チーズププサの価格は100%とみなされます。

3.5 単純な帰一算の適用

P

コーヒー協同組合は、コーヒーを洗うための小さな機械を購入することを計画していて、各生産者は同じ金額を出資します。生産者が2人しかない場合は、それぞれ600ドルを支払う必要があります。生産者1人あたりの費用を75ドルにするには、何人の生産者が出資する必要がありますか？

生産者(x)	2	...	c
生産者1人あたりの出資（y）	600	...	75

S

生産者(x)	2	...	c
生産者1人あたりの出資（y）	600	...	75

総費用額はxyであり、一定であるため、反比例になります。つまり、

$$2 \times 600 = 75c$$
$$75c = 1200$$
$$c = 16$$

C

2つの反比例する量があり、3つの既知の量と1つの不明な量を持つ2つのペア（4つの量）がある場合、この既知数の数値は、提示された解法を使って見つけることができます。この工程を**単純な帰一算**と呼ばれています。

一般に、既知数がある場合、

x	a	c
y	b	d

それらの1つを見つけるには、次のことを行う必要があります。

1. 定数の考え方に基づいて等式を確立します。 $ab = cd$。
2. 不明な既知数を取り除きます。

冒頭の設問と同じ状況を使用して、次の問いを解くために単純な帰一算を適用します。

a) 生産者1人あたりの出費を50ドルにするには、何人の生産者を集める必要がありますか？

b) 生産者1人あたりの出費を30ドルにするには、何人の生産者を集める必要がありますか？

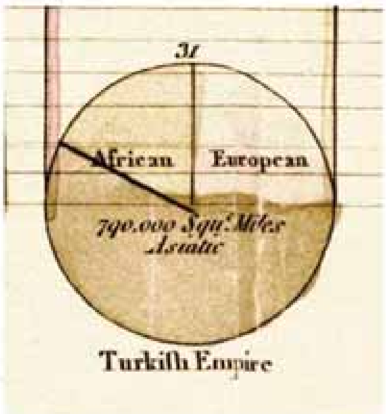
c) 60人の生産者が集まると、一人いくら出費しますか？

生産者(x)	2	...	a	...	b	...	60
生産者1人あたりの出資（y）	600	...	50	...	30	...	c

7 ユニット

帯グラフと円グラフ

データをグラフで表現するときは、その目的によって表現の仕方も変わってきます。例えば、頻度を表したいときは、棒グラフを使うことが一般的ですが、データに関する全体の比率を比べたいときは、解釈や分析が非常に重要になってくるので、帯グラフや円グラフを用いることができます。



ウィリアム・プレイフェアが作成した円グラフの図

世界ではじめて円グラフを作成し使用したのは、エンジニアであり経済学者でもあったスコットランド出身のウィリアム・プレイフェアでした。彼は1786年ごろ、オスマン帝国におけるアジア、ヨーロッパ、アフリカの領土の割合を表しました。

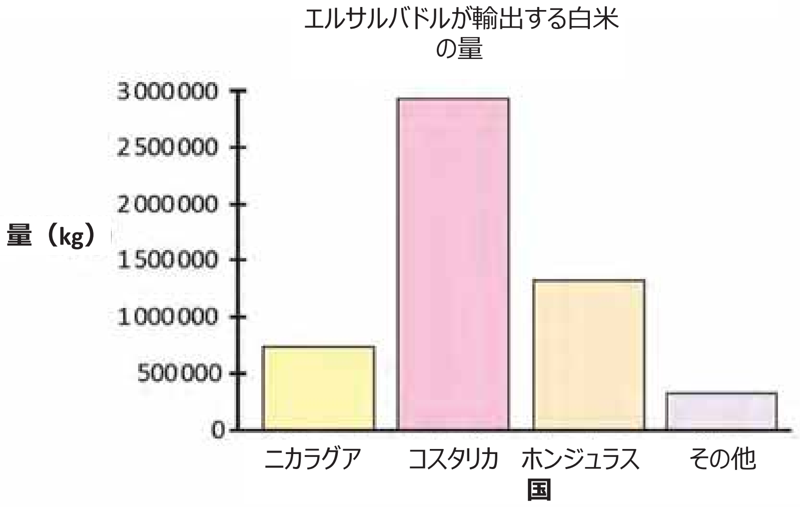
ここでは、比率を利用した帯グラフとその作成、2つの異なる帯グラフを比較し、解釈・分析することを学びます。その後、帯グラフの作成をもとに、円グラフを作成し、読み取り方を学習します。

1.1 帯グラフの読み方

P

次の棒グラフは、エルサルバドルが輸出する白米の量を、輸出先国ごとに表しています。

国	米（kg）
ニカラグア	744 902.2
コスタリカ	2 926 402.0
ホンジュラス	1 330 183.0
その他	319 243.8



棒グラフでは、米の輸出量に関して、各輸出先国の全体に占める比率を見ることはできません。

エルサルバドルが輸出する白米の量を、輸出先国別に比率（パーセンテージ）で示したグラフを見て、各問で求められていることに答えましょう。

グラフは100等分されていて、それぞれのパートをパーセントで表しています。

a) 各輸出先国への輸出のパーセンテージはどのくらいですか？
b) 総重量が6,000,000 kgだとしたら、各国へ何kgずつ輸出していますか？

S

a) コスタリカ：55%、ホンジュラス：25%、ニカラグア：14%、その他：6%

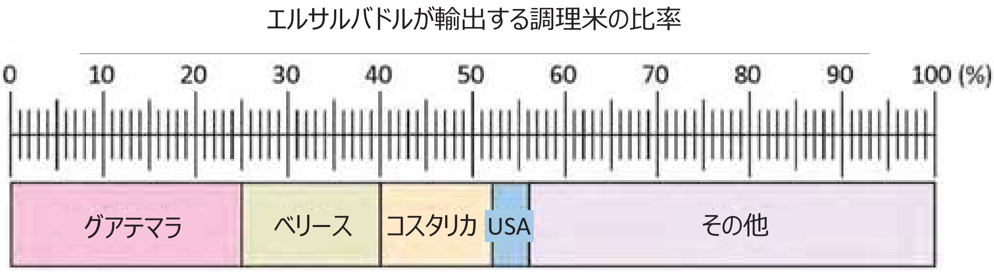
b) コスタリカ：$6{,}000{,}000 \times \frac{55}{100} = 3{,}300{,}000$; ホンジュラス：$6{,}000{,}000 \times \frac{25}{100} = 1{,}500{,}000$;
ニカラグア：$6{,}000{,}000 \times \frac{14}{100} = 840{,}000$　その他：$6{,}000{,}000 \times \frac{6}{100} = 360{,}000$

C

一般的に、グラフを構成する各パートをカテゴリと呼びます。先の例における「コスタリカ」、「ホンジュラス」、「ニカラグア」、「その他」といった各パートがカテゴリです。グラフは**帯グラフ**と呼びますが、ここからは、各カテゴリの全体に対する比率が簡単に見てとれます。そして次のような特徴があります。

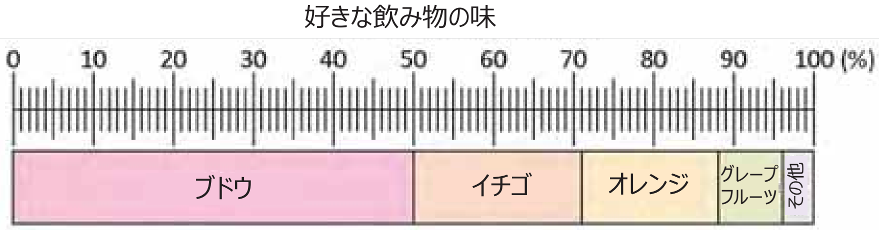
1. タイトルがあります。
2. カテゴリはそのパーセンテージによって、大きいものから始まり小さいものへ（左から右へ）置かれます。
3. 「その他」というカテゴリがある場合は、そのパーセンテージに関わらず、一番最後に置かれます。

1. この帯グラフは、2014年1月のエルサルバドルの調理済み米の輸出を示しています。



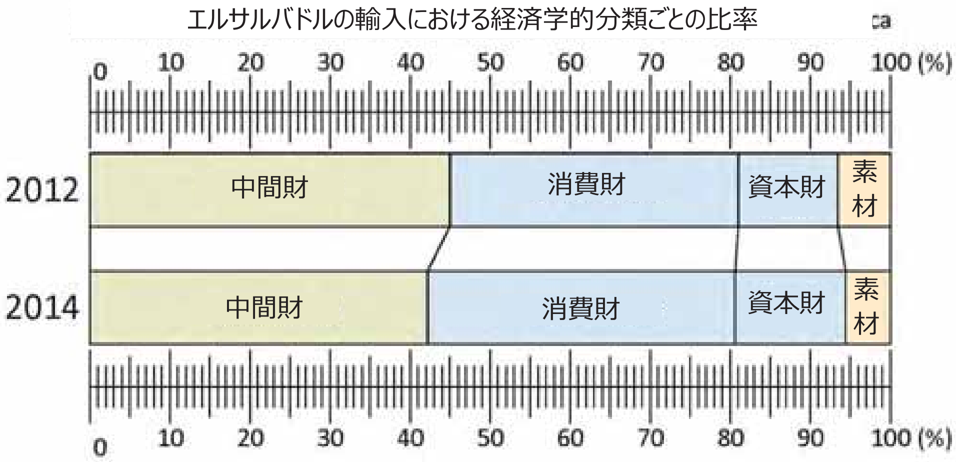
a) 各国への輸出のパーセンテージはどのくらいですか？
b) 総重量が2,356,191 kgだとしたら、各国へ何kgずつ輸出していますか？

2. 好きな飲み物の味をいろいろな人に尋ね、次のような結果を得ました。



a) 飲み物の味のパーセンテージはそれぞれどのくらいですか
b) 人数が200人だとしたら、それぞれの味を何人ずつの人が好んでいますか？

3. 次の帯グラフは2012年・2014年のエルサルバドルの輸入状況を経済学的分類ごとに示したものです。



消費財とは、食品や洋服のように、個人の必要性を直接満たすものです。

中間財は、企業や政府が生産するために使われるものです。それは投入財や原料で、後に生産の過程で変化していくものです。

資本財とは、中間財を変化させるために用いられるものですが、生産過程において変化するものではありません。例えば、機械類や工具、ハイテク機器などです。

a) それぞれの年の**消費財**のパーセンテージはどのくらいですか？この財の輸入のパーセンテージがより大きいのはどちらの年ですか？

b) それぞれの年の**資本財**のパーセンテージはどのくらいですか？この財の輸入のパーセンテージがより大きいのはどちらの年ですか？

c) **中間財**の輸入のパーセンテージがより小さいのはどちらの年ですか？

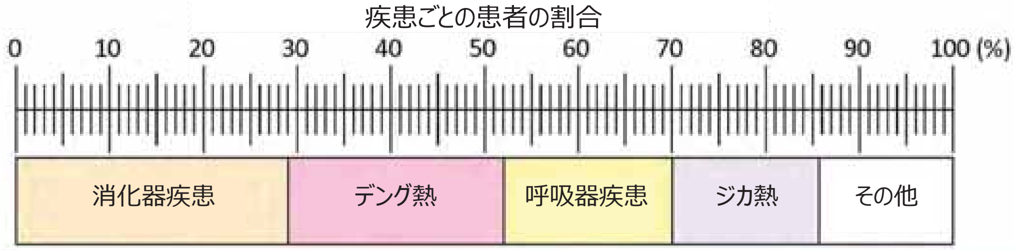
1.2 帯グラフの作り方

P

表は疾患ごとの患者数を示しています。各カテゴリのパーセンテージを、1の位へ四捨五入しながら、帯グラフを作成しましょう。

疾患	患者数	%
デング熱	420	23.3
ジカ熱	280	15.6
消化器疾患	530	29.4
呼吸器疾患	330	18.3
その他	240	13.3
合計	1 800	100

S



C

帯グラフ作成の手順は、

1. 各カテゴリのパーセンテージを求めます。
2. 得たパーセンテージに従ってわけますが、左から一番大きいパーセンテージのカテゴリを始めます。
3. 「その他」のカテゴリは（それがある場合は）最後に配置します。

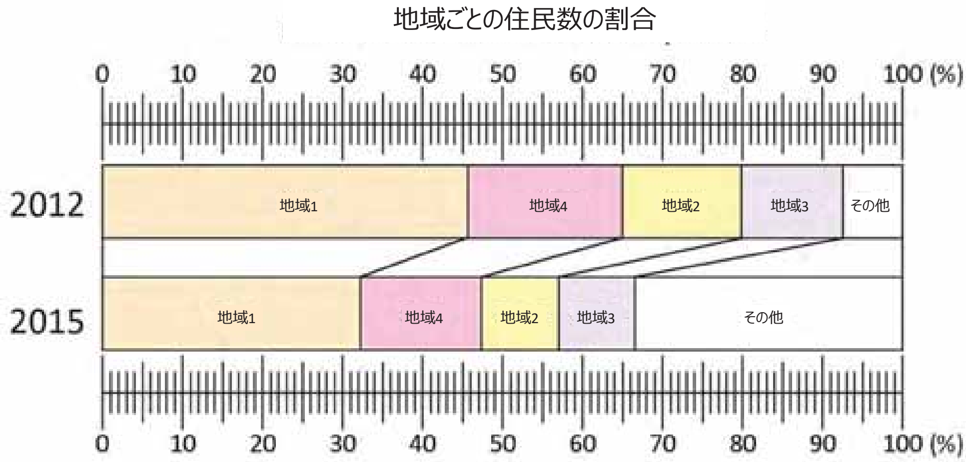
E

次の表は、2012年と2015年のある国の地域別の住民数を示しています。各カテゴリのパーセンテージを、1の位へ四捨五入しながら、帯グラフを作成しましょう。

	2012年		2015年	
地域	住民数	%	住民数	%
地域1	1 567 156	45.6	1 725 520	31.6
地域2	523 655	15.2	524 130	9.5
地域3	434 003	12.6	512 000	9.3
地域4	660 652	19.2	800 713	14.6
その他	250 001	7.2	1 900 335	34.7
合計	3 435 467		5 462 698	100

四捨五入したことによりパーセンテージの合計が100にならない場合、「その他」のカテゴリまたは最も大きな数をもつカテゴリのパーセントを変えることで調整し、合計を100にします。

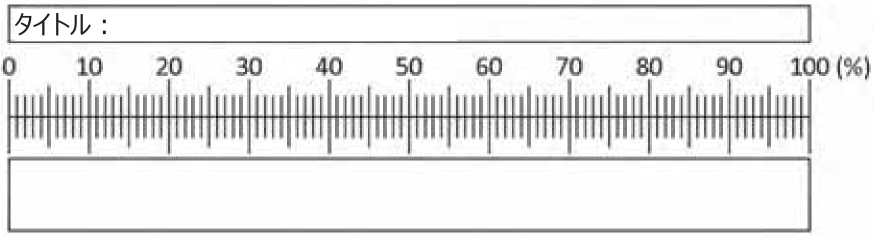
解き方。



1. 子供の日のお祝いのために、学校で生徒に好きな食べ物を尋ねました。表には結果が表されています。

カテゴリ	人数	%
鶏肉	83	
肉	10	
魚	37	
七面鳥	257	
その他	8	
合計	395	

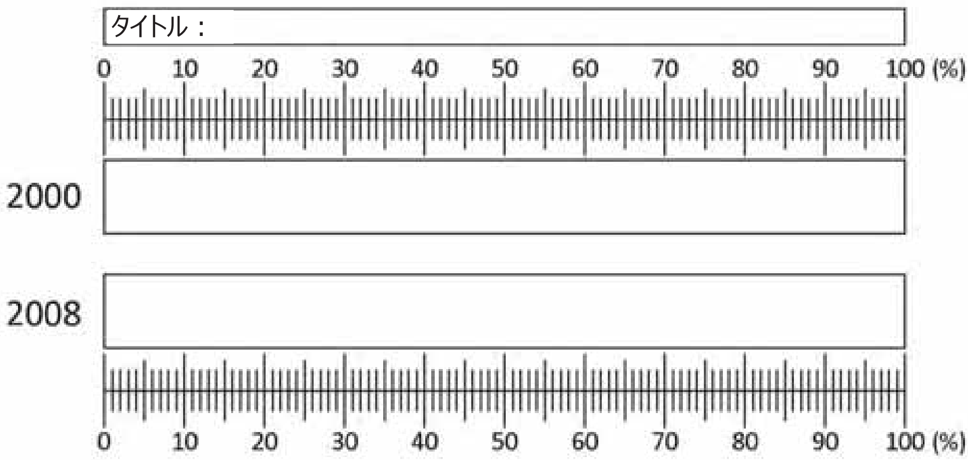
a) それぞれのタイプの食事を好む子供の数は、何パーセントずつですか？（各カテゴリのパーセンテージは1の位へ四捨五入します）。
b) 情報を表す帯グラフを作成しましょう。



2. 2000年と2008年に、ある学校の7学年の生徒に好きなスポーツについて質問しました。答えは次の表のようになりました。

スポーツ	2000		2008	
	生徒（データ）	%	生徒（データ）	%
サッカー	47		42	
バスケットボール	38		28	
ソフトボール	31		53	
バレーボール	22		33	
その他	35		24	
合計	173		180	

a) 質問がなされたそれらの年において、それぞれのスポーツを好む生徒の数は、何パーセントずつです ue
か？（各カテゴリのパーセンテージは1の位へ四捨五入します）。
b) 各年ごとに帯グラフを作成し、そこに表された情報を比較しましょう。2000年のパーセンテージは、 .Es
2008年と比べて、それぞれ少ないですか、等しいですか、多いですか？



1.3 復習問題

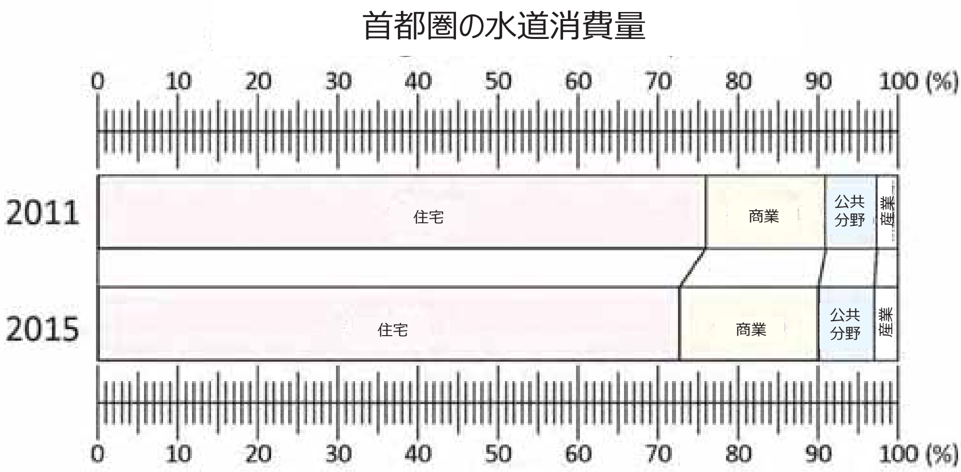
次の各項の指示に従って実行しましょう。

1.次のグラフは、2015年エルサルバドルの輸入のパーセンテージを経済学的分類によって示したものです。

a) それぞれの輸入のパーセンテージはどのくらいですか

b) 輸入の総金額が10,415,400,000ドルだとしたら、それぞれの輸入額は何ドルになりますか？

2.次のグラフは、2011年と2015年、サンサルバドル首都圏において、ANDAによって提供されている水道の消費量のパーセンテージをカテゴリ別に表したものです。



a) **住宅**分野の消費量のパーセンテージはそれぞれの年でどのくらいですか？消費量のパーセンテージが大きいのはどちらの年ですか？

b) **産業**分野の消費量のパーセンテージはそれぞれの年でどのくらいですか？消費量のパーセンテージが大きいのはどちらの年ですか？

c) **商業**分野の消費量のパーセンテージが小さいのはどちらの年ですか？

d) 2015年のサンサルバドル首都圏における**住宅**カテゴリの水道の全消費量は2011年と比較して減少したと言えますか？

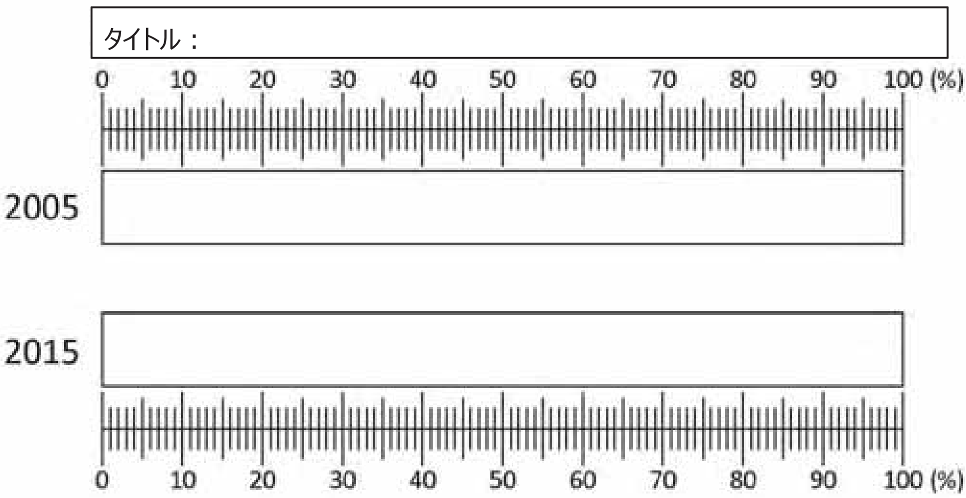
3. 次の表は、2005年と2015年、サンタアナ県の人口を年齢層ごとに表したものです。

