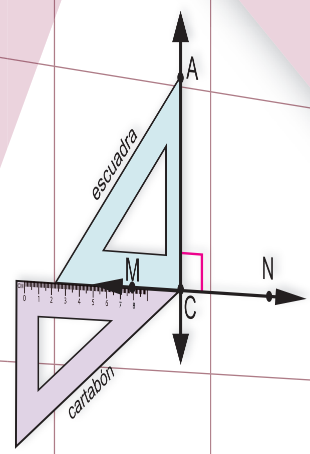
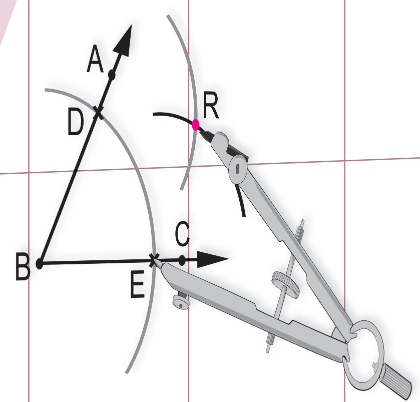
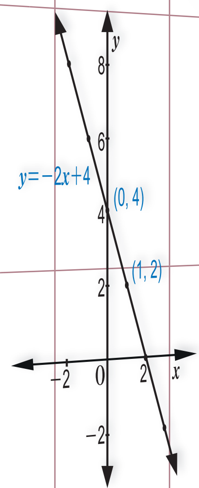
MATEMÁTICA 7

Séptimo grado







Guía para Docentes

Educación Secundaria

Gobierno de Reconciliación y Unidad Nacional

El Pueblo, Presidente!

UNIDA NICARAGUA TRIUNFA!

MINED

Un Ministerio en la Comunidad

JICA

COORDINACIÓN GENERAL

Profesora Melba López Montenegro
Profesor Julio César Canelo Castillo

AUTORES

Melissa Lizbeth Velásquez Castillo
Nubia Aracelly Barreda Rodríguez
Célfida del Rosario López Sánchez
Orlando Antonio Ruiz Álvarez
Primitivo Herrera Herrera
Marlon José Espinoza Espinoza
Humberto Antonio Jarquín López
Domingo Felipe Aráuz Chévez

COLECTIVO DE AUTORES

MINED	UNAN - MANAGUA	UNAN - LEÓN
Francisco Emilio Díaz Vega	Nubia Aracelly Barreda Rodríguez	Anastacio Benito González Funes
Humberto Antonio Jarquín López	Melissa Lizbeth Velásquez Castillo	Domingo Felipe Aráuz Chévez
Gregorio Isabel Ortiz Hernández	Armando José Huete Fuentes	Célfida del Rosario López Sánchez
Juan Carlos Caballero López	Primitivo Herrera Herrera	Orlando Antonio Ruiz Álvarez
Alberto Leonardo García Acevedo	Marlon José Espinoza Espinoza	Hilario Ernesto Gallo Cajina

INSTITUTOS QUE PARTICIPARON EN LA VALIDACIÓN

Colegio Clementina Cabezas, Managua, Managua
Colegio Fernando Gordillo, Managua, Managua
Colegio Tomas Borge, Mateare, Managua
Colegio San Cayetano, San Rafael del Sur, Managua
Instituto Nacional La Salle, Diriamba, Carazo
Instituto Juan José Rodriguez, Jinotepe, Carazo
San Benito #1, Chinandega, Chinandega
Instituto Nacional Rubén Darío, Posoltega, Chinandega
Jhon F. Kenedy, León, León
Salomón de la Selva, León, León

EQUIPO DE DIAGRAMACIÓN

Lissette Margina Serrano Vallecillo

Primera Edición, 2019.

Derechos reservados. Prohibida su venta y/o reproducción con fines comerciales por cualquier medio, sin previa autorización del Ministerio de Educación (MINED), de la República de Nicaragua.

La presente publicación ha sido reproducida con el apoyo de la Agencia de Cooperación Internacional del Japón (JICA) a través del Proyecto para el Aprendizaje Amigable de matemática en Educación Secundaria (NICAMATE).

Índice

Introducción

Este documento es un material educativo llamado "Guía para Docentes", que está dirigido a los docentes de matemática de Nicaragua, y tiene como objetivos:

- Brindar una propuesta de programación anual estándar de enseñanza.
- Brindar sugerencias sobre el uso de los Libros de Texto y el tiempo de trabajo independiente del estudiante.
- Mostrar la secuencialidad que existe entre los contenidos del currículo de matemática en Educación Secundaria.
- Indicar los aspectos esenciales de cada clase (pre saberes, posibles errores, aspectos del nuevo contenido en que se debe hacer énfasis, etc.).
- Promover el uso adecuado de la pizarra.
- Ofrecer los solucionarios de los ejercicios con sus procedimientos.
- Fomentar la evaluación formativa a través de las pruebas de unidad.

La Guía para Docentes se elaboró atendiendo al análisis de las observaciones de clase que se realizó en los centros educativos de validación, concluyendo que es importante:

- Tener claro el aprendizaje esperado en cada clase y la secuencialidad entre los contenidos del currículo.
- Hacer uso adecuado de la pizarra, escribiendo lo necesario para que el estudiante comprenda.
- Dar tiempo para que los estudiantes trabajen de forma independiente.

El Ministerio de Educación (MINED) pone a disposición de los docentes este recurso, considerando que la implementación del mismo y el uso del Libro de Texto, cambiará la experiencia de los estudiantes al aprender matemática en la escuela, y promoverá la creatividad en la búsqueda de soluciones y la argumentación cuando se enfrenten a un problema. Para dicha implementación es necesario considerar algunos aspectos esenciales:

Enseñanza basada en el aprendizaje de los estudiantes. Para enseñar matemática se deben utilizar situaciones problemáticas que despierten el interés de los estudiantes y los inviten a reflexionar, a encontrar diferentes formas de resolver problemas y a argumentar sus respuestas. En estas situaciones se deben considerar los conocimientos y habilidades que se pretenden desarrollar.

Rol del estudiante en el aprendizaje. Los estudiantes deben utilizar los conocimientos previos que le permitan reorganizar lo que ya sabe, y aplicarlos en una nueva situación. Este proceso de estudio se apoya más en la reflexión del estudiante, que en la simple memorización tradicional.

Rol del docente en el aula. La acción del docente es un factor clave, porque es el encargado de generar ambientes propicios para el aprendizaje e involucrarlos en actividades que permitan el logro de los aprendizajes esperados. Ante esto, el verdadero desafío para los docentes consiste en ayudar a sus estudiantes a analizar y socializar sus resultados.

Retos de los estudiantes y docentes en las clases de matemática. Cambio de actitud frente a ideas diferentes sobre lo que significa enseñar y aprender matemática. No se trata de que el docente busque las explicaciones más sencillas y amenas, sino que ayude a formarles la capacidad de pensar y aprender por sí mismos, para que ellos sientan la satisfacción de poder resolver problemas.

Estructura del Libro de Texto para estudiantes

El Libro de Texto consta de introducción y unidades. En la introducción se detallan los momentos del desarrollo de un contenido, los cuales son: problema de la clase, solución del problema, conclusión y ejercicios. En algunos contenidos, por sus características, se han agregado ejemplos después de la conclusión.

Cada unidad del Libro de Texto se ha estructurado por sección, estas contienen una secuencia de contenidos contemplados en la malla curricular de matemática para Educación Secundaria.

P Representa el problema inicial, el cual se debe leer y analizar identificando las condiciones que plantea y lo que se pregunta.

S Representa la solución del problema inicial explicada paso a paso.

C Representa la conclusión de la clase, donde se propone el esquema de solución del problema inicial, en algunos casos también se presentan conceptos importantes usados en el problema.

Ejemplo Los ejemplos que se presentan son variantes del problema inicial.

E Representa los ejercicios propuestos, es importante que los estudiantes los intenten resolver por sí mismos.

Sección 2: Operaciones con expresiones algebraicas

Contenido 7: Simplificación de expresiones algebraicas

P Simplifique la expresión algebraica $3(2x+6)+5(2x-1)$.

S

Se eliminan los paréntesis haciendo uso de la propiedad distributiva:

Propiedad Distributiva
$a(b+c)=ab+ac$

$$\begin{aligned}3(2x+6)+5(2x-1) &= (3)(2x)+(3)(6)+(5)(2x)+(5)(-1)\\ &= 6x+18+10x-5\\ &= 6x+10x+18-5\\ &= \mathbf{16x+13}\end{aligned}$$

C

Para simplificar expresiones algebraicas que contienen paréntesis:
1. Se efectúan las multiplicaciones indicadas usando la propiedad distributiva.
2. Se reducen términos semejantes.

Ejemplo Simplifique en cada inciso la expresión algebraica dada.

a) $4(3x+5)-2(x-8)$ b) $4(x-6)-3(-5x-7)$

a) $$\begin{aligned}4(3x+5)-2(x-8) &= (4)(3x)+(4)(5)-(2)(x)-(2)(-8)\\ &= 12x+20-2x+16\\ &= 12x-2x+20+16\\ &= \mathbf{10x+36}\end{aligned}$$

b) $$\begin{aligned}4(x-6)-3(-5x-7) &= (4)(x)+(4)(-6)-(3)(-5x)-(3)(-7)\\ &= 4x-24+15x+21\\ &= 4x+15x-24+21\\ &= \mathbf{19x-3}\end{aligned}$$

E

Simplifique en cada inciso la expresión algebraica dada.

a) $4(6x+3)+5(2x-1)$ b) $6(x+4)+2(5x-7)$ c) $3(2x-7)+5(x-4)$

d) $6(x+4)-2(5x+7)$ e) $2(8x-6)-4(x-2)$ f) $3(x-1)-7(-2x+3)$

71

En **Comprobemos lo aprendido** se presentan una serie de ejercicios representativos de contenidos anteriores, el objetivo de estas clases es asegurar un tiempo de ejercitación que permita afianzar los conocimientos adquiridos y aclarar cualquier duda que puedan tener de los contenidos estudiados.

En algunos grados hay un contenido denominado **Desafío** en el que se presentan casos especiales o contenidos más complejos. El desafío se puede tratar en su clase si tiene suficiente horas de clase y sus estudiantes tienen una buena capacidad para entenderlo. De lo contrario, es mejor omitir este contenido para dedicar más tiempo a los contenidos básicos.

III. Estructura de la Guía para Docentes

1. Propuesta de programación anual de 7mo grado

Semestre	Mes	Unidad (Horas)	Pág. del LT	Sección
I	Febrero Marzo	1. Operaciones con Números Naturales, Fracciones y Decimales (12 H/C)	1-14	1. Operaciones con números naturales 2. Operaciones con fracciones y decimales
	Marzo Abril Mayo	2. Números Positivos y Negativos (37 H/C)	15-54	1. Los números positivos, negativos y el cero 2. Adición y sustracción con números positivos y negativos 3. Multiplicación y división con números positivos y negativos 4. Operaciones combinadas
	Mayo Junio	3. Álgebra (17 H/C)	55-72	1. Expresiones algebraicas 2. Operaciones con expresiones algebraicas
	Junio	4. Ecuaciones de Primer Grado (13 H/C)	73-86	1. Ecuaciones de primer grado 2. Solución de ecuaciones de primer grado
II	Julio Agosto			
	Agosto Septiembre Octubre	5. Proporcionalidad (30 H/C)	87-124	1. Proporcionalidad directa 2. Proporcionalidad inversa 3. Aplicaciones de proporcionalidad directa e inversa
	Octubre	6. Introducción a la Geometría (13 H/C)	125-146	1. Nociones básicas de geometría 2. Construcciones con regla y compás
	Octubre Noviembre	7. Medidas de Figuras Geométricas (18 H/C)	147-171	1. Perímetro de polígonos 2. Área de triángulos y cuadriláteros 3. Círculo y sector circular

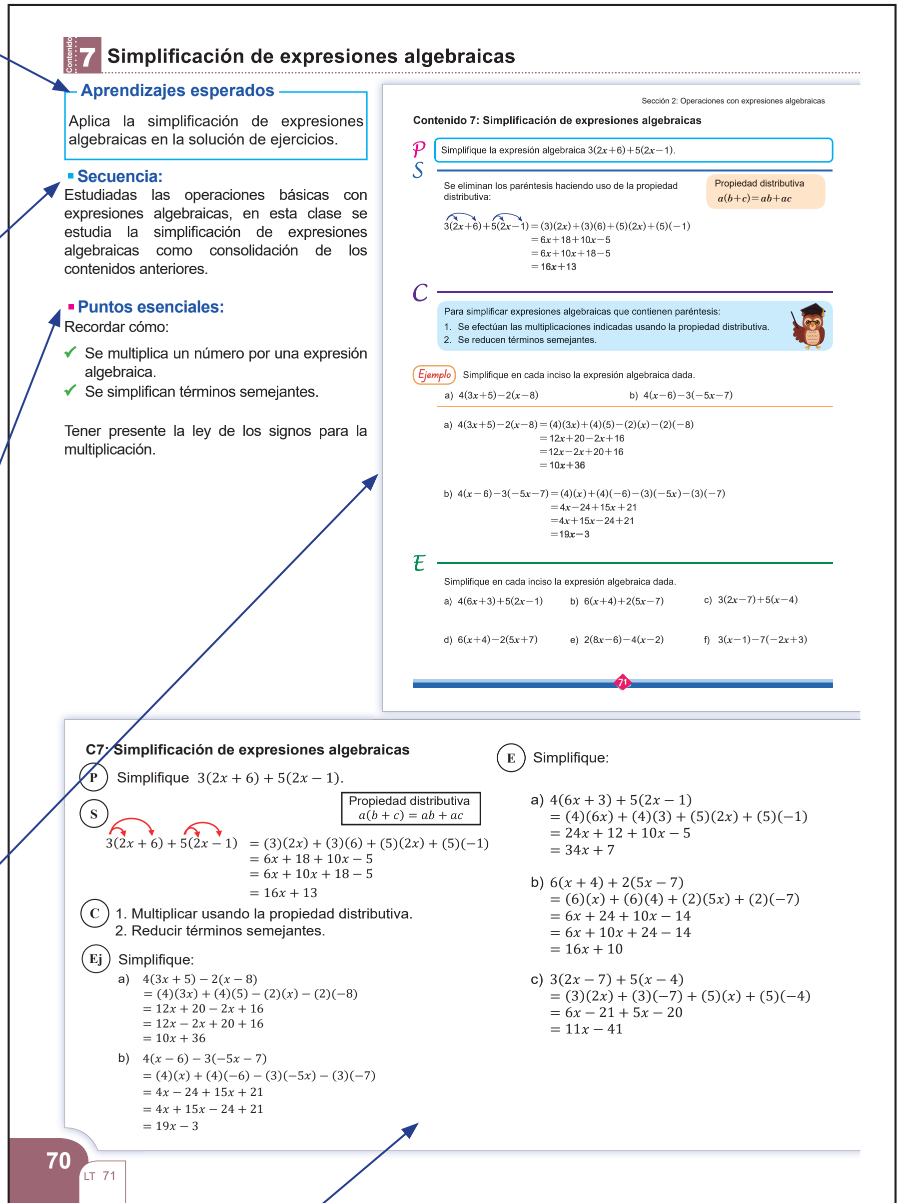
2. Elementos de una página de la Guía para Docentes

Aprendizajes esperados:
Es el elemento que define lo que se espera que logren los estudiantes en cada clase, expresado en forma concreta, precisa y visualizable.

Secuencia:
Se indican los conocimientos previos que el estudiante posee para la comprensión del nuevo contenido y la relación con contenidos posteriores.

Puntos esenciales:
Se orienta sobre procedimientos o conceptos en los que se debe enfatizar, así como las posibles dificultades y errores que podrían presentarse.

Página del Libro de Texto:
Tiene como propósito ubicar y relacionar el contenido de aprendizaje con el proceso de la clase.



Contenido 7 Simplificación de expresiones algebraicas

Aprendizajes esperados

Aplica la simplificación de expresiones algebraicas en la solución de ejercicios.

▪ Secuencia:

Estudiadas las operaciones básicas con expresiones algebraicas, en esta clase se estudia la simplificación de expresiones algebraicas como consolidación de los contenidos anteriores.

▪ Puntos esenciales:

Recordar cómo:

✓ Se multiplica un número por una expresión algebraica.
✓ Se simplifican términos semejantes.

Tener presente la ley de los signos para la multiplicación.

Sección 2: Operaciones con expresiones algebraicas

Contenido 7: Simplificación de expresiones algebraicas

P Simplifique la expresión algebraica $3(2x+6)+5(2x-1)$.

S Se eliminan los paréntesis haciendo uso de la propiedad distributiva:

Propiedad distributiva $a(b+c)=ab+ac$

$$\begin{aligned} 3(2x+6)+5(2x-1) &= (3)(2x)+(3)(6)+(5)(2x)+(5)(-1)\\ &= 6x+18+10x-5\\ &= 6x+10x+18-5\\ &= 16x+13 \end{aligned}$$

C Para simplificar expresiones algebraicas que contienen paréntesis:
1. Se efectúan las multiplicaciones indicadas usando la propiedad distributiva.
2. Se reducen términos semejantes.

Ejemplo Simplifique en cada inciso la expresión algebraica dada.

a) $4(3x+5)-2(x-8)$ b) $4(x-6)-3(-5x-7)$

a) $$\begin{aligned} 4(3x+5)-2(x-8) &= (4)(3x)+(4)(5)-(2)(x)-(2)(-8)\\ &= 12x+20-2x+16\\ &= 12x-2x+20+16\\ &= 10x+36 \end{aligned}$$

b) $$\begin{aligned} 4(x-6)-3(-5x-7) &= (4)(x)+(4)(-6)-(3)(-5x)-(3)(-7)\\ &= 4x-24+15x+21\\ &= 4x+15x-24+21\\ &= 19x-3 \end{aligned}$$

E Simplifique en cada inciso la expresión algebraica dada.

a) $4(6x+3)+5(2x-1)$ b) $6(x+4)+2(5x-7)$ c) $3(2x-7)+5(x-4)$

d) $6(x+4)-2(5x+7)$ e) $2(8x-6)-4(x-2)$ f) $3(x-1)-7(-2x+3)$

71

C7: Simplificación de expresiones algebraicas

P Simplifique $3(2x+6)+5(2x-1)$.

S Propiedad distributiva $a(b+c)=ab+ac$

$$\begin{aligned} 3(2x+6)+5(2x-1) &= (3)(2x)+(3)(6)+(5)(2x)+(5)(-1)\\ &= 6x+18+10x-5\\ &= 6x+10x+18-5\\ &= 16x+13 \end{aligned}$$

C 1. Multiplicar usando la propiedad distributiva.
2. Reducir términos semejantes.

Ej Simplifique:

a) $$\begin{aligned} &4(3x+5)-2(x-8)\\ &= (4)(3x)+(4)(5)-(2)(x)-(2)(-8)\\ &= 12x+20-2x+16\\ &= 12x-2x+20+16\\ &= 10x+36 \end{aligned}$$

b) $$\begin{aligned} &4(x-6)-3(-5x-7)\\ &= (4)(x)+(4)(-6)-(3)(-5x)-(3)(-7)\\ &= 4x-24+15x+21\\ &= 4x+15x-24+21\\ &= 19x-3 \end{aligned}$$

E Simplifique:

a) $$\begin{aligned} 4(6x+3)+5(2x-1) &= (4)(6x)+(4)(3)+(5)(2x)+(5)(-1)\\ &= 24x+12+10x-5\\ &= 34x+7 \end{aligned}$$

b) $$\begin{aligned} 6(x+4)+2(5x-7) &= (6)(x)+(6)(4)+(2)(5x)+(2)(-7)\\ &= 6x+24+10x-14\\ &= 6x+10x+24-14\\ &= 16x+10 \end{aligned}$$

c) $$\begin{aligned} 3(2x-7)+5(x-4) &= (3)(2x)+(3)(-7)+(5)(x)+(5)(-4)\\ &= 6x-21+5x-20\\ &= 11x-41 \end{aligned}$$

70

LT 71

Plan de Pizarra

En la pizarra se presenta de forma ordenada el problema de la clase, el proceso de solución, la conclusión central de la clase derivada del problema central y la indicación del ítem de evaluación, con su correspondiente solución. En algunas clases se presenta un ejemplo después de la conclusión y previo al ítem de evaluación. Este tiene como propósito consolidar el aprendizaje o ampliar el contenido en desarrollo. Lo que se plasma en la pizarra permitirá a los estudiantes llevar un registro ordenado de sus apuntes para estudiarlos posteriormente.

3. Prueba de cada Unidad

Se presenta una propuesta de la prueba por unidad para evaluar el nivel de comprensión de los estudiantes. Los docentes deben orientar con anticipación la fecha de aplicación de la prueba de la unidad a los estudiantes para que ellos repasen y consoliden lo que aprendieron en la unidad. Si el rendimiento es bajo en algunos problemas, los docentes deben tomar medidas para mejorarlo y a la vez asegurar que este bajo rendimiento no obstaculice el siguiente aprendizaje.

De esta manera, los docentes pueden utilizar esta prueba para discusión sobre los resultados obtenidos y posibles estrategias didácticas a implementar con sus colegas de la misma institución o en los Encuentros Pedagógicos de Interaprendizaje (EPI).

* Vea “VII. 1. Uso de las pruebas de unidad” para una descripción más detallada sobre la evaluación.

4. Solucionarios

Se presentan las soluciones de los ejercicios del Libro de Texto de acuerdo a la unidad, sección y contenido. En este se muestran más detalles en el proceso de solución que los brindados en el solucionario del Libro de Texto.

IV. Orientaciones metodológicas para el mejoramiento de los aprendizajes del área de Matemática

Enseñar matemática en base a actividades de aprendizaje que desarrollen en los estudiantes formas de pensar y que permitan formular conjeturas y procedimientos para resolver problemas, argumentando sus resultados, significa que ellos deben:

(1) Leer y analizar los enunciados del problema.

(2) Pensar por sí mismos la solución al problema.

(3) Expresar sus soluciones.

(4) Comparar sus ideas unos con otros.

(5) Comprender las ideas de los demás.

(6) Aprender unos de otros.

V. Recomendaciones para el desarrollo de una clase según los momentos P, S, C, EJ, E

Para lograr los aprendizajes esperados de una clase, se debe tener en cuenta que el centro del proceso de aprendizaje es el estudiante, por lo que deben participar de forma activa en cada momento de la clase. En este proceso, el rol principal del docente es asistir en su aprendizaje a los estudiantes. A continuación, se presentan algunas recomendaciones a considerar en los diferentes momentos de la clase:

Momentos de la clase	Actividades del Docente	Actividades del Estudiante
P	Indicar que lean el problema.	Leer el problema.
	Escribir el problema en la pizarra, mientras los estudiantes leen.	
	Indicar a los estudiantes que copien el problema en su cuaderno.	Escribir el problema en su cuaderno.
	Explicar el problema de forma clara, si es necesario.	Comprender el problema.
S	Orientar que resuelvan el problema en su cuaderno. No dar mucho tiempo si los estudiantes no muestran posibles respuestas al problema planteado.	Intentar dar solución al problema, escribiendo sus apuntes en el cuaderno.
	Monitorear el avance de los estudiantes identificando soluciones interesantes, errores, etc., mientras se recorre el salón de clase.	
	Indicar a los estudiantes que atiendan a las explicaciones que hará.	
	Explicar la solución del texto en la pizarra, cuando todos los estudiantes estén poniendo atención.	Hacer silencio y poner atención al docente.
	Indicar a los estudiantes que copien la solución en su cuaderno y revisar que lo hagan.	Observar la explicación del docente y hacer preguntas si es necesario.
		Escribir la solución en su cuaderno.

Momentos de la clase	Actividades del Docente	Actividades del Estudiante
C	Orientar lectura de la conclusión. Explicar la conclusión a partir del proceso de solución del problema.	Leer la conclusión planteada en el Libro de Texto. Relacionar la conclusión con el proceso de solución del problema. Anotar la conclusión en su cuaderno.
Ej (En el caso de presentarse un ejemplo)	Indicar que lean el ejemplo. Indicar que copien el ejemplo en su cuaderno. Explicar el ejemplo, haciendo hincapié en la aplicación de la conclusión.	Analizar la solución del ejemplo, de forma conjunta con el docente. Aplicar la conclusión en la solución del ejemplo.
E	Orientar el o los ejercicios a ser resueltos. Asignar tiempo prudencial para que los estudiantes resuelvan los ejercicios. Recorrer el salón mientras los estudiantes resuelven el ítem. Monitorear cuántos estudiantes resuelven al menos el primer ejercicio propuesto. Si hay muchos estudiantes que no han resuelto el ítem de evaluación, explicar este en la pizarra sin esperar mucho tiempo y dar la oportunidad de resolver el siguiente ítem. Brindar oportunidad de que algunos estudiantes expliquen la solución de al menos el primer ejercicio. Revisar y explicar el procedimiento y respuesta en la pizarra.	Resolver de forma individual cada ejercicio. Aplicar la conclusión aprendida. Si termina todos los ejercicios propuestos, brindar apoyo a aquellos que no han concluido. Socializar la solución de ejercicios.

VI. Puntos importantes a considerar en la facilitación del aprendizaje

a) Usar adecuadamente el tiempo

Alcanzar el aprendizaje esperado no es una tarea sencilla, por lo que, a continuación, se sugieren algunas técnicas para asegurar el aprendizaje en el tiempo establecido:

- Ubicación de los pupitres de los estudiantes en filas, todos los estudiantes dirigidos hacia la pizarra.
- Disposición del LT antes de iniciar la clase: orientar a los estudiantes tener preparados los recursos o materiales antes del inicio de la clase.
- Tiempo a dedicar para el recordatorio o repaso: Si se destina más de 3 minutos en la parte inicial donde se recuerdan los presaberes, en la mayoría de los casos se produce un desfase que afectará las clases posteriores.

b) Evaluar y brindar orientación necesaria desplazándose en el aula

Mientras los estudiantes resuelven el problema o el ítem de evaluación, el docente debe desplazarse en el aula para evaluar el nivel de comprensión del contenido, revisando el trabajo de los estudiantes y observando si han comprendido el enunciado.

c) Dar explicaciones claras a los estudiantes

Las instrucciones y explicaciones a los estudiantes deben ser claras y concretas, en este sentido es importante hablar cuando se capte la atención de los estudiantes. Para captar la atención el docente debe llamar a los estudiantes con frases como “Miren a la pizarra”, “Atención por favor”, entre otras. En caso de que en el aula persista la indisciplina, el docente puede dejar de explicar o bajar el volumen de la voz.

Es importante durante la explicación observar a los estudiantes para suponer su nivel de comprensión, esto significa que en ocasiones es necesario repetir la explicación cambiando expresiones, hablar más despacio, invitar a estudiantes para que expliquen con sus palabras, etc.

d) Aprovechar el rendimiento de los estudiantes que resuelven rápido los ejercicios

Para aprovechar el rendimiento de los estudiantes que resuelven los ejercicios más rápido, el docente puede establecer el siguiente compromiso: cuando terminen todos los problemas y los hayan revisado, entonces ellos pueden orientar a los demás compañeros. Así mismo, el docente puede preparar otra serie de problemas para la fijación del contenido u otro tipo de problemas que tienen carácter de desafío.

e) Revisar los cuadernos de apunte

Si no se brinda un monitoreo continuo sobre el uso del cuaderno, eventualmente se puede utilizar de manera desordenada, por lo que es necesario que se revise periódicamente, de modo que los estudiantes sientan que están siendo monitoreados. Y también es recomendable chequear cuadernos de los estudiantes durante la etapa de ejercicio para animar a los estudiantes (marcar ✓ , firmar o sellar)

f) Formar el hábito de estudio en el hogar

Formar el hábito de estudio de los estudiantes en el hogar es tarea no solamente del docente, sino también de los padres de familia y no es nada fácil. Por lo que, al inicio, se podría formar el hábito de estudio a través de la asignación de tareas y orientar que estas se revisarán periódicamente.

g) Usar adecuadamente la pizarra

La pizarra tiene la función de un cuaderno común entre el docente y los estudiantes, por lo cual debe ordenarse el desarrollo del aprendizaje del contenido en ella. En esta Guía se propone utilizar la siguiente estructura en la pizarra, de acuerdo con el proceso de aprendizaje de matemática establecido en este mismo documento:

Se escribe el problema inicial de forma resumida.

Se resuelve, como mínimo, el primero de cada serie de ejercicios propuestos.

Se presenta la solución del problema

Se establece en forma resumida la conclusión a partir de la solución del problema.

C7: Simplificación de expresiones algebraicas

P Simplifique $3(2x+6)+5(2x-1)$.

S

Propiedad distributiva
$a(b+c)=ab+ac$

$$\begin{aligned} 3(2x+6)+5(2x-1) &= (3)(2x)+(3)(6)+(5)(2x)+(5)(-1)\\ &= 6x+18+10x-5\\ &= 6x+10x+18-5\\ &= 16x+13 \end{aligned}$$

C 1. Multiplicar usando la propiedad distributiva.
2. Reducir términos semejantes.

Ej Simplifique:

a) $$\begin{aligned} &4(3x+5)-2(x-8)\\ &= (4)(3x)+(4)(5)-(2)(x)-(2)(-8)\\ &= 12x+20-2x+16\\ &= 12x-2x+20+16\\ &= 10x+36 \end{aligned}$$

b) $$\begin{aligned} &4(x-6)-3(-5x-7)\\ &= (4)(x)+(4)(-6)-(3)(-5x)-(3)(-7)\\ &= 4x-24+15x+21\\ &= 4x+15x-24+21\\ &= 19x-3 \end{aligned}$$

E Simplifique:

a) $$\begin{aligned} &4(6x+3)+5(2x-1)\\ &= (4)(6x)+(4)(3)+(5)(2x)+(5)(-1)\\ &= 24x+12+10x-5\\ &= 34x+7 \end{aligned}$$

b) $$\begin{aligned} &6(x+4)+2(5x-7)\\ &= (6)(x)+(6)(4)+(2)(5x)+(2)(-7)\\ &= 6x+24+10x-14\\ &= 6x+10x+24-14\\ &= 16x+10 \end{aligned}$$

c) $$\begin{aligned} &3(2x-7)+5(x-4)\\ &= (3)(2x)+(3)(-7)+(5)(x)+(5)(-4)\\ &= 6x-21+5x-20\\ &= 11x-41 \end{aligned}$$

Se resuelve el ejemplo para consolidación o ampliación del contenido.

En este documento se propone el uso de la pizarra de forma ordenada:

- En caso de que el problema sea de enunciado extenso, se debe escribir un resumen comprensible de dicho enunciado.
- En el proceso de solución no debe repetirse cada palabra de la solución planteada en el Libro de Texto, pero sí debe escribirse cada paso imprescindible del proceso.
- La conclusión también puede mostrarse de forma resumida (cuando esta es extensa).
- Debe brindarse espacio suficiente para resolver al menos el primero de cada serie de ejercicios propuestos.
- Si no puede seguir escribiendo en la pizarra debido a su pequeño tamaño, puede borrar los contenidos que los estudiantes ya han terminado de copiar y escribir la continuación. Debe procurarse dividir la pizarra en dos columnas con el mismo espacio en cada una.

VII. Uso de las Pruebas de Unidad

1. Propuesta sobre el uso de las Pruebas de Unidad

El propósito de esta propuesta es sugerir el uso efectivo de las pruebas de unidad que están incluidas en los Libros de Texto y Guías para Docentes desarrolladas por NICAMATE, y cómo estas podrían usarse para evaluar a los estudiantes en la asignatura de Matemática.

Se espera que las pruebas se realicen después de terminar cada unidad del Libro de Texto para que los docentes puedan conocer el alcance de los aprendizajes esperados en los contenidos de la unidad y, lo que es más importante, darles retroalimentación. En este sentido, el enfoque principal de las pruebas de unidad es brindar a los docentes una herramienta para administrar y mejorar efectivamente el aprendizaje de sus estudiantes. Dado que las pruebas se insertan en la parte de anexo al final de los Libros de Texto, los docentes podrían preguntarse si los estudiantes pueden ver las pruebas con anticipación y esto arruinaría el propósito de las pruebas. Sin embargo, las pruebas se incorporan en los Libros de Texto basándose en la idea de que estas contribuirán a mejorar el aprendizaje de los estudiantes siempre que las pruebas los alienten a estudiar y prepararse.

Las pruebas, además de eso, también podrían usarse para evaluar el desempeño de los estudiantes. Se espera que un sistema de evaluación eficaz, junto con los nuevos Libros de Texto y Guías para Docentes, contribuyan a mejorar aún más el aprendizaje de los estudiantes en matemática. Es en este contexto que, siguiendo la solicitud del MINED, el Proyecto NICAMATE sugiere 2 opciones sobre el uso de las pruebas individuales para la evaluación. Al hacer esta sugerencia, el Proyecto consideró el "Manual de Planeamiento Didáctico y Evaluación de los Aprendizajes en Educación Secundaria" escrito por el MINED.

2. Opciones sobre el uso de las Pruebas de Unidad para evaluación

(1) Opción 1

Total: 100 Puntos

Pruebas de Unidades (PU): 50 Puntos

Prueba Escrita o Trabajo Escrito Durante el Corte de Evaluación: 50 Puntos

Tabla de Ejemplo para la Opción 1 en Caso de 7mo Grado

No.	Nombre	Prueba de Unidad (20 Puntos para Cada Unidad)							Total de PU Acumulado (140 Puntos)	[A] Puntos de PU Ajustados (50 Puntos)*	[B] Prueba Escrita o Trabajo Escrito (50 Puntos)	Valoración Cuantitativa (100 Puntos) A+B	Valoración Cualitativa
		U1	U2	U3	U4	U5	U6	U7					
1	María	10	5	10	8	14	13	10	70	25	40	65	AE
2	Juan	18	16	20	15	12	16	20	117	42	40	82	AS

* [A] Puntos de PU Ajustados (50 Puntos) = Total de PU Acumulado × 50/140

La primera opción es tener dos criterios principales para la evaluación, las pruebas de unidad (50 puntos) y Prueba o Trabajo Escrito Durante el Corte de Evaluación (50 puntos). Los puntos asignados a cada criterio podrían ajustarse teniendo en cuenta la situación de cada centro educativo. La tabla anterior toma el caso del 7mo grado como ejemplo y, por lo tanto, tiene 7 pruebas de unidad, cada una de las cuales toma hasta 20 puntos. El total de puntos de las pruebas acumuladas, en este caso máximo 140 puntos, debe ajustarse a unos 50 puntos. La fórmula para este ajuste será Puntos de PU Ajustados $=$ Total de PU Acumulado $\times$ 50/140.

La suma de la Evaluación de Puntos de PU Ajustados y Prueba o Trabajo Escrito Durante el Corte será la marca cuantitativa final para los estudiantes. La calificación cualitativa se otorga en base a la marca cuantitativa. Los criterios para el grado cualitativo (por ejemplo, AE, AS) en el ejemplo son los mismos que en el manual.

También es posible asignar menos puntos a las pruebas de unidad para la evaluación. Es importante que al revisar las pruebas se dé retroalimentación en la solución de los ejercicios en lo que los estudiantes cometieron errores. Después de recibir los comentarios, los estudiantes pueden volver a realizar los ejercicios en los que fallaron. Es en este proceso donde los estudiantes aprenden matemáticas cada vez mejor.

(2) Opción 2

Total: 100 Puntos

Pruebas de Unidades: 30 Puntos

Evaluación de Actitud: 30 Puntos

Prueba o Trabajo Escrito Durante Corte Evaluación: 40 Puntos

Tabla de Ejemplo para Opción 2 en Caso de 7mo Grado

No.	Nombre	Pruebas de Unidad (20 Puntos para Cada Unidad)									Evaluación de Actitud (10 Puntos para Cada Indicador)						
		U1	U2	U3	U4	U5	U6	U7	Total de PU Acumulado (140 Puntos)	**[A]** Puntos de PU Ajustados (30 Puntos)*	EA 1	EA 2	EA 3	**[B]** Total de EA Acumulado (30 Puntos)	**[C]** Prueba Escrita o Trabajo Escrito (50 Puntos)	Valoración Cuantitativa (100 Puntos) **A+B+C**	Valoración Cualitativa
1	María	10	5	10	8	14	13	10	70	15	10	9	8	27	30	72	AE
2	Juan	18	16	10	8	12	16	10	90	19	2	1	2	5	40	64	AE

* [A] Puntos de PU Ajustados (30 Puntos) = Total de PU Acumulado × 30/140

En esta opción, además de la evaluación mediante pruebas o trabajos escritos durante el corte, los docentes también deben considerar los resultados de las pruebas de unidad y las actitudes de los estudiantes hacia el aprendizaje de la matemática. Si bien los docentes podrían seleccionar los indicadores para evaluar las actitudes de los estudiantes, el Proyecto sugiere que se incluyan los siguientes indicadores:

- Entrega de tareas
- Trabaja en el aula de clases
- Puntualidad
- Atiende las explicaciones del docente
- Asistencia

La ventaja de la Opción 2 es que, como lo muestra el ejemplo en la tabla, incluso si un estudiante no pudo obtener una buena calificación en las pruebas de unidad y en las pruebas o trabajos escritos durante el corte, puede obtener una buena calificación, siempre y cuando demuestre una buena actitud hacia el estudio de la matemática. Esto requiere que los docentes observen cuidadosamente a cada estudiante.

** Si el MINED emite una nueva instrucción sobre la evaluación, deben seguirla.*

Unidad 1

Operaciones con Números Naturales, Fracciones y Decimales

Contenido 1 Adición de números naturales

Aprendizajes esperados

Aplica la adición de números naturales en la solución de ejercicios.

Secuencia:

Esta unidad se muestra como un reforzamiento de las operaciones con números estudiadas en primaria y es la base para el aprendizaje de las operaciones con números enteros de la siguiente unidad.

Lo más importante en esta unidad es que los estudiantes repasen y superen cualquier dificultad que traigan desde primaria, por lo tanto, es necesario dar tiempo suficiente para que resuelvan la mayor cantidad de ejercicios posibles individualmente. Además, se debe evitar el uso de calculadora, fomentar y desarrollar en los estudiantes el cálculo mental.

En esta clase se estudian adiciones sin llevar y llevando a las decenas.

Puntos esenciales:

Usar correctamente la caja de valores para efectuar adiciones sin llevar y llevando a las decenas.

En la resolución de los problemas se debe analizar la situación, plantear la adición que se debe efectuar y calcular el resultado.

Sección 1: Operaciones con números naturales

Contenido 1: Adición de números naturales

P Efectúe las siguientes adiciones:
a) 13+45 b) 29+54

S Se ubican los números de forma vertical alineando las unidades (U) y las decenas (D).

a)

$$\begin{array}{rrr} & D & U \\ & 1 & 3 \\ + & 4 & 5 \\ \hline & & 8 \end{array}$$

Se suman las unidades: 3+5=8.

$$\begin{array}{rrr} & D & U \\ & 1 & 3 \\ + & 4 & 5 \\ \hline & 5 & 8 \end{array}$$

Se suman las decenas: 1+4=5.

Por lo tanto, 13+45=**58**

b)

$$\begin{array}{rrr} & D & U \\ & 1 & \\ & 2 & 9 \\ + & 5 & 4 \\ \hline & & 3 \end{array}$$

Se suman las unidades: 9+4=13

Como 13>9, se lleva el 1 a la columna D.

$$\begin{array}{rrr} & D & U \\ & 1 & \\ & 2 & 9 \\ + & 5 & 4 \\ \hline & 8 & 3 \end{array}$$

Se suman las decenas: 1+2+5=8.

Por lo tanto, 29+54=**83**

E

1. Efectúe las siguientes adiciones:

a) 6+2 b) 8+9 c) 11+7 d) 36+5 e) 20+35
f) 47+13 g) 33+18 h) 49+79 i) 123+356 j) 386+251

2. Resuelva los siguientes problemas planteando en cada caso la operación adecuada.

a) Juan tiene 24 córdobas y María tiene 45 córdobas. ¿Cuántos córdobas tienen entre los dos?
b) En una granja hay 12 gallinas, luego llevan 19 gallinas. ¿Cuántas gallinas hay en la granja ahora?

U1: Operaciones con Números Naturales, Fracciones y Decimales
S1: Operaciones con números naturales
C1: Adición de números naturales

P Efectúe las siguientes adiciones:

a) 13+45 b) 29+54

S a)

$$\begin{array}{rrr} & D & U \\ & 1 & 3 \\ + & 4 & 5 \\ \hline & 5 & 8 \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{rrr} & D & U \\ & 1 & \\ & 2 & 9 \\ + & 5 & 4 \\ \hline & 8 & 3 \end{array}$$

E 1. Efectúe las siguientes adiciones:

a) $6 + 2 = 8$ b) $8 + 9 = 17$

c) $11 + 7 = 18$ d) $36 + 5 = 41$

e)

$$\begin{array}{rrr} & 2 & 0 \\ + & 3 & 5 \\ \hline & 5 & 5 \end{array}$$

f)

$$\begin{array}{rrr} & 1 & \\ & 4 & 7 \\ + & 1 & 3 \\ \hline & 6 & 0 \end{array}$$

g)

$$\begin{array}{rrr} & 1 & \\ & 3 & 3 \\ + & 1 & 8 \\ \hline & 5 & 1 \end{array}$$

h)

$$\begin{array}{rrrr} & & 1 & \\ & & 4 & 9 \\ + & & 7 & 9 \\ \hline & 1 & 2 & 8 \end{array}$$

i)

$$\begin{array}{rrrr} & 1 & 2 & 3 \\ + & 3 & 5 & 6 \\ \hline & 4 & 7 & 9 \end{array}$$

j)

$$\begin{array}{rrrr} & 1 & 1 & \\ & 3 & 8 & 6 \\ + & 2 & 5 & 6 \\ \hline & 6 & 4 & 2 \end{array}$$

2. *Leer pregunta en LT*

a) $24 + 45$

$$\begin{array}{rrr} & 2 & 4 \\ + & 4 & 5 \\ \hline & 6 & 9 \end{array}$$

Tienen C$69 entre los dos.

b) $12 + 19$

$$\begin{array}{rrr} & 1 & \\ & 1 & 2 \\ + & 1 & 9 \\ \hline & 3 & 1 \end{array}$$

Hay 31 gallinas en la granja

Contenido 2 Sustracción de números naturales

Contenido 2: Sustracción de números naturales

P

Efectúe las siguientes sustracciones:
a) 47−35 b) 73−45

S

Se ubican los números de forma vertical alineando las unidades (U) y las decenas (D).

a)
$$\begin{array}{rcc} & D & U \\ & 4 & 7 \\ - & 3 & 5 \\ \hline & & 2 \end{array}$$
Como 7>5, se restan las unidades: 7−5=2 .

$$\begin{array}{rcc} & D & U \\ & 4 & 7 \\ - & 3 & 5 \\ \hline & 1 & 2 \end{array}$$
Como 4>3, se restan las decenas: 4−3=1.

Por lo tanto, 47−35=**12**

b)
$$\begin{array}{rcc} & D & U \\ & 6 & \\ & \cancel{7} & 3 \\ - & 4 & 5 \\ \hline & & 8 \end{array}$$
Como 3<5, se presta una decena (10 unidades) para obtener 10+3=13. Luego, 13−5=8.

$$\begin{array}{rcc} & D & U \\ & 6 & \\ & \cancel{7} & 3 \\ - & 4 & 5 \\ \hline & 2 & 8 \end{array}$$
Como 6>4, se restan las decenas: 6−4=2.

Por lo tanto, 73−45=**28**

E

1. Efectúe las siguientes sustracciones:

a) 9−7 b) 35−2 c) 11−4 d) 63−50 e) 49−18
f) 31−16 g) 47−28 h) 40−23 i) 389−45 j) 232−150

2. Resuelva los siguientes problemas planteando en cada caso la operación adecuada.

a) En una venta hay 52 mangos maduros y 10 verdes. ¿Cuántos mangos maduros hay más que verdes?
b) En un estante de la biblioteca de una escuela hay 47 libros. Si se prestan 29 de estos, ¿cuántos libros quedaron en el estante?

Aprendizajes esperados

Aplica la sustracción de números naturales en la solución de ejercicios.

Secuencia:

En la clase anterior se estudiaron adiciones sin llevar y llevando a las decenas. Aquí se abordan las sustracciones sin prestar y prestando a las decenas.

Puntos esenciales:

Usar correctamente la caja de valores para efectuar sustracciones sin prestar y prestando a las decenas.

Hacer énfasis en qué casos se debe prestar a las decenas y cómo se hace.

En la resolución de los problemas se debe analizar la situación, plantear la sustracción que se debe efectuar y calcular el resultado.

Un error que suele cometerse es que luego de prestar a las decenas, se deja el mismo dígito inicial. Así que se debe recalcar que el prestarle a las decenas implica que el dígito que ocupa esta posición en la caja de valores disminuye en uno.

C2: Sustracción de números naturales

P Efectúe las siguientes sustracciones:

a) 47−35 b) 73−45

S a)
$$\begin{array}{rcc} & D & U \\ & 4 & 7 \\ - & 3 & 5 \\ \hline & 1 & 2 \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{rcc} & D & U \\ & 6 & \\ & \cancel{7} & 3 \\ - & 4 & 5 \\ \hline & 2 & 8 \end{array}$$

E 1. Efectúe las siguientes sustracciones:

a) $9-7=2$ b) $35-2=33$

c) $11-4=7$ d)
$$\begin{array}{rcc} & 6 & 3 \\ - & 5 & 0 \\ \hline & 1 & 3 \end{array}$$

e)
$$\begin{array}{rcc} & 4 & 9 \\ - & 1 & 8 \\ \hline & 3 & 1 \end{array}$$

f)
$$\begin{array}{rcc} & 2 & \\ & \cancel{3} & 1 \\ - & 1 & 6 \\ \hline & 1 & 5 \end{array}$$

g)
$$\begin{array}{rcc} & 3 & \\ & \cancel{4} & 7 \\ - & 2 & 8 \\ \hline & 1 & 9 \end{array}$$

h)
$$\begin{array}{rcc} & 3 & \\ & \cancel{4} & 0 \\ - & 2 & 3 \\ \hline & 1 & 7 \end{array}$$

i)
$$\begin{array}{rccc} & 3 & 8 & 9 \\ - & & 4 & 5 \\ \hline & 3 & 4 & 4 \end{array}$$

j)
$$\begin{array}{rccc} & 1 & & \\ & \cancel{2} & 3 & 2 \\ - & 1 & 5 & 0 \\ \hline & & 8 & 2 \end{array}$$

2. *Leer pregunta en LT.*

a)
$$\begin{array}{rcc} & D & U \\ & 5 & 2 \\ - & 1 & 0 \\ \hline & 4 & 2 \end{array}$$

Hay 42 mangos maduros más que verdes

b)
$$\begin{array}{rcc} & D & U \\ & 3 & \\ & \cancel{4} & 7 \\ - & 2 & 9 \\ \hline & 1 & 8 \end{array}$$

Quedaron 18 libros en la escuela

Contenido 3 Multiplicación de números naturales

Aprendizajes esperados

Aplica la multiplicación de números naturales en la solución de ejercicios.

Secuencia:

En las clases anteriores se estudió la adición y sustracción de números naturales de dos cifras. Ahora se estudia la multiplicación de números de una o dos cifras.

Puntos esenciales:

Recordar las tablas de multiplicar aprendidas en primaria.

Usar correctamente la caja de valores para efectuar multiplicaciones de números de una o dos cifras.

En la resolución de los problemas se debe analizar la situación, plantear la multiplicación que se debe efectuar y calcular el resultado.

La tabla propuesta en los ejercicios es comúnmente conocida como la "tabla pitagórica" y es un recurso útil para consolidar el aprendizaje de las tablas de multiplicar.

Contenido 3: Multiplicación de números naturales

P Efectúe las siguientes multiplicaciones:
a) 12×3 b) 43×6 c) 32×18

S Se ubican los números de forma vertical alineando las unidades (U), las decenas (D) y las centenas (C).

a)

$$\begin{array}{ccc} C & D & U \\ & 1 & 2 \\ \times & & 3 \\ \hline & & 6 \end{array}$$

Se multiplican las unidades: $3\times2=6$

$$\begin{array}{ccc} C & D & U \\ & 1 & 2 \\ \times & & 3 \\ \hline & 3 & 6 \end{array}$$

Se multiplican las decenas: $3\times1=3$

Por lo tanto, $12\times3=$ **36**

b)

$$\begin{array}{ccc} C & D & U \\ & 4 & 3 \\ \times & & 6 \\ \hline & {}^{1} & 8 \end{array}$$

Se multiplican las unidades: $6\times3=18$. Como $18>9$. Se ubica el 8 en la columna U y se lleva el 1 a la columna D.

$$\begin{array}{ccc} C & D & U \\ & 4 & 3 \\ \times & & 6 \\ \hline 2 & 5 & 8 \end{array}$$

Se multiplica 6 por 4, es decir $6\times4=24$ y se suma el 1 que se llevó: $24+1=25$.

Por lo tanto, $43\times6=$ **258**

c)

$$\begin{array}{ccc} C & D & U \\ & 3 & 2 \\ \times & 1 & 8 \\ \hline 2 & 5 & 6 \end{array}$$

Se multiplica 8 por 32, es decir $8\times32=256$

$$\begin{array}{cccc} C & D & U & \\ & 3 & 2 & \\ \times & 1 & 8 & \\ \hline 2 & 5 & 6 & \\ 3 & 2 & & \end{array}$$

Se multiplica 1 por 32, es decir $1\times32=32$ y este se coloca debajo de 256 hacia la izquierda.

$$\begin{array}{cccc} & C & D & U \\ & & 3 & 2 \\ \times & & 1 & 8 \\ \hline & 2 & 5 & 6 \\ + & 3 & 2 & \\ \hline & 5 & 7 & 6 \end{array}$$

Se efectúa la suma indicada.

Por lo tanto, $32\times18=$ **576**

C3: Multiplicación de números naturales

P Efectúe las siguientes multiplicaciones:

a) 12×3 b) 43×6 c) 32×18

S

a) $\begin{array}{rr} 1 & 2 \\ \times & 3 \\ \hline 3 & 6 \end{array}$ b) $\begin{array}{rrr} & 4 & 3 \\ \times & & 6 \\ \hline 2 & 5^{1} & 8 \end{array}$ c) $\begin{array}{rrr} & 3 & 2 \\ \times & 1 & 8 \\ \hline 2 & 5^{1} & 6 \\ 3 & 2 & \\ \hline 5 & 7 & 6 \end{array}$

E 1. Efectúe las siguientes multiplicaciones:

a) $\begin{array}{rr} 1 & 0 \\ \times & 5 \\ \hline 5 & 0 \end{array}$ b) $\begin{array}{rr} 1 & 4 \\ \times & 2 \\ \hline 2 & 8 \end{array}$ c) $\begin{array}{rrr} & 2 & 1 \\ \times & & 6 \\ \hline 1 & 2 & 6 \end{array}$ d) $\begin{array}{rr} 2 & 5 \\ \times & 3 \\ \hline 7^{1} & 5 \end{array}$ e) $\begin{array}{rr} 1 & 6 \\ \times & 4 \\ \hline 6^{2} & 4 \end{array}$

f) $\begin{array}{rrr} & 1 & 9 \\ \times & & 6 \\ \hline 1 & 1^{5} & 4 \end{array}$ g) $\begin{array}{rrr} 1 & 2 & 9 \\ \times & & 2 \\ \hline 2 & 5^{1} & 8 \end{array}$ h) $\begin{array}{rrr} & 1 & 1 \\ \times & 1 & 8 \\ \hline & 8 & 8 \\ + 1 & 1 & \\ \hline 1 & 9 & 8 \end{array}$

i) $\begin{array}{rrr} & 2 & 7 \\ \times & 3 & 1 \\ \hline & 2 & 7 \\ +8^{2} & 1 & \\ \hline 8 & 3 & 7 \end{array}$ j) $\begin{array}{rrrr} & & 3 & 7 \\ & \times & 4 & 5 \\ \hline & 1 & 8^{3} & 5 \\ +1 & 4^{2} & 8 & \\ \hline 1 & 6 & 6 & 5 \end{array}$

2. *Leer pregunta en LT.*

a) $12\times4=48$ / Respuesta: 48 sacos

b) $74\times6=444$ / Respuesta: 444 pasajeros

Contenido 4 División de números naturales

Contenido 4: División de números naturales

P

Efectúe las siguientes divisiones:

a) $12 \div 4$ b) $25 \div 6$ c) $72 \div 4$

Términos de la división:

dividendo ← 8 | 3 → divisor
− 6   2 → cociente
2 → residuo

S

a) $12 \div 4 = \square$

¿Qué número multiplicado por 4 da 12?

$4 \times 1 = 4$
$4 \times 2 = 8$
$4 \times 3 = 12$

Por lo tanto, $12 \div 4 = $ **3**, siendo este el cociente y 0 el residuo.

b) $25 \div 6 = \square$

¿Qué número multiplicado por 6 da 25?

$6 \times 1 = 6$
$6 \times 2 = 12$
$6 \times 3 = 18$
$6 \times 4 = 24$
$6 \times 5 = 30$ Se pasa de 25

Por lo tanto, al efectuar $25 \div 6$ **el cociente es 4 y el residuo es 1**.

c)

$$\begin{array}{rr|l} 7 & 2 & 4 \\ \hline & & 1 \end{array}$$

Se encuentra el cociente de $7 \div 4$.

$$\begin{array}{rr|l} 7 & 2 & 4 \\ -4 & & 1 \\ \hline 3 & 2 & \end{array}$$

Se multiplica 4×1 y el resultado se resta al 7. Luego, se baja el 2 y se coloca al lado del 3.

$$\begin{array}{rr|l} 7 & 2 & 4 \\ -4 & & 18 \\ \hline 3 & 2 & \end{array}$$

Se encuentra el cociente de $32 \div 4$.

$$\begin{array}{rr|l} 7 & 2 & 4 \\ -4 & & 18 \\ \hline 3 & 2 & \\ -3 & 2 & \\ \hline & 0 & \end{array}$$

Se multiplica 4×8 y el resultado se resta al 32. El resultado es 0.

Por lo tanto, al efectuar $72 \div 4$ **el cociente es 18 y el residuo es 0**.

E

1. Efectúe las siguientes divisiones:

a) $8 \div 2$ b) $45 \div 5$ c) $56 \div 7$ d) $22 \div 3$ e) $70 \div 8$
f) $39 \div 9$ g) $90 \div 6$ h) $38 \div 2$ i) $59 \div 3$ j) $85 \div 4$

2. Resuelva el siguiente problema planteando la operación adecuada.

María compró 48 flores para repartirlas equitativamente en 3 floreros. ¿Cuántas flores se colocarán en cada florero?

6

Aprendizajes esperados

Aplica la división de números naturales en la solución de ejercicios.

Secuencia:

En la clase anterior se recordaron las tablas de multiplicar para efectuar multiplicaciones. Aquí se utilizan para dividir y, además, se recuerdan los términos de la división.

Puntos esenciales:

Identificar correctamente los términos de la división.

Recordar el algoritmo de la división.

Aclarar que aquí se dividen números naturales así que el residuo será menor que el divisor o cero y hasta que se cumple una de estas dos condiciones termina el proceso de dividir.

C4: División de números naturales

P Efectúe las siguientes divisiones:

a) $12 \div 4$ b) $25 \div 6$ c) $72 \div 4$

S a)

$4 \times \square = 12$
$4 \times 1 = 4$
$4 \times 2 = 8$
$4 \times 3 = 12$
$12 \div 4 = \boxed{3}$

b)

$6 \times \square = 25$
$6 \times 4 = 24$
$6 \times 5 = 30$
$25 - 24 = 1$
cociente: 4
residuo: 1

c)

$$\begin{array}{rr|l} 7 & 2 & 4 \\ -4 & & 18 \\ \hline 3 & 2 & \\ -3 & 2 & \\ \hline & 0 & \end{array}$$

cociente: 18
residuo: 0

E Efectúe las siguientes divisiones:

a) $8 \div 2 = 4$

b) $45 \div 5 = 9$

c) $56 \div 7 = 8$

d) $22 \div 3$

$$\begin{array}{rr|l} 2 & 2 & 3 \\ -2 & 1 & 7 \\ \hline & 1 & \end{array}$$

cociente: 7
residuo: 1

e) $70 \div 8$

$$\begin{array}{rr|l} 7 & 0 & 8 \\ -6 & 4 & 8 \\ \hline & 6 & \end{array}$$

cociente: 8
residuo: 6

f) $39 \div 9$

$$\begin{array}{rr|l} 3 & 9 & 9 \\ -3 & 6 & 4 \\ \hline & 3 & \end{array}$$

cociente: 4
residuo: 3

g) $90 \div 6$

$$\begin{array}{rr|l} 9 & 0 & 6 \\ -6 & & 15 \\ \hline 3 & 0 & \\ -3 & 0 & \\ \hline & 0 & \end{array}$$

cociente: 15
residuo: 0

h) $38 \div 2$

$$\begin{array}{rr|l} 3 & 8 & 2 \\ -2 & & 19 \\ \hline 1 & 8 & \\ -1 & 8 & \\ \hline & 0 & \end{array}$$

cociente: 19
residuo: 0

Contenido 5 Operaciones combinadas

Aprendizajes esperados

Aplica operaciones combinadas en la solución de ejercicios.

Secuencia:

Luego de estudiar las cuatro operaciones básicas, en esta clase se estudian operaciones combinadas sin y con paréntesis.

Este tema se retomará con números enteros en la siguiente unidad, así que es muy importante que los estudiantes se apropien del orden de prioridad de las operaciones.

Puntos esenciales:

Enfatizar el orden en el que se deben efectuar las operaciones cuando no hay paréntesis.

Recordar que cuando se presentan operaciones combinadas con paréntesis primero se efectúan las operaciones indicadas dentro de los paréntesis y luego se sigue el orden de prioridad de las operaciones.

En la resolución del problema se debe analizar la situación, plantear las operaciones que se deben efectuar y calcular el resultado.

Contenido 5: Operaciones combinadas

P

Efectúe las siguientes operaciones:

a) $20-5\times4\div2$ b) $7-6\div(4-2)$

S

a) $20-5\times4\div2=20-20\div2$ Se efectúa 5×4

$=20-10$ Se efectúa $20\div2$

$=\mathbf{10}$

b) $7-6\div(4-2)=7-6\div2$ Se efectúa $4-2$

$=7-3$ Se efectúa $6\div2$

$=\mathbf{4}$

Orden de prioridad de las operaciones
1. Las que están en paréntesis.
2. Las multiplicaciones y divisiones de izquierda a derecha.
3. Las sumas y restas de izquierda a derecha.

E

1. Efectúe las siguientes operaciones:

a) $12+8\div2$ b) $35-4\times3$ c) $3\div(9-6)$

d) $5\times(3+4)$ e) $12-2\times(6-3)$ f) $8+36\div(9-5)$

2. Resuelva el siguiente problema planteando la operación adecuada.

En un tanque que contiene 45 litros de agua se conecta una manguera que agrega 9 litros por minuto, ¿cuántos litros de agua habrá en el tanque después de 7 minutos?

C5: Operaciones combinadas

P Efectúe las siguientes operaciones:

a) $20-5\times4\div2$ b) $7-6\div(4-2)$

S a) $20-5\times4\div2=20-20\div2$
$=20-10$
$=10$

b) $7-6\div(4-2)=7-6\div2$
$=7-3$
$=4$

Orden de prioridad de las operaciones:
1. Las que están en paréntesis.
2. Las multiplicaciones y divisiones de izquierda a derecha.
3. Las sumas y restas de izquierda a derecha.

E 1. Efectúe las siguientes operaciones:

a) $12+8\div2=12+4$
$=16$

b) $35-4\times3=35-12$
$=23$

c) $3\div(9-6)=3\div3$
$=1$

d) $5\times(3+4)=5\times7$
$=35$

e) $12-2\times(6-3)=12-2\times3$
$=12-6$
$=6$

f) $8+36\div(9-5)=8+36\div4$
$=8+9$
$=17$

2. *Leer pregunta en LT.*

$45+(9\times7)=45+63=108$

$$\begin{array}{r} 45 \\ +\ 63 \\ \hline 108 \end{array}$$

Respuesta: 108 litros

Contenido 1 Mínimo común múltiplo (m.c.m.)

Unidad 1: Operaciones con Números Naturales, Fracciones y Decimales

Sección 2: Operaciones con fracciones y decimales

Contenido 1: Mínimo común múltiplo (m.c.m.)

P

a) Escriba los múltiplos de 2 y 3 que sean menores o iguales que 30.

b) Utilice los resultados de a) para encontrar los múltiplos comunes de 2 y 3 menores o iguales que 30. ¿Cuál de ellos es el menor?

S

a) Múltiplos de 2: 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30

Múltiplos de 3: 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30

b) Los múltiplos comunes de 2 y 3 menores o iguales que 30 son 6, 12, 18, 24 y 30. Dentro de estos, 6 es el menor múltiplo común.

C

El menor de los múltiplos comunes de dos números se llama **mínimo común múltiplo** (m.c.m.) de estos números.

Ejemplo Encuentre el m.c.m. de 9 y 12.

Forma 1

Múltiplos de 9: 9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, …

Múltiplos de 12: 12, 24, 36, 48, 60, 72, …

Por lo tanto, el m.c.m. de 9 y 12 es **36**.

Forma 2

9	12	3
3	4	3
1	4	2
	2	2
	1	

$3 \times 3 \times 2 \times 2 = 36$

1. Se divide por factores primos comunes y luego en no comunes.
2. Se efectúan divisiones sucesivas hasta obtener cociente 1.

Por lo tanto, el m.c.m. de 9 y 12 es **36**.

E

Encuentre el mínimo común múltiplo de cada pareja de números, por cualquiera de las formas.

a) 2 y 5 b) 2 y 7 c) 4 y 6 d) 5 y 15

e) 7 y 12 f) 8 y 12 g) 7 y 21 h) 10 y 12

8

Aprendizajes esperados

Calcula mínimo común múltiplo (m.c.m.) de dos números.

Secuencia:

Esta sección inicia con el estudio del concepto de mínimo común múltiplo (m.c.m.), el cual se usará en la suma y resta de fracciones con distintos denominadores.

Para introducir este concepto se utiliza la idea de múltiplo estudiada en primaria.

Puntos esenciales:

Recordar que los múltiplos de un número se obtienen multiplicando el número por cada número natural.

El menor de los múltiplos comunes de dos números se llama mínimo común múltiplo (m.c.m.). Esto quiere decir que el m.c.m. de dos números es múltiplo de cada número y, además, divide a cualquier otro múltiplo común.

Se presentan dos maneras de calcular el m.c.m., pero se recomienda que se utilice la forma 2 para calcular el m.c.m. en los ejercicios.

S2: Operaciones con fracciones y decimales
C1: Mínimo común múltiplo (m.c.m.)

P a) Múltiplos de 2 y 3 menores o iguales a 30
b) Múltiplos comunes de 2 y 3

S a) Múltiplos de 2: 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30
Múltiplos de 3: 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30
b) 6, 12, 18, 24 y 30

C *Leer en LT.*

Ej Encuentre el m.c.m. de 9 y 12

Forma 1

9: 9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, ...
12: 12, 24, 36, 48, 60, ...

El m.c.m. de 9 y 12 es 36

Forma 2

9	12	3
3	4	3
1	4	2
	2	2
	1	

$3 \times 3 \times 2 \times 2 = 36$

E Encuentre el m.c.m de cada pareja de números.

a) 2 y 5
El m.c.m. es 10

b) 2 y 7
2: 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14...
7: 7, 14, 21, 28...
El m.c.m. es 14

c) 4 y 6

4	6	2
2	3	2
1	3	3
	1	

$2 \times 2 \times 3 = 12$
El m.c.m. es 12

d) 5 y 15

5	15	5
1	3	3
	1	

$5 \times 3 = 15$
El m.c.m. es 15

e) 7 y 12

7	12	7
1	12	3
	4	2
	2	2
	1	

$7 \times 3 \times 2 \times 2 = 84$
El m.c.m. es 84

f) 8 y 12

8	12	2
4	6	2
2	3	2
1	3	3
	1	

$2 \times 2 \times 2 \times 3 = 24$
El m.c.m. es 24

g) 7 y 21

7	21	7
1	3	3
	1	

$7 \times 3 = 21$
El m.c.m. es 21

h) 10 y 12

10	12	2
5	6	5
1	6	2
	3	3
	1	

$2 \times 5 \times 2 \times 3 = 60$
El m.c.m. es 60

Contenido 2 Adición y sustracción de fracciones

Aprendizajes esperados

Aplica la adición y sustracción de fracciones en la solución de ejercicios.

Secuencia:

Así como en la primera sección se estudiaron las operaciones con números naturales, ahora se estudian las operaciones con fracciones.

Se inicia con la suma y resta de fracciones con iguales o distintos denominadores.

Puntos esenciales:

Hacer notar que cuando se indica la suma o resta de fracciones primero se debe identificar si las fracciones tienen iguales o distintos denominadores.

En el caso que las fracciones tengan iguales denominadores se suman o se restan los numeradores y se conserva el denominador, pero cuando tienen distintos denominadores se debe tener presente que se requiere del cálculo del m.c.m. para la amplificación de fracciones y así tener fracciones con iguales denominadores.

Algunos ejemplos de errores comunes son los siguientes:

$\frac{1}{2} + \frac{9}{2} = \frac{10}{4}$, $\frac{3}{2} + \frac{5}{3} = \frac{8}{5}$

Contenido 2: Adición y sustracción de fracciones

P_1 Efectúe las siguientes operaciones:

a) $\frac{4}{5} + \frac{3}{5}$ b) $\frac{7}{5} - \frac{3}{5}$

3 ←Numerador
5 ←Denominador

S_1

a) $\frac{4}{5} + \frac{3}{5} = \frac{4+3}{5} = \frac{7}{5}$ Se suman los numeradores 4 y 3 y se mantiene el denominador 5.

b) $\frac{7}{5} - \frac{3}{5} = \frac{7-3}{5} = \frac{4}{5}$ Se restan los numeradores 7 y 3 y se mantiene el denominador 5.

E_1 Efectúe las siguientes operaciones:

a) $\frac{5}{3} + \frac{2}{3}$ b) $\frac{1}{5} + \frac{2}{5}$ c) $\frac{3}{11} + \frac{2}{11}$ d) $\frac{7}{3} - \frac{6}{3}$ e) $\frac{4}{7} - \frac{2}{7}$ f) $\frac{7}{9} - \frac{2}{9}$

P_2 Efectúe las siguientes operaciones:

a) $\frac{1}{3} + \frac{2}{5}$ b) $\frac{3}{4} - \frac{1}{8}$

S_2

a) $\frac{1}{3} + \frac{2}{5} = \frac{5}{15} + \frac{6}{15} = \frac{5+6}{15} = \mathbf{\frac{11}{15}}$

Se convierten las fracciones $\frac{1}{3}$ y $\frac{2}{5}$ en fracciones equivalentes con denominador el m.c.m de 3 y 5 que es 15.

Se suman los numeradores 5 y 6 y se mantiene el denominador 15.

$\frac{1}{3} \overset{\times 5}{=} \frac{5}{15}$ $\frac{2}{5} \overset{\times 3}{=} \frac{6}{15}$

b) $\frac{3}{4} - \frac{1}{8} = \frac{6}{8} - \frac{1}{8} = \frac{6-1}{8} = \mathbf{\frac{5}{8}}$

Se convierten las fracciones $\frac{3}{4}$ y $\frac{1}{8}$ en fracciones equivalentes con denominador el m.c.m de 4 y 8 que es 8.

Se restan los numeradores 6 y 1 y se escribe el denominador 8.

$\frac{3}{4} \overset{\times 2}{=} \frac{6}{8}$

E_2 Realice las siguientes adiciones y sustracciones de fracciones:

a) $\frac{3}{2} + \frac{1}{3}$ b) $\frac{1}{3} + \frac{1}{4}$ c) $\frac{2}{5} + \frac{2}{7}$ d) $\frac{2}{3} - \frac{1}{2}$ e) $\frac{1}{3} - \frac{1}{7}$ f) $\frac{5}{6} - \frac{2}{9}$

C2: Adición y sustracción de fracciones

P1 Efectúe las siguientes operaciones:

a) $\frac{4}{5} + \frac{3}{5}$ b) $\frac{7}{5} - \frac{3}{5}$

S1 a) $\frac{4}{5} + \frac{3}{5} = \frac{4+3}{5} = \frac{7}{5}$ Sumar los numeradores y mantener el denominador

b) $\frac{7}{5} - \frac{3}{5} = \frac{7-3}{5} = \frac{4}{5}$ Restar los numeradores y mantener el denominador

E1 Efectúe las siguientes operaciones:

a) $\frac{5}{3} + \frac{2}{3} = \frac{7}{3}$ b) $\frac{1}{5} + \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$ c) $\frac{3}{11} + \frac{2}{11} = \frac{5}{11}$

d) $\frac{7}{3} - \frac{6}{3} = \frac{1}{3}$ e) $\frac{4}{7} - \frac{2}{7} = \frac{2}{7}$ f) $\frac{7}{9} - \frac{2}{9} = \frac{5}{9}$

P2 Efectúe las siguientes operaciones:

S2 a) $\frac{1}{3} + \frac{2}{5} = \frac{5}{15} + \frac{6}{15} = \frac{5+6}{15} = \frac{11}{15}$ 15 es m.c.m de 3 y 5

b) $\frac{3}{4} - \frac{1}{8} = \frac{6}{8} - \frac{1}{8} = \frac{6-1}{8} = \frac{5}{8}$ 8 es m.c.m de 4 y 8

E2 a) $\frac{3}{2} + \frac{1}{3} = \frac{9}{6} + \frac{2}{6} = \frac{9+2}{6} = \frac{11}{6}$

b) $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \frac{4+3}{12} = \frac{7}{12}$

c) $\frac{2}{5} + \frac{2}{7} = \frac{14}{35} + \frac{10}{35} = \frac{24}{35}$

d) $\frac{2}{3} - \frac{1}{2} = \frac{4}{6} - \frac{3}{6} = \frac{4-3}{6} = \frac{1}{6}$

e) $\frac{1}{3} - \frac{1}{7} = \frac{7}{21} - \frac{3}{21} = \frac{4}{21}$

Contenido 3 Multiplicación de fracciones

Contenido 3: Multiplicación de fracciones

P_1 Efectúe la multiplicación $3\times\frac{5}{7}$.

S_1

$3\times\frac{5}{7}=\frac{3\times5}{7}$

$=\frac{15}{7}$

Se multiplica 3 por 5 para obtener el numerador 15 y se escribe el mismo denominador 7.

C_1

Para multiplicar un número natural por una fracción se multiplica el natural por el numerador de la fracción y se escribe el denominador.

E_1

Efectúe las siguientes multiplicaciones y simplifique el resultado.

a) $2\times\frac{3}{7}$ b) $4\times\frac{2}{9}$ c) $3\times\frac{3}{10}$ d) $2\times\frac{5}{6}$ e) $12\times\frac{1}{8}$

P_2 Efectúe la multiplicación $\frac{10}{7}\times\frac{3}{5}$.

S_2

$\frac{10}{7}\times\frac{3}{5}=\frac{\overset{2}{\cancel{10}}\times3}{7\times\underset{1}{\cancel{5}}}$

$=\frac{6}{7}$

Se simplifica el producto indicado de los numeradores 10 y 3 y denominadores 7 y 5.

C_2

Para multiplicar fracciones:

1. Se indica el producto del numerador y denominador para obtener el numerador y denominador resultante.
2. Se simplifica de ser posible y luego se efectúan los productos resultantes.

E_2

Efectúe las siguientes multiplicaciones de fracciones y simplifique el resultado.

a) $\frac{1}{7}\times\frac{2}{5}$ b) $\frac{2}{3}\times\frac{4}{7}$ c) $\frac{5}{8}\times\frac{1}{5}$ d) $\frac{1}{2}\times\frac{4}{7}$ e) $\frac{3}{10}\times\frac{2}{9}$

10

Aprendizajes esperados

Aplica la multiplicación de fracciones en la solución de ejercicios.

Secuencia:

En la clase anterior se efectuaron sumas y restas de fracciones. Aquí se estudia la multiplicación de un número natural por una fracción y la multiplicación de fracciones, que servirán de base para la multiplicación de fracciones positivas y negativas en la unidad 2.

Puntos esenciales:

Para multiplicar un número natural por una fracción se multiplica el natural por el numerador de la fracción y se conserva el denominador. En los casos que sea posible, se simplifica el denominador, con uno de los factores del numerador, antes de efectuar la multiplicación.

Para efectuar la multiplicación de fracciones se multiplica numerador por numerador y denominador por denominador y en los casos que sea posible, se simplifican numeradores y denominadores antes de efectuar la multiplicación, lo que facilita los cálculos.

Hacer notar que a diferencia de la suma y resta de fracciones no interesa si estas tienen iguales o diferentes denominadores.

C3: Multiplicación de fracciones

P1 Efectúe la siguiente multiplicación:

S1 $3\times\frac{5}{7}=\frac{3\times5}{7}=\frac{15}{7}$

C1 *Leer en LT.*

E1 Efectúe las siguientes multiplicaciones y simplifique el resultado.

a) $2\times\frac{3}{7}=\frac{2\times3}{7}=\frac{6}{7}$ b) $4\times\frac{2}{9}=\frac{4\times2}{9}=\frac{8}{9}$

c) $3\times\frac{3}{10}=\frac{3\times3}{10}=\frac{9}{10}$ d) $2\times\frac{5}{6}=\frac{\overset{1}{\cancel{2}}\times5}{\underset{3}{\cancel{6}}}=\frac{5}{3}$

e) $\overset{3}{\cancel{12}}\times\frac{1}{\underset{2}{\cancel{8}}}=\frac{3}{2}$

P2 Efectúe la siguiente multiplicación:

S2 $\frac{10}{7}\times\frac{3}{5}=\frac{\overset{2}{\cancel{10}}\times3}{7\times\underset{1}{\cancel{5}}}=\frac{6}{7}$

C2 *Leer en LT.*

E2 a) $\frac{1}{7}\times\frac{2}{5}=\frac{1\times2}{7\times5}=\frac{2}{35}$ b) $\frac{2}{3}\times\frac{4}{7}=\frac{2\times4}{3\times7}=\frac{8}{21}$

c) $\frac{5}{8}\times\frac{1}{5}=\frac{\cancel{5}\times1}{8\times\cancel{5}}=\frac{1}{8}$ d) $\frac{1}{2}\times\frac{4}{7}=\frac{1\times\overset{2}{\cancel{4}}}{\cancel{2}\times7}=\frac{2}{7}$

e) $\frac{3}{10}\times\frac{2}{9}=\frac{\cancel{3}\times\cancel{2}}{\underset{5}{\cancel{10}}\times\underset{3}{\cancel{9}}}=\frac{1}{15}$

Contenido 4 División de fracciones

Aprendizajes esperados

Aplica la división de fracciones en la solución de ejercicios.

Secuencia:

Anteriormente se estudió la multiplicación de fracciones. En esta clase se estudia la división de una fracción por un natural y la división de fracciones, que servirán de base para la división de fracciones positivas y negativas en la unidad 2.

Puntos esenciales:

Para dividir un número natural por una fracción se escribe el mismo numerador y se multiplica el natural por el denominador de la fracción.

Para efectuar la división de fracciones se cambia la división por una multiplicación invirtiendo la fracción divisor y luego se desarrolla el producto indicado. Resaltar el hecho que es el divisor y no el dividendo el que se invierte.

Recordar que siempre que sea posible se deben simplificar numerador y denominador.

Contenido 4: División de fracciones

P1 Efectúe la división $\frac{3}{5} \div 4$.

S1

$$\frac{3}{5} \div 4 = \frac{3}{5 \times 4}$$

Se multiplica 4 por 5, cuyo resultado 20 es el nuevo denominador y se mantiene el numerador.

$$= \frac{3}{20}$$

C1 Para dividir una fracción por un número natural se multiplica el natural por el denominador de la fracción y se mantiene el numerador.

E1 Efectúe las siguientes divisiones y simplifique el resultado.

a) $\frac{2}{5} \div 3$ b) $\frac{1}{3} \div 3$ c) $\frac{4}{7} \div 2$ d) $\frac{6}{5} \div 4$ e) $\frac{5}{6} \div 10$

P2 Efectúe la división $\frac{5}{4} \div \frac{3}{8}$.

S2

$$\frac{5}{4} \div \frac{3}{8} = \frac{5}{4} \times \frac{8}{3}$$

Se cambia la división por la multiplicación invirtiendo el divisor $\frac{3}{8}$

$$= \frac{5 \times \overset{2}{\cancel{8}}}{\underset{1}{\cancel{4}} \times 3}$$

Si es posible, se simplifican numeradores y denominadores.

$$= \frac{10}{3}$$

Se efectúan las operaciones indicadas en el numerador y denominador.

C2 Para dividir fracciones:

1. Se cambia la división por una multiplicación invirtiendo la fracción divisor.
2. Se realizan los pasos de la multiplicación de fracciones.

E2 Efectúe las siguientes divisiones de fracciones y simplifique el resultado.

a) $\frac{1}{2} \div \frac{3}{5}$ b) $\frac{2}{3} \div \frac{3}{4}$ c) $\frac{1}{5} \div \frac{7}{10}$ d) $\frac{2}{7} \div \frac{8}{21}$ e) $\frac{5}{4} \div \frac{15}{8}$

C4: División de fracciones

P1 Efectúe la siguiente división:

S1 $\frac{3}{5} \div 4 = \frac{3}{5 \times 4} = \frac{3}{20}$

C1 *Leer en LT.*

E1 Efectúe las siguientes divisiones y simplifique el resultado.

a) $\frac{2}{5} \div 3 = \frac{2}{5 \times 3} = \frac{2}{15}$

b) $\frac{1}{3} \div 3 = \frac{1}{3 \times 3} = \frac{1}{9}$

c) $\frac{4}{7} \div 2 = \frac{\overset{2}{\cancel{4}}}{7 \times \underset{1}{\cancel{2}}} = \frac{2}{7}$

d) $\frac{6}{5} \div 4 = \frac{\overset{3}{\cancel{6}}}{5 \times \underset{2}{\cancel{4}}} = \frac{3}{10}$

e) $\frac{5}{6} \div 10 = \frac{\overset{1}{\cancel{5}}}{6 \times \underset{2}{\cancel{10}}} = \frac{1}{12}$

P2 Efectúe la siguiente división:

S2 $\frac{5}{4} \div \frac{3}{8} = \frac{5}{4} \times \frac{8}{3} = \frac{5 \times \overset{2}{\cancel{8}}}{\underset{1}{\cancel{4}} \times 3}$

$= \frac{10}{3}$

C2 *Leer en LT.*

E2

a) $\frac{1}{2} \div \frac{3}{5} = \frac{1}{2} \times \frac{5}{3} = \frac{5}{6}$

b) $\frac{2}{3} \div \frac{3}{4} = \frac{2}{3} \times \frac{4}{3} = \frac{8}{9}$

c) $\frac{1}{5} \div \frac{7}{10} = \frac{1 \times \overset{2}{\cancel{10}}}{\cancel{5} \times 7} = \frac{2}{7}$

d) $\frac{2}{7} \div \frac{8}{21} = \frac{\cancel{2} \times \overset{3}{\cancel{21}}}{\cancel{7} \times \underset{4}{\cancel{8}}} = \frac{3}{4}$

e) $\frac{5}{4} \div \frac{15}{8} = \frac{\cancel{5} \times \overset{2}{\cancel{8}}}{\cancel{4} \times \underset{3}{\cancel{15}}} = \frac{2}{3}$

Contenido 5 Adición y sustracción de decimales

Contenido 5: Adición y sustracción de decimales

P

Efectúe las siguientes operaciones:

a) 1,3+3,5 b) 6,3−2,4

unidad ← 1, 2 3 → centésimas; décimas

S

a)
$$\begin{array}{r} 1,3 \\ +\ 3,5 \\ \hline 4,8 \end{array}$$

Se alinean los números, haciendo corresponder en columna las unidades 1 y 3 y las décimas 3 y 5. Luego se suman.

Por lo tanto, 1,3+3,5=**4,8**

b)
$$\begin{array}{r} \overset{5}{\cancel{6}},3 \\ -\ 2,4 \\ \hline 3,9 \end{array}$$

Se alinean los números, haciendo corresponder en columna las unidades 6 y 2 y las décimas 3 y 4. Luego se restan.

Por lo tanto, 6,3−2,4=**3,9**

C

Para sumar o restar números con una cifra decimal se ubican los números haciendo coincidir en una misma columna las unidades y las décimas y después se suman o se restan.

E1

Efectúe las siguientes operaciones con decimales:

a) 1,3+3,1 b) 2,8+6,3 c) 3,4−2,1 d) 7,5−1,9

Ejemplo

Efectúe las siguientes operaciones:

a) 1,35+3,56 b) 7,38−2,43

a)
$$\begin{array}{r} 1,3\ 5 \\ +\ 3,5\ 6 \\ \hline 4,9\ 1 \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{r} 7,3\ 8 \\ -\ 2,4\ 3 \\ \hline 4,9\ 5 \end{array}$$

Por lo tanto, 1,35+3,56=**4,91**

Por lo tanto, 7,38−2,43=**4,95**

E2

1. Efectúe las siguientes operaciones con decimales.

a) 3,64+2,15 b) 5,17+4,54 c) 4,38−2,13 d) 5,36−4,19

2. Resuelva los siguientes problemas planteando en cada caso la operación adecuada.

a) Doña María compra en una pulpería una galleta en C$5,50 y una golosina en C$3,25. ¿Cuánto gasta doña María en la compra?

b) En un recipiente hay 3,52 *kg* de azúcar. Si se usa 2,34 *kg* para endulzar refrescos, ¿cuántos *kg* de azúcar quedan en el recipiente?

Aprendizajes esperados

Aplica la adición y sustracción de decimales en la solución de ejercicios.

Secuencia:

Anteriormente se efectuaron operaciones con fracciones, en esta clase se estudia la adición y sustracción de decimales, siguiendo el mismo tratamiento de la adición y sustracción de números naturales de la sección anterior.

Esta clase sirve como base para la adición y sustracción de decimales positivos y negativos en la siguiente unidad.

Puntos esenciales:

Recordar los nombres de las posiciones a la derecha de la coma decimal, para luego con ayuda de la caja de valores explicar cómo se realiza la suma o resta de decimales.

En la resolución de los problemas se debe analizar la situación, plantear las operaciones que se deben efectuar y calcular el resultado.

C5: Adición y sustracción de decimales

P Efectúe las siguientes operaciones:

a) 1,3 + 3,5 b) 6,3 − 2,4

S

$$\begin{array}{rrr} & U & D \\ & 1, & 3 \\ + & 3, & 5 \\ \hline & 4, & 8 \end{array} \qquad \begin{array}{rrr} & U & D \\ & \overset{5}{\cancel{6}}, & 3 \\ - & 2, & 4 \\ \hline & 3, & 9 \end{array}$$

C *Leer en LT.*

E1 Efectúe las siguientes operaciones:

a)
$$\begin{array}{rrr} & 1, & 3 \\ + & 3, & 1 \\ \hline & 4, & 4 \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{rrr} & \overset{1}{2}, & 8 \\ + & 6, & 3 \\ \hline & 9, & 1 \end{array}$$

c)
$$\begin{array}{rrr} & 3, & 4 \\ - & 2, & 1 \\ \hline & 1, & 3 \end{array}$$

d)
$$\begin{array}{rrr} & \overset{6}{\cancel{7}}, & 5 \\ - & 1, & 9 \\ \hline & 5, & 6 \end{array}$$

Ej Efectúe las siguientes operaciones:

a)
$$\begin{array}{rrrr} & 1, & \overset{1}{3} & 5 \\ + & 3, & 5 & 6 \\ \hline & 4, & 9 & 1 \end{array}$$

Unidad Décimas Centésimas

b)
$$\begin{array}{rrrr} & \overset{6}{\cancel{7}}, & 3 & 8 \\ - & 2, & 4 & 3 \\ \hline & 4, & 9 & 5 \end{array}$$

E2 *Leer en LT.*

1. a)
$$\begin{array}{rrrr} & 3, & 6 & 4 \\ + & 2, & 1 & 5 \\ \hline & 5, & 7 & 9 \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{rrrr} & 5, & \overset{1}{1} & 7 \\ + & 4, & 5 & 4 \\ \hline & 9 & 7 & 1 \end{array}$$

c)
$$\begin{array}{rrrr} & 4, & 3 & 8 \\ - & 2, & 1 & 3 \\ \hline & 2, & 2 & 5 \end{array}$$

d)
$$\begin{array}{rrrr} & 5, & \overset{2}{\cancel{3}} & 6 \\ - & 4, & 1 & 9 \\ \hline & 1 & 1 & 7 \end{array}$$

2. a)
$$\begin{array}{rrrr} & 5, & 5 & 0 \\ - & 3, & 2 & 5 \\ \hline & 8, & 7 & 5 \end{array}$$

Gasta C$ 8,75

b)
$$\begin{array}{rrrr} & 3, & \overset{4}{\cancel{5}} & 2 \\ - & 2, & 3 & 4 \\ \hline & 1, & 1 & 8 \end{array}$$

Queda C$ 1,18 Kg

Contenido 6 Multiplicación de decimales

Aprendizajes esperados

Aplica la multiplicación de decimales en la solución de ejercicios.

Secuencia:

En la clase anterior se efectuaron sumas y restas de decimales. Aquí se estudia la multiplicación de un decimal por un natural y la multiplicación de decimales, haciendo referencia a la multiplicación de números naturales estudiada en la sección anterior.

Esta clase sirve como base para la multiplicación de decimales positivos y negativos en la siguiente unidad.

Puntos esenciales:

Hacer notar que la multiplicación de decimales se efectúa como si fuesen números naturales, con la diferencia de que se debe alinear la coma decimal antes de efectuar la multiplicación y el resultado tendrá tantas cifras decimales como las que tengan los dos factores juntos.

En la resolución del problema se debe analizar la situación, plantear la multiplicación que se debe efectuar y calcular el resultado.

Sección 2: Operaciones con fracciones y decimales

Contenido 6: Multiplicación de decimales

P1 Efectúe la multiplicación: $3{,}2\times3$.

S1

$$\begin{array}{rl} 3{,}2 & \leftarrow \text{1 cifra decimal} \\ \times\ \ 3 & \\ \hline 9{,}6 & \leftarrow \text{1 cifra decimal} \end{array}$$

Por lo tanto, $3{,}2\times3=$ **9,6**

C1

Para multiplicar un número con una cifra decimal por un natural de una cifra :
1. Se multiplican los dos números como naturales.
2. Se coloca la coma en el resultado de manera que haya una cifra decimal.

E1 Efectúe las siguientes multiplicaciones:

a) $2{,}4\times3$ b) $1{,}8\times4$ c) $3{,}5\times6$

P2 Efectúe la multiplicación: $3{,}2\times2{,}3$.

S2

$$\begin{array}{rl} 3{,}2 & \leftarrow \text{1 cifra decimal} \\ \times\ 2{,}3 & \leftarrow \text{1 cifra decimal} \\ \hline 9\ 6 & \\ +\ 6\ 4\ \ & \\ \hline 7{,}3\ 6 & \leftarrow \text{2 cifras decimales} \end{array}$$

El resultado debe tener tantas cifras decimales como los dos factores juntos.

Por lo tanto, $3{,}2\times2{,}3=$ **7,36**

C2

Para multiplicar dos números con una cifra decimal cada uno:
1. Se multiplican los dos números como naturales.
2. Se coloca la coma en el resultado de manera que haya dos cifras decimales.

E2
1. Efectúe las siguientes multiplicaciones:

   a) $1{,}3\times2{,}2$ b) $1{,}5\times1{,}4$ c) $3{,}7\times2{,}9$

2. Resuelva el siguiente problema planteando la operación adecuada.

   Si 1 m de alambre pesa 2,3 g, ¿cuánto pesan 2,2 m de alambre?

C6: Multiplicación de decimales

P1 Efectúe la siguiente multiplicación: $3{,}2\times3$

S1

$$\begin{array}{r} 3{,}\ 2 \\ \times\quad 3 \\ \hline 9{,}\ 6 \end{array}$$

C1 *Leer en LT.*

E1 Efectúe las siguientes multiplicaciones:

a)
$$\begin{array}{r} 2{,}\ 4 \\ \times\quad 3 \\ \hline 7{,}^{1}\ 2 \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{r} 1{,}\ 8 \\ \times\quad 4 \\ \hline 7{,}^{3}\ 2 \end{array}$$

c)
$$\begin{array}{r} 3{,}\ 5 \\ \times\quad 6 \\ \hline 2\ 1{,}^{3}\ 0 \end{array}$$

P2 Efectúe la siguiente multiplicación: $3{,}2\times2{,}3$

S2

$$\begin{array}{rl} 3{,}\ 2 & \ldots\text{1 cifra decimal} \\ \times\ 2{,}\ 3 & \ldots\text{1 cifra decimal} \\ \hline 9\ \ 6 & \\ +\ 6\ \ 4\ \ \ & \\ \hline 7{,}\ 3\ \ 6 & \ldots\text{2 cifras decimales} \end{array}$$

C1 *Leer en LT.*

E2 1. Efectúe las siguientes multiplicaciones:

a)
$$\begin{array}{r} 1{,}\ 3 \\ \times\ 2{,}\ 2 \\ \hline 2\ \ 6 \\ 2\ \ 6\ \ \ \\ \hline 2{,}\ 8\ \ 6 \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{r} 1{,}\ 5 \\ \times\ 1{,}\ 4 \\ \hline 6^{2}\ \ 0 \\ 1\ \ 5\ \ \ \\ \hline 2{,}\ 1\ \ 0 \end{array}$$

c)
$$\begin{array}{r} 3{,}\ 7 \\ \times\ 2{,}\ 9 \\ \hline 3\ \ 3^{6}\ 3 \\ 7^{1}\ 4\ \ \ \\ \hline 1\ 0{,}\ 7\ \ 3 \end{array}$$

2. Si 1m de alambre pesa 2,3 g. ¿cuánto pesan 2,2 m de alambre?

$$\begin{array}{r} 2{,}\ 2 \\ \times\ 2{,}\ 3 \\ \hline 6\ \ 6 \\ 4\ \ 4\ \ \ \\ \hline 5{,}\ 0\ \ 6 \end{array}$$

$2{,}2\times2{,}3=5{,}06$ (g)

Contenido 7 División de un decimal por un natural

Unidad 1: Operaciones con Números Naturales, Fracciones y Decimales

Contenido 7: División de un decimal por un natural

P_1 Efectúe la división: 7,2÷4.

S_1

$$\begin{array}{r|l} 7,2 & 4 \\ \cline{2-2} -4 & 1,8 \\ \cline{1-1} 32 & \\ -32 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

Se divide 72 entre 4. El cociente tiene el mismo número de decimales del dividendo.

Por lo tanto, 72÷4 = **1,8**

C_1

Para dividir un decimal por un natural de una cifra:

1. Se hace la división normal como si el dividendo y el divisor fuesen naturales.
2. Se escribe una coma en el cociente cuando se baja la siguiente cifra a la coma decimal.

E_1 Efectúe las siguientes divisiones:

a) 8,4÷2 b) 5,1÷3 c) 7,8÷6

P_2 Efectúe la división: 2,4÷3.

S_2

$$\begin{array}{r|l} 2,4 & 3 \\ \cline{2-2} -\ 0 & 0,8 \\ \cline{1-1} 24 & \\ -24 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

Como 2 es menor que 3, se escribe el 0 en el cociente y se divide 24÷3. El cociente tiene la misma cantidad de decimales del dividendo.

Por lo tanto, 2,4÷3 = **0,8**

C_2

Para dividir un decimal por un número natural de una cifra que sea mayor:

1. Se escribe 0 en el cociente y se coloca la coma decimal.
2. Se efectúa la división como si el dividendo fuera un número natural.

E_2 Efectúe las siguientes divisiones:

a) 2,7÷3 b) 4,5÷5 c) 8,1÷9

14

Aprendizajes esperados

Aplica la división de un decimal por un natural en la solución de ejercicios.

Secuencia:

En la clase anterior se estudió la multiplicación de un decimal por un natural y la multiplicación de decimales. Aquí se estudia la división de un número decimal por un número natural, haciendo referencia a la división de números naturales estudiada en la sección anterior.

Puntos esenciales:

Hacer notar que la división de un natural por un decimal se efectúa como si fuesen números naturales, escribiendo una coma en el cociente después que se baja la siguiente cifra a la coma decimal.

Destacar que cuando el dividendo es menor que el divisor se escribe 0 en el cociente, se coloca la coma decimal y luego se efectúa la división como si fuesen naturales.

C7: División de un decimal por un natural

P1 Efectúe la siguiente división: 7,2 ÷ 4

S1

$$\begin{array}{r|l} 7,\ 2 & 4 \\ \cline{2-2} -\ 4 & 1,\ 8 \\ \cline{1-1} 3\ \ 2 & \\ -\ 3\ \ 2 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

C1 *Leer en LT.*

E1 Efectúe las siguientes divisiones:

a)
$$\begin{array}{r|l} 8,\ 4 & 2 \\ \cline{2-2} -\ 8 & 4,2 \\ \cline{1-1} 4 & \\ -\ 4 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{r|l} 5,\ 1 & 3 \\ \cline{2-2} -\ 3 & 1,7 \\ \cline{1-1} 2\ 1 & \\ -\ 2\ 1 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

c)
$$\begin{array}{r|l} 7,\ 8 & 6 \\ \cline{2-2} -\ 6 & 1,3 \\ \cline{1-1} 1\ 8 & \\ -\ 1\ 8 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

P2 Efectúe la división: 2,4 ÷ 3

S2

$$\begin{array}{r|l} 2,\ 4 & 3 \\ \cline{2-2} -\ 0 & 0,\ 8 \\ \cline{1-1} 2\ \ 4 & \\ -\ 2\ \ 4 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

C2 *Leer en LT.*

E2 Efectúe las siguientes divisiones:

a)
$$\begin{array}{r|l} 2,7 & 3 \\ \cline{2-2} -\ 0 & 0,9 \\ \cline{1-1} 2\ 7 & \\ -\ 2\ 7 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{r|l} 4,\ 5 & 5 \\ \cline{2-2} -\ 0 & 0,9 \\ \cline{1-1} 4\ 5 & \\ -\ 4\ 5 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

c)
$$\begin{array}{r|l} 8,1 & 9 \\ \cline{2-2} -\ 0 & 0,9 \\ \cline{1-1} 8\ 1 & \\ -\ 8\ 1 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

Prueba de Matemática 7mo (30min) **Fecha:_______**

Unidad 1: Operaciones con Números Naturales, Fracciones y Decimales

Nombre:________________________________ **Sección:____________**

Sexo: M / F

/20

1. Efectúe las siguientes operaciones: (2 puntos $\times$ 8 $=$ 16)

a) $32 + 5$

b) 43×6

c) $8 - 6 \div (4 - 2)$

d) $\frac{7}{5} - \frac{3}{5}$

e) $\frac{1}{3} + \frac{2}{5}$

f) $\frac{1}{2} \times \frac{4}{7}$

g) $1{,}3 + 3{,}5$

h) $2{,}4 \div 3$

2. En los siguientes problemas, plantee la operación adecuada y luego resuelva. (2 × 2 = 4)

a) Juan tiene 34 córdobas y María tiene 45 córdobas. ¿Cuántos córdobas tienen entre los dos?

b) Hay 68 caramelos y se reparten entre 4 personas. ¿Cuántos caramelos le toca a cada persona?

Unidad 2

Números Positivos y Negativos

Sección 1 Los números positivos, negativos y el cero

Sección 2 Adición y sustracción con números positivos y negativos

Sección 3 Multiplicación y división con números positivos y negativos

Sección 4 Operaciones combinadas

Contenido 1 Concepto de números positivos y negativos

Aprendizajes esperados

Comprende el concepto de números positivos y negativos.

Secuencia:

En la unidad anterior se recordaron algunos contenidos estudiados en primaria. En esta unidad se estudian los números positivos, negativos y el cero partiendo de diversas situaciones en donde se manipulan tales números. Se comienza con los conceptos de números positivos y negativos.

Puntos esenciales:

Presentar la forma de escribir y leer los números positivos y negativos.

Notar que los números positivos y negativos se distinguen a partir de su signo. Además, el cero se escribe sin signo ya que se toma como punto de referencia.

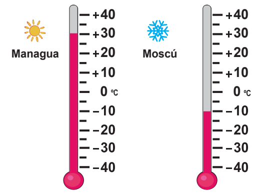
Resaltar el uso que se tiene de los números positivos y negativos para indicar posiciones respecto a un punto de referencia.

Unidad 2: Números Positivos y Negativos

Sección 1: Los números positivos, negativos y el cero

Contenido 1: Concepto de números positivos y negativos

P Observe los termómetros donde se muestra la temperatura de Managua y Moscú (Rusia) en un día de enero. ¿Cómo se leen las temperaturas marcadas en los termómetros?



El termómetro es un instrumento que mide la temperatura.

El grado Celsius (°C) es una unidad de medida para la temperatura.

S

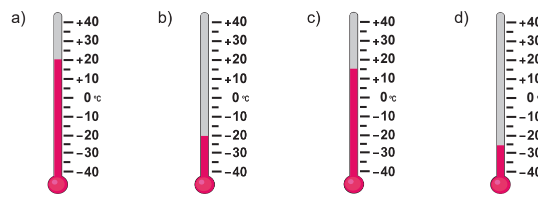
- ✓ La temperatura de Managua es de **+30°C**, se lee "**más 30 grados centígrados**", o simplemente "**30 grados centígrados**".
- ✓ La temperatura de Moscú es de **−10°C**, se lee "**menos 10 grados centígrados**" o "**10 grados bajo cero**".

C

Para medir temperaturas se cuenta a partir de 0°. Las temperaturas arriba de 0 representan números como $+30$ (se lee "más 30"), y las temperaturas bajo 0 representan números como -10 (se lee "menos 10"). Los números $+30$, $+15$, $+7$ con el signo $+$ de primero, se llaman **números positivos**, mientras -10, -3, -28 con el signo $-$ de primero se denominan **números negativos**.

E1

1. Escriba las temperaturas que señalan los termómetros con números positivos o negativos.

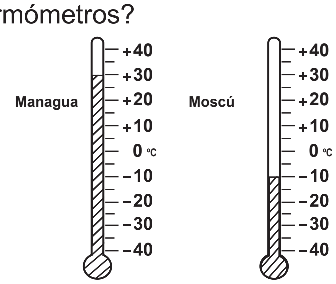


2. Exprese las siguientes temperaturas con números positivos o negativos:
   - a) 26°C arriba de cero
   - b) 14°C bajo cero
   - c) 8°C bajo cero
   - d) 35°C arriba de cero

16

U2: Números positivos y negativos
S1: Los números positivos, negativos y el cero
C1: Concepto de números positivos y negativos

P ¿Cómo se leen las temperaturas marcadas en los termómetros?



S

La temperatura de Managua: $+30°C$ → más 30 grados centígrados o 30 grados centígrados

La temperatura de Moscú: $-10°C$ → menos 10 grados centígrados o 10 grados bajo cero

C $+30, +15, +7 \longrightarrow$ Números positivos
$-10, -3, -28 \longrightarrow$ Números negativos

E1 1. Escriba las temperaturas que señalan los termómetros con números positivos o negativos

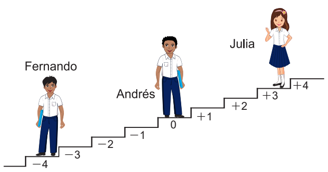
a) $+20°C$ b) $-20°C$ c) $+15°C$ d) $-25°C$

2. Exprese las siguientes temperaturas con números positivos y negativos.

a) 26°C arriba de cero $\longrightarrow +26°C$
b) 14°C bajo cero $\longrightarrow -14°C$
c) 8°C bajo cero $\longrightarrow -8°C$
d) 35°C arriba de cero $\longrightarrow +35°C$

Contenido 1 Concepto de los números positivos y negativos

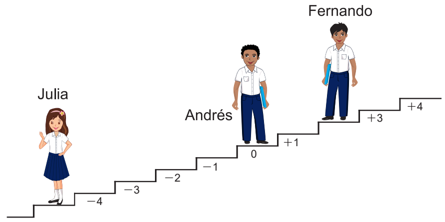
Ejemplo Los números positivos y negativos se pueden utilizar para indicar posiciones respecto a un punto de referencia. Observe la siguiente figura y responda: ¿Qué número corresponde al escalón de Andrés? ¿Qué significa que los escalones de Julia y Fernando sean $+3$ y -4 respectivamente?



- ✓ El escalón donde se encuentra Andrés está indicado con 0.
- ✓ Julia está 3 escalones arriba de donde está Andrés.
- ✓ Fernando está 4 escalones debajo de donde está Andrés.

E2

Escriba el número positivo o negativo que corresponde al escalón donde se encuentra Fernando y Julia respecto a la posición de Andrés.



Aprendizajes esperados

Comprende el concepto de números positivos y negativos.

Secuencia:

En la unidad anterior se recordaron algunos contenidos estudiados en primaria. En esta unidad se estudian los números positivos, negativos y el cero partiendo de diversas situaciones en donde se manipulan tales números. Se comienza con los conceptos de números positivos y negativos.

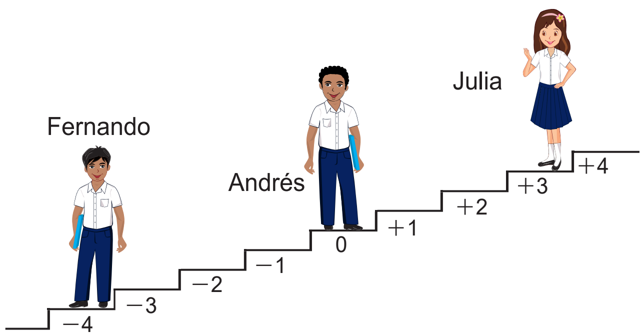
Puntos esenciales:

Presentar la forma de escribir y leer los números positivos y negativos.

Notar que los números positivos y negativos se distinguen a partir de su signo. Además, el cero se escribe sin signo ya que se toma como punto de referencia.

Resaltar el uso que se tiene de los números positivos y negativos para indicar posiciones respecto a un punto de referencia.

Ej Los números positivos y negativos se pueden utilizar para indicar posición respecto a un punto de referencia. ¿Qué número corresponde a Andrés? ¿Qué significan los valores de los escalones de Julia y Fernando?



- ✓ Andrés está en el escalón indicado con 0.
- ✓ Julia está 3 escalones arriba de donde está Andrés $(+3)$
- ✓ Fernando está 4 escalones debajo de donde está Andrés (-4)

E2 Escriba la posición de Fernando y Julia con respecto a Andrés.

- ✓ Fernando: 2 escalones arriba de donde está Andrés $(+2)$
- ✓ Julia: 5 escalones debajo de donde está Andrés (-5)

Contenido 2 Números enteros positivos y negativos

Aprendizajes esperados

Comprende el concepto de número entero y su aplicación en distintas situaciones.

Secuencia:

En la clase anterior se introdujeron los conceptos de números positivos y negativos, aquí se sigue con su estudio presentando otras situaciones del contexto donde se ven implicados dichos números.

Puntos esenciales:

Destacar que los números negativos se utilizan para representar pérdidas, deudas, disminución, etc; en cambio los números positivos representan excesos, ganancias, aumento, etc.

Indicar que

- ✓ Todo número natural es un entero.
- ✓ El cero es un número entero.
- ✓ Los números enteros negativos no son más que los opuestos de los números naturales.

Unidad 2: Números Positivos y Negativos

Contenido 2: Números enteros positivos y negativos

P Escriba el número positivo o negativo que representa cada una de las siguientes situaciones:
a) Carlos ganó C$25 en la kermés del colegio.
b) Marcia debe C$30.
c) Sobran 20 botellas de jugo.
d) Faltan 12 libros en la biblioteca de una escuela.

S
a) La ganancia de Carlos se expresa con el número positivo $+$**25**.
b) La deuda de Marcia se simboliza con el número negativo $-$**30**.
c) La cantidad de botellas sobrantes de jugo se registra con el número positivo $+$**20**.
d) El número de libros faltantes en la biblioteca de la escuela corresponde al número negativo $-$**12**.

C
Los números $+1$, $+2$, $+3$,... se llaman **números naturales o enteros positivos**, y -1, -2, -3,... se llaman **números enteros negativos**.

Números enteros: Números enteros positivos; Cero; Números enteros negativos

Los números enteros negativos se utilizan para representar pérdidas, deudas, disminución, etc; en cambio los enteros positivos representan excesos, ganancias, aumento, etc.

Los números enteros positivos se pueden escribir sin el signo $+$. Por ejemplo, $+3=3$.

E
La tabla siguiente presenta la matrícula inicial y final de estudiantes de 7mo a 11mo grado de un colegio de secundaria. Complete el resto de la tabla con la información proporcionada.

Grado	Matrícula inicial	Matrícula final	Variación	Número
7mo	120	100	Disminuyó 20	-20
8vo	90	97	Aumentó 7	$+7$
9no	85	95		
10mo	75	60		
11mo	72	70		

18

C2: Números enteros positivos y negativos

P Escriba el número positivo o negativo que representa cada una de las siguientes situaciones:

S

a) Carlos ganó C$ 25 en la kermés: $+25$

b) Marcia debe C$ 30: -30

c) Sobran 20 botellas de jugo: $+20$

d) Faltan 12 libros en la biblioteca: -12

C Números enteros

$$\underbrace{\underbrace{\ldots, -4, -3, -2, -1}_{\text{Números enteros negativos}}, 0, \underbrace{1, 2, 3, 4, \ldots}_{\text{Números naturales O Números enteros positivos}}}_{\text{Números enteros}}$$

Números negativos → pérdidas, deudas, disminución
Números positivos → excesos, ganancias, aumento

E Se presentan la matrícula inicial y final de estudiantes. Complete la tabla.

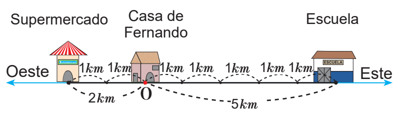
Grado	Matrícula inicial	Matrícula final	Variación	Número
7mo	120	100	Disminuyó 20	– 20
8vo	90	97	Aumentó 7	+ 7
9no	85	95	Aumentó 10	+ 10
10mo	75	60	Disminuyó 15	– 15
11mo	72	70	Disminuyó 2	– 2

Contenido 3 La recta numérica

Contenido 3: La recta numérica

P

Una escuela se encuentra a $5km$ al este de la casa de Fernando, que será el punto de referencia O, y un supermercado está a $2km$ al este de O. Si convenimos en que las posiciones al este de O se representan con $+$ y al oeste con $-$, exprese con un entero positivo o negativo la posición del supermercado y la escuela con respecto a la casa de Fernando.



S

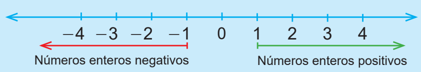
✓ La posición de la escuela es $5km$ al este del punto de referencia y se expresa con $+5$.

✓ Como la posición del supermercado es $2km$ al oeste respecto del punto de referencia O, esta se expresa con -2.

C

Los números enteros se pueden representar en una recta llamada **recta numérica**.

La **recta numérica** es una recta dotada de un punto de referencia llamado **origen** que le corresponde al número cero, una distribución de marcas a la derecha de este donde se ubican los números positivos y otra a la izquierda donde se ubican los números negativos.



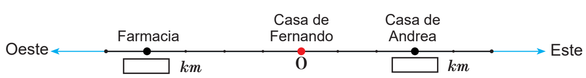
E

La casa de Andrea se encuentra a $3km$ al este de la casa de Fernando, que representa el punto O, y una farmacia se sitúa a $4km$ al oeste de O.

a) Escriba el número positivo o negativo que indique la posición de la casa de Andrea y la farmacia con respecto a la casa de Fernando.

b) Ubique en la recta un punto que represente una pulpería que se encuentra a $1km$ al oeste de la casa de Fernando y escriba el número correspondiente con el signo $+$ o $-$.

c) Ubique otro punto que represente una casa que se encuentra a $2km$ al este de la casa de Fernando y escriba el número correspondiente.



19

Aprendizajes esperados

Comprende la ubicación de números positivos y negativos en la recta numérica.

Secuencia:

Siguiendo con las contextualizaciones de los usos de los números enteros aquí se presenta otra situación.

Puntos esenciales:

Resaltar el uso que se tiene de los números positivos y negativos para indicar posiciones respecto a un punto de referencia.

Destacar que en esta contextualización los números negativos se utilizan para representar posiciones al oeste respecto a un punto de referencia; en cambio los números positivos representan posiciones al este respecto al mismo punto de referencia.

Recalcar que en la representación de los números enteros en la recta numérica:

✓ El cero es tomado como punto de referencia.

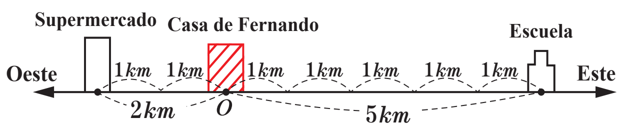
✓ Los números enteros positivos se encuentran a la derecha del cero.

✓ Los números enteros negativos se encuentran a la izquierda del cero.

Resaltar que al ubicar dos números enteros consecutivos quedan espacios en la recta numérica cuyos puntos no corresponden a ningún entero.

C3: La recta numérica

(P) Casa de Fernando: Punto O
Escuela: 5 km al este de su casa
Supermercado: 2 km al oeste de su casa

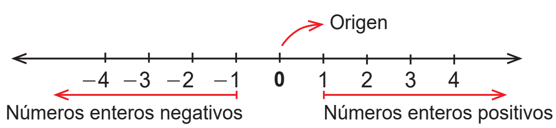


Las posiciones al <u>este</u> del punto de referencia se representan con <u>signo positivo</u> (+).
Las posiciones al <u>oeste</u> del punto de referencia se representan con <u>signo negativo</u> (−).

¿Cómo se expresa la posición del supermercado y la escuela con respecto a la casa de Fernando?

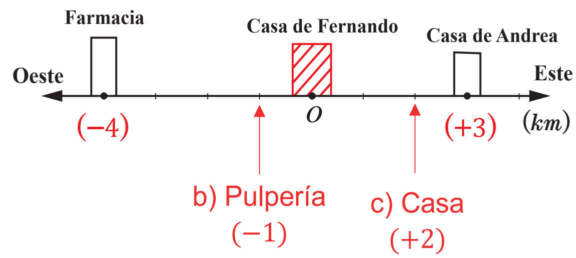
(S)
- Posición de la escuela ⟶ $+5\ km$
- Posición del supermercado ⟶ $-2\ km$

(C) Recta numérica



(E) Casa de Fernando: Punto O
Casa de Andrea: 3 km al este de O
Farmacia: 4 km al oeste de O

a) Escriba la posición de la casa de Andrea y la farmacia.



b) Pulpería: $1\ km$ al oeste de O.
c) Una casa: $2\ km$ al este de O.

Contenido 4 Ubicación de números en la recta numérica

Aprendizajes esperados

Ubica números positivos y negativos en la recta numérica.

Secuencia:

Aunque en los contenidos anteriores se haya hecho alusión a la recta numérica aquí se presenta su estudio con el objetivo de ubicar números. Posteriormente se empleará en el cálculo de operaciones con números positivos y negativos.

Puntos esenciales:

Recalcar que en la representación de los números en la recta numérica:

- ✓ El cero es tomado como punto de referencia y es llamado origen.
- ✓ Los números positivos se encuentran a la derecha del cero.
- ✓ Los números negativos se encuentran a la izquierda del cero.

Destacar la correspondencia que existe entre cada punto de la recta y cada número. A partir de esta se puede :

- ✓ Ubicar números en la recta numérica.
- ✓ Identificar el número que corresponde a cada punto dado en particular.

Unidad 2: Números Positivos y Negativos

Contenido 4: Ubicación de números en la recta numérica

P

Ubique los siguientes números en la recta numérica:
a) 2 y 5 b) −1 y −3

S

a) Los números 2 y 5 se ubican en la recta numérica contando dos y cinco unidades a la derecha del origen.
b) Los números −1 y −3 se ubican recorriendo una y tres unidades a la izquierda del origen.

En la recta de abajo se resume lo dicho en a) y b).

−6 −5 −4 −3 −2 −1 0 +1 +2 +3 +4 +5 +6

C

Cada número puede ser localizado en exactamente un punto de la recta numérica.

La recta numérica es un recurso geométrico que sirve para representar los números negativos, el cero y los números positivos.

Ejemplo

Ubique los siguientes números en la recta numérica:
A. 4 B. −1 C. −2,5 D. $\frac{3}{2}$

Se traza la recta numérica con **O** como punto de referencia, colocando 4 a la derecha y −1 a la izquierda de **O**.
Para ubicar −2,5 se cuentan dos unidades y media a la izquierda de **O**; igualmente, como $\frac{3}{2}$ = 1,5 se cuenta una unidad y media a la derecha de **O**.

C B O D A
−6 −5 −4 −3 −2 −1 0 +1 +2 +3 +4 +5 +6

E

1. Ubique los siguientes números en la recta numérica:
A. 2 B. −4 C. 1,5 D. 3,5 E. $-\frac{5}{2}$

−6 −5 −4 −3 −2 −1 0 +1 +2 +3 +4 +5 +6

2. Escriba el número que corresponde a cada uno de los puntos señalados A, B, C y D de la recta de abajo.

A B C D
−6 −5 −4 −2 0 +1 +2 +3 +5 +6

20

C4: Ubicación de números en la recta numérica

P Ubique los siguientes números en la recta numérica.
a) 2 y 5 b) −1 y −3

S

−6 −5 −4 −3 −2 −1 0 +1 +2 +3 +4 +5 +6

C Cada número puede ser localizado en exactamente un punto de la recta numérica.

Ej Ubique los siguientes números en la recta numérica:

A. 4 B. −1 C. −2,5 D. $\frac{3}{2}$ $(= 3 \div 2 = 1{,}5)$

C B D A
−6 −5 −4 −3 −2 −1 0 +1 +2 +3 +4 +5 +6

E 1. Ubique los siguientes números en la recta numérica:

A. 2 B. −4 C. 1,5 D. 3,5 E. $-\frac{5}{2}$ $= (-2{,}5)$

B E C A D
−6 −5 −4 −3 −2 −1 0 +1 +2 +3 +4 +5 +6

2. Escriba el número que corresponde a cada uno de los puntos señalados A, B, C y D de la recta de abajo.

A. −3 B. −1 C. +1,5 D. +4

A B C D
−6 −5 −4 −2 0 +1 +2 +3 +5 +6

Contenido 5 Valor absoluto de números positivos y negativos. Números opuestos

Contenido 5: Valor absoluto de números positivos y negativos. Números opuestos

P

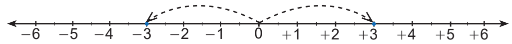
En la recta numérica:

a) Calcule la distancia que hay del 0 al $+3$. b) Calcule la distancia que hay del 0 al -3.

S

a) La distancia del 0 al $+3$ se calcula contando las unidades que separan a cero de $+3$, esto es, 3 unidades.

b) La distancia del 0 al -3 se calcula contando las unidades que separan a 0 de -3. Se observa en la gráfica que hay 3 unidades.



La distancia de 0 al $+3$ se llama valor absoluto de $+3$, y la distancia entre 0 y -3 es el valor absoluto de -3. Como la distancia del 0 al $+3$ es el mismo número de unidades que separan a 0 de -3, entonces $+3$ y -3 se llaman números opuestos.

C

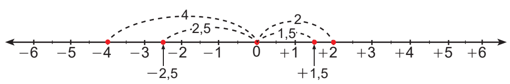
Se llama **valor absoluto** de un número a la distancia que hay en la recta numérica entre el origen y dicho número. El valor absoluto de un número es positivo o cero y se representa escribiendo el número dentro de | |. Por ejemplo, $|+3|=3$ y $|-3|=3$.

Los números que están a la misma distancia del origen se llaman **números opuestos**.

Ejemplo Encuentre el valor absoluto de los siguientes números:

a) $+2$ b) -4 c) $+1{,}5$ d) $-2{,}5$

Como el valor absoluto de un número es la distancia de este al cero, entonces:



a) $|+2|=$ **2**
b) $|-4|=$ **4**
c) $|+1{,}5|=$ **1,5**
d) $|-2{,}5|=$ **2,5**

Observe que $|0|=0$

E

1. Encuentre el valor absoluto de los siguientes números:

a) $+6$ b) $+5$ c) -1 d) $+2{,}5$ e) -5 f) $-\frac{1}{2}$

2. Complete el espacio en blanco con el número que corresponda.

a) $|+1|=$____ b) $|-9|=$____ c) |____|$=7$

d) -8 es el opuesto de _____ e) ____ es el opuesto de $+12$

21

Aprendizajes esperados

Determina el valor absoluto de números positivos y negativos.

Secuencia:

En la clase anterior se ubicaron números en la recta numérica, ahora se estudia el valor absoluto de un número. Este concepto es utilizado en la adición y sustracción de números positivos y negativos.

Puntos esenciales:

Recordar cómo se ubican números en la recta numérica.

Definir el valor absoluto de un número como la distancia que hay entre el cero y dicho número en la recta numérica.

Presentar la notación que indica el valor absoluto de un número.

Resaltar que el valor absoluto de un número siempre es positivo o cero.

Destacar que a los números que se encuentran a la misma distancia del origen se llaman opuestos.

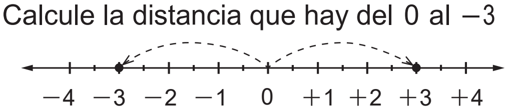
Notar que el valor absoluto de un número y su opuesto siempre es el mismo.

C5: Valor absoluto de números positivos y negativos. Números opuestos

P En la recta numérica:

a) Calcule la distancia que hay del 0 al $+3$

b) Calcule la distancia que hay del 0 al -3



S a) La distancia del 0 al -3 es 3 unidades.

b) La distancia del 0 al $+3$ es 3 unidades.

C El valor absoluto de un número es la distancia que hay en la recta numérica entre el origen y el número se denota por | |.

Ejemplo: $|3|=3$ y $|-3|=3$

De aquí que 3 y -3 se llaman números opuestos dado que están a la misma distancia del origen.

Ej Encuentre el valor absoluto de los siguientes números:

a) $+2 \rightarrow |+2|=2$ b) $-4 \rightarrow |-4|=4$

c) $+1{,}5 \rightarrow |+1{,}5|=1{,}5$ d) $-2{,}5 \rightarrow |-2{,}5|=2{,}5$

E 1. Calcule:

a) $|+6|=6$ b) $|+5|=5$

c) $|-1|=1$ d) $|+2{,}5|=2{,}5$

e) $|-5|=5$ f) $\left|-\frac{1}{2}\right|=\frac{1}{2}$

2. Complete el espacio en blanco con el número correspondiente.

a) $|+1|=$ 1 b) $|-9|=$ 9

c) | ± 7 | $=7$ d) -8 es el opuesto de $+8$

e) -12 es el opuesto de $+12$

Contenido 6 Relación de orden en los números enteros positivos y negativos

Aprendizajes esperados

Ordena números enteros positivos y negativos.

Secuencia:

Anteriormente se ubicaron números en la recta numérica y se calcularon valores absolutos. Ahora, se establece un orden en los números enteros tomando como referencia lo estudiado en primaria, y como recurso la recta numérica.

Puntos esenciales:

Recordar cómo se comparaban números naturales en primaria.

Notar que:

- ✓ Un número entero es mayor que otro si al ubicarlos en la recta numérica el primero se encuentra a la derecha del segundo.
- ✓ Un número entero es menor que otro si el primero está a la izquierda del segundo.

Destacar que:

- ✓ Todo número entero positivo es mayor que cero y que cualquier negativo.
- ✓ Todo número entero negativo es menor que cero y que cualquier positivo.

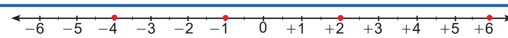
Contenido 6: Relación de orden en los números enteros positivos y negativos

P

a) Ubique $+2$ y $+6$ en la recta numérica. ¿Cuál de los dos números está a la derecha del otro?

b) Ubique -1 y -4 en la recta numérica. ¿Cuál de los dos números está a la derecha del otro?

S



a) Se puede ver en la recta numérica que $+6$ está a la derecha de $+2$. Se dice entonces que $+6$ es mayor que $+2$, y se escribe $\mathbf{+6>+2}$. También se escribe $\mathbf{+2<+6}$ y se lee $+2$ es menor que $+6$.

b) -1 está a la derecha de -4 en la recta numérica. Se dice entonces que -1 es mayor que -4 y se escribe $\mathbf{-1>-4}$. También se puede escribir $\mathbf{-4<-1}$, y se dice que -4 es menor que -1.

C

Se dice que un número es mayor que otro si al ubicarlos en la recta numérica, el primero se encuentra a la derecha del segundo. De otra forma, un número es menor que otro si el primero está a la izquierda del segundo.

Ejemplo 1 Complete el espacio en blanco con $<$ o $>$ según corresponda.

a) -3 ____ 0 b) -5 ____ -2

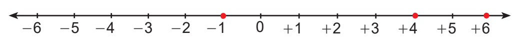
a) En la recta numérica se observa que un número negativo es menor que 0. Entonces, $\mathbf{-3<0}$.

b) -5 está a la izquierda de -2, por lo cual, $\mathbf{-5<-2}$.

Un número negativo es menor que cero, cero es menor que un número positivo, y un número negativo es menor que un positivo.

Ejemplo 2 Ordene de menor a mayor los siguientes números: $+6$, $+4$, -1

Se dibuja la recta numérica y se ubican los números dados.



Se observa que $-1<+4$, $+4<+6$ y $-1<+6$, lo que permite escribir: $-1<+4<+6$ se lee "-1 es menor que $+4$, y $+4$ es menor que $+6$".

E

1. Escriba en el espacio vacío $<$ o $>$ según corresponda.

a) $+3$ ___ $+6$ b) -5___$+7$ c) -4___-9 d) 0___$+8$ e) -3___$+2$___$+5$

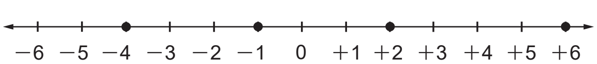
2. Ordene de menor a mayor los siguientes números:

a) $+7, +3, -6$ b) $+4, -1, -9$ c) $+5, -8, +2$ d) $-3, +7, +1, -4$

C6: Relación de orden en los números enteros positivos y negativos

(P) a) Ubique $+2$ y $+6$ en la recta numérica. ¿Cuál de los dos números está a la derecha del otro?

b) Ubique -1 y -4 en la recta numérica. ¿Cuál de los dos números está a la derecha del otro?



(S) a) $+6$ está a la derecha que $+2$

↓

$+6$ es mayor que $+2$

$(+6>+2$ o $+2<+6)$

b) -1 está a la derecha que -4

↓

-1 es mayor que -4

$(-1>-4$ o $-4<-1)$

(C) Un número es mayor que otro si al ubicarlos en la recta numérica, el primero se encuentra a la derecha del segundo. De otra forma, un número es menor que otro si el primero está a la izquierda del segundo.

(Ej1) Complete el espacio en blanco con $<$ o $>$ según corresponda

a) -3 $\underline{<}$ 0 b) -5 $\underline{<}$ -2

(Ej2) Ordene de menor a mayor: $+6, +4, -1$

$-1<+4<+6$

(E) *Leer enunciado en L.T.*

1. a) $+3$ $\underline{<}$ $+6$ b) -5 $\underline{<}$ $+7$ c) -4 $\underline{>}$ -9

d) 0 $\underline{<}$ $+8$ e) -3 $\underline{<}$ $+2$ $\underline{<}$ $+5$

2. a) $+7, +3, -6$ → $-6<+3<+7$

b) $+4, -1, -9$ → $-9<-1<+4$

c) $+5, -8, +2$ → $-8<+2<+5$

d) $-3, +7, +1, -4$ → $-4<-3<+1<+7$

Contenido 7 Relación de orden en las fracciones positivas y negativas

Contenido 7: Relación de orden en las fracciones positivas y negativas

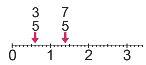
P

Escriba $<$ o $>$ en el espacio en blanco según corresponda.

a) $\frac{3}{5}$ ___ $\frac{7}{5}$ b) $-\frac{4}{3}$ ___ $-\frac{5}{2}$

S

a) Se convierten las fracciones a decimales, obteniendo $\frac{3}{5} = 0,6$ y $\frac{7}{5} = 1,4$. Al ubicar estos números en la recta numérica se tiene la figura de la izquierda. Como $\frac{3}{5}$ está a la izquierda de $\frac{7}{5}$, entonces $\frac{3}{5} < \frac{7}{5}$.

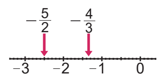


b) Se convierten a fracciones equivalentes con el mismo denominador.

$-\frac{4}{3} = -\frac{4\times 2}{3\times 2} = -\frac{8}{6}$ $\quad -\frac{5}{2} = -\frac{5\times 3}{2\times 3} = -\frac{15}{6}$

En el inciso anterior se observó que es mayor la fracción que tiene mayor numerador. Como $-8 > -15$, entonces $-\frac{8}{6} > -\frac{15}{6}$.

En consecuencia, $-\frac{4}{3} > -\frac{5}{2}$.



C

- Si dos fracciones tienen el mismo denominador, es mayor la que tenga mayor numerador.
- Si dos fracciones tienen distintos denominadores, se convierten a fracciones con el mismo denominador y luego se comparan los numeradores.

Ejemplo Escriba $<$ o $>$ en el espacio en blanco según corresponda.

a) $\frac{5}{3}$ ___ $-\frac{1}{6}$ b) $-\frac{3}{8}$ ___ $\frac{9}{2}$

a) Un número positivo es mayor que un negativo: $\frac{5}{3} > -\frac{1}{6}$.

b) Un número negativo es menor que un positivo: $-\frac{3}{8} < \frac{9}{2}$.

E

Complete el espacio en blanco con $<$ o $>$ según corresponda.

a) $\frac{2}{7}$ ___ $\frac{5}{7}$ b) $-\frac{3}{4}$ ___ $-\frac{7}{4}$ c) $\frac{7}{10}$ ___ $\frac{3}{10}$ d) $-\frac{3}{5}$ ___ $-\frac{9}{5}$

e) $\frac{2}{5}$ ___ $\frac{4}{3}$ f) $-\frac{1}{2}$ ___ $-\frac{3}{5}$ g) $-\frac{5}{9}$ ___ $\frac{3}{8}$ h) $\frac{1}{3}$ ___ $-\frac{2}{7}$

23

Aprendizajes esperados

Ordena fracciones positivas y negativas.

Secuencia:

En la clase anterior se ordenaron números enteros, ahora se comparan fracciones positivas y negativas.

Puntos esenciales:

Recordar cuándo un entero es mayor o menor que otro.

Notar que si las fracciones tienen el mismo denominador entonces para determinar cuál es mayor o menor solo se comparan sus numeradores (tal como se hizo en la clase anterior con números enteros).

Hacer énfasis en que:

- ✓ Toda fracción positiva es mayor que cero y que cualquier fracción negativa.
- ✓ Toda fracción negativa es menor que cero y que cualquier fracción positiva.

C7: Relación de orden en las fracciones positivas y negativas

P Escriba $<$ o $>$ según corresponda.

a) $\frac{3}{5}$ ___ $\frac{7}{5}$ b) $-\frac{4}{3}$ ___ $-\frac{5}{2}$

S a) Se convierten las fracciones a decimales:

$\frac{3}{5} = 0,6$ y $\frac{7}{5} = 1,4 \rightarrow \frac{3}{5} < \frac{7}{5}$

b) Se convierten en fracciones equivalentes:

$-\frac{4}{3} = -\frac{4\times 2}{3\times 2} = -\frac{8}{6}$ $\quad -\frac{5}{2} = -\frac{5\times 3}{2\times 3} = -\frac{15}{6}$

$-8 > -15 \rightarrow -\frac{8}{6} > -\frac{15}{6} \rightarrow -\frac{4}{3} > -\frac{5}{2}$

C *Leer en LT.*

Ej Escriba $<$ o $>$ según corresponda.

a) Un número positivo es mayor que un negativo $\rightarrow \frac{5}{3} > -\frac{1}{6}$

b) Un número negativo es menor que un positivo $\rightarrow -\frac{3}{8} < \frac{9}{2}$

E a) $\frac{2}{7} < \frac{5}{7}$ b) $-\frac{3}{4} > -\frac{7}{4}$

e) $\frac{2}{5} = \frac{2\times3}{5\times3} = \frac{6}{15}$, $\frac{4}{3} = \frac{4\times5}{3\times5} = \frac{20}{15}$ $\quad \frac{2}{5} < \frac{4}{3}$

g) $-\frac{5}{9} < \frac{3}{8}$ h) $\frac{1}{3} > -\frac{2}{7}$

Contenido 1 Adición de dos números positivos o dos negativos

Aprendizajes esperados

Aplica la adición de dos números positivos o negativos en la solución de ejercicios.

Secuencia:

En la unidad anterior se recordó la adición y sustracción de números naturales, aquí se estudia la adición de números enteros con igual signo.

Puntos esenciales:

Recordar el uso de números positivos y negativos para indicar posiciones al este u oeste respecto a un punto de referencia.

Usar la recta numérica para introducir y representar la suma de números enteros de igual signo.

Notar que al sumar números enteros del mismo signo se conserva el signo y se suman los valores absolutos de dichos números,

Destacar que la suma de dos números positivos (negativos) da como resultado otro número positivo (negativo).

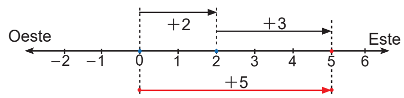
Efectuar sumas de números enteros de igual signo sin utilizar la recta numérica.

Sección 2: Adición y sustracción con números positivos y negativos

Contenido 1: Adición de dos números positivos o dos negativos

P1 Carolina sale de su casa, camina $2km$ hacia el este, descansa un poco y avanza $3km$ más hacia el este. ¿Cuál es la posición actual de Carolina con respecto a su casa?

S1 La casa de Carolina se toma como punto de referencia:



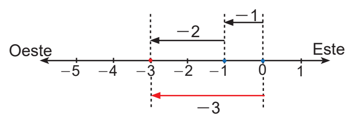
Primero avanza $2km$ al este, es decir $+2$; luego avanza $3km$ en la misma dirección, esto es $+3$.

Carolina está a **5km al este de su casa**.

$(+2)+(+3)=+(2+3)=+5$.

P2 Guillermo sale en bicicleta de su casa, recorre $1km$ hacia el oeste, descansa un poco y avanza otros $2km$ hacia el oeste. ¿Cuál es su posición actual con respecto a su casa?

S2



El primer avance es $1km$ al oeste, es decir -1; el segundo avance en la misma dirección es $2km$, esto es -2.

Guillermo está a **3km al oeste de su casa**.

$(-1)+(-2)=-(1+2)=-3$.

C

Al sumar dos números del mismo signo:

1. Se conserva el signo.
2. Se suman los valores absolutos de los números.

Ejemplo Efectúe las siguientes sumas indicadas sin utilizar la recta numérica:

a) $(+4)+(+2)$ b) $(-3)+(-5)$

a) $\overbrace{(+4)+(+2)}^{\text{Mismo signo}}=\overbrace{+}^{\text{Sumar}}(4+2)$
$=+6$

$|+4|=4$
$|+2|=2$

b) $\overbrace{(-3)+(-5)}^{\text{Mismo signo}}=\overbrace{-}^{\text{Sumar}}(3+5)$
$=-8$

$|-3|=3$
$|-5|=5$

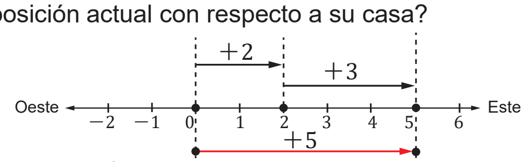
E Efectúe las siguientes sumas:

a) $(-7)+(-2)$ b) $(-3)+(-6)$ c) $(-4)+(-5)$
d) $(+5)+(+12)$ e) $(-13)+(-4)$ f) $(+11)+(+6)$
g) $(-12)+(-15)$ h) $(+11)+(+17)$ i) $(-24)+(-10)$

S2: Adición y sustracción con números positivos y negativos
C1: Adición de dos números positivos o dos negativos

P1 Carolina avanza 2 km hacia el este, y luego otros 3 km más hacia el este. ¿Cuál es su posición actual con respecto a su casa?

S1

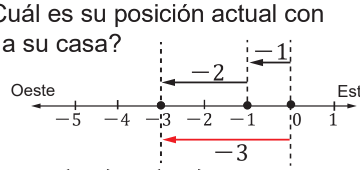


$(+2)+(+3)=+(2+3)=+5$

Carolina está a 5 km al este de su casa.

P2 Guillermo avanza en bicicleta 1 km hacia el oeste de su casa, luego otros 2 km hacia el oeste. ¿Cuál es su posición actual con respecto a su casa?

S2



$(-1)+(-2)=-3$

Guillermo está a 3 km al oeste de su casa.

C Al sumar dos números del mismo signo:

1. Se conserva el signo.
2. Se suman los valores absolutos de los dos números.

Ej

a) $\overbrace{(+4)+(+2)}^{\text{Mismo signo}}=\overbrace{+}^{\text{Sumar}}(4+2)$
$=+6$

b) $\overbrace{(-3)+(-5)}^{\text{Mismo signo}}=\overbrace{-}^{\text{Sumar}}(3+5)$
$=-8$

E

a) $(-7)+(-2)=-(7+2)=-9$

b) $(-3)+(-6)=-(3+6)=-9$

c) $(-4)+(-5)=-(4+5)=-9$

d) $(+5)+(+12)=+(5+12)=+17$

e) $(-13)+(-4)=-(13+4)=-17$

f) $(+11)+(+6)=+(11+6)=+17$

Contenido 2 Adición de números con signos diferentes

Unidad 2: Números Positivos y Negativos

Contenido 2: Adición de números con signos diferentes

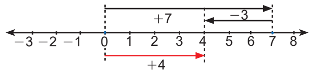
P Utilice la recta numérica para efectuar las sumas indicadas:

a) $(+7)+(-3)$ b) $(+2)+(-5)$

S

a) Para sumar $+7$ y -3 se avanza desde el origen 7 unidades a la derecha y luego se retrocede 3 unidades. El resultado es el número que corresponde al punto alcanzado en la recta. Por lo tanto $(+7)+(-3)=+4$.

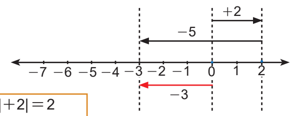
Observe que $(+7)+(-3)=+(7-3)=\mathbf{+4}$.



$|+7|=7$
$|-3|=3$
$|+7|>|-3|$

b) Para sumar $+2$ y -5 se recorre desde el origen 2 unidades a la derecha y luego se retrocede 5 unidades. El resultado es el número que corresponde al punto alcanzado en la recta. Luego $(+2)+(-5)=-3$.

Observe que $(+2)+(-5)=-(5-2)=\mathbf{-3}$.



$|+2|=2$
$|-5|=5$
$|-5|>|+2|$

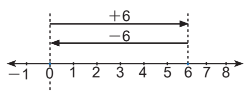
C

Al sumar dos números con signos diferentes:
1. Se conserva el signo del número con mayor valor absoluto.
2. De los valores absolutos, al mayor se le resta el menor.

Si ambos números tienen igual valor absoluto y signos diferentes, su suma es igual a cero.

Ejemplo Efectúe la suma indicada $(+6)+(-6)$.

Con auxilio de la recta numérica, se recorre 6 unidades a la derecha del origen y luego se retrocede el mismo número de unidades, hasta regresar al origen.
Es decir $(+6)+(-6)=\mathbf{0}$.
Se dice que $+6$ y -6 son **números opuestos**.



E

Efectúe las siguientes sumas:

a) $(+6)+(-5)$ b) $(+7)+(-4)$ c) $(+9)+(-9)$

d) $(+5)+(-8)$ e) $(-9)+(+3)$ f) $(-3)+(+8)$

g) $(-11)+(+11)$ h) $(+2)+(-14)$ i) $(-6)+(+18)$

26

Aprendizajes esperados

Aplica la adición de números con signos diferentes en la solución de ejercicios.

Secuencia:

Luego de sumar números de igual signo, ahora se estudia la adición de números enteros de signos diferentes.

Puntos esenciales:

Usar la recta numérica para introducir y representar la suma de números enteros de distintos signos.

Notar que al sumar números enteros de distintos signos se restan como si fuesen naturales y se conserva el signo del número con mayor valor absoluto.

Efectuar sumas de números enteros de diferentes signos sin utilizar la recta numérica.

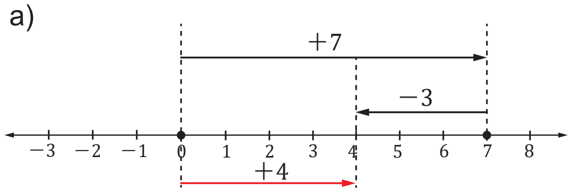
Resaltar que al sumar números opuestos el resultado es cero.

C2: Adición de números con signos diferentes

(P) Utilice la recta numérica para efectuar las siguientes operaciones:

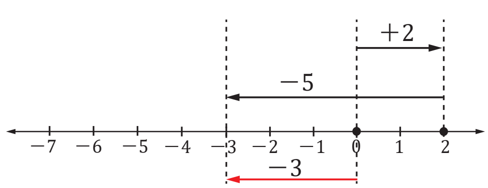
a) $(+7)+(-3)$ b) $(+2)+(-5)$

(S) a)



$(+7)+(-3)=+4$

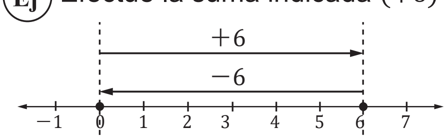
b)



$(+2)+(-5)=-3$

(C) Al sumar dos números con signos diferentes:
1. Se conserva el signo del número de mayor valor absoluto.
2. De los valores absolutos al mayor se le resta el menor.

(Ej) Efectúe la suma indicada $(+6)+(-6)$.



$(+6)+(-6)=0$
$+6$ y -6 son números opuestos.

(E)

a) $(+6)+(-5)\ =+(6-5)\ =+1$
b) $(+7)+(-4)\ =+(7-4)\ =+3$
c) $(+9)+(-9)\ =0$
d) $(+5)+(-8)\ =-(8-5)\ =-3$
e) $(-9)+(+3)\ =-(9-3)\ =-6$
f) $(-3)+(+8)\ =+(8-3)\ =+5$

Contenido 3 Propiedad conmutativa y asociativa de la adición

Aprendizajes esperados

Aplica las propiedades (conmutativa y asociativa) de la adición de números positivos y negativos en la solución de ejercicios.

Secuencia:

En las clases anteriores se estudió la suma de números enteros, ahora se establecen las propiedades conmutativa y asociativa de la adición. Estas propiedades serán muy útiles al efectuar operaciones combinadas.

Puntos esenciales:

Recordar cómo se suman números enteros de iguales o diferentes signos.

Inducir las propiedades conmutativa y asociativa de la adición a partir de ejemplos concretos.

Explicar lo que garantizan la propiedad conmutativa y asociativa de la adición.

Contenido 3: Propiedad conmutativa y asociativa de la adición

P1 Compare el resultado de $(+2)+(-9)$ y $(-9)+(+2)$.

S1 Se desarrollan ambas expresiones por separado:

$$\begin{aligned}(+2)+(-9)&=-(9-2)\\&=-7\end{aligned} \qquad \begin{aligned}(-9)+(+2)&=-(9-2)\\&=-7\end{aligned}$$

$$\mathbf{(+2)+(-9)=(-9)+(+2)}$$

Se observa que el orden de los sumandos no altera el resultado final.

P2 Compare el resultado de $[(+5)+(-8)]+(+8)$ y $(+5)+[(-8)+(+8)]$.

S2 Se desarrollan ambas expresiones por separado:

$$\begin{aligned}[(+5)+(-8)]+(+8)&=[-(8-5)]+(+8)\\&=(-3)+(+8)\\&=+(8-3)\\&=+5\end{aligned} \qquad \begin{aligned}(+5)+[(-8)+(+8)]&=(+5)+0\\&=+5\end{aligned}$$

Se ha encontrado que el resultado es el mismo:

$$\mathbf{[(+5)+(-8)]+(+8)=(+5)+[(-8)+(+8)]}$$

Se observa que dados los sumandos $+5$, -8 y $+8$, no importa el orden en el que se sumen, el resultado es el mismo.

C

Propiedad conmutativa de la adición
La suma de dos números a y b no resulta afectada si se hace en orden diferente, es decir

$$a+b=b+a$$

Propiedad asociativa de la adición
La suma de tres números a, b, c no se afecta si se suman dos cualesquiera de ellos y el resultado se suma al número restante, es decir

$$(a+b)+c=a+(b+c)$$

E

Efectúe las siguientes sumas utilizando la propiedad asociativa de la adición:

a) $(+8)+(-7)+(+7)$ b) $(+6)+(-3)+(+3)$ c) $(+9)+(-15)+(+5)$

d) $(-13)+(+8)+(-5)$ e) $(-14)+(+16)+(+4)$ f) $(-27)+(-18)+(+27)$

C3: Propiedades conmutativa y asociativa de la adición

P1 Compare el resultado de $(+2)+(-9)$ y $(-9)+(+2)$

S1

$$\begin{aligned}(+2)+(-9)&=-(9-2)\\&=-7\\(-9)+(+2)&=-(9-2)\\&=-7\\(+2)+(-9)&=(-9)+(+2)\end{aligned}$$

P2 Compare el resultado de $[(+5)+(-8)]+(+8)$ y $(+5)+[(-8)+(+8)]$

S2

$$\begin{aligned}[(+5)+(-8)]+(+8)&=[-(8-5)]+(+8)\\&=(-3)+(+8)\\&=+(8-3)\\&=+5\\(+5)+[(-8)+(+8)]&=(+5)+0=+5\end{aligned}$$

El resultado es el mismo.

C Propiedad conmutativa: $a+b=b+a$

Propiedad asociativa: $(a+b)+c=a+(b+c)$

E Efectúe las siguientes sumas utilizando la propiedad asociativa

a) $(+8)+(-7)+(+7)=(+8)+[(-7)+(+7)]=(+8)+0=+8$

b) $(+6)+(-3)+(+3)=(+6)+[(-3)+(+3)]=(+6)+0=+6$

c) $(+9)+(-15)+(+5)=(+9)+[(-15)+(+5)]=(+9)+(-10)=-1$

d) $(-13)+(+8)+(-5)=(-13)+[(+8)+(-5)]=(-13)+(+3)=-10$

Contenido 4 Sustracción de números positivos y negativos con sustraendo positivo

Unidad 2: Números Positivos y Negativos

Contenido 4: Sustracción de números positivos y negativos con sustraendo positivo

P1 Efectúe la resta $(+7)-(+3)$.

S1

Como $(+7)-(+3)=7-3$, entonces

$$(+7)-(+3)=7-3$$
$$=4$$

Por tanto, $(+7)-(+3)=\mathbf{4}$.

$(+7)-(+3)=7-3$

Minuendo Sustraendo

P2 Compare el resultado anterior con el de $(+7)+(-3)$.

S2

Como $(+7)+(-3)$ es una suma de números con signos diferentes, resulta que:

Signo del número con mayor valor absoluto

Restar

$$(+7)+(-3)=+(7-3)$$
$$=+4$$

El resultado es el mismo, entonces $\mathbf{(+7)-(+3)=(+7)+(-3)}$.

C

Para restar un número positivo de otro número cualquiera se escribe el minuendo, el signo $+$ y luego el sustraendo con el signo cambiado, efectuando finalmente la suma indicada.

Ejemplo Efectúe la sustracción indicada $(-8)-(+2)$.

$$(-8)-(+2)=(-8)+(-2)$$ Se aplica la conclusión anterior
$$=-(8+2)$$
$$=\mathbf{-10}$$

E

Efectúe las siguientes sustracciones:

a) $(+2)-(+5)$ b) $(+9)-(+2)$ c) $(-6)-(+4)$

d) $(-3)-(+8)$ e) $(-4)-(+7)$ f) $(-16)-(+3)$

g) $(+19)-(+7)$ h) $(+1)-(+18)$ i) $(+2)-(+15)$

28

Aprendizajes esperados

Aplica la sustracción de números positivos y negativos con sustraendo positivo en la solución de ejercicios.

Secuencia:

Estudiada la suma de números enteros de iguales o diferentes signos, en esta clase se estudia la sustracción de números enteros con sustraendo positivo.

Puntos esenciales:

Recordar cómo se suman números enteros de iguales o diferentes signos.

Identificar los términos de una sustracción.

Usar la recta numérica para introducir y representar la sustracción con sustraendo positivo.

Notar que restar dos números enteros equivale a sumar el minuendo con el opuesto del sustraendo.

Efectuar restas de números con sustraendo positivo sin utilizar la recta numérica.

C4: Sustracción de números positivos y negativos con sustraendo positivo

P1 Efectúe la resta $(+7)-(+3)$

S1 $(+7)-(+3)=7-3=4$

P2 Compare ese resultado con $(+7)+(-3)$.

S2

Signo del número con mayor valor absoluto

Restar

$$(+7)+(-3)=+(7-3)=+4$$

$$(+7)-(+3)=(+7)+(-3)$$

C Para restar un número positivo de otro número cualquiera se escribe el minuendo, el signo + y luego el sustraendo con el signo cambiado, efectuando finalmente la suma indicada.