年齢	2005年	2015年
0－19	259 278	220 443
20－39	202 899	182 631
40－59	94 723	113 041
60－79	44 174	54 557
合計	601 074	570 672

a) 各年齢層の人口は、何パーセントずつですか？（各カテゴリのパーセンテージは1の位へ四捨五入します）

年齢	2005年(%)	2015年(%)
0－19		
20－39		
40－59		
60－79		
合計		

b) 情報を表す帯グラフを作成しましょう。



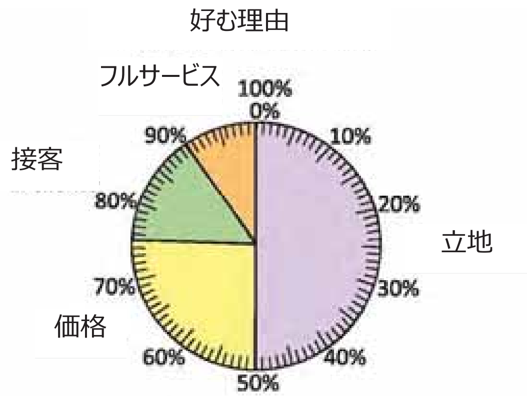
c) グラフからどんな解釈が導かれますか？説明しましょう。

ユニット7

2.1 円グラフの読み方

P

あるガソリンスタンドの利用者にその店舗を好む理由を質問したところ、次のグラフのような情報が得られました。



このガソリンスタンドを好むそれぞれの理由を選択した人の数は、各理由を示す円の範囲の面積に比例しています。

a) 利用者がこのガソリンスタンドを好む理由として最も多いのはどれですか?
それは何%を占めますか?
b) 利用者がこのガソリンスタンドを好む理由として最も少ないのはどれですか?それは何%を占めますか?

S

a) 立地、50%
b) フルサービス、10%

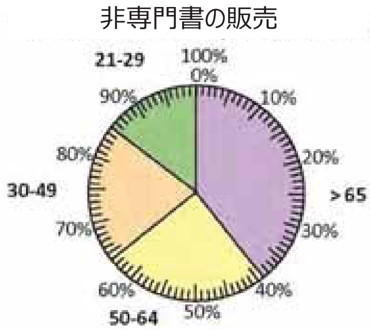
帯グラフと同様にカテゴリがグラフの各部分(円の範囲) になっており、今回のケースで例えると、各カテゴリは利用者が質問されたときに選択できる理由になっています。

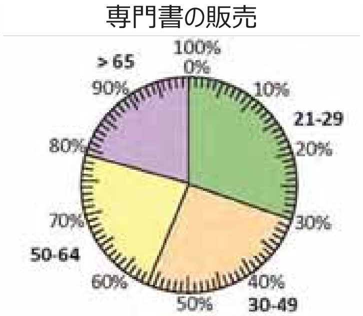
C

合計が1つの円で表され、合計に対する各カテゴリの比率(パーセンテージ)に応じて扇形に分けられたグラフを **円グラフ**と呼びます。

E

書籍の販売において、ある日異なる年齢の人々にどの種類の本を買ったかを質問しました。これらを「専門書」と「非専門書」に分類しました。得られた情報は次の円グラフで表されています(各カテゴリは回答者の年齢区分)。



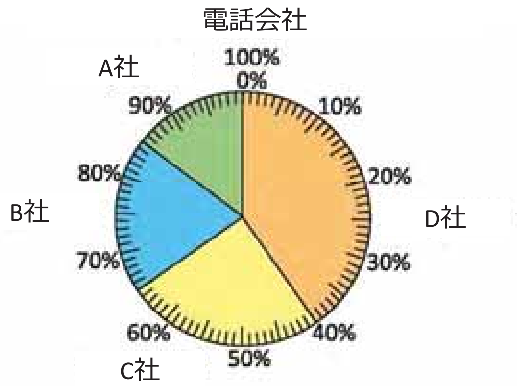


a) 非専門書を購入した人が最も多かったのはどの年齢区分ですか?それは何%を占めますか?
b) 専門書を購入した人が最も多かったのはどの年齢区分ですか?それは何%を占めますか?

解答
a) 65歳以上、39%

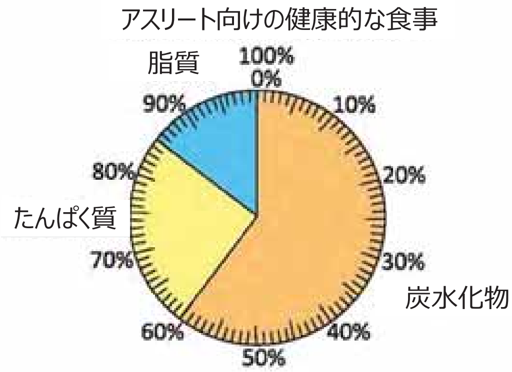
b) 21 - 29歳、30%

1. あるショッピングセンターで携帯電話の利用者にどの会社を利用しているかを質問しました。得られた情報は以下のグラフの通りです。



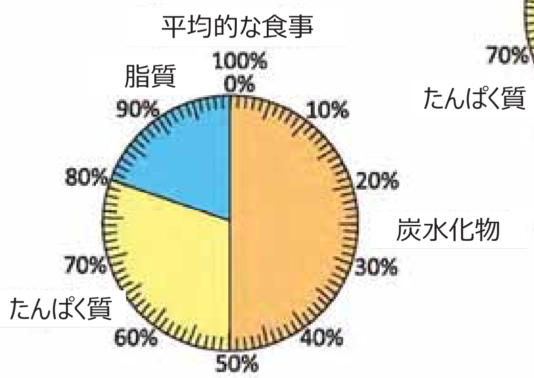
a) B社を利用している人は何%を占めますか?
b) 最も利用者が少ないのはどの会社ですか?それは何%を占めますか?
c) 最も需要があるのはどの会社ですか?それは何%を占めますか?
d) 合計200人に質問した場合、各社を選んだ人は何人ですか？

2. 炭水化物、タンパク質、脂肪の摂取のパーセンテージは、次のグラフで表されているように、それぞれの食事のタイプによって異なります。



初めて円グラフを作成して使ったのは、1786年頃にオスマン帝国の領土の割合をアジア、ヨーロッパ、アフリカに分けて示した、スコットランドの技術者・経済学者ウィリアム・プレイフェアであることが知られています。

W・プレイフェア (1801). *The statistical Breviary.*



a) アスリートが摂取すべきタンパク質は何%ですか?
b) 平均的な食事を摂る人が摂取する脂質は何%ですか?
c) あなたの食事のタイプでは、何%の炭水化物を摂取しますか?

2.2 円グラフの作り方

P 次の表はある店で使用可能な野菜の量を表しています。データをどのように表すか考えましょう。

野菜	量	%	角度
トマト	90	45	
玉ねぎ	30	15	
きゅうり	60	30	
その他	20	10	
合計	200	100	

a) 円全体(100%)の中心角は360度であることを踏まえ、1%の角度は何度ですか?
b) 45%、15%、 30%、10%の角度はそれぞれ何度ですか?

S

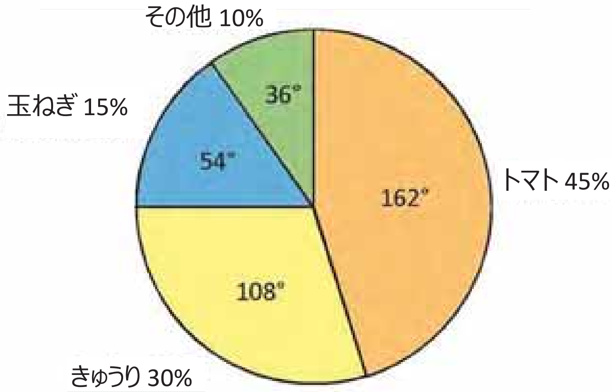
a) 360 ÷ 100 = 3.6
b) 1%ごとに3.6を掛けます。

3.6 × 45 = 162　　3.6 × 15 = 54　　3.6 × 30 = 108　　3.6 × 10 = 36

従ってカテゴリごとの角度は次のように割り当てられます：トマト：162°、玉ねぎ：54°、きゅうり：108°、その他：36°。

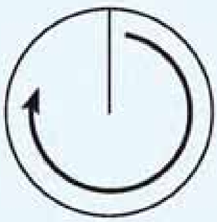
野菜	量	%	角度
トマト	90	45	162°
玉ねぎ	30	15	54°
きゅうり	60	30	108°
その他	20	10	36°
合計	200	100	360°

野菜の量の分布



C 円グラフの情報を表す手順は次の通りです。

1. 各カテゴリのパーセンテージを求めます。
2. 各カテゴリの中心角の角度を求めます(3.6 × %)。
3. 各カテゴリを大きいものから順に時計回りに並べ、「その他」は常に最後に来るようにします。

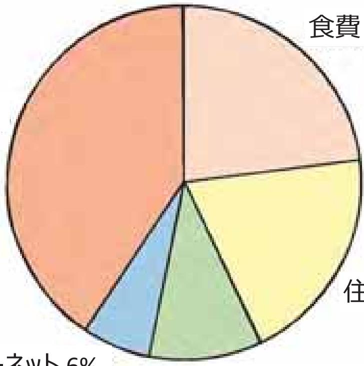


大きいものから順

E

ある家庭の月収の分布がコンスタントである(月ごとの変動がない)と仮定し、円グラフでは家計支出の内訳が表されています。

a) ある家庭の月収が450ドルであり、支出の内訳がグラフに表された通りであれば、各支出項目に割り当てられる金額はいくらですか?
b) 住居費に100ドル割り当てるとすれば、月収はいくらですか?
c) 食費は角度何度に相当しますか?



解答

a) 電話・インターネット：
$(450 \div 100) \times 6 = 27$
答え 27ドル

同じ手順で計算します。
光熱費： 45ドル
住居費： 90ドル
食費： 103.5ドル
その他： 184.5ドル

b) 月収は次のようになります。

$(100 \div 20) \times 100 = 500$
答え 500ドル

c) $(3.6 \times 23) = 82.8$

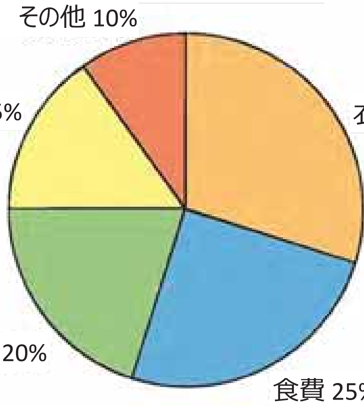
小数点以下を四捨五入すると83°になります。
答え83°

1.前の授業の問題を参考にしてノートに表を作り、グラフを描きましょう。

好む理由	人数	%	角度
フルサービス	50		
接客	75		
値段	125		
立地	250		
合計	500		

2.ある人の月給を、次のグラフで表したように割り当てたとして答えましょう。

a) この人の月給が250ドルのとき、各項目にはいくら割り当てられますか?
b) 割合を変えずに交通費に50ドル割り当てるとき、月給はいくらになりますか?
c) 衣服への出費を表す円の範囲の中心角は何度になりますか?



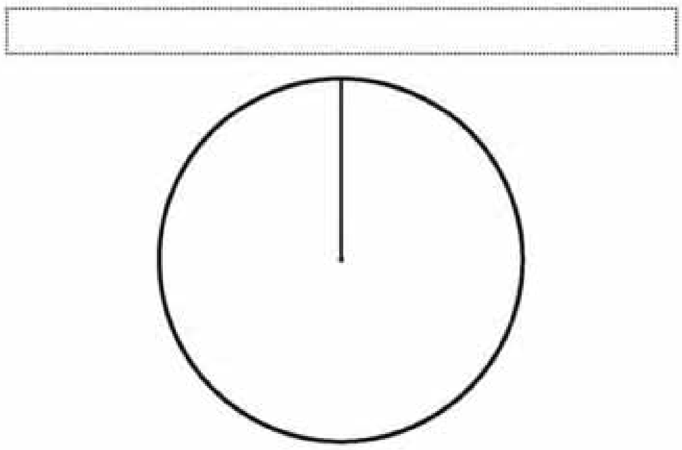
ユニット 7

2.3 復習問題

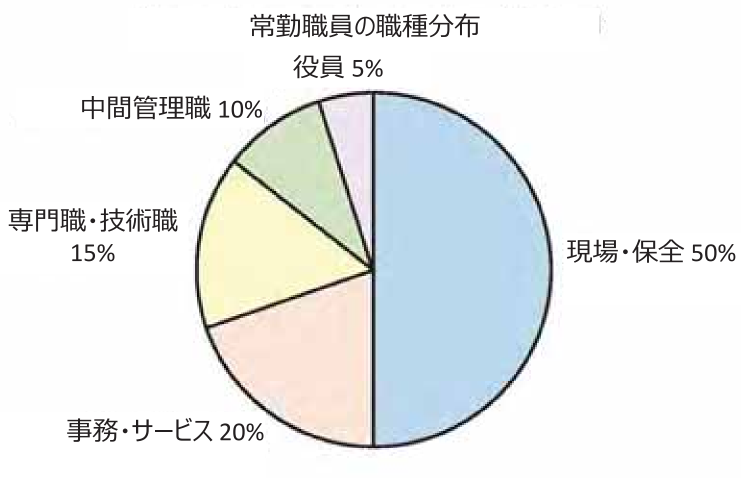
1.次の表はある組織の常勤職員の勤続年数を表しています。

勤続年数	職員の数	%	角度
< 5	1281		
5 – 10	1108		
10 – 15	296		
15 – 20	273		
≥ 20	1254		
合計	4212		

a) 各カテゴリのパーセンテージと角度を計算しましょう(小数点以下を四捨五入する)。
b) 表の情報から円グラフを作りましょう。



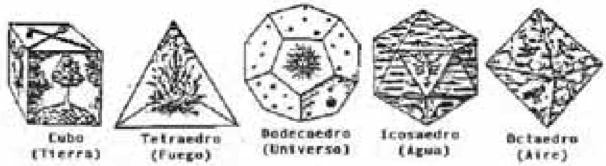
2. ある組織の常勤職員の職種ごとの分布は次の円グラフで表される通りです。



a) 職員の数が4,200人のとき、各職種の職員は何人ですか?
b) 同じ割合で30人の役員がいるとき、この組織の職員は何人になりますか?
c) **専門職・技術職**を表す円の範囲の中心角は何度になりますか?

平面図形と立体の作図

8 ユニット



宇宙の支配物のようなプラトン立体

立体に関する知識とその利用は先史時代に始まりました。いくつかの調査によれば正多面体が使われたのは新石器時代（紀元前1500年頃）と考えられています。

その時代の石でできた正多面体が確認されており、これらの五つの正多面体は、ピタゴラス学派の人々から完璧なるものとして評価されていました。とはいえ、それらの他に立体があったのかどうかは定かではありませんが、プラトンの功績やユースクリッド著の『原論』の結論がその正当なる根拠として、これらの立体の存在が知られ渡り定着することとなりました。

多面体は長い歴史の間に建築構造や芸術表現の中で、美や完璧さなどを表す要素として使われてきました。その立体の中でよく使われるのは、角錐、円柱、立方体、角柱などがあげられます。

古代エジプト人によって
建造されたギザの大ピラミッド

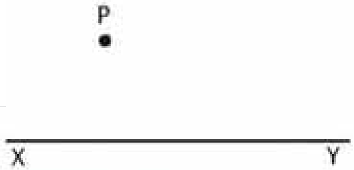
このユニットでは、平面図形、三角形の学習と定規やコンパスを使ういくつかの直線の作図や円の学習の他、正多面体、角柱、角錐や球に関連するものを学びます。立体の型や投影を明らかにするために、空間内の直線や平面の分析をします。

1.1 点と直線

P

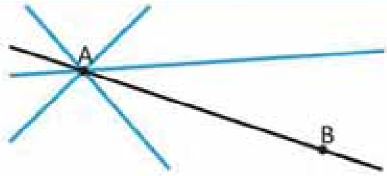
1. 図には点 A と Bが描かれています。
   a) Aだけを通る直線を引きなさい。
   b) AとBともに通る直線を引きなさい

2. 図には直線 XY が引かれています。
   a) Pを通り、直線 XYを横切る直線を引きなさい。
   b) Pは通るが、直線 XYを決して横切らない直線を引きなさい。

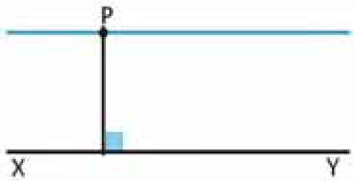


S

1. a) 点 Aを通る複数の異なる直線、実際には無限の直線を引くことができます。
   b) 2つの点を通る直線は一本だけ存在します。



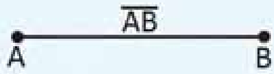
2. a) 引くことのできるすべての直線の中に、直線 XY に対して垂直になるものがあります。
   b) 引かれた直線は Pを通る直線と平行になるはずです。



C

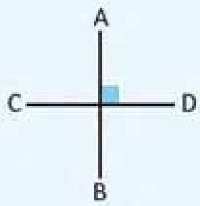
a) 点 A、B を通り、無制限に延びる直線を**直線 AB**と呼び、通常アルファベット一文字、例えば、l や m などで表されます。

b) AとB を繋いで図形は**線分 AB** と呼ばれ、$\overline{AB}$ での記号で表し「線分**AB**」と読みます。



c) 2つの線分が、$\overline{AB}$ と $\overline{CD}$のように同じ長さを持っているならば、よって、AB = CD で表されます。線分の長さについて言うときは、記号 (‾) を省略します。$\overline{AB}$ の長さは AB.