Ej Efectúe:

$$(-8)-(+2)=(-8)+(-2)=-(8+2)=-10$$

E Efectúe:

a) $(+2)-(+5)=(+2)+(-5)=-(5-2)=-3$

b) $(+9)-(+2)=(+9)+(-2)=+(9-2)=+7$

c) $(-6)-(+4)=(-6)+(-4)=-(6+4)=-10$

d) $(-3)-(+8)=(-3)+(-8)=-(8+3)=-11$

e) $(-4)-(+7)=(-4)+(-7)=-(4+7)=-11$

Contenido 5 Sustracción de números positivos y negativos con sustraendo negativo

Aprendizajes esperados
Aplica la sustracción de números positivos y negativos con sustraendo negativo en la solución de ejercicios.

Secuencia:
En la clase anterior se estudió la sustracción de números enteros con sustraendo positivo, ahora se estudia el caso cuando el sustraendo es negativo.

Puntos esenciales:
Recordar cómo se suman números enteros de iguales o diferentes signos.

Identificar los términos de una sustracción.

Usar la recta numérica para introducir y representar la sustracción con sustraendo negativo.

Notar que el opuesto del opuesto de un número es el mismo número.

Indicar que restar dos números equivale a sumar el minuendo con el opuesto del sustraendo.

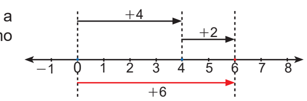
Efectuar restas de números con sustraendo negativo sin utilizar la recta numérica.

Contenido 5: Sustracción de números positivos y negativos con sustraendo negativo

P₁ Utilice la recta numérica para efectuar $(+4)-(-2)$.

S₁ Para efectuar esta resta en la recta numérica, recuerde que sumar -2 significa retroceder dos unidades, así que restar -2 es avanzar dos unidades.

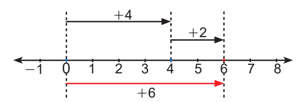
Así para restar -2 de $+4$, se avanza 4 unidades a partir del origen, y luego avanza dos unidades, como se muestra en la figura.



Por tanto, $(+4)-(-2)=\mathbf{+6}$.

P₂ Compare el resultado anterior con $(+4)+(+2)$.

S₂ Haciendo uso de las ilustraciones de la derecha se tiene que $(+4)+(+2)=+6$, y también en la solución del problema anterior se encontró que $(+4)-(-2)=+6$.



En consecuencia, $\mathbf{(+4)-(-2)=(+4)+(+2)}$.

Mismo signo Sumar

$(+4)+(+2)=+(4+2)$
$=+6$

C Para restar un número negativo de otro número cualquiera se escribe el minuendo, el signo $+$ y luego el sustraendo con el signo cambiado, efectuando finalmente la suma indicada.

Ejemplo ¿Cuál es el resultado de $(-7)-(-5)$?

Se aplica la conclusión anterior.

$(-7)-(-5)=(-7)+(+5)$
$=-(7-5)$
$=\mathbf{-2}$

$|-7|=7$
$|+5|=5$
$|-7|>|+5|$

Otra manera
$(-7)-(-5)=-7+5=-2$

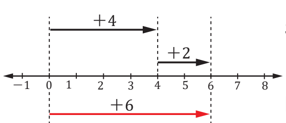
E Efectúe las siguientes sustracciones:

a) $(+5)-(-4)$ b) $(+9)-(-7)$ c) $(-6)-(-2)$
d) $(-7)-(-1)$ e) $(-3)-(-8)$ f) $(-5)-(-9)$
g) $(+19)-(-2)$ h) $(-15)-(-4)$ i) $(-3)-(-16)$

C5: Sustracción de números positivos y negativos con sustraendo negativo

P1 Utilice la recta numérica para efectuar $(+4)-(-2)$.

S1



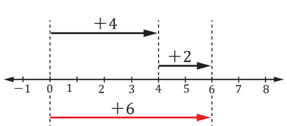
Sumar $(-2) \rightarrow$ dirección negativa a la izquierda

Restar $(-2) \rightarrow$ cambiar dirección a la derecha

$(+4)-(-2)=+6$

P2 Compare ese resultado con $(+4)+(+2)$.

S2



Mismo Signo Sumar

$(+4)+(+2)=+(4+2)$
$=+6$

El resultado es el mismo:
$(+4)-(-2)=(+4)+(+2)$

C Para restar un número negativo de otro número cualquiera se escribe el minuendo, el signo+ y luego el sustraendo con el signo cambiado, efectuando finalmente la suma indicada.

Ej $(-7)-(-5)=(-7)+(+5)=-(7-5)=-2$

E Efectúe:

a) $(+5)-(-4)=(+5)+(+4)=+(5+4)=+9$

b) $(+9)-(-7)=(+9)+(+7)=+(9+7)=+16$

c) $(-6)-(-2)=(-6)+(+2)=-(6-2)=-4$

d) $(-7)-(-1)=(-7)+(+1)=-(7-1)=-6$

e) $(-3)-(-8)=(-3)+(+8)=+(8-3)=+5$

Contenido 6 Adición y sustracción con el cero

Unidad 2: Números Positivos y Negativos

Contenido 6: Adición y sustracción con el cero

P1

Efectúe las siguientes operaciones:

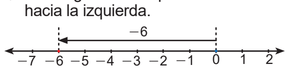
a) $(-6)+0$ b) $0+(-4)$ c) $(-2)-0$

$3+0=3$
$0+3=3$
$3-0=3$

S1

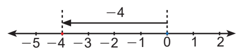
Como el cero indica que no hay desplazamiento, en la gráfica de cada inciso solo se muestra la flecha que indica el desplazamiento que corresponde al otro número, esto es:

a) Del origen se desplaza 6 unidades hacia la izquierda.



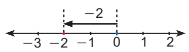
$(-6)+0=\mathbf{-6}$

b) Del origen se desplaza 4 unidades hacia la izquierda.



$0+(-4)=\mathbf{-4}$

c) Del origen se desplaza 2 unidades hacia la izquierda.



$(-2)-0=\mathbf{-2}$

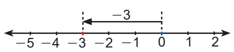
P2

Efectúe las siguientes sustracciones:

a) $0-(+3)$ b) $0-(-5)$

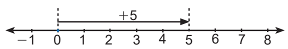
S2

a)



$0-(+3)=0+(-3)$
$=-(3-0)$
$=\mathbf{-3}$

b)



$0-(-5)=0+(+5)$
$=+(0+5)$
$=\mathbf{+5}$

Se observa que al restar 3 y -5 de 0 resulta -3 y $+5$, es decir los opuestos de 3 y -5.

C

Al sumar o restar 0 a un número cualquiera el resultado es el mismo número.
Al restar un número cualquiera al 0 sólo se cambia el signo al número.

E

Efectúe las siguientes operaciones:

a) $(-8)+0$ b) $0+(-9)$ c) $(+7)+0$

d) $0-(+9)$ e) $0-(-7)$ f) $0-(-19)$

g) $(+15)-0$ h) $(-5)-0$ i) $(-17)-0$

30

Aprendizajes esperados

Aplica la adición y sustracción con el cero en la solución de ejercicios.

Secuencia:

En las clases anteriores se estudiaron la adición y sustracción de números enteros. Ahora se estudia la adición y sustracción con cero.

Puntos esenciales:

Usar la recta numérica para introducir y representar la adición y sustracción con cero.

Recordar que el valor absoluto de cero es cero.

Resaltar que:

- ✓ Al sumar un número entero con cero el resultado siempre es el mismo número.
- ✓ Al restar de cero cualquier número entero se obtiene como resultado el opuesto de dicho número.

Efectuar sumas y restas con cero sin utilizar la recta numérica.

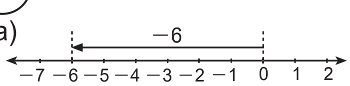
C6: Adición y sustracción con el cero

P1 Efectúe las siguientes operaciones:

a) $(-6)+0$ b) $0+(-4)$ c) $(-2)-0$

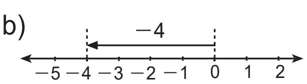
S1

a)



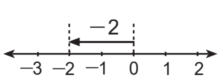
$(-6)+0=-6$

b)



$0+(-4)=-4$

c)



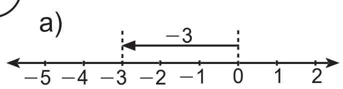
$(-2)-0=-2$

P2 Efectúe las siguientes sustracciones:

a) $0-(+3)$ b) $0-(-5)$

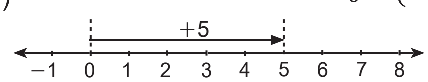
S2

a)



$0-(+3)=0+(-3)$
$=-(3-0)$
$=-3$

b)



$0-(-5)=0+(+5)$
$=+(0+5)$
$=+5$

C Al sumar o restar 0 a un número el resultado es el mismo número:

$(-6)+0=-6$

$(+6)-0=+6$

Al restar un número al 0 sólo se cambia el signo:

$0-(+3)=-3$

$0-(-5)=+5$

E

a) $(-8)+0=-8$ b) $0+(-9)=-9$

c) $(+7)+0=+7$ d) $0-(+9)=-9$

e) $0-(-7)=+7$ f) $0-(-19)=+19$

g) $(+15)-0=+15$ h) $(-5)-0=-5$

i) $(-17)-0=-17$

Contenido 7 Adición y sustracción combinadas (1)

Aprendizajes esperados

Aplica la adición y sustracción combinadas con paréntesis en la solución de ejercicios.

Secuencia:
Estudiadas la adición y sustracción de números enteros, en esta clase se efectúan operaciones combinadas.

Puntos esenciales:
Recordar:

- ✓ Que restar dos números enteros equivale a sumar el minuendo con el opuesto del sustraendo.
- ✓ Cómo se suman números enteros de igual signo.

Notar que, para efectuar operaciones combinadas de sumas y restas, se convierten las restas en sumas y luego se suman los números de igual signo.

Aplicar los pasos que se siguen para efectuar sumas y restas combinadas.

Contenido 7: Adición y sustracción combinadas (1)

P Efectúe las operaciones en la expresión $(+5)-(+7)+(-3)-(-9)$.

S

$(+5)-(+7)+(-3)-(-9)=(+5)+(-7)+(-3)+(+9)$ Se convierten las restas en sumas
$=(+5)+(+9)+(-7)+(-3)$ Se usa la conmutatividad de la suma
$=\quad(+14)\quad+\quad(-10)$ Se efectúan las sumas $(+5)+(+9)$ y $(-7)+(-3)$
$=+(14-10)$
$=+4$
$=$ **4** Se omite el signo

Por tanto, $(+5)-(+7)+(-3)-(-9)=\mathbf{4}$.

C

Para calcular el resultado de expresiones con sumas y restas en paréntesis:
1. Se convierte las restas a sumas.
2. Se suman por separado los números positivos y negativos.
3. Se efectúa la operación resultante.

E1

Efectúe las siguientes operaciones:

a) $(+4)-(+7)+(-1)-(-3)$ b) $(+8)-(-5)+(-3)-(+7)$

c) $(-2)-(+6)+(-4)-(+3)$

Ejemplo Efectúe las operaciones $(-18)+(+5)-(-3)$.

$(-18)+(+5)-(-3)=(-18)+(+5)+(+3)$
$=(-18)+(+8)$
$=-(18-8)$
$=\mathbf{-10}$

E2

Efectúe las siguientes operaciones:

a) $(-10)+(+2)-(-7)$ b) $(+5)+(-3)-(-9)$ c) $(+12)-(-3)+(-8)$

C7: Adición y sustracción combinadas (1)

P Efectúe $(+5)-(+7)+(-3)-(-9)$

S $(+5)-(+7)+(-3)-(-9)$
$=(+5)+(-7)+(-3)+(+9)$
$=\underbrace{(+5)+(+9)}+\underbrace{(-7)+(-3)}$
$=\quad(+14)\quad+\quad(-10)$
$=+4$
$=\quad 4$ Se puede omitir el "+"

C Para calcular el resultado de expresiones con sumas y restas en paréntesis:
1. Se convierte las restas a sumas.
2. Se suman los números positivos y negativos por separado.
3. Se efectúa la operación resultante.

E1 a) $(+4)-(+7)+(-1)-(-3)$
$=(+4)+(-7)+(-1)+(+3)$
$=(+4)+(+3)+(-7)+(-1)$
$=(+7)+(-8)$
$=-1$

b) $(+8)-(-5)+(-3)-(+7)$
$=(+8)+(+5)+(-3)+(-7)$
$=(+13)+(-10)$
$=3$

c) $(-2)-(+6)+(-4)-(+3)$
$=(-2)+(-6)+(-4)+(-3)$
$=-15$

Ej $(-18)+(+5)-(-3)$
$=(-18)+(+5)+(+3)=(-18)+(+8)$
$=\;-(18-8)=-10$

E2 a) $(-10)+(+2)-(-7)$
$=(-10)+(+2)+(+7)$
$=(-10)\quad+\quad(+9)$
$=-1$

b) $(+5)+(-3)-(-9)$
$=(+5)+(-3)+(+9)$
$=(+5)+(+9)+(-3)$
$=(+14)\quad+\quad(-3)$
$=11$

c) $(+12)-(-3)+(-8)$
$=(+12)+(+3)+(-8)=(+15)+(-8)=7$

Contenido 8 Adición y sustracción combinada (2)

Unidad 2: Números Positivos y Negativos

Contenido 8: Adición y sustracción combinadas (2)

P Efectúe las operaciones en $5-9-3+4$.

S

La expresión dada tiene sumas y restas combinadas, sin paréntesis. Para calcular su valor se agrupan los números de acuerdo a su signo:

$5-9-3+4=5+4-9-3$	Se agrupan números positivos 5 y 4, y los negativos -9 y -3
$=\ 9\ -\ 12$	Se efectúan $5+4$ y $-9-3$
$=\mathbf{-3}$	

C

Para calcular el resultado de expresiones con sumas y restas indicadas sin paréntesis:
1. Se agrupan los números positivos y negativos.
2. Se suman por separado.
3. Se efectúa la última suma o resta indicada.

E₁

Efectúe las siguientes operaciones:

a) $3-8+2-9$ b) $-2+4+8-5$ c) $-6+9-4+7$

Ejemplo Efectúe las operaciones en $6-9+5$.

$6-9+5=6+5-9$	Se agrupan los términos positivos
$=11-9$	Se efectúa la suma $6+5$
$=\mathbf{2}$	Se efectúa la sustracción $11-9$

E₂

Efectúe las siguientes operaciones:

a) $7-9+3$ b) $-8+3-6$ c) $-5+7-2$

32

Aprendizajes esperados

Aplica la adición y sustracción combinadas sin paréntesis en la solución de ejercicios.

Secuencia:

En la clase anterior se efectuaron sumas y restas combinadas, pero ahora se muestra otra manera en que se pueden presentar estas operaciones combinadas.

Puntos esenciales:

Recordar:

✓ Cómo se suman enteros de igual signo.

✓ Cómo se restan enteros.

Notar que, para efectuar operaciones combinadas de sumas y restas de la manera que aquí se estudian, se suman los números enteros de igual signo y se efectúa la última suma o resta indicada.

Aplicar los pasos que se siguen para efectuar sumas y restas combinadas.

C8: Adición y sustracción combinadas (2)

P Efectúe $5-9-3+4$.

S
$$\begin{aligned} 5-9-3+4 &= 5+4-9-3 \\ &= 9 - 12 \\ &= -3 \end{aligned}$$

C Para calcular el resultado de expresiones con sumas y restas sin paréntesis:

1. Se agrupan los números positivos y negativos.
2. Se suman por separado.
3. Se efectúa la última suma o resta indicada.

E1 Efectúe las siguientes operaciones:

a) $3-8+2-9$
$$\begin{aligned} &= \underbrace{3+2}-\underbrace{8-9} \\ &= 5 - 17 \\ &= -12 \end{aligned}$$

b) $-2+4+8-5$
$$\begin{aligned} &= \underbrace{4+8}-\underbrace{2-5} \\ &= 12 - 7 \\ &= 5 \end{aligned}$$

c) $-6+9-4+7$
$$\begin{aligned} &= \underbrace{9+7}-\underbrace{6-4} \\ &= 16 - 10 \\ &= 6 \end{aligned}$$

Ej Efectúe:

$$\begin{aligned} 6-9+5 &= \underbrace{6+5}-9 \\ &= 11-9 = 2 \end{aligned}$$

E2

a) $7-9+3$
$$\begin{aligned} &= \underbrace{7+3}-9 \\ &= 10-9 = 1 \end{aligned}$$

b) $-8+3-6$
$$\begin{aligned} &= \underbrace{-8-6}+3 \\ &= -14+3 = -11 \end{aligned}$$

c) $-5+7-2$
$$\begin{aligned} &= \underbrace{-5-2}+7 \\ &= -7+7 = 0 \end{aligned}$$

Contenido 9 Adición de decimales

Aprendizajes esperados

Aplica la adición de decimales en la solución de ejercicios.

Secuencia:

Estudiadas la adición y sustracción de números enteros, ahora se estudia la suma de números decimales.

Puntos esenciales:

Recordar:

- ✓ La suma y resta de decimales estudiadas en la primera unidad.
- ✓ La suma de números enteros.

Notar que para sumar números decimales se sigue el mismo procedimiento dado para enteros.

Contenido 9: Adición de decimales

P

Efectúe las siguientes sumas:

a) $(-3,1)+(-6,2)$

b) $(+7,9)+(-2,5)$

c) $(+3,7)+(-18,6)$

$-19,3$ — parte entera | parte decimal

S

a) Para efectuar esta suma, se escribe el signo común $-$ y la suma de los valores absolutos de los números.

$(-3,1)+(-6,2)=-(3,1+6,2)$
$=\mathbf{-9,3}$

$$\begin{array}{r} 3,1 \\ +\ 6,2 \\ \hline 9,3 \end{array}$$

b) Como $|+7,9|=7,9$, $|-2,5|=2,5$ y $|+7,9|>|-2,5|$, se escribe el signo $+$ seguido de $7,9-2,5$.

$(+7,9)+(-2,5)=+(7,9-2,5)$
$=\mathbf{+5,4}$

$$\begin{array}{r} 7,9 \\ -\ 2,5 \\ \hline 5,4 \end{array}$$

c) Como $|+3,7|=3,7$, $|-18,6|=18,6$ y $|-18,6|>|+3,7|$, se escribe el signo $-$ seguido de $18,6-3,7$.

$(+3,7)+(-18,6)=-(18,6-3,7)$
$=\mathbf{-14,9}$

$$\begin{array}{r} 1\overset{7}{\cancel{8}},{}^{1}6 \\ -\ 3,7 \\ \hline 14,9 \end{array}$$

C

Para sumar números decimales se toma en cuenta los signos y luego se suman o restan los valores absolutos de los sumandos.

E

Efectúe las siguientes sumas:

a) $(-1,6)+(-4,2)$ b) $(+5,9)+(-2,3)$ c) $(-8,4)+(+7,1)$

d) $(-2,5)+(+9,8)$ e) $(+12,4)+(+5,1)$ f) $(-3,7)+(-0,5)$

g) $-2,7+5,9$ h) $-7,2+3,5$ i) $-2,9+6,1$

C9: Adición de decimales

P Efectúe

a) $(-3,1)+(-6,2)$ b) $(+7,9)+(-2,5)$

c) $(+3,7)+(-18,6)$

S

a) $(-3,1)+(-6,2)=-(3,1+6,2)$
$=-9,3$

$$\begin{array}{r} 3,1 \\ +\ 6,2 \\ \hline 9,3 \end{array}$$

b) $(+7,9)+(-2,5)=+(7,9-2,5)$
$=5,4$

$$\begin{array}{r} 7,9 \\ -\ 2,5 \\ \hline 5,4 \end{array}$$

c) $(+3,7)+(-18,6)=-(18,6-3,7)$
$=-14,9$

$$\begin{array}{r} 1\overset{7}{\cancel{8}},6 \\ -\ 3,7 \\ \hline 14,9 \end{array}$$

C Para sumar números decimales se toma en cuenta los signos y luego se suman o restan los valores absolutos de los sumandos.

E

a) $(-1,6)+(-4,2)=-(1,6+4,2)$
$=-5,8$

b) $(+5,9)+(-2,3)=+(5,9-2,3)$
$=3,6$

c) $(-8,4)+(+7,1)=-(8,4-7,1)$
$=-1,3$

d) $(-2,5)+(+9,8)=+(9,8-2,5)$
$=7,3$

e) $(+12,4)+(+5,1)=+(12,4+5,1)$
$=17,5$

f) $(-3,7)+(-0,5)=-(3,7+0,5)$
$=-4,2$

Contenido 10 Adición de fracciones

Unidad 2: Números Positivos y Negativos

Contenido 10: Adición de fracciones

P

Efectúe las siguientes sumas:

a) $\left(-\frac{1}{5}\right)+\left(-\frac{3}{5}\right)$ b) $\left(-\frac{5}{3}\right)+\left(+\frac{7}{3}\right)$ c) $\left(+\frac{5}{4}\right)+\left(-\frac{2}{3}\right)$

S

a) Para efectuar la suma de $-\frac{1}{5}$ y $-\frac{3}{5}$ se antepone el signo $-$ a la suma de sus valores absolutos.

$$\left(-\frac{1}{5}\right)+\left(-\frac{3}{5}\right)=-\left(\frac{1}{5}+\frac{3}{5}\right)=-\left(\frac{1+3}{5}\right)=-\mathbf{\frac{4}{5}}$$

b) Como $\left|-\frac{5}{3}\right|=\frac{5}{3}$, $\left|+\frac{7}{3}\right|=\frac{7}{3}$ y $\left|+\frac{7}{3}\right|>\left|-\frac{5}{3}\right|$ se escribe el signo $+$ seguido de $\frac{7}{3}-\frac{5}{3}$.

$$\left(-\frac{5}{3}\right)+\left(+\frac{7}{3}\right)=+\left(\frac{7}{3}-\frac{5}{3}\right)=+\left(\frac{7-5}{3}\right)=+\mathbf{\frac{2}{3}}$$

c) $\frac{5}{4}=\frac{5\times 3}{4\times 3}=\frac{15}{12}$

$\frac{2}{3}=\frac{2\times 4}{3\times 4}=\frac{8}{12}$

$+\frac{5}{4}=+\frac{15}{12}$ y $-\frac{2}{3}=-\frac{8}{12}$

así que para efectuar la suma se antepone el signo $+$ a la diferencia de los valores absolutos.

$$\left(+\frac{5}{4}\right)+\left(-\frac{2}{3}\right)=\left(+\frac{15}{12}\right)+\left(-\frac{8}{12}\right)=+\left(\frac{15}{12}-\frac{8}{12}\right)=+\left(\frac{15-8}{12}\right)=+\mathbf{\frac{7}{12}}$$

C

Para sumar fracciones se toma en cuenta los signos y luego se suman o restan los valores absolutos de los sumandos.

E

Efectúe las siguientes sumas:

a) $\left(-\frac{2}{3}\right)+\left(-\frac{5}{3}\right)$ b) $\left(-\frac{7}{9}\right)+\left(+\frac{5}{9}\right)$ c) $\left(-\frac{4}{7}\right)+\left(+\frac{9}{7}\right)$

d) $\left(+\frac{5}{2}\right)+\left(-\frac{1}{3}\right)$ e) $\left(-\frac{8}{5}\right)+\left(+\frac{2}{3}\right)$ f) $\left(-\frac{3}{5}\right)+\left(+\frac{6}{5}\right)$

34

Aprendizajes esperados

Aplica la adición de fracciones en la solución de ejercicios.

Secuencia:

Siguiendo con el estudio de la adición de números, ahora se estudia esta opción con las fracciones.

Puntos esenciales:

Recordar:

- ✓ La suma y resta de fracciones estudiadas en la primera unidad.
- ✓ La suma de números enteros.

Notar que para sumar fracciones se sigue el mismo procedimiento dado para enteros.

C10: Adición de fracciones

(P) Efectúe las siguientes sumas:

(S)

a) $\left(-\frac{1}{5}\right)+\left(-\frac{3}{5}\right)=-\left(\frac{1}{5}+\frac{3}{5}\right)=-\left(\frac{1+3}{5}\right)=-\frac{4}{5}$

b) $\left(-\frac{5}{3}\right)+\left(+\frac{7}{3}\right)=+\left(\frac{7}{3}-\frac{5}{3}\right)=+\left(\frac{7-5}{3}\right)=\frac{2}{3}$

c) $\left(+\frac{5}{4}\right)+\left(-\frac{2}{3}\right)=\left(+\frac{15}{12}\right)+\left(-\frac{8}{12}\right)=+\left(\frac{15}{12}-\frac{8}{12}\right)=+\left(\frac{15-8}{12}\right)=\frac{7}{12}$

$\boxed{\frac{5}{4}=\frac{5\times3}{4\times3}=\frac{15}{12} \quad \frac{2}{3}=\frac{2\times4}{3\times4}=\frac{8}{12}}$

(C) *Leer en LT.*

(E) Efectúe

a) $\left(-\frac{2}{3}\right)+\left(-\frac{5}{3}\right)=-\left(\frac{2}{3}+\frac{5}{3}\right)=-\left(\frac{2+5}{3}\right)=-\frac{7}{3}$

b) $\left(-\frac{7}{9}\right)+\left(+\frac{5}{9}\right)=-\left(\frac{7}{9}-\frac{5}{9}\right)=-\left(\frac{7-5}{9}\right)=-\frac{2}{9}$

c) $\left(-\frac{4}{7}\right)+\left(+\frac{9}{7}\right)=+\left(\frac{9}{7}-\frac{4}{7}\right)=+\left(\frac{9-4}{7}\right)=\frac{5}{7}$

d) $\left(+\frac{5}{2}\right)+\left(-\frac{1}{3}\right)=+\left(\frac{15}{6}-\frac{2}{6}\right)=+\left(\frac{15-2}{6}\right)=\frac{13}{6}$

e) $\left(-\frac{8}{5}\right)+\left(+\frac{2}{3}\right)=-\left(\frac{24}{15}-\frac{10}{15}\right)=-\left(\frac{24-10}{15}\right)=-\frac{14}{15}$

f) $\left(-\frac{3}{5}\right)+\left(+\frac{6}{5}\right)=+\left(\frac{6-3}{5}\right)=\frac{3}{5}$

Contenido 11 Sustracción de decimales

Aprendizajes esperados

Aplica la sustracción de decimales en la solución de ejercicios.

Secuencia:

Siguiendo con el estudio de las operaciones con decimales, ahora se estudia la sustracción.

Puntos esenciales:

Recordar:

- ✔ La suma y resta de decimales estudiadas en la primera unidad.
- ✔ La resta de números enteros.

Notar que para restar números decimales se sigue el mismo procedimiento dado para enteros.

Contenido 11: Sustracción de decimales

P

Efectúe las siguientes sustracciones:

a) $(+3,9)-(+1,4)$ b) $(+7,5)-(-11,2)$ c) $(+2,7)-(+6,1)$

S

a) Se convierte la resta en una suma, y luego se efectúa la suma de números con signos diferentes.

$(+3,9)-(+1,4)=(+3,9)+(-1,4)$
$=+(3,9-1,4)$
$=\mathbf{2,5}$

$$\begin{array}{r} 3,9 \\ -\ 1,4 \\ \hline 2,5 \end{array}$$

b) Como se está restando un negativo, la resta se transforma en una suma de números positivos.

$(+7,5)-(-11,2)=(+7,5)+(+11,2)$
$=+(7,5+11,2)$
$=\mathbf{18,7}$

$$\begin{array}{r} 7,5 \\ +\ 11,2 \\ \hline 18,7 \end{array}$$

c) El cálculo es similar al inciso a).

$(+2,7)-(+6,1)=(+2,7)+(-6,1)$
$=-(6,1-2,7)$
$=\mathbf{-3,4}$

$$\begin{array}{r} {}^{5}\cancel{6},{}^{1}1 \\ -\ 2,7 \\ \hline 3,4 \end{array}$$

C

Para restar un número decimal de otro se convierte en una suma, cambiándole el signo al sustraendo, resultando una suma o diferencia que se efectúa normalmente.

E

Efectúe las siguientes sustracciones:

a) $(+8,5)-(+3,1)$ b) $(+6,8)-(-5,4)$ c) $(+4,1)-(+9,3)$

d) $(+1,7)-(-5,2)$ e) $(-7,9)-(-2,6)$ f) $(-1,4)-(-3,5)$

g) $(+9,6)-(+2,4)$ h) $(-3,9)-(+8,2)$ i) $(-6,5)-(-2,7)$

C11: Sustracción de decimales

P Efectúe las siguientes sustracciones:

S

a) $(+3,9)-(+1,4)=(+3,9)+(-1,4)$
$=+(3,9-1,4)$
$=2,5$

b) $(+7,5)-(-11,2)=(+7,5)+(+11,2)$
$=+(7,5+11,2)$
$=18,7$

c) $(+2,7)-(+6,1)=(+2,7)+(-6,1)$
$=-(6,1-2,7)$
$=-3,4$

C Para restar un número decimal de otro se convierte en una suma, cambiándole el signo al sustraendo, resultando una suma o diferencia que se efectúa normalmente.

E Efectúe

a) $(+8,5)-(+3,1)=(+8,5)+(-3,1)$
$=+(8,5-3,1)$
$=5,4$

b) $(+6,8)-(-5,4)=(+6,8)+(+5,4)$
$=+(6,8+5,4)$
$=12,2$

c) $(+4,1)-(+9,3)=(+4,1)+(-9,3)$
$=-(9,3-4,1)$
$=-5,2$

d) $(+1,7)-(-5,2)=(+1,7)+(+5,2)$
$=+(1,7+5,2)$
$=6,9$

e) $(-7,9)-(-2,6)=(-7,9)+(+2,6)$
$=-(7,9-2,6)$
$=-5,3$

f) $(-1,4)-(-3,5)=(-1,4)+(+3,5)$
$=+(3,5-1,4)$
$=2,1$

Contenido 12 Sustracción de fracciones

Unidad 2: Números Positivos y Negativos

Contenido 12: Sustracción de fracciones

P Efectúe las siguientes sustracciones:

a) $\left(-\frac{2}{7}\right)-\left(+\frac{6}{7}\right)$ b) $\left(+\frac{5}{3}\right)-\left(+\frac{4}{3}\right)$ c) $\left(-\frac{1}{4}\right)-\left(-\frac{2}{5}\right)$

S

a) Se convierte la resta en una suma, y luego se efectúa la suma de números con el mismo signo.

$$\left(-\frac{2}{7}\right)-\left(+\frac{6}{7}\right)=\left(-\frac{2}{7}\right)+\left(-\frac{6}{7}\right)=-\left(\frac{2}{7}+\frac{6}{7}\right)=-\left(\frac{2+6}{7}\right)=-\mathbf{\frac{8}{7}}$$

b) La resta se convierte en una suma, y se efectúa la suma de números con diferentes signos, donde $\left|+\frac{5}{3}\right|>\left|-\frac{4}{3}\right|$.

$$\left(+\frac{5}{3}\right)-\left(+\frac{4}{3}\right)=\left(+\frac{5}{3}\right)+\left(-\frac{4}{3}\right)=+\left(\frac{5}{3}-\frac{4}{3}\right)=+\left(\frac{5-4}{3}\right)=\mathbf{\frac{1}{3}}$$

c) Primero se transforma la resta en una suma, y como $-\frac{1}{4}=-\frac{5}{20}$ y $+\frac{2}{5}=+\frac{8}{20}$, para efectuar esta suma se antepone el signo $+$ a la diferencia de los valores absolutos.

$$\left(-\frac{1}{4}\right)-\left(-\frac{2}{5}\right)=\left(-\frac{1}{4}\right)+\left(+\frac{2}{5}\right)=\left(-\frac{5}{20}\right)+\left(+\frac{8}{20}\right)=+\left(\frac{8}{20}-\frac{5}{20}\right)=+\left(\frac{8-5}{20}\right)=\mathbf{\frac{3}{20}}$$

C

Para restar fracciones se toman en cuenta los signos y luego se suman o restan los valores absolutos de los sumandos.

E

Efectúe las siguientes sustracciones:

a) $\left(-\frac{1}{5}\right)-\left(+\frac{3}{5}\right)$ b) $\left(+\frac{5}{7}\right)-\left(+\frac{2}{7}\right)$ c) $\left(-\frac{8}{3}\right)-\left(-\frac{1}{3}\right)$

d) $\left(+\frac{5}{2}\right)-\left(-\frac{9}{4}\right)$ e) $\left(-\frac{1}{2}\right)-\left(+\frac{4}{5}\right)$ f) $\left(-\frac{7}{2}\right)-\left(+\frac{5}{3}\right)$

36

Aprendizajes esperados

Aplica la sustracción de fracciones en la solución de ejercicios.

Secuencia:

Siguiendo con el estudio de las operaciones con fracciones, ahora se estudia la sustracción.

Puntos esenciales:

Recordar:

- ✓ La suma y resta de fracciones estudiadas en la primera unidad.
- ✓ La resta de números enteros.

Notar que para restar fracciones se sigue el mismo procedimiento dado para enteros.

C12: Sustracción de fracciones

P Efectúe las siguientes sustracciones:

S a) $\left(-\frac{2}{7}\right)-\left(+\frac{6}{7}\right)=\left(-\frac{2}{7}\right)+\left(-\frac{6}{7}\right)$

$$=-\left(\frac{2}{7}+\frac{6}{7}\right)=-\left(\frac{2+6}{7}\right)=-\frac{8}{7}$$

b) $\left(+\frac{5}{3}\right)-\left(+\frac{4}{3}\right)=\left(+\frac{5}{3}\right)+\left(-\frac{4}{3}\right)$

$$=+\left(\frac{5}{3}-\frac{4}{3}\right)=+\left(\frac{5-4}{3}\right)=\frac{1}{3}$$

c) $\left(-\frac{1}{4}\right)-\left(-\frac{2}{5}\right)=\left(-\frac{1}{4}\right)+\left(+\frac{2}{5}\right)=\left(-\frac{5}{20}\right)+\left(+\frac{8}{20}\right)$

$$=+\left(\frac{8}{20}-\frac{5}{20}\right)=+\left(\frac{8-5}{20}\right)=\frac{3}{20}$$

C *Leer en LT.*

E Efectúe

a) $\left(-\frac{1}{5}\right)-\left(+\frac{3}{5}\right)=-\left(\frac{1}{5}+\frac{3}{5}\right)=-\frac{4}{5}$

b) $\left(+\frac{5}{7}\right)-\left(+\frac{2}{7}\right)=+\left(\frac{5-2}{7}\right)=\frac{3}{7}$

c) $\left(-\frac{8}{3}\right)-\left(-\frac{1}{3}\right)=\left(-\frac{8}{3}\right)+\left(+\frac{1}{3}\right)$

$$=-\left(\frac{8-1}{3}\right)=-\frac{7}{3}$$

d) $\left(+\frac{5}{2}\right)-\left(-\frac{9}{4}\right)=\left(+\frac{10}{4}\right)+\left(+\frac{9}{4}\right)=+\left(\frac{10+9}{4}\right)=\frac{19}{4}$

e) $\left(-\frac{1}{2}\right)-\left(+\frac{4}{5}\right)=\left(-\frac{5}{10}\right)+\left(-\frac{8}{10}\right)=-\left(\frac{5+8}{10}\right)=-\frac{13}{10}$

f) $\left(-\frac{7}{2}\right)-\left(+\frac{5}{3}\right)=\left(-\frac{21}{6}\right)+\left(-\frac{10}{6}\right)=-\left(\frac{21+10}{6}\right)=-\frac{31}{6}$

Contenido 1 Multiplicación (1)

Aprendizajes esperados

Aplica la multiplicación por un número positivo en la solución de ejercicios.

Secuencia:

Estudiadas la adición y sustracción de números enteros, ahora se estudia la multiplicación. Se comienza con el caso cuando el primer factor es positivo para retomar lo aprendido en primaria.

Puntos esenciales:

Recordar:

- ✔ El uso de números positivos y negativos para indicar posiciones al este u oeste respecto a un punto de referencia.
- ✔ El sentido de la multiplicación estudiado en primaria.

Destacar que:

- ✔ El producto de dos números enteros positivos es positivo.
- ✔ El producto de un número entero positivo por un negativo es negativo.

Efectuar multiplicaciones de números enteros cuando el primer factor es positivo.

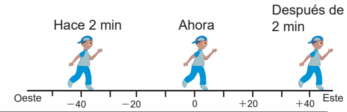
Sección 3: Multiplicación y división con números positivos y negativos

Contenido 1: Multiplicación (1)

P Ricardo se dirige hacia el este a 20m por minuto. Sabiendo que en este momento se encuentra en el punto de referencia, complete la siguiente tabla:

Tiempo	Posición respecto al punto de referencia	velocidad × tiempo ⟶ posición
Después de 2 min (+2)	40m al este (+40)	(+20) × (+2) =
Después de 1 min (+1)	20m al este ( )	( ) × ( ) =
Ahora (0)	0m ( )	( ) × ( ) =
Hace 1 min (−1)	20m al oeste ( )	( ) × ( ) =
Hace 2 min (−2)	40m al oeste ( )	( ) × ( ) =

S Como se dirige al este a 20m por minuto, +20 representa la velocidad. Luego, la tabla ya completada con la información solicitada es la siguiente:



Tiempo	Posición respecto al punto de referencia	velocidad × tiempo ⟶ posición
Después de 2 min (+2)	40m al este (+40)	(+20) × (+2) = +40
Después de 1 min (+1)	20m al este (+20)	(+20) × (+1) = +20
Ahora (0)	0m (0)	(+20) × 0 = 0
Hace 1 min (−1)	20m al oeste (−20)	(+20) × (−1) = −20
Hace 2 min (−2)	40m al oeste (−40)	(+20) × (−2) = −40

C Al multiplicar un número positivo por otro número:

1. Se determina el signo del producto de acuerdo al siguiente criterio:

$$(+)\times(+)\to(+),\ (+)\times(-)\to(-).$$

2. Se multiplican los valores absolutos de los números.

Ejemplo Efectúe las siguientes multiplicaciones:

a) $(+5)\times(+7)$ b) $(+6)\times(-8)$

a) $(+5)\times(+7)=+(5\times7)$
$=\mathbf{+35}$

b) $(+6)\times(-8)=-(6\times8)$
$=\mathbf{-48}$

E Efectúe las siguientes multiplicaciones:

a) $(+3)\times(-5)$ b) $(+6)\times(-2)$ c) $(+4)\times(-9)$ d) $(+7)\times(-8)$
e) $(+9)\times(+6)$ f) $(+10)\times(-3)$ g) $(+2)\times(-11)$ h) $(+13)\times(-2)$

S3: Multiplicación y división con números positivos y negativos
C1: Multiplicación (1)

P Ricardo se dirige hacia el este a 20m por minuto. Ahora se encuentra en el punto de referencia, complete la siguiente tabla:

S

Tiempo	Posición respecto al punto de referencia	velocidad × tiempo ⟶ posición
Después de 2 min (+2)	40m al este (+40)	(+20) × (+2) = +40
Después de 1 min (+1)	20m al este (+20)	(+20) × (+1) = +20
Ahora (0)	0m (0)	(+20) × (0) = 0
Hace 1 min (−1)	20m al oeste (−20)	(+20) × (−1) = −20
Hace 2 min (−2)	40m al oeste (−40)	(+20) × (−2) = −40

C Al multiplicar un número positivo por otro número:

1. Se determina el signo del producto de acuerdo con:

$$(+)\times(+)\to(+)\qquad(+)\times(-)\to(-)$$

2. Se multiplican los valores absolutos de los números.

Ej Efectúe

a) $(+5)\times(+7)=+(5\times7)=+35$

b) $(+6)\times(-8)=-(6\times8)=-48$

E Efectúe

a) $(+3)\times(-5)=-(3\times5)=-15$

b) $(+6)\times(-2)=-(6\times2)=-12$

c) $(+4)\times(-9)=-(4\times9)=-36$

d) $(+7)\times(-8)=-(7\times8)=-56$

e) $(+9)\times(+6)=+(9\times6)=54$

f) $(+10)\times(-3)=-(10\times3)=-30$

g) $(+2)\times(-11)=-(2\times11)=-22$

h) $(+13)\times(-2)=-(13\times2)=-26$

Contenido 2 Multiplicación (2)

Contenido 2: Multiplicación (2)

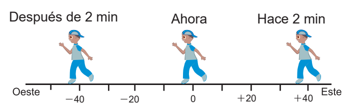
P

Ricardo se dirige hacia el oeste a $20m$ por minuto. Sabiendo que en este momento se encuentra en el punto de referencia, complete la siguiente tabla:

Tiempo	Posición respecto al punto de referencia	velocidad × tiempo ➡ posición
Después de 2 min (+2)	$40m$ al oeste (−40)	(−20) × (+2) =
Después de 1 min (+1)	$20m$ al oeste ( )	( ) × ( ) =
Ahora (0)	$0m$ ( )	( ) × ( ) =
Hace 1 min (−1)	$20m$ al este ( )	( ) × ( ) =
Hace 2 min (−2)	$40m$ al este ( )	( ) × ( ) =

S

Como se dirige al oeste a $20m$ por minuto, −20 representa la velocidad. Luego, la tabla ya completada con la información solicitada es la siguiente:



Tiempo	Posición respecto al punto de referencia	velocidad × tiempo ➡ posición
Después de 2 min (+2)	$40m$ al oeste (−40)	(−20) × (+2) = −40
Después de 1 min (+1)	$20m$ al oeste (−20)	(−20) × (+1) = −20
Ahora (0)	$0m$ (0)	(−20) × 0 = 0
Hace 1 min (−1)	$20m$ al este (+20)	(−20) × (−1) = +20
Hace 2 min (−2)	$40m$ al este (+40)	(−20) × (−2) = +40

C

Al multiplicar un número negativo por otro número:

1. Se determina el signo del producto de acuerdo con el siguiente criterio:
$(-)\times(+)\rightarrow(-)$, $(-)\times(-)\rightarrow(+)$.
2. Se multiplican los valores absolutos de ambos números.

$(-20)\times(+2)=-(20\times2)=-40$ $\qquad$ $(-20)\times(-1)=+(20\times1)=+20$

Ejemplo Efectúe las siguientes multiplicaciones:

a) $(-5)\times(+1)$ $\quad$ b) $(-6)\times0$ $\quad$ c) $(-3)\times(-1)$

$a\times1=1\times a=a$
$a\times0=0\times a=0$
$a\times(-1)=(-1)\times a=-a$

a) $(-5)\times(+1)=-(5\times1)$ $=-\mathbf{5}$ $\quad$ b) $(-6)\times0=\mathbf{0}$ $\quad$ c) $(-3)\times(-1)=+(3\times1)$ $=\mathbf{3}$

E

Efectúe las siguientes multiplicaciones:

a) $(-3)\times(+8)$ $\quad$ b) $(-9)\times(+5)$ $\quad$ c) $(-4)\times(+6)$ $\quad$ d) $(-7)\times(-2)$

e) $(+6)\times(-1)$ $\quad$ f) $(-9)\times0$ $\quad$ g) $(-13)\times(+2)$ $\quad$ h) $(-10)\times(+7)$

Aprendizajes esperados

Aplica la multiplicación por un número negativo en la solución de ejercicios.

Secuencia:

Continuando con el estudio de la multiplicación de enteros, ahora se estudian los casos cuando: el primer factor es negativo o cuando uno de los factores es 0 o −1.

Puntos esenciales:

Recordar:

- ✓ El uso de números positivos y negativos para indicar posiciones al este u oeste respecto a un punto de referencia.
- ✓ La multiplicación por cero estudiada en primaria.

Destacar que:

- ✓ El producto de dos números enteros negativos es positivo.
- ✓ El producto de un número entero negativo por un positivo es negativo.
- ✓ El producto de cualquier número por cero da cero.
- ✓ El producto de cualquier número por −1 es el opuesto de dicho número.

Retomar los aspectos esenciales de esta clase y la anterior para resumir la ley de los signos para la multiplicación.

C2: Multiplicación (2)

P Ricardo se dirige hacia el oeste a $20m$ por minuto. Ahora se encuentra en el punto de referencia, complete la siguiente tabla:

Tiempo	Posición respecto al punto de referencia	Velocidad × tiempo→posición
Después de 2 min (+2)	$40m$ al oeste (−40)	$(-20)\times(+2) = -40$
Después de 1 min (+1)	$20m$ al oeste (−20)	$(-20)\times(+1) = -20$
Ahora (0)	$0m$ (0)	$(-20)\times(0) = 0$
Hace 1 min (−1)	$20m$ al este (+20)	$(-20)\times(-1) = +20$
Hace 2 min (−2)	$40m$ al este (+40)	$(-20)\times(-2) = +40$

C Al multiplicar un número negativo por otro número:

1. Se determina el signo del producto de acuerdo con:

$$(-)\times(+)\rightarrow(-) \qquad (-)\times(-)\rightarrow(+)$$

2. Se multiplican los valores absolutos de los números.

Ej Efectúe

a) $(-5)\times(+1) = -(5\times1) = -5$

b) $(-6)\times0 = 0$

c) $(-3)\times(-1) = +(3\times1) = 3$

E Efectúe

a) $(-3)\times(+8) = -(3\times8) = -24$

b) $(-9)\times(+5) = -(9\times5) = -45$

c) $(-4)\times(+6) = -(4\times6) = -24$

d) $(-7)\times(-2) = +(7\times2) = 14$

e) $(-6)\times(-1) = +(6\times1) = 6$

f) $(-9)\times0 = 0$

g) $(-13)\times(+2) = -(13\times2) = -26$

h) $(-10)\times(+7) = -(10\times7) = -70$

Contenido 3 Propiedad conmutativa y asociativa de la multiplicación

Aprendizajes esperados

Aplica la propiedad conmutativa y asociativa de la multiplicación de números positivos y negativos en la solución de ejercicios.

Secuencia:

En las clases anteriores se estudió la multiplicación de números enteros, ahora se establecen las propiedades conmutativa y asociativa de la multiplicación. Estas propiedades serán muy útiles al efectuar operaciones combinadas.

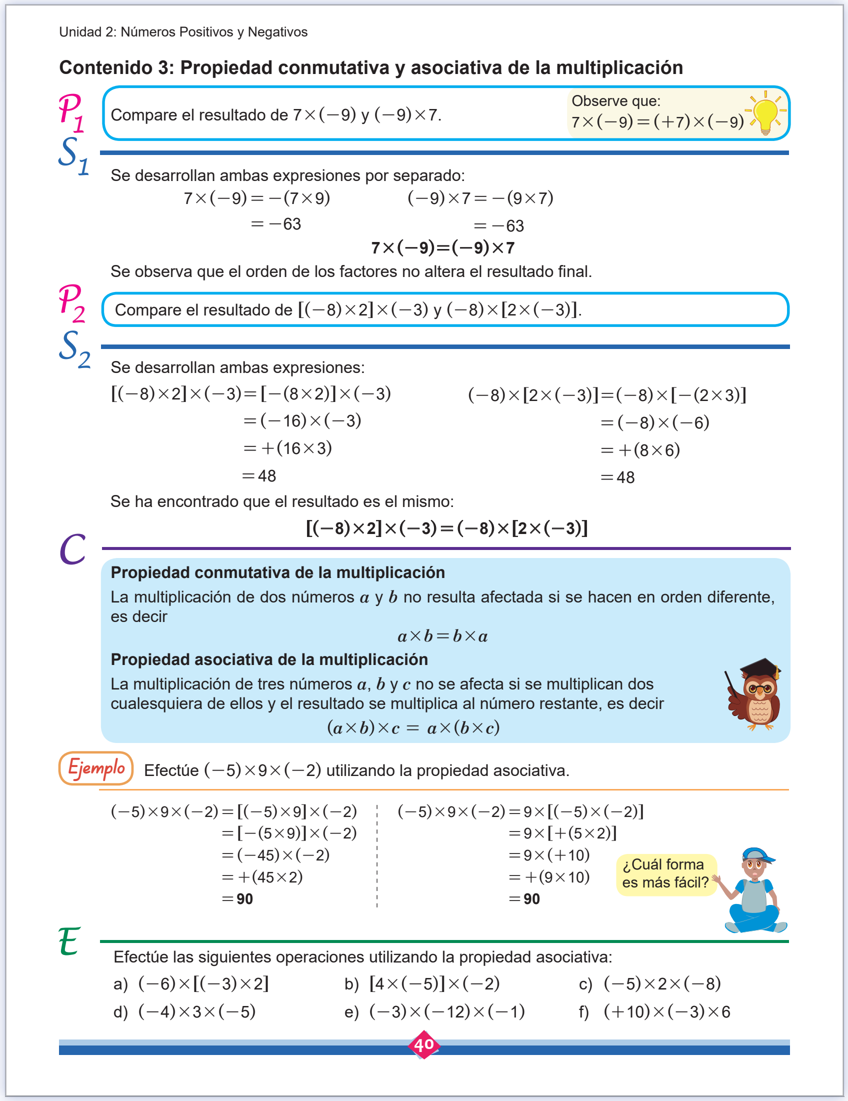
Puntos esenciales:

Recordar la ley de los signos para la multiplicación.

Inducir las propiedades conmutativa y asociativa de la multiplicación a partir de ejemplos concretos.

Aplicar la propiedad asociativa de la multiplicación al efectuar productos que involucran tres factores.

Explicar lo que garantizan la propiedad conmutativa y asociativa de la multiplicación.



Unidad 2: Números Positivos y Negativos

Contenido 3: Propiedad conmutativa y asociativa de la multiplicación

P_1 Compare el resultado de $7\times(-9)$ y $(-9)\times 7$.

Observe que: $7\times(-9)=(+7)\times(-9)$

S_1 Se desarrollan ambas expresiones por separado:

$7\times(-9)=-(7\times 9)$ $\quad$ $(-9)\times 7=-(9\times 7)$

$=-63$ $\quad$ $=-63$

$$\mathbf{7\times(-9)=(-9)\times 7}$$

Se observa que el orden de los factores no altera el resultado final.

P_2 Compare el resultado de $[(-8)\times 2]\times(-3)$ y $(-8)\times[2\times(-3)]$.

S_2 Se desarrollan ambas expresiones:

$[(-8)\times 2]\times(-3)=[-(8\times 2)]\times(-3)$
$=(-16)\times(-3)$
$=+(16\times 3)$
$=48$

$(-8)\times[2\times(-3)]=(-8)\times[-(2\times 3)]$
$=(-8)\times(-6)$
$=+(8\times 6)$
$=48$

Se ha encontrado que el resultado es el mismo:

$$\mathbf{[(-8)\times 2]\times(-3)=(-8)\times[2\times(-3)]}$$

C

Propiedad conmutativa de la multiplicación

La multiplicación de dos números a y b no resulta afectada si se hacen en orden diferente, es decir

$$a\times b=b\times a$$

Propiedad asociativa de la multiplicación

La multiplicación de tres números a, b y c no se afecta si se multiplican dos cualesquiera de ellos y el resultado se multiplica al número restante, es decir

$$(a\times b)\times c = a\times(b\times c)$$

Ejemplo Efectúe $(-5)\times 9\times(-2)$ utilizando la propiedad asociativa.

$(-5)\times 9\times(-2)=[(-5)\times 9]\times(-2)$
$=[-(5\times 9)]\times(-2)$
$=(-45)\times(-2)$
$=+(45\times 2)$
$=\mathbf{90}$

$(-5)\times 9\times(-2)=9\times[(-5)\times(-2)]$
$=9\times[+(5\times 2)]$
$=9\times(+10)$
$=+(9\times 10)$
$=\mathbf{90}$

¿Cuál forma es más fácil?

E Efectúe las siguientes operaciones utilizando la propiedad asociativa:

a) $(-6)\times[(-3)\times 2]$ $\quad$ b) $[4\times(-5)]\times(-2)$ $\quad$ c) $(-5)\times 2\times(-8)$

d) $(-4)\times 3\times(-5)$ $\quad$ e) $(-3)\times(-12)\times(-1)$ $\quad$ f) $(+10)\times(-3)\times 6$

40

C3: Propiedades conmutativa y asociativa de la multiplicación

P1 Compare el resultado de $7\times(-9)$ y $(-9)\times 7$.

S1 $7\times(-9) = -(7\times 9) = -63$ $\qquad$ $(-9)\times 7 = -(9\times 7) = -63$

El resultado es el mismo: $7\times(-9) = (-9)\times 7$

P2 Compare el resultado de:
$[(-8)\times 2]\times(-3)$ y $(-8)\times[2\times(-3)]$

S2 $[(-8)\times 2]\times(-3) = [-(8\times 2)]\times(-3)$
$= (-16)\times(-3)$
$= +(16\times 3)$
$= 48$

$(-8)\times[2\times(-3)] = (-8)\times[-(2\times 3)]$
$= (-8)\times(-6)$
$= +(8\times 6)$
$= 48$

El resultado es el mismo:
$[(-8)\times 2]\times(-3) = (-8)\times[2\times(-3)]$

C Propiedad conmutativa: $a\times b = b\times a$
Propiedad asociativa: $(a\times b)\times c = a\times(b\times c)$

Ej Forma 1

$(-5)\times 9\times(-2)=[(-5)\times 9]\times(-2)$
$=[-(5\times 9)]\times(-2)$
$=(-45)\times(-2)=+(45\times 2)=90$

Forma 2

$(-5)\times 9\times(-2)=9\times[(-5)\times(-2)]$
$=9\times[+(5\times 2)]$
$=9\times(+10)=+(9\times 10)=90$

E Efectúe:

a) $(-6)\times[(-3)\times 2] = (-6)\times(-6) = 36$

b) $[4\times(-5)]\times(-2) = (-20)\times(-2) = 40$

c) $(-5)\times 2\times(-8) = (-10)\times(-8) = 80$

e) $(-3)\times(-12)\times(-1) = 36\times(-1) = -36$

f) $(+10)\times(-3)\times 6 = (-30)\times 6 = -180$

Contenido 4 Multiplicación con más de dos números

Sección 3: Multiplicación y división con números positivos y negativos

Contenido 4: Multiplicación con más de dos números

Repaso

Un número entero positivo es par si al dividirlo por 2 el residuo es cero o de otra manera la división es exacta.

✓ 6 es un número par porque $6 \div 2 = 3$ y el residuo es 0.
✓ 24 es un número par porque $24 \div 2 = 12$ y el residuo es 0.

Un número entero positivo es impar si al dividirlo por 2 el residuo es 1, en otras palabras la división no es exacta.

✓ 9 es un número impar porque al dividirlo por 2 el cociente es 3 y residuo es 1.
✓ 15 es un número impar porque si se divide por 2 el cociente es 7 y el residuo 1.

E1

Escriba cada número en la casilla correspondiente.
7, 4, 12, 18, 27, 29

Número par	Número impar

P

Efectúe los siguientes productos:
a) $(-2)\times5\times(-3)$ b) $4\times(-1)\times(-6)\times(-2)$

S

a) $(-2)\times5\times(-3)=-10\times(-3)$
$=\mathbf{30}$

Hay tres factores: dos negativos y uno positivo.
Resulta un producto positivo.

b) $4\times(-1)\times(-6)\times(-2)=-4\times(-6)\times(-2)$
$=24\times(-2)$
$=\mathbf{-48}$

Hay tres factores negativos y uno positivo.
El resultado es un número negativo.

C

Al multiplicar más de dos números, el producto es positivo si el número de factores negativos es par y negativo si el número de factores negativos es impar.

Ejemplo ¿Cuál es el resultado de $(-3)\times2\times(-1)\times4$?

Como la cantidad de factores negativos es 2 (número par), el resultado es un número positivo.
Multiplicando los números:

$$(-3)\times2\times(-1)\times4=+(3\times2\times1\times4)$$
$$=\mathbf{24}$$

E2

Efectúe los siguientes productos:

a) $(-4)\times2\times(-6)$ b) $(-3)\times(-5)\times(-3)$ c) $7\times3\times(-2)$

d) $(-2)\times4\times(-1)\times5$ e) $7\times3\times(-3)\times2$ f) $5\times(-2)\times(-3)\times(-2)$

41

Aprendizajes esperados

Aplica la multiplicación con más de dos números en la solución de ejercicios.

Secuencia:

Luego de estudiar la propiedad asociativa de la multiplicación, en esta clase se estudian multiplicaciones con un número par o impar de factores negativos.

Puntos esenciales:

Recordar:

✓ La definición de número par e impar.

✓ La ley de los signos para la multiplicación.

Destacar que al multiplicar más de dos números:

✓ El producto es positivo si el número de factores negativos es par.

✓ El producto es negativo si el número de factores negativos es impar.

Efectuar multiplicaciones con un número par o impar de factores negativos.

C4: Multiplicación con más de dos números

Repaso

Número par → se puede dividir por 2 de manera exacta.

Número impar → la división por 2 no es exacta.

(E1) Escriba cada número en la casilla correspondiente
7, 4, 12, 18, 27, 29

Número par	Número impar
4, 12, 18	7, 27, 29

(P) Efectúe los siguientes productos:

(S)

a) $(-2)\times5\times(-3)$
$=-10\times(-3)$
$=30$

b) $4\times(-1)\times(-6)\times(-2)$
$=-4\times(-6)\times(-2)$
$=24\times(-2)$
$=-48$

(C) Al multiplicar más de dos números: Si la cantidad de números negativos es

Par → el resultado es un número positivo (+)

Impar → el resultado es un número negativo (−)

(Ej) $(-3)\times2\times(-1)\times4$
$=+(3\times2\times1\times4)$
$=24$

La cantidad de números negativos es 2 (número par) → el resultado será +

(E2)

a) $(-4)\times2\times(-6)=+(4\times2\times6)=48$

b) $(-3)\times(-5)\times(-3)=-(3\times5\times3)=-45$

c) $7\times3\times(-2)=-(7\times3\times2)=-42$

d) $(-2)\times4\times(-1)\times5=+(2\times4\times1\times5)=40$

e) $7\times3\times(-3)\times2=-(7\times3\times3\times2)=-126$

f) $5\times(-2)\times(-3)\times(-2)=-(5\times2\times3\times2)=-60$

Contenido 5 Multiplicación con decimales

Aprendizajes esperados

Aplica la multiplicación con decimales en la solución de ejercicios.

Secuencia:

Estudiada la multiplicación de números enteros, ahora se estudia la multiplicación de números decimales.

Puntos esenciales:

Recordar:

- ✓ El procedimiento que se sigue para multiplicar decimales estudiado en la primera unidad.
- ✓ La multiplicación de números enteros.

Notar que la ley de los signos para la multiplicación es válida también cuando los factores son decimales.

Aplicar la ley de los signos al efectuar multiplicaciones de decimales.

Contenido 5: Multiplicación con decimales

P

Efectúe los siguientes productos:

a) $(+2)\times(-1{,}3)$ b) $(-13{,}2)\times(-0{,}4)$ c) $(-4{,}1)\times(+2{,}5)$

S

a) Para efectuar este producto se escribe el signo $-$ y luego el producto de los valores absolutos.

$(+2)\times(-1{,}3)=-(2\times1{,}3)$
$=\mathbf{-2{,}6}$

$$\begin{array}{r} 1{,}3 \\ \times\ \ 2 \\ \hline 2{,}6 \end{array}$$

b) Se escribe el signo $+$ y luego el producto de los valores absolutos.

$(-13{,}2)\times(-0{,}4)=+(13{,}2\times0{,}4)$
$=\mathbf{5{,}28}$

$$\begin{array}{r} {}^{1}13{,}2 \\ \times\ 0{,}4 \\ \hline 5{,}28 \end{array}$$

c) El cálculo es similar a a).

$(-4{,}1)\times(+2{,}5)=-(4{,}1\times2{,}5)$
$=\mathbf{-10{,}25}$

$$\begin{array}{r} 4{,}1 \\ \times\ 2{,}5 \\ \hline 205 \\ 82\ \ \\ \hline 10{,}25 \end{array}$$

Ley de los signos para la multiplicación
$(+)\times(+)=(+)$; $(+)\times(-)=(-)$
$(-)\times(-)=(+)$; $(-)\times(+)=(-)$

C

Para multiplicar decimales se toma en cuenta la ley de los signos y luego se multiplican los valores absolutos de los factores.

E

Efectúe los siguientes productos:

a) $(+3)\times(-2{,}1)$ b) $(-4{,}3)\times(-0{,}2)$ c) $(-3{,}1)\times(-2{,}2)$

d) $(-4)\times(+1{,}6)$ e) $(+2{,}7)\times(-0{,}3)$ f) $(-1{,}4)\times(-2{,}3)$

C5: Multiplicación con decimales

P Efectúe

S a) $(+2)\times(-1{,}3)\ =-(2\times1{,}3)$
$=-2{,}6$

$$\begin{array}{r} 1{,}\ 3 \\ \times\ \ \ 2 \\ \hline 2{,}\ 6 \end{array}$$

b) $(-13{,}2)\times(-0{,}4)\ =+(13{,}2\times0{,}4)$
$=5{,}28$

$$\begin{array}{r} {}^{1}1\ 3{,}\ 2 \\ \times\ 0{,}\ 4 \\ \hline 5{,}\ 2\ 8 \end{array}$$

c) $(+4{,}1)\times(+2{,}5)\ =+(4{,}1\times2{,}5)$
$=+10{,}25$

$$\begin{array}{r} 4{,}\ 1 \\ \times\ 2{,}\ 5 \\ \hline 2\ 0\ 5 \\ 8\ 2\ \ \ \\ \hline 1\ 0{,}\ 2\ 5 \end{array}$$

C Para multiplicar decimales se toma en cuenta la ley de los signos y luego se multiplican los valores absolutos de los factores.

E Efectúe

a) $(+3)\times(-2{,}1)\ =-(3\times2{,}1)$
$=-6{,}3$

b) $(-4{,}3)\times(-0{,}2)\ =+(4{,}3\times0{,}2)$
$=0{,}86$

c) $(-3{,}1)\times(-2{,}2)\ =+(3{,}1\times2{,}2)$
$=6{,}82$

d) $(-4)\times(+1{,}6)\ =-(4\times1{,}6)$
$=-6{,}4$

e) $(+2{,}7)\times(-0{,}3)\ =-(2{,}7\times0{,}3)$
$=-0{,}81$

f) $(-1{,}4)\times(-2{,}3)\ =+(1{,}4\times2{,}3)$
$=3{,}22$

Contenido 6 Multiplicación con fracciones

Contenido 6: Multiplicación con fracciones

P

Efectúe los siguientes productos:

a) $(+3)\times\left(-\frac{2}{7}\right)$ b) $\left(-\frac{5}{9}\right)\times\left(-\frac{3}{8}\right)$ c) $\left(-\frac{15}{4}\right)\times\left(+\frac{7}{5}\right)$

S

a) Para efectuar este producto se escribe el signo − y luego el producto de los valores absolutos.

$$(+3)\times\left(-\frac{2}{7}\right)=-\left(3\times\frac{2}{7}\right)=-\frac{3\times2}{7}=-\frac{\mathbf{6}}{\mathbf{7}}$$

b) Para efectuar este producto se escribe el signo + y luego el producto de los valores absolutos. Se simplifica siempre que sea posible.

$$\left(-\frac{5}{9}\right)\times\left(-\frac{3}{8}\right)=+\left(\frac{5}{9}\times\frac{3}{8}\right)=\frac{5\times\cancel{3}^{1}}{\cancel{9}_{3}\times8}=\frac{\mathbf{5}}{\mathbf{24}}$$

c) Para efectuar este producto se escribe el signo − y luego el producto de los valores absolutos.

$$\left(-\frac{15}{4}\right)\times\left(+\frac{7}{5}\right)=-\left(\frac{15}{4}\times\frac{7}{5}\right)=-\frac{\cancel{15}^{3}\times7}{4\times\cancel{5}_{1}}=-\frac{\mathbf{21}}{\mathbf{4}}$$

C

Para multiplicar fracciones se toma en cuenta la ley de los signos y luego se multiplican los valores absolutos de los factores.

E

Efectúe los siguientes productos:

a) $(+5)\times\left(-\frac{3}{7}\right)$ b) $(-2)\times\left(+\frac{4}{9}\right)$ c) $\left(-\frac{2}{3}\right)\times\left(-\frac{5}{7}\right)$

d) $\left(-\frac{3}{5}\right)\times\left(+\frac{2}{9}\right)$ e) $\left(-\frac{7}{10}\right)\times\left(-\frac{5}{2}\right)$ f) $\left(+\frac{16}{7}\right)\times\left(-\frac{14}{4}\right)$

43

Aprendizajes esperados

Aplica la multiplicación con fracciones en la solución de ejercicios.

Secuencia:

Siguiendo con el estudio de la multiplicación de números, ahora se estudia con las fracciones.

Puntos esenciales:

Recordar:

- ✓ El procedimiento que se sigue para multiplicar fracciones estudiado en la primera unidad.
- ✓ La multiplicación de números enteros.

Notar que la ley de los signos para la multiplicación es válida también cuando los factores son fracciones.

Aplicar la ley de los signos al efectuar multiplicaciones de fracciones.

C6: Multiplicación con fracciones

(P) Efectúe los siguientes productos:

(S) a)

$$(+3)\times\left(-\frac{2}{7}\right)=-\left(3\times\frac{2}{7}\right)=-\frac{3\times2}{7}=-\frac{6}{7}$$

Se multiplica el número por el numerador.

El denominador queda igual.

b)

$$\left(-\frac{5}{9}\right)\times\left(-\frac{3}{8}\right)=+\left(\frac{5}{9}\times\frac{3}{8}\right)=+\left(\frac{5\times\cancel{3}^{1}}{\cancel{9}_{3}\times8}\right)=\frac{5}{24}$$

Se simplifica

c)

$$\left(-\frac{15}{4}\right)\times\left(+\frac{7}{5}\right)=-\left(\frac{15}{4}\times\frac{7}{5}\right)=-\frac{\cancel{15}^{3}\times7}{4\times\cancel{5}_{1}}=-\frac{21}{4}$$

Se simplifica

(C) *Leer en LT.*

(E) Efectúe:

a) $(+5)\times\left(-\frac{3}{7}\right)=-\left(\frac{5\times3}{7}\right)=-\frac{15}{7}$

b) $(-2)\times\left(+\frac{4}{9}\right)=-\left(\frac{2\times4}{9}\right)=-\frac{8}{9}$

c) $\left(-\frac{2}{3}\right)\times\left(-\frac{5}{7}\right)=+\left(\frac{2\times5}{3\times7}\right)=\frac{10}{21}$

d) $\left(-\frac{3}{5}\right)\times\left(+\frac{2}{9}\right)=-\left(\frac{\cancel{3}^{1}\times2}{5\times\cancel{9}_{3}}\right)=-\frac{2}{15}$

e) $\left(-\frac{7}{10}\right)\times\left(-\frac{5}{2}\right)=+\left(\frac{7\times\cancel{5}^{1}}{\cancel{10}_{2}\times2}\right)=\frac{7}{4}$

f) $\left(+\frac{16}{7}\right)\times\left(-\frac{14}{4}\right)=-\left(\frac{\cancel{16}^{4}\times\cancel{14}^{2}}{\cancel{7}_{1}\times\cancel{4}_{1}}\right)=-8$

Contenido 7 Potenciación

Aprendizajes esperados

Aplica la potenciación de números positivos y negativos en la solución de ejercicios.

Secuencia:

En esta clase se estudia el caso particular de una multiplicación con factores repetidos, lo que conlleva al concepto de potenciación. Además, se presenta la notación básica y los términos de una potencia.

Puntos esenciales:

Destacar que al multiplicar un número consigo mismo cierta cantidad de veces se obtiene una potencia del número.

Resaltar que en una potencia:

- ✔ La base es el factor repetido en el producto indicado.
- ✔ El exponente indica la cantidad de veces que se multiplica la base.

Establecer que:

- ✔ Si la base es negativa y el exponente es par, la potencia es positiva.
- ✔ Si la base es negativa y el exponente es impar, la potencia es negativa.
- ✔ $(-a)^n \neq -a^n$.

Desarrollar potencias con bases negativas.

Unidad 2: Números Positivos y Negativos

Contenido 7: Potenciación

P ¿Existe una manera reducida de expresar los productos?

a) 4×4 b) $4\times4\times4$

S

a) El producto 4×4 significa que el número 4 se multiplica por sí mismo 2 veces. Esto puede resumirse escribiendo $4\times4=\mathbf{4^2}$, y se lee "cuatro al cuadrado".

b) De manera análoga, el producto indicado $4\times4\times4$ puede escribirse de manera breve como $4\times4\times4=\mathbf{4^3}$, y se lee "cuatro al cubo".

C

Potencia de un número es el resultado que se obtiene al multiplicar este consigo mismo cierta cantidad de veces. El número se llama **base** y la cantidad de veces que se multiplica se llama **exponente**.

$$4\times4\times4=\underbrace{\overset{\text{base}}{4}{}^{3}}_{\text{potencia}}\leftarrow \text{exponente}$$

Ejemplo 1 ¿Cuál es el resultado de las siguientes potencias?

a) $(-2)^3$ b) $\left(-\frac{3}{4}\right)^2$ c) $(-1)^4$

Si la base es negativa y el exponente par, el resultado es positivo.
Si la base es negativa y el exponente impar, el resultado es negativo.

a) $(-2)^3=(-2)\times(-2)\times(-2)$
$=-(2\times2\times2)$
$=\mathbf{-8}$

b) $\left(-\frac{3}{4}\right)^2=\left(-\frac{3}{4}\right)\times\left(-\frac{3}{4}\right)$
$=+\left(\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}\right)$
$=\frac{3\times3}{4\times4}$
$=\mathbf{\frac{9}{16}}$

c) $(-1)^4=(-1)\times(-1)\times(-1)\times(-1)$
$=+(1\times1\times1\times1)$
$=\mathbf{1}$

$(-1)^4$ se lee "-1 a la cuatro"

Ejemplo 2 Calcule el resultado de $(-3)^2$ y -3^2.

$(-3)^2=(-3)\times(-3)$
$=+(3\times3)$
$=\mathbf{9}$

$-3^2=-(3\times3)$
$=\mathbf{-9}$

Los resultados son distintos porque en el primer caso el signo es de la base y en el segundo caso el $-$ afecta a la potencia.

E Calcule el resultado de:

a) 3^2 b) $(-6)^2$ c) $(-7)^2$
d) $(-2)^2$ e) -4^2 f) -3^3
g) $(-2)^4$ h) $\left(\frac{1}{7}\right)^2$ i) $\left(-\frac{2}{3}\right)^3$

44

C7: Potenciación

P ¿Existe una manera reducida de expresar los productos?

S a) $\underbrace{4\times4}_{2\text{ veces}}=4^2$ b) $\underbrace{4\times4\times4}_{3\text{ veces}}=4^3$

C

$$4\times4\times4=\underbrace{\overset{\text{base}}{4}{}^{3}}_{\text{potencia}}\leftarrow \text{exponente}$$

Ej1 Calcule el resultado de:

a) $(-2)^3=(-2)\times(-2)\times(-2)$
$=-(2\times2\times2)=-8$

b) $\left(-\frac{3}{4}\right)^2=\left(-\frac{3}{4}\right)\times\left(-\frac{3}{4}\right)=+\left(\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}\right)$
$=\frac{3\times3}{4\times4}=\frac{9}{16}$

c) $(-1)^4=(-1)\times(-1)\times(-1)\times(-1)$
$=+(1\times1\times1\times1)=1$

Ej2 Calcule el resultado de $(-3)^2$ y -3^2.

$(-3)^2=(-3)\times(-3)$
$=+(3\times3)$
$=9$

$-3^2=-(3\times3)$
$=-9$

E Calcule el resultado de:

a) $3^2=3\times3=9$

b) $(-6)^2=(-6)\times(-6)$
$=36$

c) $(-7)^2=(-7)\times(-7)$
$=49$

d) $(-2)^2=(-2)\times(-2)$
$=4$

e) $-4^2=-(4\times4)$
$=-16$

f) $-3^3=-(3\times3\times3)$
$=-27$

g) $(-2)^4=+(2\times2\times2\times2)$
$=16$

h) $\left(\frac{1}{7}\right)^2=\frac{1\times1}{7\times7}=\frac{1}{49}$

i) $\left(-\frac{2}{3}\right)^3=-\left(\frac{2\times2\times2}{3\times3\times3}\right)=-\frac{8}{27}$

Contenido 8 División con números positivos y negativos

Sección 3: Multiplicación y división con números positivos y negativos

Contenido 8: División con números positivos y negativos

P1 Efectúe la división indicada $(-8)\div(+2)$.

S1 El resultado de la división $(-8)\div(+2)$ es un número que cumple la igualdad:

$$\square\times(+2)=-8$$

Se observa que $(-4)\times(+2)=-8$. Esto significa:

$$(-8)\div(+2)=\mathbf{-4}$$

Recuerde que: $8\div2=4$ porque $4\times2=8$

Al dividir -8 por $+2$, números con signos distintos, resulta el número negativo -4.