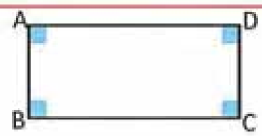
d) もう1つの直線に対し、より短い直線が90°の角度を作っている時は、**垂線**と言い、このことを表すために、記号 (⊥) を使います。図では、$\overline{AB}$ ⊥ $\overline{CD}$となり、「線分ABは線分 CDに対し垂直」と読みます。



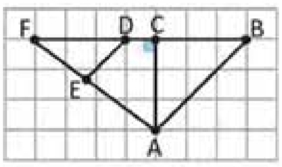
e) 一方の直線がもう一方の直線を決して横切ることのない2つの直線のことを、**平行な直線**と呼び、記号 (∥) を使います。図では$\overline{AB}$ ∥ $\overline{CD}$は「線分AB は線分CDは平行」と読みます。

1. 次の長方形を良く見て、以下の線分の間の関係を明らかにするために、記号 (∥) または (⊥) を使いなさい。

   $\overline{AB}$と $\overline{CD}$ の関係
   $\overline{AB}$ と $\overline{AD}$ の関係
   $\overline{AB}$ と $\overline{BC}$ の関係



2. 次の図形において、示されている線分のどれが平行でどれが垂直に交わるかを示すために、記号(∥) または (⊥) を使いなさい。

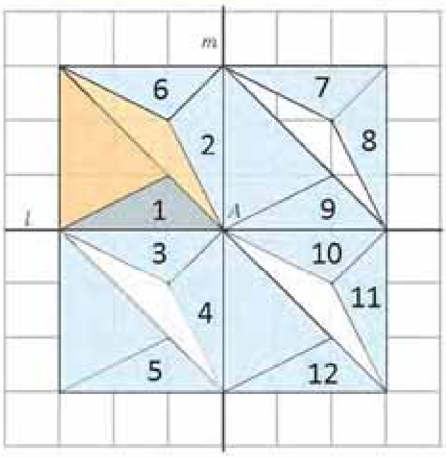


1.2 図形の規則性

P

この図は一番目立つ色の図形を移動することで作られています。次の問題に答えましょう。

a) 平行移動をすれば、図形1はどの図形に重なるでしょうか？
b) 直線 l で折り返すと、図形1はどの図形に重なるでしょうか？
c) 図形1をAに関して、90° 時計と反対周りに回転したら、どの図形と重なるでしょうか？



S

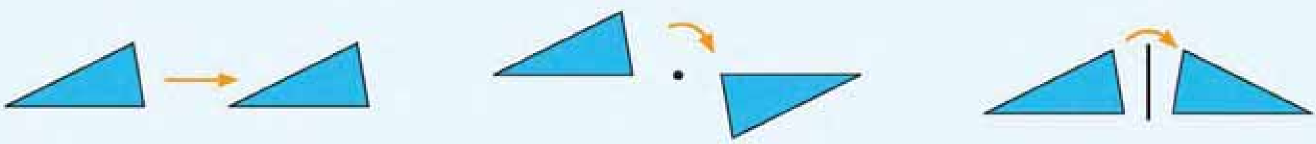
a) 図形1を平行に移動すれば、図形9、5、12に重ねることができます。
b) この図を直線 l で折り返すと、図形1は図形3に重なります。
c) 図形1を、時計と反対周りに90° の角度回転させると、図形4と重なります。

C

大きさや形を変えない図形の移動は、移動の仕方によって、それぞれ名前が付けられています。

三種類の移動があります。

平行移動　**回転**　**対称性**

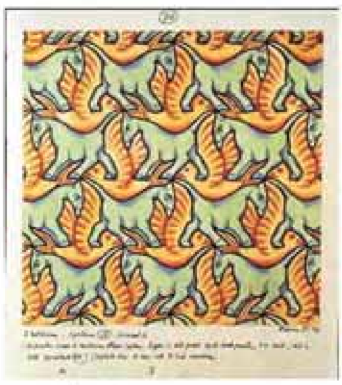


E

平行移動、回転、対称を用いて芸術作品を創る技法があり、これは、図形を使って、平面全体に空白を残さず、また重なり合うことなく移動させ、平面を埋めつくすことで成り立っています。

この技法は**平面充填（テッセレーション）**と呼ばれます。

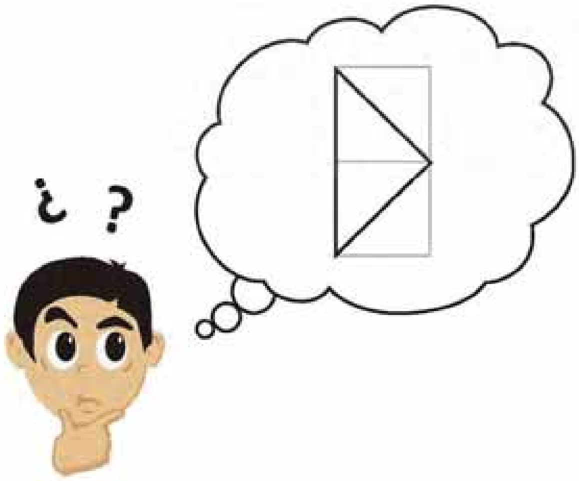
マウリッツ・コルネリス・エッシャー (1898 - 1972) は、グラフィックアートの分野で世界で最も有名な芸術家のひとりです。彼の芸術は、世界中の何百万人もの人々に鑑賞されています。エッシャーは彼の作品にタイルのように平面図形を隙間なく敷き詰める技法を使いました。



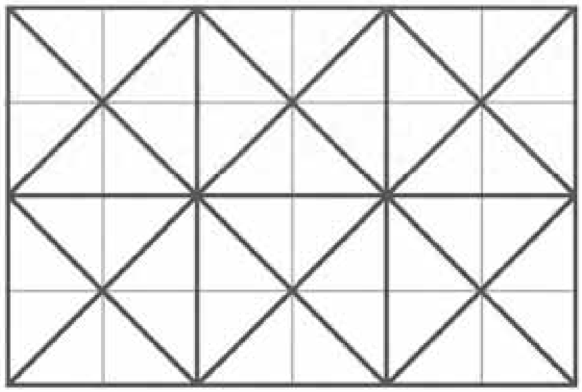
馬/鳥（*No.76*）*1949* 、色鉛筆、インク、水彩。*M. C. Escher* より
公式サイト*www.mcescher.com*からの転載

ローマ在住の頃のエッシャーの肖像*M. C. Escher* より

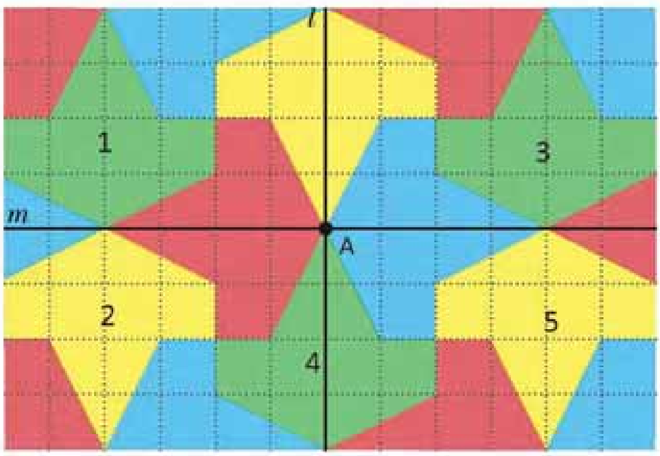
カルロスは、空白を残さず、また重なり合うことなくグリッドを埋めるために図のようなような三角形を使うことを考えました。



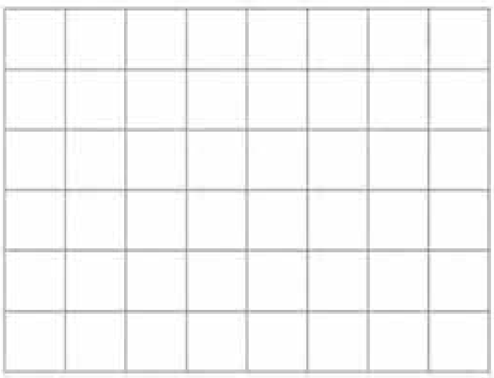
そして、図のような結果を得ました。

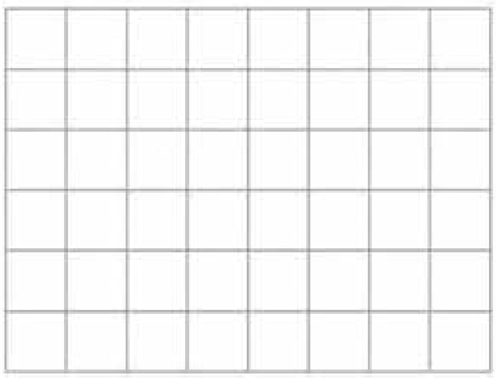


1. これまで学んだことから、平行移動、回転、対称を使って、図形を平面上で移動することができます。右の図をもとに、以下の質問に答えなさい。軸は直線 l や m である可能性があり、また回転点はA とします。
   a) 図形1を図形5に重ねるには、どの種類の移動を行わなくてはならないでしょうか？
   b) 図形1はどの複数の図形と重なるでしょうか？平行移動をするならば？
   c) この図を直線 m を折線として折り返すならば、図形1はどの図形に重なるでしょうか？、また、直線l に対し折り返すならばどうなるでしょう？



2. **平面充填（テッセレーション）を構成すると！** カルロスが先の例で示した平面充填をどのようにして行ったかを考え、そして、図形を1つだけを使い、その図形を何度も空白を残さぬよう繰り返すことで、以下のグリッドを埋めてみましょう。



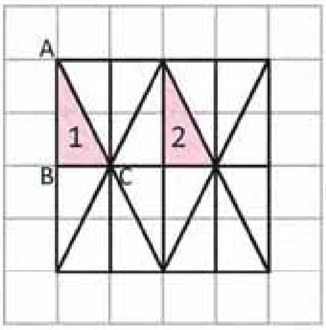


クラスの仲間と比べてみましょう！

1.3 平行移動

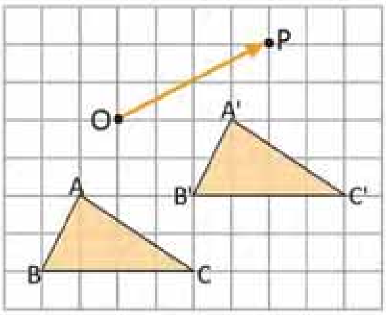
P

1. 図形を良く見てください、図の三角形1を平行移動をすることで、三角形2に重ねることができます。
   a) A と C から平行移動したA' と C' を特定しなさい。
   b) $\overline{AA'}$と $\overline{CC'}$を引きなさい。
   c) 長さ $\overline{AA'}$と $\overline{CC'}$ の間の関係を記号で表しなさい。
   d) 三角形2に重なるには、三角形1にどんな移動を使わなければならないでしょうか？



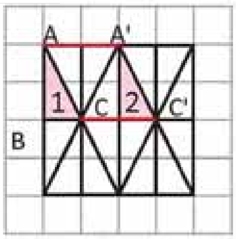
A, B,Cを頂点とする三角形を表すには記号 "Δ" を使い ΔABC とし、「三角形ABC」と読みます。

2. ΔA'B'C' は、 ΔABC から矢印OP が示す方向へその長さの分だけ移動されます。矢印は右に4マス目、上に2マス目進んでいることに注目してください、
   a) 2つの三角形のそれぞれ対応する頂点を結ぶ $\overline{AA'}$, $\overline{BB'}$と $\overline{CC'}$を引きなさい。
   b) a)で述べた線分間の関係を記号で表しなさい。



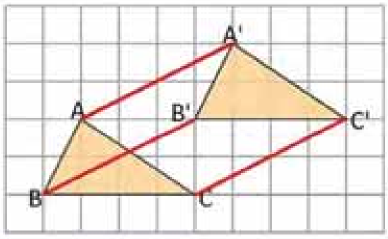
S

1. a) と b)



c) $\overline{AA'}$と $\overline{CC'}$との間の関係は $\overline{AA'} \parallel \overline{CC'}$と表されます。また、 AA'= CC' です。
d) 三角形2に重ねるためには、三角形1に関して平行移動を使う必要があります。

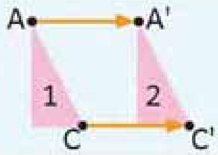
2. a)



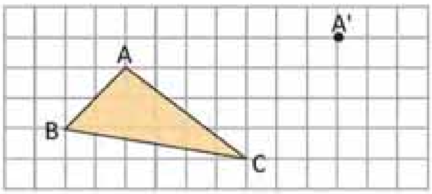
b) 線分間の関係は次のように表せます。
$\overline{AA'} \parallel \overline{BB'} \parallel \overline{CC'}$で AA' = BB' = CC'.

C

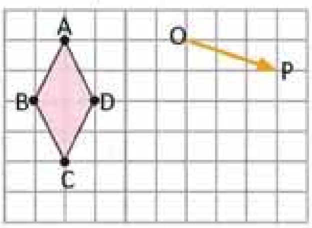
平行移動では、それぞれ対応する線分は平行で同じ長さを持つ、つまり、平行移動では距離がそのまま保たれます。上記の問題でも、$\overline{AA'} \parallel \overline{CC'}$で AA'= CC' となっていました。



1. ΔABCの平行移動となるよう、$\overline{AA'}$を引き、$\overline{AA'}$の方向と長さをもとに ΔA'B'C' を作図しなさい。



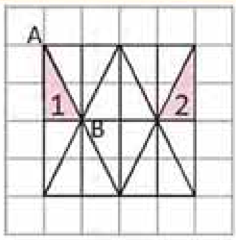
2. 四角形 ABCD を平行移動したA'B'C'D' を、矢印OPが示す方向と距離を使って描きなさい。



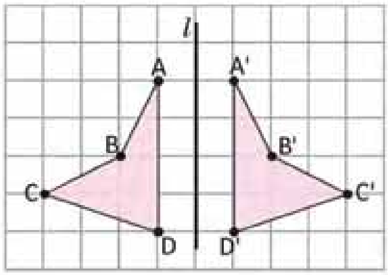
1.4 対称性

P

1. 図の三角形1を移動させることで、三角形2に重ねることができます。
   a) 三角形2における A' と B'を特定し、三角形1を移動させて、これらの点に、点A と B を重ねなさい。
   b) 三角形2 に重ねるには、三角 形1 をどのように動かせば良いでしょうか？

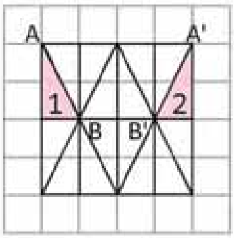


2. 右側の四角形 A'B'C'D' は四角形ABCDを移動することで、得ることができました。
   a) それぞれ対応する頂点を結ぶ線分を引きなさい。
   b) a) で引いた線分と直線 l の間の関係を記号で表しなさい。
   c) $\overline{CC'}$と l の交点にM と名前を付けましょう。
   d) $\overline{CM}$ と $\overline{C'M}$ の関係を記号を用いて表しなさい。



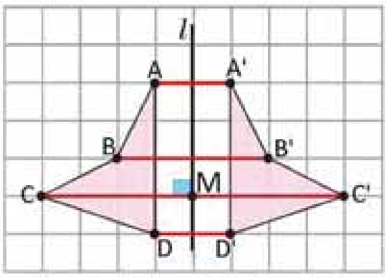
S

1. a)



b) 対称になるはずです。

2. a) と c)



b) 直線 l と各 弧（弓形）は、(⊥)で表されます。例えば、AA' ⊥ l.
d) CM と C'M の関係は次のように表されます。
CM = C'M.

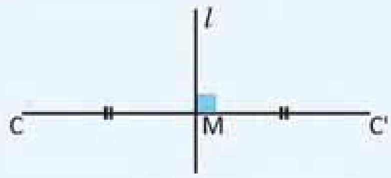
C

図をある軸によって折り返して行う移動を**対称移動**と呼び、その軸を**対称軸**と呼びます。

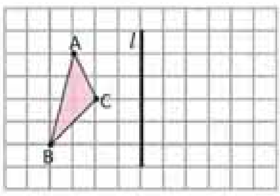
対称では、2つの相対する点で結ばれる線分は軸と垂直に交わり、二本の等しい線分を形成します。したがって、例では、$\overline{CC'}$ ⊥ l で CM = C'M となります。

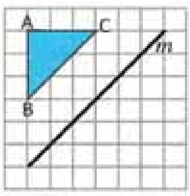
例では、直線 l は垂直に線分 $\overline{CC'}$の真ん中を通ります。この直線を $\overline{CC'}$ の**垂直二等分線**と呼びます。

幾何学では、二本以上の線分が等しいことを表す時に記号が使われ、例えば、AB = BC を表すためには、次のようにします。



各図に直線 l と直線 m に関して対称な図表をそれぞれ描きなさい。



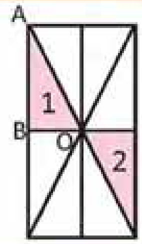


m に対し垂直な線分を正しく引きなさい。

1.5 回転

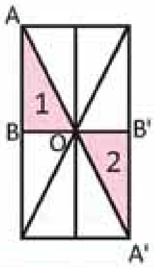
P

図の三角形1を移動させることで、三角形2に重ねることができます。
a) 三角形1を平行移動すると、点A と B に重なる点A′ と B′ を三角形2 に描きなさい。
b) 三角形2 に重ねるには、三角 形1 をどのように動かせば良いでしょうか？



S

a)

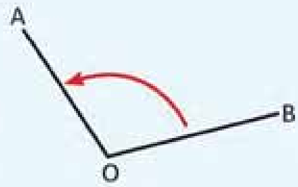


b) 三角形1 を点 Oを中心に180° の角度で回転することで、三角形2 に重ねることができます。

C

中心点に対し特定の角度で行う図形の移動を**回転**と呼びます。

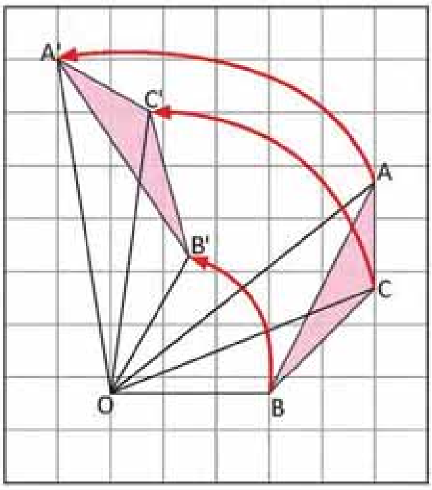
一般的に、回転角度の向きは時計の針と逆とされます。例えば、この図は、∢BOA のOB からOA への回転を示しています。



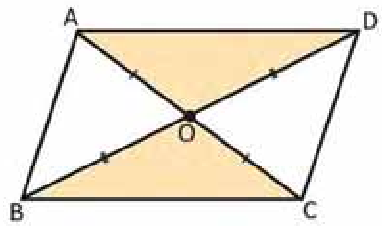
E

点 O を中心にして、ΔABC を60° の角度でΔA'B'C'になるまで回転したところです。

a) $\overline{OA}$ と $\overline{OA'}$ の間にはどのような関係がありますか？
b) 点 A が点 A'まで移動すると、どんな図形が描けるでしょうか？



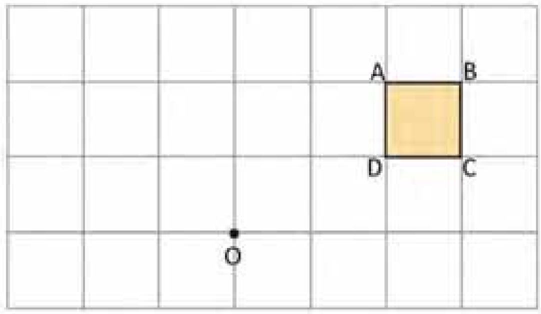
角度180°の角度で回転すると対称となる場合、**回転対称**と呼びます。図が示すように、点O に関して、ΔAODを 180° 回転させることで、図形は対応する同じ色の三角形に重ねることができます。対応する各辺に注目してください。平行四辺形では、その対角線は二等分される、つまり等しい長さの線分に切り分けられる、と結論づけることができます。