P2 Efectúe la división indicada $(-6)\div(-3)$.

S2 El resultado de la división $(-6)\div(-3)$ es un número que cumple:

$$\square\times(-3)=-6$$

Se observa que $(+2)\times(-3)=-6$. Esto significa:

$$(-6)\div(-3)=\mathbf{+2}$$

Al dividir -6 por -3, números con signos iguales, da como resultado el número positivo $+2$.

C

- ✓ Al dividir dos números con signos distintos el resultado es un número negativo que se obtiene al dividir los valores absolutos de los números.
- ✓ Al dividir dos números con el mismo signo el resultado es un número positivo que se obtiene al dividir los valores absolutos de los números.

Signo distinto

$(-8)\div(+2)=-(8\div2)$
$=-4$

Mismo signo

$(-6)\div(-3)=+(6\div3)$
$=+2$

Ejemplo Efectúe las siguientes divisiones:

a) $(+18)\div(+6)$ b) $(-35)\div(-7)$ c) $63\div(-9)$ d) $(-32)\div(+8)$

a) $(+18)\div(+6)=+(18\div6)$
$=\mathbf{+3}$

b) $(-35)\div(-7)=+(35\div7)$
$=\mathbf{+5}$

c) $63\div(-9)=-(63\div9)$
$=\mathbf{-7}$

d) $(-32)\div(+8)=-(32\div8)$
$=\mathbf{-4}$

Ley de los signos para la división

$(+)\div(+)\to(+)$; $(+)\div(-)\to(-)$
$(-)\div(-)\to(+)$; $(-)\div(+)\to(-)$

E Efectúe las siguientes divisiones:

a) $(+14)\div(-2)$ b) $(-21)\div(-3)$ c) $(-48)\div(+8)$ d) $(+54)\div(+6)$

e) $45\div(-5)$ f) $91\div7$ g) $(-84)\div(-4)$ h) $(+78)\div(-3)$

45

Aprendizajes esperados

Aplica la división con números positivos y negativos en la solución de ejercicios.

Secuencia:

Estudiadas la adición, sustracción y multiplicación de números enteros, ahora se estudia la división.

Puntos esenciales:

Recordar los términos de una división.

Destacar que:

- ✓ Un entero a divide a b si y solo si existe un entero k tal que $b=ka$.
- ✓ El cociente de dos números enteros de igual signo es positivo.
- ✓ El cociente de dos números enteros de distintos signos es negativo.
- ✓ La división por cero no está definida.

Aplicar la ley de los signos para la división.

C8: División con números positivos y negativos

P1 Efectúe $(-8)\div(+2)$.

S1

$\square\times(+2)=-8$
$(-4)\times(+2)=-8$

$8\div2=4$
porque $4\times2=8$

Esto significa: $(-8)\div(+2)=-4$

P2 Efectúe $(-6)\div(-3)$.

S2

$\square\times(-3)=-6$
$(+2)\times(-3)=-6$

Esto significa: $(-6)\div(-3)=+2$

C

Signo distinto

$(-8)\div(+2)=-(8\div2)$
$=-4$

Mismo signo

$(-6)\div(-3)=+(6\div3)$
$=+2$

Ej Efectúe:

a) $(+18)\div(+6)=+(18\div6)=+3$
b) $(-35)\div(-7)=+(35\div7)=+5$
c) $63\div(-9)=-(63\div9)=-7$
d) $(-32)\div(+8)=-(32\div8)=-4$

E Efectúe:

a) $(+14)\div(-2)=-(14\div2)=-7$
b) $(-21)\div(-3)=+(21\div3)=7$
c) $(-48)\div(+8)=-(48\div8)=-6$
d) $(+54)\div(+6)=+(54\div6)=+9$
e) $45\div(-5)=-(45\div5)=-9$
f) $91\div7=+(91\div7)=+13$
g) $(-84)\div(-4)=+(84\div4)=+21$
h) $(+78)\div(-3)=-(78\div3)=-26$

Contenido 9 División con fracciones positivas y negativas

Aprendizajes esperados

Aplica la división con fracciones positivas y negativas en la solución de ejercicios.

Secuencia:

Siguiendo con el estudio de las operaciones con fracciones ahora se estudia la división retomando lo estudiado en la primera unidad.

Puntos esenciales:

Recordar el procedimiento que se sigue para dividir dos fracciones, estudiado en la primera unidad.

Destacar que:

- ✔ Un número distinto de cero es el recíproco de otro si el producto de ambos es 1.
- ✔ El cero no tiene recíproco o inverso multiplicativo.
- ✔ Para dividir un número por otro se multiplica el primero por el recíproco del segundo.

Aplicar la ley de los signos para la división.

Unidad 2: Números Positivos y Negativos

Contenido 9: División con fracciones positivas y negativas

$\mathcal{P}_1$ Complete en los recuadros los números que cumplen las igualdades propuestas.

a) $\frac{2}{5}\times\square=1$ b) $\left(-\frac{2}{5}\right)\times\square=1$

$\mathcal{S}_1$ a) El espacio en blanco se llena con el número $\frac{5}{2}$ porque

$$\frac{2}{5}\times\boxed{\frac{5}{2}}=\frac{2\times\cancel{5}}{\cancel{5}\times\cancel{2}}=1$$

b) En este caso el espacio en blanco se llena con $-\frac{5}{2}$ porque

$$\left(-\frac{2}{5}\right)\times\boxed{\left(-\frac{5}{2}\right)}=+\frac{\cancel{2}\times\cancel{5}}{\cancel{5}\times\cancel{2}}=1$$

$\mathcal{C}_1$ Un número distinto de cero es el **recíproco** de otro si el producto de ambos es 1.

$\mathcal{P}_2$ Compare los resultados de $18\div(-3)$ y $18\times\left(-\frac{1}{3}\right)$.

$\mathcal{S}_2$ Se desarrollan ambas expresiones por separado:

$18\div(-3)=-(18\div3)$
$=-6$

$(+18)\times\left(-\frac{1}{3}\right)=-\left(18\times\frac{1}{3}\right)$
$=-\frac{18}{3}$
$=-6$

$18\div(-3)=\frac{18}{-3}=-\frac{18}{3}$

El recíproco de -3 es $-\frac{1}{3}$.

Resulta que $\mathbf{18\div(-3)=18\times\left(-\frac{1}{3}\right)}$.

$\mathcal{C}_2$ Para dividir un número por otro se multiplica el primero por el recíproco del segundo.

Ejemplo ¿Cuál es el resultado de las siguientes divisiones?

a) $\frac{3}{5}\div\left(-\frac{2}{7}\right)$ b) $\left(-\frac{9}{4}\right)\div\left(-\frac{3}{2}\right)$

a) $\frac{3}{5}\div\left(-\frac{2}{7}\right)=\frac{3}{5}\times\left(-\frac{7}{2}\right)$
$=-\left(\frac{3}{5}\times\frac{7}{2}\right)$
$=-\frac{3\times7}{5\times2}$
$=-\mathbf{\frac{21}{10}}$

b) $\left(-\frac{9}{4}\right)\div\left(-\frac{3}{2}\right)=\left(-\frac{9}{4}\right)\times\left(-\frac{2}{3}\right)$
$=+\left(\frac{\overset{3}{\cancel{9}}}{\underset{2}{\cancel{4}}}\times\frac{\overset{1}{\cancel{2}}}{\underset{1}{\cancel{3}}}\right)$
$=+\frac{3\times1}{2\times1}$
$=\mathbf{\frac{3}{2}}$

$\mathcal{E}$ Efectúe las siguientes divisiones indicadas:

a) $\left(-\frac{1}{7}\right)\div\left(-\frac{2}{5}\right)$ b) $\frac{3}{4}\div(-5)$ c) $\left(-\frac{2}{3}\right)\div8$ d) $\left(-\frac{8}{6}\right)\div\left(-\frac{4}{9}\right)$

e) $\left(-\frac{9}{2}\right)\div\left(-\frac{5}{3}\right)$ f) $\left(-\frac{15}{4}\right)\div\frac{1}{6}$ g) $\frac{14}{9}\div\left(-\frac{8}{3}\right)$ h) $\left(-\frac{18}{5}\right)\div\left(-\frac{3}{10}\right)$

46

C9: División con fracciones positivas y negativas

P1 Complete los espacios en blanco.

S1 a) $\frac{2}{5}\times\frac{5}{2}=\frac{2\times5}{5\times2}=1$

b) $\left(-\frac{2}{5}\right)\times\left(-\frac{5}{2}\right)=+\frac{2\times5}{5\times2}=1$

C1 Un número distinto de cero es el recíproco de otro si el producto de ambos es 1.

P2 Compare los resultados de $18\div(-3)$ y $18\times\left(-\frac{1}{3}\right)$.

S2 $18\div(-3)=-(18\div3)$
$=-6$

$18\times\left(-\frac{1}{3}\right)=-\left(18\times\frac{1}{3}\right)$
$=-\frac{18}{3}$
$=-6$

Resulta que $18\div(-3)=18\times\left(-\frac{1}{3}\right)$

C2 Para dividir un número por otro, se multiplica el primero por el recíproco del segundo.

Ej Efectúe

a) $\frac{3}{5}\div\left(-\frac{2}{7}\right)=\frac{3}{5}\times\left(-\frac{7}{2}\right)=-\left(\frac{3}{5}\times\frac{7}{2}\right)=-\frac{3\times7}{5\times2}=-\frac{21}{10}$

b) $\left(-\frac{9}{4}\right)\div\left(-\frac{3}{2}\right)=\left(-\frac{9}{4}\right)\times\left(-\frac{2}{3}\right)=+\left(\frac{\overset{3}{\cancel{9}}}{\underset{2}{\cancel{4}}}\times\frac{\overset{1}{\cancel{2}}}{\underset{1}{\cancel{3}}}\right)=+\frac{3\times1}{2\times1}=\frac{3}{2}$

E

a) $\left(-\frac{1}{7}\right)\div\left(-\frac{2}{5}\right)=\left(-\frac{1}{7}\right)\times\left(-\frac{5}{2}\right)=\frac{1\times5}{7\times2}=\frac{5}{14}$

b) $\frac{3}{4}\div(-5)=\frac{3}{4}\times\left(-\frac{1}{5}\right)=-\frac{3\times1}{4\times5}=-\frac{3}{20}$

c) $\left(-\frac{2}{3}\right)\div8=\left(-\frac{2}{3}\right)\times\frac{1}{8}=-\frac{2\times1}{3\times8}=-\frac{1}{12}$

Contenido 10 Multiplicación y división combinadas

Contenido 10: Multiplicación y división combinadas

P Efectúe las operaciones $9 \div \left(-\frac{9}{7}\right) \times (-2)$.

S

$$9 \div \left(-\frac{9}{7}\right) \times (-2) = 9 \times \left(-\frac{7}{9}\right) \times (-2)$$ Se convierte la división en multiplicación

$$= +\left(\overset{1}{\cancel{9}} \times \frac{7}{\underset{1}{\cancel{9}}} \times 2\right)$$ Se escribe el signo + porque hay dos negativos

$$= +\frac{1 \times 7 \times 2}{1}$$ Se indica la multiplicación de fracciones

$$= \mathbf{14}$$

C

Para calcular el valor de expresiones con multiplicaciones y divisiones combinadas:
1. Se convierten las divisiones en multiplicaciones.
2. Se encuentra el signo del resultado tomando el cuenta la ley de los signos para la multiplicación, se efectúan los productos indicados y se simplifica, si es posible.

Ejemplo Efectúe las siguientes operaciones:

a) $(-4) \div \frac{6}{5} \times (-9)$ b) $\frac{9}{2} \times \left(-\frac{5}{3}\right) \div 7$

a) $(-4) \div \frac{6}{5} \times (-9) = (-4) \times \frac{5}{6} \times (-9)$

$$= +\left(\overset{2}{\cancel{4}} \times \frac{5}{\underset{\underset{1}{\cancel{3}}}{\cancel{6}}} \times \overset{3}{\cancel{9}}\right)$$

$$= +\frac{2 \times 5 \times 3}{1 \times 1 \times 1}$$

$$= \mathbf{30}$$

b) $\frac{9}{2} \times \left(-\frac{5}{3}\right) \div 7 = \frac{9}{2} \times \left(-\frac{5}{3}\right) \times \frac{1}{7}$

$$= -\left(\frac{\overset{3}{\cancel{9}}}{2} \times \frac{5}{\underset{1}{\cancel{3}}} \times \frac{1}{7}\right)$$

$$= -\frac{3 \times 5 \times 1}{2 \times 1 \times 7}$$

$$= -\mathbf{\frac{15}{14}}$$

E

Efectúe las siguientes operaciones:

a) $3 \div \left(-\frac{3}{4}\right) \times (-7)$ b) $7 \times \left(-\frac{2}{5}\right) \div (-2)$ c) $(-9) \div (-6) \times \left(-\frac{4}{5}\right)$

d) $\left(-\frac{1}{9}\right) \div (-8) \times \frac{4}{3}$ e) $\frac{3}{4} \times \left(-\frac{2}{5}\right) \div \frac{3}{2}$ f) $\left(-\frac{5}{7}\right) \div \left(-\frac{2}{3}\right) \div \left(-\frac{4}{5}\right)$

Aprendizajes esperados

Aplica la multiplicación y división combinadas de números positivos y negativos en la solución de ejercicios.

Secuencia:

Luego de aprender a multiplicar y dividir números positivos y negativos, en este contenido se efectúan multiplicaciones y divisiones combinadas.

Puntos esenciales:

Recordar la ley de los signos para la multiplicación.

Notar que, para efectuar operaciones combinadas de multiplicaciones y divisiones de la manera que aquí se estudian, se convierten las divisiones en multiplicaciones y se efectúan los productos indicados.

Aplicar la ley de los signos para la multiplicación.

C10: Multiplicación y división combinadas

P Efectúe $9 \div \left(-\frac{9}{7}\right) \times (-2)$.

S $9 \div \left(-\frac{9}{7}\right) \times (-2) = 9 \times \left(-\frac{7}{9}\right) \times (-2)$

$$= +\left(\overset{1}{\cancel{9}} \times \frac{7}{\underset{1}{\cancel{9}}} \times 2\right)$$

$$= +\left(\frac{1 \times 7 \times 2}{1}\right) = 14$$

C Para calcular el resultado de expresiones con multiplicaciones y divisiones:
1. Se convierten las divisiones en multiplicaciones.
2. Se efectúa el producto indicado.

Ej a) $(-4) \div \frac{6}{5} \times (-9) = (-4) \times \frac{5}{6} \times (-9)$

$$= +\left(\overset{2}{\cancel{4}} \times \frac{5}{\underset{\underset{1}{\cancel{3}}}{\cancel{6}}} \times \overset{3}{\cancel{9}}\right)$$

$$= +\left(\frac{2 \times 5 \times 3}{1 \times 1 \times 1}\right) = 30$$

b) $\frac{9}{2} \times \left(-\frac{5}{3}\right) \div 7 = \frac{9}{2} \times \left(-\frac{5}{3}\right) \times \frac{1}{7}$

$$= -\left(\frac{\overset{3}{\cancel{9}}}{2} \times \frac{5}{\underset{1}{\cancel{3}}} \times \frac{1}{7}\right)$$

$$= -\left(\frac{3 \times 5 \times 1}{2 \times 1 \times 7}\right) = -\frac{15}{14}$$

E a) $3 \div \left(-\frac{3}{4}\right) \times (-7) = 3 \times \left(-\frac{4}{3}\right) \times (-7)$

$$= +\left(\overset{1}{\cancel{3}} \times \frac{4}{\underset{1}{\cancel{3}}} \times 7\right) = +\left(\frac{1 \times 4 \times 7}{1 \times 1 \times 1}\right) = 28$$

b) $7 \times \left(-\frac{2}{5}\right) \div (-2) = 7 \times \left(-\frac{2}{5}\right) \times \left(-\frac{1}{2}\right)$

$$= +\left(7 \times \frac{\overset{1}{\cancel{2}}}{5} \times \frac{1}{\underset{1}{\cancel{2}}}\right) = +\left(\frac{7 \times 1 \times 1}{1 \times 5 \times 1}\right) = \frac{7}{5}$$

c) $(-9) \div (-6) \times \left(-\frac{4}{5}\right) = (-9) \times \left(-\frac{1}{6}\right) \times \left(-\frac{4}{5}\right)$

$$= -\left(\overset{3}{\cancel{9}} \times \frac{1}{\underset{2}{\cancel{6}}} \times \frac{4}{5}\right) = -\left(\frac{3 \times 1 \times 4}{1 \times 2 \times 5}\right) = -\frac{12}{10}$$

Contenido 1 Expresiones con operaciones combinadas sin signos de agrupación

Aprendizajes esperados

Aplica operaciones combinadas (sin signos de agrupación) en la solución de ejercicios.

Secuencia:

Hasta este momento se han estudiado las operaciones básicas con números positivos y negativos, ahora se estudian dichas operaciones combinadas sin signos de agrupación.

Puntos esenciales:

Recordar la ley de los signos para la multiplicación y división.

Destacar que para calcular el valor de expresiones con operaciones combinadas primero se efectúan multiplicaciones y divisiones de izquierda a derecha y luego se efectúan sumas o restas de izquierda a derecha.

Aplicar la ley de los signos para la multiplicación y división.

Sección 4: Operaciones combinadas

Contenido 1: Expresiones con operaciones combinadas sin signos de agrupación

P Efectúe las operaciones en $4+6\times(-3)$.

S

$4+6\times(-3)=4+(-18)$ Se efectúa el producto $6\times(-3)$

$=-(18-4)$

$=\mathbf{-14}$

C

Para calcular el valor de expresiones numéricas con operaciones combinadas sin signos de agrupación que indiquen el orden de ejecución de las operaciones, primero se efectúan las multiplicaciones y divisiones y después las sumas y restas.

Ejemplo Efectúe las siguientes operaciones:

a) $(-15)\div5+9$ b) $(-5)-(-21)\div3$ c) $6\times(-2)+8$

a) $(-15)\div5+9=-3+9$ Se efectúa la división $(-15)\div5$

$=\mathbf{6}$

b) $(-5)-(-21)\div3=(-5)-(-7)$ Se efectúa la división $(-21)\div3$

$=\mathbf{2}$

c) $6\times(-2)+8=(-12)+8$ Se efectúa la multiplicación $6\times(-2)$

$=\mathbf{-4}$

E

Efectúe en cada inciso las operaciones combinadas:

a) $2+3\times(-5)$ b) $-6\div3+7$ c) $8+(-4)\times(-2)$

d) $(-21)\div7-2$ e) $(-4)\times3+10$ f) $9-(-28)\div(-4)$

g) $15-(-9)\div3$ h) $12+5\times(-3)$ i) $(-7)-8\times(-3)$

S4: Operaciones combinadas
C1: Expresiones con operaciones combinadas sin signos de agrupación

P Efectúe $4+6\times(-3)$

S $4+\underbrace{6\times(-3)}$

$=4+(-18)$

$=-(18-4)$

$=-14$

C *Leer en LT.*

Ej Efectúe

a) $\underbrace{(-15)\div5}+9$

$=-3+9$

$=6$

b) $(-5)-\underbrace{(-21)\div3}$

$=(-5)-(-7)$

$=2$

c) $\underbrace{6\times(-2)}+8$

$=(-12)+8=-4$

E Efectúe

a) $2+3\times(-5)=2+(-15)=-13$

b) $-6\div3+7=-2+7=5$

c) $8+(-4)\times(-2)=8+8=16$

d) $(-21)\div7-2=-3-2=-5$

e) $(-4)\times3+10=-12+10=-2$

f) $9-(-28)\div(-4)=9-7=2$

g) $15-(-9)\div3=15+3=18$

h) $12+5\times(-3)=12-15=-3$

i) $(-7)-8\times(-3)=-7+24=17$

Contenido 2 Operaciones combinadas con signos de agrupación

Sección 4: Operaciones combinadas

Contenido 2: Operaciones combinadas con signos de agrupación

P

¿Cuál es el resultado de $5\times[9-(17-6)]$?

Signos de agrupación
( ) : Paréntesis
[ ] : Corchetes

S

$5\times[9-(17-6)]=5\times[9-11]$ Se efectúa $17-6$

$=5\times(-2)$ Se efectúa $9-11$

$=-10$

C

En las expresiones numéricas con operaciones combinadas y con signos de agrupación, se efectúan primero las operaciones dentro de paréntesis y luego las operaciones que quedan indicadas dentro de corchetes.

Ejemplo Efectúe las siguientes operaciones:

a) $6-(32\div8+5\times3)$ b) $(-2)\times[4-(21\div7+12)]$

a) $6-(32\div8+5\times3)$

$=6-(4+15)$ Se efectúa $32\div8$ y 5×3

$=6-19$ Se efectúa $4+15$

$=-13$

b) $(-2)\times[4-(21\div7+12)]$

$=(-2)\times[4-(3+12)]$ Se efectúa $21\div7$

$=(-2)\times[4-15]$ Se efectúa $3+12$

$=(-2)\times(-11)$ Se efectúa $4-15$

$=22$

E

Efectúe en cada inciso las siguientes operaciones:

a) $5\times[1-(7-3)]$ b) $2\times[8-(15-4)]$

c) $9-(14\div2+4\times3)$ d) $(-3)\times[6-(12\div4-7)]$

e) $[(-3)+(-9)]\div[(-2)\times(-3)]$

49

Aprendizajes esperados

Aplica operaciones combinadas (con signos de agrupación) en la solución de ejercicios.

Secuencia:

Anteriormente se estudiaron operaciones combinadas sin signos de agrupación, ahora se estudian con signos de agrupación.

Puntos esenciales:

Establecer la diferencia entre efectuar las operaciones sin y con signos de agrupación.

Destacar que para calcular el valor de expresiones con operaciones combinadas y con signos de agrupación, primero se efectúan las operaciones indicadas dentro de los paréntesis después las nuevas indicadas dentro de los corchetes siguiendo el orden de las operaciones y luego se efectúan las últimas operaciones indicadas siguiendo el mismo orden.

Aplicar la ley de los signos para la multiplicación y división.

C2: Operaciones combinadas con signos de agrupación

(P) ¿Cuál es el resultado de $5\times[9-(17-6)]$?

(S)

$$5\times[9-(17-6)]$$
$$=5\times(\underbrace{9-11}_{-2})$$
$$=5\times(-2)=-10$$

(C) En las expresiones numéricas con operaciones combinadas y con signos de agrupación, se efectúan primero las operaciones dentro de paréntesis y luego las operaciones que quedan indicadas dentro de corchetes.

( ): paréntesis [ ]: corchetes

(Ej) Efectúe

a) $6-(\underbrace{32\div8}_{4}+\underbrace{5\times3}_{15})$
$=6-(\underbrace{4+15}_{19})$
$=6-19$
$=-13$

b) $(-2)\times[4-(\underbrace{21\div7}_{3}+12)]$
$=(-2)\times[4-(\underbrace{3+12}_{15})]$
$=(-2)\times(\underbrace{4-15}_{-11})$
$=(-2)\times(-11)$
$=22$

(E)

a) $5\times[1-(7-3)]$
$=5\times[1-4]$
$=5\times(-3)=-15$

b) $2\times[8-(15-4)]$
$=2\times[8-11]$
$=2\times(-3)=-6$

c) $9-(14\div2+4\times3)$
$=9-(7+12)$
$=9-19=-10$

d) $(-3)\times[6-(12\div4-7)]$
$=(-3)\times[6+4]$
$=(-3)\times(10)=-30$

e) $[(-3)+(-9)]\div[(-2)\times(-3)]$
$=(-12)\div(6)$
$=-2$

Contenido 3 Propiedad distributiva

Aprendizajes esperados

Aplica la propiedad distributiva en la solución de ejercicios.

Secuencia:

En la clase anterior se efectuaron operaciones combinadas con signos de agrupación, ahora se estudia la propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la adición.

Puntos esenciales:

Recordar la ley de los signos para la multiplicación.

Inducir la propiedad distributiva de la multiplicación respecto a la adición a partir de ejemplos concretos.

Aplicar la propiedad distributiva de la multiplicación respecto a la adición y la ley de los signos para simplificar los cálculos al efectuar operaciones.

Unidad 2: Números Positivos y Negativos

Contenido 3: Propiedad distributiva

P Efectúe las operaciones indicadas $(-3)\times[5+(-7)]$ y $(-3)\times5+(-3)\times(-7)$ y compare los resultados obtenidos.

S Se efectúan las operaciones en ambas expresiones:

$(-3)\times[5+(-7)]=(-3)\times(-2)$ $\quad$ $(-3)\times5+(-3)\times(-7)=(-15)+21$

$=6$ $\quad$ $=6$

Ha dado el mismo resultado:

$$(-3)\times[5+(-7)]=(-3)\times5+(-3)\times(-7)$$

C La propiedad distributiva del producto respecto a la suma establece que:

$$a\times(b+c)=a\times b+a\times c$$

para números cualesquiera a, b y c.

Ejemplo Calcule el resultado de $7\times(-31)+7\times21$, primero efectuando directamente las operaciones indicadas, luego aplicando la propiedad distributiva.

Se efectúan las operaciones indicadas:

$7\times(-31)+7\times21=(-217)+147$

$=\mathbf{-70}$

Se aplica la propiedad distributiva:

$7\times(-31)+7\times21=7\times(-31+21)$

$=7\times(-10)$

$=\mathbf{-70}$

E Efectúe las siguientes operaciones:

a) $4\times10+4\times(-20)$

b) $5\times(-8)+5\times(-2)$

c) $2\times(-7)+2\times(-13)$

d) $6\times(-3)+6\times(-4)$

e) $(-2)\times(-8)+(-2)\times13$

f) $(-3)\times25+(-3)\times(-17)$

50

C3: Propiedad distributiva

P Efectúe las operaciones indicadas:

$(-3)\times[5+(-7)]$ y $(-3)\times5+(-3)\times(-7)$

S

$(-3)\times[5+(-7)]=(-3)\times(-2)$

$=+6$

$(-3)\times5+(-3)\times(-7)=(-15)+21$

$=+6$

El resultado es el mismo:

$(-3)\times[5+(-7)]=(-3)\times5+(-3)\times(-7)$

C Propiedad distributiva:

$$a\times(b+c)=a\times b+a\times c$$

Ej Calcule el resultado de $7\times(-31)+7\times21$

Forma 1 $\quad 7\times(-31)+7\times21 = (-217)+147$

$= -70$

Forma 2 $\quad 7\times(-31)+7\times21 = 7\times(-31+21)$

$=7\times(-10)$

$=-70$

E Efectúe:

a) $4\times10+4\times(-20) = 4\times(10-20)$
$= 4\times(-10) = -40$

b) $5\times(-8)+5\times(-2) = 5\times(-8-2)$
$= 5\times(-10) = -50$

c) $2\times(-7)+2\times(-13) = 2\times(-7-13)$
$= 2\times(-20) = -40$

d) $6\times(-3)+6\times(-4) = 6\times(-3-4)$
$= 6\times(-7) = -42$

e) $(-2)\times(-8)+(-2)\times13 = -2\times(-8+13)$
$= -2\times(5) = -10$

Contenido 4 Aplicación de las operaciones con números positivos y negativos

Contenido 4: Aplicación de las operaciones con números positivos y negativos

Ejemplo En un restaurante normalmente llegan 95 personas a almorzar diariamente. La tabla muestra la diferencia entre la cantidad de personas que asistieron cada día y las 95 esperadas. Complete la tabla.

Día	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado	Domingo
Diferencia	−20	+12	−5	+24	−14	+23	+31
Total de personas							

Para calcular el total de personas presentes cada día se suma la diferencia con las 95 personas que se pensaba llegarían:

Lunes: $95+(-20)=75$
Martes: $95+(+12)=107$
Miércoles: $95+(-5)=90$
Jueves: $95+(+24)=119$
Viernes: $95+(-14)=81$
Sábado: $95+(+23)=118$
Domingo: $95+(+31)=126$

Recuerde que: un número positivo indica aumento, y uno negativo representa disminución.

La tabla se completa de la siguiente manera:

Día	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado	Domingo
Diferencia	−20	+12	−5	+24	−14	+23	+31
Total de personas	**75**	**107**	**90**	**119**	**81**	**118**	**126**

E

En el puesto de frutas de Don Andrés se vendieron 129 mandarinas el jueves. La tabla muestra la diferencia de mandarinas que se vendieron el resto de los días respecto al jueves. Complete en ella los datos faltantes:

Día	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado	Domingo
Diferencia en la cantidad de mandarinas	+15	−20	−38	0	+6	+45	−12
Total de mandarinas vendidas				**129**			

Aprendizajes esperados

Aplica las operaciones básicas con números positivos y negativos en distintas situaciones.

Secuencia:

En este último contenido de esta unidad se presentan dos aplicaciones de las operaciones básicas con números positivos y negativos.

Puntos esenciales:

Recordar como sumar, restar, multiplicar o dividir números positivos y negativos.

Destacar el uso de los números positivos y negativos para representar aumentos o disminución, así como también para indicar avance o retroceso en un desplazamiento.

C4: Aplicación de las operaciones con números positivos y negativos

Ej La tabla muestra la diferencia entre la cantidad de personas que llegaron cada día en un restaurante y las 95 que pensaban llegarían. Complete la tabla.

Día	Lun.	Mar.	Mié.	Jue.	Vie.	Sáb.	Dom.
Diferencia	−20	+12	−5	+24	−14	+23	+31
Total de personas	75	107	90	119	81	118	126

Lunes: $95 + (-20) = 75$
Martes: $95 + (+12) = 107$
Miércoles: $95 + (-5) = 90$
Jueves: $95 + (+24) = 119$
Viernes: $95 + (-14) = 81$
Sábado: $95 + (+23) = 118$
Domingo: $95 + (+31) = 126$

E *Leer en LT.*

Día	Lun.	Mar.	Mié.	Jue.	Vie.	Sáb.	Dom.
Diferencia en la cantidad de mandarinas	+15	−20	−38	0	+6	+45	−12
Total de mandarinas vendidas	144	109	91	129	135	174	117

Lunes: $129 + (+15) = 144$
Martes: $129 + (-20) = 109$
Miércoles: $129 + (-38) = 91$
Jueves: $129 + (0) = 129$
Viernes: $129 + (+6) = 135$
Sábado: $129 + (+45) = 174$
Domingo: $129 + (-12) = 117$

Prueba de Matemática 7mo (30min) **Fecha:_______**

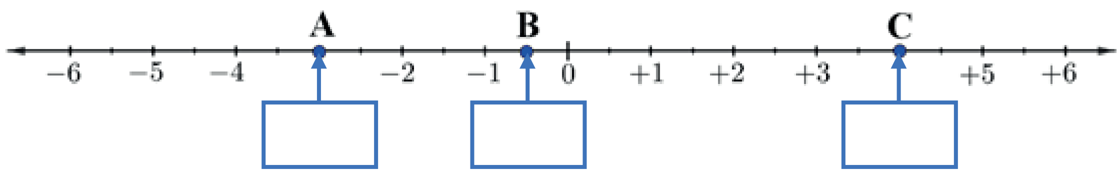
Unidad 2: Números Positivos y Negativos (1) **para sección 1 y 2**

Nombre:_____________________________ **Sección:___________**

Sexo: M / F

/20

1. Indique el número que señalan los puntos A, B y C. (1 punto × 3 = 3)



2. Complete el espacio en blanco con el número correspondiente.

(1 punto × 2 = 2)

$|+1| = \boxed{}$ $|-9| = \boxed{}$

3. Efectúe las siguientes operaciones: (1 punto × 15 = 15)

a) $(-7) + (-2)$

b) $(-10) + (+12)$

c) $(+7) + (-8)$

d) $(+9) + (-9)$

e) $(-18) + (+5) + (-5)$

f) $(+4) - (-2)$

g) $(-8)-(+2)$

h) $(-8)-(-2)$

i) $0-(-5)$

j) $(-18)+(+5)-(-3)$

k) $5-9-3+4$

l) $(-3{,}1)+(-6{,}2)$

m) $(+2{,}7)-(+6{,}2)$

n) $\left(-\frac{2}{7}\right)-\left(-\frac{6}{7}\right)$

o) $\left(+\frac{5}{4}\right)+\left(-\frac{2}{3}\right)$

Nombre:____________________________________

Prueba de Matemática 7mo (30min) **Fecha:_______**

Unidad 2: Números Positivos y Negativos (2) **para sección 3 y 4**

Nombre:_____________________________ **Sección:__________**

Sexo: M / F

/20

1. Efectúe las siguientes operaciones: (1 punto × 20 = 20)

a) $(-8)\times(+5)$

b) $(-6)\times(-4)$

c) $(+3)\times(-7)$

d) $0\times(-5)$

e) $9\times(-5)\times(-2)$

f) $4\times(-1)\times(-1)\times(-2)$

g) $(-3)^2$

h) $(-3)^3$

i) -4^2

j) $(-1{,}3)\times2$

k) $\left(-\frac{5}{9}\right)\times\left(-\frac{3}{5}\right)$

l) $(-18) \div (-6)$

m) $63 \div (-9)$

n) $(-32) \div (+8)$

o) $\left(+\frac{4}{9}\right) \div \left(-\frac{3}{2}\right)$

p) $(-4) \div \frac{6}{5}\times(-3)$

q) $4\times6 + (-3)$

r) $(-5) - (-21) \div 3$

s) $5\times[9 - (17 - 6)]$

t) $(-2)^2 - (-9) + 4\times3$

Nombre:_____________________________________

Unidad 3

Álgebra

Sección 1 Expresiones algebraicas

Sección 2 Operaciones con expresiones algebraicas

Contenido 1 Concepto de expresión algebraica

Aprendizajes esperados

Utiliza expresiones algebraicas para representar expresiones dadas en lenguaje común.

Secuencia:

Esta unidad constituye el primer acercamiento con el álgebra como una generalización de la aritmética y sirve de base para el estudio de muchos contenidos de los siguientes grados.

Se comienza con el uso de expresiones algebraicas para representar diversas situaciones, lo que resulta útil al momento de traducir expresiones del lenguaje común al lenguaje algebraico.

Puntos esenciales:

Comprender que:

- ✓ El álgebra es una generalización de la aritmética dado que se ocupa de estudiar las propiedades generales de las operaciones entre los números.
- ✓ Una variable es una letra que representa una cantidad desconocida.
- ✓ Una expresión algebraica es una combinación de letras y números ligadas por los signos de las operaciones.

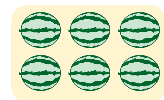
Representar expresiones dadas en lenguaje común como una expresión algebraica.

Unidad 3: Álgebra

Sección 1: Expresiones algebraicas

Contenido 1: Concepto de expresión algebraica

P En un puesto de frutas hay cajas con la misma cantidad de sandías. Si en cada caja hay 6 sandías, ¿cuántas hay en 2 cajas?, ¿y en 3 cajas? ¿De qué manera se puede expresar el número de sandías que hay en cierta cantidad de cajas?



S Según los datos del problema,

En una caja hay **1**×**6**=**6** sandías
En 2 cajas hay **2**×**6**=**12** sandías
En 3 cajas hay **3**×**6**=**18** sandías
Entonces,
(Cantidad de cajas) × (Cantidad de sandías por caja) = Total de sandías
Si se utiliza a para denotar la cantidad desconocida de cajas, la cantidad total de sandías en esta es $a \times 6$.

Cantidad de cajas	Cantidad de sandías
1	1×6
2	2×6
3	3×6
4	4×6
⋮	⋮
a	a×6

C Una **variable** es una letra que representa una cantidad desconocida.
Una expresión formada por números y variables enlazadas por signos de operaciones se conoce como **expresión algebraica**.

Ejemplo Escriba la expresión algebraica que representa el total de dinero en x monedas de C$5 y y monedas de C$1.

En x monedas de C$5 hay $x \times 5$ córdobas.
En y monedas de C$1 hay $y \times 1$ córdobas.
Se expresa el total de dinero sumando ambas cantidades:

$x \times 5 + y$

x monedas de C$5

y monedas de C$1

E Escriba en cada inciso la expresión algebraica que se deriva de las siguientes situaciones:

a) El total de jocotes en x bolsas, si en cada una hay 15 jocotes.
b) El costo de a chocolates de C$10 cada uno y b galletas de C$6 cada una.
c) La cantidad de cuadernos que hay en 12 mochilas, si en cada una hay y cuadernos.
d) La cantidad de dinero que resulta de restar x billetes de C$10 a y billetes de C$20.

56

U3: Álgebra
S1: Expresiones algebraicas
C1: Concepto de expresión algebraica

(P) Si en una caja hay 6 sandías, ¿cuántas sandías hay en 2 cajas?, ¿y en 3 cajas? ¿De qué manera se puede expresar la cantidad de sandías que hay en cierta cantidad de cajas?

(S)

Cantidad de cajas	Cantidad de sandías
1	1×6 = 6
2	2×6 = 12
3	3×6 = 18
4	4×6 = 24
⋮	⋮
a	a×6 = 6a

(Cantidad de cajas) × (Cantidad de sandías por caja) = (Total de sandías)

La expresión a×6 representa la cantidad de sandías que hay en a cajas.

(C) *Leer en LT.*

(Ej) Escriba la expresión que representa el total de dinero en x monedas de C$ 5 y y monedas de C$1.
a) En x monedas de C$ 5: x×5
b) En y monedas de C$ 1: y×1
c) Total de dinero: x×5+y

(E) Escriba la expresión que representa las siguientes cantidades:
a) El total de jocotes en x bolsas, si en cada bolsa hay 15 jocotes.
R: 15×x
b) El costo de a chocolates de C$10 cada uno y b galletas de C$ 6 cada una.
R: 10×a + 6×b
c) La cantidad de cuadernos que hay en 12 mochilas, si en cada una hay y cuadernos.
R: y×12

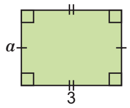
Contenido 2 Reglas convencionales que se utilizan con expresiones algebraicas (1)

Contenido 2: Reglas convencionales que se utilizan con expresiones algebraicas (1)

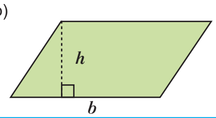
P

Escriba la expresión algebraica que representa el área de las siguientes figuras:

a)



b)



S

a) La expresión algebraica que representa el área de un rectángulo como el producto de su base 3 por la altura a es

$3\times a$

b) La expresión algebraica que representa el área de un paralelogramo como el producto de su base b por la altura h es

$b\times h$

En las expresiones algebraicas se ignorará el signo $\times$ para los productos; se escribirán primero los números y las letras después, respetando en estas el orden alfabético:

$3\times a=3a$ $\qquad$ $b\times h=bh$

C

Para expresar productos sin utilizar el signo $\times$:

Se escribe el número antes de la variable	$x\times 8=8x$
Si hay más de una variable, se escriben en orden alfabético	$x\times 3\times y=3xy$
Si las variables aparecen dentro de paréntesis, se escriben a la derecha del número.	$(a-b)\times 6=6(a-b)$
Si se repite una variable, esta se escribe con un exponente que indica las veces que aparece como factor.	$a\times a=a^2$

También se utiliza un punto "·" para expresar productos:
$8x=8\cdot x$
$3xy=3\cdot x\cdot y$
$a^2=a\cdot a$

Ejemplo Escriba las siguientes expresiones algebraicas sin utilizar el signo $\times$:

a) $1\times b$ $\quad$ b) $(-1)\times b$ $\quad$ c) $a\times(-7)$ $\quad$ d) $(-5)\times b\times a$

a) $1\times b=b$ $\quad$ b) $(-1)\times b=-b$ $\quad$ c) $a\times(-7)=-7a$ $\quad$ d) $(-5)\times b\times a=-5ab$

E

Escriba las siguientes expresiones algebraicas sin utilizar el signo $\times$:

a) $a\times 7$ $\quad$ b) $y\times x$ $\quad$ c) $b\times a\times 2$ $\quad$ d) $(x+y)\times 5$

e) $1\times y$ $\quad$ f) $(-8)\times a$ $\quad$ g) $y\times(-2)\times x$ $\quad$ h) $x\times x\times x$

Aprendizajes esperados

Utiliza las reglas convencionales para escribir expresiones algebraicas.

Secuencia:

Luego de aprender a representar expresiones dadas en lenguaje común como una expresión algebraica, en este contenido se reconoce que la expresión que representa el área de un paralelogramo, estudiada en primaria, es algebraica. Se establecen algunas reglas convencionales respecto al producto, posteriormente se establecerán otras respecto a la división.

Puntos esenciales:

Recordar cómo se expresa el área de un paralelogramo, estudiada en primaria.

Reconocer que dicha expresión es algebraica.

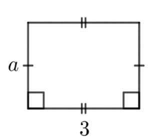
Resaltar que a partir de este contenido se deja de usar el símbolo $\times$ para la multiplicación cuando se involucren variables para evitar confusiones entre este símbolo y la variable x.

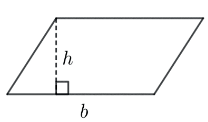
Destacar los distintos casos que se presentan al escribir productos sin utilizar el signo $\times$.

C2: Reglas convencionales que se utilizan con expresiones algebraicas (1)

P Escriba la expresión algebraica que representa el área de las siguientes figuras:

a) Rectángulo $\qquad$ b) Paralelogramo





S a) Área = base × altura = $3\times a=3a$

b) Área = base × altura = $b\times h=bh$

C Expresiones que indican productos que involucran el signo “×” pueden ser reescritas así:

$x\times 8=8x$

$x\times 3\times y=3xy$

$(a-b)\times 6=6(a-b)$

$a\times a=a^2$

También:

$8x=8\cdot x$

$3xy=3\cdot x\cdot y$

$a^2=a\cdot a$

Ej Escriba las siguientes expresiones sin utilizar el el signo ×:

a) $1\times b=b$ $\qquad$ b) $(-1)\times b=-b$

c) $a\times(-7)=-7a$ $\qquad$ d) $(-5)\times a\times \mathrm{b}=-5ab$

E Escriba las siguientes expresiones sin utilizar el el signo ×:

a) $a\times 7=7a$ $\qquad$ b) $y\times x=xy$

c) $b\times a\times 2=2ab$ $\qquad$ d) $(x+y)\times 5=5(x+y)$

e) $1\times y=y$ $\qquad$ f) $(-8)\times a=-8a$

g) $y\times(-2)\times x=-2xy$ $\qquad$ h) $x\times x\times x=x^3$

Contenido 3 Reglas convencionales que se utilizan con expresiones algebraicas (2)

Aprendizajes esperados

Utiliza las reglas convencionales para escribir expresiones algebraicas.

Secuencia:

En la clase anterior se reconoció que la expresión que representa el área de un paralelogramo es algebraica. De la misma manera, aquí se hace para la expresión que representa el área de un triángulo.

Además, en la clase anterior se escribieron expresiones que contienen multiplicaciones sin el símbolo $\times$, ahora se hace lo mismo con expresiones que contienen divisiones.

Puntos esenciales:

Recordar cómo se expresa el área de un triángulo, estudiada en primaria.

Reconocer que dicha expresión es algebraica.

Resaltar que a partir de este contenido se deja de usar el símbolo $\div$ para la división y se escribe como un cociente indicado.

Hacer notar que, por ejemplo:

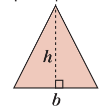
$$a \div (-2) = \frac{a}{-2} = -\frac{a}{2}$$

Indicar que se debe escribir el signo "$-$" antes de la fracción en aquellas expresiones como las del ejemplo.

Unidad 3: Álgebra

Contenido 3: Reglas convencionales que se utilizan con expresiones algebraicas (2)

P Escriba la expresión algebraica que representa el área del siguiente triángulo:



En la figura, h representa la altura y b la base del triángulo.

S La expresión algebraica que representa el área de un triángulo como el producto de su base por la altura entre 2 es

$$(bh) \div 2$$

La expresión anterior se representará como la fracción $\frac{bh}{2}$.

C En las expresiones algebraicas en lugar de $a \div b$ se escribirá $\frac{a}{b}$.

Ejemplo 1 Escriba las siguientes expresiones algebraicas sin utilizar los signos $\times$ y $\div$:

a) $x \div 4$ b) $9 \div y$ c) $2 \times a \div 5$ d) $(a \times b) \div 3$

a) $x \div 4 = \frac{x}{4}$ b) $9 \div y = \frac{9}{y}$

c) $2 \times a \div 5 = \frac{2a}{5}$ d) $(a \times b) \div 3 = \frac{ab}{3}$

También: $\frac{x}{4} = \frac{1}{4}x$, $\frac{2a}{5} = \frac{2}{5}a$, $\frac{ab}{3} = \frac{1}{3}ab$

E1 Escriba las siguientes expresiones algebraicas sin utilizar los signos $\times$ y $\div$:

a) $a \div 7$ b) $5 \times a \div 3$ c) $(x \times y) \div 5$

Ejemplo 2 Escriba las siguientes expresiones algebraicas sin utilizar el signo $\div$:

a) $-6 \div x$ b) $a \div (-2)$ c) $(a+b) \div (-5)$ d) $-3 \div (-y)$

a) $-6 \div x = \frac{-6}{x} = -\frac{6}{x}$ b) $a \div (-2) = \frac{a}{-2} = -\frac{a}{2}$

c) $(a+b) \div (-5) = \frac{a+b}{-5} = -\frac{a+b}{5}$ d) $-3 \div (-y) = \frac{-3}{-y} = \frac{3}{y}$

Aunque $\frac{a}{-2} = -\frac{a}{2}$, se escribirá el signo antes de la fracción.

E2 Escriba las siguientes expresiones algebraicas sin utilizar el signo $\div$:

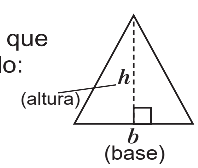
a) $-x \div (-2)$ b) $b \div (-8)$

c) $(a-b) \div (-3)$ d) $-9 \div (x+y)$

58

C3: Reglas convencionales que se utilizan con expresiones algebraicas (2)

(P) Escriba la expresión algebraica que representa el área del siguiente triángulo:



(S) Área del triángulo $= b \times h \div 2 = \frac{bh}{2}$

(C) $a \div \mathrm{b} = \frac{a}{b}$

(Ej1) Escriba las siguientes expresiones algebraicas sin utilizar el signo $\times$ ni $\div$:

a) $x \div 4 = \frac{x}{4}\left(=\frac{1}{4}x\right)$ b) $9 \div y = \frac{9}{y}$

c) $2 \times a \div 5 = \frac{2a}{5}\left(=\frac{2}{5}a\right)$ d) $(a \times b) \div 3 = \frac{ab}{3}$

(E1)

a) $a \div 7 = \frac{a}{7}$ b) $5 \times a \div 3 = \frac{5a}{3}$

c) $(x \times y) \div 5 = \frac{xy}{5}$

(Ej2) Escriba las siguientes expresiones sin utilizar el signo $\div$:

a) $(-6) \div x = \frac{-6}{x} = -\frac{6}{x}$

b) $a \div (-2) = \frac{a}{-2} = -\frac{a}{2} =$

c) $(a+b) \div (-5) = -\frac{a+b}{5}$

d) $(-3) \div (-y) = \frac{-3}{-y} = \frac{3}{y}$

(E2) Escriba las siguientes expresiones sin $\div$:

a) $-x \div (-2) = \frac{x}{2}$

b) $b \div (-8) = -\frac{b}{8}$

c) $(a-b) \div (-3) = -\frac{a-b}{3}$

d) $(-9) \div (x+y) = -\frac{9}{x+y}$

Contenido 4 Traducción del lenguaje común al lenguaje algebraico (1)

Contenido 4: Traducción del lenguaje común al lenguaje algebraico (1)

P Carolina va al supermercado a comprar con un billete de C$200. Si compra 9 botellas de jugo a x córdobas cada una:

a) Escriba las expresiones algebraicas que representa el dinero que pagó y lo que recibió de cambio.

b) ¿Qué representa la expresión $12x$?

S

a) Si cada botella de jugo cuesta x córdobas, Carolina gastó en la compra de las 9 botellas

C$ $9x$

quedándole como cambio

C$ $200-9x$

b) Como x es el precio de una botella de jugo, entonces $12x$ representa **el precio de 12 botellas de jugo.**

C

Para traducir expresiones de nuestro lenguaje común al algebraico, que está constituido por números y signos, se asumen las cantidades desconocidas como letras o variables que cumplen con todas las propiedades. Se pueden sumar, restar, multiplicar, dividir y elevar a un exponente.

Ejemplo En una fiesta por cada mesa pequeña hay x niños sentados y por cada mesa grande y adultos sentados.

a) Escriba las expresiones algebraicas que representan la cantidad de niños sentados alrededor de 4 mesas pequeñas y la cantidad de adultos alrededor de 7 mesas grandes.

b) Escriba la expresión algebraica que representa la cantidad total de niños y adultos en 4 mesas pequeñas y 7 mesas grandes.

a) Si en cada mesa pequeña hay x niños, entonces en 4 mesas hay $\mathbf{4x}$ niños.
Si en cada mesa grande hay y adultos, entonces en 7 mesas hay $\mathbf{7y}$ adultos.

b) En total hay $\mathbf{4x+7y}$ personas.

E

1. Escriba las expresiones algebraicas que representan las siguientes situaciones:
   a) El dinero que queda luego de comprar 5 cuadernos que valen C$ x cada uno con un billete de C$ 100.
   b) El total de personas en x carros y y motos, si en cada carro hay 4 personas y en cada moto hay 2 personas.

2. Traslade al lenguaje común las siguientes expresiones algebraicas si a es el precio en córdobas de un pantalón y b el precio en córdobas de una camisa.

   a) $3a+5b$ b) $300-2a$ c) $500-(a+b)$

Aprendizajes esperados

Traduce expresiones del lenguaje común al algebraico y viceversa.

Secuencia:

En las clases anteriores se aprendió a representar expresiones dadas como algebraicas. Con este contenido se consolida lo anterior, ya que se hace una traducción del lenguaje común al lenguaje algebraico y viceversa.

Puntos esenciales:

Analizar la relación entre el lenguaje común y el lenguaje algebraico.

Traducir del lenguaje común al lenguaje algebraico y viceversa, requiere de una comprensión lectora bien desarrollada o del uso de cualquier esquema gráfico que permita comprender todas las relaciones existentes en determinada situación, para luego asociarla a alguna operación o relación matemática.

Asumir las cantidades desconocidas como variables que se pueden sumar, restar, multiplicar, dividir, etc.

C4: Traducción del lenguaje común al lenguaje algebraico (1)

P Carolina compra jugos con un billete de C$ 200. Si compra 9 botellas de jugo y cada botella vale C$ x.

a) Escriba las expresiones algebraicas que representa el dinero que pagó y lo que recibió de cambio.

b) ¿Qué representa la expresión $12x$?

S a) $9\times x=9x$ córdobas $\rightarrow$ C$ $9x$

El dinero que recibirá:

C$ 200 $-$ (gasto total) $=$ C$ $200-9x$

b) $12x$ representa el precio de 12 botellas de jugo.

C *Leer en LT.*

Ej En una fiesta por cada mesa pequeña hay x niños y en cada mesa grande y adultos sentados.

a) Escriba las expresiones que representan la cantidad de niños sentados alrededor de 4 mesas pequeñas y la cantidad de adultos sentados alrededor de 7 mesas.

$4\times x=4x$ niños

$7\times y=7y$ adultos

b) Escriba la expresión que representa la cantidad total de niños y adultos.

$4x+7y$ personas

E 1. Escriba las expresiones que representan las siguientes situaciones:

a) El dinero que queda luego de comprar 5 cuadernos que valen C$ x cada uno con un billete de C$ 100.
El dinero que queda: $100-5x$

b) El total de personas en x carros y y motos, si en cada carro hay 4 personas y en cada moto hay 2 personas.
El total de personas: $4x+2y$

Contenido 5 Traducción del lenguaje común al lenguaje algebraico (2)

Aprendizajes esperados

Traduce expresiones del lenguaje común al algebraico y viceversa.

Secuencia:

En la clase anterior se tradujeron expresiones del lenguaje común al lenguaje algebraico y viceversa, aquí se centra la atención en una situación particular: la relación entre velocidad, distancia y tiempo. Esta situación es utilizada frecuentemente en la unidad de proporcionalidad.

Puntos esenciales:

Traducir del lenguaje común al lenguaje algebraico y viceversa.

Reconocer que la fórmula

$$v = d \div t = \frac{d}{t}$$

y las que se deducen de la misma representan igualdades entre expresiones algebraicas.

Contenido 5 : Traducción del lenguaje común al lenguaje algebraico (2)

P

a) Un carro recorre $x\,km$ en 2 horas, ¿qué expresión algebraica representa la velocidad del carro?

b) ¿Qué expresión representa la distancia recorrida en y horas si el carro va a $60\,km/h$?

c) ¿Qué expresión representa el tiempo en que se recorren 40 km si el carro va a $z\,km/h$?

La velocidad representa la distancia recorrida en una unidad de tiempo.

$60\,km/h$ se lee "$60\,km$ por hora" y significa que se recorre $60\,km$ cada hora.

S

a) La velocidad se encuentra dividiendo la distancia recorrida entre el tiempo en que recorrió dicha distancia. La expresión que representa la velocidad es:

$$x \div 2 = \frac{x}{2}\ (km/h)$$

b) Si el carro avanza $60\,km$ cada hora y han transcurrido y horas, entonces la expresión que representa la distancia recorrida es:

$$y \times 60 = \mathbf{60y}\ (km)$$

c) Si el carro va a $z\,km/h$, entonces la expresión que representa el tiempo en que recorre $40\,km$ es:

$$40 \div z = \frac{40}{z}\ (h)$$

C

Para representar distancias y velocidades como una expresión algebraica:

Velocidad = (Distancia) ÷ (Tiempo) Distancia = (Velocidad) × (Tiempo)

Tiempo = (Distancia) ÷ (Velocidad)

Dependiendo de la unidad de medida de la distancia y el tiempo, así será la unidad de medida de la velocidad:

km/h se lee "kilómetro por hora"	m/min se lee "metro por minuto"	m/s se lee "metro por segundo"

E

1. Represente con expresiones algebraicas las siguientes cantidades:
   a) La velocidad de una moto que recorre $9\,km$ en x horas.
   b) La distancia (en kilómetros) recorrida en 4 horas por un carro, si el carro va a una velocidad de a km/h.
   c) El tiempo (en horas) en que un bus recorre $55\,km$, si va a una velocidad de x km/h.
2. Julia camina durante x minutos a una velocidad de $70\,m/min$, pero luego empieza a caminar a una velocidad de $35\,m/min$ por y minutos. ¿Qué representan las siguientes expresiones?

   a) $70x$ b) $35y$ c) $70x+35y$

C5: Traducción del lenguaje común al lenguaje algebraico (2)

P S a) Un carro recorre x km en 2 horas, ¿qué expresión algebraica representa la velocidad del carro?

Velocidad $= x \div 2 = \frac{x}{2}\ (km/h)$

b) ¿Qué expresión representa la distancia recorrida en y horas si el carro va a 60 km/h?

Distancia $= y \times 60 = 60y\ (km)$

c) ¿Qué expresión representa el tiempo en que se recorren 40 km si el carro va a z km/h?

Tiempo $= 40 \div z = \frac{40}{z}\ (h)$

C $v = \frac{d}{t}$ $d = vt$ $t = \frac{d}{v}$

donde,

v : velocidad

d : distancia

t : tiempo

E Represente con expresiones algebraicas las siguientes cantidades:

a) La velocidad de una moto que recorre 9 km en x horas.

velocidad $= 9 \div x = \frac{9}{x}(km/h)$

b) La distancia (en km) recorrida en 4 horas por un carro, si el carro va a una velocidad de a km por hora.

distancia $= 4 \times a = 4a\ (km)$

c) El tiempo (en horas) en que un bus recorre 55 km, si va a una velocidad de x km por hora.

tiempo $= 55 \div x = \frac{55}{x}\ (h)$

Contenido 6 Término algebraico: Variable y Coeficiente

Sección 1: Expresiones algebraicas

Contenido 6: Término algebraico (variable y coeficiente)

P

Dada la expresión algebraica $2x+5y$, identifique las variables y los productos indicados de números y variables.

S

Las variables son las letras que aparecen en la expresión: x, y.
Los productos indicados son $2x$ y $5y$, los cuales se llaman términos, y los números 2 y 5 son sus respectivos coeficientes.

Término	Variable	Coeficiente
$2x$	x	2
$5y$	y	5

C

- ✓ Los **términos** son expresiones algebraicas que no contienen sumas o restas.
- ✓ El **coeficiente** es el número que multiplica a la variable.

Ejemplo Identifique la variable y el coeficiente de cada término en $3x-y+\frac{z}{5}$.

Observe que: $3x-y+\frac{z}{5}=3x+(-y)+\frac{z}{5}$.

Término	Variable	Coeficiente
$3x$	x	3
$-y$	y	-1
$\frac{z}{5}$	z	$\frac{1}{5}$

Recuerde que:
$-x=(-1)\times x$

E

Identifique la variable y el coeficiente de cada término en $-4a-b+\frac{3}{2}c$

Término	Variable	Coeficiente

61

Aprendizajes esperados

Identifica variable y coeficiente de términos algebraicos.

Secuencia:

Hasta este momento se ha dicho lo que es una variable y una expresión algebraica, ahora se introducen los conceptos de término y coeficiente.

Puntos esenciales:

Definir cada uno de los conceptos: término y coeficiente a partir de expresiones algebraicas concretas.

Usar dichas definiciones al momento de identificarlos en expresiones algebraicas.

Destacar que:

- ✓ Toda constante es un término.
- ✓ Todo término es una expresión algebraica.

C6: Término algebraico (variable y coeficiente)

(P) Dada la expresión algebraica $2x+5y$, identifique las variables y los productos indicados de números y variables.

(S)

Término	Variable	Coeficiente
$2x$	x	2
$5y$	y	5

(C) <u>Términos:</u> Expresiones algebraicas que no contienen sumas o restas

<u>Coeficiente:</u> Número que multiplica a la variable.

(Ej) Identifique la variable y el coeficiente de cada término en $3x-y+\frac{z}{5}$.

$3x-y+\frac{z}{5}=3x+(-y)+\frac{z}{5}$

Término	Variable	Coeficiente
$3x$	x	3
$-y$	y	-1
$\frac{z}{5}$	z	$\frac{1}{5}$

(E) Identifique la variable y el coeficiente de cada término en $-4a-b+\frac{3}{2}c$.

Término	Variable	Coeficiente
$-4a$	a	-4
$-b$	b	-1
$\frac{3}{2}c$	c	$\frac{3}{2}$

Contenido 7 Valor numérico de una expresión algebraica (1)

Aprendizajes esperados

Determina el valor numérico de expresiones algebraicas.

Secuencia:

Hasta este momento ha sido familiar traducir expresiones del lenguaje común al algebraico y viceversa, ahora se calcula el valor numérico de una expresión algebraica que se determina al sustituir la variable por un número.

Puntos esenciales:

Recordar:

- ✔ Cómo se efectúan las sumas y restas de números con iguales o diferentes signos.
- ✔ La ley de los signos para la multiplicación.
- ✔ El orden de aplicación de las operaciones.

Destacar que el valor numérico de una expresión algebraica se determina sustituyendo la variable por un número y luego, se realizan las operaciones indicadas.

Resaltar que a partir de este contenido se escribe la multiplicación con números utilizando paréntesis.

Unidad 3: Álgebra

Contenido 7: Valor numérico de una expresión algebraica (1)

P El dinero que queda luego de comprar con un billete de C\$50 un cuaderno que vale C\$$x$ se puede expresar como $50-x$. Si el cuaderno vale C\$20, ¿cuánto dinero queda?

S Si el cuaderno vale C\$20, significa que $x=20$. Si escribimos 20 en vez de x en la expresión, queda:

$$50-\boxed{x}$$
$$\downarrow \text{ Se sustituye } x=20$$
$$50-\boxed{20}=30$$

Luego de comprar el cuaderno quedan **C\$30**.

C El **valor numérico de una expresión algebraica** en una variable es el número que se obtiene al sustituir esta variable por un número y efectuar las operaciones indicadas.

Ejemplo 1 Calcule el valor numérico de las siguientes expresiones algebraicas con los valores dados de la variable:

a) $x-12$, si $x=-5$ b) $-x$, si $x=-8$

Se sustituye $x=-5$ en la expresión:

$x-12=-5-12$
$=\mathbf{-17}$

Se sustituye $x=-8$ en la expresión:

$-x=-(-8)$
$=\mathbf{8}$

E1 Calcule el valor numérico de las siguientes expresiones algebraicas con los valores dados de la variable:

a) $18-x$, si $x=6$ b) $-x$, si $x=-7$

c) $25-x$, si $x=-10$ d) $-a-6$, si $a=-2$

Ejemplo 2 Calcule el valor numérico de las siguientes expresiones algebraicas con los valores dados de la variable:

a) $2a+9$, si $a=3$ b) $-4a+1$, si $a=2$

Se sustituye $a=3$ en la expresión:

$2a+9=(2)(3)+9$
$=6+9$
$=\mathbf{15}$

Se sustituye $a=2$ en la expresión:

$-4a+1=(-4)(2)+1$
$=-8+1$
$=\mathbf{-7}$

Al multiplicar dos números se usarán paréntesis en lugar de ×:
$-4\times 2=\ (-4)(2)$

E2 Calcule el valor numérico de las siguientes expresiones algebraicas con los valores dados de la variable:

a) $5a$, si $a=9$ b) $-6a$, si $a=-4$

c) $3x+1$, si $x=2$ d) $5x-7$, si $x=-3$

62

C7: Valor numérico de una expresión algebraica (1)

(P) El dinero que queda luego de comprar con un billete de C\$50 un cuaderno que vale C\$ x se puede expresar como $50-x$. Si el cuaderno vale C\$ 20, ¿cuánto dinero queda?

(S)

$x=20$
$50-\boxed{x}$

Sustituir $x=20$ $\downarrow$

$50-\boxed{20}=30$

Luego de comprar el cuaderno quedan C\$ 30.

(C) *Leer en LT.*

(Ej1) Calcule el valor numérico de:

a) $x-12$, si $x=-5$
$x-12=-5-12$
$=-17$

b) $-x$, si $x=-8$
$-x=-(-8)=8$

(E1) Calcule el valor numérico de:

a) $18-x$, si $x=6$
$18-x=18-6$
$=18-6=12$

b) $-x$, si $x=-7$
$-x=-(-7)=7$

c) $25-x$, si $x=-10$
$25-x=25-(-10)$
$=25+10=35$

d) $-a-6$, si $a=-2$
$-a-6=-(-2)-6$
$=2-6=-4$

(Ej2)

a) $2a+9$, si $a=3$
$2a+9=(2)(3)+9$
$=6+9=15$

b) $-4a+1$, si $a=2$
$4a+1=(-4)(2)+1$
$=-8+1$
$=-7$

(E2)

a) $5a$, si $a=9$
$5a=(5)(9)=45$

b) $-6a$, si $a=-4$
$-6a=(-6)(-4)=24$

c) $3x+1$, si $x=2$
$3x+1=(3)(2)+1$
$=6+1=7$

d) $5x-7$, si $x=-3$
$5x+7=(5)(-3)-7$
$=-15-7=-22$

Contenido 8 Valor numérico de una expresión algebraica (2)

Sección 1: Expresiones algebraicas

Contenido 8: Valor numérico de una expresión algebraica (2)

P Sustituya en las expresiones algebraicas los valores dados para las variables y realice las operaciones indicadas.

a) $\frac{16}{x}$, si $x=8$ b) $\frac{x}{10}$, si $x=5$ c) $2a+5b$, si $a=3$ y $b=-1$

S

a) Se sustituye $x=8$ en:

$$\frac{16}{x}=\frac{\overset{2}{\cancel{16}}}{\underset{1}{\cancel{8}}}=\mathbf{2}$$

b) Se sustituye $x=5$ en:

$$\frac{x}{10}=\frac{\overset{1}{\cancel{5}}}{\underset{2}{\cancel{10}}}=\mathbf{\frac{1}{2}}$$

c) Se sustituyen $a=3$ y $b=-1$ en:

$$\begin{aligned}2a+5b&=(2)(3)+(5)(-1)\\&=6-5\\&=1\end{aligned}$$

C

El valor numérico de una expresión con una o más variables se calcula sustituyendo los números dados, en lugar de las variables y realizando las operaciones indicadas.

Ejemplo Calcule el valor numérico de las siguientes expresiones algebraicas para los valores dados de las variables:

a) $3a-2b$, si $a=1$ y $b=-3$ b) $-a-5b$, si $a=4$ y $b=3$

c) x^2, si $x=-2$ d) $-x^2$, si $x=2$

a) Se sustituye $a=1$ y $b=-3$ en:

$$\begin{aligned}3a-2b&=(3)(1)-(2)(-3)\\&=3-(-6)\\&=3+6\\&=\mathbf{9}\end{aligned}$$

b) Se sustituye $a=4$ y $b=3$ en:

$$\begin{aligned}-a-5b&=-(4)-(5)(3)\\&=-4-15\\&=\mathbf{-19}\end{aligned}$$

c) Se sustituye $x=-2$ en:

$$\begin{aligned}x^2&=(-2)^2\\&=(-2)(-2)\\&=\mathbf{4}\end{aligned}$$

d) Se sustituye $x=2$ en:

$$\begin{aligned}-x^2&=(-1)(2^2)\\&=(-1)(4)\\&=\mathbf{-4}\end{aligned}$$

E

Calcule el valor numérico de las siguientes expresiones algebraicas para los valores dados de las variables:

a) $\frac{12}{x}$, si $x=3$ b) $\frac{10}{x}$, si $x=-5$

c) $5a+3b$, si $a=1$ y $b=2$ d) $2a-7b$, si $a=3$ y $b=1$

e) $3a+b$, si $a=2$ y $b=-4$ f) $-4a-3b$, si $a=-5$ y $b=2$

g) x^2, si $x=-4$ h) $-x^2$, si $x=3$

63

Aprendizajes esperados

Determina el valor numérico de expresiones algebraicas.

Secuencia:

En el contenido anterior se calculó el valor numérico de una expresión algebraica en una variable; aquí se hace lo mismo, pero con expresiones que involucran divisiones o están dadas en dos variables.

Puntos esenciales:

Recordar :

- ✓ La ley de los signos.
- ✓ Cómo se calcula el valor numérico de una expresión algebraica en una variable.

Aplicar el procedimiento dado en el contenido anterior, pero ahora para calcular el valor numérico de expresiones algebraicas que involucran cocientes, potencias o están dadas en dos variables.

C8: Valor numérico de una expresión algebraica (2)

P Sustituya en las expresiones los valores para las variables y realice las operaciones indicadas.

a) $\frac{16}{x}$, si $x=8$

b) $\frac{x}{10}$, si $x=5$

c) $2a+5$, si $a=3$ y $b=-1$

S a) Se sustituye $x=8$ en:

$$\frac{16}{x}=\frac{\overset{2}{\cancel{16}}}{\underset{1}{\cancel{8}}}=2$$

b) Se sustituye $x=5$ en:

$$\frac{x}{10}=\frac{\overset{1}{\cancel{5}}}{\underset{2}{\cancel{10}}}=\frac{1}{2}$$

c) Se sustituyen $a=3$y $b=-1$ en:

$$\begin{aligned}2a+5b&=(2)(3)+(5)(-1)\\&=6-5=1\end{aligned}$$

C *Leer en LT.*

Ej Calcule el valor numérico de las siguientes expresiones:

a) $3a-2b$, si $a=1$ y $b=-3$
$3a-2b=(3)(1)-(2)(-3)=3—(-6)=3+6=9$

b) $-a-5b$, si $a=4$ y $b=3$
$-a-5b=-\ 4\ -(5)(3)=-4-15=-19$

c) x^2, si $x=-2$ $\Longrightarrow$ $x^2=(-2)^2=(-2)(-2)=4$

d) $-x^2$, si $x=2$
$-x^2=(-1)(2^2)=(-1)(4)=-4$

E Calcule el valor numérico:

a) $\frac{12}{x}$, si $x=3$
$\frac{12}{x}=\frac{12}{3}=4$

b) $\frac{10}{x}$, si $x=-5$
$\frac{10}{x}=-\frac{10}{5}=-2$

c) $5a+3b$, si $a=1$ y $b=2$
$5a+3b=(5)(1)+(3)(2)=11$

d) $2a-7b$, si $a=3$ y $b=1$
$2a-7b=(2)(3)-7(1)=-1$

Contenido 1 Términos semejantes

Aprendizajes esperados

Identifica términos semejantes.

▪ Secuencia:

En clases anteriores se definieron los conceptos: término y coeficiente. Ahora se define cuando dos términos son semejantes.

▪ Puntos esenciales:

Recordar las definiciones de los conceptos: término y coeficiente.

Definir que dos o más términos son semejantes si tienen la misma variable elevadas a los mismos exponentes.

Notar que para que dos o más términos sean semejantes no es necesario que sus coeficientes sean iguales.

Identificar correctamente términos semejantes y no semejantes.

Sección 2: Operaciones con expresiones algebraicas

Contenido 1: Términos semejantes

P

Si x representa la cantidad de naranjas, y la cantidad de piñas y z la cantidad de bananos que están en cada bolsa. Escriba en la línea correspondiente los términos de la izquierda que representan cantidades de naranjas, piñas y bananos respectivamente.

$2x$ $3z$ $5y$
$2y$ $6z$ x
y $3x$ $4z$

Naranjas: ____________
Piñas: ____________
Bananos: ____________

S

✓ Los términos x, $2x$, $3x$ en la variable x representan la cantidad de naranjas que hay en una, dos y tres bolsas.

✓ Los términos y, $2y$, $5y$ en la variable y representan la cantidad de piñas que hay en una, dos y cinco bolsas.

✓ Los términos $3z$, $4z$, $6z$ en la variable es z representan la cantidad de bananos que hay en tres, cuatro y seis bolsas.

Naranjas: x, $2x$, $3x$
Piñas: y, $2y$, $5y$
Bananos: $3z$, $4z$, $6z$

C

Los términos que tienen las mismas variables elevadas a los mismos exponentes se llaman **términos semejantes**. No importa que los coeficientes sean diferentes.

Ejemplo Identifique en cada inciso si los términos son semejantes. Justifique.

a) $7a$ y $-3a$ b) $2xy$ y $9xy$
c) $8b$ y $13a$ d) $3a$ y $5a^2$

a) **Son semejantes** porque $7a$ y $-3a$ tienen la misma variable elevada al mismo exponente.

b) **Son semejantes** porque $2xy$ y $9xy$ tienen las mismas variables elevadas a los mismos exponentes.

c) **No son semejantes** porque $8b$ y $13a$ tienen distintas variables.

d) **No son semejantes** porque $3a$ y $5a^2$, aunque tienen la misma variable, están elevadas a diferentes exponentes.

E

Ubique en la fila correspondiente cada uno de los siguientes términos dependiendo de si es semejante a $12a$, $4xy$ y $-5m$.

$8m$, $-9a$, $-m$, xy, $3m$, $7m$,
$15a$, $-3xy$, $4a$, $13m$, $6xy$

Términos semejantes a:

$12a$: ____________
$4xy$: ____________
$-5m$: ____________

S2: Operaciones con expresiones algebraicas
C1: Términos semejantes

(P) Si x representa la cantidad de naranjas, y de piñas y z de bananos. Escriba los términos que representan cantidades de naranjas, piñas y bananos respectivamente.

$2x$ $3z$ $5y$
$2y$ $6z$ x
y $3x$ $4z$

(S) Naranjas (x): $\underline{x,\ 2x,\ 3x}$
Piñas (y): $\underline{y,\ 2y,\ 5y}$
Bananos (z): $\underline{3z,\ 4z,\ 6z}$

(C) A los términos que tienen las mismas variables elevadas a los mismos exponentes se les llama <u>términos semejantes.</u>

(Ej) Identifique si los términos son semejantes

a) $7a$ y $-3a$ Son semejantes
b) $2xy$ y $9xy$ Son semejantes
c) $8b$ y $13a$ No son semejantes
d) $3a$ y $5a^2$ No son semejantes

(E) Ubique los siguientes términos en la fila correspondiente.

$8m$, $-9a$, $-m$, xy, $3m$, $7m$,
$15a$, $-3xy$, $4a$, $13m$, $6xy$

Términos semejantes a:

$12a$: $-9a$, $15a$, $4a$
$4xy$: xy, $-3xy$, $6xy$
$-5m$: $8m$, $-m$, $3m$, $7m$, $13m$

Contenido 2 Simplificación de términos semejantes

Unidad 3: Álgebra

Contenido 2: Simplificación de términos semejantes

P Andrés tiene 3 piezas de madera de $x\,cm$ de largo cada una, y compra en una ferretería 2 piezas más del mismo largo.

a) Escriba la expresión algebraica que representa el largo total de las 5 piezas.

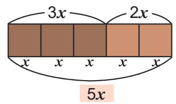
b) Si se tuvieran 7 piezas de las mismas y se retiraran 3, escriba la expresión algebraica que representa la longitud total de las piezas restantes.