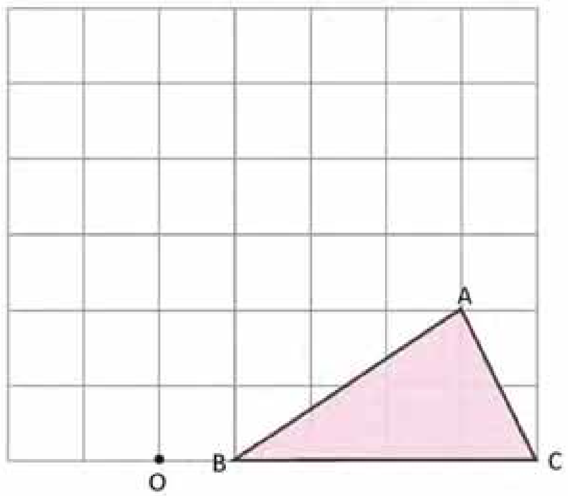
解答

a) OA = OA'
b) 半径としてOA を、中心点 としてO を持つ円周の一部を成しています。

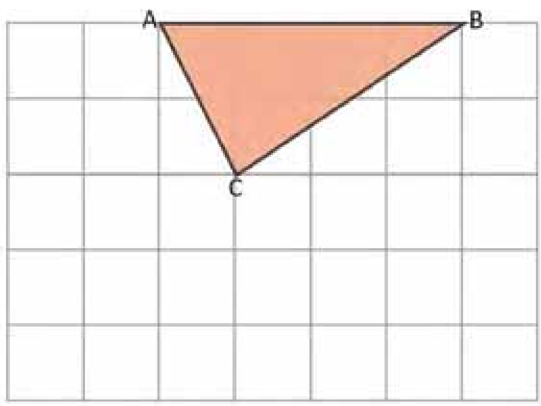
1. 平行四辺形ABCDを点Oを中心に90° の角度で回転させた平行四辺形 A'B'C'D' を描きなさい。自分のコンパスと分度器を用いなさい。



2. ΔABCを点Oを中心に 90° の角度で回転させたΔA'B'C' を描きなさい。



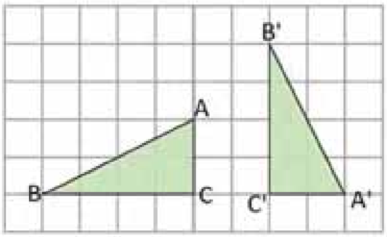
3. 次の図形を、点Cを基準に回転させなさい。



1.6 図形移動の問題の解法

P

ΔA'B'C'に重ねるには、ΔABC をどのように移動させれば良いでしょうか？



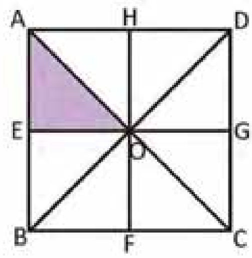
S

解法例では、まず、ΔABCを点 Cを中心に90° の角度で時計回りに回転させ移動し、つぎに図形を $\overline{CC'}$ 上の C からC' 方向に平行移動をします。

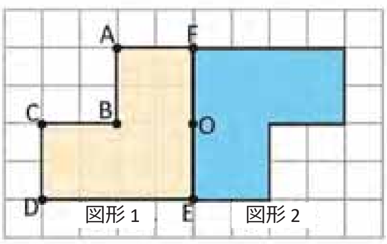
C

三角形 ΔABC と ΔA'B'C' のように、図形を移動させると、もう一方の図形に重ねることが可能となり、この2つの図形は**合同**であると言えます。

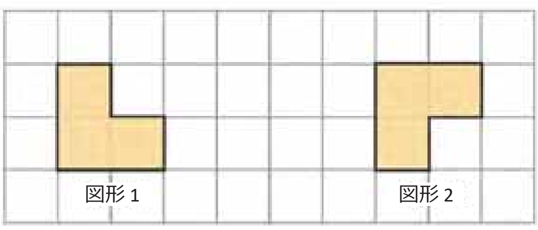
1. 次の図形において、
   a) ΔODGに重ねるにはΔOAEがどのような動きをすれば良いでしょうか？
   b) ΔOBFに重ねるにはΔOAEがどのような動きをすれば良いでしょうか？
   c) ΔOCFに重ねるにはΔOAEがどのような動きをすれば良いでしょうか？



2. 示されている2つの図をもとに、下の a)、b) の質問に答えなさい。
   a) 図形2が、図形1を移動することで得られるならば、図形1 の点 C と D に一致するように、点 C' と D' を図形2の中に描きなさい。
   b) 図表2 に完全に重ねるには、図形1 をどのように移動しなければならないでしょうか？



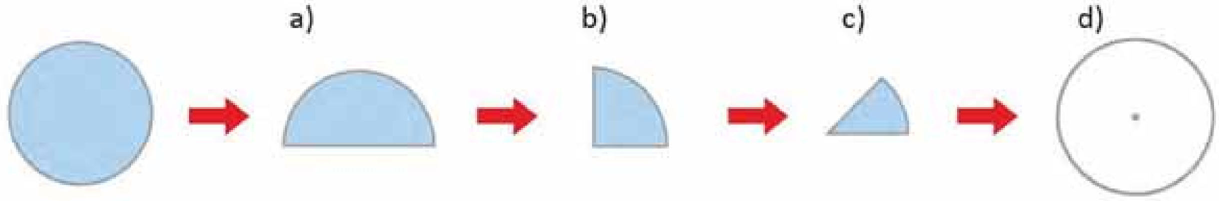
3. 下記の図で、一回以上動かしてよいなら、どのようにしたら図形1 を図形2 に重ねることができるでしょうか？



2.1 円の特徴と要素

P

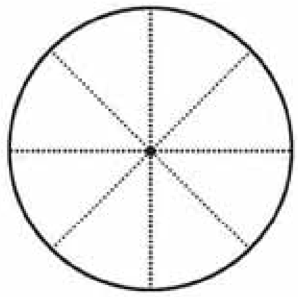
イラストで示される通り、項目a)、b)とc)のステップに従って円を折って、重ね合わせます。
1. 円を開く場合、折れ目の模様はどのように見えますか?　d)項目の丸に描きましょう。



2. a)、b)とc)の図は扇形です。それぞれの角を探しましょう。

S

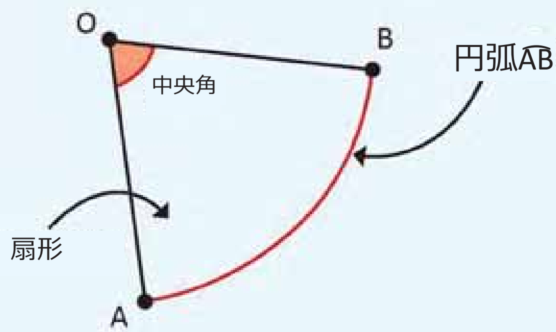
1.



2.それぞれの扇形の部分の角度は： a) 180°、b) 90°そしてc) 45°です。

C

円周の上にAとBという2つの点がある場合、これらの点で区切られた線は**円弧AB**と呼び、$\overset{\frown}{AB}$と表現されます。

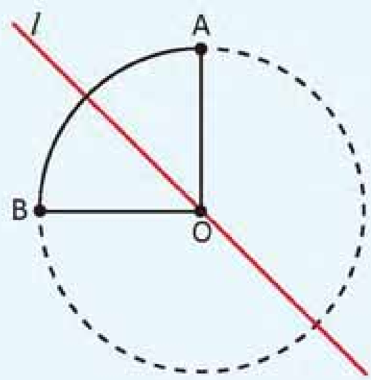


円弧の外周を通る半径で区切られた図は、扇形と呼ばれます。

半径で作られた角は、**中心角**と呼ばれます。

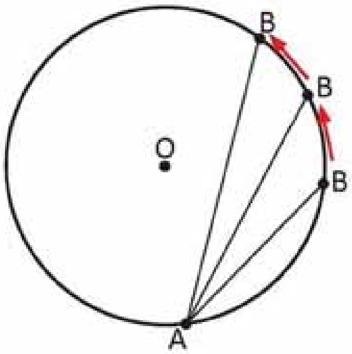
扇形は全て、軸に対して対称な図形です。

例えば、扇形OABの画像はO点と、円弧$\overset{\frown}{AB}$の中心点を通る軸lに対して対称です。



E

中心の円周Oから弦ABが引かれます。Aが固定点でBが円周全てを移動する点の場合、 $\overline{AB}$が最大の長さを獲得し、円周の対称軸となるのはいつですか?



円の要素

中心：円の中心にある点。

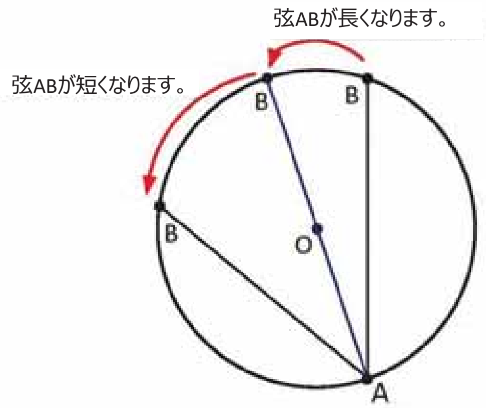
半径：円の中心と円周上の任意の点をつなぐ線分。

直径：円周の2つの点を結び、かつ中心を通る直線の線分。

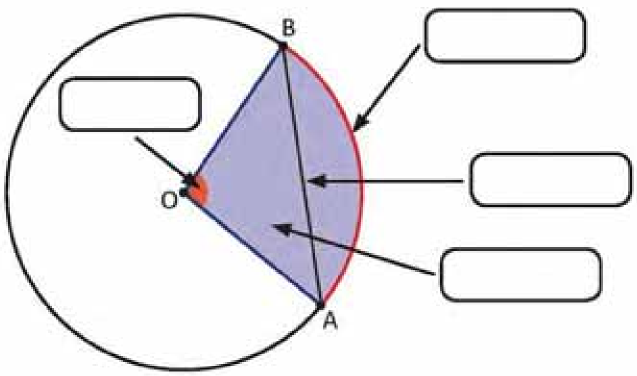
弦：円上にあり、円の異なる点2つを結ぶ線分。

解き方。

$\overline{AB}$がO点を通るとき、すなわち円周の直径となる場合に$\overline{AB}$は最大の長さとなり、円周の対称軸となります。



1. 次の画像で、円の各要素に対応する名称を配置しましょう。



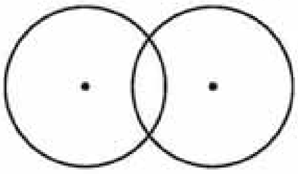
2. 半径5 cmの円をノートに描いて、中心角が5 cmの扇形を描きます。

a) 45°　　b) 180°　　c) 240°

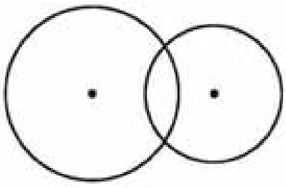
2.2 交差する円の特徴

円a)とb)の図それぞれにおいて、対称軸を描きましょう。

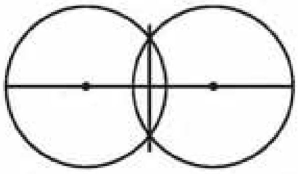
a) 両円の半径が同じ場合



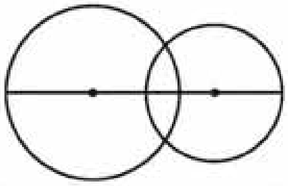
b) 両円の半径が異なる場合



a) 中心を通る直線と、交差部を通る直線。

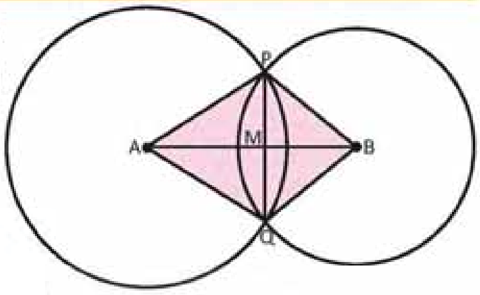


b) 中心を通る直線。



交わる円2つは直線や、両方の円の中心を通る軸に関して対称です。さらに、2つの円の半径が同じ長さの場合、2つの円の形も、交差する点2つを通る線で対称になっています。

画像では、AとBの中心で交わる円2つが観察できます。PやQといった円周の交差点が示され、ABやPQの交差点としてM点が示されます。



四角形AQBPについては、

a) 同じ長さを持つ線分の組み合わせを全て指摘しましょう。

b) ∢PABと同じサイズの角はどれでしょうか?

c) $\overline{PQ}$と$\overline{AB}$との間にはどのような関係があるでしょうか?

解き方。

円周の中心を通る直線により図形が対称であるという事実を意識して、以下のように結論付けられます：

a) $\overline{AP}$と$\overline{AQ}$、$\overline{BP}$と $\overline{BQ}$、$\overline{PM}$と$\overline{QM}$

b) ∢QAB

c) $\overline{PQ} \perp \overline{AB}$

円周2つの交差点を結ぶ線分は、中心を結ぶ直線に垂直で、この直線により同じ2つの部分に分けられます。

1. 上記の問題から、

a) どの場合にAM = MBとなりますか?

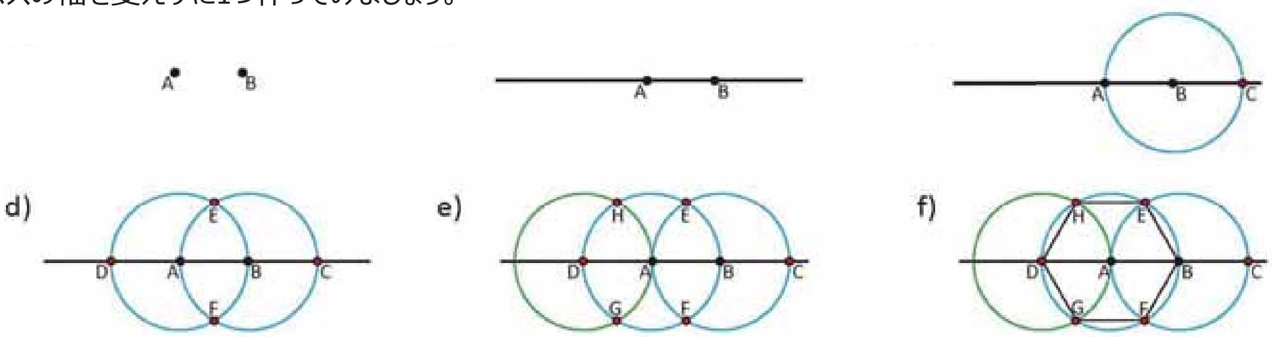
b) AM = MBが満たされると、AQBP四角形はどうなりますか?

2.同じ長さの辺が長さABとなる二等辺三角形をノートに書きましょう。

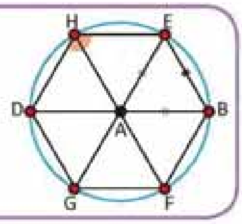
2つの辺が同じ三角形は、二等辺三角形と呼ばれます。

2.3 定規とコンパスを用いた平面図形の作図

a)からf)までの次の図は、六角形を描くステップを示しています。定規とコンパスを使い、以下のステップに従って、コンパスの幅を変えずに1つ作ってみましょう。



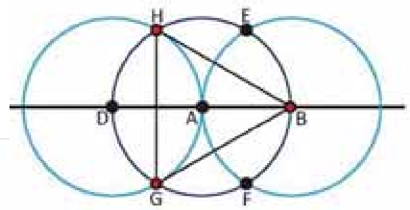
前のステップに従って六角形を描く場合、三角形が6つでき、そこでは全ての辺の長さが円周の半径と一致します。このため三角形は正三角形となります。また、図の内部角は全て120°と等しくなります。このため、図は六角形です。



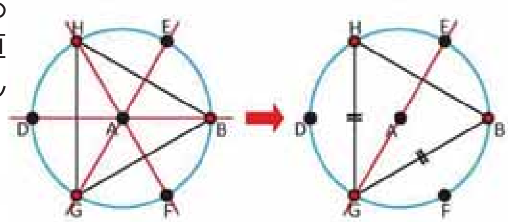
コンパスを作って円と周囲の円弧を描き、線分の長さを写し取ることもできます。

以前の製図と同じステップに従うと、画像で示されるように3つの点でのみ選択された三角形を作ることができます。

a) A点を通過する三角形の対称軸を引きましょう。
b) 以前のものから、正三角形をなぜ作図可能なのか結論付けましょう。



解き方。
∢GAH = 120° = ∢GABで（解き方の結論が可能なのは、作図される三角形は正三角形であるため）、また$\overline{AH}$ = $\overline{AB}$（半径であることから）であるため、HとBは直径GEに関して対称です。HFとBDの直径についても同じことが起きます。これらの対称を見る場合、A点に関してΔGBH 120°を回すとより簡単になります。



よって、GH = GB = HBとなります。よって、正三角形です。

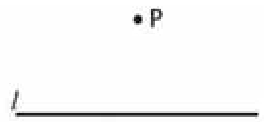
さらに∢HGB = ∢GBH = ∢BHG = 60°です。

AB、BCとCAの辺を持ち、グラフに示される三角形を作図しましょう。

2.4 直角に交わる直線

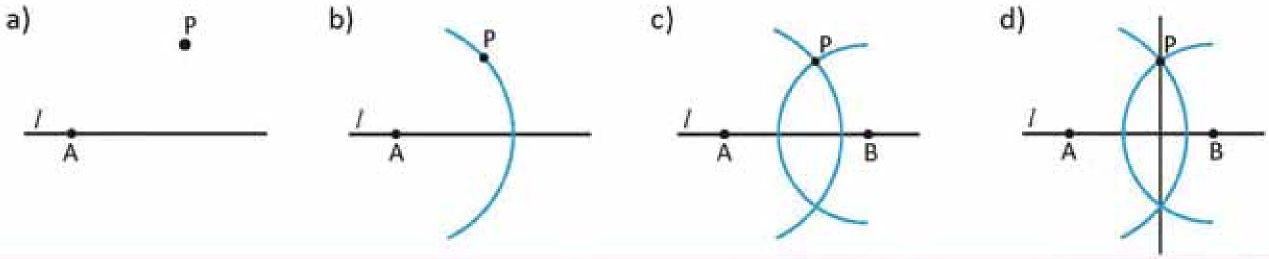
P

ノートには定規とコンパスだけを使い、直線lでP点を通る垂直な直線を引きましょう。



S

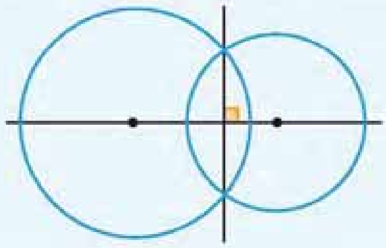
ある点から直線まで、下の図で詳細が説明されるステップに従って垂直直線を引くことができます。



C

ある点から直線まで垂直直線を引くには、交わる円の特徴が使われます。

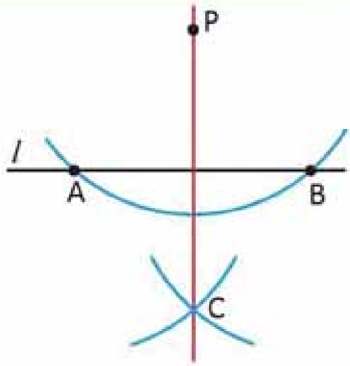
> 復習しよう。円周2つの交点を通過する直線は、それぞれの中心を結ぶ直線と垂直です。



E

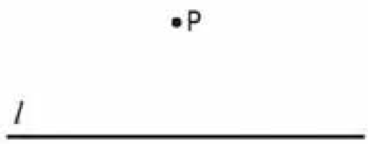
垂直直線を引く別の方法は、

1. 冒頭の設問のように、点Pと直線lを引きます。
2. Pを中心として、直線lと交差する円の一部を描きます。交差する点に、AとBを置きます。
3. 同じ半径で、中心がそれぞれAとBの円を2つ描きます。両方の円が交わる点にCを置きます。
4. 直線PCを引きます。

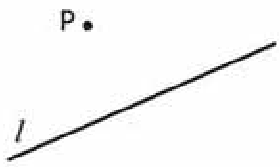


1.それぞれの項目で、P点から直線lまでの垂直直線を引きましょう。
ノートに線分を写し取りましょう。

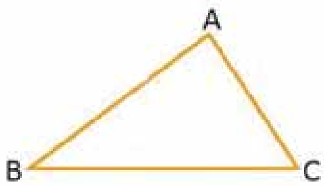
a)



b)



2. ΔABCでは垂直直線を引きましょう。
 a) 点Aから$\overline{BC}$まで。
 b) 点Cから$\overline{AB}$まで。



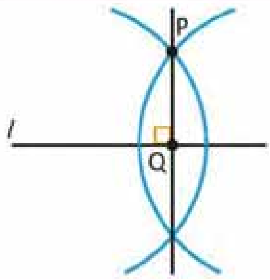
2.5 点と直線との距離

P

点から直線までの垂直線の長さは、**点から直線までの距離**と呼ばれます。ノートのイラストをコピーして、P点と直線lとの間の距離を引きましょう。

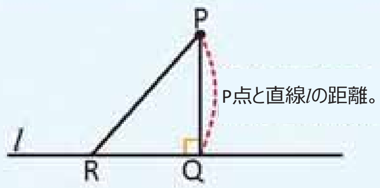
S

前回の授業で見た点から直線への垂直線を引くための手順を応用すると、点から直線までの距離PQが得られます。

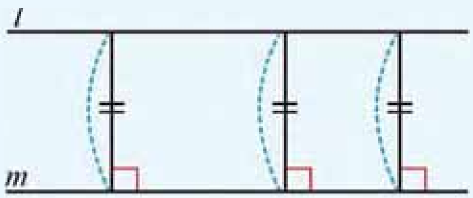


C

直線lの外にあるP点から垂直線が直線lに引かれ、切断点としてQが確立します。線分PQの長さは、**点Pと直線lの距離**と呼ばれます。距離は、点Pと直線lを結ぶ線分の長さが最も短くなります。例えば、この図ではPQ < PRとなります。

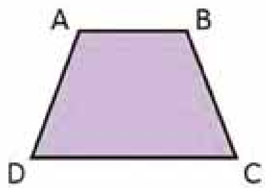


平行する直線lとmがある場合、直線lから得られるいかなる点も、直線mとの距離は一定です。



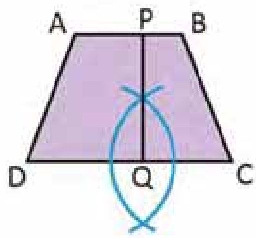
E

台形ABCDに対して、大きな底面と小さな底面との距離の線を引きましょう。

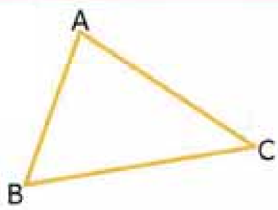


解き方。

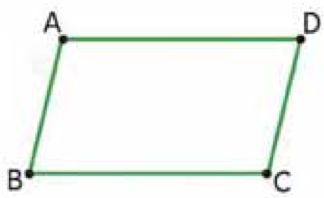
台形の大きな底面と小さな底面が平行であるため、底面に平行する任意の線分を取ることができます。PQが距離です。



1. 三角形ABCに存在する距離は、
   a) Aと$\overline{BC}$の間。
   b) Bと$\overline{AC}$の間。



2.平行四辺形ABCDでは、$\overline{AB}$と$\overline{DC}$の距離の長さを見つけましょう。

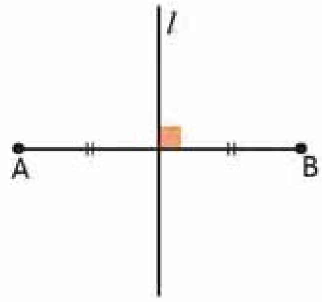


ユニット8

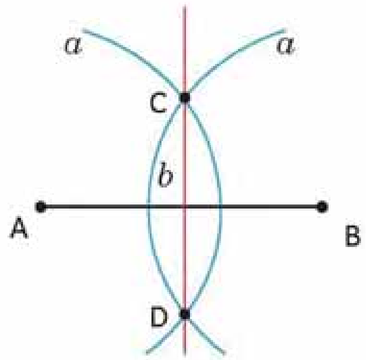
2.6 線分の垂直二等分線

P

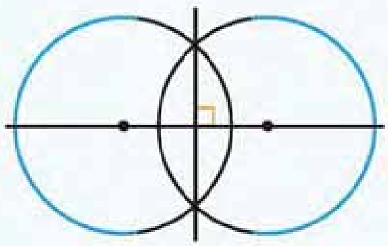
線分と交差し90°の角度を作り、同じ長さの部分2つに分ける直線は、**線分の垂直二等分線**と呼ばれます。さらに、ABの垂直二等分線は平行軸であり、A点とB点は対応する点です。このため図において直線lは、垂直二等分線ABです。



ステップaとbに従い、定規とコンパスを使って$\overline{AB}$垂直二等分線が引かれました。垂直二等分線を引くこの方法を説明しましょう。



垂直直線を引く方法を復習しましょう。



S

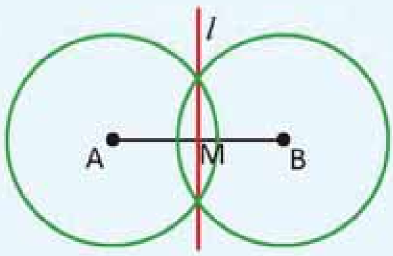
垂直二等分線$\overline{AB}$を引くべく、その中心が点Aと点Bである同じ半径の円2つを描き、円の交わった部分をCおよびDと定義することができます。その後、CDを通る直線を引くと、線分の垂直二等分線が得られます。

交わる円2つは直線や、その円の中心を通る軸や関して対称であることを復習する必要があります。さらに、2つの円の半径が同じ長さの場合、2つの円の形も、交差する点2つを通る線で対称になっています。

C

垂直二等分線を引く以前の手順を頭に入れれると、以下の結論を出すことができます。

a) 2つの円の直径が同じことから、線lは対称軸です。さらに、$l \perp \overline{AB}$ です。
b) 点BはAの上に完全に置かれ、その後AM = BMとなります。

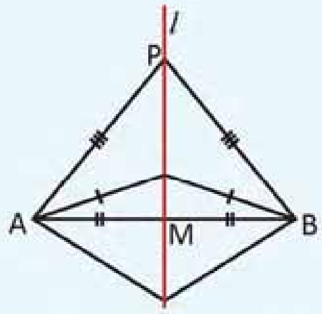


C

点Pを垂直二等分線 $\overline{AB}$ の上に定め、直線lに引くと、$\overline{PA}$ が $\overline{PB}$ の上に置かれることになります。

したがって PA = PBとなります。

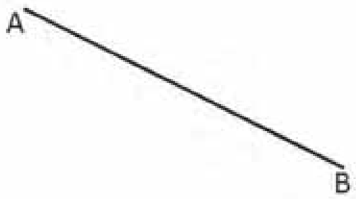
さらに、線分の垂直二等分線に置かれた点は、点Aと点Bから等距離にあります。



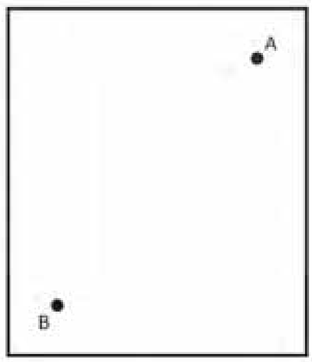
等距離という用語は、「同じ距離にある」と同じ意味です。

1. 線分ABの垂直二等分線を引きましょう。

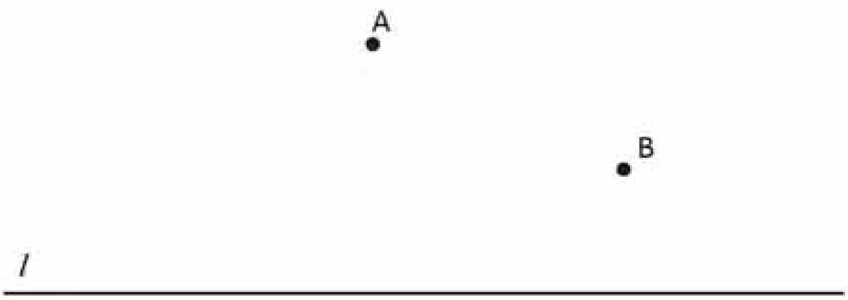
a)


b)


あるページに点AとBを記し、線分ABを引き図を折って、点Aと点Bが完全に重ね合うようにします。折れ目の線で作図される線を引き、直線2つの交点としてMを記すと、直角ができることに注目します。両直線と線分MAやBMの間の交点は同じ長さです。



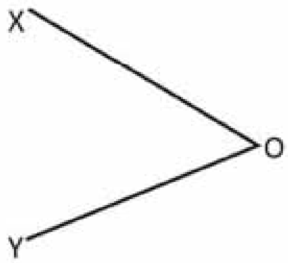
2. 図の中で、点Aから、そして点Bから同じ距離を持つ点を、直線l上に見つけましょう。



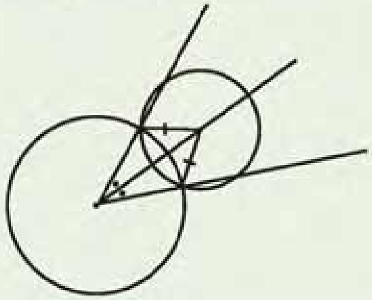
2.7 角の二等分線

P

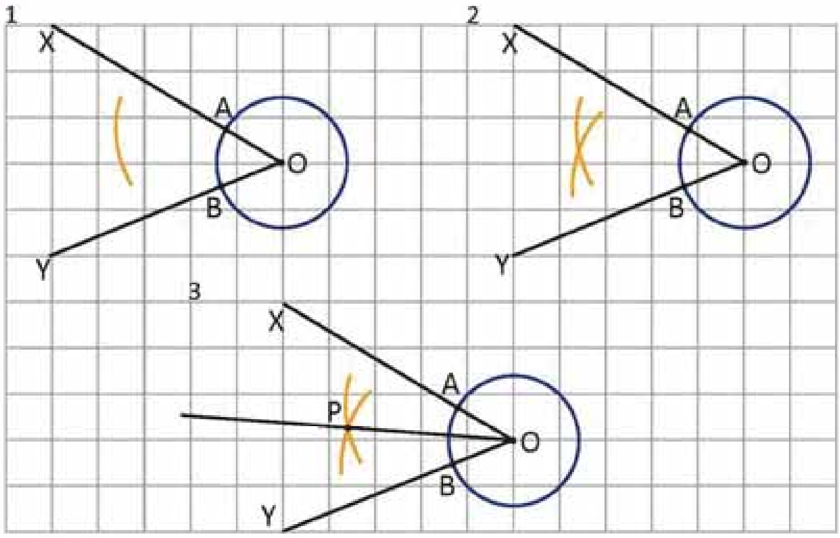
∢XOYに対しては定規とコンパスを使って角の中に半直線が作成され、こうして半直線が角を同じ角2つに分けます。



交わる円2つは直線や、両方の円の中心を通る軸や関して対称です。



S

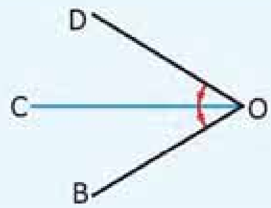


コンパスは距離を移動させるのに使います。

ステップ1。Oに中心があり任意の半径の円周をひき、角の両辺との交点をAやBとします。
次にAを中心として任意の半径の円弧を引きます。
ステップ2。ステップ1で引いた円弧と同じ半径で、Bを中心とする円弧を描きます。
ステップ3。両円弧の交点をPと表現します。点Pは、復習事項で言及した別の円周の中心でもあります（緑のボックス）。

C

角を2つの等しい部分に分割する半直線は、**二等分線**と呼ばれます。
また、二等分線はこの角の対称軸であるとも言えます。

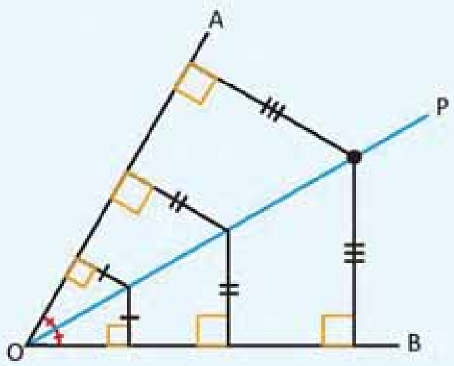


このため、$\sphericalangle DOC = \sphericalangle COB = \frac{1}{2} \sphericalangle DOB$です。

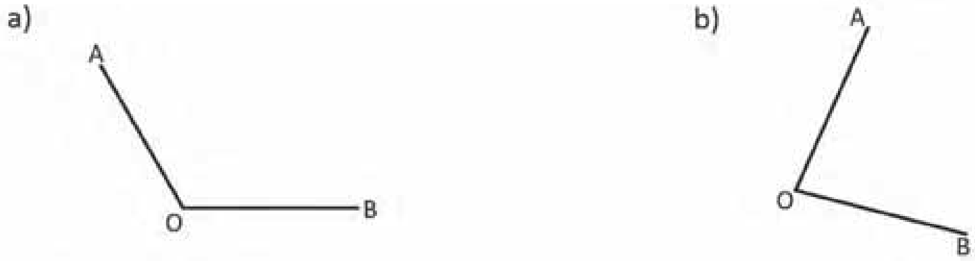
ある角の二等分線を作図するステップは、以下の通りです。
1. 中心に点Oの来る円を描きます。角の両辺と円周の交点をAやBと定義します。
2. 中心をAやBとした同じ半径の円弧を描きます。そして両円周の交点をPと名づけます。
3. 半直線OPを引きます。

∢AOB二等分線が対称軸であることから、二等分線上で点Pから角の両辺に引かれる距離は等しくなります。

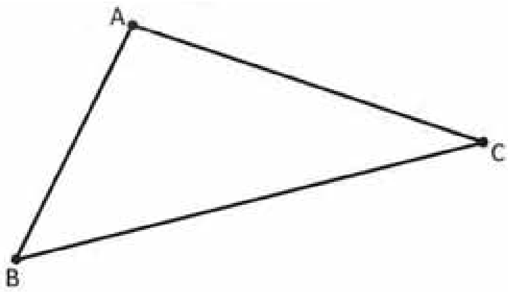
一般的に、角の二等分線上にある点全てが、角の両辺に対して同じ距離にあります。こうして画像の中で示されます。



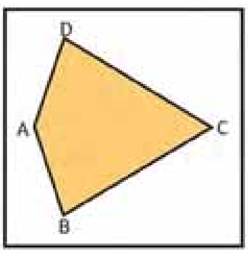
1.各辺で角AOBの二等分線を見つけましょう。



2.ΔABCの角の二等分線を引きましょう。



3. 図の中で、
a) 四角形の辺BCとDCが重なり合う形で折ります。
b) 鉛筆で、折れ線を形作る直線を引きます。
c) 折れ線で作図した2つの書くにはどのような関係がありますか?

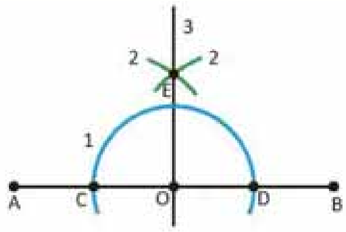


2.8 円の接線

P

画像は、点Oを通過する直線ABに垂直な直線を引く方法を示します。

a) OEを通過する直線をひくために使われるステップを説明しましょう。
b) OEを通る直線が$\overline{AB}$に垂直である理由を説明します。



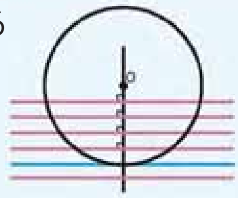
S

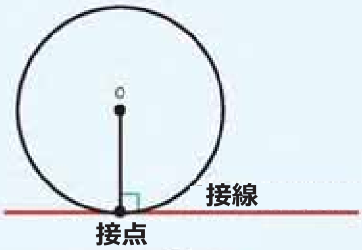
a) 3つのステップが観察されます。
1. 中心がOの円を描き、点CとDを確立します。
2. 同じ半径で、点Cと点Dを中心とする円を2つ描き、その後両点の交点にEと記します。
3. EOを通る直線を引きます。

b) $\overline{AB}$を180°の角とみなす場合、OEを通過する直線は角の二等分線です。よって、∢AOE = 90°です。

C

円Oの中心を通る直線に垂直な線を動かす場合、直線が円周と共通の1点だけとなる瞬間があります。

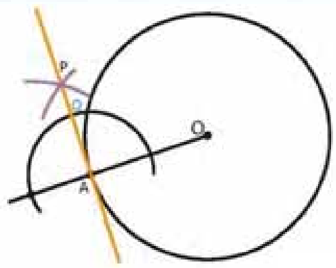




このとき、その直線は円に接していると言え、この線を円への**接線**と呼び、円周と直線が共有する唯一の点が**接点**と呼ばれ、半径と垂直になります。

E

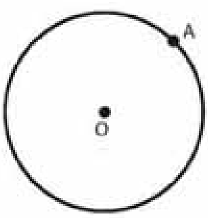
画像では、円周への接線が引かれ、その接点はAとなります。



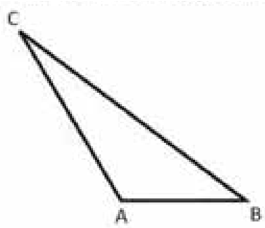
a) 接線をひくために使われるステップを説明しましょう。
b) ステップに従って接線をノートに書きましょう。

解き方。
中心に点Aをおいて円周を描きます。OAが通る直線と円周との交点に中心が来る同じ半径の円弧2つを描きます。円弧2つの間の交点は、点Pと呼ばれます。直線APを引くと、点Aに接することになります。

1. 点Aにおいて円周との接線を見つけましょう。



2. 点CからΔABCの高さを引き、線分ABを底面とします。



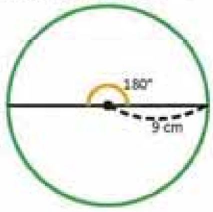
2.9 扇形の弧長

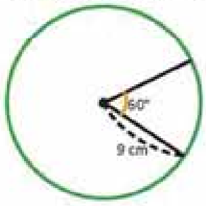
P

半径が9 cmの円周の長さは、以下の形で計算することができます。
$l = 2\pi \times 9 = 18\pi$.同じ円周を考え、三数法の規則を応用して、以下の項目を解きましょう。

1. 180°の角度で支えられる円弧の長さを計算しましょう。

2. 60°の角度で支えられる円弧の長さを計算しましょう。





円弧の長さは、$l = 2\pi r$。

ただしrが円の半径で
$\pi = 3.14159...$

S

円周が360°なので以下の三数法の規則を提案して、各項目で求められる内容を求めることができます。

1.

長さ	l	18π
角	180°	360°

$$l : 180 = 18\pi : 360$$
$$360l = 18\pi \times 180$$
$$l = 18\pi \times \frac{180}{360}$$
$$l = 18\pi \times \frac{\overset{1}{\cancel{180}}}{\underset{2}{\cancel{360}}}$$
$$l = 18\pi \times \frac{1}{2}$$
$$l = 9\pi$$

2.