S

a) Las 3 piezas de madera de $x\,cm$ de largo miden en total $3x\,cm$ y las 2 piezas agregadas miden en total $2x\,cm$. En la figura se puede ver que

$$3x+2x=(3+2)x=5x$$

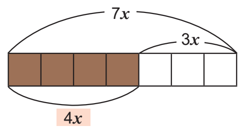
El largo total es de $\mathbf{5x\,cm}$.



b) Si de 7 piezas de longitud $x\,cm$ se quitan 3 piezas entonces, de acuerdo con la figura, la longitud total de las piezas restantes es $4x$. Es decir:

$$7x-3x=(7-3)x=4x$$

El largo total de las piezas restantes es $\mathbf{4x\,cm}$.



C

Para simplificar o reducir términos semejantes se suman los coeficientes con sus propios signos y se escribe la variable con el mismo exponente.

Ejemplo Encuentre en cada inciso el término que resulta de simplificar la expresión algebraica.

a) $5a-8a$ b) $2a+7a-a$

a) $5a-8a=(5-8)a$
$=\mathbf{-3a}$

b) $2a+7a-a=(2+7-1)a$
$=(9-1)a$
$=\mathbf{8a}$

E

Encuentre en cada inciso el término que resulta de simplificar la expresión algebraica.

a) $5x+2x$	b) $8x+6x$	c) $9x-4x$
d) $2x-7x$	e) $-5x+x$	f) $7x+2x+5x$
g) $3x+8x-2x$	h) $9a-2a-4a$	i) $-3a-4a-a$

66

Aprendizajes esperados

Aplica la simplificación de términos semejantes en la solución de ejercicios.

Secuencia:

En la clase anterior se estudió cuándo dos términos son semejantes, en este contenido se estudia la simplificación de términos semejantes. Esta es la base para la adición y sustracción de expresiones algebraicas.

Puntos esenciales:

Recordar cuándo dos o más términos son semejantes.

Destacar que para simplificar expresiones que involucran términos semejantes, se suman o restan los coeficientes y se escribe la variable común con su mismo exponente.

Simplificar correctamente términos semejantes valiéndose de las operaciones con números positivos y negativos.

C2: Simplificación de términos semejantes

(P) Andrés tiene 3 piezas de madera de $x\ cm$ de largo, y compró 2 piezas más.

a) Escriba la expresión que representa el largo total de las 5 piezas.

b) Si de 7 piezas se retiran 3, escriba la expresión que representa la longitud total de las piezas restantes.

(S) a) 3 piezas: $3x\ (cm)$
2 piezas: $2x\ (cm)$
Sumando las dos piezas se obtiene:
$$3x+2x=(3+2)x=5x$$
Largo: $5x\ cm$

b) 7 piezas: $7x\ (cm)$
3 piezas: $3x\ (cm)$
Luego, si de 7 piezas se quitan 3 piezas:
$$7x-3x=(7-3)x=4x$$
Largo: $4x$ cm

(C) *Leer en LT.*

(Ej) Encuentre el término que resulta de simplificar la expresión algebraica.

a) $5a-8a=(5-8)a$
$=-3a$

b) $2a+7a-a=(2+7-1)a$
$=(9-1)a$
$=8a$

(E) Encuentre el término que resulta de simplificar la expresión algebraica.

a) $5x+2x=(5+2)x=7x$

b) $8x+6x=(8+6)x=14x$

c) $9x-4x=(9-4)x=5x$

d) $2x-7x=(2-7)x=-5x$

e) $-5x+x=(-5+1)x=-4x$

f) $7x+2x+5x=(7+2+5)x=14x$

g) $3x+8x-2x=(3+8-2)x=9x$

h) $9a-2a-4a=(9-2-4)a=3a$

i) $-3a-4a-a=(-3-4-1)a=-8a$

Contenido 3 Adición de expresiones algebraicas

Aprendizajes esperados

Aplica la adición de expresiones algebraicas en la solución de ejercicios.

Secuencia:

Estudiada la simplificación de términos semejantes, en este contenido se suman expresiones algebraicas. Posteriormente se efectuarán sustracción, multiplicación y división con expresiones algebraicas.

Puntos esenciales:

Identificar términos semejantes.

Recordar cómo se simplifican términos semejantes.

Resaltar que para sumar expresiones algebraicas se deben agrupar los términos semejantes, teniendo cuidado con los signos, y luego simplificarlos.

Contenido 3: Adición de expresiones algebraicas

P Efectúe la suma de $3x+7$ con $2x-6$.

S La expresión que representa en forma horizontal la suma es $(3x+7)+(2x-6)$. Para efectuarla se realiza lo siguiente:

$$\begin{aligned}(3x+7)+(2x-6) &= 3x+\boxed{7}+2x\boxed{-6}\\ &= 3x+2x+7-6\\ &= (3+2)x+(7-6)\\ &= \mathbf{5x+1}\end{aligned}$$

Esta suma también se puede escribir de forma vertical:

1. Se ubican primero los términos con variable alineados verticalmente.
2. Se alinean en otra columna los números.

$$\begin{array}{rr} & 3x+7\\ +) & 2x-6\\ \hline & 5x+1\end{array}$$

C Para sumar expresiones algebraicas:

1. Se quitan los paréntesis conservando los mismos signos en cada uno de los términos.
2. Se agrupan términos semejantes.
3. Se simplifican términos semejantes.

Ejemplo 1 Efectúe la adición $5x+(3-9x)$.

$$\begin{aligned}5x+(3-9x) &= 5x+3-9x\\ &= 5x-9x+3\\ &= (5-9)x+3\\ &= \mathbf{-4x+3}\end{aligned}$$

E_1 Efectúe las siguientes operaciones:

a) $(2x+5)+(7x-4)$ b) $(3x-7)+(2x+1)$ c) $8x+(4-3x)$

d) $2+(3x-7)$ e) $(-5x+2)+(x+7)$ f) $(4x-7)+(-9x+1)$

Ejemplo 2 Efectúe la operación $4-7x-5+x$.

$$\begin{aligned}4-7x-5+x &= -7x+x+4-5\\ &= (-7+1)x+(4-5)\\ &= -6x+(-1)\\ &= \mathbf{-6x-1}\end{aligned}$$

Se observa que $-6x-1$ no se puede simplificar porque $-6x$ y -1 no son términos semejantes.

E_2 Efectúe las siguientes operaciones:

a) $3x-4-9x+5$ b) $6-2x+3-5x$ c) $8+5x-3x+1$

C3: Adición de expresiones algebraicas

P Efectúe la suma de $3x+7$ con $2x-6$.

S Forma horizontal

$$\begin{aligned}(3x+7)+(2x-6) &= 3x+\boxed{7}+2x-\boxed{6}\\ &= 3x+2x+7-6\\ &= (3+2)x+(7-6)\\ &= 5x+1\end{aligned}$$

Se puede escribir de forma vertical:

$$\begin{array}{rr} & 3x+7\\ +) & 2x-6\\ \hline & 5x+1\end{array}$$

C *Leer en LT.*

Ej_1 Efectúe

$$\begin{aligned}5x+(3-9x) &= 5x+3-9x\\ &= 5x-9x+3\\ &= (5-9)x+3\\ &= -4x+3\end{aligned}$$

E_1 Efectúe

a) $(2x+5)+(7x-4)$
$= 2x+5+7x-4 = (2+7)x+(5-4) = 9x+1$

b) $(3x-7)+(2x+1)$
$= 3x-7+2x+1 = (3+2)x+(-7+1) = 5x-6$

c) $8x+(4-3x)$
$= 8x+4-3x = (8-3)x+4 = 5x+4$

Ej_2

$$\begin{aligned}4-7x-5+x &= -7x+x+4-5\\ &= (-7+1)x+(4-5)\\ &= -6x+(-1)\\ &= -6x-1\end{aligned}$$

E_2

a) $3x-4-9x+5 = (3-9)x+(-4+5) = -6x+1$

b) $6-2x+3-5x = (-2-5)x+(6+3) = -7x+9$

c) $8+5x-3x+1 = (5-3)x+(8+1) = 2x+9$

Contenido 4 Sustracción de expresiones algebraicas

Unidad 3: Álgebra

Contenido 4: Sustracción de expresiones algebraicas

P Encuentre la expresión que representa restar $2x+1$ de $3x-6$.

Restar B de A significa efectuar
A−B
A: minuendo B: sustraendo

S La expresión que representa en forma horizontal restar $2x+1$ de $3x-6$ es $(3x-6)-(2x+1)$.

$(3x-6)-(2x+1)=(3x-6)+(-2x-1)$	Se cambia de signo a los términos del sustraendo
$=3x-6-2x-1$	Se quitan paréntesis
$=3x-2x-6-1$	Se agrupan términos semejantes
$=(3-2)x+(-6-1)$	Se reducen términos semejantes
$=x-7$	Se efectúan operaciones indicadas

C Para restar dos expresiones algebraicas:
1. Se cambian los signos de los términos del sustraendo.
2. Se agrupan y reducen términos semejantes.

Ejemplo Efectúe las siguientes sustracciones:

a) $(7x-2)-(2x-5)$ b) $3x-(9-5x)$

a) $(7x-2)-(2x-5)=(7x-2)+(-2x+5)$
$=7x-2x-2+5$
$=(7-2)x+(-2+5)$
$=5x+3$

b) $3x-(9-5x)=3x+(-9+5x)$
$=3x+5x-9$
$=(3+5)x-9$
$=8x-9$

E Efectúe las siguientes sustracciones:

a) $(5x+2)-(3x+7)$ b) $(x+3)-(4x+8)$ c) $5x-(2-7x)$
d) $6-(2x+1)$ e) $(6x+2)-(-3x+2)$ f) $(9x-4)-(2x+3)$
g) $(3x-5)-(7x-1)$ h) $(8x-1)-(-x+4)$ i) $(4x+6)-(-2x-5)$

68

Aprendizajes esperados

Aplica la sustracción de expresiones algebraicas en la solución de ejercicios.

Secuencia:

En la clase anterior se sumaron expresiones algebraicas, ahora se estudia la sustracción de expresiones algebraicas, para esto se utiliza lo aprendido en la sustracción de números positivos y negativos.

Puntos esenciales:

Recordar que:

- ✓ Restar B de A significa efectuar A−B.
- ✓ La expresión que se encuentra después de la palabra "de" se llama minuendo y la que esté después de la palabra "restar" se llama sustraendo.

Resaltar el cambio que sufren los signos de los términos del sustraendo.

Tener presente como se simplifican términos semejantes.

C4: Sustracción de expresiones algebraicas

P Encuentre la expresión que representa restar $2x+1$ de $3x-6$.

Restar B de A: $A-B$
Minuendo Sustraendo

S Forma horizontal

$$\begin{aligned}(3x-6)-(2x+1) &= (3x-6)+(-2x-1)\\ &= 3x-6-2x-1\\ &= 3x-2x-6-1\\ &= (3-2)x+(-6-1)\\ &= x-7\end{aligned}$$

C Para restar dos expresiones algebraicas:
1. Se cambian los signos de los términos del sustraendo
2. Se agrupan y reducen términos semejantes

Ej Efectúe las siguientes sustracciones:

a) $$\begin{aligned}(7x-2)-(2x-5) &= (7x-2)+(-2x+5)\\ &= 7x-2x-2+5\\ &= (7-2)x+(-2+5)\\ &= 5x+3\end{aligned}$$

b) $$\begin{aligned}3x-(9-5x) &= 3x+(-9+5x)\\ &= 3x+5x-9\\ &= (3+5)x-9\\ &= 8x-9\end{aligned}$$

E
a) $(5x+2)-(3x+7)=(5-3)x+(2-7)=2x-5$
b) $(x+3)-(4x+8)=(1-4)x+(3-8)=-3x-5$
c) $5x-(2-7x)=(5+7)x-2=12x-2$
d) $6-(2x+1)=-2x+(6-1)=-2x+5$
e) $(6x+2)-(-3x+2)=(6+3)x+(2-2)=9x$
f) $(9x-4)-(2x+3)=(9-2)x+(-4-3)=7x-7$
g) $(3x-5)-(7x-1)=(3-7)x+(-5+1)=-4x-4$
h) $(8x-1)-(-x+4)=(8+1)x+(-1-4)=9x-5$
i) $(4x+6)-(-2x-5)=(4+2)x+(6+5)=6x+11$

Contenido 5 Multiplicación de un número por una expresión algebraica

Aprendizajes esperados

Aplica la multiplicación de un número por una expresión algebraica en la solución de ejercicios.

Secuencia:

En las clases anteriores se sumaron y restaron expresiones algebraicas, ahora se estudia la multiplicación de un número por una expresión algebraica, para esto se utilizan las propiedades asociativa y distributiva aprendidas en la unidad anterior.

Puntos esenciales:

Recordar la propiedad asociativa para el producto y la propiedad distributiva del producto respecto a la suma estudiadas anteriormente.

Destacar que para multiplicar:

- ✓ Un número por un término, se multiplica el número por el coeficiente del término y se conserva la variable.
- ✓ Un número por una expresión algebraica, se multiplica el número por cada uno de sus términos.

Tener presente la ley de los signos para la multiplicación.

Sección 2: Operaciones con expresiones algebraicas

Contenido 5: Multiplicación de un número por una expresión algebraica

P Efectúe las siguientes multiplicaciones:

a) $3(2x)$ b) $4(3x+2)$

S

a) $3(2x)=(3)(2)x$ Se usa la propiedad asociativa
$=\mathbf{6x}$ Se efectúa la operación indicada

b) $4(3x+2)=(4)(3x)+(4)(2)$ Se usa la propiedad distributiva
$=(4)(3)x+(4)(2)$ Se usa la propiedad asociativa
$=\mathbf{12x+8}$ Se efectúan las operaciones indicadas

Propiedad asociativa: $a(bc)=(ab)c$
Propiedad distributiva: $a(b+c)=ab+ac$

C

1. Para multiplicar un número por un término, se multiplica el número por el coeficiente del término y la variable queda igual.
2. Para multiplicar un número por una expresión algebraica, se multiplica el número por cada uno de los términos de esta.

Ejemplo 1 Efectúe las siguientes multiplicaciones de un número por un término.

a) $5(-3x)$ b) $-4(-8x)$

Se usa la propiedad asociativa del producto y se efectúa el producto indicado.

a) $5(-3x)=(5)(-3)x$
$=\mathbf{-15x}$

b) $-4(-8x)=(-4)(-8)x$
$=\mathbf{32x}$

E1 Efectúe las siguientes multiplicaciones de un número por un término.

a) $4(6x)$ b) $-5(-2x)$ c) $-\frac{1}{4}(12x)$

Ejemplo 2 Efectúe las siguientes multiplicaciones de un número por una expresión algebraica.

a) $3(6x-1)$ b) $-2(5x-7)$

Se usa la propiedad distributiva del producto y se efectúan los productos indicados.

a) $3(6x-1)=(3)(6x)+(3)(-1)$
$=(3)(6)x+(3)(-1)$
$=\mathbf{18x-3}$

b) $-2(5x-7)=(-2)(5x)+(-2)(-7)$
$=(-2)(5)x+(+14)$
$=\mathbf{-10x+14}$

E2 Efectúe las siguientes multiplicaciones de un número por una expresión algebraica.

a) $6(2x+7)$ b) $2(3x-5)$ c) $-4(5x-8)$

69

C5: Multiplicación de un número por una expresión algebraica

(P) Efectúe las siguientes operaciones:
a) $3(2x)$ b) $4(3x+2)$

(S) a) $3(2x)=(3)(2)x$
$=6x$

Propiedad asociativa: $a(bc)=(ab)c$
Propiedad distributiva: $a(b+c)=ab+ac$

b) $4(3x+2)=(4)(3x)+(4)(2)$
$=(4)(3)x+(4)(2)$
$=12x+8$

(C) *Leer en LT.*

(Ej1) Efectúe las siguientes multiplicaciones.

a) $5(-3x)=(5)(-3)x=-15x$

b) $-4(-8x)=(-4)(-8)x=32x$

(E1) Efectúe las siguientes multiplicaciones:

a) $4(6x)=(4)(6)x=24x$

b) $-5(-2x)=(-5)(-2)x=10x$

c) $-\frac{1}{4}(12x)=\left(-\frac{1}{4}\right)(12)x=-3x$

(Ej2) a) $3(6x-1)=(3)(6x)+(3)(-1)$
$=(3)(6)x+(3)(-1)$
$=18x-3$

b) $-2(5x-7)=(-2)(5x)+(-2)(-7)$
$=(-2)(5)x+(+14)$
$=-10x+14$

(E2) a) $6(2x+7)=(6)(2x)+(6)(7)$
$=(6)(2)x+(6)(7)$
$=12x+42$

b) $2(3x-5)=(2)(3x)+(2)(-5)$
$=6x-10$

c) $-4(5x-8)=(-4)(5x)+(-4)(-8)$
$=-20x+32$

Contenido 6 División de una expresión algebraica por un número

Unidad 3: Álgebra

Contenido 6: División de una expresión algebraica por un número

P

Efectúe las siguientes divisiones:

a) $12x \div 6$ b) $18x \div \left(-\frac{3}{2}\right)$ c) $(8x+10) \div 2$

S

a) $12x \div 6 = \frac{\overset{2}{\cancel{12}}x}{\underset{1}{\cancel{6}}}$ Se expresa la división como una fracción

$= \mathbf{2x}$ Se simplifica

Recuerde que: $a \div \frac{b}{c} = a \times \frac{c}{b}$

b) $18x \div \left(-\frac{3}{2}\right) = (\overset{6}{\cancel{18}}x)\left(-\frac{2}{\underset{1}{\cancel{3}}}\right)$ Se usa la definición de división y se simplifica

$= \mathbf{-12x}$ Se efectúa el producto indicado

Propiedad distributiva: $(a+b)c = ac+bc$

c) $(8x+10) \div 2 = (8x+10)\left(\frac{1}{2}\right)$ Se usa la definición de división

$= (8x)\left(\frac{1}{2}\right) + (10)\left(\frac{1}{2}\right)$ Se utiliza la propiedad distributiva

$= \frac{\overset{4}{\cancel{8}}}{\underset{1}{\cancel{2}}}x + \frac{\overset{5}{\cancel{10}}}{\underset{1}{\cancel{2}}}$ Se efectúan las multiplicaciones y se simplifica

$= \mathbf{4x+5}$

C

1. Para dividir un término por un número se divide el coeficiente por el número y la variable queda igual.
2. Para dividir una expresión algebraica por un número se divide cada uno de los términos por el número.

E

Efectúe en cada inciso la división indicada.

a) $21x \div 7$ b) $16x \div (-4)$ c) $8x \div \left(-\frac{2}{3}\right)$

d) $(14x+8) \div 2$ e) $(12x+6) \div (-6)$ f) $(15x-10) \div 5$

70

Aprendizajes esperados

Aplica la división de una expresión algebraica por un número en la solución de ejercicios.

Secuencia:

En la clase anterior se aprendió a multiplicar un número por una expresión algebraica, en este contenido se estudia la división de una expresión algebraica por un número.

Puntos esenciales:

Recordar la propiedad asociativa para el producto estudiada anteriormente.

Destacar que para dividir:

- ✓ Un término por un número, se divide el coeficiente del término por el número y se conserva la variable.
- ✓ Una expresión algebraica por un número, se divide cada uno de los términos por el número.

Tener presente la ley de los signos para la división y la simplificación de fracciones siempre que sea posible.

C6: División de una expresión algebraica por un número

$$a \div \frac{b}{c} = a \times \frac{c}{b}$$

Propiedad distributiva: $(a+b)c = ac + bc$

P Efectúe las siguientes divisiones:

a) $12x \div 6$ b) $18x \div \left(-\frac{3}{2}\right)$ c) $(8x+10) \div 2$

S a) $12x \div 6 = \frac{\overset{2}{\cancel{12}}}{\underset{1}{\cancel{6}}}x$

$= 2x$

b) $18x \div \left(-\frac{3}{2}\right) = (\overset{6}{\cancel{18}}x)\left(-\frac{2}{\underset{1}{\cancel{3}}}\right)$

$= -12x$

c) $(8x+10) \div 2 = (8x+10)\left(\frac{1}{2}\right)$

$= (8x)\left(\frac{1}{2}\right) + (10)\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\overset{4}{\cancel{8}}}{\underset{1}{\cancel{2}}}x + \frac{\overset{5}{\cancel{10}}}{\underset{1}{\cancel{2}}}$

$= 4x + 5$

C *Leer en LT.*

E Efectúe las siguientes divisiones:

a) $21x \div 7 = (\overset{3}{\cancel{21}}x)\frac{1}{\underset{1}{\cancel{7}}} = 3x$

b) $16x \div (-4) = (\overset{4}{\cancel{16}}x)\left(-\frac{1}{\underset{1}{\cancel{4}}}\right) = -4x$

c) $8x \div \left(-\frac{2}{3}\right) = (8x)\left(-\frac{3}{2}\right)$

$= -12x$

d) $(14x+8) \div 2 = (14x+8)\left(\frac{1}{2}\right)$

$= (14x)\left(\frac{1}{2}\right) + (8)\left(\frac{1}{2}\right)$

$= 7x + 4$

e) $(12x+6) \div (-6) = (12x+6)\left(-\frac{1}{6}\right)$

$= (12x)\left(-\frac{1}{6}\right) + (6)\left(-\frac{1}{6}\right)$

$= -2x - 1$

f) $(15x-10) \div 5 = (15x)\left(\frac{1}{5}\right) + (-10)\left(\frac{1}{5}\right)$

$= 3x - 2$

Contenido 7 Simplificación de expresiones algebraicas

Aprendizajes esperados

Aplica la simplificación de expresiones algebraicas en la solución de ejercicios.

Secuencia:

Estudiadas las operaciones básicas con expresiones algebraicas, en esta clase se estudia la simplificación de expresiones algebraicas como consolidación de los contenidos anteriores.

Puntos esenciales:

Recordar cómo:

- ✓ Se multiplica un número por una expresión algebraica.
- ✓ Se simplifican términos semejantes.

Tener presente la ley de los signos para la multiplicación.

Contenido 7: Simplificación de expresiones algebraicas

P Simplifique la expresión algebraica $3(2x+6)+5(2x-1)$.

S Se eliminan los paréntesis haciendo uso de la propiedad distributiva:

Propiedad distributiva
$a(b+c)=ab+ac$

$$\begin{aligned}3(2x+6)+5(2x-1)&=(3)(2x)+(3)(6)+(5)(2x)+(5)(-1)\\&=6x+18+10x-5\\&=6x+10x+18-5\\&=\mathbf{16x+13}\end{aligned}$$

C Para simplificar expresiones algebraicas que contienen paréntesis:

1. Se efectúan las multiplicaciones indicadas usando la propiedad distributiva.
2. Se reducen términos semejantes.

Ejemplo Simplifique en cada inciso la expresión algebraica dada.

a) $4(3x+5)-2(x-8)$ b) $4(x-6)-3(-5x-7)$

a) $$\begin{aligned}4(3x+5)-2(x-8)&=(4)(3x)+(4)(5)-(2)(x)-(2)(-8)\\&=12x+20-2x+16\\&=12x-2x+20+16\\&=\mathbf{10x+36}\end{aligned}$$

b) $$\begin{aligned}4(x-6)-3(-5x-7)&=(4)(x)+(4)(-6)-(3)(-5x)-(3)(-7)\\&=4x-24+15x+21\\&=4x+15x-24+21\\&=\mathbf{19x-3}\end{aligned}$$

E Simplifique en cada inciso la expresión algebraica dada.

a) $4(6x+3)+5(2x-1)$ b) $6(x+4)+2(5x-7)$ c) $3(2x-7)+5(x-4)$

d) $6(x+4)-2(5x+7)$ e) $2(8x-6)-4(x-2)$ f) $3(x-1)-7(-2x+3)$

C7: Simplificación de expresiones algebraicas

P Simplifique $3(2x+6)+5(2x-1)$.

S

Propiedad distributiva
$a(b+c)=ab+ac$

$$\begin{aligned}3(2x+6)+5(2x-1)&=(3)(2x)+(3)(6)+(5)(2x)+(5)(-1)\\&=6x+18+10x-5\\&=6x+10x+18-5\\&=16x+13\end{aligned}$$

C *Leer en LT.*

Ej Simplifique:

a) $$\begin{aligned}&4(3x+5)-2(x-8)\\&=(4)(3x)+(4)(5)-(2)(x)-(2)(-8)\\&=12x+20-2x+16\\&=12x-2x+20+16\\&=10x+36\end{aligned}$$

b) $$\begin{aligned}&4(x-6)-3(-5x-7)\\&=(4)(x)+(4)(-6)-(3)(-5x)-(3)(-7)\\&=4x-24+15x+21\\&=4x+15x-24+21\\&=19x-3\end{aligned}$$

E2 Simplifique:

a) $$\begin{aligned}&4(6x+3)+5(2x-1)\\&=(4)(6x)+(4)(3)+(5)(2x)+(5)(-1)\\&=24x+12+10x-5\\&=34x+7\end{aligned}$$

b) $$\begin{aligned}&6(x+4)+2(5x-7)\\&=(6)(x)+(6)(4)+(2)(5x)+(2)(-7)\\&=6x+24+10x-14\\&=6x+10x+24-14\\&=16x+10\end{aligned}$$

c) $$\begin{aligned}&3(2x-7)+5(x-4)\\&=(3)(2x)+(3)(-7)+(5)(x)+(5)(-4)\\&=6x-21+5x-20\\&=11x-41\end{aligned}$$

Prueba de Matemática 7mo (30min) **Fecha:_______**

Unidad 3: Álgebra

Nombre:_______________________________ **Sección:___________**

Sexo: M / F

/20

1. Escriba las siguientes expresiones algebraicas sin utilizar los signos “×, ÷”.

(1 punto × 4 = 4)

a) $x \times 8$

b) $a \times a$

c) $-3 \div (-y)$

d) $(a \times b) \div 3$

2. Calcule el valor numérico de las siguientes expresiones algebraicas:

(2 puntos × 3 = 6)

a) $x - 12$, si $x = -5$

b) $\frac{16}{x}$, si $x = 8$

c) x^2, si $x = -2$

3. Efectúe las siguientes operaciones: (2 puntos × 5 = 10)

a) $5x + 2x$

b) $3x - 4 - 9x + 5$

c) $(3x - 6) - (2x + 1)$

d) $2(3x - 5)$

e) $(8x + 10) \div 2$

Unidad 4

Ecuaciones de Primer Grado

Contenido 1 Igualdad numérica

Aprendizajes esperados

Comprende el concepto de igualdad numérica.

Secuencia:

Siguiendo con el estudio del álgebra, en esta unidad se estudia la resolución de ecuaciones de primer grado en una variable y su aplicación en la vida cotidiana.

Se comienza estableciendo igualdades numéricas.

Puntos esenciales:

Establecer la igualdad entre dos expresiones numéricas.

El signo igual "$=$" relaciona dos cantidades o expresiones matemáticas que representan el mismo valor numérico.

Sección 1: Ecuaciones de primer grado

Contenido 1: Igualdad numérica

P Observe las siguientes balanzas que están en equilibrio y escriba las igualdades que se pueden deducir de cada situación:

Situación 1 | Situación 2 | Situación 3

S

Situación 1	Situación 2	Situación 3
$3=3$	$1+1+1=3$	$1+1+1=1+2$

C

- ✓ Una igualdad representa dos cantidades o expresiones matemáticas que tienen el mismo valor numérico.
- ✓ El signo "$=$" se lee "es igual a".

Ejemplo Complete el recuadro con un número entero que satisfaga la igualdad.

a) $6+\square=11$ b) $-9-\square=-23$ c) $(3)(\square)=60$

a) $6+\boxed{5}=11$ b) $-9-\boxed{14}=-23$ c) $(3)(\boxed{20})=60$

E Complete, en cada inciso, el recuadro con un número entero que satisfaga la igualdad.

a) $3+\square=9$ b) $-4-\square=-15$ c) $(5)(\square)=30$

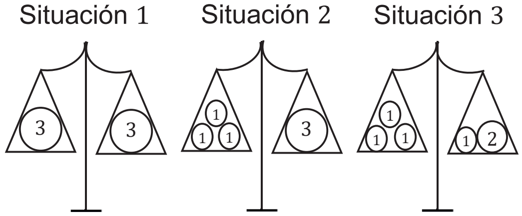
d) $15-\square=-4$ e) $-11+\square=16$ f) $(\square)(8)=-32$

Unidad 4: Ecuaciones de primer grado
S1: Ecuaciones de primer grado
C1: Igualdad numérica

P

Observe las balanzas siguientes que están en equilibrio y escriba las igualdades que se representan en ellas:

Situación 1 Situación 2 Situación 3



S

Situación 1 $3 = 3$

Situación 2 $1+1+1=3$

Situación 3 $1+1+1=1+2$

C

- Una igualdad representa dos cantidades o expresiones matemáticas que tienen el mismo valor numérico.
- El signo "=" se lee "es igual a".

Ej Complete el recuadro con un número entero que satisfaga la igualdad.

a) $6+\boxed{5}=11$ b) $-9-\boxed{14}=-23$ c) $3(\boxed{20})=60$

E

a) $3+\boxed{6}=9$ b) $-4-\boxed{11}=-15$

c) $5(\boxed{6})=30$ d) $15+\boxed{-19})=-4$

e) $-11+\boxed{27}=16$ f) $(\boxed{-4})8=-32$

Contenido 2 Solución de una ecuación de primer grado

Contenido 2: Solución de una ecuación de primer grado

P

En una librería se compra cierta cantidad de lápices y un cuaderno por un total de C$34. El precio de cada uno de los lápices es C$5 y el del cuaderno es C$14. ¿Cuántos lápices se compraron?

S

Si x es la cantidad de lápices, el costo total de estos más el costo del cuaderno es $5x+14$, formándose la ecuación $5x+14=34$. Para encontrar el valor de x se tantean algunos enteros razonablemente escogidos que puedan cumplir la igualdad.

Valor de la variable x	Valor numérico de la expresión $5x + 14$
1	$(5)(1) + 14 = 19$
2	$(5)(2) + 14 = 24$
3	$(5)(3) + 14 = 29$
4	$(5)(4) + 14 = 34$

El valor de x que cumple la igualdad $5x+14=34$ es 4. Por tanto se compraron **4 lápices**.

La igualdad de dos expresiones matemáticas que incluye una variable, como $5x+14=34$, se llama **ecuación de primer grado**. En una ecuación, el valor desconocido se representa por una **variable** x (a la que se llama también incógnita) y las expresiones a ambos lados del signo igual ($=$) se llaman **lados.**

lados

$5x+14=34$

variable

C

Resolver una ecuación de primer grado con una variable es obtener el número que al sustituirlo en la ecuación cumpla la igualdad. Ese número se llama **solución de la ecuación**.

Ejemplo Identifique la ecuación que tiene al número 5 como solución.

a) $3x-5=10$ b) $2x+18=20$

a) Se sustituye $x=5$ en:

$3x-5=(3)(5)-5=15-5=10$

Verificándose que, **5 es solución de $3x-5=10$**

b) Si se sustituye $x=5$ en:

$2x+18=(2)(5)+18=10+18=28\neq 20$

Se encuentra que, **5 no es solución de $2x+18=20$**

"$\neq$" se lee "es distinto de"

E

Identifique la ecuación que tiene al número 3 como solución.

a) $4x+10=22$ b) $-6x+1=17$ c) $-3x+1=6x-17$

Aprendizajes esperados

Identifica la solución de una ecuación de primer grado.

Secuencia:

En la clase anterior se estableció la igualdad entre dos expresiones numéricas, en este contenido se estudian los conceptos de ecuación de primer grado y solución de una ecuación.

Puntos esenciales:

Establecer que una igualdad entre expresiones algebraicas constituye una ecuación.

Las ecuaciones se nombran de acuerdo al mayor de los exponentes de la variable que se vea involucrada en las expresiones algebraicas.

Determinar el valor numérico de las expresiones algebraicas involucradas para decidir qué número es posible solución de la ecuación dada, teniendo presente que para que esto ocurra debe cumplirse la igualdad entre ellos.

Una ecuación de primer grado en una variable admite a lo sumo una solución.

C2: Solución de una ecuación de primer grado

(P) Se compran varios lápices y un cuaderno por un total de C$ 34. El precio de cada uno de los lápices es de C$ 5 y el del cuaderno es C$ 14. ¿Cuántos lápices se compraron?

(S) Sea x la cantidad de lápices.
Costo de lápices : $5x$
Costo de cuadernos: 14
Costo total $5x+14=34$.

Valor de la variable x	Valor de la expresión $5x + 14$
1	$(5)(1)+14=19$
2	$(5)(2)+14=24$
3	$(5)(3)+14=29$
4	$(5)(4)+14=34$

Lados

$5x+14=34$

incógnita

Se comprarán 4 lápices.

(C) *Leer en el libro de texto*

(Ej) Identifique la ecuación que tiene al número 5 como solución.

a) $3x-5=10$
Sustituyendo $x=5$ en:
$3x-5=(3)(5)-5$
$=15-5$
$=10$
5 es solución de a)

b) $2x+18=20$
Sustituyendo $x=5$ en:
$2x+18=(2)(5)+18$
$=10+18$
$=28$
$28\neq 20$
5 no es solución de b)

(E) Identifique la ecuación que tiene al número 3 como solución.

a) $4x+10=22$
Sustituyendo $x=3$ en:
$4x+10=(4)(3)+10$
$=12+10$
$=22$
3 es solución de a)

b) $-6x+1=17$
Sustituyendo $x=3$ en:
$-6x+1=-(6)(3)+1$
$=-18+1$
$=-17$
$17\neq -17$
3 no es solución de b)

c) $-3x+1=6x-17$
Sustituyendo $x=3$ en:
$-3x+1=-(3)(3)+1=-9+1=-8$
$6x-17=(6)(3)-17=18-17=1$
$-8\neq 1$, 3 no es solución de c)

Contenido 3 Propiedades de la igualdad

Aprendizajes esperados

Aplica las propiedades de la igualdad para resolver ecuaciones de primer grado.

Secuencia:

En la clase anterior se estudiaron los conceptos de ecuación de primer grado y solución de una ecuación. Ahora, se estudian algunas propiedades de la igualdad que se requieren para resolver ecuaciones.

Puntos esenciales:

Recordar:

- ✓ El concepto de ecuación de primer grado.
- ✓ Lo que significa resolver una ecuación de primer grado en una variable.

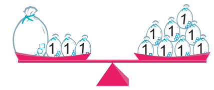
Destacar lo que se establece en cada propiedad estudiada.

Resolver ecuaciones de primer grado aplicando la primera propiedad estudiada.

Contenido 3: Propiedades de la igualdad

P

Encuentre los kg de azúcar que debe contener la bolsa grande para mantener en equilibrio la balanza de la figura.

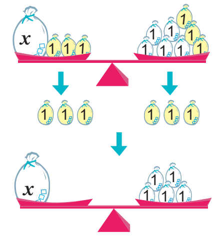


S

Sea x el peso desconocido en kg de la bolsa grande de azúcar. Se sabe que el peso en los dos platillos de la balanza es igual, por lo que se puede plantear la siguiente ecuación:

$$x+3=8$$
$$x+3-3=8-3$$
$$x=5$$

La bolsa grande contiene **5 kg**.



C

Propiedades de la igualdad

Propiedad 1	Si $a=b$, entonces $a+c=b+c$.	Si se suma el mismo número en ambos lados de una igualdad esta se mantiene.
Propiedad 2	Si $a=b$, entonces $a-c=b-c$.	Si se resta el mismo número en ambos lados de una igualdad esta se mantiene.
Propiedad 3	Si $a=b$, entonces $ac=bc$.	Si se multiplica el mismo número en ambos lados de una igualdad esta se mantiene.
Propiedad 4	Si $a=b$, entonces $\frac{a}{c}=\frac{b}{c}$.	Si se divide por el mismo número, con $c\neq 0$, en ambos lados de una igualdad esta se mantiene.
Propiedad 5	Si $a=b$, entonces $b=a$.	Si se intercambian el lado izquierdo y el derecho, la igualdad se mantiene.

Para resolver una ecuación se busca que sólo la variable quede en el lado izquierdo aplicando las propiedades de la igualdad.

Ejemplo Resuelva la ecuación $x-4=1$, aplicando la propiedad 1.

$$x-4=1$$
$$x-4+4=1+4 \quad \text{Se suma 4 a ambos lados de la ecuación}$$
$$\boldsymbol{x=5}$$

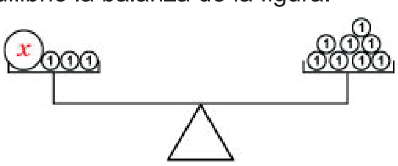
E

Resuelva las siguientes ecuaciones aplicando la propiedad 1:

a) $x-9=3$ b) $x-12=-9$ c) $x-8=-10$

C3: Propiedades de la igualdad

P Encuentre los kg de azúcar que debe contener la bolsa para mantener en equilibrio la balanza de la figura.



S

Sea x el peso en kg de la bolsa de azúcar.

$$x+3=8$$
$$x+3-3=8-3$$
$$x=5$$

La bolsa grande contiene 5 kg

C Propiedades de la igualdad

Si $a=b$, entonces:

1. $a+c=b+c$
2. $a-c=b-c$
3. $ac=bc$
4. $\frac{a}{c}=\frac{b}{c}$
5. $b=a$

Ej Resuelve la ecuación $x-4=1$, aplicando propiedad 1

$$x-4=1$$
$$x-4+4=1+4$$
$$x=5$$

sumar 4 en ambos miembros para eliminar 4 del lado izquierdo

E Resuelva las siguientes ecuaciones de primer grado aplicando propiedad 1

a) $x-9=3$
$x-9+9=3+9$
$x=12$

b) $x-12=-9$
$x-12+12=-9+12$
$x=3$

c) $x-8=-10$
$x-8+8=-10+8$
$x=-2$

Contenido 4 Solución de ecuaciones de primer grado utilizando propiedades de la igualdad

Contenido 4: Solución de ecuaciones de primer grado utilizando propiedades de la igualdad

Ejemplo 1 Resuelva la ecuación $x+12=10$, aplicando la propiedad 2.

$x+12=10$
$x+12-12=10-12$ Se resta 12 en ambos lados de la ecuación
$x=-2$

Propiedad 2
Si $a=b$, entonces $a-c=b-c$.

E_1 Resuelva las siguientes ecuaciones de primer grado aplicando la propiedad 2:

a) $x+7=-1$ b) $x+4=-1$ c) $x+6=9$

Ejemplo 2 Resuelva la ecuación $\frac{x}{5}=4$, aplicando la propiedad 3.

$\frac{x}{5}=4$
$\frac{x}{5}(5)=(4)(5)$ Se multiplica 5 en ambos lados de la ecuación
$x=20$

Propiedad 3
Si $a=b$, entonces $ac=bc$.

E_2 Resuelva las siguiente ecuaciones de primer grado aplicando la propiedad 3:

a) $\frac{x}{7}=2$ b) $\frac{x}{5}=-4$ c) $\frac{x}{-10}=-3$

Ejemplo 3 Resuelva la ecuación $3x=18$, aplicando la propiedad 4.

$3x=18$
$\frac{3}{3}x=\frac{18}{3}$ Se divide por 3 en ambos lados de la ecuación
$x=6$

Propiedad 4
Si $a=b$, entonces $\frac{a}{c}=\frac{b}{c}$, $c\neq 0$.

E_3 Resuelva las siguientes ecuaciones de primer grado aplicando la propiedad 4:

a) $4x=40$ b) $8x=24$ c) $-x=6$

Ejemplo 4 Resuelva la ecuación $11=x+15$, aplicando las propiedades 2 y 5.

$11=x+15$
$x+15=11$ Se intercambian el lado izquierdo y el derecho
$x+15-15=11-15$ Se resta 15 en ambos lados de la ecuación
$x=-4$

Propiedad 5
Si $a=b$, entonces $b=a$.

E_4 Resuelva las siguientes ecuaciones de primer grado aplicando las propiedades:

a) $22=x+8$ b) $-18=x-4$ c) $-16=-x+5$

Aprendizajes esperados

Aplica las propiedades de la igualdad para resolver ecuaciones de primer grado.

Secuencia:

Conocidas las propiedades de la igualdad, este contenido es continuidad del uso de las mismas al resolver ecuaciones de primer grado.

Puntos esenciales:

Recordar las propiedades de la igualdad.

Resolver ecuaciones de primer grado aplicando las propiedades de la igualdad.

Recordar las reglas para sumar y restar números, así como la ley de signos para multiplicación y división.

C4: Solución de ecuaciones de primer grado utilizando propiedades de la igualdad

Ej1 Resuelva $x+12=10$, aplicando propiedad 2.

$x+12=10$
$x+12-12=10-12$
$x=-2$

E1 a) $x+7=-1$, $x+7-7=-1-7$, $x=-8$ b) $x+4=-1$, $x+4-4=-1-4$, $x=-5$ c) $x+6=9$, $x+6-6=9-6$, $x=3$

Ej2 Resuelva la ecuación $\frac{x}{5}=4$, aplicando propiedad 3.

$\frac{x}{5}=4$ $\frac{x}{5}(5)=(4)(5)$ $x=20$

E2 a) $\frac{x}{7}=2$, $\frac{x}{7}(7)=(2)(7)$, $x=14$ b) $\frac{x}{5}=-4$, $\frac{x}{5}(5)=-(4)(5)$, $x=-20$ c) $\frac{x}{-10}=-3$, $\frac{x}{-10}(-10)=-(3)(-10)$, $x=30$

Ej3 Resuelva la ecuación $3x=18$, aplicando la propiedad 4.

$3x=18$ $\frac{3}{3}x=\frac{18}{3}$ $x=6$

E3 a) $4x=40$, $\frac{4}{4}x=\frac{40}{4}$, $x=10$ b) $8x=24$, $\frac{8}{8}x=\frac{24}{8}$, $x=3$ c) $-x=6$, $\frac{-1}{-1}x=\frac{6}{-1}$, $x=-6$

Ej4 Resuelva la ecuación $11=x+15$, aplicando propiedad 2 y 5.

$11=x+15$
$x+15=11$
$x+15-15=11-15$
$x=-4$

E4 a) $22=x+8$, $x+8=22$, $x+8-8=22-8$, $x=14$ b) $-18=x-4$, $x-4=-18$, $x-4+4=-18+4$, $x=-14$

c) $-16=-x+5$
$-x+5=-16$
$-x+5-5=-16-5$
$-x=-21$
$\frac{-x}{-1}=\frac{-21}{-1}$
$x=21$

Contenido 1 Transposición de términos en una ecuación de primer grado

Aprendizajes esperados

Resuelve ecuaciones de primer grado usando transposición de términos.

Secuencia:

En las clases anteriores se resolvieron ecuaciones utilizando las propiedades de la igualdad, ahora se presenta una alternativa de resolución de ecuaciones que simplifica el uso de la primera propiedad, conocida como transposición de términos.

Puntos esenciales:

Establecer la veracidad de la transposición de términos a partir de la primera propiedad de la igualdad.

Enfatizar el cambio de signo de los términos cuando pasan de un lado a otro de la igualdad.

Aplicar la transposición de términos en la resolución de ecuaciones de primer grado.

Sección 2: Solución de ecuaciones de primer grado

Sección 2: Solución de ecuaciones de primer grado

Contenido 1: Transposición de términos en una ecuación de primer grado

P Resuelva la ecuación $x+4=10$.

S Se aplica la propiedad 2 de la igualdad:

$x+4=10$

$x=10-4$

$\boldsymbol{x=6}$

Se observa que el término que estaba en el lado izquierdo $(+4)$ pasa al lado derecho con el signo cambiado (-4)

C Cuando un término de una ecuación pasa de un lado a otro, su signo cambia. Este proceso se conoce como **transposición de términos.**

Ejemplo Resuelva la ecuación $x-6=-18$ por transposición de términos.

$x-6=-18$

$x=-18+6$ Se transpone -6

$\boldsymbol{x=-12}$

E

1. Complete con un número el recuadro de los siguientes ejercicios para hacer cumplir la igualdad:

a) $x+2=8$
$x=8-\square$
$x=\square$

b) $2-x=-12$
$-x=-12-\square$
$-x=\square$
$x=\square$

c) $-10=x-2$
$-x=-2+\square$
$-x=\square$
$x=\square$

2. Resuelva las siguientes ecuaciones utilizando transposición de términos:

a) $x+8=15$ b) $x-3=14$ c) $18=x+7$

79

S2: Solución de ecuaciones de primer grado
C1: Transposición de términos en una ecuación de primer grado

P Resuelva la ecuación $x+4=10$.

S
$x+4=10$
$x=10-4$
$x=6$

<u>Transposición de términos</u>: El término del lado izquierdo $(+4)$ pasa al lado derecho con el signo cambiado (-4).

C Cuando un término de una ecuación pasa de un lado a otro, su signo cambia. Este proceso se conoce como **transposición de términos.**

Ej Resuelva por transposición de términos la ecuación :
$x-6=-18$
$x=-18+6$
$x=-12$

E 1. Complete con un número en el recuadro de los siguientes ejercicios:

a) $x+2=8$
$x=8-\boxed{2}$
$x=\boxed{6}$

b) $2-x=-12$
$-x=-12-\boxed{2}$
$-x=\boxed{-14}$
$x=\boxed{14}$

c) $-10=x-2$
$-x=-2+\boxed{10}$
$-x=\boxed{8}$
$x=\boxed{-8}$

2. Resuelva las siguientes ecuaciones utilizando transposición de términos.

a) $x+8=15$
$x=15-8$
$x=7$

b) $x-3=14$
$x=14+3$
$x=17$

c) $18=x+7$
$x+7=18$
$x=18-7$
$x=11$

Contenido 2 Ecuaciones de la forma $ax\pm b=d\pm cx$

Unidad 4: Ecuaciones de Primer Grado

Contenido 2: Ecuaciones de la forma $ax\pm b=d\pm cx$

P

Resuelva las siguientes ecuaciones de primer grado:

a) $3x+2=10-5x$ b) $-2x-4=14+7x$

S

a) $3x+2=10-5x$

$3x+5x=10-2$ Se transpone $-5x$ y 2 a lados contrarios de la igualdad

$8x=8$

$\frac{8}{8}x=\frac{8}{8}$ Se aplica la propiedad 4 de la igualdad

$\mathbf{x=1}$

b) $-2x-4=14+7x$

$-2x-7x=14+4$ Se transpone $7x$ y -4 a lados contrarios de la igualdad

$-9x=18$

$\frac{-9}{-9}x=\frac{18}{-9}$ Se aplica la propiedad 4 de la igualdad

$\mathbf{x=-2}$

C

Para resolver una ecuación de la forma $ax\pm b=d\pm cx$:

1. Se transponen los términos en x al lado izquierdo de la ecuación y todas las cantidades conocidas al lado derecho.
2. Se reducen términos semejantes transformando la ecuación a la forma $ex=f$, con $e\neq 0$.
3. Se aplica la propiedad 4 para obtener $x=\frac{f}{e}$.

E

Resuelva las siguientes ecuaciones:

a) $4x-10=11-3x$ b) $-3x-8=16+9x$

c) $3x+6=3+4x$ d) $-3x+8=18+7x$

80

Aprendizajes esperados

Resuelve ecuaciones de la forma $ax\pm b=d\pm cx$

Secuencia:

En la clase anterior se resolvieron ecuaciones de primer grado aplicando la transposición de términos, aquí se resuelven ecuaciones de primer grado con la misma variable en ambos lados.

Puntos esenciales:

Recordar:

- ✓ En qué consiste la transposición de términos.
- ✓ La simplificación de términos semejantes.
- ✓ La cuarta propiedad de la igualdad.

Notar que para resolver ecuaciones de la forma $ax\pm b=d\pm cx$ se deben transponer los términos que involucren la variable en el lado izquierdo y todas las cantidades conocidas al lado derecho.

Aplicar la simplificación de términos semejantes y la propiedad 4 de la igualdad para obtener la solución de la ecuación.

C2: Ecuaciones de la forma $ax\pm b=d\pm cx$

P Resuelva las siguientes ecuaciones de primer grado:

S

a)
$$\begin{aligned} 3x+2 &= 10-5x \\ 3x+5x &= 10-2 \\ 8x &= 8 \\ \tfrac{8}{8}x &= \tfrac{8}{8} \\ x &= 1 \end{aligned}$$

Transponer $-5x$ y 2 a lados contrarios

b)
$$\begin{aligned} -2x-4 &= 14+7x \\ -2x-7x &= 14+4 \\ -9x &= 18 \\ \tfrac{-9}{-9}x &= \tfrac{18}{-9} \\ x &= -2 \end{aligned}$$

Transponer $7x$ y -4 a lados contrarios

C *Leer en el libro de texto*

E Resuelva las siguientes ecuaciones:

a)
$$\begin{aligned} 4x-10 &= 11-3x \\ 4x+3x &= 11+10 \\ 7x &= 21 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned} -3x-8 &= 16+9x \\ -3x-9x &= 16+8 \\ -12x &= 24 \\ x &= -2 \end{aligned}$$

c)
$$\begin{aligned} 3x+6 &= 3+4x \\ 3x-4x &= 3-6 \\ -x &= -3 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

d)
$$\begin{aligned} -3x+8 &= 18+7x \\ -3x-7x &= 18-8 \\ -10x &= 10 \\ x &= -1 \end{aligned}$$

Contenido 3 Ecuaciones con signos de agrupación

Aprendizajes esperados

Resuelve ecuaciones con signos de agrupación.

Secuencia:

En los contenidos anteriores se han resuelto ecuaciones de primer grado aplicando las propiedades de la igualdad, la transposición y simplificación de términos. Ahora se resuelven ecuaciones con signos de agrupación.

Puntos esenciales:

Recordar:

- ✓ La propiedad distributiva.
- ✓ La ley de los signos.
- ✓ La transposición de términos.
- ✓ La simplificación de términos semejantes.
- ✓ La cuarta propiedad de la igualdad.

Aplicar la propiedad distributiva para eliminar los paréntesis, la transposición, la simplificación de términos semejantes y la propiedad 4 de la igualdad para obtener la solución de la ecuación dada.

Contenido 3: Ecuaciones con signos de agrupación

P Resuelva la siguiente ecuación de primer grado: $2(x+4)+20=18+4x$.

S

$2(x+4)+20=18+4x$

$2x+(2)(4)+20=18+4x$ Se aplica la propiedad distributiva

$2x+8+20=18+4x$

$2x-4x=18-20-8$ Se transponen $4x$, 20 y 8

$-2x=-10$

$\frac{-2}{-2}x=\frac{-10}{-2}$ Se aplica la propiedad 4

$x=5$

Propiedad distributiva
$a(b+c)=ab+ac$

C

Para resolver una ecuación de primer grado con uno o dos paréntesis:

1. Se aplica la propiedad distributiva para eliminar los paréntesis.
2. Se transponen todas las cantidades conocidas al lado derecho y las que tienen incógnita al lado izquierdo.
3. Se transforma la ecuación a la forma $ax=c$ y se aplica la propiedad 4.

Ejemplo Resuelva la ecuación $-5(3x+7)=4(-3x+6)-11$.

$-5(3x+7)=4(-3x+6)-11$

$(-5)(3x)+(-5)(7)=(4)(-3x)+(4)(6)-11$

$-15x-35=-12x+24-11$

$-15x+12x=24-11+35$

$-3x=48$

$\frac{-3}{-3}x=\frac{48}{-3}$

$x=-16$

E Resuelva las siguientes ecuaciones:

a) $2(x+6)+2=13+3x$ b) $-4(2x+4)=2(4x+1)-14$ c) $-3(4x+1)=5(-6x+7)-2$

C3: Ecuaciones con signos de agrupación

P Resuelva la ecuación primer grado:

S

$$2(x+4)+20=18+4x$$
$$2x+(2)(4)+20=18+4x$$
$$2x+8+20=18+4x$$
$$2x-4x=18-20-8$$
$$-2x=-10$$
$$\frac{-2}{-2}x=\frac{-10}{-2}$$
$$x=5$$

C *Leer en el libro de texto.*

Ej Resuelva la siguiente ecuación:

$$-5(3x+7)=4(-3x+6)-11$$
$$(-5)(3x)+(-5)(7)=(4)(-3x)+(4)(6)-11$$
$$-15x-35=-12x+24-11$$
$$-15x+12x=24-11+35$$
$$-3x=48,\quad \frac{-3}{-3}x=\frac{48}{-3},\quad x=-16$$

E

a)
$$2(x+6)+2=13+3x$$
$$2x+12+2=13+3x$$
$$2x-3x=13-12-2$$
$$-x=-1$$
$$x=1$$

b)
$$-4(2x+4)=2(4x+1)-14$$
$$-8x-16=8x+2-14$$
$$-8x-8x=2-14+16$$
$$-16x=4$$
$$\frac{-16x}{-16}=\frac{4}{-16}$$
$$x=-\frac{1}{4}$$

c)
$$-3(4x+1)=5(-6x+7)-2$$
$$-12x-3=-30x+35-2$$
$$-12x+30x=35-2+3$$
$$18x=36$$
$$\frac{18x}{18}=\frac{36}{18}$$
$$x=2$$

Contenido 4 Ecuaciones con coeficientes decimales

Unidad 4: Ecuaciones de Primer Grado

Contenido 4: Ecuaciones con coeficientes decimales

P

Resuelva las siguientes ecuaciones de primer grado con coeficientes decimales:

a) $0{,}4x = 1{,}6$ b) $0{,}2x + 0{,}2 = 4{,}7 - 0{,}3x$

S

Antes de resolver las ecuaciones, se multiplican ambos lados por 10:

a) $0{,}4x = 1{,}6$

$$\begin{aligned} 0{,}4x(10) &= (1{,}6)(10) && \text{Se aplica propiedad 3} \\ 4x &= 16 \\ \frac{4}{4}x &= \frac{16}{4} && \text{Se aplica propiedad 4} \\ x &= 4 \end{aligned}$$

b) $0{,}2x + 0{,}2 = 4{,}7 - 0{,}3x$

$$\begin{aligned} (0{,}2x + 0{,}2)(10) &= (4{,}7 - 0{,}3x)(10) && \text{Se aplica propiedad 3} \\ 2x + 2 &= 47 - 3x && \text{Se transpone } -3x \text{ y } 2 \\ 2x + 3x &= 47 - 2 \\ 5x &= 45 \\ \frac{5}{5}x &= \frac{45}{5} && \text{Se aplica propiedad 4} \\ x &= 9 \end{aligned}$$

C

Para resolver una ecuación de primer grado con coeficientes decimales, se convierte en una ecuación con coeficientes enteros, multiplicando estos por 10 si el mayor número de cifras decimales es uno, por 100 si el mayor número de cifras decimales es dos, etc. Luego se resuelve la ecuación con coeficiente entero.

E

Resuelva las siguientes ecuaciones:

a) $0{,}8x = 2{,}4$ b) $0{,}5x + 0{,}8 = 2{,}6 - 0{,}4x$

c) $0{,}3x = 9{,}6$ d) $0{,}6x + 0{,}3 = 2{,}5 - 0{,}5x$

82

Aprendizajes esperados

Resuelve ecuaciones de primer grado con coeficientes decimales.

Secuencia:

Hasta este momento se han resuelto ecuaciones de primer grado cuyos coeficientes son enteros. En esta clase se estudia la resolución de ecuaciones de primer grado con coeficientes decimales.

Puntos esenciales:

Recordar las propiedades de la igualdad.

Identificar el mayor número de decimales que tienen los coeficientes de los términos de las expresiones algebraicas involucradas.

Multiplicar los lados de la ecuación dada por un múltiplo de 10, el más conveniente, para convertir los coeficientes en enteros.

Notar que al hacer lo indicado anteriormente se pasa a trabajar con una ecuación equivalente a la ecuación dada, por lo que ahora el problema consiste en resolver la nueva ecuación aplicando los conocimientos ya adquiridos.

C4: Ecuaciones con coeficientes decimales

P Resuelva las siguientes ecuaciones de primer grado con coeficientes decimales:

S a)

$$\begin{aligned} 0{,}4x &= 1{,}6 \\ (0{,}4x)(10) &= (1{,}6)(10) \\ 4x &= 16 \\ \frac{4}{4}x &= \frac{16}{4} \\ x &= 4 \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} 0{,}2x + 0{,}2 &= 4{,}7 - 0{,}3x \\ (0{,}2x + 0{,}2)(10) &= (4{,}7 - 0{,}3x)(10) \\ 2x + 2 &= 47 - 3x \\ 2x + 3x &= 47 - 2 \\ 5x &= 45 \\ \frac{5}{5}x &= \frac{45}{5} \\ x &= 9 \end{aligned}$$

C *Leer en el libro de texto.*

E Resuelva las siguientes ecuaciones:

a)

$$\begin{aligned} 0{,}8x &= 2{,}4 \\ (0{,}8x)(10) &= (2{,}4)(10) \\ 8x &= 24 \\ \frac{8}{8}x &= \frac{24}{8} \\ x &= 3 \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} 0{,}5x + 0{,}8 &= 2{,}6 - 0{,}4x \\ (0{,}5x + 0{,}8)(10) &= (2{,}6 - 0{,}4x)(10) \\ 5x + 8 &= 26 - 4x \\ 9x &= 18 \\ \frac{9}{9}x &= \frac{18}{9} \\ x &= 2 \end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned} 0{,}3x &= 9{,}6 \\ (0{,}3x)(10) &= (9{,}6)(10) \\ 3x &= 96 \\ \frac{3}{3}x &= \frac{96}{3} \\ x &= 32 \end{aligned}$$

Contenido 5 Ecuaciones de la forma $\frac{a}{b}x = \frac{c}{d}$

Aprendizajes esperados

Resuelve ecuaciones de primer grado de la forma $\frac{a}{b}x = \frac{c}{d}$.

Secuencia:

En la clase anterior se resolvieron ecuaciones de primer grado con coeficientes decimales, ahora se resuelven ecuaciones con coeficientes fraccionarios.

Puntos esenciales:

Recordar el cálculo del m.c.m.

Multiplicar los lados de la ecuación dada por el m.c.m. de los denominadores de las fracciones para convertir los coeficientes en enteros.

Notar que al hacer lo indicado anteriormente se pasa a trabajar con una ecuación equivalente a la ecuación dada, por lo que ahora el problema consiste en resolver la nueva ecuación aplicando los conocimientos ya adquiridos.

Contenido 5: Ecuaciones de la forma $\frac{a}{b}x = \frac{c}{d}$

P

Resuelva las siguientes ecuaciones de primer grado con coeficientes fraccionarios:

a) $\frac{2}{3}x = -\frac{1}{2}$ b) $-\frac{3}{5}x = \frac{6}{15}$

S

a) $\frac{2}{3}x = -\frac{1}{2}$

$\frac{2}{3}x(6) = \left(-\frac{1}{2}\right)(6)$ Se multiplican ambos lados por el m.c.m. de 2 y 3 que es 6

$4x = -3$

$\frac{4}{4}x = -\frac{3}{4}$ Se aplica la propiedad 4

$\mathbf{x = -\frac{3}{4}}$

b) $-\frac{3}{5}x = \frac{6}{15}$

$-\frac{3}{5}x(15) = \left(\frac{6}{15}\right)(15)$ Se multiplican ambos lados por el m.c.m. de 5 y 15 que es 15

$-9x = 6$

$\frac{-9}{-9}x = \frac{6}{-9}$ Se aplica la propiedad 4

$\mathbf{x = -\frac{2}{3}}$

C

Para resolver una ecuación de primer grado de la forma $\frac{a}{b}x = \frac{c}{d}$ con b y d distintos de cero:

1. Se multiplican ambos lados de la ecuación por el m.c.m. de los denominadores b y d.
2. Se resuelve la ecuación obtenida aplicando la propiedad 4.

E

Resuelva las siguientes ecuaciones:

a) $\frac{1}{4}x = -\frac{2}{3}$ b) $-\frac{5}{6}x = \frac{3}{7}$

c) $\frac{x-3}{4} = 5$ d) $-\frac{2}{5}x = -8$

C5: Ecuaciones de la forma $\frac{a}{b}x = \frac{c}{d}$

(P) Resuelva las siguientes ecuaciones de primer grado con coeficientes fraccionarios:

(S) a) $\frac{2}{3}x = -\frac{1}{2}$

$\frac{2}{3}x(6) = \left(-\frac{1}{2}\right)(6)$

Se multiplican ambos lados por el m.c.m de los denominadores (6)

$4x = -3$

$\frac{4}{4}x = -\frac{3}{4}$

$x = -\frac{3}{4}$

b) $-\frac{3}{5}x = \frac{6}{15}$

$-\frac{3}{5}x(15) = \left(\frac{6}{15}\right)(15)$

$-9x = 6$

$\frac{-9}{-9}x = \frac{6}{-9}$

$x = -\frac{6}{9}$

$x = -\frac{2}{3}$

(C) *Leer en el libro de texto.*

(E) Resuelva:

a) $\frac{1}{4}x = -\frac{2}{3}$

$\frac{1}{4}x(12) = \left(-\frac{2}{3}\right)(12)$

$3x = -8$

$x = -\frac{8}{3}$

b) $-\frac{5}{6}x = \frac{3}{7}$

$-\frac{5}{6}x(42) = \left(\frac{3}{7}\right)(42)$

$-35x = 18$

$x = -\frac{18}{35}$

c) $\frac{x-3}{4} = 5$

$\frac{x-3}{4}(4) = (5)(4)$

$x - 3 = 20$

$x = 23$

d) $-\frac{2}{5}x = -8$

$-\frac{2}{5}x(5) = -(8)(5)$

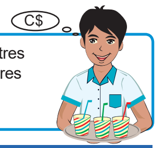
$-2x = -40$

$\frac{-2x}{-2} = \frac{-40}{-2}$

$x = 20$

Contenido 7 Aplicación de ecuaciones de primer grado (1)

Contenido 7: Aplicación de ecuaciones de primer grado (1)



P Un vendedor de refrescos hace un balance de pérdidas o ganancias cada tres días. En el primer día ganó C$250, en el segundo perdió C$120 y en los tres días logró un total de C$600. ¿Cuánto ganó en el tercer día?

S Sea x la ganancia obtenida en el tercer día. Se plantea la ecuación:

$$\begin{pmatrix}\text{Ganancia del}\\ \text{primer día}\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}\text{Pérdida del}\\ \text{segundo día}\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}\text{Ganancia del}\\ \text{tercer día}\end{pmatrix} = (\text{Total})$$

$$\begin{aligned} 250 - 120 + x &= 600 \\ 130 + x &= 600 \\ x &= 600 - 130 \\ x &= 470 \end{aligned}$$

Por tanto, la ganancia en el tercer día es de **C$470**.

C Para resolver problemas aplicando ecuaciones de primer grado:

1. Se identifica la cantidad que funcionará como variable.
2. Se escribe la ecuación de primer grado utilizando los datos del problema.
3. Se resuelve la ecuación encontrando así la respuesta del problema.

Ejemplo Andrea compró 4 cuadernos con un billete de C$500 y recibió C$180 de cambio. ¿Cuánto vale cada cuaderno?

Sea x el precio de cada cuaderno. El total a pagar por los 4 cuadernos es $4x$. Luego se plantea la ecuación.

$$\begin{pmatrix}\text{Valor del billete}\\ \text{entregado}\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}\text{Costo de 4}\\ \text{cuadernos}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{Cambio}\\ \text{recibido}\end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} 500 - 4x &= 180 \\ -4x &= 180 - 500 \\ -4x &= -320 \\ x &= \frac{-320}{-4} \\ x &= 80 \end{aligned}$$

Por tanto, el costo de cada cuaderno es de **C$80**.

E Resuelva los siguientes problemas aplicando ecuaciones de primer grado:

a) Una persona que vende en el mercado revisa sus cuentas cada tres días. El primer día ganó C$300, el segundo día perdió C$170 y en los tres días obtuvo una ganancia total de C$800. ¿Cuánto ganó el tercer día?

b) Juan compró 3 libras de carne con un billete de C$500 y recibió C$230 de cambio. ¿Cuánto vale una libra de carne?

Aprendizajes esperados

Aplica ecuaciones de primer grado en situaciones del entorno.

Secuencia:

En las clases anteriores se resolvieron ecuaciones de primer grado con coeficientes enteros, decimales y fraccionarios. Ahora se aplica todo lo estudiado anteriormente en la resolución de situaciones cotidianas.

Puntos esenciales:

Una vez comprendido el problema, para resolverlo aplicando ecuaciones de primer grado se siguen los siguientes pasos:

- ✓ Identificar la cantidad que funcionará como variable.
- ✓ Traducir del lenguaje común al lenguaje algebraico las condiciones dadas en el problema en función de la variable.
- ✓ Establecer la ecuación de primer grado que se origina.
- ✓ Resolver la ecuación aplicando los conocimientos adquiridos.
- ✓ Dar respuesta a la situación planteada.

C7: Aplicación de ecuaciones de primer grado (1)

P Un vendedor de refrescos hace un balance de pérdidas o ganancias cada tres días. En el primer día ganó C$ 250, en el segundo día perdió C$120 y en los tres días logró un balance total de C$ 600. ¿Cuánto ganó en el tercer día?

S

Sea x el balance obtenido en el tercer día.

$$\begin{pmatrix}\text{Ganancia del}\\ \text{1}^{\text{er}}\text{ día}\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}\text{Pérdida del}\\ \text{2}^{\text{do}}\text{ día}\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}\text{Ganancia del}\\ \text{3}^{\text{er}}\text{ día}\end{pmatrix} = (\text{Total})$$

$$\begin{aligned} 250 - 120 + x &= 600 \\ 130 + x &= 600 \\ x &= 600 - 130 \\ x &= 470 \end{aligned}$$

La ganancia en el tercer día es C$ 470.

C *Leer en el libro de texto.*

Ej Andrea compró 4 cuadernos con un billete de C$ 500 y recibió C$ 180 de cambio. ¿Cuánto vale cada cuaderno?

Sea x el precio de cada cuaderno y el total a pagar por los 4 cuadernos es $4x$.

$$\begin{pmatrix}\text{Valor del billete}\\ \text{entregado}\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}\text{Costo de 4}\\ \text{cuadernos}\end{pmatrix} = (\text{Cambio recibido})$$

$$\begin{aligned} 500 - 4x &= 180 \\ -4x &= 180 - 500 \\ -4x &= -320 \\ x &= \frac{-320}{-4} \\ x &= 80 \end{aligned}$$

El costo de cada cuaderno es de 80 córdobas

E *Leer en libro de texto.*

Sea x el balance obtenido en el tercer día

$$\begin{aligned} 300 + (-170) + x &= 800 \\ x + 130 &= 800 \\ x &= 800 - 130 \\ x &= 670 \end{aligned}$$

En el tercer día ganó C$ 670.

Contenido 8 Aplicación de ecuaciones de primer grado (2)

Aprendizajes esperados

Aplica ecuaciones de primer grado en situaciones del entorno.

▪ Secuencia:

Este contenido es continuación de la aplicación de ecuaciones de primer grado en situaciones cotidianas y su tratamiento es el mismo.

▪ Puntos esenciales:

Una vez comprendido el problema, para resolverlo aplicando ecuaciones de primer grado se siguen los siguientes pasos:

- ✓ Identificar la cantidad que funcionará como variable.
- ✓ Traducir del lenguaje común al lenguaje algebraico las condiciones dadas en el problema en función de la variable.
- ✓ Establecer la ecuación de primer grado que se origina.
- ✓ Resolver la ecuación aplicando los conocimientos adquiridos.
- ✓ Dar respuesta a la situación planteada.

Unidad 4: Ecuaciones de Primer Grado

Contenido 8: Aplicación de ecuaciones de primer grado (2)

P Ricardo gasta C$930 al comprar un pantalón y una camisa. Sin embargo desconoce el precio de cada prenda, aunque sí sabe que el pantalón cuesta el doble del precio de la camisa. ¿Cuál es el precio de cada prenda?

S Sea x el precio de la camisa, luego el precio del pantalón es $2x$. El total gastado es 930 córdobas, por tanto:

$$\begin{pmatrix}\text{Precio del}\\\text{pantalón}\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}\text{Precio de}\\\text{la camisa}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\text{Gasto}\\\text{Total}\end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} 2x + x &= 930\\ 3x &= 930\\ x &= \frac{930}{3}\\ x &= 310 \end{aligned}$$

Precio del pantalón $2x=2(310)=620$

Por consiguiente, **el precio de la camisa es C$310 y el del pantalón es C$620.**

Ejemplo José tiene una cantidad x de córdobas y Pedro tiene C$2 más que José. Si entre ambos reúnen C$900, ¿cuántos córdobas tiene cada uno?

Sea x la cantidad de córdobas que tiene José.
Sea $x+2$ la cantidad de córdobas que tiene Pedro.

$$\begin{pmatrix}\text{Cantidad de}\\\text{córdobas de José}\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}\text{Cantidad de}\\\text{córdobas de Pedro}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\text{Total}\\\text{córdobas}\end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} x + x+2 &= 900\\ 2x + 2 &= 900\\ 2x &= 900-2\\ x &= \frac{898}{2}\\ x &= 449 \end{aligned}$$

Pedro tiene $x+2=449+2$
$=451$ córdobas

Por consiguiente, **José tiene C$449 y Pedro tiene C$451.**

E Resuelva los siguientes problemas aplicando ecuaciones de primer grado:

a) María gasta C$960 al comprar una blusa y una cartera. Se sabe que la cartera vale el doble de lo que vale la blusa. ¿Cuánto cuesta cada artículo?

b) Roberto gana x córdobas por un día de trabajo y Luis gana C$5 más que Roberto. Si juntos recibieron C$735. ¿Cuántos córdobas ganó cada uno?

86

C8: Aplicación de ecuaciones de primer grado en situaciones de la vida cotidiana (2)

(P) Ricardo gasta C$ 930 al comprar un pantalón y una camisa. Si sabe que el pantalón cuesta el doble del precio de la camisa. ¿Cuál es el precio cada prenda?

(S) Sea x el precio de la camisa.
Precio del pantalón $2x$
(precio del pantalón) + (precio de la camisa) = gasto total

$$\begin{aligned} 2x + x &= 930\\ 3x &= 930\\ x &= \frac{930}{3}\\ x &= 310 \end{aligned}$$

El precio de la camisa es 310 córdobas y del pantalón es $2x = 2(310) = 620$ córdobas.

(Ej) José tiene una cantidad x de córdobas y Pedro tiene C$ 2 más que lo que tiene José. Si entre ambos reúnen C$ 900, ¿cuántos córdobas tienen cada uno?

x : cantidad de córdobas que tiene José.
$(x + 2)$: cantidad de córdobas que tiene Pedro.
(Córdobas de José) + (Córdobas de Pedro) = (Total córdobas)

$$\begin{aligned} x + (x + 2) &= 900\\ x + x + 2 &= 900\\ 2x &= 900 - 2\\ x &= \frac{898}{2}, \quad x = 449 \end{aligned}$$

José tiene C$ 449 y Pedro tiene C$ 451.

(E) *Leer en libro de texto.*

Sea x el precio de la blusa. Precio de la cartera $2x$.
(precio de la blusa) + (precio de la cartera) = (gasto total)

$$\begin{aligned} 2x + x &= 960\\ 3x &= 960\\ x &= 320 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} 2x &= (2)(320)\\ &= 640 \end{aligned}$$

El precio de la camisa es 320 córdobas y de la cartera es $2x = 2(320) = 640$ córdobas.

Prueba de Matemática 7mo (30min) **Fecha:_______**

Unidad 4: Ecuaciones de primer grado

/20

Nombre:____________________________________Sección:_____________

Sexo: M / F

1. Resuelva las siguientes ecuaciones: (2 puntos $\times$ 8 $=$ 16)

a) $x - 9 = 3$

b) $x + 12 = 10$

c) $\frac{x}{7} = 2$

d) $3x = 30$

e) $4x - 10 = 11 + 3x$

f) $3(x + 6) + 2 = 15 + 2x$

g) $0{,}8x = 2{,}4$

h) $\frac{2}{3}x = -\frac{1}{2}$

2. Resuelva el problema aplicando ecuación de primer grado.

Ricardo gasta C$ 930 al comprar un pantalón y una camisa. Sin embargo, desconoce el precio de cada prenda, aunque sí sabe que el pantalón cuesta el doble de precio de la camisa.
¿Cuál es el precio de cada prenda?

a) Plantee la ecuación de primer grado. (1 punto)

b) Resuelva la ecuación de primer grado del inciso anterior. (2 puntos)

c) Escriba la respuesta del problema. (1 punto)

Nombre:________________________________

Unidad 5

Proporcionalidad

Contenido 1 Concepto de función

Aprendizajes esperados

Comprende el concepto de función.

▪ Secuencia:

Con esta unidad se afianzan los conocimientos adquiridos en educación primaria referidos a la proporcionalidad. Aquí se introduce el concepto de función y en las siguientes clases se estudia la proporcionalidad desde el punto de vista funcional.