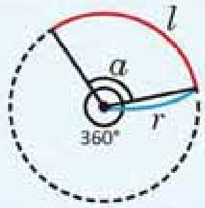
長さ	l	18π
角	60°	360°

$$l : 60 = 18\pi : 360$$
$$360l = 18\pi \times 60$$
$$l = 18\pi \times \frac{60}{360}$$
$$l = 18\pi \times \frac{\overset{1}{\cancel{60}}}{\underset{6}{\cancel{360}}}$$
$$l = 18\pi \times \frac{1}{6}$$
$$l = 3\pi$$

C

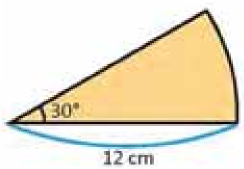
角aで支持される円弧の長さを見つけるには、角と円周の長さの割合を乗ずる必要があります。

円周の円弧の長さ： $l = 2\pi r \times \frac{a}{360}$



E

30°の角度で支えられ、半径が12 cmの円弧の長さを計算しましょう。



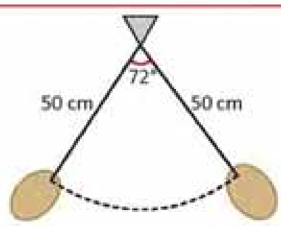
解き方。

上記の問題では： $a = 30°$で$r = 12$。

円弧の長さは： $l = 2\pi \times 12 \times \frac{30}{360} = 2\pi \times 12 \times \frac{1}{12} = 2\pi$。

1. 中央角45° と半径4 cmに対応する扇形の面積を計算しましょう。

2. 時計の振り子は50 cmの長さで、揺れると72°の角度になります。
   振り子が描く円弧の長さは?



2.10 扇形の面積

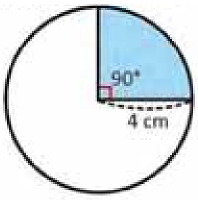
P

半径が4 cmの円の面積は、以下の形で計算できます。

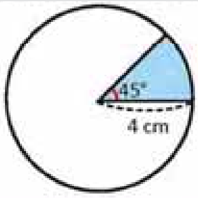
$$A = \pi \times 4 \times 4 = 4^2\pi = 16\pi$$

同じ半径の円について考えて、以下の項目を実施しましょう。

1. 角度が90°の扇形の面積を計算しましょう。



2. 角度が45°の扇形の面積を計算しましょう。



円の面積は以下のように計算します。**A = π × r^2**. ただしrは円の半径で、**π = 3.14159...**

S

円周が360°なので以下の三数法の規則を提案して、各項目で求められる内容を求めることができます。

1.

面積	S	16π
角	90°	360°

$$S : 90 = 16\pi : 360$$
$$360S = 16\pi \times 90$$
$$S = 16\pi \times \frac{90}{360}$$
$$S = 16\pi \times \frac{\overset{1}{\cancel{90}}}{\underset{4}{\cancel{360}}}$$
$$S = 16\pi \times \frac{1}{4}$$
$$S = 4\pi$$

2.

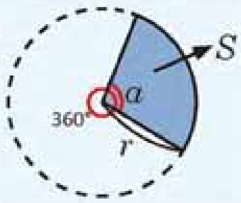
面積	S	16π
角	45°	360°

$$S : 45 = 16\pi : 360$$
$$360S = 16\pi \times 45$$
$$S = 16\pi \times \frac{45}{360}$$
$$S = 16\pi \times \frac{\overset{1}{\cancel{45}}}{\underset{8}{\cancel{360}}}$$
$$S = 16\pi \times \frac{1}{8}$$
$$S = 2\pi$$

C

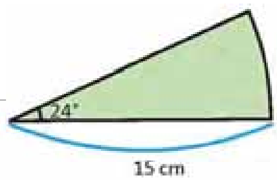
扇形の面積を定めるには、円の面積と角度の割合をかける必要があります。

扇形の面積　$S = \pi r^2 \times \frac{a}{360}$



E

角度が24°で半径が15 cmの扇形の面積を計算しましょう。



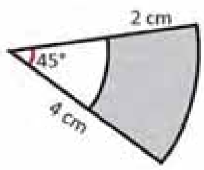
解き方。

上記の問題では：　$a = 24°$で$r = 15$

扇形の範囲の面積は：$S = \pi \times 15^2 \times \frac{24}{360} = \pi \times 15^2 \times \frac{1}{15} = 15\pi$

1.中央角120° と半径9 cmに対応する扇形の面積を計算しましょう。

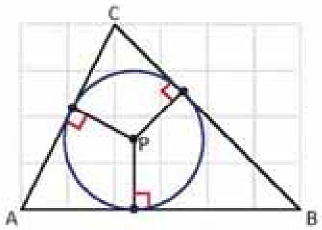
2.以下の図で影がつけられた部分の面積を求めましょう。



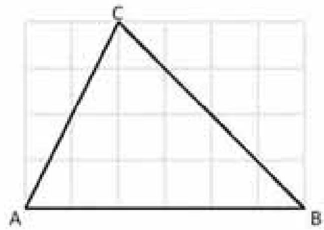
2.11 三角形の内心

画像1では、点Pは三角形の3辺と同じ距離にあります。画像2では、三角形の3辺と同じ距離にある点Pを見つけ、三角形の3辺の接点となる円周の中心であることを証明しましょう。

画像1



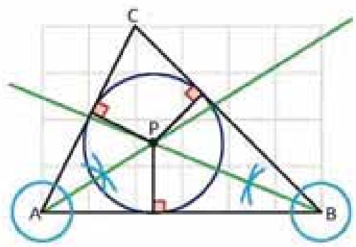
画像2



角の二等分線上にある点全てが、角の両辺に対して同じ距離にあること示す特性を利用しましょう。

角ABCの二等分線を引くと、角CABの二等分線も引かれ、Pが両二等分線の交点となります。

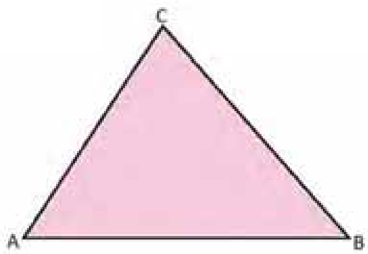
この点Pは、$\overline{AB}$と$\overline{BC}$と等距離にあることを満たします。というのも∢ABCの二等分線も、∢CABの上にあるために$\overline{AB}$や$\overline{AC}$と等距離にあることを満たすからです。よって、Pは$\overline{AB}$、$\overline{BC}$や$\overline{AC}$と等距離にあります。点Pも、$\overline{BC}$や$\overline{AC}$と等距離にあるため、∢BCAの二等分線上にあります。

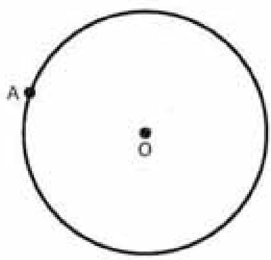


発展された問題において点Pは**三角形の内心**と呼ばれ、三角形の二等分線3つの交点にあり、三角形の中心にある円周の中心にあり、3辺の接点となっています。

1. ΔABCでは、AB = 4 cm、BC = 3.5 cmそしてAC = 3 cmと考えましょう。ノートに以下の形で垂直直線を引きましょう。

   a) 点Aを線分$\overline{BC}$に。
   b) 点Bを線分$\overline{AC}$に。
   c) 点Cを線分$\overline{AB}$に。
   d) ΔABCの中点を定めます。



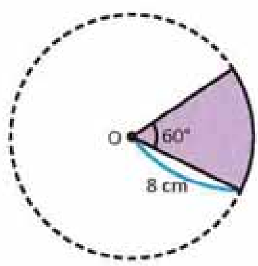


2. コンパスと定規を使って、A点で円周の接線を見つけましょう。

3. 半径8 cmで角度60°の扇形が与えられた場合、

   A) 円弧の長さを計算しましょう。

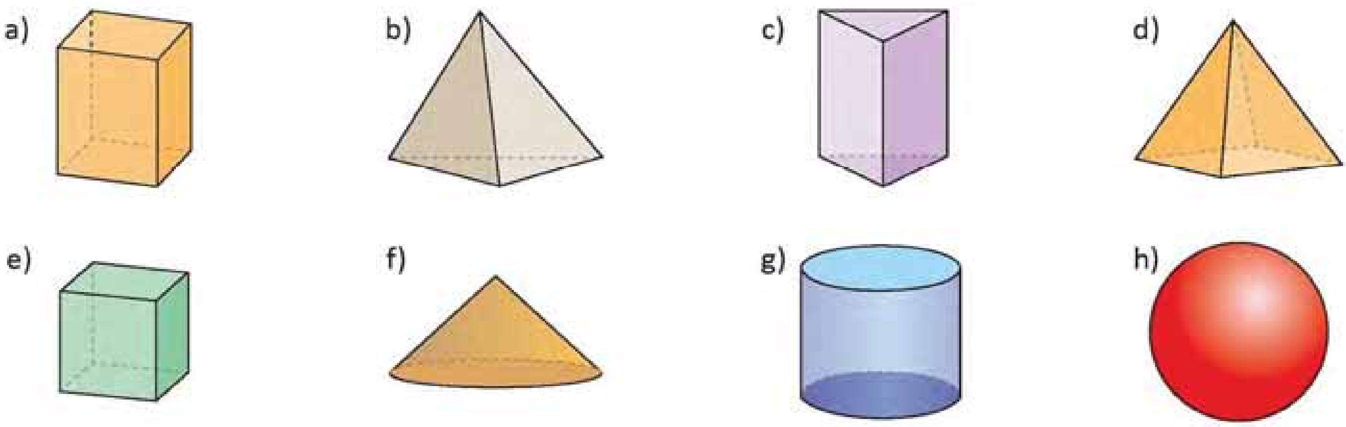
   b) 扇形の面積を計算しましょう。



3.1 立体図形の分類

P

立体図形では、側面も底面も**面**とされています。a) からh)までの図形に、いくつかの立体図形があります。

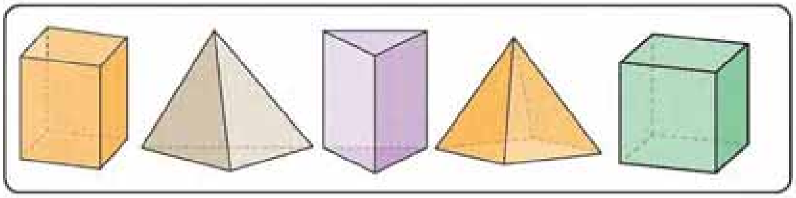


面の類似点にしたがって、立体図形を分類しなさい。

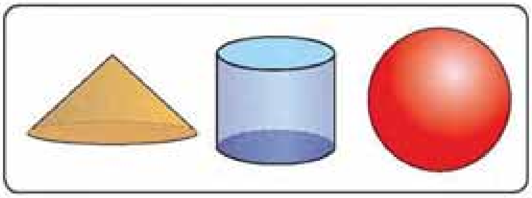
S

a) からh)までの図形を次のように分類します。

1.



2.



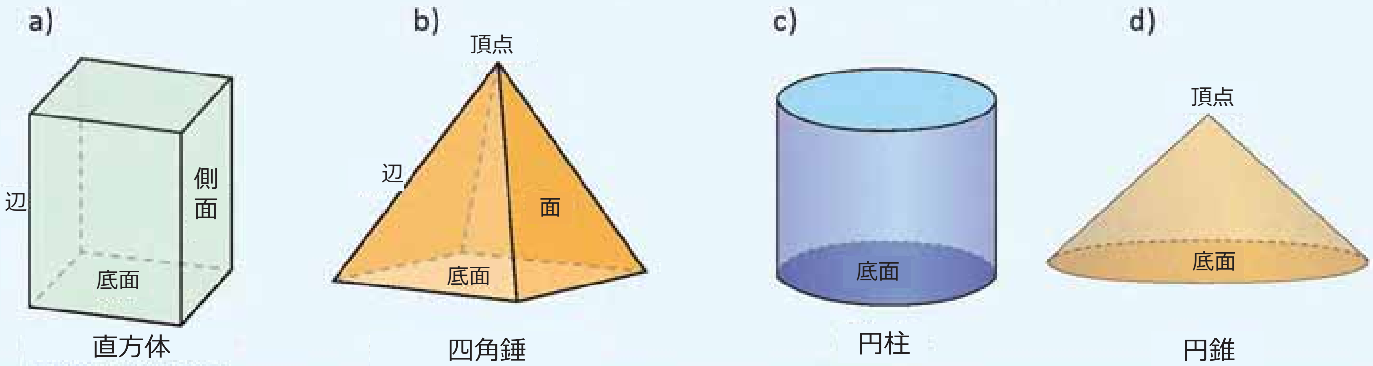
C

グループ1のa) から d) までの図形は、**多面体**と呼ばれ、この物体の特徴は、その面が平面で、一般的には長方形または三角形のような多角形です。

> **poliedro**という単語は、ギリシャ語を起源とし、「多くの」という意味のπολύς (polys)と「底面」や「面」を意味するέδρα (edra)からなります。

この中の、側面が長方形のa) とc)のような図形は**角柱**と言います。b) と d)の図形は、側面が三角形で、**角錐**という特別な名称が付けられています。また、すべての辺が等しい角柱は、**立方体**と言います。

f) からh) までの図形は、側面が曲面で、**回転体**という名称が付けられています。下の図に、いくつかの立体図形の要素を確認することができ、 a)は、直方体、 b)は底面が長方形の四角錐、c)は円柱、 d) は円錐です。



前の画像で、角柱と角錐の側面および底面を構成する平面図形を確認し、次のようにまとめることができます。

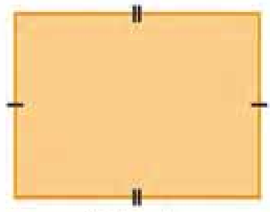
a)の角柱の底面

正方形

a)の角柱の側面

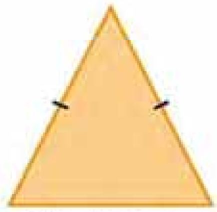
長方形

b)の角錐の底面



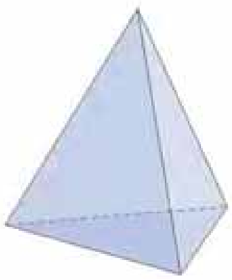
長方形

b)の角錐の側面

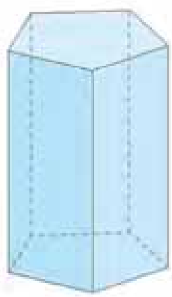


二等辺三角形

1. 前の例と同じように、次の角柱と角錐を構成する平面図形を描きなさい。

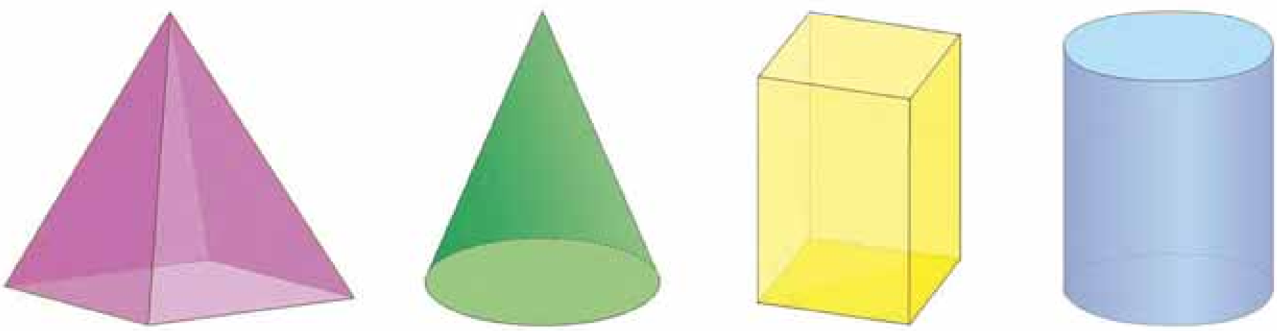


角錐の底面	角錐の側面



角柱の底面	角柱の側面

2. 提示された画像の要素に注目して、
   a) 角錐と円錐の違いを言いなさい。
   b) 角柱と円柱の違いを言いなさい。



ユニット8

3.2 正多面体の特徴

P

次の多面体を見てください。そして問いに答えなさい。

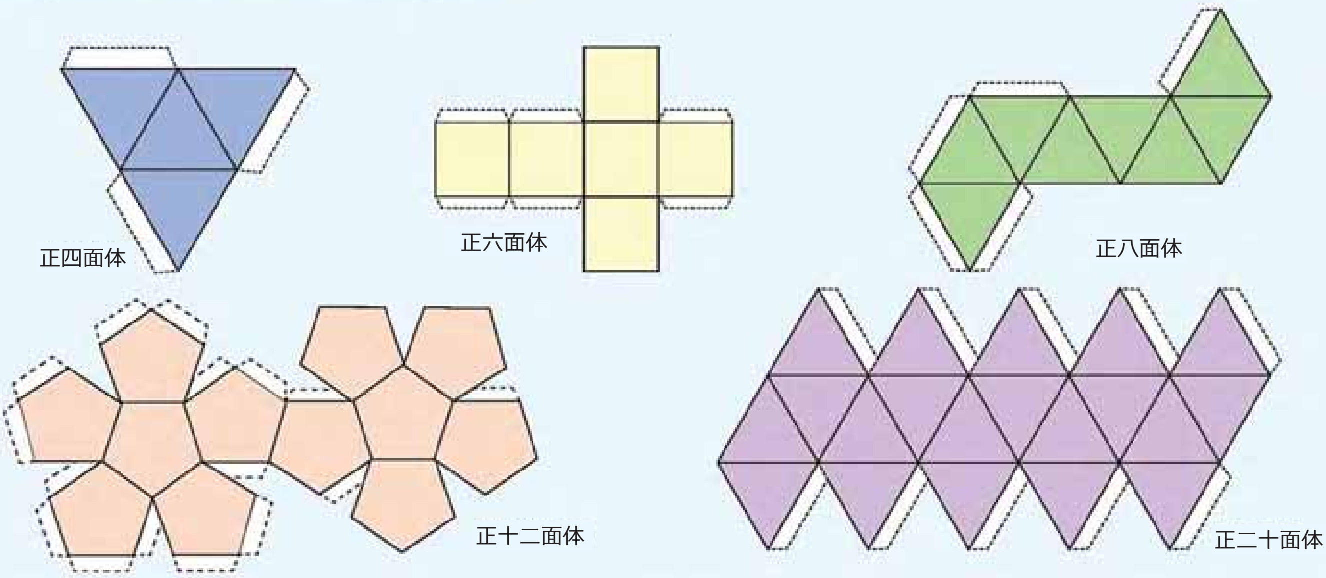
a) それぞれの多面体の外面を構成する図形は何ですか。
b) それぞれの多面体の面の数はいくつですか。
c) 多面体のどれにも共通する特徴は何ですか。

S

	正四面体	正六面体	正八面体	正十二面体	正二十面体
a)	三角形	正方形	三角形	五角形	三角形
b)	4	6	8	12	20
c)	正多角形の面で構成され、どの面も互いに合同です。				

C

正多面体はどの面も合同で正多角形である立体図形です。立体図形を構築するのに使われた平面図形を立体図形の展開図と言います。例：



1. 次の表を完成させなさい。

	正四面体	正六面体	正八面体	正十二面体	正二十面体
外面	正三角形	正方形			
面の数			8		
頂点の数	4				12

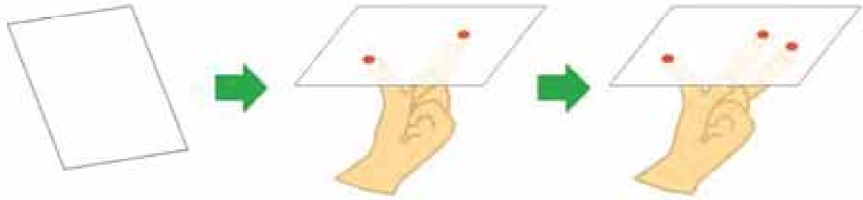
2. 正多角形をつくりなさい。

3.3 直線と平面図形の位置関係

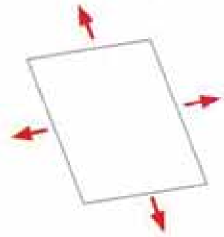
P

一枚の紙を手に取るとき、どのようにすれば、紙を安定してバランスを失わずに支えることができますか。

a) 指二本だけで紙を支えようとします。
b) 指三本で紙を支えようとします。
c) 紙が安定するのはどちらの方法ですか。



平面を辺の方向へ限りなく拡大する一枚の紙として考えます。



S

a) 指二本で、紙を持ったとすると、常にバランスを失います。
b) しかし、指三本で持つと紙は動かず、ぐらつきません。
c) したがって、紙は三本の指で、完全に支えられています。

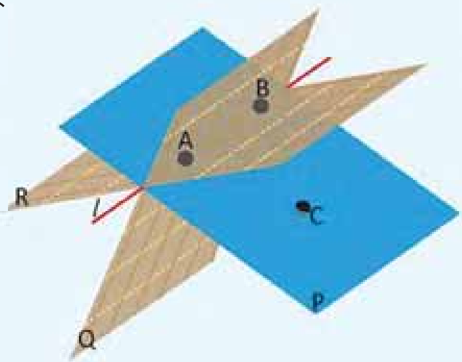
画像では、ピアノの屋根は直線状の底辺と支持点によって、安定して、支えられていることが分かります。

また、ピアノも、3点で支持されて安定を保っていることが分かります。

C

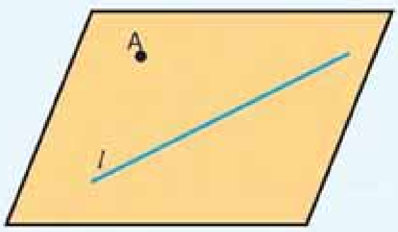
幾何学では、平面図形は2つの寸法(縦と横）を持つ要素ですが、厚みまたは高さがなく、**P**、**Q**、**R**といった大文字で表されます。

- 2点を通る平面は多くあります。
- 一直線上にない3点を通るのは1つの平面だけです。

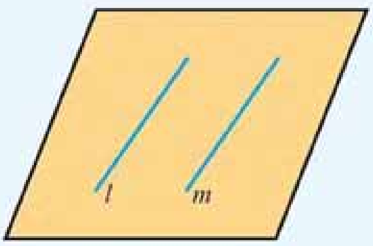


また、次の場合も、平面は1つに決まります。

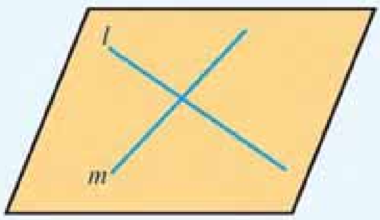
a) 直線とその直線上にない1点



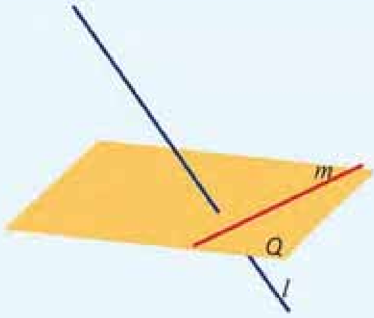
b) 平行な2直線



c) 交わる2割線

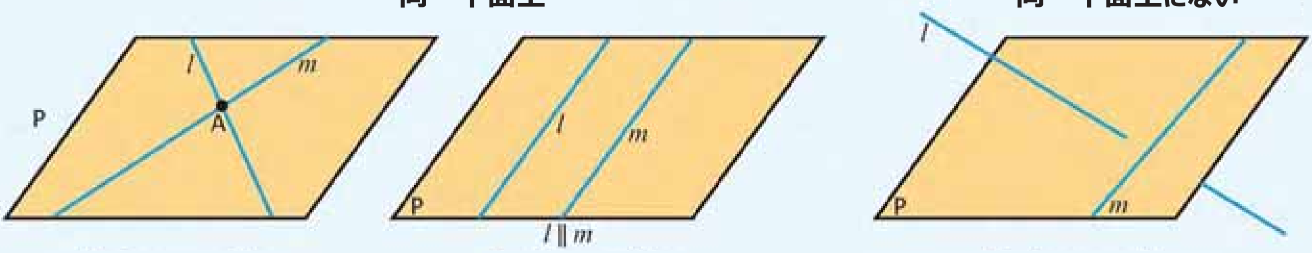


空間幾何学では、平行でなく、交わらない2直線は**ねじれの位置**にあると言い、**ねじれの位置にある直線**と呼びます。画像にあるl とmのことです。



つまり、2直線の空間での位置関係は、次のように分類できます。

同一平面上　　　　同一平面上にない



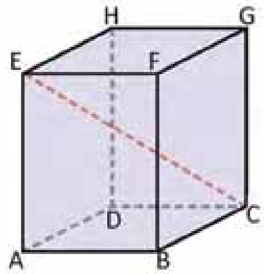
割線　　平行な直線　　ねじれの位置にある直線

E

直方体 に注目し、次の問に答えてください。

次の点を通る直線とねじれの位置にある直線上の直方体の辺はどれですか。

a) $\overline{BC}$
b) $\overline{EC}$



線分 $\overline{EC}$ は直方体の対角線と言います。

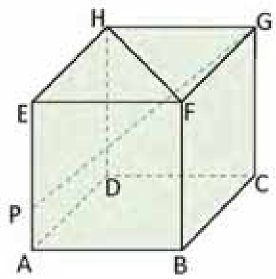
解き方。

a) 辺： $\overline{AE}$ 、$\overline{DH}$ 、$\overline{EF}$、$\overline{GH}$
b) 辺 $\overline{AB}$、$\overline{AD}$ 、$\overline{DH}$、$\overline{BF}$、$\overline{HG}$ 、$\overline{FG}$

1. 正六面体を見て、答えなさい。

次の直線上にある辺はどれですか。

a) $\overline{BC}$を通る直線と交わる。
b) $\overline{BC}$を通る直線と平行である。
c) $\overline{BC}$を通る直線とねじれの位置にある。
d) $\overline{PG}$を通る直線とねじれの位置にある。



2. 教室で、直線と平面に似たものを見つけなさい。見つけたものの位置関係を学習した事に基づいて説明しなさい。

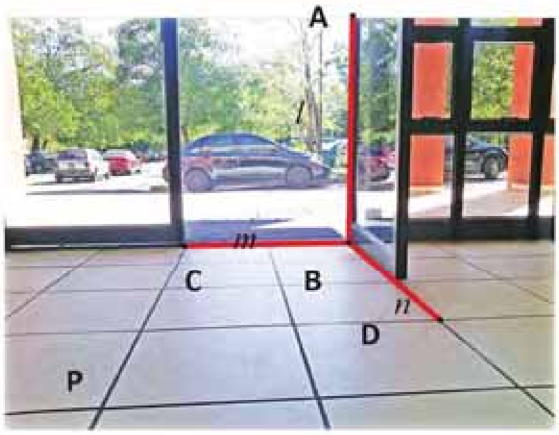
a) 平行な直線上のものに気付けましたか。
b) 交差する直線上のものに気付けましたか。
c) ねじれの位置にある直線上のものに気付けましたか。

3.4 平面図形と直線の垂直性

P

次の画像は開いたドアを示しています。

a) AB を通る直線とBCを通る直線はどんな位置関係にありますか。
b) AB を通る直線とBDを通る直線はどんな位置関係にありますか。
c) AB を通る直線と平面Pはどんな位置関係にありますか。

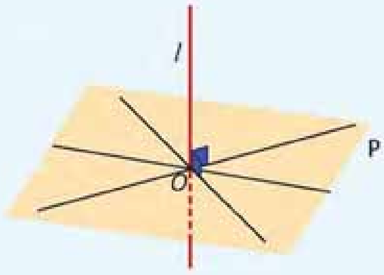


S

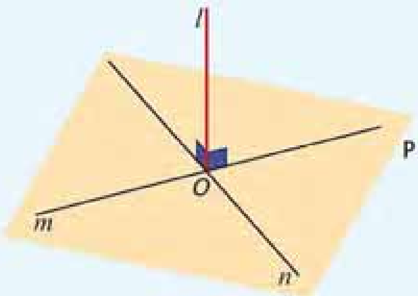
図に注目すると
a) $l \perp m$
b) $l \perp n$
c) $l \perp$ P　線分ABは平面Pと垂直であるということです。

C

画像に示すように、直線 l は平面P 上にあるどの線に対しても垂直で、画像の中の点Oである、lと平面P の交点を通ります。



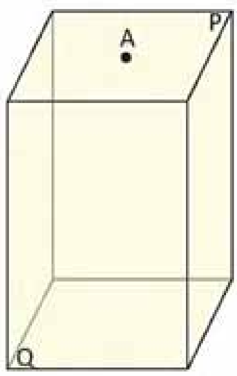
この場合、直線 l は平面Pに垂直であるといいます。



直線l が平面Pに垂直である場合、直線 l と 平面 Pの交点Oを通るどの直線にも垂直です。左の画像に示す通りです。

E

画像には、直方体の底面である平面P上に点A があります。

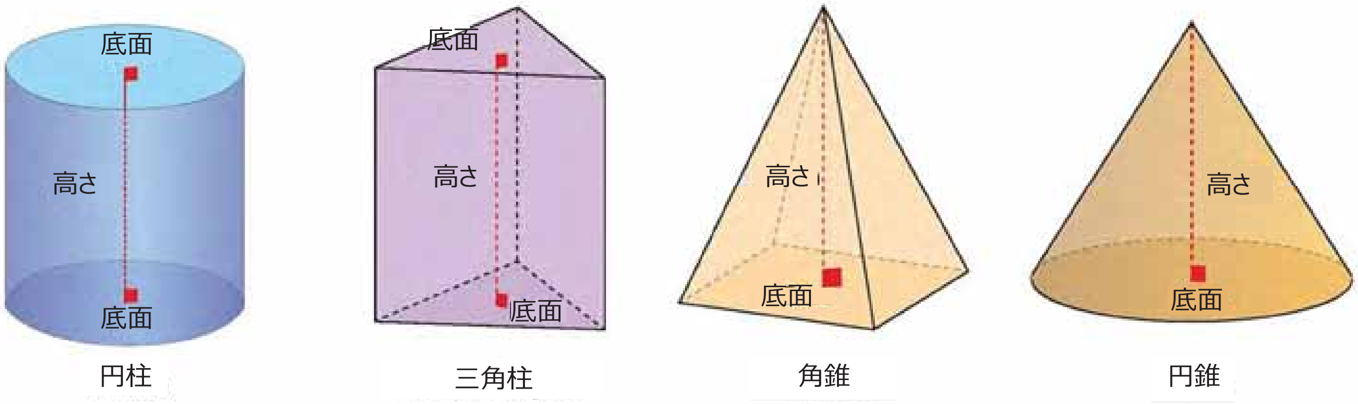


点Aから平面Qまでの距離を求める手順はどれですか。

解き方。

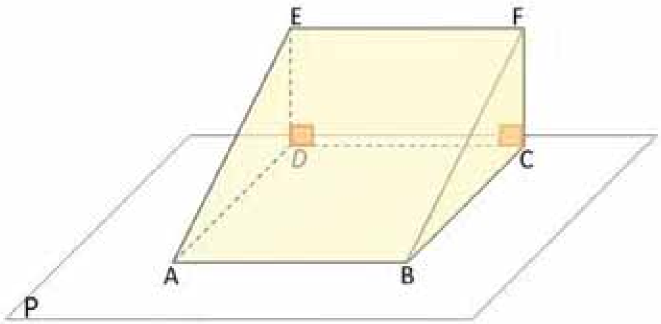
平面Qに対し垂直な直線上にある点Aから平面Qまでの線分を引かなければなりません。

角柱と円柱においては、2底面は平行で、その2底面を結び、底面に垂直な線分を高さと言います。角錐と円錐においては、高さは頂点と底面を結ぶ線分で、底面と垂直です。



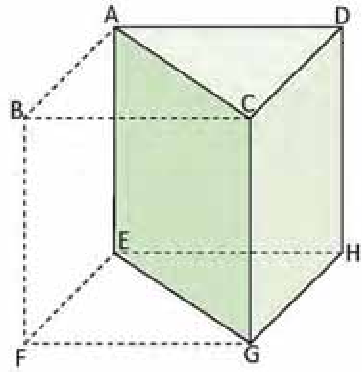
1. 画像で、平面P上に三角柱があるとき、

a) $\overline{BC}$ に平行な線分はどれですか。
b) $\overline{AE}$ のねじれの位置にある線分はどれですか。
c) 平面Pに垂直な線分はどれですか。
d) 平面P上にある面を底面とするとき、高さになる角柱の辺を特定しなさい。



2.画像に、立方体の中に三角柱があります。

a) $\overline{AC}$ に平行な線分はどれですか。
b) $\overline{DH}$ に垂直な線分はどれですか。
c) $\overline{GH}$ を底辺とするとき、高さになる角柱の辺を特定しなさい。



3.5 平面図形の移動でできる立体図形

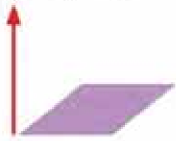
P

各問が示す状況をよく見ましょう。各図形が隣にある矢印の方向に移動すると、その跡が残ります。それぞれどんな形になりますか。

a) 点

b) 直線

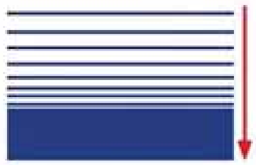
c) 平面



S

a) 直線になります。

b) 平面になります。



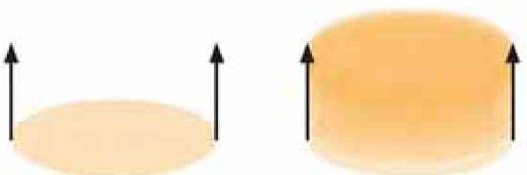
c) 角柱になります。

C

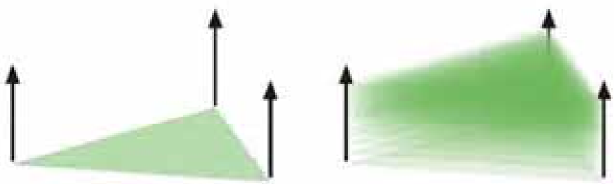
- 一列に並んだ、限りない点の集合は直線です。
- 限りない直線の集合は平面です。
- 限りない平面の集合は立体です。

E

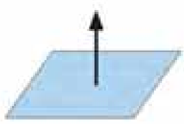
画像のように、円を垂直に移動させると、円柱になります。

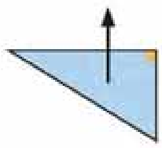


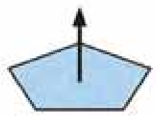
画像のように、三角形を垂直に移動させると、三角柱になります。

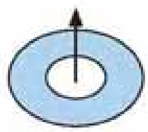


1. 次の図形を底面とみなすとき、それぞれの図形を垂直に移動させるとできる立体を各自のノートに描きなさい。

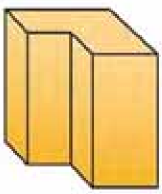
a) 

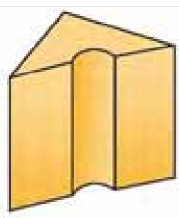
b) 

c) 

d) 

2. 画像にある2つの立体図形に注目し、垂直に移動させると、この立体図形となる図形を描いてください。

a) 

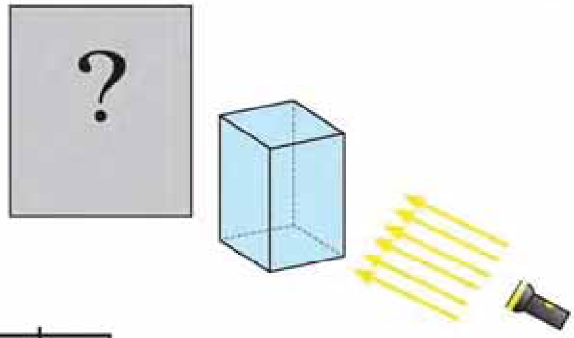
b) 

3.6 垂直投影

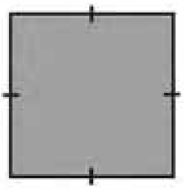
P

画像では、ランプからグレーの壁に対し垂直な光線を投影します。壁と光線の間に底面が正方形の直方体があり、壁に影が映っています。直方体を回転してできる形によっては、異なった影が見えました。

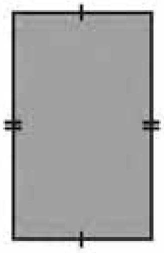
次に示す影になるには、四角柱をどのように回転させなくてはなりませんか。



a)



b)



S

a) この影になるには、四角柱を支える底面が壁に対し前になるよう直方体を回転させなければなりません。
b) その影になるには、画像に示す、最初の位置になければなりません。

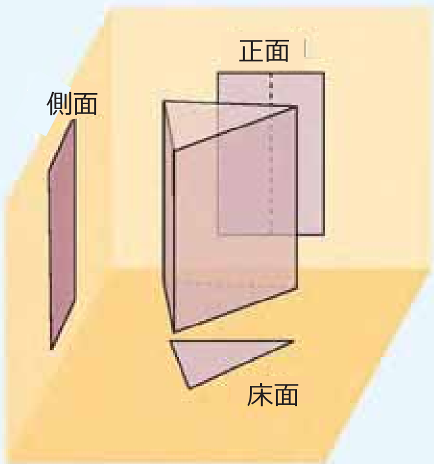
C

物体の**垂直投影図は**投射線が投影面に対し垂直である投影図です。

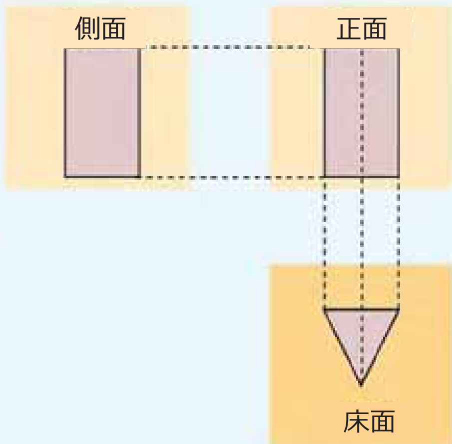
3つの壁に囲まれた角柱があるとき、壁を平面とみなし、それぞれを画像3に示すように、平面図形として垂直投影図を描いてください。

立面図、側面図、平面図の3種類の投影図を考慮に入れます。

画像 1

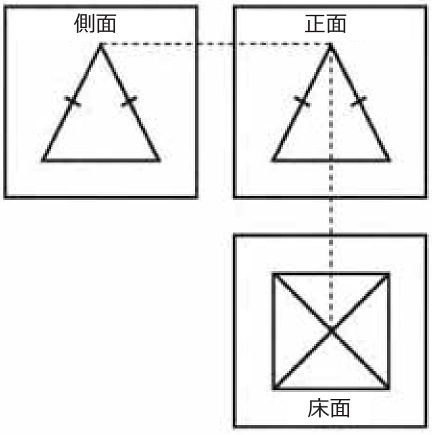


画像 2



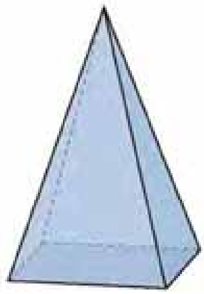
画像 3

E 示された垂直投影図に対応する立体図形を各自のノートに描き、その立体の名称を書いてください。



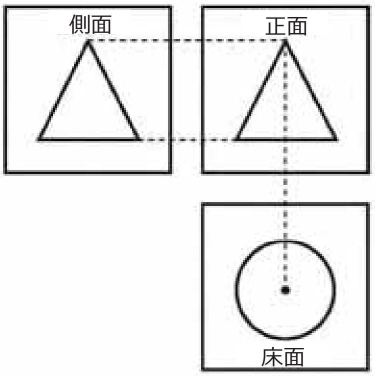
解き方。
画像に注目すると、側面図と立面図は二等辺三角形です。また、平面図は対角線のある正方形です。点線で対応する頂点を結びます。