▪ Puntos esenciales:

Analizar el comportamiento de los valores que toma la variable y respecto a los valores de la variable x.

Expresar y en función de x. A la variable x se le llama independiente y a la variable y, dependiente.

Destacar que y puede ser expresada en función de x si entre ambas variables existe una correlación.

Notar que en la definición de función el valor que toma la variable y es único para cada valor de x.

Identificar cuándo la variable y puede expresarse en función de x.

Unidad 5: Proporcionalidad

Sección 1: Proporcionalidad directa

Contenido 1: Concepto de función

P Sea y la distancia en metros recorrida por una persona en x segundos; si se conoce que avanza 2 metros por segundos.

a) Complete la tabla.

x (s)	1	2	3	4	5
y (m)					

Se escribirá:
segundo → s
metro → m

b) Escriba la expresión que representa la relación entre x y y.

S a) Como la persona avanza 2 metros por segundo, entonces para determinar la distancia recorrida se multiplican los 2 metros por el número de segundos:

x (s)	1	2	3	4	5
y (m)	2	4	6	8	10

¿Cómo se podría interpretar cada columna?

b) La distancia se encuentra multiplicando los 2 metros que corre por cada segundo con el número de segundos, entonces: $y=2x$.

C Si al dar un valor a x se determina un único valor de y, se dice que **y está en función de x.**

Ejemplo 1 Sea y el cambio en córdobas recibido después de comprar con un billete de C$ 10 un producto que vale C$$x$.

a) Complete la tabla

x (C$)	1	2	3	4	5
y (C$)					

b) Escriba la relación entre x y y.

a) Para determinar el cambio recibido y se resta de 10 el precio x del producto comprado.

x (C$)	1	2	3	4	5
y (C$)	9	8	7	6	5

b) Se observa que cada valor de x determina un único valor de y, entonces y está en función de x. Esta relación se expresa con la igualdad $y=10-x$.

Ejemplo 2 ¿Es posible expresar la cantidad y de camisetas que posee una persona en función del número x de pantalones que tiene en su guardarropa?

Evidentemente, el número de pantalones de una persona no influye sobre el número de camisas que pueda tener. Por tanto, no es posible.

E 1. Escriba la expresión que representa la relación entre x y y.

a) Si un atleta recorre 45 metros por minuto, la distancia y en metros que recorre en x minutos.

b) En una bolsa que contiene 20 jocotes, el número y de jocotes que quedan después de sacar x de ellos.

2. Identifique en cuáles de las siguientes situaciones y está en función de x:

a) La distancia y en kilómetros recorrida por una carro en x horas, si este avanza 60 kilómetros por hora.

b) La cantidad y de puertas en una casa, si viven en esta x personas.

c) El dinero y en córdobas que valen x naranjas, si una de estas vale C$4.

88

U5: Proporcionalidad
S1: Proporcionalidad directa
C1: Concepto de función

P Sea y la distancia en metros recorrida por una persona en x segundos; si se conoce que avanza 2 metros por segundos.

S a) Complete la tabla.

x (s)	1	2	3	4	5
y (m)	2	4	6	8	10

b) Escriba la expresión que representa la relación entre x y y.

Por cada segundo se avanza 2 metros, así: $y = 2x$

C Si al dar un valor de x se determina un único valor de y, se dice que y está en función de x.

Ej1 Sea y el cambio en córdobas después de comprar con un billete de C$ 10 un producto que vale x córdobas.

a) Complete la tabla
b) Escriba la relación entre x y y.

S a) A los C$ 10 se le resta el precio del producto:

x (C$)	1	2	3	4	5
y (C$)	9	8	7	6	5

b) Por cada valor de x se determinó un único valor de y, entonces y está en función de x: $y=10-x$

Ej2 *Leer enunciado en libro de texto*

No es posible. El número de pantalones de una persona no influye sobre el número de camisas que pueda tener.

E 1. Escriba la expresión que representa la relación entre x e y.

a) Si un atleta recorre 45 metros por minuto, la distancia y en metros que recorre en x minutos.

$$y=45x$$

b) En una bolsa que contiene 20 jocotes, el número y de jocotes que quedan después de sacar x de ellos.

$$y=20-x$$

Contenido 2 Concepto de proporcionalidad directa

Contenido 2: Concepto de proporcionalidad directa

P

Un ciclista avanza 3 metros por segundo. Sean y los metros que recorre en x segundos.

a) Complete la tabla

x (s)	1	2	3	4	5	6	7
y (m)							

b) ¿Cuántos metros avanza en 4 segundos? ¿Y en 7 segundos?

c) Escriba la expresión que representa la relación entre la distancia y en metros y la cantidad x de segundos.

S

a) Si el ciclista avanza cada segundo 3 metros, entonces se multiplica por 3 la cantidad de segundos:

x (s)	1	2	3	4	5	6	7
y (m)	$(3)(1)=$ **3**	$(3)(2)=$ **6**	$(3)(3)=$ **9**	$(3)(4)=$ **12**	$(3)(5)=$ **15**	$(3)(6)=$ **18**	$(3)(7)=$ **21**

b) Se observa que el ciclista avanza **12 metros en 4 segundos** y **21 metros en 7 segundos.**

c) De la tabla se obtiene la expresión:

Distancia $=$ (3m por segundos)$\times$(cantidad de segundos)

La igualdad anterior se expresa utilizando las variables x y y en la forma $y=3x$.

Se dice que y está en función de x o que y es directamente proporcional a x.

C

Si dos variables x y y están relacionadas por la igualdad:

$$y=ax$$

se dice que **y es directamente proporcional a x**.

Al número a se le llama **constante de proporcionalidad**.

E

Indique en cada situación si y es directamente proporcional a x; si ese es el caso, encuentre la constante de proporcionalidad.

a) La distancia y (en metros) que recorre una moto en x segundos, si avanza 20m por segundo.

b) La cantidad total y de cuadernos en x cajas, si en cada caja hay 15 cuadernos.

c) El costo C\$ y de comprar x galletas a C\$ 10 cada galleta.

d) El área y en cm^2 de un rectángulo cuya base mide 4cm y la altura $x\,cm$.

Recuerda que en un rectángulo: Área $=$ (Base)(Altura)

Aprendizajes esperados

Comprende el concepto de proporcionalidad directa.

Secuencia:

En la clase anterior se estudió el concepto de función, ahora se estudia el concepto de proporcionalidad directa.

Puntos esenciales:

Recordar la definición de función.

Destacar que una variable y es directamente proporcional a x, si puede ser escrita de la forma $y=ax$. De aquí que:

- ✓ El valor que toma la variable y es único para cada valor de x.
- ✓ Los valores de y se obtienen multiplicando los valores de x por una constante.
- ✓ A la constante a se le llama constante de proporcionalidad o razón de cambio.

Notar que en la definición de variables directamente proporcionales el aumento o disminución se hace en la misma razón de cambio. Es decir, el cociente $\dfrac{y}{x}$ siempre es constante.

Identificar correctamente cuándo dos variables son directamente proporcionales.

C2: Concepto de proporcionalidad directa

(P) Un ciclista avanza 3 metros por segundo. Sean y los metros que recorre en x segundos.

(S) a) Complete la tabla:

x (s)	1	2	3	4	5	6	7
y (m)	$(3)(1)=3$	$(3)(2)=6$	$(3)(3)=9$	$(3)(4)=12$	$(3)(5)=15$	$(3)(6)=18$	$(3)(7)=21$

b) ¿Cuántos metros avanza en 4 segundos?
12 metros
¿y en 7 segundos?
21 metros

c) Escriba la expresión que representa la relación entre la distancia y (en metros) y la cantidad x de segundos.

Distancia$=$(3m por segundos)(cantidad de segundos)

Es decir, $y=3x$

(C) Si dos variables x y y están relacionadas por la igualdad $y=ax$, se dice que y es directamente proporcional a x, a se denomina constante de proporcionalidad.

(E) Indique en cada situación si y es directamente proporcional a x, si ese es el caso, encuentre la constante de proporcionalidad.

a) La distancia y (en metros) que recorre una moto en x segundos, si avanza 20m por segundo.

Si por cada segundo avanza 20 metros, entonces

x(s)	1	2	3	4	5
y(m)	$(20)(1)=20$	$(20)(2)=40$	$(20)(3)=60$	$(20)(4)=80$	$(20)(5)=100$

$y=20x$, así que y es directamente proporcional a x, y la constante de proporcionalidad es 20.

b) La cantidad total y de cuadernos en x cajas, si en cada caja hay 15 cuadernos.

Si por cada caja hay 15 cuadernos, entonces

x (cajas)	1	2	3	4	5
y (cuadernos)	$(15)(1)=15$	$(15)(2)=30$	$(15)(3)=45$	$(15)(4)=60$	$(15)(5)=75$

$y=15x$. Así, y es directamente proporcional a x, y la constante de proporcionalidad es 15.

Contenido 3 Relación de proporcionalidad directa en forma de ecuación

Aprendizajes esperados

Establece la relación de proporcionalidad directa en forma de ecuación.

Secuencia:

En la clase anterior se estudió la proporcionalidad directa desde el punto de vista funcional, ahora se presenta una forma de como determinar la constante de proporcionalidad.

Puntos esenciales:

Recordar cuándo dos variables se dicen ser directamente proporcionales.

Destacar que para determinar el valor de la constante de proporcionalidad o razón de cambio a se divide un valor de y con su correspondiente valor de x.

Escribir la proporcionalidad directa entre dos variables en la forma $y = ax$.

Contenido 3: Relación de proporcionalidad directa en forma de ecuación

P En un supermercado 6 naranjas valen C$24.

a) ¿Cuánto vale una naranja?

b) Complete la tabla

x (naranjas)	0	1	2	3	4	5	6
y (C$)							24

c) ¿Es el costo total y en córdobas de las naranjas directamente proporcional a la cantidad x de naranjas compradas?, ¿por qué?

d) Si la cantidad de naranjas se duplica, ¿qué pasa con el precio? ¿y si se triplica?

S

a) Para saber el precio de una naranja se divide el costo total entre la cantidad de naranjas que se compraron:

Precio de una naranja $=24\div6=$ **4 (C$)**.

Observe que:
$$\text{Costo total} = \left(\begin{matrix}\text{Precio de}\\ \text{una naranja}\end{matrix}\right)\times\left(\begin{matrix}\text{Cantidad de}\\ \text{naranjas}\end{matrix}\right)$$

b) La tabla completa es:

x (naranjas)	0	1	2	3	4	5	6
y (C$)	(4)(0)=**0**	(4)(1)=**4**	(4)(2)=**8**	(4)(3)=**12**	(4)(4)=**16**	(4)(5)=**20**	(4)(6)=**24**

c) El costo total y en córdobas de las naranjas **sí es directamente proporcional** a la cantidad x de naranjas compradas porque y se puede escribir en función de x mediante la ecuación $y=4x$.

Observe que:
$$\frac{4}{1}=4$$
$$\frac{8}{2}=4$$
$$\vdots$$
$$\frac{24}{6}=4$$

d) Si la cantidad de naranjas se duplica (se multiplica por 2), el costo total también se duplica.

Si la cantidad de naranjas se triplica (se multiplica por 3), el costo total también se triplica.

×2 ×3 ×4

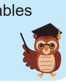
x (naranjas)	1	2	3	4
y (C$)	4	8	12	16

×2 ×3 ×4

C

Para establecer la ecuación de proporcionalidad directa entre las variables x y y:

1. Se calcula la constante de proporcionalidad a con dos valores dados de las variables x y y: $\frac{y}{x}=a$
2. Se sustituye el valor de a en la expresión $y=ax$



E

Encuentre la ecuación que indique la relación entre x y y utilizando los valores dados y complete la tabla en cada caso sabiendo que y es directamente proporcional a x.

a)

x	0	1	2	3	4	5
y				15		

b)

x	0	1	2	3	4	5
y						10

c)

x	0	1	2	3	4	5
y			18			

C3: Relación de proporcionalidad directa en forma de ecuación

P En un supermercado 6 naranjas valen C$ 24.

S a) ¿Cuánto vale una naranja?

$24 \div 6 = 4$ (C$)

$$\text{Costo total} = \left(\begin{matrix}\text{precio de}\\ \text{1 naranja}\end{matrix}\right)\left(\begin{matrix}\text{cantidad de}\\ \text{naranjas}\end{matrix}\right)$$

b) Complete la tabla :

×2 ×3 ×4

x (naranjas)	0	1	2	3	4	5	6
y (C$)	(4)(0) =0	(4)(1) =4	(4)(2) =8	(4)(3) =12	(4)(4) =16	(4)(5) =20	(4)(6) =24

×2 ×3 ×4

c) ¿Es el costo total y de las naranjas directamente proporcional a la cantidad x de naranjas compradas?, ¿por qué?
Si, porque y se puede escribir en función de x como $y = 4x$

d) Si la cantidad de naranjas se duplica, ¿qué pasa con el precio? Se duplica.
¿Y si se triplica? También se triplica.

C Para establecer la ecuación de proporcionalidad directa entre las variables x y y.

1. Se calcula la constante de proporcionalidad a con dos valores de las variables x y y: $\frac{y}{x} = a$
2. Se sustituye el valor de a en la expresión $y = ax$

E Encuentre la ecuación que indique la relación entre x y y utilizando los valores dados y complete la tabla sabiendo que y es directamente proporcional a x.

a)

x	1	2	3	4	5
y	5	10	15	20	25

Si $y = 15$ cuando $x = 3$, entonces

$a = \frac{15}{3} = 5 \rightarrow y=5x$

b)

x	1	2	3	4	5
y	2	4	6	8	10

Si $y=10$ cuando $x=2$, entonces

$a = \frac{10}{5} = 2 \rightarrow y=2x$

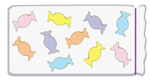
Contenido 4 Proporcionalidad directa con $a > 0$

Contenido 4: Proporcionalidad directa con $a > 0$

P

Carla compra en el supermercado bolsas de caramelos, con 10 unidades cada una.

Si x representa la cantidad de bolsas compradas y y el número de caramelos en x bolsas:



a) ¿Se puede establecer una relación de proporcionalidad directa entre x y y?

b) Complete la tabla

x (bolsas)	0	1	2	3	4	5	6
y (caramelos)							

S

a) Cada bolsa comprada tiene 10 caramelos. Entonces:

(Total de caramelos) $=$ (10) $\times$ (cantidad de bolsas)

Se establece inmediatamente una relación de proporcionalidad directa entre y y x con la ecuación:

$$y = 10x$$

b) Se sustituye cada valor dado de x en la expresión anterior para completar la tabla.

x (bolsas)	0	1	2	3	4	5	6
y (caramelos)	**0**	**10**	**20**	**30**	**40**	**50**	**60**

E

Establezca la relación de proporcionalidad directa entre las variables y complete la tabla.

a) La cantidad y de jabones en x paquetes, si cada uno de estos contiene 3 jabones.

x (paquetes)	0	1	2	3	4	5	6
y (jabones)							

b) El número y de estudiantes en x grupos de 7 estudiantes cada uno.

x (grupos)	0	1	2	3	4	5	6
y (estudiantes)							

c) El área y en cm^2 de un rectángulo de $5\,cm$ de base y $x\,cm$ de altura.

x (cm)	1	2	3	4	5	6
y (cm^2)						

Aprendizajes esperados

Establece relaciones de proporcionalidad directa con $a > 0$.

Secuencia:

En la clase anterior se determinó la constante de proporcionalidad, en este contenido se establece la relación de proporcionalidad directa entre dos variables cuando la constante es positiva, más adelante se estudiará el caso cuando la constante es negativa.

Puntos esenciales:

Recordar cuándo dos variables se dicen ser directamente proporcionales.

Establecer la relación de proporcionalidad directa entre dos variables en la forma $y = ax$ con $a > 0$.

C4: Proporcionalidad directa con $a > 0$

(P) Carla compra bolsas de caramelos, con 10 unidades cada una. Si x representa la cantidad de bolsas compradas y y el número de caramelos en x bolsas:

(S) a) ¿Se puede establecer una relación de proporcionalidad directa entre x y y?

(Total de caramelos) $= 10\times$(cantidad de bolsas)

$$y = 10x$$

b) Complete la tabla

x (bolsas)	0	1	2	3	4	5	6
y (caramelos)	0	10	20	30	40	50	60

(E) Establezca la relación de proporcionalidad directa entre las variables y complete la tabla.

a) La cantidad y de jabones en x paquetes, si cada paquete contiene 3 jabones.

x (paquetes)	0	1	2	3	4	5	6
y (jabones)	0	3	6	9	12	15	18

Total de jabones $= 3\times$ (cantidad de paquetes)

$$y = 3x$$

b) El número y de estudiantes en x grupos de 7 estudiantes cada uno.

x (grupos)	0	1	2	3	4	5	6
y (estudiantes)	0	7	14	21	28	35	42

Total de estudiantes $= 7\times$ (cantidad de grupos)

$$y = 7x$$

c) El área y en cm^2 de un rectángulo de 5 cm de base y x cm de altura.

x (cm)	0	1	2	3	4	5	6
y (cm^2)	0	5	10	15	20	25	30

Área del rectángulo $= 5\times$ (altura)

$$y = 5x$$

Contenido 5 Proporcionalidad directa con valores negativos

Aprendizajes esperados

Comprende la proporcionalidad directa con valores negativos.

Secuencia:

En la clase anterior se estableció la relación de proporcionalidad directa entre dos variables cuando la constante de proporcionalidad es positiva, aquí se estudian casos de proporcionalidad directa donde las variables toman valores enteros.

Puntos esenciales:

Recordar cuándo dos variables se dicen ser directamente proporcionales.

Establecer similitud entre las situaciones que se presentan en este contenido y las estudiadas para los números negativos.

Notar que la relación de proporcionalidad directa se mantiene aunque las variables tomen valores negativos.

Contenido 5: Proporcionalidad directa con valores negativos

P Ricardo corre $2m$ por segundo hacia el este. Si x representa el tiempo (en segundos) y y la distancia (en metros) a la que se encuentra del punto de referencia.

a) Complete la tabla.

x (s)	−3	−2	−1	0	1	2	3
y (m)							

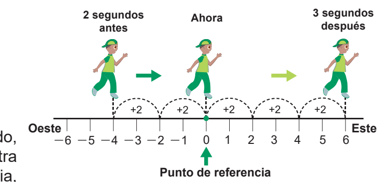
Para este problema convenimos:
El tiempo antes de que Ricardo pase por el punto de referencia se considerará negativo. Una posición al oeste de dicho punto será negativa y al este, positiva.

b) ¿A qué distancia se encuentra 3 segundos después de pasar por el punto de referencia?
c) ¿A qué distancia se encontraba 2 segundos antes de haber pasado por el punto de referencia?
d) Escriba y en función de x.
e) Si el tiempo se duplica, ¿qué sucede con la distancia recorrida?, ¿y si se triplica?

S

a)

x (s)	−3	−2	−1	0	1	2	3
y (m)	−6	−4	−2	0	2	4	6



b) Como Ricardo corre $2m$ cada segundo, entonces en 3 segundos se encuentra a **$6m$ al este** del punto de referencia, porque

$$(2)(+3)=+6.$$

c) Los 2 segundos antes de haber pasado por el punto de referencia se representan con −2. Si corre $2m$ cada segundo, entonces:

$$(2)(-2)=-4.$$

Luego, Ricardo se encontraba a **$4m$ al oeste** del punto de referencia.

d) Según los dos incisos anteriores:

(Distancia recorrida en metros) = (Velocidad constante de $2m/s$) × (tiempo)

Entonces y se puede expresar en función de x como $y=2x$. Esto significa que y es directamente proporcional a x.

e) Se observa en la tabla de abajo que si el tiempo se duplica, la distancia recorrida también se duplica; si el tiempo se triplica, la distancia también se triplica.

x (s)	−3	−2	−1	0	1	2	3
y (m)	−6	−4	−2	0	2	4	6

×3 ×2 ×2 ×3

C5: Proporcionalidad directa con valores negativos

P Ricardo corre $2\,m$ por segundo hacia el este. Si x representa el tiempo (en segundos) y y la distancia (en metros) a la que se encuentra del punto de referencia.

S a) Complete la tabla:

$x(s)$	−3	−2	−1	0	1	2	3
$y(m)$	−6	−4	−2	0	2	4	6

×3 ×2 ×2 ×3

b) ¿A qué distancia se encuentra 3 segundos después de pasar por el punto de referencia?

Como Ricardo corre $2\,m$ cada segundo, entonces 3 segundos después:

$$(2)(+3) = +6$$

Se encuentra a $6\,m$ al este del punto de observación.

c) ¿A qué distancia se encontraba 2 segundos antes de haber pasado por el punto de observación?

2 segundos antes:

$$(2)(-2) = -4$$

Se encontraba a $4\,m$ al oeste del punto de observación.

d) Escriba y en función de x

(Distancia recorrida en metros) = (Velocidad constante de $2\,m/s$) × (tiempo)

$y = 2x$, y es directamente proporcional a x.

e) Si el tiempo se duplica, ¿qué pasa con la distancia?
La distancia también se duplica.
¿Y si el tiempo se triplica?
La distancia también se triplica.

Contenido 5 Proporcionalidad directa con valores negativos

C

Dos variables directamente proporcionales continúan siéndolo aunque las variables tomen valores negativos.

Ejemplo Si y es directamente proporcional a x, escriba y en la forma $y=ax$, después complete la tabla.

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
y						3			

De la tabla se tiene que $y=3$ cuando $x=1$, y como y es directamente proporcional a x, entonces se calcula la constante de proporcionalidad:

$$a=\frac{3}{1}=3$$

Pudiéndose escribir a y en la forma $y=3x$.

Se sustituyen los valores de x en la expresión anterior para encontrar los de y.

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
y	**−12**	**−9**	**−6**	**−3**	**0**	**3**	**6**	**9**	**12**

E

Suponiendo que y es directamente proporcional a x, escriba y en la forma $y=ax$ y complete cada tabla

a)

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
y						5			

b)

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
y							8		

93

Aprendizajes esperados

Comprende la proporcionalidad directa con valores negativos.

Secuencia:

En la clase anterior se estableció la relación de proporcionalidad directa entre dos variables cuando la constante de proporcionalidad es positiva, aquí se estudian casos de proporcionalidad directa donde las variables toman valores enteros.

Puntos esenciales:

Recordar cuándo dos variables se dicen ser directamente proporcionales.

Establecer similitud entre las situaciones que se presentan en este contenido y las estudiadas para los números negativos.

Notar que la relación de proporcionalidad directa se mantiene aunque las variables tomen valores negativos.

(C) Dos variables directamente proporcionales continúan siéndolo, aunque las variables tomen valores negativos.

(Ej) Si y es directamente proporcional a x, escriba y en la forma $y=ax$, después complete la tabla.

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
y	−12	−9	−6	−3	0	3	6	9	12

$y=3$ cuando $x=1$, entonces

$$a=\frac{3}{1}=3$$

Así, $y=3x$.

(E) Suponiendo que y es directamente proporcional a x, escriba y en la forma $y=ax$ y complete la tabla

a)

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
y	−20	−15	−10	−5	0	5	10	15	20

$y=5$ cuando $x=1$, entonces $a=\frac{5}{1}=5$

Así, $y=5x$.

b)

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3
y	−16	−12	−8	−4	0	4	8	12

$y=8$ cuando $x=2$, entonces $a=\frac{8}{2}=4$

Así, $y=4x$.

Contenido 6 Plano cartesiano

Aprendizajes esperados

Ubica puntos en el plano cartesiano.

Secuencia:

Hasta el momento se ha representado la proporcionalidad directa a través de una tabla o una ecuación de la forma $y=ax$, ahora se introduce el plano cartesiano con el objetivo de ubicar puntos en él y posteriormente representar gráficamente la proporcionalidad.

Puntos esenciales:

Recordar la correspondencia uno a uno que existe entre cada punto de la recta y cada número, ya sea positivo, negativo o cero.

Notar la correspondencia uno a uno que existe entre cada pareja de números (par ordenado) y los puntos del plano.

Observar que el orden de las componentes de cada par sí importa, es decir,$(x,y)\neq(y,x)$.

Resaltar que a partir de dos rectas perpendiculares se forma un sistema de coordenadas para el plano.

Ubicar correctamente puntos en el plano cartesiano.

Mencionar que el nombre de plano cartesiano se da en honor al matemático René Descartes.

Unidad 5: Proporcionalidad

Contenido 6: Plano cartesiano

Definición

El **plano cartesiano** es un plano dotado de un sistema de coordenadas rectangulares que está formado por dos rectas perpendiculares, una horizontal y otra vertical, llamadas **ejes**, que se intersectan en un punto O llamado **origen**.

La recta horizontal se conoce como **eje de las x o de las abscisas** y la recta vertical como **eje de las y o de las ordenadas** (véase la figura).

Cada punto del plano queda determinado por el **par ordenado** (x, y); a x se le llama **primera coordenada** y a y **segunda coordenada**.

Los valores del eje x ubicados:

a la derecha de O son positivos.

a la izquierda de O son negativos.

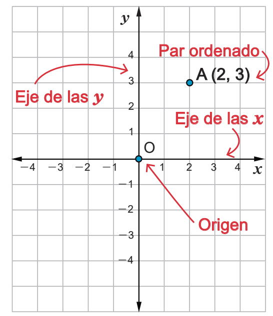
Los valores del eje y ubicados:

arriba de O son positivos.

debajo de O son negativos.

Puede verse en la figura el punto **A (2, 3)**.

El par ordenado del origen es (0, 0).



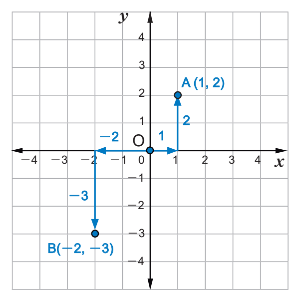
P Ubique en el plano cartesiano las parejas de valores dados.

a) A(1, 2) b) B(−2, −3)

S

a) El punto A(1, 2) queda ubicado si se desplaza 1 unidad sobre el eje x a la derecha del origen y a continuación dos unidades hacia arriba paralelo al eje y.

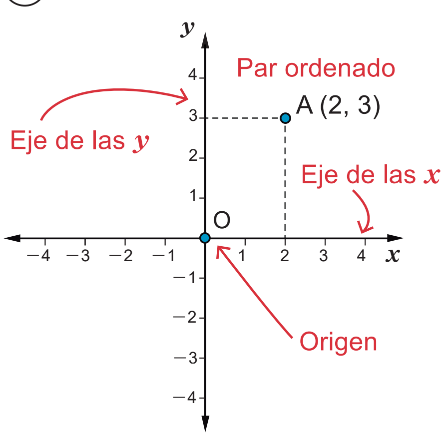
b) Para ubicar el punto B(−2, −3) se desplaza 2 unidades sobre el eje x, a la izquierda del origen, y 3 unidades hacia abajo de O paralelo al eje y.



94

C6: Plano cartesiano

D *Leer en libro de texto*

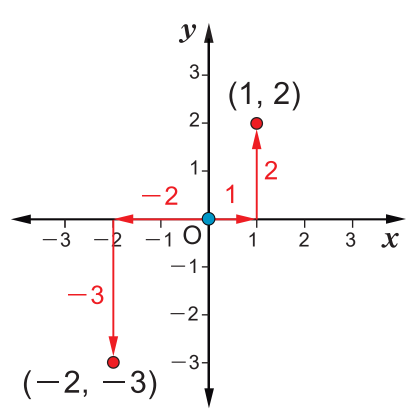


La primera coordenada del punto A es 2 y la segunda 3: (2,3)

P Ubique en el plano cartesiano: a) A(1,2) y b) B(−2, −3).

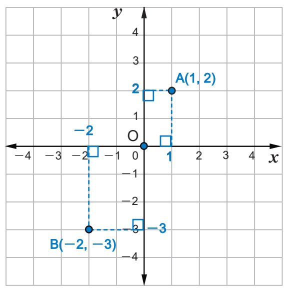
S a) Desde el origen, 1 unidad sobre el eje x hacia la derecha y luego 2 unidades hacia arriba, paralelo al eje y.

b) Desde el origen, 2 unidades hacia la izquierda sobre el eje x y luego hacia abajo paralelo al eje y.



Contenido 6 Plano cartesiano

Otra forma:



C

Para ubicar un punto (x, y) en el plano se ubica horizontalmente el valor de x y de ese punto se ubica verticalmente el valor de y.

E

a) Escriba los pares ordenados que corresponden a los puntos G, H, I y J de la figura.

b) Ubique en el mismo plano cartesiano los puntos:

A(2, 5),

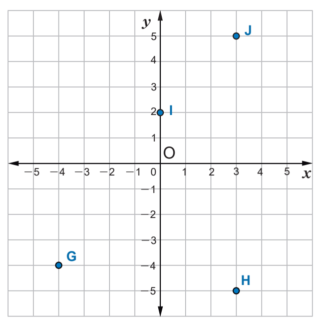
B(−3, −1),

C(2, −3),

D(−1, 4),

E(3, 0),

F(0, −2).



Aprendizajes esperados

Aplica la sustracción de polinomios en la solución de ejercicios.

Secuencia:

Hasta el momento se ha representado la proporcionalidad directa a través de una tabla o una ecuación de la forma $y=ax$, ahora se introduce el plano cartesiano con el objetivo de ubicar puntos en él y posteriormente representar gráficamente la proporcionalidad.

Puntos esenciales:

Recordar la correspondencia uno a uno que existe entre cada punto de la recta y cada número, ya sea positivo, negativo o cero.

Notar la correspondencia uno a uno que existe entre cada pareja de números (par ordenado) y los puntos del plano.

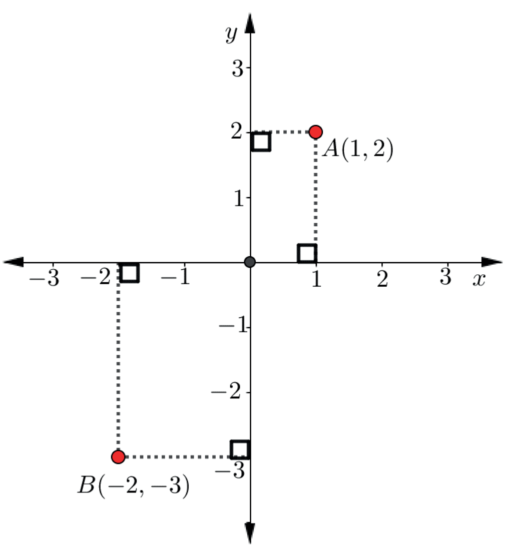
Observar que el orden de las componentes de cada par sí importa, es decir, $(x, y) \neq (y, x)$.

Resaltar que a partir de dos rectas perpendiculares se forma un sistema de coordenadas para el plano.

Ubicar correctamente puntos en el plano cartesiano.

Mencionar que el nombre de plano cartesiano se da en honor al matemático René Descartes.

Otra forma:



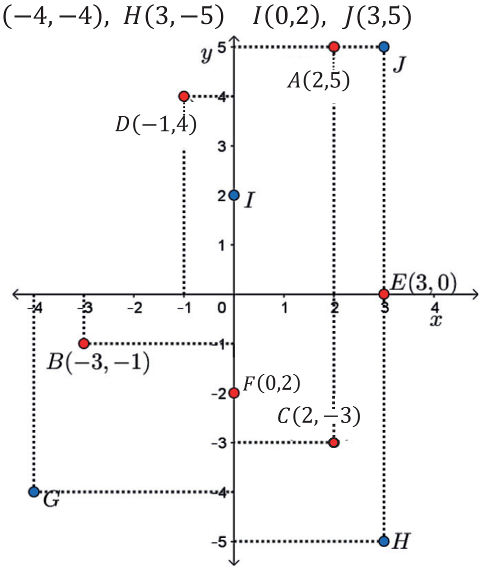
(C) Para ubicar un punto (x, y) en el plano se ubica horizontalmente el valor de x y de ese punto se ubica verticalmente el valor de y.

(E) a) Escriba las coordenadas de los puntos G, H, I y J.

b) Ubique los puntos $A(2,5)$, $B(-3,-1)$, $C(2,-3)$, $D(-1,4)$, $E(3,0)$, $F(0,-2)$.

a) $G(-4,-4)$, $H(3,-5)$ $I(0,2)$, $J(3,5)$

b)



Contenido 7 Gráfica de la proporcionalidad directa con $a>0$

Aprendizajes esperados

Grafica la proporcionalidad directa con $a>0$.

Secuencia:

En la clase anterior se ubicaron puntos en el plano cartesiano, ahora a partir de una tabla de valores se ubican puntos en el plano cartesiano y se traza la gráfica de una proporcionalidad directa con $a>0$.

Durante esta sección se analizan, sin entrar en muchos detalles, algunas características gráficas de la proporcionalidad directa, estudios más profundos sobre funciones y sus gráficas se verán en los siguientes grados.

Puntos esenciales:

Recordar cómo se ubican puntos en el plano cartesiano.

Notar que la gráfica de una proporcionalidad directa con $a>0$ es una recta que pasa por el origen. Además, a medida que los valores de x aumentan los de y también lo hacen.

Trazar correctamente la gráfica de una proporcionalidad directa con $a>0$.

Contenido 7: Gráfica de la proporcionalidad directa con $a>0$

P

Si y es directamente proporcional a x y se puede escribir en la forma $y=2x$, complete la tabla y ubique los puntos obtenidos en el plano cartesiano.
¿Qué gráfica originan los puntos?

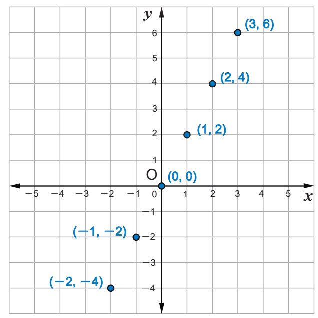
x	−3	−2	−1	0	1	2	3
y							

S

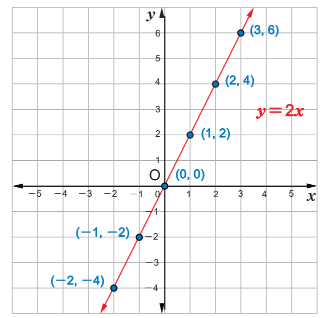
Se completa la tabla con los valores encontrados para y mediante sustituciones de x: por ejemplo, si $x=2$, $y=(2)(2)=4$, formando el par (2, 4).

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
y	**−6**	**−4**	**−2**	**0**	**2**	**4**	**6**

Se ubican los puntos correspondientes en el plano cartesiano:



Se unen todos los puntos mediante una línea recta:



C

Al unir los puntos procedentes de una tabla de valores de $y=ax$ con $a>0$ se forma una recta, llamada **gráfica** de la proporcionalidad directa.
La gráfica de $y=ax$ con $a>0$ pasa por el origen.

E

En cada inciso complete la tabla y trace la gráfica

a) $y=3x$

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
y							

b) $y=4x$

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
y							

96

C7: Gráfica de la proporcionalidad directa con $a>0$

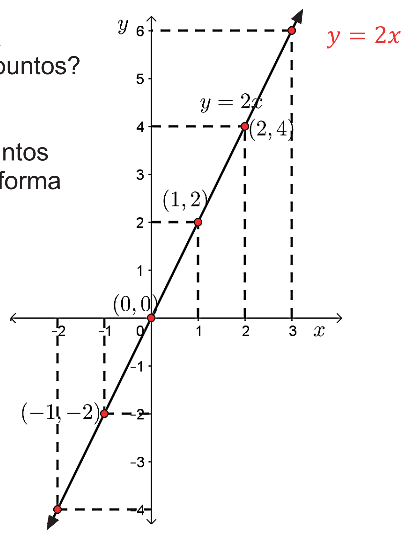
(P) Para $y=2x$ complete la tabla y ubique los puntos obtenidos en el plano cartesiano.

(S)

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
y	−6	−4	−2	0	2	4	6

¿Qué gráfica originan los puntos?

Al unir los puntos ubicados se forma una recta.

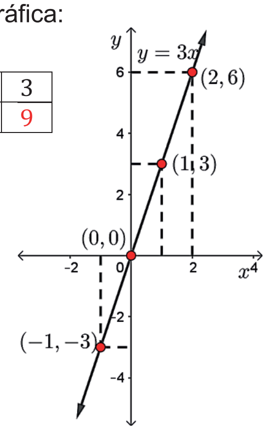


(C) Al unir los puntos procedentes de una tabla de valores de $y=ax$ con $a>0$ se forma una recta llamada gráfica de la proporcionalidad directa. Esta recta pasa por el origen.

(E) Complete la tabla y trace la gráfica:

a) $y=3x$

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
y	−9	−6	−3	0	3	6	9



b) $y=4x$

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
y	-12	-8	-4	0	4	8	12

Contenido 8 Proporcionalidad directa con $a<0$

Unidad 5: Proporcionalidad

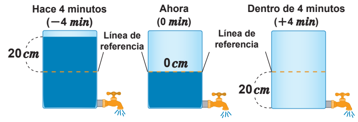
Contenido 8: Proporcionalidad directa con $a<0$

P

En un recipiente el nivel del agua alcanza una altura de 20 cm sobre cierta línea de referencia. Hace 4 minutos se abrió la llave provocando una disminución del nivel del agua de 5 cm por minuto. Según la ilustración la línea de referencia es la altura del nivel del agua que hay ahora en el recipiente y se tomará como 0 cm. La variable x representa el tiempo en minutos y y es la altura del nivel del agua (en centímetros) del recipiente con respecto a la línea de referencia.

a) Complete la tabla.

$x\,(min)$	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$y\,(cm)$	20					-5			



b) ¿Cuál es la altura del nivel del agua con respecto a la línea de referencia luego de 3 minutos de haber abierto la llave?

c) ¿Es y directamente proporcional a x?

S

a) Hace 4 minutos ($x=-4$) el agua del recipiente alcanzaba una altura de 20 cm sobre la línea de referencia; al abrir la llave la altura va disminuyendo 5 cm cada minuto.

Entonces:

$x\,(min)$	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$y\,(cm)$	20	15	10	5	0	-5	-10	-15	-20

b) En la tabla $x=3$, $y=-15$ significa que dentro de 3 minutos la altura del nivel del agua estará 15 cm debajo de la línea de referencia.

c) Para saber si x y y son directamente proporcionales se calculan los cocientes $\frac{y}{x}$ $(x \neq 0)$

$$\frac{20}{-4}=-5,\quad \frac{15}{-3}=-5,\quad \frac{10}{-2}=-5,\quad \frac{5}{-1}=-5,$$

$x \neq 0$ se lee "x es distinto de cero"

$$\frac{-5}{1}=-5,\quad \frac{-10}{2}=-5,\quad \frac{-15}{3}=-5,\quad \frac{-20}{4}=-5$$

Como todos los cocientes dan -5, y es directamente proporcional a x. La constante de proporcionalidad es $a=-5$. Entonces y se puede escribir en función de x como:

$$y=-5x$$

98

Aprendizajes esperados

Comprende la proporcionalidad directa con $a<0$.

Secuencia:

Hasta este momento todos los ejemplos de proporcionalidad directa han sido con constante de porporcionalidad positiva, en este contenido se estudian ejemplos con constante de proporcionalidad negativa.

Puntos esenciales:

Recordar:

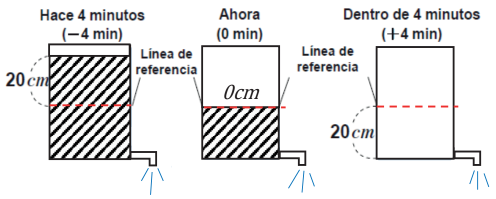
- ✓ Cuándo dos variables se dicen ser directamente proporcionales.
- ✓ Cómo calcular la constante de proporcionalidad o razón de cambio.

Notar que la constante de proporcionalidad directa puede tomar valores negativos.

Establecer la relación de proporcionalidad directa entre dos variables en la forma $y=ax$ con $a<0$.

C8: Proporcionalidad directa con $a<0$

P En un recipiente el nivel del agua alcanza una altura de 20 cm. Hace 4 minutos se abrió la llave provocando que el nivel del agua disminuya 5 cm por minuto. Observe la figura:



x: tiempo en minutos

y: altura del nivel del agua (en centímetros)

S a) Complete la tabla siguiente.

Como disminuye 5 cm cada minuto, se van restando 5 a la cantidad anterior:

$x\,(min)$	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$y\,(cm)$	20	15	10	5	0	-5	-10	-15	-20

b) ¿Cuál es la altura del nivel del agua con respecto a la línea de referencia luego de 3 minutos de haber abierto la llave?

Cuando $x=3\ (min)$, $y=-15\ (cm)$.

Dentro de 3 minutos habrá 15 cm menos de la línea de referencia.

c) ¿Es y directamente proporcional a x?

Cocientes $\frac{y}{x}\,(x \neq 0)$:

$$\frac{20}{-4}=-5,\quad \frac{15}{-3}=-5,\quad \frac{10}{-2}=-5,\quad \frac{5}{-1}=-5,$$

$$\frac{-5}{1}=-5,\quad \frac{-10}{2}=-5,\quad \frac{-15}{3}=-5,\quad \frac{-20}{4}=-5$$

y es directamente proporcional a x.

$a=-5$ y $y=-5x$

C En la proporcionalidad directa la constante de proporcionalidad puede tomar valores negativos.

Contenido 8 Proporcionalidad directa con $a<0$

Aprendizajes esperados

Comprende la proporcionalidad directa con $a<0$.

Secuencia:

Hasta este momento todos los ejemplos de proporcionalidad directa han sido con constante de proporcionalidad positiva, en este contenido se estudian ejemplos con constante de proporcionalidad negativa.

Puntos esenciales:

Recordar:

- ✓ Cuándo dos variables se dicen ser directamente proporcionales.
- ✓ Cómo calcular la constante de proporcionalidad o razón de cambio.

Notar que la constante de proporcionalidad directa puede tomar valores negativos.

Establecer la relación de proporcionalidad directa entre dos variables en la forma $y=ax$ con $a<0$.

C

En la proporcionalidad directa la constante de proporcionalidad puede tomar valores negativos.

E

1. Resuelva el problema anterior, pero ahora la altura del nivel del agua disminuye 4 cm por minuto cuando la llave está abierta.

a) Complete la tabla

$x\,(min)$	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
$y\,(cm)$	16				0	−4			

b) Escriba y en función de x mediante una ecuación de la forma $y=ax$.

2. Complete cada tabla asumiendo que y es directamente proporcional a x y escriba a y en la forma $y=ax$.

a)

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
y					0	−2			

b)

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
y					0	−3			

E 1. Resuelva el problema anterior, pero ahora la altura del nivel del agua disminuye 4 cm por minuto cuando la llave está abierta.

a) Complete la tabla.

$x\,(min)$	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
$y\,(cm)$	16	12	8	4	0	−4	−8	−12	−16

b) Escriba y en función de x de la forma $y=ax$.

$\frac{16}{-4}=-4,\quad \frac{12}{-3}=-4,\quad \frac{8}{-2}=-4,\quad \frac{4}{-1}=-4,$

$\frac{-4}{1}=-4,\quad \frac{-8}{2}=-4,\quad \frac{-12}{3}=-4,\quad \frac{-16}{4}=-4$

$a=-4$ y $y=-4x$

2. Complete cada tabla, si y es directamente proporcional a x. Escriba a y de la forma $y=ax$.

a)

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
y	8	6	4	2	0	−2	−4	−6	−8

$a=\frac{-2}{1}=-2$ y $y=-2x$

b)

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
y	12	9	6	3	0	−3	−6	−9	−12

$a=\frac{-3}{1}=-3$ y $y=-3x$

Contenido 9 Gráfica de la proporcionalidad directa con $a<0$

Contenido 9: Gráfica de la proporcionalidad directa con $a<0$

P

Si y es directamente proporcional a x y se puede escribir en la forma $y=-2x$, complete la tabla y ubique los puntos que resulten en el plano cartesiano. ¿Qué gráfica generan los puntos?

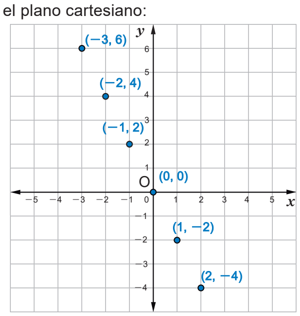
x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							

S

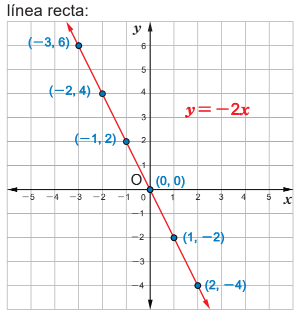
Se completa la tabla con los valores encontrados para y mediante sustituciones de x en la ecuación $y=-2x$. Por ejemplo: si $x=-3$, $y=(-2)(-3)=6$; si $x=1$, $y=(-2)(1)=-2$. Los puntos que se determinan son $(-3, 6)$ y $(1, -2)$.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	**6**	**4**	**2**	**0**	$\mathbf{-2}$	$\mathbf{-4}$	$\mathbf{-6}$

Se ubican los puntos correspondientes en el plano cartesiano:



Se unen todos los puntos mediante una línea recta:



C

Al unir los puntos que proceden de una tabla de valores para $y=ax$ con $a<0$ la gráfica de la proporcionalidad directa que se forma es una recta, que pasa por el origen.

E

Complete la tabla en cada inciso y trace en el plano cartesiano la gráfica originada por los puntos encontrados.

a) $y=-4x$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							

b) $y=-3x$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							

Aprendizajes esperados

Grafica la proporcionalidad directa con $a<0$.

Secuencia:

En el contenido anterior se presentaron ejemplos de proporcionalidad directa con constante de proporcionalidad negativa, ahora se traza la gráfica de una proporcionalidad de este tipo.

Puntos esenciales:

Recordar cómo se ubican puntos en el plano cartesiano.

Notar que la gráfica de una proporcionalidad directa con $a<0$ es una recta que pasa por el origen.

Trazar correctamente la gráfica de una proporcionalidad directa con $a<0$.

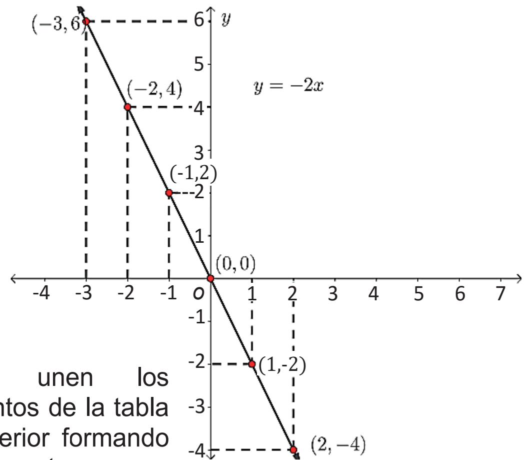
Resaltar que aunque a medida que los valores de x aumentan los de y disminuyen ambas variables están relacionadas directamente proporcional dado que el cociente $\frac{y}{x}$ siempre es constante.

C9: Gráfica de proporcionalidad directa con $a<0$

(P) Para $y=-2x$ complete la tabla y ubique los puntos que resulten en el plano cartesiano.

(S) ¿Qué gráfica generan los puntos?

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	6	4	2	0	-2	-4	-6



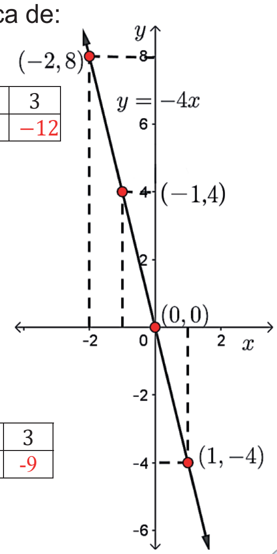
Se unen los puntos de la tabla anterior formando una recta.

(C) Al unir los puntos que proceden de una tabla de valores para $y=ax$ con $a<0$, la gráfica de proporcionalidad directa que se forma es una recta, que pasa por el origen.

(E) Complete la tabla y trace la gráfica de:

a) $y=-4x$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	12	8	4	0	-4	-8	-12



b) $y=-3x$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	9	6	3	0	-3	-6	-9

Contenido 10 Gráfica de la proporcionalidad directa ($a > 0$ y $a < 0$) a partir de dos puntos

Aprendizajes esperados

Grafica la proporcionalidad directa cuando ($a > 0$ y $a < 0$) a partir de dos puntos.

Secuencia:

En las clases anteriores se graficaron relaciones de proporcionalidad directa usando la tabla de valores, lo que implicaba realizar muchos cálculos; en este contenido se presenta otra alternativa, más rápida y sencilla de graficarla a partir de dos puntos cualesquiera.

Puntos esenciales:

Recordar:

- ✓ Cómo se ubican puntos en el plano cartesiano.
- ✓ Que la gráfica de una proporcionalidad directa es una recta que pasa por el origen.

Notar que:

- ✓ Para trazar la gráfica de una proporcionalidad directa basta con ubicar otro punto que satisfaga la ecuación que la representa, dado que el origen siempre será un punto de la gráfica.
- ✓ Cuando $a>0$, la gráfica de $y=ax$ es creciente.
- ✓ Cuando $a<0$, la gráfica de $y=ax$ es decreciente.

Contenido 10: Gráfica de la proporcionalidad directa ($a > 0$ y $a < 0$) a partir de dos puntos

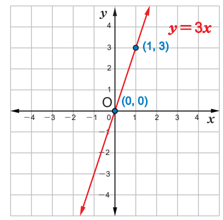
P Grafique las ecuaciones de las proporcionalidades directas $y=3x$ y $y=-4x$.

S Se sabe que la gráfica de la ecuación proporcionalidad directa pasa por el origen, así que para trazarla solamente se determina otro punto.

Si se hace $x=1$, en la primera ecuación se tiene

$$y=(3)(1)=3$$

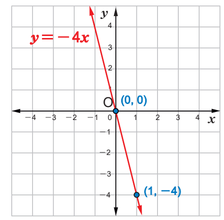
Luego, la gráfica pasa además por el punto (1, 3)



Si se hace $x=1$, en la segunda ecuación se obtiene

$$y=(-4)(1)=-4$$

Por lo tanto, la gráfica pasa por el punto (1, −4)

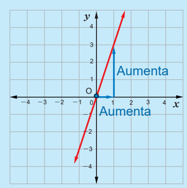


C Para graficar la proporcionalidad directa $y=ax$:

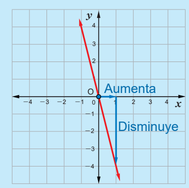
1. Se ubica el origen en el plano cartesiano y cualquier otro punto (x, y) que cumpla la relación $y=ax$.
2. Se traza la línea recta que pasa por esos dos puntos.

En la gráfica de $y=ax$:

Si $a>0$, la gráfica **crece** hacia la derecha



Si $a<0$, la gráfica **decrece** hacia la derecha



E Trace la gráfica de:

a) $y=5x$ b) $y=6x$ c) $y=-5x$ d) $y=-x$

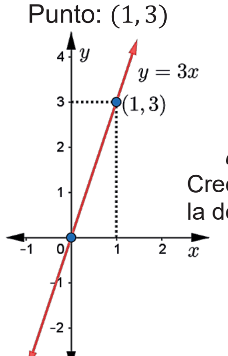
C10: Gráfica de proporcionalidad directa ($a>0$ y $a<0$) a partir de dos puntos

(P) Grafique las ecuaciones de las proporcionalidades directas $y=3x$ y $y=-4x$.

(S) Como la proporcionalidad directa pasa por el origen, determinamos:

$x=1 \rightarrow y=3x$
$\quad\quad = 3(1)=3$

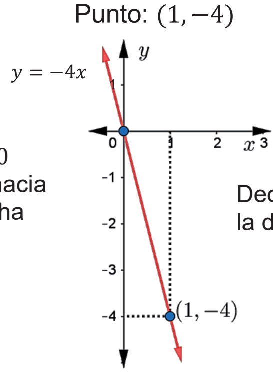
Punto: $(1,3)$



$a>0$
Crece hacia la derecha

$x=1 \rightarrow y=-4x$
$\quad\quad = (-4)(1)=-4$

Punto: $(1,-4)$

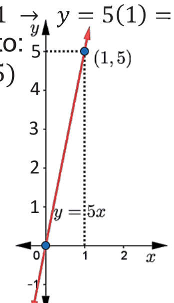


$a<0$
Decrece hacia la derecha

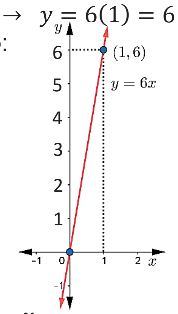
(C) *Leer en libro de texto.*

(E) Trace la gráfica de:

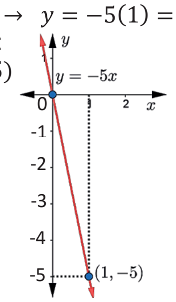
a) $y=5x$
$x=1 \rightarrow y=5(1)=5$
Punto: $(1,5)$



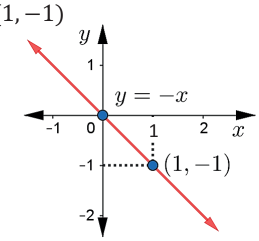
b) $y=6x$
$x=1 \rightarrow y=6(1)=6$
Punto: $(1,6)$



c) $y=-5x$
$x=1 \rightarrow y=-5(1)=-5$
Punto: $(1,-5)$



d) $y=-x$
$x=1 \rightarrow y=-1$
Punto: $(1,-1)$



Contenido 11 Intervalos numéricos

Unidad 5: Proporcionalidad

Contenido 11: Intervalos numéricos

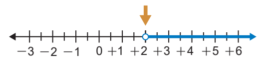
P Ubique en la recta numérica los números con las propiedades indicadas

a) mayores que 2
b) menores que -3
c) mayores o iguales que -1
d) menores o iguales que 4
e) mayores que 1 y menores que 6

○ ➡ Si la variable no toma ese valor
● ➡ Si la variable toma ese valor

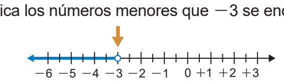
S

a) En la recta numérica los números mayores que 2 se encuentran a la derecha del 2:



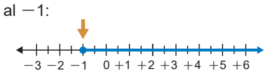
La expresión "un número x es mayor que 2" se escribe simbólicamente como $x > 2$.

b) En la recta numérica los números menores que -3 se encuentran a la izquierda del -3:



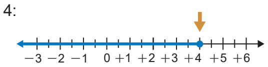
La expresión "un número x es menor que -3" se escribe simbólicamente como $x < -3$.

c) En la recta numérica los números mayores o iguales que -1 se encuentran a la derecha del -1, incluyendo al -1:



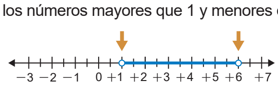
La expresión "un número x es mayor o igual que -1" se escribe simbólicamente como $x \geq -1$.

d) En la recta numérica "los números menores o iguales que 4" se encuentran a la izquierda del 4, incluyendo al 4:



La expresión "un número x es menor o igual que 4" se escribe simbólicamente como $x \leq 4$.

e) En la recta numérica los números mayores que 1 y menores que 6 se encuentran entre 1 y 6:



La expresión "x es un número mayor que 1 y menor que 6" se escribe simbólicamente como $1 < x < 6$.

102

Aprendizajes esperados

Representa gráficamente desigualdades que describen a los intervalos numéricos.

Secuencia:

En este contenido se introduce el concepto de intervalo numérico y su representación gráfica en la recta numérica; esto es necesario para el siguiente contenido donde se estudian casos de proporcionalidad donde las variables toman valores entre dos números específicos.

Puntos esenciales:

Recordar:

- ✓ Cómo ubicar los números en la recta.
- ✓ El orden establecido en los números.

Presentar la notación que se utiliza para abreviar la condición que cumplen determinados valores de una variable.

Indicar que un conjunto de números que satisfacen determinada desigualdad es llamado intervalo numérico.

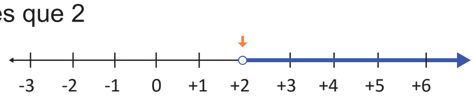
Representar gráficamente desigualdades que describen a dos intervalos numéricos.

C11: Intervalos numéricos

(P) Ubicar en la recta numérica los números que sean:

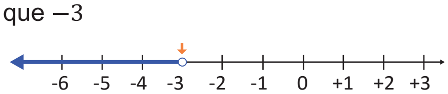
(S) a) Mayores que 2

$x > 2$



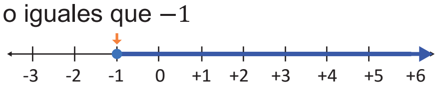
b) Menores que -3

$x < -3$



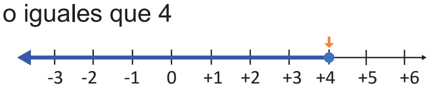
c) Mayores o iguales que -1

$x \geq -1$



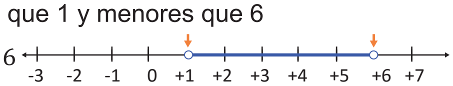
d) Menores o iguales que 4

$x \leq 4$



e) Mayores que 1 y menores que 6

$1 < x < 6$



(C) Expresiones como $x > 2$, $x < -3$, $x \geq -1$, $x \leq 4$ y $1 < x < 6$ representan conjuntos de números llamados intervalos numéricos.

(Ej)

	Se lee	Representación en la recta numérica
$x < 1$	x es menor que 1	1
$x > -3$	x es mayor que -3	-3
$x \leq 4$	x es menor o igual que 4	4
$x \geq -2$	x es mayor o igual que -2	-2
$-1 < x < 3$	x es mayor que -1 y menor que 3	-1 3

Contenido 11 Intervalos numéricos

Aprendizajes esperados

Representa gráficamente desigualdades que describen a los intervalos numéricos.

Secuencia:

En este contenido se introduce el concepto de intervalo numérico y su representación gráfica en la recta numérica; esto es necesario para el siguiente contenido donde se estudian casos de proporcionalidad donde las variables toman valores entre dos números específicos.

Puntos esenciales:

Recordar:

- ✓ Cómo ubicar los números en la recta.
- ✓ El orden establecido en los números.

Presentar la notación que se utiliza para abreviar la condición que cumplen determinados valores de una variable.

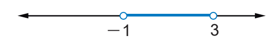
Indicar que un conjunto de números que satisfacen determinada desigualdad es llamado intervalo numérico.

Representar gráficamente desigualdades que describen a dos intervalos numéricos.

C

Expresiones como $x>2$, $x<-3$, $x\geq -1$, $x\leq 4$, y $1<x<6$ representan conjuntos de números llamados **intervalos numéricos**.

Ejemplo Observe con atención la siguiente tabla.

	Se lee	Representación en la recta numérica
$x<1$	x es menor que 1	
$x>-3$	x es mayor que -3	
$x\leq 4$	x es menor o igual que 4	
$x\geq -2$	x es mayor o igual que -2	
$-1<x<3$	x es mayor que -1 y menor que 3	

E

Complete la tabla tomando como pauta el ejemplo anterior.

	Se lee	Representación en la recta numérica
$x<3$		
	x es mayor o igual que -6	
$-5<x<9$		
		

(E) Complete.

	Se lee	Representación en la recta numérica
$x\ <3$	a) x es menor que 3	
$x\geq -6$	b) x es mayor o igual que -6	
$-5<x<9$	c) x es mayor que -5 y menor que 9	
$-4<x<3$	d) x es mayor que -4 y menor que 3	

Contenido 12 Gráfica de la proporcionalidad directa con $b \leq x \leq c$

Contenido 12: Gráfica de la proporcionalidad directa con $b \leq x \leq c$

P

Si Carolina camina 2 km por hora hacia el parque que se encuentra a 6 km de su casa:

a) Exprese la variable y (kilómetros caminados) en función de la variable x (horas que camina) de la forma $y=ax$.
b) ¿En cuántas horas llega al parque desde su casa?
c) Determine los valores que puede tomar x.
d) Trace la gráfica.
e) Determine los valores que puede tomar y.

S

a) Como Carolina camina 2 km cada hora, entonces

$$y=2x$$

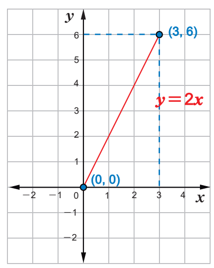
b) Para saber en cuanto tiempo llega al parque (en este caso $y=6$) se resuelve la ecuación:

$$2x = 6$$
$$x = \frac{6}{2}$$
$$x = 3$$

Luego, Carolina llega en **3 horas** al parque saliendo desde su casa.

c) Se ha acordado que x representa las horas que Carolina camina, si aún no ha salido de casa $x=0$ que es el valor mínimo y del inciso b) se sabe que llega al parque en 3 horas, siendo este el valor máximo ($x=3$). Esto se expresa como:

$$0 \leq x \leq 3$$



d) Cuando $x=0$:

$$y=(2)(0)=0$$

Entonces, $y=0$, obteniendo el punto (0, 0)

y cuando $x=3$:

$$y=(2)(3)=6$$

Entonces, $y=6$. El otro punto es (3, 6).

e) El parque se encuentra a 6 km de la casa de Carolina, entonces la distancia que puede caminar está entre 0 km (no ha salido de casa) hasta 6 km (llega al parque). Esto se puede expresar como:

$$0 \leq y \leq 6$$

En la gráfica se puede identificar los valores que toma y.

Aprendizajes esperados

Grafica la proporcionalidad directa con $b \leq x \leq c$.

Secuencia:

En este contenido se grafica la proporcionalidad directa cuando $b \leq x \leq c$ y se estudia el concepto de dominio y rango de una función.

Puntos esenciales:

Recordar la definición de intervalo numérico y su representación gráfica en la recta.

Notar que:

- ✓ Todos los valores que toma la variable x forman un conjunto llamado dominio de la función.
- ✓ Todos los valores que toma la variable y forman un conjunto llamado rango de la función.
- ✓ La expresión $b \leq x \leq c$ indica que el dominio de la función está restringido.
- ✓ La gráfica de una proporcionalidad directa es un segmento de recta cuando $b \leq x \leq c$. Pero cuando la desigualdad es estricta los extremos del segmento no forman parte de la gráfica.

C12: Gráfica de la proporcionalidad directa con $b \leq x \leq c$

P Si Carolina camina 2 km por hora hacia el parque que se encuentra a 6 km de su casa:

S a) Exprese la variable y (km caminados) en función de la variable x (horas que camina) de la forma $y = ax$.

2 km cada hora, así:

$$y = 2x$$

b) ¿En cuántas horas llega al parque desde su casa?

Para $y = 6$:

$$2x = 6$$
$$x = \frac{6}{2}$$
$$x = 3$$

c) Determine los valores que puede tomar x.

Si aún no ha salido de casa ($x = 0$) hasta el parque ($x = 3$) y $0 \leq x \leq 3$

$$0 \leq x \leq 3$$

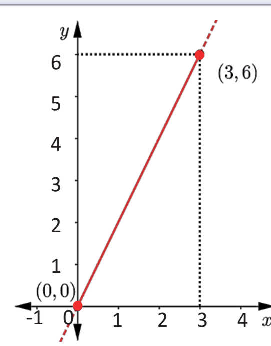
d) Trace la gráfica.

$x = 0 \rightarrow y = 2x$
$= (2)(0)$
$= 0$

Punto $(0, 0)$

$x = 3 \rightarrow y = 2x$
$= 2(3)$
$= 6$

Punto $(3, 6)$



e) Determine los valores que puede tomar y.

Entre 0 km (se queda en casa) hasta 6 km (llega al parque): $0 \leq y \leq 6$

C <u>Dominio de una función</u>: Todos los valores que puede tomar la variable x

<u>Rango de una función:</u> Todos los que puede tomar la variable y

Para trazar la gráfica de la proporcionalidad directa $y = ax$ con $b \leq x \leq c$, se determinan los valores de y correspondientes a $x = b$ y $x = c$, se ubican los puntos determinados y se traza el segmento que los une.

Contenido 12 Gráfica de la proporcionalidad directa con $b \leq x \leq c$

Aprendizajes esperados

Grafica la proporcionalidad directa con $b \leq x \leq c$.

Secuencia:

En este contenido se grafica la proporcionalidad directa cuando $b \leq x \leq c$ y se estudia el concepto de dominio y rango de una función.

Puntos esenciales:

Recordar la definición de intervalo numérico y su representación gráfica en la recta.

Notar que:

- ✓ Todos los valores que toma la variable x forman un conjunto llamado dominio de la función.
- ✓ Todos los valores que toma la variable y forman un conjunto llamado rango de la función.
- ✓ La expresión $b \leq x \leq c$ indica que el dominio de la función está restringido.
- ✓ La gráfica de una proporcionalidad directa es un segmento de recta cuando $b \leq x \leq c$. Pero cuando la desigualdad es estricta los extremos del segmento no forman parte de la gráfica.

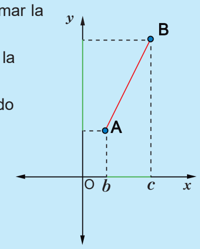
C

El **dominio** de una función son todos los valores que puede tomar la variable x.

El **rango** de una función son todos los valores que puede tomar la variable y.

Para trazar la gráfica de la proporcionalidad directa $y=ax$ cuando $b \leq x \leq c$:

1. Se determinan los valores de y correspondientes a $x=b$ y $x=c$.
2. Se ubican los dos puntos A y B en el plano.
3. Se traza el segmento que une los dos puntos.



Ejemplo Trace la gráfica de $y=-5x$, con $-2 \leq x \leq 1$ y determine dominio, rango.

Para determinar los valores que toma la variable y, se sustituye $x=-2$ y $x=-1$ en $y=-5x$:

Si $x=-2$, $y=(-5)(-2)=10$.
Obteniéndose el punto $(-2, 10)$

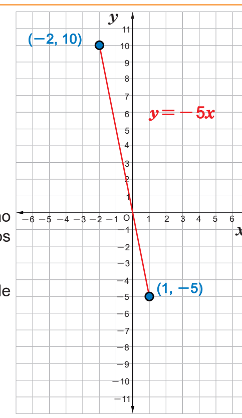
Si $x=1$, $y=(-5)(1)=-5$.
Obteniéndose el punto $(1, -5)$

Se ubican los puntos $(-2, 10)$ y $(1, -5)$ en el plano cartesiano. Luego se traza el segmento que une los dos puntos.

El dominio de la función son todos los valores que puede tomar la variable x, es decir,

$$-2 \leq x \leq 1$$

El rango es: $-5 \leq y \leq 10$.



E

Trace la gráfica, determine dominio y rango de las siguientes funciones:

a) $y=3x$, con $0 \leq x \leq 3$

b) $y=-2x$, con $-1 \leq x \leq 4$

c) $y=2x$, con $-3 < x < 1$

d) $y=-4x$, con $-2 < x < 0$

Ej Determine dominio y rango. Trace la gráfica de $y=-5x$, con $-2 \leq x \leq 1$.

Para graficar:

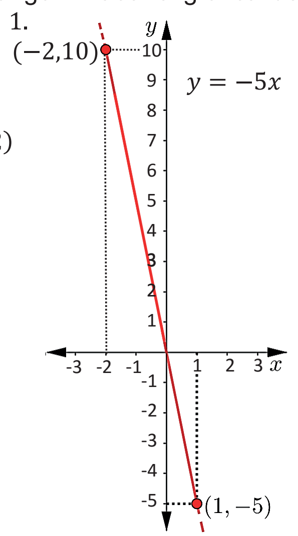
$$x=-2 \rightarrow y=-5x$$
$$=(-5)(-2)$$
$$=10$$

Punto: $(-2,10)$

$$x=1 \rightarrow y=-5x$$
$$=(-5)(1)$$
$$=-5$$

Punto: $(1,-5)$

Dominio: $-2 \leq x \leq 1$
Rango: $-5 \leq y \leq 10$



E a) Determine dominio y rango. Trace la gráfica de $y=3x$, con $0 \leq x \leq 3$

Dominio: $0 \leq x \leq 3$

Para graficar:

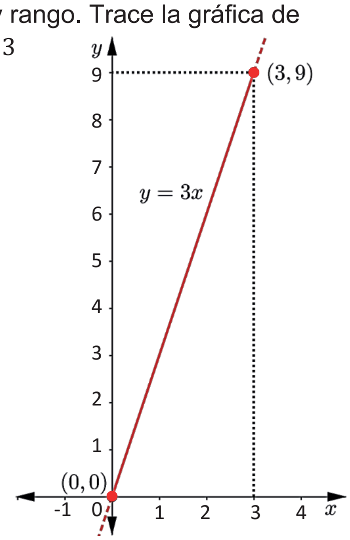
$$x=0 \rightarrow y=3x$$
$$=3(0)$$
$$=0$$

Punto: $(0,0)$

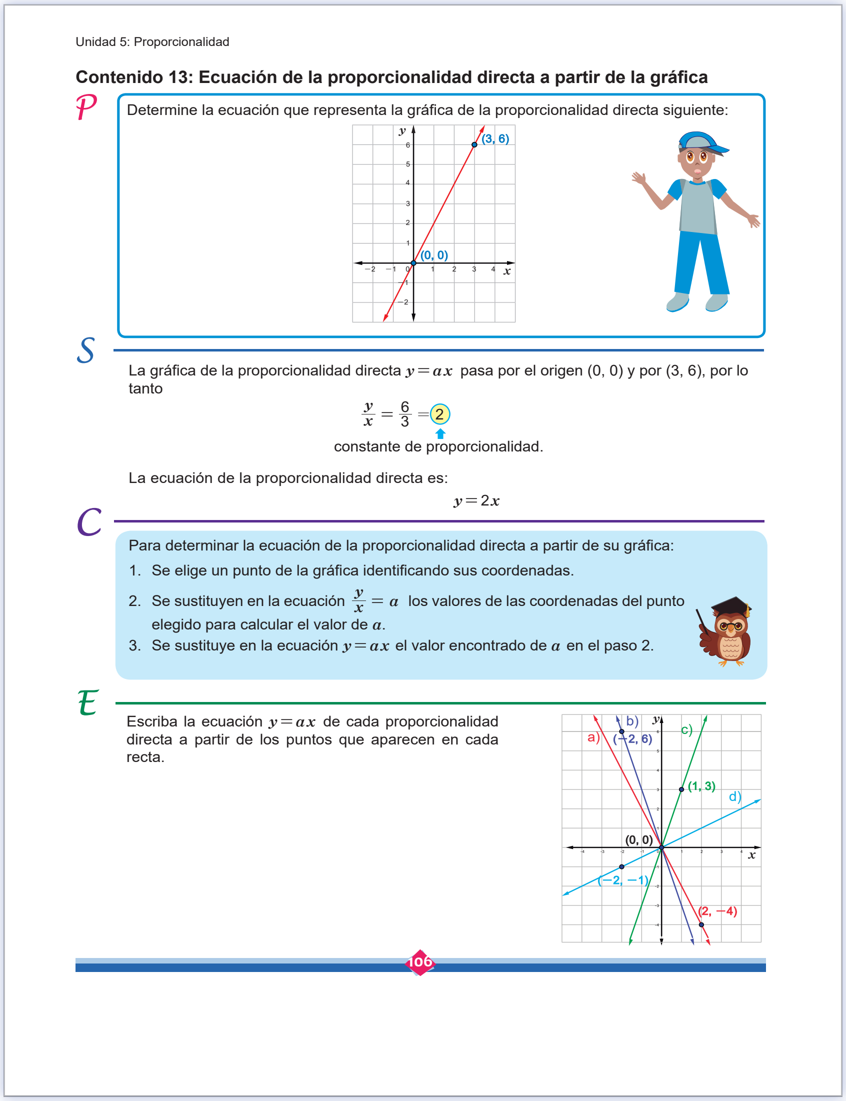
$$x=3 \rightarrow y=3x$$
$$=(3)(3)$$
$$=9$$

Punto: $(3,9)$

Rango: $0 \leq y \leq 9$



Contenido 13 Ecuación de la proporcionalidad directa a partir de la gráfica


Unidad 5: Proporcionalidad

Contenido 13: Ecuación de la proporcionalidad directa a partir de la gráfica

P Determine la ecuación que representa la gráfica de la proporcionalidad directa siguiente:

(3, 6)
(0, 0)

S La gráfica de la proporcionalidad directa $y = ax$ pasa por el origen (0, 0) y por (3, 6), por lo tanto

$$\frac{y}{x} = \frac{6}{3} = 2$$

constante de proporcionalidad.

La ecuación de la proporcionalidad directa es:

$$y = 2x$$

C Para determinar la ecuación de la proporcionalidad directa a partir de su gráfica:

1. Se elige un punto de la gráfica identificando sus coordenadas.
2. Se sustituyen en la ecuación $\frac{y}{x} = a$ los valores de las coordenadas del punto elegido para calcular el valor de a.
3. Se sustituye en la ecuación $y = ax$ el valor encontrado de a en el paso 2.