したがって、図形は角錐です。

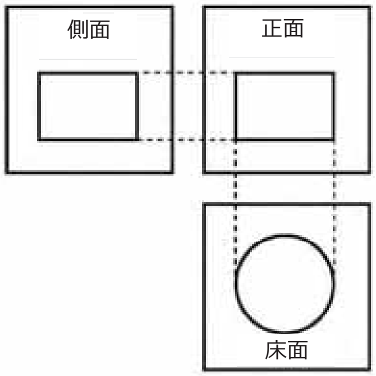

角錐

1. 次の垂直投影図で表された立体図形を各自のノートに描きなさい。

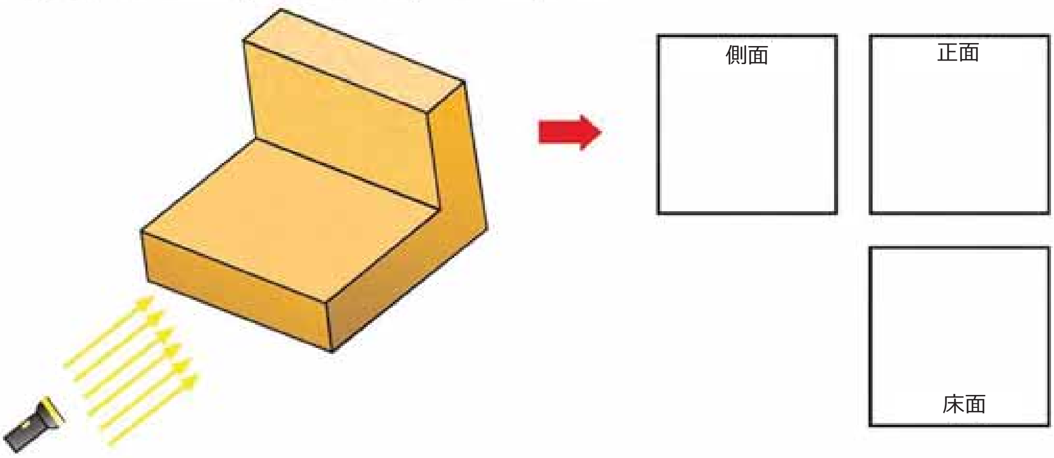
a)



b)



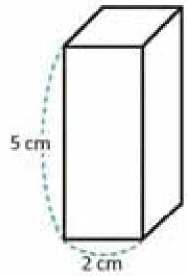
2. 次の図形の投影図を描いてください。



3.7 角柱の展開図とその総面積

P

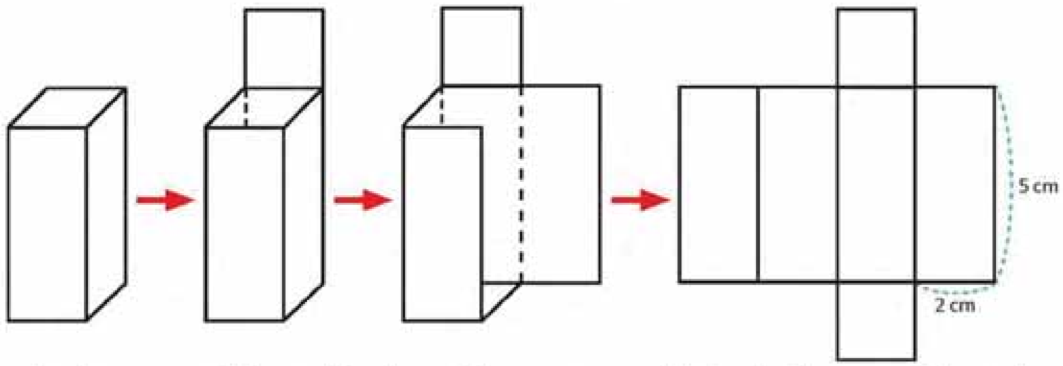
直方体の表面積を求めなさい。



立体図形のもっとも外側にある部分を表面と言います。

S

画像のように、直方体を紙でできているかのように分解することができます。



最後の図は、立体図形の展開図を示しています。この図形は合同な4つの長方形と直方体の底面である2つの正方形からできています。

長方形1つの面積は、$5 \times 2 = 10$ cm^{2}です。
正方形1つの面積は$2 \times 2 = 4$ cm^{2}です。

よって、表面積は　$10 \times 4 + 4 \times 2 = 40 + 8 = 48$ cm^2. です。

側面積　**底面積**　**総面積**

C

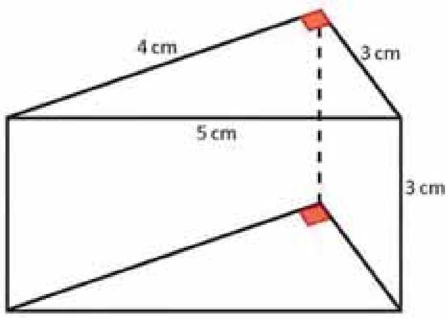
どんな角柱の総面積も次の関係式を使って求めることができます。

$$A_T = A_l + A_b$$

A_lは側面積、また A_bは底面積

E

三角柱の総面積を求めなさい。

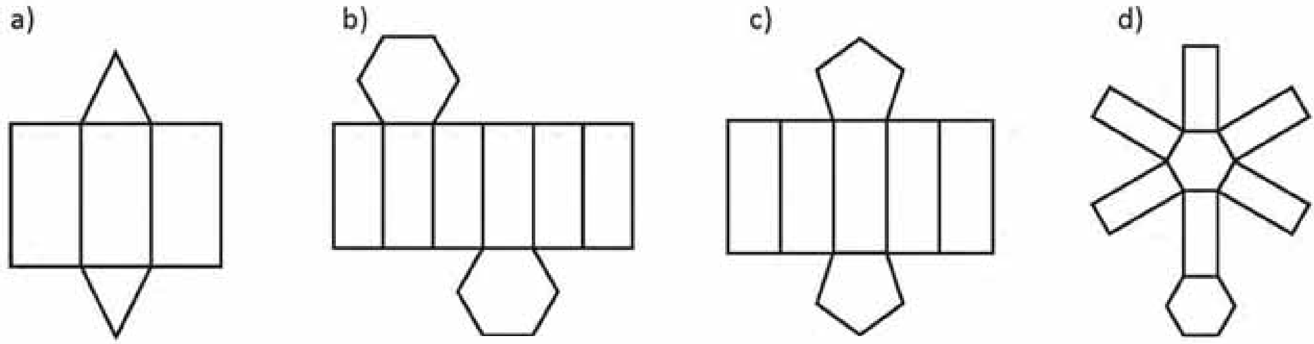


解き方。

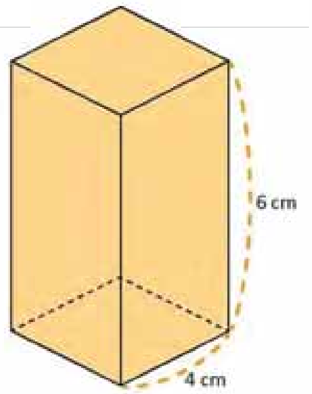
角柱の総面積は次のように計算できます。$\mathbf{A}_T = \mathbf{A}_l + \mathbf{A}_b$

$$\mathbf{A}_l = 5 \times 3 + 4 \times 3 + 3 \times 3 = 15 + 12 + 9 = 36$$
$$\mathbf{A}_b = 4 \times 3 \div 2 + 4 \times 3 \div 2 = 6 + 6 = 12$$
$$\mathbf{A}_T = 36 + 12 = 48 \text{ cm}^2$$

1. 次の展開図のうち、六角柱をつくるためにはどれを使いますか。



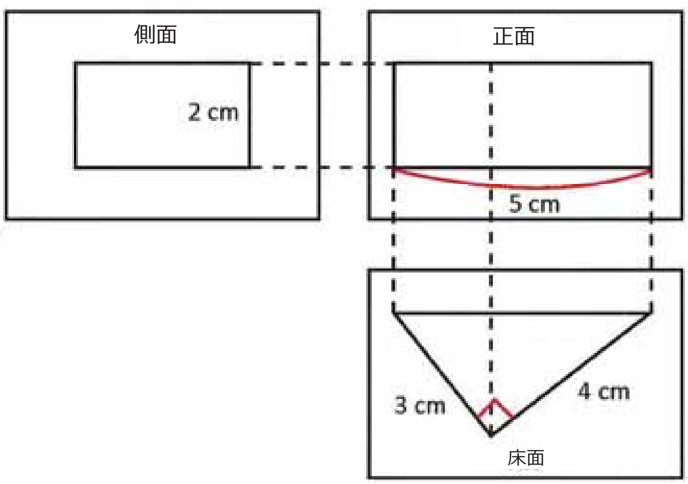
2. 底面が正方形の四角柱の総面積を求めなさい。



3. 画像に直角三角柱の垂直投影図が示してあります。

a) 与えられた寸法でできる図形を各自のノートに描きなさい。

b) できた角柱の総面積を求めなさい。

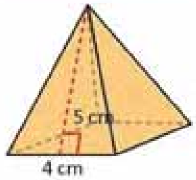


ユニット8

3.8 角錐の展開図とその総面積

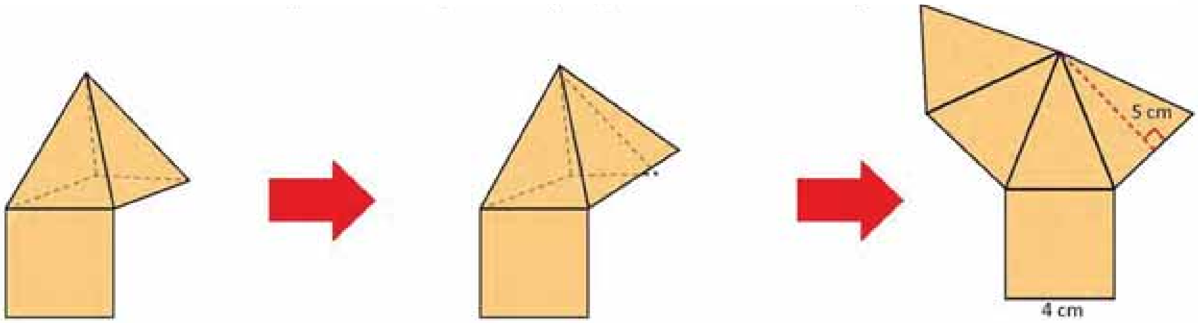
P

画像に、底面が正方形の角錐が示してあります。角錐の表面積を求めなさい。



S

角錐の展開図があれば、どのように面積を計算するかよりわかります。



角錐は互いに合同な二等辺三角形の4面と正方形の底面1つでできています。

三角形1つの面積： $4 \times 5 \div 2 = 20 \div 2 = 10\ cm^2$

側面積： $A_l = 10 \times 4 = 40\ cm^2$

底面の面積： $A_b = 4 \times 4 = 16\ cm^2$

総面積： $A_T = A_l + A_b = 40 + 16 = 56\ cm^2$

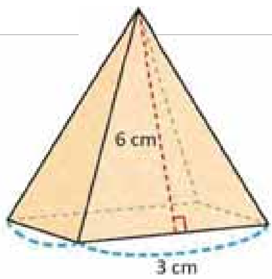
C

どの角錐の総面積も次の関係式で求められます。

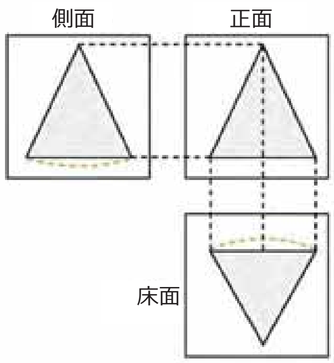
$$A_T = A_l + A_b$$

A_lは側面積、また A_bは底面積

1. 底面が正方形の次の角錐の表面積を求めなさい。



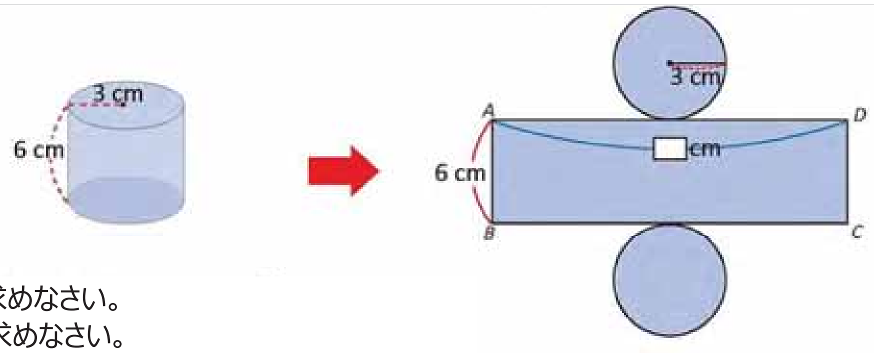
2. 右の画像に、ある図形の垂直投影図があります。できる立体図形を描きなさい。



3.9 円柱の展開図とその総面積

P

画像に示された寸法の円柱の展開図があります。



a) 線分$\overline{AD}$の長さを求めなさい。
b) 円柱の表面積を求めなさい。

S

a) 線分 $\overline{AD}$ の長さは、線分上の円周の長さと一致します。これは 円周の長さを求める式を使って求められます。
$lc = 2\pi r$.

したがって、$AD = 2\pi \times 3 = 6\pi$ cm

b) 円柱の総面積は底面積に、長方形の面積である、側面積を足したものからなっています。

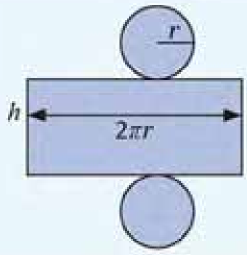
底面積：$A_b = 2\pi \times 3 \times 3 = 18\pi$ cm^2
長方形の面積：$A_l = \overline{AD} \times \overline{AB} = 6\pi \times 6 = 36\pi$ cm^2
総面積：$A_T = 18\pi + 36\pi = 54\pi$ cm^2

C

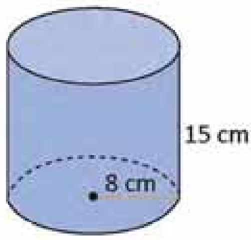
円柱の総面積は次の関係式を使って求められます。
円柱の総面積 = 底面積 + 側面積

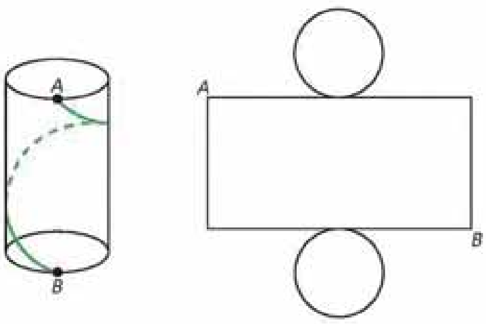
$$A_T = A_b + A_l$$
$$\mathbf{A_T = 2\pi r^2 + 2\pi r \times h}$$

rは 円の半径、また hは円柱の高さです。



1. 円柱の総面積を求めなさい。





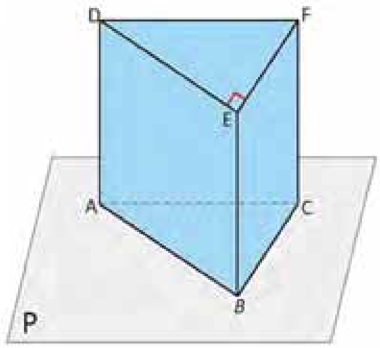
2. 画像に従って、AからBまで円柱に沿って糸を巻きつけました。円柱の展開図があるとき、

展開図にどのように糸が残るか描きなさい。

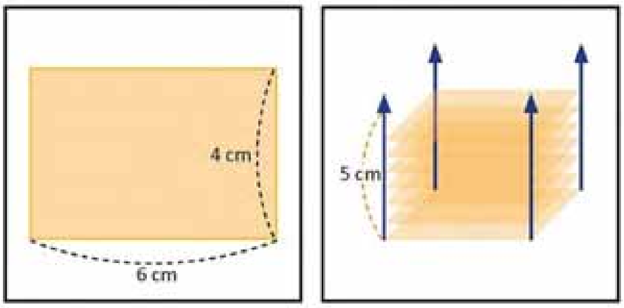
3.10 復習問題

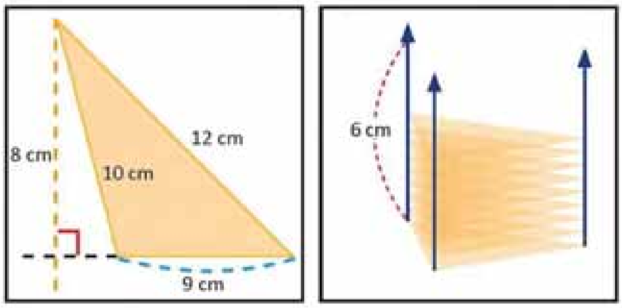
1. 次の画像で、平面P上に三角柱があります。画像を見て、問いに答えなさい。

   a) $\overline{AB}$ に平行な線分はどれですか。
   b) $\overline{ED}$に垂直な線分はどれですか。
   c) ABを通る直線とねじれの位置にある角柱の線分はどれですか。
   d) 平面Pに垂直な線分はどれですか。



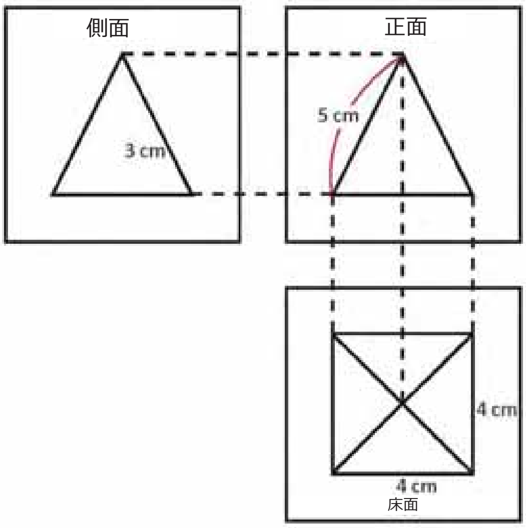
2. 各問に対し、図形を垂直に移動してできる立体図形を各自のノートに描き、その図形の総面積を求めなさい。



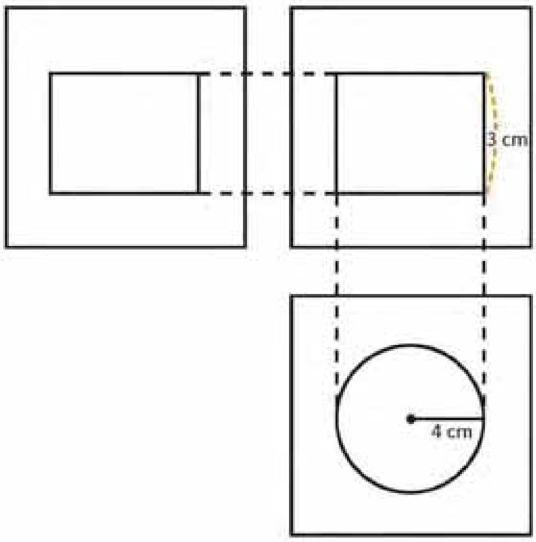


3. 次の垂直投影図で、できた物体を各自のノートに描き、その総面積を求めなさい。

a)



b)



REPÚBLICA DE EL SALVADOR EN LA AMÉRICA CENTRAL