E Escriba la ecuación $y = ax$ de cada proporcionalidad directa a partir de los puntos que aparecen en cada recta.

a) b) c) d) (−2, 6) (1, 3) (0, 0) (−2, −1) (2, −4)

106

Aprendizajes esperados

Determina la ecuación de la proporcionalidad directa a partir de la gráfica.

Secuencia:

Hasta este momento se ha graficado una proporcionalidad directa a través de su ecuación, ahora se hace el proceso inverso, es decir, a partir de la gráfica y conocidos dos de sus puntos se determina su ecuación.

Puntos esenciales:

Recordar cómo se determina la constante de proporcionalidad directa.

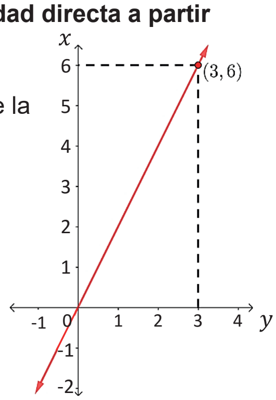
Identificar las coordenadas de los puntos dados en la gráfica de la proporcionalidad directa.

Determinar la constante de proporcionalidad directa a partir de dos puntos dados de la gráfica que representa a la proporcionalidad directa.

Determinar la ecuación $y = ax$ que representa a una proporcionalidad directa.

C13: Ecuación de proporcionalidad directa a partir de la gráfica

P Determine la ecuación correspondiente a la gráfica de la proporcionalidad directa.



S La gráfica de la proporcionalidad directa $y = ax$ pasa por el origen $(0,0)$ y por el punto $(3,6)$.

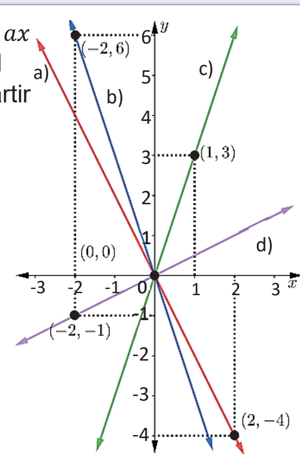
$$\frac{y}{x} = \frac{6}{3} = \boxed{2} \quad \longrightarrow \quad y = 2x$$

Constante de proporcionalidad

C Para determinar la ecuación de la proporcionalidad directa a partir de su gráfica:

1. Se elige un punto de la gráfica identificando sus coordenadas.
2. Se sustituyen en $\frac{y}{x} = a$ los valores de las coordenadas del punto elegido para calcular el valor de a.
3. Se sustituye en la ecuación $y = ax$ el valor encontrado de a en el paso 2.

E Escriba la ecuación $y = ax$ de cada proporcionalidad directa entre x y y a partir de la gráfica.



a) Como $x = 2, y = -4$:

$$-4 = 2a$$
$$\frac{-4}{2} = a$$
$$a = -2$$

Así, $y = -2x$

b) Como $x = -2, y = 6$:

$$6 = -2a$$
$$\frac{6}{-2} = a$$
$$a = -3,$$

Por tanto, $y = -3x$

c) Como $x = 1, y = 3$:

$$3 = 1a$$
$$\frac{3}{1} = a$$
$$a = 3$$

Así, $y = 3x$

d) Como $x = -2, y = -1$:

$$-1 = -2a$$
$$\frac{-1}{-2} = a$$
$$a = \frac{1}{2}$$

Luego, $y = \frac{1}{2}x$

Contenido 1 Concepto de proporcionalidad inversa

Aprendizajes esperados

Comprende el concepto de proporcionalidad inversa.

Secuencia:

Estudiada la proporcionalidad directa, su ecuación y su gráfica, ahora se hace el mismo tratamiento para la proporcionalidad inversa. Se comienza definiendo cuándo dos variables son inversamente proporcionales.

Puntos esenciales:

Destacar que una variable y es inversamente proporcional a x, si puede ser escrita de la forma $y = \frac{a}{x}$.

De aquí que:

- ✓ El valor que toma la variable y es único para cada valor de x.
- ✓ Los valores que toma x deben ser no nulos.
- ✓ El producto de los valores correspondientes de las variables es constante. Es decir, xy siempre es constante.
- ✓ Si una de las variables queda multiplicada por un número no nulo la otra queda dividida por dicho número o viceversa.
- ✓ A la constante a se le llama constante de proporcionalidad inversa.

Identificar correctamente cuándo dos variables son inversamente proporcionales.

Sección 2: Proporcionalidad inversa

Contenido 1: Concepto de proporcionalidad inversa

P

Para repartir 6ℓ de jugo en x botellas la capacidad de cada botella es de y ℓ. Por ejemplo, si para repartir en 3 botellas, la capacidad de cada botella debe ser de 2 ℓ.

Se escribirá: litros → ℓ

a) Complete la tabla.

x(botellas)	1	2	3	4	5
y(ℓ)			2		

b) ¿Cuántas botellas de 3ℓ de capacidad son necesarias?

c) Escriba la expresión que representa la relación entre las x botellas y los y ℓ de capacidad de cada una.

S

a) Como para repartir 6ℓ de jugo en 3 botellas, la capacidad de cada botella debe ser de 2ℓ: $6=3\times2$, entonces:

(Total de ℓ de jugo) = (Cantidad de botellas) × (Capacidad de cada botella)

Por lo tanto,

(Capacidad de cada botella) = (Total de ℓ de jugo) ÷ (Cantidad de botellas)

x(botellas)	1	2	3	4	5
y(ℓ)	6÷1=**6**	6÷2=**3**	6÷3=2	6÷4=**1,5**	6÷5=**1,2**

b) Se observa en la tabla que si la capacidad es de 3ℓ se necesitan **2 botellas**.

c) De la tabla se puede concluir que y se puede expresar en función de x como

$$y = \frac{6}{x}$$

Se advierte que al multiplicar la cantidad de botellas y la capacidad de cada botella el resultado siempre es 6 (el total de ℓ de jugo $xy=6$).

C

Si dos variables x y y están relacionadas por una expresión de la forma $y = \frac{a}{x}$ se dice que y es **inversamente proporcional** a x, o de otra manera que x y y son inversamente proporcionales. Al número a se le llama **constante de proporcionalidad.**

E

Indique en cada situación si y es inversamente proporcional a x; si ese es el caso, encuentre la constante de proporcionalidad.

a) La cantidad y de caramelos que reciben x niños, si hay 24 caramelos en total.

b) La cantidad y de lapiceros que se puede comprar con C$50, sabiendo que cada lapicero vale C$$x$.

c) La cantidad y de mandarinas en cada bolsa si se quiere guardar 12 mandarinas en x bolsas.

S2: Proporcionalidad inversa

C1: Concepto de proporcionalidad inversa

(P) Para repartir 6ℓ de jugo en x botellas la capacidad de cada botella es de yℓ . Por ejemplo, si para repartir en 3 botellas, la capacidad de cada botella debe ser de 2ℓ.

a) Complete la tabla.

b) ¿Cuántas botellas de 3ℓ de capacidad son necesarias?

c) Escriba la expresión que representa la relaciónentre las x botellas y los yℓ de capacidad de cada una.

(S) a) $\left(\text{Capacidad de cada botella}\right) = \left(\text{Total de ℓ de jugo}\right) \div \left(\text{Cantidad de botellas}\right)$

x (botellas)	1	2	3	4	5
y (ℓ)	$6\div1 = 6$	$6\div2 = 3$	$6\div3 = 2$	$6\div4 = 1{,}5$	$6\div5 = 1{,}2$

b) Se necesitan 2 botellas.

c) $y = \frac{6}{x}$

(C) Si dos variables x y y están relacionadas por una expresión de la forma y es inversamente proporcional a x. (x y y son inversamente proporcionales.)

$$y = \frac{\boxed{a}}{x}$$ Constante de proporcionalidad

(E) *Leer enunciado en LT*

a) La cantidad y de caramelos que reciben x niños, si hay 24 caramelos en total.
Como

$$\left(\text{Total de caramelos}\right) = \left(\text{Cantidad de caramelos por niño}\right) \times \left(\text{Total de niños}\right)$$

$$24 = (y)(x)$$

Es decir

$$y = \frac{24}{x}, \qquad a = 24$$

Contenido 2 Relación de proporcionalidad inversa en forma de ecuación

Contenido 2: Relación de proporcionalidad inversa en forma de ecuación

P Para recorrer $12km$ se debe avanzar a una velocidad de $x\,km/h$ durante y horas.
Si la velocidad es de $6km/h$, se recorre esa misma distancia en 2 horas.

a) Complete la tabla a partir de los valores dados para x.

$x(km/h)$	1	2	3	4	5	6
$y(h)$						2

b) ¿El tiempo y en horas en el que se recorre los $12km$ es inversamente proporcional a la velocidad $x\,km/h$ con que se avanza? ¿por qué?

c) Si la velocidad a la que se avanza se duplica, ¿qué pasa con el tiempo en que se recorre los $12km$? ¿y si se triplica la velocidad?

S

a) Moviéndose a una velocidad de $6km/h$ se recorre los $12km$ en 2 horas ($12 = 6\times2$), entonces:

(distancia en km) = (velocidad en km/h) × (tiempo en horas)

Por lo tanto,

(tiempo en horas) = (distancia en km) ÷ (velocidad en km/h)

Esto nos permite completar la tabla

$x(km/h)$	1	2	3	4	5	6
$y(h)$	$\frac{12}{1}=$ **12**	$\frac{12}{2}=$ **6**	$\frac{12}{3}=$ **4**	$\frac{12}{4}=$ **3**	$\frac{12}{5}=$ **2,4**	$\frac{12}{6}=$ **2**

b) En efecto la cantidad y de horas en que se recorre los $12km$ es inversamente proporcional a la velocidad en $x\,km/h$ con que se avanza, porque según la tabla anterior y se puede escribir en función de x mediante la ecuación $y=\frac{12}{x}$.

Observe que:

$(1)(12)=12$
$(2)(6)=12$
$(3)(4)=12$
$(4)(3)=12$
$(5)(2{,}4)=12$
$(6)(2)=12$

c) Si la velocidad se duplica (se multiplica por 2), el tiempo en que se recorre los $12km$ disminuye a la mitad (se multiplica por $\frac{1}{2}$).

Si la velocidad se triplica (se multiplica por 3), el tiempo en que se recorre los $12km$ disminuye a una tercera parte (se multiplica por $\frac{1}{3}$).

×2 ×3 ×4

$x\ (km/h)$	1	2	3	4
$y\ (h)$	12	6	4	3

$\times\frac{1}{2}$ $\times\frac{1}{3}$ $\times\frac{1}{4}$

Aprendizajes esperados

Establece la relación de proporcionalidad inversa en forma de ecuación.

Secuencia:

En la clase anterior se estudió la proporcionalidad inversa desde el punto de vista funcional, ahora se presenta una forma de cómo determinar la constante de proporcionalidad inversa.

Puntos esenciales:

Recordar cuándo dos variables se dicen ser inversamente proporcionales.

Destacar que para determinar el valor de la constante de proporcionalidad inversa a se multiplica un valor de y con su correspondiente valor de x.

Escribir la proporcionalidad inversa entre dos variables en la forma $y=\dfrac{a}{x}$.

C2: Relación de proporcionalidad inversa en forma de ecuación

(P) Para recorrer $12\,km$ se debe avanzar a una velocidad de $x\ km/h$ durante y horas. Si la velocidad es de $6\,km/h$, se recorre esa misma distancia en 2 horas.

(S) a) Complete la tabla:

Distancia que recorre: $12 = 6\times2$
(distancia en km) = (velocidad en km/h) × (tiempo en horas)
Luego,

(tiempo en horas) = (distancia en km) ÷ (velocidad en km/h)

×2 ×3 ×4

$(x\ km/h)$	1	2	3	4	5	6
$y(h)$	$\frac{12}{1}=12$	$\frac{12}{2}=6$	$\frac{12}{3}=4$	$\frac{12}{4}=3$	$\frac{12}{5}=2{,}4$	$\frac{12}{6}=2$

$\times\frac{1}{2}$ $\times\frac{1}{3}$ $\times\frac{1}{4}$

b) ¿El tiempo y en horas en el que se recorre los $12\ km$ es inversamente proporcional a la velocidad $x\ km/h$ con que se avanza? ¿Por qué?
y es inversamente proporcional a x por que

$$y=\frac{12}{x}$$

$(1)(12) = 12$
$(2)(6) = 12$
$\vdots$
$(6)(2) = 12$

c) Si la velocidad se duplica, ¿qué pasa con el tiempo?
Si la velocidad se duplica (se multiplica por 2), el tiempo disminuye a la mitad (se multiplica por $\frac{1}{2}$).
¿Y si se triplica?
Si la velocidad se triplica (se multiplica por 3), el tiempo disminuye a una tercera parte (se multiplica por $\frac{1}{3}$).

Contenido 2 Relación de proporcionalidad inversa en forma de ecuación

Aprendizajes esperados

Establece la relación de proporcionalidad inversa en forma de ecuación.

Secuencia:

En la clase anterior se estudió la proporcionalidad inversa desde el punto de vista funcional, ahora se presenta una forma de cómo determinar la constante de proporcionalidad inversa.

Puntos esenciales:

Recordar cuándo dos variables se dicen ser inversamente proporcionales.

Destacar que para determinar el valor de la constante de proporcionalidad inversa a se multiplica un valor de y con su correspondiente valor de x.

Escribir la proporcionalidad inversa entre dos variables en la forma $y = \frac{a}{x}$.

C

Para establecer una proporcionalidad inversa entre las variables x y y mediante una ecuación:

1. Se calcula la constante de proporcionalidad a con dos valores particulares de las variables:
$$xy = a$$
2. Se sustituye el valor encontrado de a en la expresión
$$y = \frac{a}{x}$$
obteniendo la ecuación deseada.

E

Encuentre la expresión que indica la relación entre x y y, y complete la tabla si en cada caso y es inversamente proporcional a x.

a) $y = 8$, si $x = 3$

x	1	2	3	4
y			8	

b) $y = 9$, si $x = 2$

x	1	2	3	4
y		9		

c) $y = 10$, si $x = 3$

x	1	2	3	4
y			10	

C Para establecer una proporcionalidad inversa entre las variables x y y mediante una ecuación:

1. Se calcula la constante de proporcionalidad: $xy = a$
2. Se sustituye el valor de a en la expresión $y = \frac{a}{x}$

E Encuentre la expresión que indica la relación entre x y y, y complete la tabla si y es inversamente proporcional a x.

a) $y = 8$ si $x = 3$

x	1	2	3	4
y	24	12	8	6

$$xy = a = (3)(8) = 24$$

$$y = \frac{24}{x}$$

b) $y = 9$ si $x = 2$

x	1	2	3	4
y	18	9	6	4,5

$$xy = a = (2)(9) = 18$$

$$y = \frac{18}{x}$$

c) $y = 10$ si $x = 3$

x	1	2	3	4
y	30	15	10	7,5

$$xy = a = (3)(10) = 30$$

$$y = \frac{30}{x}$$

Contenido 3 Proporcionalidad inversa con $a>0$

Contenido 3: Proporcionalidad inversa con $a>0$

P

Se debe recorrer 18km a una velocidad de $x\,km/h$ durante y horas.

a) Establezca una relación de proporcionalidad inversa entre y y x.

b) Complete la tabla.

$x(km/h)$	1	2	3	4	5	6
$y(h)$						

S

a) Como se deben recorrer 18km, entonces:

(distancia en km) = (velocidad en km/h) × (tiempo en horas)

Para saber en cuántas horas se recorre los 18km se usa la expresión:

(tiempo en horas) = (distancia en km) ÷ (velocidad en km/h)

Haciendo las sustituciones respectivas se tiene:

$$y=\frac{18}{x}$$

que establece una relación de proporcionalidad inversa entre x y y.

b) Se sustituyen los valores de x en la expresión anterior para obtener los valores de y.

$x(km/h)$	1	2	3	4	5	6
$y(h)$	18	9	6	4,5	3,6	3

C

Para establecer una relación de proporcionalidad inversa entre las variables x y y, se expresa y en función de x, de la forma $y=\frac{a}{x}$, $x\neq0$.

E

Establezca la relación de proporcionalidad inversa entre las variables indicadas y complete la tabla.

a) Se recorren 12km en y horas avanzando $x\,km$ por hora.

x (km/h)	1	2	3	4	5	6
y (h)						

b) Carolina empaca 18 libros en x cajas con y libros en cada caja.

x (cajas)	1	2	3	6
y (libros)				

Aprendizajes esperados

Establece relaciones de proporcionalidad inversa con $a>0$.

Secuencia:

En la clase anterior se determinó la constante de proporcionalidad inversa, en este contenido se establece la relación de proporcionalidad inversa entre dos variables cuando la constante es positiva, más adelante se estudiará el caso cuando la constante es negativa.

Puntos esenciales:

Recordar cuándo dos variables se dicen ser inversamente proporcionales.

Establecer la relación de proporcionalidad inversa entre dos variables en la forma $y=\frac{a}{x}$ con $a>0$.

C3: Proporcionalidad inversa con $a>0$

(P) Se debe recorrer 18 km a una velocidad de x km/h durante y horas.

(S)

a) Establezca una relación de proporcionalidad inversa entre y y x.

(distancia en km) = (velocidad en km/h) × (tiempo de horas)

Así,

(tiempo de horas) = (distancia en km) ÷ (velocidad en km/h)

$$y=\frac{18}{x}$$

b) Complete la tabla.

$x\,(km/h)$	1	2	3	4	5	6
$y\,(h)$	18	9	6	4,5	3,6	3

(C) Para establecer una relación de proporcionalidad inversa entre las variables x y y, se expresa y en función de x, de la forma $y=\frac{a}{x}$, $x\neq0$.

(E) Establezca la relación de proporcionalidad inversa entre las variables y complete la tabla.

a) Se recorren 12 km en y horas avanzando x km por hora.

(tiempo de horas) = 12 ÷ (velocidad en km/h)

$$y=\frac{12}{x}$$

$x\,(km/h)$	1	2	3	4	5	6
$y\,(h)$	12	6	4	3	2,4	2

b) Carolina empaca 18 libros en x cajas con y libros en cada caja.

(total de libros por caja) = 18 ÷ (total de cajas)

$$y=\frac{18}{x}$$

x (cajas)	1	2	3	6
y (libros)	18	9	6	3

Contenido 4 Proporcionalidad inversa con valores negativos

Aprendizajes esperados

Comprende la proporcionalidad inversa con valores negativos.

Secuencia:

En la clase anterior se estableció la relación de proporcionalidad inversa entre dos variables cuando la constante es positiva, aquí se estudian casos de proporcionalidad inversa donde las variables toman valores positivos y negativos.

Puntos esenciales:

Recordar cuándo dos variables se dicen ser inversamente proporcionales.

Establecer diferencias entre las situaciones que se presentan en este contenido y aquellas estudiadas para la proporcionalidad directa.

Notar que la relación de proporcionalidad inversa se mantiene aunque las variables tomen valores negativos.

Unidad 5: Proporcionalidad

Contenido 4: Proporcionalidad inversa con valores negativos

P Las variables x y y son inversamente proporcionales relacionadas por la expresión $y = \frac{12}{x}$.

a) Complete la tabla siguiente

x	−6	−5	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5	6
y													

$x \neq 0$ porque no se puede dividir por cero.

b) Cuando $x > 0$, si los valores de x se multiplican por 2, 3 y 4, ¿qué sucede con los valores de y?

c) Cuando $x < 0$, si los valores de x se multiplican por 2, 3 y 4, ¿qué sucede con los valores de y?

S

a) Al sustituir cada valor dado en la tabla de x en la expresión $y = \frac{12}{x}$ resulta:

Observe que siempre: $xy = 12$

x	−6	−5	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5	6
y	**−2**	**−2,4**	**−3**	**−4**	**−6**	**−12**	----	**12**	**6**	**4**	**3**	**2,4**	**2**

Significa que el valor de y no existe

b) Cuando $x > 0$, si los valores de x se multiplican por 2, 3 y 4 los valores de y quedan multiplicados por $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ y $\frac{1}{4}$.

c) Cuando $x < 0$, si los valores de x se multiplican por 2, 3 y 4, los valores de y quedan multiplicados por $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ y $\frac{1}{4}$.

×4 ×3 ×2 ×2 ×3 ×4

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
y	−3	−4	−6	−12	----	12	6	4	3

$\times\frac{1}{4}$ $\times\frac{1}{3}$ $\times\frac{1}{2}$ $\times\frac{1}{2}$ $\times\frac{1}{3}$ $\times\frac{1}{4}$

C

Dos variables x y y inversamente proporcionales continúan siéndolo a pesar de que las variables tomen valores negativos.

E

En cada inciso se asume que y es inversamente proporcional a x. Complete la tabla y exprese y en la forma $y = \frac{a}{x}$.

a)

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
y						6			

b)

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
y								5	

112

C4: Proporcionalidad inversa con valores negativos

(P) (S) Las variables x y y son inversamente proporcionales relacionadas por $y = \frac{12}{x}$.

a) Complete la siguiente tabla:

$y = -1 \rightarrow y = \frac{12}{-1} = -12 \qquad x = 1 \rightarrow y = \frac{12}{1} = 12$

$y = -2 \rightarrow y = \frac{12}{-2} = -6 \qquad x = 2 \rightarrow y = \frac{12}{2} = 6$

Así:

×4 ×3 ×2 ×2 ×3 ×4

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
y	−3	−4	−6	−12	----	12	6	4	3

$\times\frac{1}{4}$ $\times\frac{1}{3}$ $\times\frac{1}{2}$ $\times\frac{1}{2}$ $\times\frac{1}{3}$ $\times\frac{1}{4}$

El valor de y no existe.

b) Cuando $x > 0$, si los valores de x se multiplican por $2, 3$ y 4, ¿qué sucede con los valores de y?
Se multiplican por $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}$, y $\frac{1}{4}$.

c) Cuando $x < 0$, si los valores de x se multiplican por $2, 3$ y 4, ¿qué sucede con los valores de y?
Se multiplican por $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}$, y $\frac{1}{4}$.

(C) Dos variables x y y inversamente proporcionales continúan siendo a pesar de que las variables tomen valores negativos.

(E) *Leer enunciado en LT*

Determinamos el valor de a y la ecuación de proporcionalidad inversa:

a) $a = (1)(6) = 6, \quad y = \frac{6}{x}$

x	−4	−3	−2	−1	1	2	3	4
y	−1,5	−2	−3	−6	6	3	2	1,5

b) $a = (3)(5) = 15, \quad y = \frac{15}{x}$

x	−4	−3	−2	−1	1	2	3	4
y	−3,75	−5	−7,5	−15	15	7,5	5	3,75

Contenido 5 Gráfica de la proporcionalidad inversa con $a>0$

Contenido 5: Gráfica de la proporcionalidad inversa con $a>0$

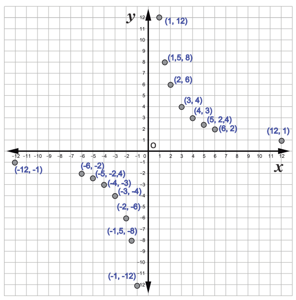
P

En la tabla se presentan algunos valores de las variables x y y que cumplen con la proporcionalidad inversa $y = \frac{12}{x}$. Ubique los puntos en el plano cartesiano.

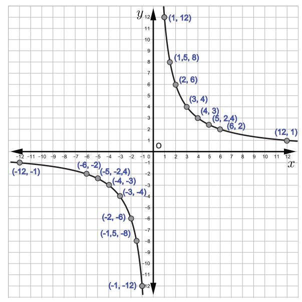
x	−6	−5	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5	6
y	−2	−2,4	−3	−4	−6	−12	----	12	6	4	3	2,4	2

S

Se ubican en el plano cartesiano los puntos obtenidos de la tabla.

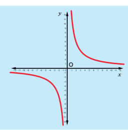


Se unen los puntos ubicados anteriormente formándose la gráfica.



C

La gráfica de proporcionalidad inversa $y = \frac{a}{x}$ con $a>0$ es una hipérbola como se muestra en la figura de la derecha.



E

Complete la tabla y grafique las siguientes proporcionalidades inversas:

a) $y = \frac{6}{x}$

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
y						6			

b) $y = \frac{9}{x}$

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
y						9			

113

Aprendizajes esperados

Grafica la proporcionalidad inversa con $a>0$.

Secuencia:

En esta clase se ubican puntos en el plano cartesiano y se traza la gráfica de una proporcionalidad inversa con $a>0$, a partir de una tabla.

Puntos esenciales:

Recordar cómo se ubican puntos en el plano cartesiano.

Notar que la gráfica de una proporcionalidad inversa con $a>0$ se denomina hipérbola, la cual no pasa por el origen y se aproxima constantemente a los ejes.

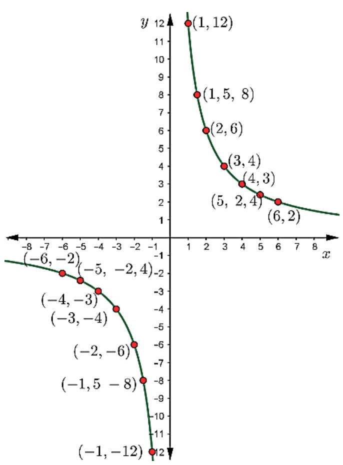
Trazar correctamente la gráfica de una proporcionalidad inversa con $a>0$.

C5: Gráfica de la proporcionalidad inversa con $a > 0$

(P) Ubique los puntos de la tabla de la proporcionalidad inversa $y = \frac{12}{x}$ en el plano cartesiano.

x	−6	−5	−4	−3	−2	−1,5	−1	1	1,5	2	3	4	5	6
y	−2	−2,4	−3	−4	−6	−8	−12	12	8	6	4	3	2,4	2

(S)

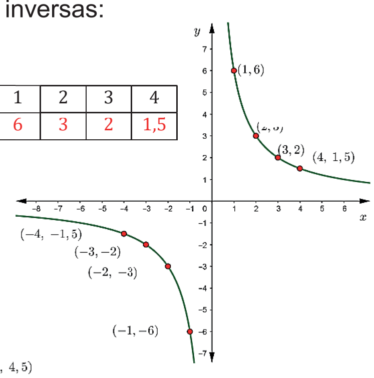


(C) La gráfica de la proporcionalidad inversa $y = \frac{a}{x}$ con $a > 0$ es una hipérbola.

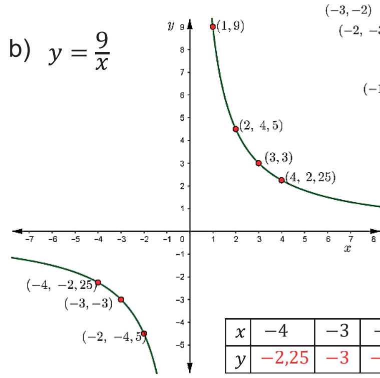
(E) Completa la tabla y grafica las siguientes proporcionalidades inversas:

a) $y = \frac{6}{x}$

x	−4	−3	−2	−1	1	2	3	4
y	−1,5	−2	−3	−6	6	3	2	1,5



b) $y = \frac{9}{x}$



x	−4	−3	−2	−1	1	2	3	4
y	−2,25	−3	−4,5	−9	9	4,5	3	2,25

Contenido 6 Proporcionalidad inversa con $a<0$

Aprendizajes esperados

Comprende la proporcionalidad inversa con $a<0$.

Secuencia:

Hasta este momento todos los ejemplos de proporcionalidad inversa han sido con constante de proporcionalidad positiva, en este contenido se estudian ejemplos con constante de proporcionalidad negativa.

Puntos esenciales:

Recordar:

- ✓ Cuándo dos variables se dicen ser inversamente proporcionales.
- ✓ Cómo calcular la constante de proporcionalidad inversa.

Notar que la constante de proporcionalidad inversa puede tomar valores negativos.

Establecer la relación de proporcionalidad inversa entre dos variables en la forma $y = \frac{a}{x}$ con $a<0$.

Unidad 5: Proporcionalidad

Contenido 6: Proporcionalidad inversa con $a<0$

P

Asumiendo que y se puede escribir en función de x mediante la igualdad $y = -\frac{12}{x}$, complete la tabla siguiente y diga si ambas variables son inversamente proporcionales.

x	−6	−5	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5	6
y		2,4			6		----	−12		−4		−2,4	

S

Se sustituye cada valor de x en la expresión $y = -\frac{12}{x}$. Por ejemplo para $x=-6$, $y = -\frac{12}{-6} = 2$; si $x=2$, $y = -\frac{12}{2} = -6$.

x	−6	−5	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5	6
y	**2**	2,4	**3**	**4**	6	**12**	----	−12	**−6**	−4	**−3**	−2,4	**−2**

Para saber si son inversamente proporcionales puede verse que los productos xy de sus valores particulares son iguales a **−12**, siendo esta la constante de proporcionalidad.

C

La constante de proporcionalidad en la proporcionalidad inversa puede tomar valores negativos.

Ejemplo Si y es inversamente proporcional a x, complete la tabla y escriba a y en la forma $y = \frac{a}{x}$.

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
y					----	−24			

Según la tabla cuando $x=1$, $y=-24$. Para encontrar la constante de proporcionalidad se multiplican los valores dados de las dos variables, así tenemos

$$xy = (1)(-24) = -24,$$

Como x y y son inversamente proporcionales y −24 es la constante de proporcionalidad, se puede expresar y en función de x como:

$$y = -\frac{24}{x}$$

Sustituyendo los valores de x en la expresión anterior, la tabla se completa así:

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
y	**6**	**8**	**12**	**24**	----	**−24**	**−12**	**−8**	**−6**

E

Complete las tablas, considerando que y es inversamente proporcional a x. Exprese a y en la forma $y = \frac{a}{x}$.

a)

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
y					----	−6			

b)

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
y					----	−18			

114

C6: Proporcionalidad inversa con $a < 0$

P Asumiendo que y se puede escribir en función de x mediante $y = -\frac{12}{x}$, complete la tabla, ¿Son inversamente proporcionales?

S Sustituir los valores de x en $y = -\frac{12}{x}$.

x	−6	−5	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5	6
y	2	2,4	3	4	6	12	----	−12	−6	−4	−3	−2,4	−2

Son inversamente proporcionales ya que los productos xy son iguales a -12:

$(-3)(4) = -12$, $(-2)(6) = -12$, $(-1)(12) = -12$,

$(1)(-12) = -12$, $(2)(-6) = -12$, $(3)(-4) = -12$,

Y la constante de proporcionalidad es -12.

C La constante de proporcionalidad en la proporcionalidad inversa puede tomar valores negativos.

Ej Si y es inversamente proporcional a x, complete la tabla y escriba a y en la forma $y = \frac{a}{x}$.

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
y	6	8	12	24	----	−24	−12	−8	−6

Dado que para $x = 1$, $y = -24$:

$$xy = (1)(-24) = -24$$

Así, $y = -\frac{24}{x}$.

E

a)

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
y	1,5	2	3	6	----	−6	−3	−2	−1,5

Dado que cuando $x = 1$, $y = -6$:

$$xy = (1)(-6) = -6$$

Así, $y = -\frac{6}{x}$.

b)

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
y	4,5	6	9	18	----	−18	−9	−6	−4,5

Contenido 7 Gráfica de la proporcionalidad inversa con $a<0$

Contenido 7: Gráfica de la proporcionalidad inversa con $a<0$

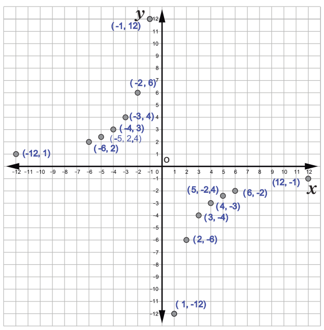
P

En la tabla se presentan algunos valores de las variables x y y que cumplen con la proporcionalidad inversa $y=-\frac{12}{x}$. Ubique los puntos en el plano cartesiano.

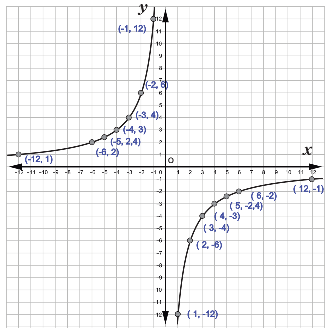
x	−6	−5	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5	6
y	2	2,4	3	4	6	12	----	−12	−6	−4	−3	−2,4	−2

S

Se ubican en el plano cartesiano los puntos obtenidos de la tabla.

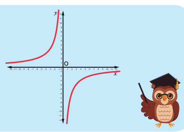


Se unen los puntos ubicados anteriormente formándose la gráfica.



C

La gráfica de proporcionalidad inversa $y=\frac{a}{x}$ con $a<0$ es una hipérbola como se muestra en la figura de la derecha.



E

Complete las tablas y grafique las siguientes proporcionalidades inversas:

a) $y=-\frac{6}{x}$

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
y					----	−6			

b) $y=-\frac{9}{x}$

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
y					----	−9			

Aprendizajes esperados

Grafica la proporcionalidad inversa con $a<0$.

Secuencia:

En el contenido anterior se presentaron ejemplos de proporcionalidad inversa con constante de proporcionalidad negativa, ahora se traza la gráfica de una proporcionalidad inversa de este tipo.

Puntos esenciales:

Recordar cómo se ubican puntos en el plano cartesiano.

Notar que la gráfica de una proporcionalidad inversa con $a<0$ es una hipérbola, esta no pasa por el origen y se aproxima constantemente a los ejes.

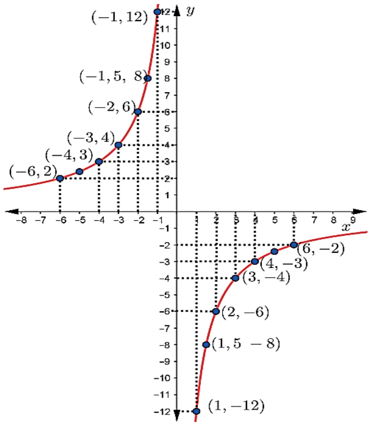
Trazar correctamente la gráfica de una proporcionalidad inversa con $a<0$.

C7: Gráfica de proporcionalidad inversa con $a<0$

(P) En la tabla se presentan algunos valores de las variables x y y que cumplen con la proporcionalidad inversa $y=-\frac{12}{x}$ .Ubique los puntos en el plano cartesiano.

x	−6	−5	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5	6
y	2	2,4	3	4	6	12	----	−12	−6	−4	−3	−2,4	−2

(S)



(C) La gráfica de la proporcionalidad inversa $y=\frac{a}{x}$ con $a<0$ es una hipérbola.

(E) Complete las tablas y grafique las proporcionalidades inversas:

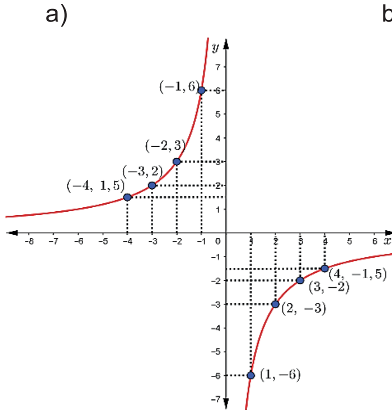
a) $y=-\frac{6}{x}$

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
y	1,5	2	3	6	---	−6	−3	−2	−1,5

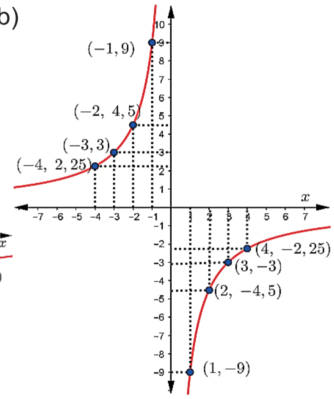
b) $y=-\frac{9}{x}$

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
y	2,25	3	4,5	9	---	−9	−4,5	−3	−2,25

a)



b)



Contenido 1 Regla de tres simple directa

Aprendizajes esperados

Aplica la regla de tres simple directa en la solución de ejercicios.

Secuencia:

En esta clase se estudia la regla de tres simple directa utilizando todo lo aprendido sobre proporcionalidad directa en las clases anteriores.

Puntos esenciales:

Recordar que cuando dos variables son directamente proporcionales los cocientes, $\frac{y}{x}$ entre dos valores respectivos de dichas variables, son constantes.

Destacar que la regla de tres simple directa es un procedimiento para resolver problemas de proporcionalidad directa en que se tienen tres valores conocidos y uno desconocido.

Establecer la igualdad entre los cocientes que determinan la constante de proporcionalidad directa formando así una ecuación de primer grado. A dicha igualdad se le llama proporción.

Resolver la ecuación de primer grado utilizando las propiedades de la igualdad.

Dar a conocer la propiedad fundamental de las proporciones:

$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ si y solo si $ad=bc$

Sección 3: Aplicaciones de proporcionalidad directa e inversa

Contenido 1: Regla de tres simple directa

P En la siguiente tabla x y y son directamente proporcionales. Calcule el valor de d.

x	3	5
y	6	d

S Como x y y son directamente proporcionales, el cociente $\frac{y}{x}$ es siempre el mismo para cualquier valor de las variables. Entonces de esto se desprende que

$$\frac{d}{5} = \frac{6}{3}$$

$$\left(\frac{d}{\cancel{5}_{1}}\right)(\cancel{15}^{3}) = \left(\frac{6}{\cancel{3}_{1}}\right)(\cancel{15}^{5})$$ Se multiplica por el m.c.m. de 3 y 5

$$3d = (6)(5)$$
$$3d = 30$$
$$d = \frac{30}{3}$$
$$d = 10$$

C La **regla de tres simple directa** es una forma de resolver problemas de proporcionalidad directa entre tres valores conocidos y uno desconocido, estableciendo una relación de proporcionalidad directa entre todos ellos.

1. Se plantea la ecuación $ad=bc$.
2. Se despeja el valor desconocido.

x	a	c
y	b	d

Ejemplo Encuentre el valor de c en la tabla si las variables x y y son directamente proporcionales usando el diagrama adjunto.

x	2	c
y	-8	-16

Se observa que el diagrama funciona por la proporcionalidad directa, que da lugar a la igualdad $(2)(-16)=(-8)c$.

x	2	c
y	-8	-16

$$(2)(-16) = (-8)c$$
$$-8c = -32$$
$$c = \frac{-32}{-8}$$
$$c = 4$$

S3: Aplicaciones de proporcionalidad directa e inversa

C1: Regla de tres simple directa

(P) En la siguiente tabla x y y son directamente proporcionales. Calcula el valor de d.

x	3	5
y	6	d

(S) Como x y y son directamentemente proporcionales, el cociente $\frac{y}{x}$ es el mismo:

$$\frac{d}{5} = \frac{6}{3}$$
$$\left(\frac{d}{\cancel{5}_{1}}\right)(\cancel{15}^{3}) = \left(\frac{6}{\cancel{3}_{1}}\right)(\cancel{15}^{5})$$
$$3d = (6)(5)$$
$$3d = 30$$
$$d = \frac{30}{3} = 10$$

Regla de tres simple directa

(C)

x	a	c
y	b	d

1. Se plantea la ecuación $ad = bc$.
2. Se despeja el valor desconocido.

(Ej) Encuentre el valor de c en la tabla si las variables son directamente proporcionales.

x	2	c
y	-8	-16

$$(2)(-16) = (-8)c$$
$$-8c = -32$$
$$c = \frac{-32}{-8}$$
$$c = 4$$

(E) Calcule el valor desconocido en cada tabla, si se asume que las variables x y y son directamente proporcionales.

a)

x	3	5
y	9	d

$$(3)d = (9)(5)$$
$$3d = 45$$
$$d = 15$$

b)

x	2	c
y	8	12

$$(2)(12) = (8)c$$
$$8c = 24$$
$$c = 3$$

Contenido 1 Regla de tres simple directa

E

Calcule el valor desconocido en cada tabla, si se asume que las variables x y y son directamente proporcionales.

a)

x	3	5
y	9	d

b)

x	2	c
y	8	12

c)

x	-2	3
y	4	d

d)

x	a	6
y	3	-18

e)

x	-4	c
y	8	-12

f)

x	-3	b
y	-15	10

Observación

Otra manera de calcular el valor de d del problema inicial en este contenido, utilizando la propiedad de las proporciones:

x	3	5
y	6	d

La tabla se lee en la forma siguiente:
3 es a 6 como 5 es a d

Esta proporción se escribe en símbolos:
$3:6::5:d$

Utilizando la **propiedad fundamental de las proporciones:**

$$a:b::c:d,\ ad = bc,$$

$3:6::5:d$ se puede traducir como la igualdad

Luego,

$$3d = (6)(5)$$
$$d = \frac{30}{3}$$
$$d = \mathbf{10}$$

Aprendizajes esperados

Aplica la regla de tres simple directa en la solución de ejercicios.

Secuencia:

En esta clase se estudia la regla de tres simple directa utilizando todo lo aprendido sobre proporcionalidad en las clases anteriores.

Puntos esenciales:

Recordar que cuando dos variables son directamente proporcionales los cocientes, $\frac{y}{x}$ entre dos valores respectivos de dichas variables, son constantes.

Destacar que la regla de tres simple directa es un procedimiento para resolver problemas de proporcionalidad directa en que se tienen tres valores conocidos y uno desconocido.

Establecer la igualdad entre los cocientes que determinan la constante de proporcionalidad directa formando así una ecuación de primer grado. A dicha igualdad se le llama proporción.

Resolver la ecuación de primer grado utilizando las propiedades de la igualdad.

Dar a conocer la propiedad fundamental de las proporciones:

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ si y solo si $ad = bc$

E

c)

x	-2	3
y	4	d

$$(-2)d = (4)(3)$$
$$-2d = 12$$
$$d = -6$$

d)

x	a	6
y	3	-18

$$a(-18) = (3)(6)$$
$$-18a = 18$$
$$a = -1$$

e)

x	-4	c
y	8	-12

$$(-4)(-12) = (8)c$$
$$48 = 8c$$
$$c = 6$$

f)

x	-3	b
y	-15	10

$$(-3)(10) = (-15)b$$
$$-30 = -15b$$
$$b = 2$$

Contenido 2 Aplicación de proporcionalidad directa (1)

Aprendizajes esperados

Aplica la proporcionalidad directa en situaciones del entorno.

Secuencia:

En la clase anterior se estudió el concepto de regla de tres simple directa, en este contenido se aplica dicho procedimiento para resolver situaciones en distintos contextos cotidianos.

En clases de este tipo siempre se requiere identificar las variables involucradas antes de aplicar lo aprendido en el contenido anterior.

Puntos esenciales:

Comprender el problema planteado.

Identificar las variables involucradas.

Determinar si las variables son directamente proporcionales.

Aplicar la regla de tres simple directa para encontrar el valor desconocido.

Dar respuesta al problema planteado.

Contenido 2: Aplicación de la proporcionalidad directa (1)

P Gabriela lee una receta de pastel donde se indica que por cada 2 libras de harina hay que añadir 8 huevos. Si quiere preparar un pastel con 5 libras de harina, ¿cuántos huevos necesita?

S
1. Se identifican las variables que describen el problema:
   x: cantidad de libras de harina
   y: cantidad de huevos para el pastel
2. Es evidente que entre **más** libras de harina se utilicen para el pastel, **más** huevos se necesitarán; así que las variables x y y son directamente proporcionales:
   Sea d, el número de huevos necesarios para elaborar un pastel de 5 libras.
3. Se aplica regla de tres simple directa:

x (lb de harina)	2	5
y (huevos)	8	d

lb : libras

$$(2)d = (8)(5)$$
$$2d = 40$$
$$d = \frac{40}{2}$$
$$d = 20$$

Se necesitan **20 huevos** para preparar un pastel con 5 lb de harina.

C Para resolver problemas de situaciones prácticas que involucren proporcionalidad directa entre dos variables:
1. Se identifican las variables.
2. Se comprueba que las variables sean directamente proporcionales.
3. Se aplica la regla de tres simple directa para encontrar el valor desconocido.

E Resuelve los siguientes problemas:

a) En una cafetera se vierten 4 cucharadas de café molido para preparar dos tazas de dicha bebida. Si Andrés quiere preparar 9 de estas, ¿cuántas cucharadas de café necesita?

b) Un atleta recorre 3 veces una pista polideportiva en 9 minutos. ¿Cuánto tardará en recorrerla 5 veces si lo hace con la misma velocidad?

c) Si 8 lapiceros valen C$40, ¿cuántos lapiceros se pueden comprar con C$75?

d) Fernando preparó 2ℓ de jugo con 12 naranjas. Si ahora tiene 36 naranjas, ¿cuántos ℓ de jugo puede preparar?

C2: Aplicación de la proporcionalidad directa (1)

P Gabriela lee una receta de pastel donde se indica que por cada 2 lb de harina hay que añadir 8 huevos. Si se quiere preparar un pastel con 5 lb de harina, ¿cuántos huevos necesita?

S Variables:
- x: cantidad de libras de harina
- y: cantidad de huevos

Entre más libras de harina más huevos se necesitan, así, las variables son directamente proporcionales.

x (lb de harina)	2	5
y (huevos)	8	d

$$(2)d = (8)(5)$$
$$2d = 40$$
$$d = \frac{40}{2}$$
$$d = 20$$

Se necesitan 20 huevos.

C *Leer en libro de texto.*

E Resuelva:

a) En una cafetera se vierten 4 cucharadas de café molido para preparar dos tazas de dicha bebida. Si Andrés quiere preparar 9 de estas, ¿cuántas cucharadas de café necesita?

x (Tazas)	2	9
y (Cucharadas de café)	4	d

$$(2)d = (4)(9)$$
$$2d = 36$$
$$d = \frac{36}{2}$$
$$d = 18$$

18 cucharadas.

b) Un atleta recorre 3 veces una pista polideportiva en 9 minutos. ¿Cuánto tardará en recorrerla 5 veces si lo hace con la misma velocidad?

x (Vueltas)	3	5
y (Minutos)	9	d

$$(3)d = (9)(5)$$
$$3d = 45$$
$$d = \frac{45}{3} = 15$$

15 minutos.

Contenido 3 Aplicación de la proporcionalidad directa (2)

Unidad 5: Proporcionalidad

Contenido 3: Aplicación de la proporcionalidad directa (2)

P De los 45 estudiantes de un aula de clase, 9 faltaron el día de hoy. ¿Qué porcentaje de ausentes hubo el día de hoy?

S

x: porcentaje de estudiantes
y: cantidad de estudiantes que representan ese porcentaje

Los 45 estudiantes representan el 100 %, el aumento en el porcentaje implica un mayor número de estudiantes, luego las variables x y y son directamente proporcionales:
Sea c, el porcentaje que representan los 9 estudiantes

x (%)	100	c
y (estudiantes)	45	9

Se aplica regla de tres simple directa:

$$(100)(9) = (45)c$$
$$45c = 900$$
$$c = \frac{900}{45}$$
$$c = 20$$

El día de hoy faltaron **20 %** de los estudiantes.

C Para resolver situaciones que involucran porcentaje se aplica la regla de tres simple directa.

Ejemplo En una tienda hay una promoción del 35% de descuento en todos sus productos sólo por hoy. Si el costo normal de un producto es C$ 60, ¿cuánto vale con el descuento?

Sea d, el precio del producto hoy.

x (%)	100	35
y (C$)	60	d

Se aplica regla de tres simple directa:

$$(100)d = (60)(35)$$
$$100d = 2100$$
$$d = \frac{2100}{100}$$
$$d = 21$$

$$\left(\text{Precio con descuento}\right) = \left(\text{Precio normal}\right) - (\text{Descuento})$$
$$= 60 - 21$$
$$= 39$$

El producto vale **C$ 39** el día de hoy.

E Resuelve los siguientes problemas:

a) En un aula de Séptimo Grado hay 65 estudiantes, de los cuales 26 son mujeres. ¿Cuál es el porcentaje de mujeres?
b) Un equipo de fútbol ha jugado 15 partidos, de los cuales ha ganado 9 ¿Qué porcentaje representan los partidos ganados sobre el total?
c) Un juguete valía C$50, pero Carlos lo compró en la kermes de la escuela con un 16% de descuento. ¿Cuánto pagó Carlos por el juguete?
d) Un producto aumentó de precio en un 20%, si antes valía C$54. ¿Cuánto vale después del aumento?

120

Aprendizajes esperados

Aplica la proporcionalidad directa en el cálculo de porcentajes.

Secuencia:

Este contenido es una continuación del anterior, ya que se sigue aplicando la regla de tres simple para resolver situaciones, pero en este caso, referentes a porcentajes.

Puntos esenciales:

Hacer notar que los problemas que involucren porcentajes se pueden resolver aplicando regla de tres simple directa.

Notar que palabras como aumento o descuento indican adición o sustracción, respectivamente.

C3: Aplicación de proporcionalidad directa (2)

P De los 45 estudiantes de un aula de clase, 9 faltaron el día de hoy. ¿Qué porcentaje de ausentes hubo el día de hoy?

S Variables:
- x : Porcentaje de estudiantes
- y : Cantidad de estudiantes correspondiente.

Entre más porcentaje se tome, más cantidad de estudiantes representa (proporcionalidad directa)

x (%)	100	c
y (estudiantes)	45	9

$$(100)(9) = (45)c$$
$$45c = 900$$
$$c = \frac{900}{45}$$
$$c = 20$$

Faltaron 20% de los estudiantes.

C *Leer en libro de texto.*

Ej En una tienda hay una promoción del 35% de descuento en todos sus productos. Si el precio normal de un producto es C$ 60, ¿cuánto vale con el descuento?

x %	100	35
y (C$)	60	d

$$(100)d = (60)(35)$$
$$100d = 2\,100$$
$$d = \frac{2\,100}{100}$$
$$d = 21$$

$$\left(\text{Precio con descuento}\right) = \left(\text{Precio normal}\right) - (\text{Descuento})$$
$$= 60 - 21$$
$$= 39$$

El producto vale C$ 39.

E En un aula de Séptimo Grado hay 65 estudiantes, de los cuales 26 son mujeres. ¿Cuál es el porcentaje de mujeres?

x %	100	c
y (estudiantes)	65	26

$$(65)c = (100)(26)$$
$$65 = 2600$$
$$c = \frac{2\,600}{65}$$
$$c = 40$$

Las mujeres forman el 40%.

Contenido 4 Regla de tres simple inversa

Aprendizajes esperados

Aplica la regla de tres simple inversa en la solución de ejercicios.

Secuencia:

En esta clase se estudia la regla de tres simple inversa utilizando todo lo aprendido sobre proporcionalidad inversa en las clases anteriores.

Puntos esenciales:

Recordar que cuando dos variables son inversamente proporcionales los productos xy, entre dos valores respectivos de dichas variables, son constantes.

Destacar que la regla de tres simple inversa es un procedimiento para resolver problemas de proporcionalidad inversa en que se tienen tres valores conocidos y uno desconocido.

Establecer la igualdad entre los productos que determinan la constante de proporcionalidad inversa formando así una ecuación de primer grado.

Resolver la ecuación de primer grado utilizando las propiedades de la igualdad.

Contenido 4: Regla de tres simple inversa

P En la siguiente tabla x y y son inversamente proporcionales. Calcule el valor de d.

x	2	5
y	10	d

S Como las variables x y y son inversamente proporcionales todos los productos xy son iguales para cualquier valor dado a las variables. Entonces:

$$(2)(10) = (5)d$$
$$5d = 20$$
$$d = \frac{20}{5}$$
$$d = 4$$

C La **regla de tres simple inversa** es una forma de resolver problemas de proporcionalidad inversa entre tres valores conocidos y uno desconocido, estableciendo una relación de proporcionalidad inversa entre todos ellos.

1. Se plantea la ecuación $ab = cd$.
2. Se despeja el valor desconocido.

x	a	c
y	b	d

Ejemplo Calcule el valor de c en la tabla si las variables son inversamente proporcionales.

x	3	c
y	-6	-2

x	3	c
y	-6	-2

$$(3)(-6) = c(-2)$$
$$-2c = -18$$
$$c = \frac{-18}{-2}$$
$$c = 9$$

E Calcule el valor desconocido, si las variables x y y son inversamente proporcionales.

a)

x	2	6
y	9	d

b)

x	2	c
y	-6	-1

c)

x	a	3
y	2	-4

d)

x	-3	4
y	-8	d

e)

x	-5	c
y	4	-2

f)

x	-4	c
y	-3	6

C4: Regla de tres simple inversa

P En la siguiente tabla x y y son inversamente proporcionales. Calcule el valor de d.

x	2	5
y	10	d

S El producto xy es siempre el mismo cuando son inversamente proporcionales.

$$(2)(10) = (5)d$$
$$5d = 20$$
$$d = \frac{20}{5}$$
$$d = 4$$

C Regla de tres simple inversa

x	a	c
y	b	d

1. Se plantea la ecuación: $ab = cd$.
2. Se despeja el valor desconocido.

Ej Calcule el valor de c si las variables son inversamente proporcionales.

x	3	c
y	-6	-2

$$(3)(-6) = c(-2)$$
$$-2c = -18$$
$$c = \frac{-18}{-2}$$
$$c = 9$$

E Calcule el valor de a, d, c y d respectivamente en cada tabla, si las variables x e y son inversamente proporcionales

a)

x	2	6
y	9	d

$$(2)(9) = (6)d$$
$$6d = 18$$
$$d = 3$$

b)

x	2	c
y	-6	-1

$$(2)(-6) = c(-1)$$
$$-c = -12$$
$$c = 12$$

c)

x	a	3
y	2	-4

$$(a)(2) = (3)(-4)$$
$$2a = -12$$
$$a = -6$$

Contenido 5

Aplicación de la proporcionalidad inversa

Contenido 5: Aplicación de la proporcionalidad inversa

P

Gabriela guarda cierta cantidad de naranjas en 6 bolsas que contienen 12 naranjas cada una. Si quiere usar solamente 4 bolsas para guardar la misma cantidad de frutas, ¿cuántas naranjas debe guardar en cada bolsa?

S

1. Se identifican las variables:
   x: cantidad de bolsas
   y: cantidad de naranjas en cada bolsa
2. Las variables x y y son inversamente proporcionales porque entre **menos** bolsas utilice para guardar la misma cantidad de naranjas, Gabriela tendrá que depositar **más** naranja en cada bolsa.

   Sea d el número de naranjas que caben en 4 bolsas.

x bolsas	6	4
y naranjas	12	d

3. Se aplica la regla de tres simple inversa:

$$(6)(12) = (4)d$$
$$4d = 72$$
$$d = \frac{72}{4}$$
$$d = 18$$

Gabriela debe guardar **18 naranjas** en cada bolsa.

C

Para resolver situaciones del entorno que involucren la proporcionalidad inversa:
1. Se identifican las variables.
2. Se comprueba que las variables sean inversamente proporcionales.
3. Se aplica la regla de tres simple inversa para encontrar el valor desconocido.

E

Resuelva los siguientes problemas:

a) Andrés empaca cierta cantidad de libros en 6 cajas con 15 libros en cada una. Si quiere usar 9 cajas para guardar la misma cantidad, ¿cuántos libros debe guardar en cada caja?

b) Un camión con capacidad de 3 toneladas necesita realizar 15 viajes para transportar cierta cantidad de arena. ¿Cuántos viajes serán necesarios para transportar la misma arena en un camión con capacidad de 5 toneladas?

c) Cuatro fotocopiadoras del mismo tipo imprimen cierta cantidad de hojas en 6 minutos. ¿En cuántos minutos imprimen la misma cantidad de hojas 8 fotocopiadoras similares?

d) Carolina prepara 12 bolsas, con 3 chocolates cada una para su fiesta de cumpleaños. ¿Cuántas bolsas debe preparar si ahora decide poner 9 chocolates en cada una?

Aprendizajes esperados

Aplica la proporcionalidad inversa en situaciones del entorno.

Secuencia:

En la clase anterior se estudió el concepto de regla de tres simple inversa, en este contenido se aplica dicho procedimiento para resolver situaciones en distintos contextos cotidianos.

Puntos esenciales:

Comprender el problema planteado.

Identificar las variables involucradas.

Determinar si las variables son inversamente proporcionales.

Aplicar la regla de tres simple inversa para encontrar el valor desconocido.

Dar respuesta al problema planteado.

C5: Aplicación de proporcionalidad inversa

(P) Gabriela guarda cierta cantidad de naranjas en 6 bolsas con 12 naranjas cada una. Si quiere usar solamente 4 bolsas para guardar la misma cantidad de fruta, ¿cuántas naranjas debe guardar en cada bolsa?

(S) Variables:
- x: Cantidad de bolsas
- y: Cantidad de naranjas en cada bolsa.

Entre menos bolsas use más naranjas cabrán por bolsa, es decir, son inversamente proporcionales.

x bolsas	6	4
y naranjas	12	d

$$(6)(12) = (4)d$$
$$4d = 72$$
$$d = \frac{72}{4}$$
$$d = 18$$

Debe guardar 18 naranjas en cada bolsa.

(C) *Leer en libro de texto.*

(E) a) Andrés quiere empacarcierta cantidad de libros en 6 cajas cada una con 15 libros, se quiere usar 9 cajas para guardar la misma cantidad, ¿cuántos libros debe guardar en cada caja?

Cajas	6	9
Libros	15	d

$$(6)(15) = (9)d$$
$$9d = 90$$
$$d = \frac{90}{9}$$
$$d = 10$$

10 libros.

b) Un camión con capacidad de 3 toneladas necesita realizar 15 viajes para transportar cierta cantidad de arena. ¿Cuántos viajes serán necesarios para hacer transportar la misma arena en un camión que carga 5 toneladas?

Capacidad (toneladas)	3	5
Viajes	15	d

$$(3)(15) = (5)d$$
$$5d = 45$$
$$d = 9$$

9 viajes.

Prueba de Matemática 7mo (30min) Fecha:______
Unidad 5: Proporcionalidad

/20

Nombre:________________________________. Sección:___________
Sexo: M / F .

1. Identifique en cada situación si y es directa o inversamente proporcional a x.

(1 punto × 2 = 2)

a) El costo C$ y de comprar x chocolates a C$ 10 cada chocolate.

b) La cantidad y de mandarinas en cada bolsa si se quieren guardar 12 mandarinas en x bolsas.

2. Complete la tabla y escriba y en función de x de la forma $y = ax$ o $y = \frac{a}{x}$ según corresponda. (2 puntos × 2 = 4)

a) y es directamente proporcional a x

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y						8	

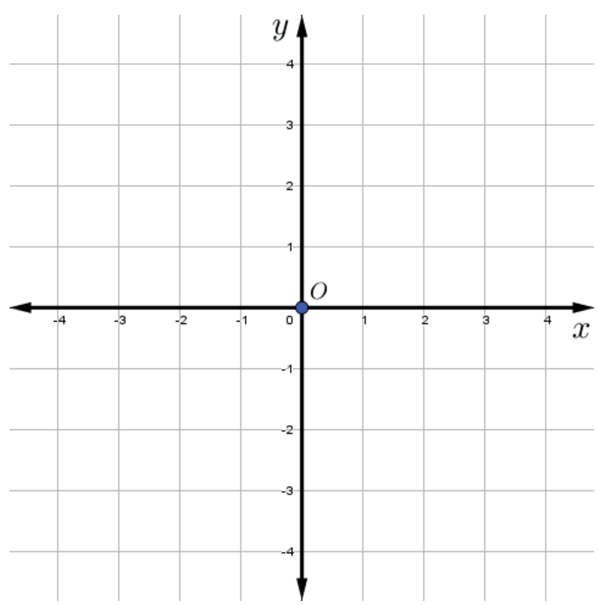
b) y es inversamente proporcional a x

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y			-6				

3. Ubique en el plano cartesiano los puntos.

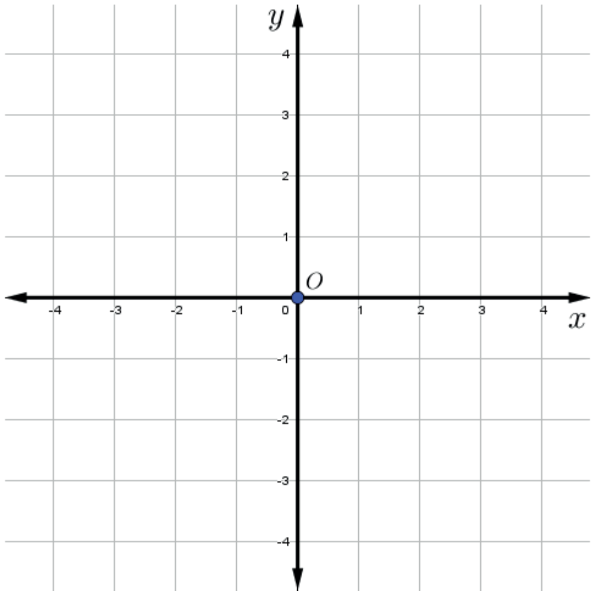
(1 punto cada uno)

A$(2, 3)$
B$(-3, -1)$
C$(3, 0)$
D$(0, -2)$



4. Trace en el plano cartesiano dada la gráfica de: (2 puntos $\times$ 3 $=$ 6)

a) $y = 2x$ b) $y = -3x$ c) $y = \frac{4}{x}$



5. Calcule el valor de a, si las variables x y y son directamente proporcionales.

(1 punto)

x	2	5
y	10	a

$a =$

6. Calcule el valor de b, si las variables x y y son inversamente proporcionales.

(1 punto)

x	4	6
y	3	b

$b =$

7. Resuelve las siguientes situaciones. (2 puntos)

En un colegio hay 80 estudiantes de Séptimo Grado en total. Si hay 36 niñas, ¿qué porcentaje de niñas hay en Séptimo Grado?

Nombre:______________________________

Unidad 6

Introducción a la Geometría

Sección 1	Nociones básicas de geometría
Sección 2	Construcciones con regla y compás

Contenido 1 Nociones básicas de: punto, recta, segmento, rayo y plano

Aprendizajes esperados

Comprende la noción de punto, recta, rayo, segmento y plano.

Secuencia:

En esta unidad se consolidan las nociones básicas de geometría estudiadas en primaria. Se presenta la noción de punto, recta, segmento, rayo y plano, y se establece la notación que se utiliza para cada uno de ellos.

Puntos esenciales:

Establecer las nociones básicas de punto, recta, segmento, rayo y plano utilizando representaciones gráficas.

Hacer hincapié en la notación que se utiliza para denotar cada uno de los conceptos básicos.

Notar que:

- ✓ Dados dos puntos distintos cualesquiera, hay exactamente una recta que los contiene.
- ✓ Tres puntos cualesquiera están al menos en un plano, y tres puntos cualesquiera no alineados están exactamente en un plano.

Utilizar adecuadamente las herramientas que proporciona el estuche geométrico para el trazado de los mismos.

Unidad 6: Introducción a la Geometría

Sección 1: Nociones básicas de geometría

Contenido 1: Nociones básicas (punto, recta, segmento, rayo y plano)

Definición

Punto	Es una representación mental de una marca que tiene posición en el plano y carece de extensión. Los puntos se denotan con letras mayúsculas A, B, C, D, …, etc.	A •
Recta	Es una línea que pasa por dos puntos y se extiende indefinidamente en dos direcciones opuestas. La recta que pasa por los puntos A y B se denota por $\overleftrightarrow{l}$ (se lee "recta l") o $\overleftrightarrow{AB}$ (se lee "recta AB").	l, A, B
Segmento	Es la porción de la recta comprendida entre A y B, se denota $\overline{AB}$ y se lee "segmento AB". Se expresa la longitud del segmento como AB $= 3cm$.	A, B, 3 cm
Rayo	Es la parte de una recta que tiene origen A y se extiende indefinidamente en una dirección. Si el punto B pertenece al rayo, este se denota con $\overrightarrow{AB}$ y se lee "rayo AB".	A, B
Para determinar **un plano** se necesitan tres puntos que no estén en una misma recta. Un plano se denota con letras griegas como α, β, θ, entre otras.		A, C, B, α

Ejemplo Dados los puntos de la derecha, dibuje los objetos geométricos pedidos y escriba la notación que los representa.

a) La recta que pasa por A y B.
b) El segmento que tiene los puntos extremos C y D.
c) El rayo con origen el punto E y que pasa por el punto F.

	Dibujo	Notación
a)	A B	$\overleftrightarrow{AB}$
b)	C D	$\overline{CD}$
c)	E F	$\overrightarrow{EF}$

E

Dados los puntos de la derecha, dibuje los objetos geométricos pedidos y escriba la notación que los representa.

a) El segmento que tiene los puntos extremos A y B.
b) El rayo que tiene el origen en el punto M y pasa por N.
c) La recta que pasa por los puntos R y S

126

U6: Introducción a la Geometría
S1: Nociones básicas de geometría
C1: Nociones básicas (punto, recta, segmento, rayo y plano)

(D) *Leer en el libro de texto*

	Dibujo	Notación
Punto	A •	A
Recta	A B	$\overleftrightarrow{AB}$
Segmento	A B	$\overline{AB}$
Rayo	A B	$\overrightarrow{AB}$
Plano	A, C, B, α	Plano ABC o Plano α

(Ej) Dados los siguientes puntos, dibuje los objetos geométricos y escriba su notación

a) Recta AB	A B	$\overleftrightarrow{AB}$
b) Segmento CD	C D	$\overline{CD}$
c) Rayo EF	E F	$\overrightarrow{EF}$

(E)

a) Segmento AB	A B	$\overline{AB}$
b) Rayo MN	M N	$\overrightarrow{MN}$
c) Recta RS	R S	$\overleftrightarrow{RS}$

Contenido 2 Suma y resta de medidas de segmentos

Contenido 2: Suma y resta de medidas de segmentos

P Determine la medida de los siguientes segmentos:

a) $\overline{AC}$ b) $\overline{BC}$

S a) De la gráfica se tiene que

$AC = AB + BC = 5 + 3 = 8$

$\mathbf{AC = 8\,(cm)}$

b) De la gráfica se tiene que

$BC = AC - AB = 9 - 3 = 6$

$\mathbf{BC = 6\,(cm)}$

Se cumple $AC = AB + BC$ en a) y b) porque el punto B está entre A y C.

C B está entre A y C, si A, B y C pertenecen a una recta y $AB + BC = AC$.

E1 Calcule la medida de los siguientes segmentos:

a) $\overline{AC}$ b) $\overline{BC}$

Ejemplo De acuerdo con la figura, calcule la longitud de $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$, si $AC = 15\,cm$.

Como B está entre A y C, se verifica la igualdad

$AB + BC = AC$

$(x + 3) + x = 15$

$2x + 3 = 15$

$2x = 15 - 3$

$2x = 12$

$x = 6$

Por lo tanto, $BC = 6\,cm$. Esto nos permite calcular AB: $AB = 6 + 3 = 9\,cm$.

Finalmente, hemos determinado que $\mathbf{AB = 9\,(cm)}$, $\mathbf{BC = 6\,(cm)}$.

E2 Calcule la longitud de $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$, si $AC = 10\,cm$.

127

Aprendizajes esperados

Comprende la suma y resta de medidas de segmentos.

Secuencia:

Establecidos los conceptos básicos de geometría y la notación de cada uno de ellos, en esta clase se estudia la suma y resta de segmentos con el objetivo de determinar la medida de un segmento sumando o restando otras medidas conocidas en dependencia de la posición en la que se encuentren tres puntos distintos en una misma recta.

Puntos esenciales:

Recordar que la longitud de un segmento es un número que da el valor de la distancia entre los extremos.

Destacar que la indicación determinar la medida de un segmento conduce a plantear y resolver una ecuación de primer grado, procedimientos ya estudiados anteriormente.

Notar la equivalencia dada en la definición B está entre A y C, si

- ✓ A, B y C son puntos distintos de una misma recta
- ✓ $AB + BC = AC$

C2: Suma y resta de medidas de segmentos

P Determine la medida de los siguientes segmentos:

a) $\overline{AC}$

b) $\overline{BC}$

S a) $AC = AB + BC$

$= 5 + 3 = 8$ (cm)

b) $BC = AC - AB$

$= 9 - 3 = 6\,(cm)$

C B está entre A y B, si A, B y C pertenecen a una recta y $AB + BC = AC$.

$AB + BC = AC$

E1 a) $\overline{AC}$ $AC = AB + BC = 5 + 2 = 7\,(cm)$

b) $\overline{BC}$ $BC = AC - AB = 6 - 2 = 4\,(cm)$

Ej Determine la longitud de $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$, si $AC = 15cm$

$AB + BC = AC$

$(x + 3) + x = 15$

$2x + 3 = 15$

$2x = 15 - 3$

$2x = 12$

$x = 6$

Por lo tanto,

$AB = x + 3 = 6 + 3 = 9$

$BC = x = 6$

$AB = 9\ cm,\ BC = 6\ cm$

E2 Calcule la longitud de $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$, si $AC = 10cm$

$AB + BC = AC \rightarrow (x - 4) + x = 10$

$2x = 14;\ x = 7$

$AB = 3cm \quad BC = 7cm$

Contenido 3 Ángulo, medida y clasificación

Aprendizajes esperados

Comprende la noción de ángulo y su medida, así como su clasificación.

Secuencia:

En la clase anterior se estudió la suma y resta de segmentos. Aquí se define ángulo y su medida, además se establece la notación que se utiliza para cada concepto.

Puntos esenciales:

Destacar que en la definición de ángulo se caracteriza que sus lados son rayos y el origen común de estos es llamado vértice.

Resaltar que el orden en el que se nombran los lados de un ángulo es indiferente, hecho que no ocurre cuando se estudia trigonometría.

Usar adecuadamente el transportador al trazar ángulos de diferentes medidas.

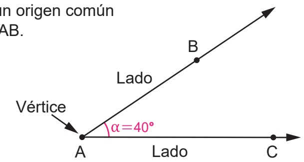
Clasificar correctamente ángulos según su medida.

Contenido 3: Ángulo, medida y clasificación

Definición

Ángulo: Es la figura formada por dos rayos con un origen común llamado vértice; se denota como: ∠BAC, ∠A, ∠CAB.

El símbolo ∡ será utilizado para indicar la medida de un ángulo. Por ejemplo, si utilizáramos grados, ∡BAC = 40° (α = 40°).



P Dado el $\overrightarrow{AC}$, marque los puntos B, D y E en el plano para formar los ángulos de ∡BAC = 60°, ∡DAC = 90° y ∡EAC = 120°

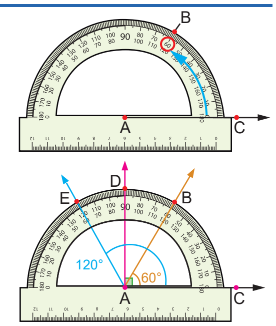
A ———— C

S

1. Se dibuja el $\overrightarrow{AC}$ y se coloca el transportador sobre este, haciendo coincidir su centro con el origen A.

2. Se comienza a leer en el transportador desde 0° hasta 60°, se ubica el punto B y se traza con una regla el $\overrightarrow{AB}$. La construcción de los ángulos de ∡DAC = 90° y ∡EAC = 120° es idéntica a la anterior: se localizan los puntos E y D por donde deben pasar los rayos $\overrightarrow{AE}$ y $\overrightarrow{AD}$ para obtener los ángulos buscados.

El símbolo ⊾ representa que el ángulo es recto



C

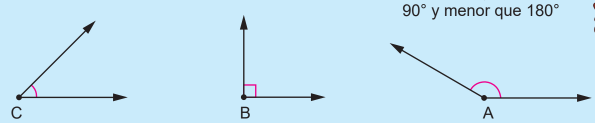
Dado un $\overrightarrow{AC}$ y un número α expresado en grados se puede encontrar con el transportador un único punto B en el plano tal que ∡BAC = α.

Los ángulos se clasifican según su medida en:

Ángulo agudo: Medida menor que 90°

Ángulo recto: Medida igual a 90°

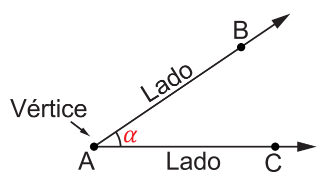
Ángulo obtuso: Medida mayor que 90° y menor que 180°



En la solución del problema se ha encontrado que el ∠BAC es agudo, el ∠DAC es recto y el ∠EAC es obtuso porque miden 60°, 90° y 120° respectivamente.

C3: Ángulo, medida y clasificación

D *Leer en libro de texto.*

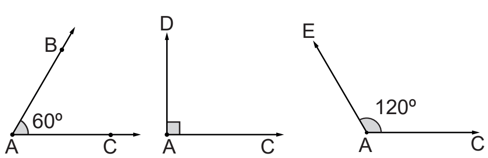


∠BAC

∠A

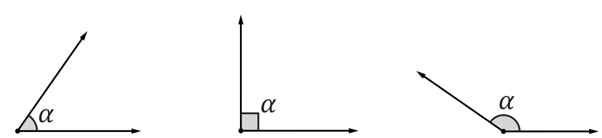
∠CAB

P Dado $\overrightarrow{AC}$, marque los puntos B, D y E en el plano para formar los ángulos de $\measuredangle BAC = 60°$, $\measuredangle DAC = 90°$, $\measuredangle EAC = 120°$



C Clasificación de ángulos

1. Angulo Agudo $0^0 < \alpha < 90^0$
2. Angulo Recto $\alpha = 90^0$
3. Angulo Obtuso: $90^0 < \alpha < 180^0$



Ej Determine la medida de cada ángulo de la figura en LT

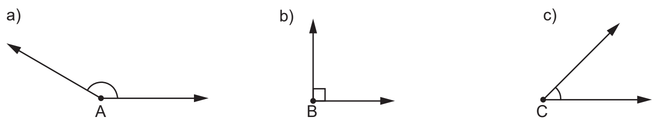
a) $\measuredangle A = 150°$ Ángulo Obtuso

b) $\measuredangle B = 90^0$ Ángulo Recto

c) $\measuredangle C = 45°$ Ángulo Agudo

Contenido 3 Ángulo, medida y clasificación

Ejemplo Determine la medida de cada ángulo dado en la figura, escriba su notación y clasificación

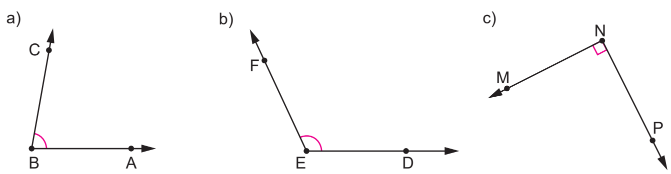


Haciendo uso del transportador se encuentra que:

a) $\measuredangle A = 150°$, siendo un ángulo obtuso.
b) $\measuredangle B = 90°$, lo que indica que es un ángulo recto.
c) $\measuredangle C = 45°$, lo cual nos dice que se trata de un ángulo agudo.

E

1. Dibuje un ángulo de 45° y otro de 130°, utilizando el transportador.
2. Determine la medida de cada ángulo dado en la figura, escriba su notación y clasificación.



Aprendizajes esperados

Comprende la noción de ángulo y su medida, así como su clasificación.

Secuencia:

En la clase anterior se estudió la suma y resta de segmentos. Aquí se define ángulo y su medida, además se establece la notación que se utiliza para cada concepto.

Puntos esenciales:

Destacar que en la definición de ángulo se caracteriza que sus lados son rayos y el origen común de estos es llamado vértice.

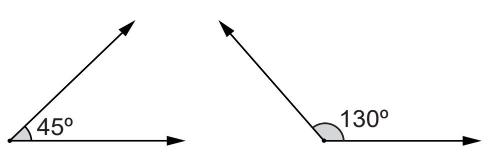
Resaltar que el orden en el que se nombran los lados de un ángulo es indiferente, hecho que no ocurre cuando se estudia trigonometría.

Usar adecuadamente el transportador al trazar ángulos de diferentes medidas.

Clasificar correctamente ángulos según su medida.

E

1. Dibuje un ángulo de $45°$ y otro de $130°$.



2. Determine la medida de cada ángulo dado en la figura, escriba su notación y clasificación.
   a) $\measuredangle ABC = 80°$ Ángulo Agudo
   b) $\measuredangle DEF = 115°$ Ángulo Obtuso
   c) $\measuredangle MNP = 90°$ Ángulo Recto

Contenido 4 Rectas perpendiculares en el plano

Aprendizajes esperados

Construye rectas perpendiculares en el plano.

Secuencia:

Luego de estudiar los tipos de ángulos según su medida, se estudia la perpendicularidad entre rectas. su notación y el trazado de las mismas con escuadra y cartabón. Además, se presenta el concepto de distancia de un punto a una recta.

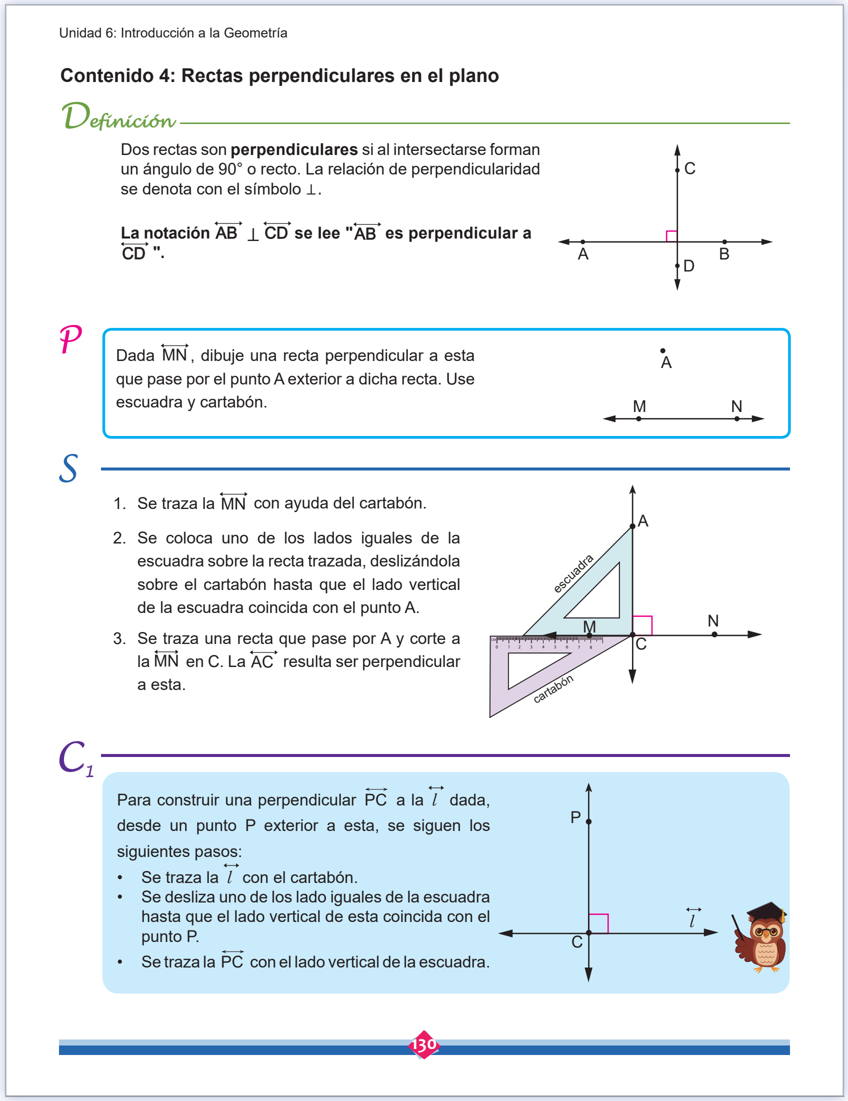
Puntos esenciales:

Notar que dos rectas perpendiculares forman cuatro ángulos rectos.

Trazar correctamente rectas perpendiculares utilizando cartabón y escuadra.

Destacar que la perpendicular a una recta trazada desde un punto fuera de ella es única, porque en el transportador hay una sola marca para indicar 90°.

Resaltar que la distancia más corta de un punto a una recta es la longitud del segmento perpendicular que se determina.



Unidad 6: Introducción a la Geometría

Contenido 4: Rectas perpendiculares en el plano

Definición

Dos rectas son **perpendiculares** si al intersectarse forman un ángulo de 90° o recto. La relación de perpendicularidad se denota con el símbolo ⊥.

La notación $\overleftrightarrow{AB} \perp \overleftrightarrow{CD}$ se lee "$\overleftrightarrow{AB}$ es perpendicular a $\overleftrightarrow{CD}$".

P

Dada $\overleftrightarrow{MN}$, dibuje una recta perpendicular a esta que pase por el punto A exterior a dicha recta. Use escuadra y cartabón.

S

1. Se traza la $\overleftrightarrow{MN}$ con ayuda del cartabón.
2. Se coloca uno de los lados iguales de la escuadra sobre la recta trazada, deslizándola sobre el cartabón hasta que el lado vertical de la escuadra coincida con el punto A.
3. Se traza una recta que pase por A y corte a la $\overleftrightarrow{MN}$ en C. La $\overleftrightarrow{AC}$ resulta ser perpendicular a esta.

C1

Para construir una perpendicular $\overleftrightarrow{PC}$ a la $\overleftrightarrow{l}$ dada, desde un punto P exterior a esta, se siguen los siguientes pasos:

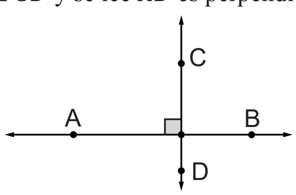
- Se traza la $\overleftrightarrow{l}$ con el cartabón.
- Se desliza uno de los lado iguales de la escuadra hasta que el lado vertical de esta coincida con el punto P.
- Se traza la $\overleftrightarrow{PC}$ con el lado vertical de la escuadra.

130

C4: Rectas perpendiculares en el plano

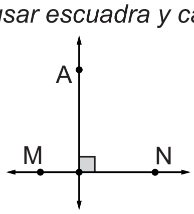
D Dos rectas son perpendiculares si al intersectarse forman un ángulo de 90° o recto.

$\overleftrightarrow{AB} \perp \overleftrightarrow{CD}$ y se lee $\overleftrightarrow{AB}$ es perpendicular a $\overleftrightarrow{CD}$



P Dada una recta $\overleftrightarrow{MN}$, dibuje una perpendicular a la recta $\overleftrightarrow{MN}$ que pase por un punto A exterior a dicha recta.

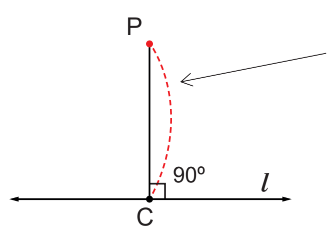
S *Hay que usar escuadra y cartabón*



C1 *Leer en libro de texto.*

Ej *Medir y confirmar junto con los estudiantes la longitud de los segmentos y el ángulo dados en la figura*

C2 Si $\overleftrightarrow{PC}$ es perpendicular a $\overleftrightarrow{l}$, la longitud de $\overline{PC}$ es la distancia del punto P a $\overleftrightarrow{l}$.



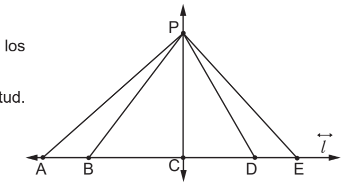
Distancia más corta de P a $\overleftrightarrow{l}$.

Contenido 4 Rectas perpendiculares en el plano

Ejemplo Dada la siguiente figura:

a) Mida con una regla graduada en cm los segmentos $\overline{PA}$, $\overline{PB}$, $\overline{PC}$, $\overline{PD}$ y $\overline{PE}$ e indique cuál de ellos tiene la menor longitud.

b) Mida el $\angle PCD$.



a) Se determinan las medidas con una regla graduada, encontrando que PA = 4 cm, PB = 3,3 cm, PC = 2,7 cm, PD = 3 cm y PE = 3,7 cm. El $\overline{PC}$ es el que tiene la menor longitud.

b) Usando el transportador se tiene que $\measuredangle PCD = 90°$.

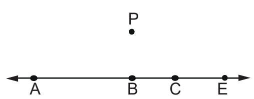
C₂

Si la $\overleftrightarrow{PC}$ es perpendicular a la $\overleftrightarrow{l}$, donde C es el punto común de ambas rectas, entonces la longitud del $\overline{PC}$ es menor que la de cualquier otro segmento de P a cualquier otro punto de $\overleftrightarrow{l}$.

E

a) Utilizando escuadra y cartabón, dibuje una recta horizontal $\overleftrightarrow{PQ}$, un punto exterior A y la perpendicular desde este a la $\overleftrightarrow{PQ}$.

b) Trace y mida con una regla los segmentos $\overline{PA}$, $\overline{PB}$, $\overline{PC}$ y $\overline{PE}$. Indique cuál de ellos es el segmento perpendicular a la recta.



Aprendizajes esperados

Construye rectas perpendiculares en el plano.

Secuencia:

Luego de estudiar los tipos de ángulos según su medida, se estudia la perpendicularidad entre rectas. Su notación y el trazado de las mismas con escuadra y cartabón. Además, se presenta el concepto de distancia de un punto a una recta.

Puntos esenciales:

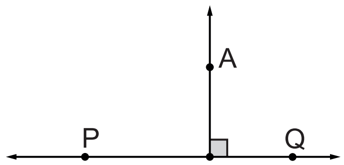
Notar que dos rectas perpendiculares forman cuatro ángulos rectos.

Trazar correctamente rectas perpendiculares utilizando cartabón y escuadra.

Destacar que la perpendicular a una recta trazada desde un punto fuera de ella es única, porque en el transportador hay una sola marca para indicar 90°.

Resaltar que la distancia más corta de un punto a una recta es la longitud del segmento perpendicular que se determina.

E1 a) Dibuje una recta horizontal $\overleftrightarrow{PQ}$, un punto exterior A y la perpendicular desde este a la $\overleftrightarrow{PQ}$



b) $\overline{PB}$ es el segmento perpendicular a la recta.

Contenido 5 Rectas paralelas en el plano

Aprendizajes esperados

Construye rectas paralelas en el plano.

▪ Secuencia:

En la clase anterior se estudiaron y se trazaron rectas perpendiculares, ahora se estudia el paralelismo entre rectas, su notación y el trazado de las mismas con escuadra y cartabón. Además, se presenta el concepto de distancia entre dos rectas paralelas.

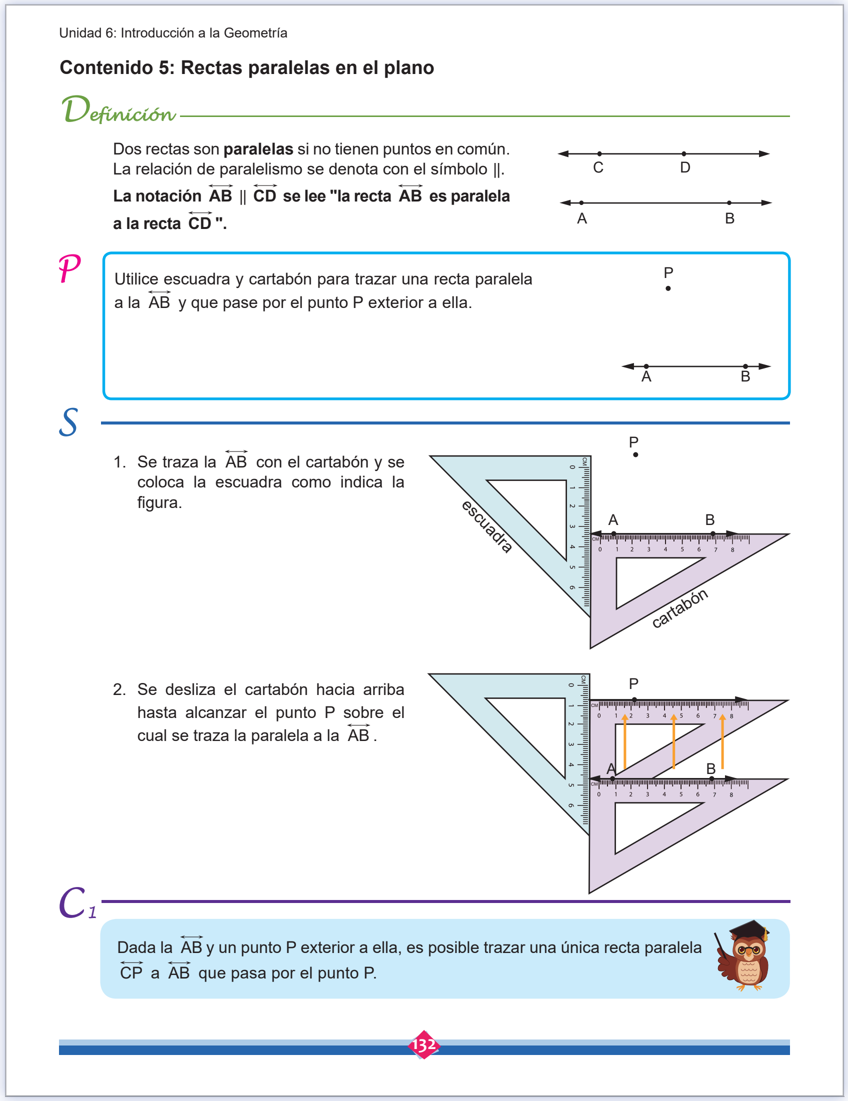
▪ Puntos esenciales:

Destacar que en un plano, dos rectas son paralelas si no se intersecan.

Trazar correctamente rectas paralelas utilizando cartabón y escuadra.

Notar que, en un plano, si dos rectas son paralelas a una tercera recta, entonces son paralelas entre sí.

Comprobar que la distancia entre dos rectas paralelas no depende de los puntos escogidos para medir ya que siempre es la misma.



Unidad 6: Introducción a la Geometría

Contenido 5: Rectas paralelas en el plano

Definición

Dos rectas son **paralelas** si no tienen puntos en común. La relación de paralelismo se denota con el símbolo ||.
La notación $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ se lee "la recta $\overleftrightarrow{AB}$ es paralela a la recta $\overleftrightarrow{CD}$".

P: Utilice escuadra y cartabón para trazar una recta paralela a la $\overleftrightarrow{AB}$ y que pase por el punto P exterior a ella.

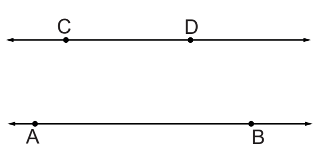
S:
1. Se traza la $\overleftrightarrow{AB}$ con el cartabón y se coloca la escuadra como indica la figura.
2. Se desliza el cartabón hacia arriba hasta alcanzar el punto P sobre el cual se traza la paralela a la $\overleftrightarrow{AB}$.

C1: Dada la $\overleftrightarrow{AB}$ y un punto P exterior a ella, es posible trazar una única recta paralela $\overleftrightarrow{CP}$ a $\overleftrightarrow{AB}$ que pasa por el punto P.

132

C5: Rectas paralelas en el plano

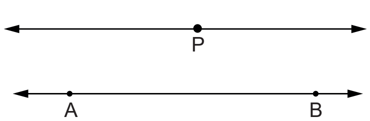
(D) Dos rectas son paralelas si no tienen puntos en común.



$\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$

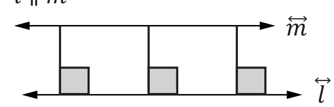
(P) Utilice escuadra y cartabón para trazar una recta paralela a la recta $\overleftrightarrow{AB}$, que pase por el punto P exterior a ella.

(S)



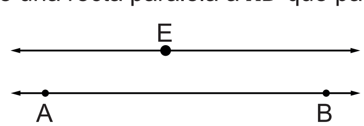
(C1) Por un punto exterior P a una recta dada $\overleftrightarrow{AB}$ solo se puede trazar una única paralela a $\overleftrightarrow{AB}$ que pase por P.

(Ej) $\overleftrightarrow{l} \parallel \overleftrightarrow{m}$

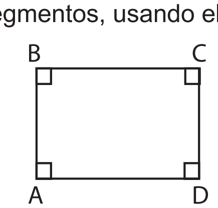


(C2) La distancia entre dos rectas paralelas siempre es la misma.

(E) 1. Trace una recta paralela a $\overleftrightarrow{AB}$ que pase por E.



2. Establezca la relación entre los siguientes segmentos, usando el símbolo $\parallel$ o $\perp$.

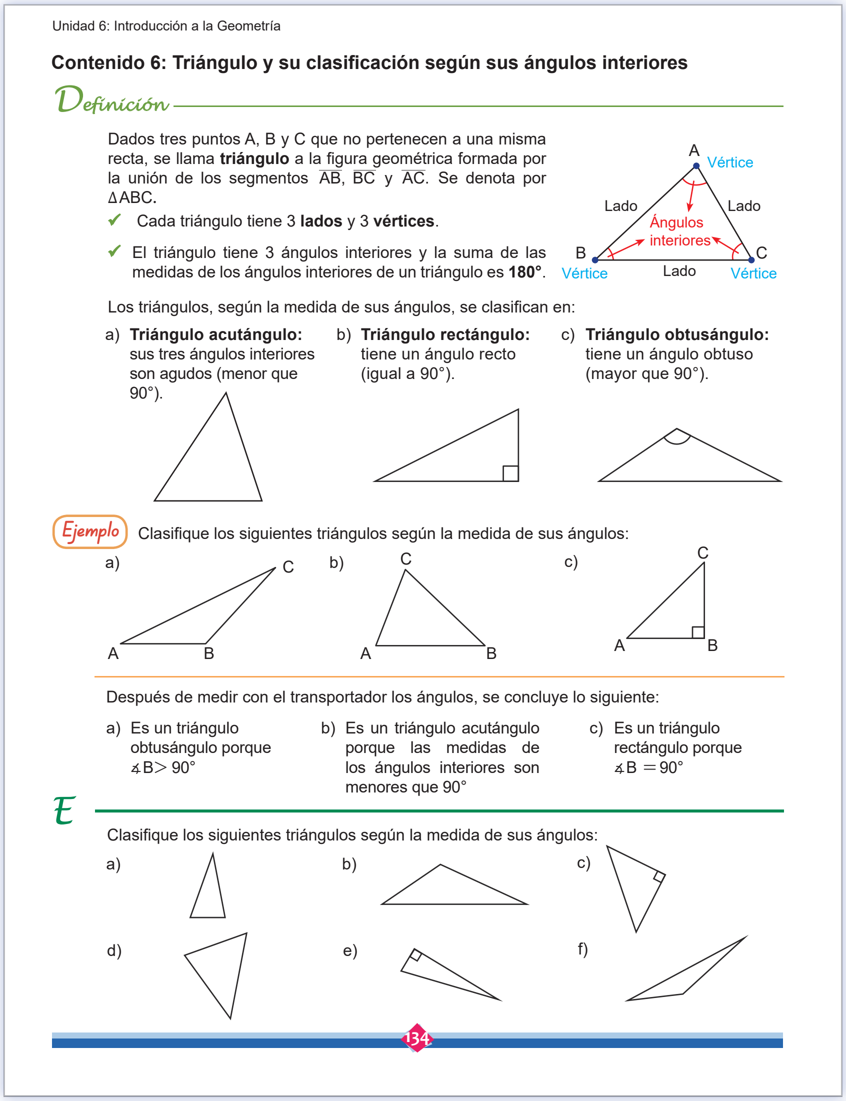


$\overline{AB} \parallel \overline{DC}$

$\overline{AB} \perp \overline{AD}$

$\overline{BC} \parallel \overline{AD}$

Contenido 6 Triángulo y su clasificación según sus ángulos interiores


Unidad 6: Introducción a la Geometría

Contenido 6: Triángulo y su clasificación según sus ángulos interiores

Definición

Dados tres puntos A, B y C que no pertenecen a una misma recta, se llama **triángulo** a la figura geométrica formada por la unión de los segmentos $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ y $\overline{AC}$. Se denota por ΔABC.

✓ Cada triángulo tiene 3 **lados** y 3 **vértices**.

✓ El triángulo tiene 3 ángulos interiores y la suma de las medidas de los ángulos interiores de un triángulo es **180°**.

Los triángulos, según la medida de sus ángulos, se clasifican en:

a) **Triángulo acutángulo:** sus tres ángulos interiores son agudos (menor que 90°).

b) **Triángulo rectángulo:** tiene un ángulo recto (igual a 90°).

c) **Triángulo obtusángulo:** tiene un ángulo obtuso (mayor que 90°).

Ejemplo Clasifique los siguientes triángulos según la medida de sus ángulos:

Después de medir con el transportador los ángulos, se concluye lo siguiente:

a) Es un triángulo obtusángulo porque $\measuredangle B > 90°$

b) Es un triángulo acutángulo porque las medidas de los ángulos interiores son menores que 90°

c) Es un triángulo rectángulo porque $\measuredangle B = 90°$

E

Clasifique los siguientes triángulos según la medida de sus ángulos:

Aprendizajes esperados

Comprende la clasificación de triángulos según sus ángulos interiores.

▪ Secuencia:

En la clase anterior se estudiaron y se trazaron rectas paralelas, aquí se estudia el concepto de triángulo y su clasificación según la medida de sus ángulos.

▪ Puntos esenciales:

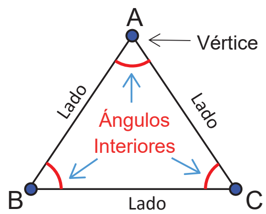
Destacar que:

- ✓ Los lados de un triángulo son segmentos.
- ✓ Cada triángulo tiene 3 lados, 3 vértices y 3 ángulos interiores.
- ✓ La suma de las medidas de los ángulos interiores de un triángulo es 180°.
- ✓ Ningún triángulo tiene dos ángulos rectos, o dos obtusos.

Hacer uso de la percepción visual o del transportador para clasificar correctamente triángulos de acuerdo a la medida de sus ángulos internos.

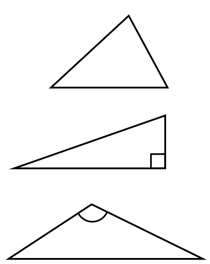
C6: Triángulo y su clasificación según sus ángulos interiores

(D)



La suma de las medidas de los ángulos interiores de un triángulo es $180°$

Los triángulos se clasifican en:

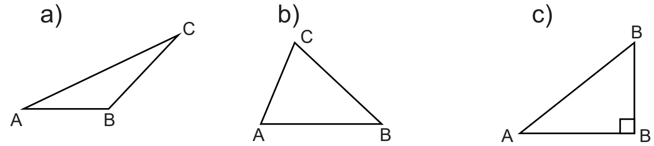


Triángulo Acutángulo: ángulos interiores agudos (menor de $90°$)

Triángulo Rectángulo: Tiene un ángulo recto $(90°)$

Triángulo Obtusángulo: Tiene un ángulo obtuso (mayor de $90°$)

(Ej) Clasifique los triángulos según la medida de sus ángulos



a) Triángulo Obtusángulo porque $\measuredangle B > 90°$

b) Triángulo Acutángulo porque $\measuredangle A, \measuredangle B$ y $\measuredangle C < 90°$

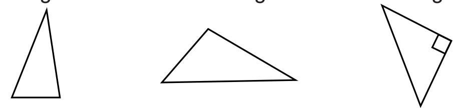
c) Triángulo Rectángulo porque $\measuredangle B = 90°$

(E) Clasifique los triángulos según sus ángulos

a) Triángulo Acutángulo

b) Triángulo Obtusángulo

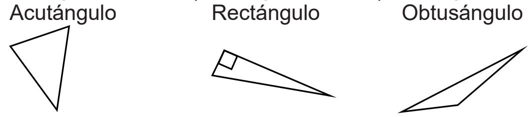
c) Triángulo Rectángulo



d) Triángulo Acutángulo

e) Triángulo Rectángulo

f) Triángulo Obtusángulo



Contenido 1 Círculo y circunferencia

Aprendizajes esperados

Construye círculos y circunferencias utilizando compás.

Secuencia:

En este contenido se retoma lo estudiado en primaria referente a círculo y circunferencia, así como el uso del compás para su trazado. Los elementos aquí estudiados serán retomados en la siguiente unidad.

Puntos esenciales:

Resaltar que circunferencia y círculo son dos conceptos diferentes.

Usar adecuadamente la regla y el compás al trazar circunferencias.

Destacar que el radio y el diámetro de una circunferencia suelen identificarse con sus longitudes.

Señalar que dos o más circunferencias con el mismo centro son llamadas concéntricas.

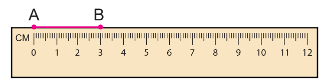
Sección 2: Construcciones con regla y compás

Contenido 1: Círculo y circunferencia

P Dibuje una circunferencia de radio $3\,cm$ utilizando regla y compás.

S

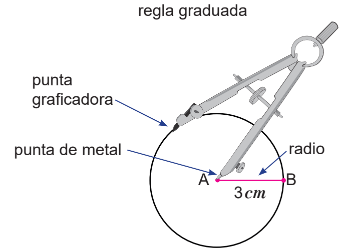
1. Se mide con una regla graduada una distancia igual a $3\,cm$ y se traza el segmento que servirá como un radio de la circunferencia, tal como puede verse en la figura.



regla graduada

2. Se coloca la punta de metal del compás en el punto A, la punta graficadora en B y se hace girar el compás hasta dibujar la circunferencia.

Una circunferencia queda completamente determinada si se conoce su centro y su radio.

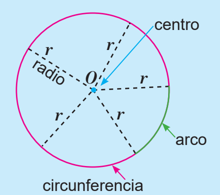


C

Circunferencia: Es un conjunto de puntos de un plano que están a igual distancia (equidistan) de otro punto llamado **centro**. A la región interior y los puntos de la circunferencia se llama **círculo**.

Radio de una circunferencia es el segmento que une el centro con un punto de esta.

Arco: Porción de la circunferencia comprendida entre dos puntos de esta.

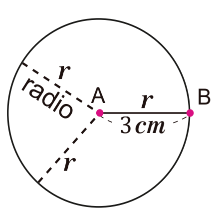


Sección 2: Construcciones con regla y compás

C7: Círculo y Circunferencia

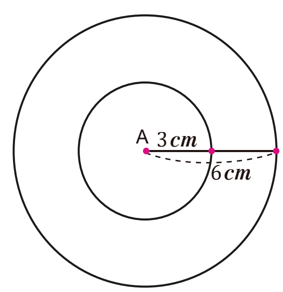
P Dibuje una circunferencia de radio $3\,cm$ utilizando regla y compás,

S



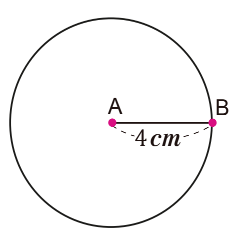
C *Leer la conclusión*

Ej Dibuje una circunferencia de radio $6\,cm$ y centro A, tomando el mismo centro A, dibuje otra circunferencia de radio $3\,cm$

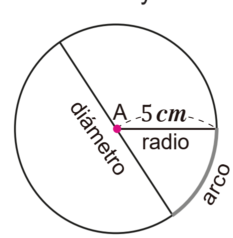


E Dibuje la circunferencia

a) De radio $4\,cm$.



b) De radio $5\,cm$, con centro en un punto A, un radio, un diámetro y un arco.



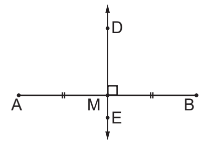
Contenido 2 Definición y construcción de la mediatriz de un segmento

Contenido 2: Definición y construcción de la mediatriz de un segmento

Definición

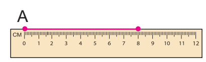
Mediatriz de un segmento: Es la recta perpendicular al segmento que lo divide en dos partes iguales.

$\overleftrightarrow{DE}$ es mediatriz del $\overline{AB}$ si y solo si $\overleftrightarrow{DE} \perp \overline{AB}$ y AM=MB.

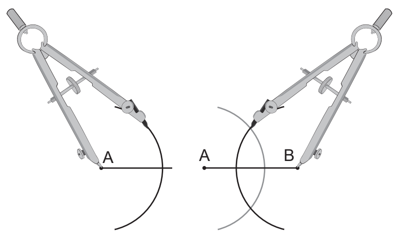


Ejemplo 1 Trace la mediatriz $\overleftrightarrow{l}$ del $\overline{AB}$ de longitud $8\,cm$ usando regla y compás.

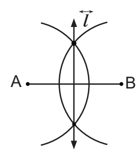
1. Se dibuja con la regla el $\overline{AB}$ de longitud $8\,cm$.



2. Se coloca la punta metálica del compás en el punto A, se abre este con una abertura mayor que la mitad de la longitud del segmento y se traza un arco. Se repite el mismo procedimiento con el punto B. Considerando la misma abertura.



3. Se marcan los puntos de intersección de los dos arcos y se traza la $\overleftrightarrow{l}$ que pasa por estos puntos.
   La $\overleftrightarrow{l}$ es la mediatriz del $\overline{AB}$.



Se usa el transportador para comprobar que la medida del ángulo que forman la $\overleftrightarrow{l}$ y el $\overline{AB}$ es 90°.

Aprendizajes esperados

Construye la mediatriz de un segmento.

Secuencia:

Estudiados los conceptos de círculo y circunferencia, ahora se harán algunas construcciones con regla y compás. Se comienza con la construcción de la mediatriz de un segmento valiéndose de los conceptos de perpendicularidad y punto medio de un segmento.

Puntos esenciales:

Definir la mediatriz de un segmento como la recta perpendicular al segmento en su punto medio.

Señalar que cada segmento tiene exactamente una mediatriz.

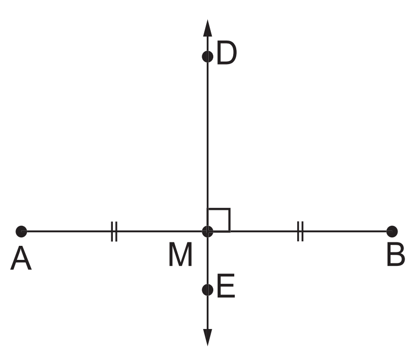
Usar adecuadamente la regla y el compás al trazar la mediatriz de un segmento. Así como también el transportador al comprobar resultados.

Destacar que la mediatriz de un segmento, es el conjunto de todos los puntos del plano que equidistan de los extremos del segmento.

S2: Construcciones con regla y compás
C2: Definición y construcción de mediatriz de un segmento

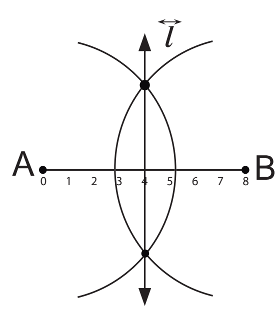
(D) Mediatriz de un segmento: Es la recta perpendicular al segmento que lo divide en dos partes iguales.

$\overleftrightarrow{DE}$ es mediatriz del $\overline{AB}$ si y solo si $\overleftrightarrow{DE} \perp \overline{AB}$ y AM = MB.



(Ej1) Trace la mediatriz $\overleftrightarrow{l}$ del $\overline{AB}$ de longitud $8\,cm$ usando regla y compás.

(S)



(Ej2) *Leer en libro de texto.*

Contenido 2 Definición y construcción de la mediatriz de un segmento

Aprendizajes esperados

Construye la mediatriz de un segmento.

Secuencia:

Estudiados los conceptos de círculo y circunferencia, ahora se harán algunas construcciones con regla y compás. Se comienza con la construcción de la mediatriz de un segmento valiéndose de los conceptos de perpendicularidad y punto medio de un segmento.

Puntos esenciales:

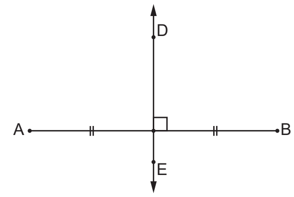
Definir la mediatriz de un segmento como la recta perpendicular al segmento en su punto medio.

Señalar que cada segmento tiene exactamente una mediatriz.

Usar adecuadamente la regla y el compás al trazar la mediatriz de un segmento. Así como también el transportador al comprobar resultados.

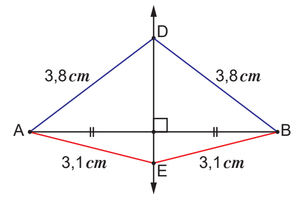
Destacar que la mediatriz de un segmento, es el conjunto de todos los puntos del plano que equidistan de los extremos del segmento.

Ejemplo 2 En el dibujo, la $\overleftrightarrow{DE}$ es mediatriz del $\overline{AB}$. Mida la longitud de $\overline{AD}$ y $\overline{DB}$. Haga lo mismo con $\overline{EA}$ y $\overline{EB}$. ¿Qué puede decir de los resultados obtenidos?



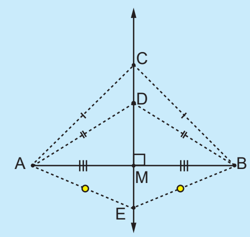
Se mide en la figura las longitudes de $\overline{AD}$ y $\overline{DB}$ y se obtiene que DA=3,8cm y DB=3,8cm. También se constata que EA=3,1cm y EB=3,1cm. Por consiguiente, los puntos D y E equidistan de los extremos del segmento.

Como $\overleftrightarrow{DE}$ es mediatriz del $\overline{AB}$, el punto D está a la misma distancia de A y B; igualmente E equidista de A y B.



C

Todos los puntos de la mediatriz de un segmento **equidistan de sus extremos**.
Según sugiere la figura con los puntos C, D, M y E.



AC=BC

AD=BD

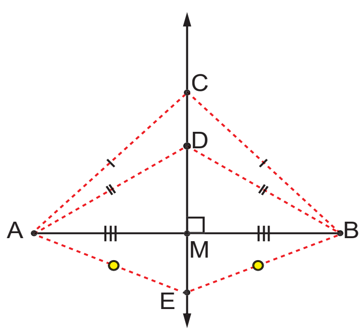
AE=BE

E

a) Trace la mediatriz del $\overline{AB}$ que tiene 6cm de longitud. Use regla y compás.

b) Si el $\overline{CD}$ tiene longitud 7cm trace la mediatriz de este segmento. Ubique un punto E sobre la mediatriz y compruebe que EC y ED son iguales.

C Todos los puntos de la mediatriz de un segmento equidistan de sus extremos.



$AC = BC$

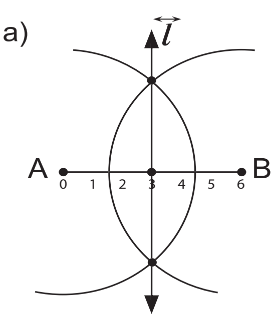
$AD = BD$

$AE = BE$

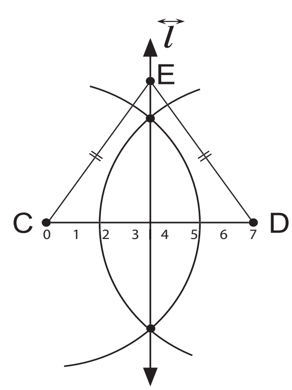
E a) Utilizando regla y compás, trace la mediatriz del segmento $\overline{AB} = 6\ cm$.

b) Si el $\overline{CD}$ tiene longitud $7\ cm$, trace su mediatriz. Ubique un punto E sobre la mediatriz y compruebe que EC y ED son iguales.

a)



b)

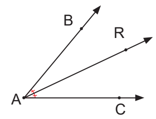


Contenido 3 Definición y construcción de la bisectriz de un ángulo

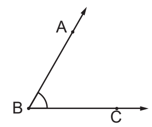
Contenido 3: Definición y construcción de la bisectriz de un ángulo

Definición

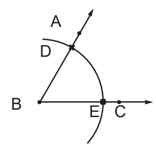
Bisectriz de un ángulo: Es el rayo que teniendo como origen el vértice del ángulo, divide a este en dos ángulos con iguales medidas.



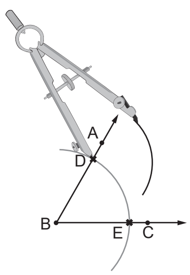
Ejemplo 1 Dibuje la bisectriz del ∠ABC dado en la figura, utilizando regla y compás.

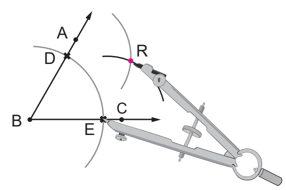


1. Usando una abertura cualquiera del compás, se hace centro en B y se traza un arco que corte los lados del ángulo en dos puntos D y E.

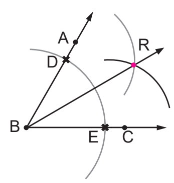


2. Se abre de nuevo el compás, se coloca su punta metálica primero en D y se traza un arco en el interior del ∠ABC; para E se procede igualmente, conservando la misma abertura del compás.





3. Se construye el $\overrightarrow{BR}$, que resulta ser la bisectriz de ∠ABC, según podemos ver en la última figura. Se comprueba con un transportador que las medidas de ∠ABR y ∠RBC son iguales.



Aprendizajes esperados

Construye la bisectriz de un ángulo.

Secuencia:

Siguiendo con las construcciones con regla y compás, en esta clase se construye la bisectriz de un ángulo valiéndose del concepto de rayo.

Puntos esenciales:

Definir la bisectriz de un ángulo como el rayo que tiene por origen el vértice del ángulo y lo divide en dos ángulos con iguales medidas.

Señalar que todo ángulo tiene exactamente una bisectriz.

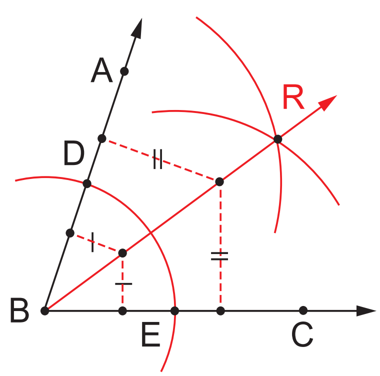
Usar adecuadamente la regla y el compás al trazar la bisectriz de un ángulo. Así como también el transportador al comprobar resultados.

Destacar que la bisectriz de un ángulo, exceptuado su extremo, es el conjunto de todos los puntos del interior del ángulo que equidistan de los lados del ángulo.

C3: Definición y construcción de bisectriz de un ángulo

D Bisectriz de un ángulo: Es el rayo que teniendo como origen el vértice del ángulo, lo divide en dos ángulos con iguales medidas.

Ej1 Utilizando regla y compás, dibuje la bisectriz del $\angle ABC$

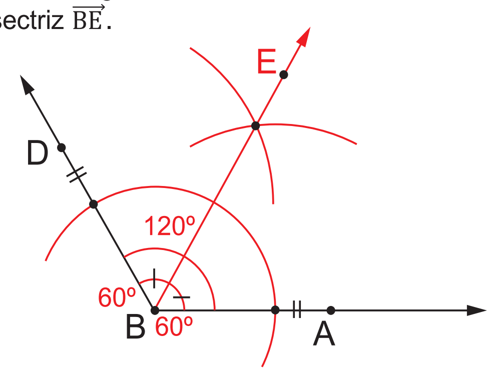


C Todos los puntos de la bisectriz $\overrightarrow{AR}$ del $\angle BAC$, están a igual distancia de $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$.

Ej2 a) *Leer en LT con los estudiantes*

b) Utilizando regla y compás dibuje la bisectriz $\overrightarrow{BE}$ del $\angle ABD$.

c) Mida los ángulos formados al trazar la bisectriz $\overrightarrow{BE}$.



a) $\measuredangle ABD = 120°$

b) (*Vea la figura*)

c) $\measuredangle ABE = 60°$ y $\measuredangle EBA = 60°$

Contenido 3 Definición y construcción de la bisectriz de un ángulo

Aprendizajes esperados

Construye la bisectriz de un ángulo.

Secuencia:

Siguiendo con las construcciones con regla y compás, en esta clase se construye la bisectriz de un ángulo valiéndose del concepto de rayo.

Puntos esenciales:

Definir la bisectriz de un ángulo como el rayo que tiene por origen el vértice del ángulo y lo divide en dos ángulos con iguales medidas.

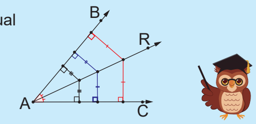
Señalar que todo ángulo tiene exactamente una bisectriz.

Usar adecuadamente la regla y el compás al trazar la bisectriz de un ángulo. Así como también el transportador al comprobar resultados.

Destacar que la bisectriz de un ángulo, exceptuado su extremo, es el conjunto de todos los puntos del interior del ángulo que equidistan de los lados del ángulo.

C

Todos los puntos de la bisectriz $\overrightarrow{AR}$ del $\angle BAC$, están a igual distancia de $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$

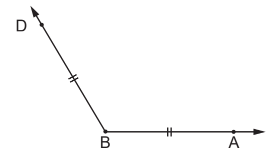


Ejemplo 2 En la siguiente figura de la derecha

a) Determine $\measuredangle ABD$.

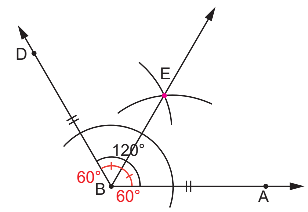
b) Dibuje la bisectriz $\overrightarrow{BE}$ del $\angle ABD$ utilizando regla y compás.

c) Determine las medidas de los ángulos que se forman al trazar la bisectriz $\overrightarrow{BE}$.



a) Usando el transportador: $\measuredangle ABD = 120°$.

b)

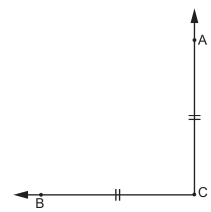


c) Usando el transportador se verifica que $\angle ABE$ y $\angle DBE$ tienen la misma medida, es decir, $\measuredangle ABE = 60°$ y $\measuredangle EBD = 60°$.

E

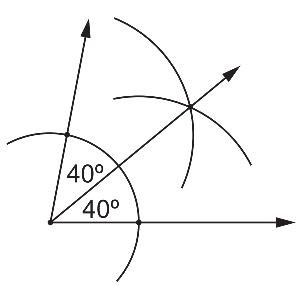
1. Dibuje un ángulo de 80° y trace su bisectriz utilizando regla, compás y transportador.

2. En la figura de la derecha:
   a) Determine $\measuredangle BCA$.
   b) Dibuje la bisectriz $\overrightarrow{CD}$ del $\angle BCA$.
   c) Determine la medida de los dos ángulos que se forman al trazar la bisectriz $\overrightarrow{CD}$.

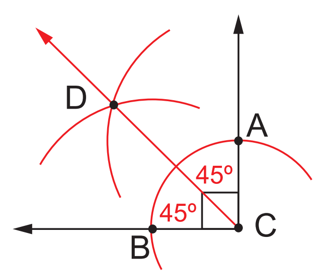


141

E 1. Dibuje un ángulo de $80°$ y trace su bisectriz utilizando regla, compás y transportador.



2. En la figura:
   a) Determine $\measuredangle \mathrm{BCA}$.
   b) Dibuje la bisectriz $\overrightarrow{\mathrm{CD}}$ del $\angle \mathrm{BCA}$.
   c) Determine la medida de los dos ángulos que se forman al trazar la bisectriz $\overrightarrow{\mathrm{CD}}$.



a) El $\measuredangle \mathrm{BCA} = 90°$

b) (*Vea la figura*)

c) $\measuredangle \mathrm{DCB} = 45°$ y $\measuredangle \mathrm{ACD} = 45°$

Contenido **4**
Construcción de triángulos conociendo sus lados

Unidad 6: Introducción a la Geometría

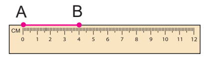
Contenido 4: Construcción de triángulos conociendo sus lados

P

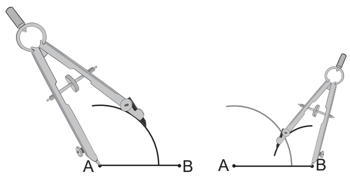
Utilizando regla y compás, dibuje un ΔABC cuyos lados midan $AB=4\,cm$, $BC=2\,cm$ y $AC=3\,cm$.

S

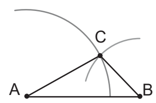
1. Se traza uno de los segmentos como base, en este caso el $\overline{AB}$ que mide $4\,cm$.



2. Tomando el centro en A, se traza un arco de radio $3\,cm$ sobre el $\overline{AB}$ y después eligiendo B como centro, se traza un arco de radio de $2\,cm$.
3. El punto común de los dos arcos proporciona el tercer vértice, que se denota con C.



4. Se unen los extremos A y B con C para formar el triángulo.

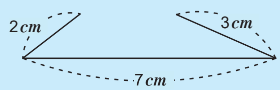


Se observa que:
$AC < AB+BC$ $(3<4+2)$, $BC<AC+AB$ $(2<3+4)$ y $AB < BC+AC$ $(4<2+3)$.

C

Para construir un triángulo debe cumplirse la condición de que la longitud de uno de sus lados sea menor que la suma de las longitudes de los otros dos.

En la figura no se puede formar un triángulo porque 7 no es menor que $2+3$.

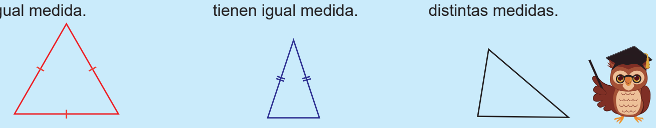


✓ Según la medida de sus lados, los triángulos se clasifican en:

Triángulo equilátero: Tiene sus tres lados con igual medida.

Triángulo isósceles: Dos de sus lados tienen igual medida.

Triángulo escaleno: Sus tres lados tienen distintas medidas.



Aprendizajes esperados

Construye triángulos conociendo sus lados.

Secuencia:

En la clase anterior se construyó la bisectriz de un ángulo. Aquí se construyen triángulos a partir de las medidas de sus lados y se recuerda la clasificación de triángulos según las medidas de sus lados estudiada en primaria.

Puntos esenciales:

Indicar que para que tres medidas dadas sean las longitudes de los lados de un triángulo debe cumplirse que la suma de dos cualesquiera de ellas sea mayor que la tercera. Esta condición es llamada la desigualdad del triángulo.

Usar adecuadamente la regla y el compás al trazar un triángulo.

Hacer uso de la percepción visual o de la regla milimetrada para clasificar correctamente triángulos de acuerdo a la medida de sus lados.

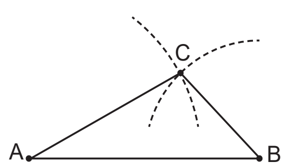
Destacar que todo triángulo equilátero es isósceles y acutángulo.

Notar que las medidas de los ángulos interiores de un triángulo equilátero son iguales a 60°.

C4: Construcción de triángulos conociendo sus lados

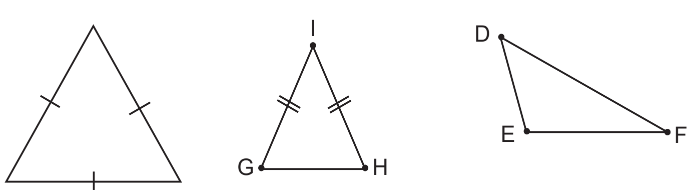
P Dibuje un ΔABC cuyos lados midan $AB=4\,cm$, $BC=2\,cm$ y $AC=3\,cm$.

S Se observa que:
$AC < AB+BC$
$BC < AC+AB$
$AB < BC+AC$



C La medida de cada lado de un triángulo es menor que la suma de las medidas de los otros dos.
Los triángulos se clasifican en:

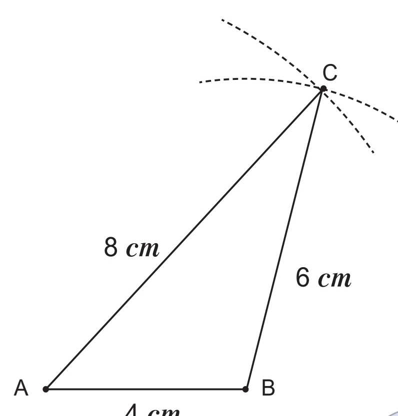
Equilátero	Isósceles	Escalenos
(3 lados iguales)	(2 lados iguales)	(3 lados desiguales)



Ej *Leer en el libro de texto.*

E Construya los siguientes triángulos:

a) ΔABC cuyos lados miden $AB=4\,cm$, $BC=6\,cm$ y $AC=8\,cm$.



Contenido 4 Construcción de triángulos conociendo sus lados

Aprendizajes esperados

Construye triángulos conociendo sus lados.

Secuencia:

En la clase anterior se construyó la bisectriz de un ángulo. Aquí se construyen triángulos a partir de las medidas de sus lados y se recuerda la clasificación de triángulos según las medidas de sus lados estudiada en primaria.

Puntos esenciales:

Indicar que para que tres medidas dadas sean las longitudes de los lados de un triángulo debe cumplirse que la suma de dos cualesquiera de ellas sea mayor que la tercera. Esta condición es llamada la desigualdad del triángulo.

Usar adecuadamente la regla y el compás al trazar un triángulo.

Hacer uso de la percepción visual o de la regla milimetrada para clasificar correctamente triángulos de acuerdo a la medida de sus lados.

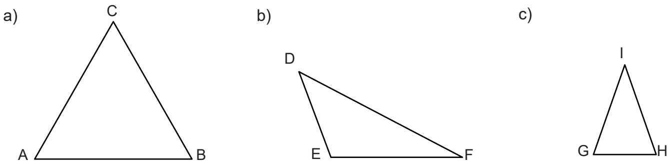
Destacar que todo triángulo equilátero es isósceles y acutángulo.

Notar que las medidas de los ángulos interiores de un triángulo equilátero son iguales a 60°.

Sección 2: Construcciones con regla y compás

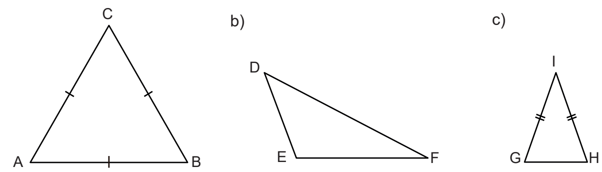
Ejemplo Clasifique los triángulos en equilátero, isósceles o escaleno y justifique.

a) b) c)



Se utiliza una regla para medir los lados de los triángulos:

a) b) c)



El ΔABC es equilátero porque tiene 3 lados con la misma medida.

El ΔDEF es escaleno porque posee 3 lados con medidas desiguales.

El ΔGHI es isósceles porque tiene 2 lados con la misma medida.

E

Construya los siguientes triángulos utilizando regla y compás:

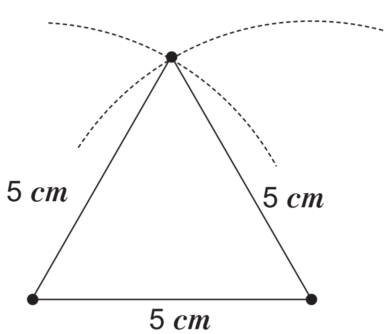
a) El ΔABC cuyos lados miden $AB = 4\,cm$, $BC = 6\,cm$ y $AC = 8\,cm$.

b) El triángulo cuyos lados miden $5\,cm$ cada uno y clasifíquelo según la medida de sus lados.

c) El ΔABC con $AB = 4\,cm$, $BC = 5\,cm$ y $AC = 4\,cm$. Clasifíquelo según la medida de sus lados.

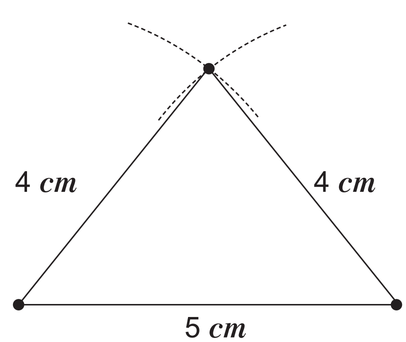
143

b) El triángulo cuyos lados miden $5\,cm$ cada uno y clasifíquelo.



Es un triángulo equilátero.

c) ΔABC en donde $AB = 4\,cm$, $BC = 5\,cm$ y $AC = 4\,cm$ y clasifíquelo.



Es un triángulo isósceles.

Contenido 5 Transformación de figuras: traslación, rotación y reflexión

Contenido 5: Transformación de figuras (traslación, rotación y reflexión)

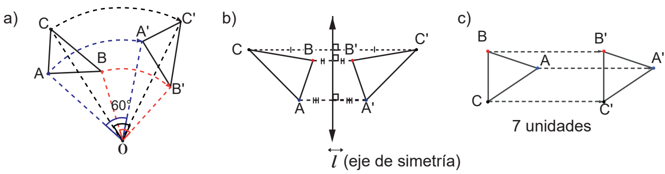
Definición

Las transformaciones o movimientos de una figura que no alteran su forma y tamaño son las siguientes:

- ✔ **Rotación**: Es el giro de una figura plana alrededor de un punto llamado centro de rotación y a lo largo de un ángulo de giro.
- ✔ **Reflexión:** Es invertir la posición de una figura con respecto a una recta llamada eje de simetría.
- ✔ **Traslación:** Es mover una figura geométrica una distancia dada y en un sentido determinado.

P

En los siguientes incisos, clasifique los siguientes movimientos como rotación, reflexión o traslación.



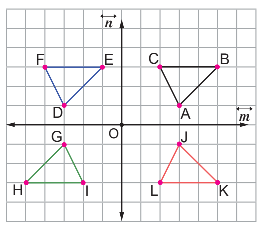
S

a) Se realiza **una rotación** porque el ΔABC se rota un ángulo de 60° alrededor del punto O. El triángulo obtenido es el $\Delta A'B'C'$, de igual forma y tamaño que el original.

b) Se realiza **una reflexión** porque el ΔABC se invierte a través de la $\overleftrightarrow{l}$, en la figura el $\Delta A'B'C'$ es el reflejo del ΔABC respecto de la $\overleftrightarrow{l}$.

c) Se realiza **una traslación** del ΔABC, porque la figura geométrica se mueve horizontalmente a la derecha una distancia de 7 unidades.

Ejemplo Identifique en la figura el tipo de movimiento que se aplicó al ΔABC para obtener ΔDEF, ΔGHI y ΔJKL.



Aprendizajes esperados

Reconoce transformaciones de figuras geométricas : traslación, rotación y reflexión.

Secuencia:

Estudiadas algunas construcciones con regla y compás, se sigue con el estudio de las transformaciones rígidas de figuras geométricas.

Las transformaciones: traslación, rotación y reflexión serán utilizadas en el análisis gráfico de funciones en los siguientes grados.

Puntos esenciales:

Definir cada una de las transformaciones o movimientos rígidos en el plano.

Hacer uso de la percepción visual al identificar la transformación o movimiento que se ha aplicado a cierta figura geométrica.

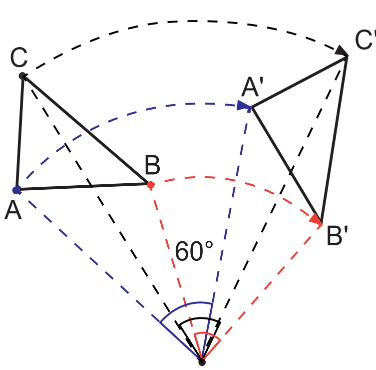
Usar cuadrícula para facilitar la representación gráfica de cada uno de estos movimientos rígidos.

C5: Transformación de figuras: traslación rotación y reflexión

(D) Las transformaciones o movimientos de una figura que no alteran su forma y tamaño son: rotación, reflexión y traslación.

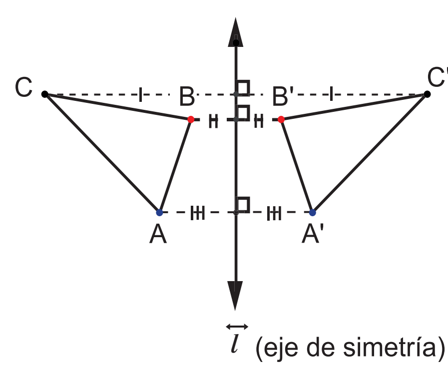
(P) Clasifique los movimientos como rotación, reflexión y traslación.

(S) a)



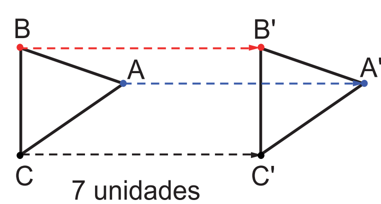
Rotación

b)



Reflexión

c)



Traslación

Contenido 5 Transformación de figuras: traslación, rotación y reflexión

Aprendizajes esperados

Reconoce transformaciones de figuras geométricas : traslación, rotación y reflexión.

Secuencia:

Estudiadas algunas construcciones con regla y compás, se sigue con el estudio de las transformaciones rígidas de figuras geométricas.

Las transformaciones: traslación, rotación y reflexión serán utilizadas en el análisis gráfico de funciones en los siguientes grados.

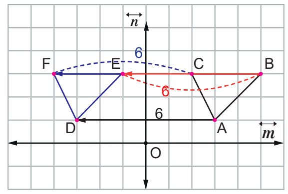
Puntos esenciales:

Definir cada una de las transformaciones o movimientos rígidos en el plano.

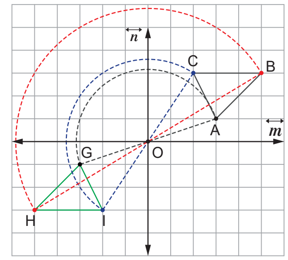
Hacer uso de la percepción visual al identificar la transformación o movimiento que se ha aplicado a cierta figura geométrica.

Usar cuadrícula para facilitar la representación gráfica de cada uno de estos movimientos rígidos.

El ΔDEF resulta de una **traslación** horizontal del ΔABC porque la figura se movió una distancia de 6 unidades hacia la izquierda.

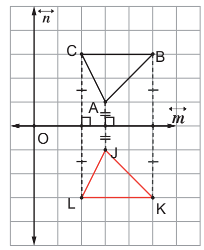


El ΔGHI se obtiene a partir de una **rotación** aplicada al ΔABC alrededor del punto O.



Se observa en la figura que el ángulo de rotación es de 180°.

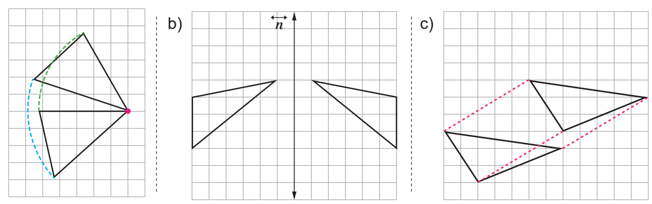
El ΔJKL se obtiene de una **reflexión** del ΔABC respecto de la $\overleftrightarrow{m}$.



E

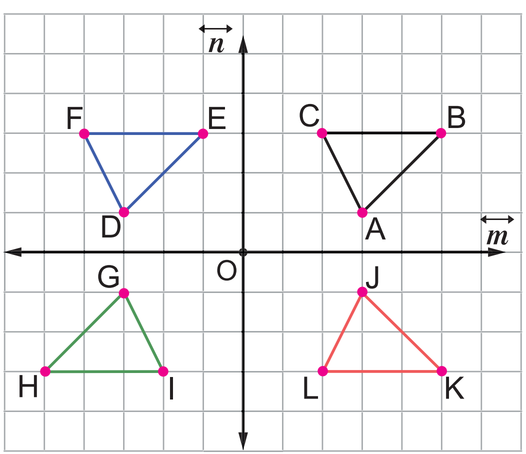
Clasifique los siguientes movimientos como rotación, traslación o reflexión:

a) b) c)



Ej Identifique el tipo de movimiento que se aplicó al ΔABC para obtener ΔDEF, ΔGHI y ΔJKL.

(Orientar a los estudiantes que dibujen las figuras utilizando las cuadriculas en sus cuadernos.)



El ΔDEF : una traslación, porque la figura se movió una distancia hacia la izquierda.

El ΔGHI : una rotación, porque se movió alrededor del punto O.

El ΔJKL : una reflexión a través de la recta $\overleftrightarrow{m}$.

E Clasifique los siguientes movimientos:

S a) Rotación

b) Reflexión

c) Traslación

Prueba de Matemática 7mo (30min) **Fecha:_______**

Unidad 6: Introducción a la Geometría

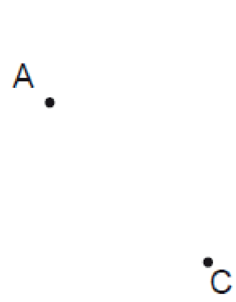
Nombre:________________________________ **Sección:____________**

Sexo: M / F

/20

1. Dado los siguientes puntos dibuje según se indique: (1 punto $\times$ 3 $=$ 3)

   a) $\overleftrightarrow{AB}$
   b) $\overrightarrow{CA}$
   c) $\overline{BC}$

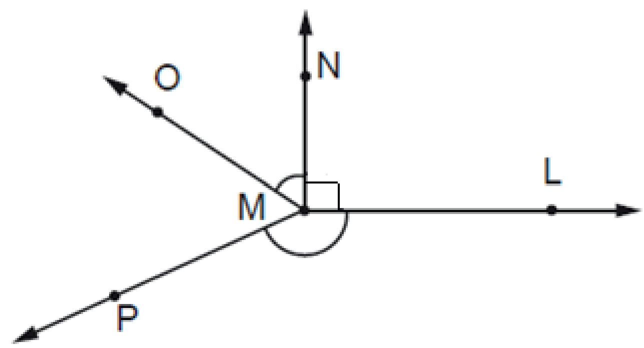


2. En la siguiente figura clasifique los ángulos según su medida. (1 punto $\times$ 3 $=$ 3)

   a) $\angle$LMN:__________________

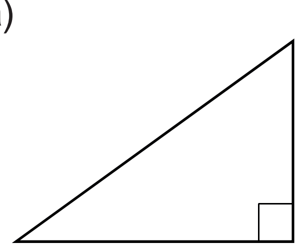
   b) $\angle$NMO:__________________

   c) $\angle$LMP:__________________

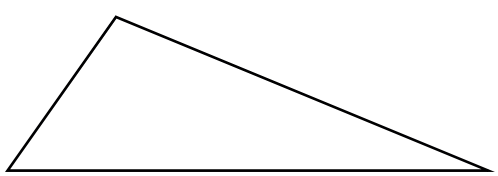


3. Clasifique los siguientes triángulos según la medida de sus ángulos: (1 punto $\times$ 3 $=$ 3)

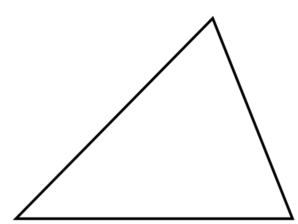
a)



b)



c)

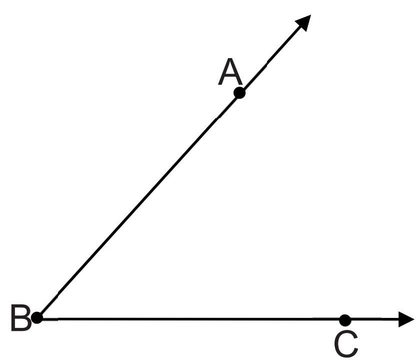


____________________ ________________________ __________________

4. Utilizando regla y compás, dibuje una circunferencia de radio de 2 cm. (2 puntos)

5. Usando regla y compás trace la mediatriz del $\overline{AB}$. (3 puntos)

6. Trace la bisectriz del $\angle ABC$ dado en la figura, utilizando regla y compás. (3 puntos)



7. Dibuje un triángulo cuyos lados midan 5 cm cada uno. ¿Qué nombre recibe el triángulo según sus lados? (3 punto)

Nombre:________________________________

Unidad 7

Medidas de Figuras Geométricas

Contenido 1 Cuadriláteros y sus características

Aprendizajes esperados

Clasifica los cuadriláteros según sus características.

Secuencia:

Esta unidad complementa a la anterior y es la base para la resolución de problemas de aplicación que involucren perímetro o área de figuras geométricas en los siguientes grados.

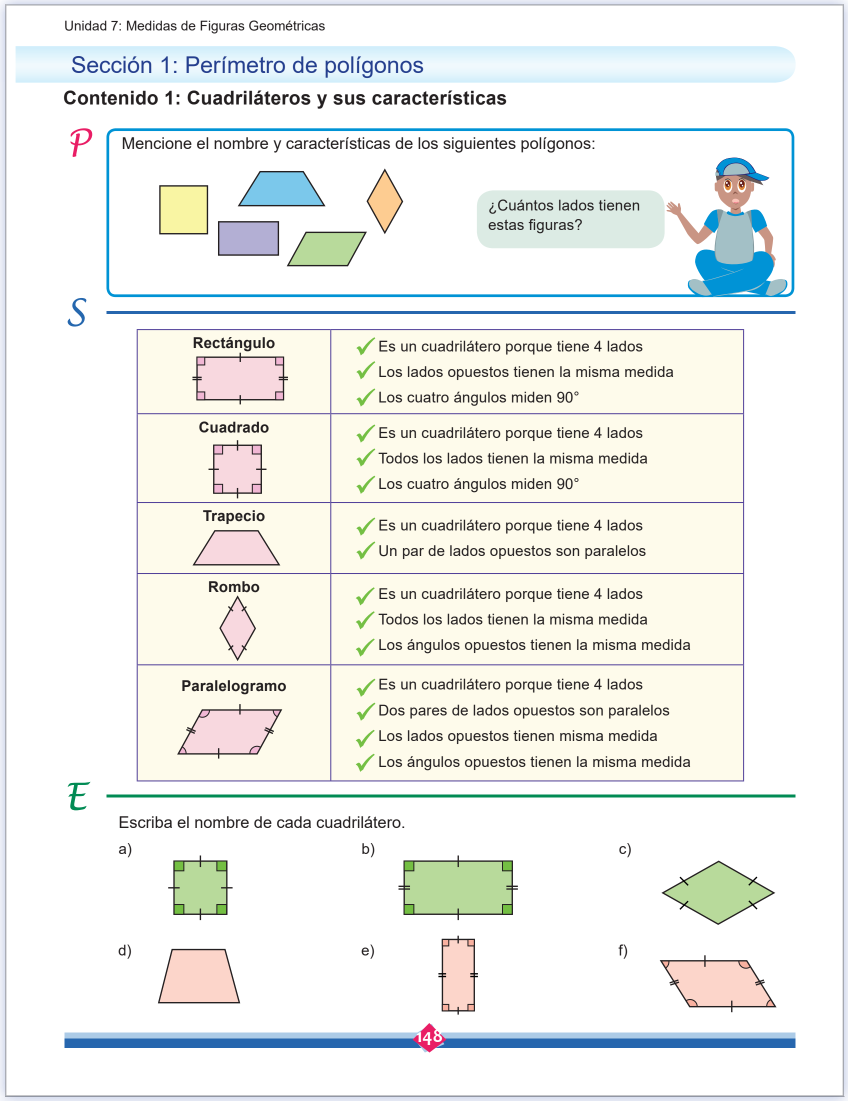
Se comienza con el estudio de los cuadriláteros y su clasificación.

Puntos esenciales:

Recordar que:

- ✓ Un cuadrilátero es una figura geométrica que tiene 4 lados que se intersecan solamente en sus extremos.
- ✓ Un paralelogramo es un cuadrilátero en el cual ambos pares de lados opuestos son paralelos.
- ✓ Un trapecio es un cuadrilátero que tiene un par de lados paralelos.
- ✓ Un rombo es un cuadrilátero cuyos lados y los ángulos opuestos tienen la misma medida.

Reconocer dichas características en cada uno de los cuadriláteros dados y clasificarlos en función de las medidas de sus lados y ángulos.


Unidad 7: Medidas de Figuras Geométricas

Sección 1: Perímetro de polígonos

Contenido 1: Cuadriláteros y sus características

P Mencione el nombre y características de los siguientes polígonos:

¿Cuántos lados tienen estas figuras?

S

Rectángulo	✓ Es un cuadrilátero porque tiene 4 lados ✓ Los lados opuestos tienen la misma medida ✓ Los cuatro ángulos miden 90°
Cuadrado	✓ Es un cuadrilátero porque tiene 4 lados ✓ Todos los lados tienen la misma medida ✓ Los cuatro ángulos miden 90°
Trapecio	✓ Es un cuadrilátero porque tiene 4 lados ✓ Un par de lados opuestos son paralelos
Rombo	✓ Es un cuadrilátero porque tiene 4 lados ✓ Todos los lados tienen la misma medida ✓ Los ángulos opuestos tienen la misma medida
Paralelogramo	✓ Es un cuadrilátero porque tiene 4 lados ✓ Dos pares de lados opuestos son paralelos ✓ Los lados opuestos tienen misma medida ✓ Los ángulos opuestos tienen la misma medida

E Escriba el nombre de cada cuadrilátero.

a) b) c)

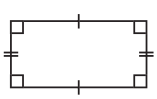
d) e) f)

148

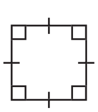
S1: Perímetro de polígonos
C1: Cuadriláteros y sus características

(P) Mencione el nombre y características de los siguientes polígonos:

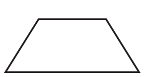
(S)



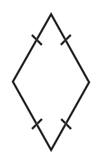
Rectángulo
-Es un cuadrilátero
-Los lados opuestos tienen la misma medida
-Los 4 ángulos miden 90 °.



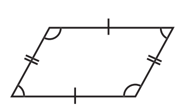
Cuadrado
-Es un cuadrilátero
-Todos los lados tienen la misma medida
-Los 4 ángulos miden 90°.



Trapecio
-Es un cuadrilátero
-Un par de lados opuestos son paralelos

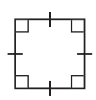


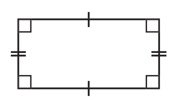
Rombo
-Es un cuadrilátero
-Todos los lados tienen la misma medida
-Los ángulos opuestos tienen la misma medida
-Dos pares de lados opuestos son paralelos

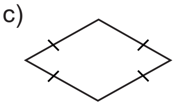


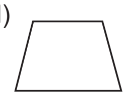
Paralelogramo
-Los lados opuestos tienen misma medida
-Los ángulos opuestos tienen la misma medida

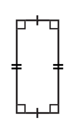
(E) Escriba el nombre de cada cuadrilátero.

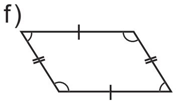
a) 
Cuadrado

b) 
Rectángulo

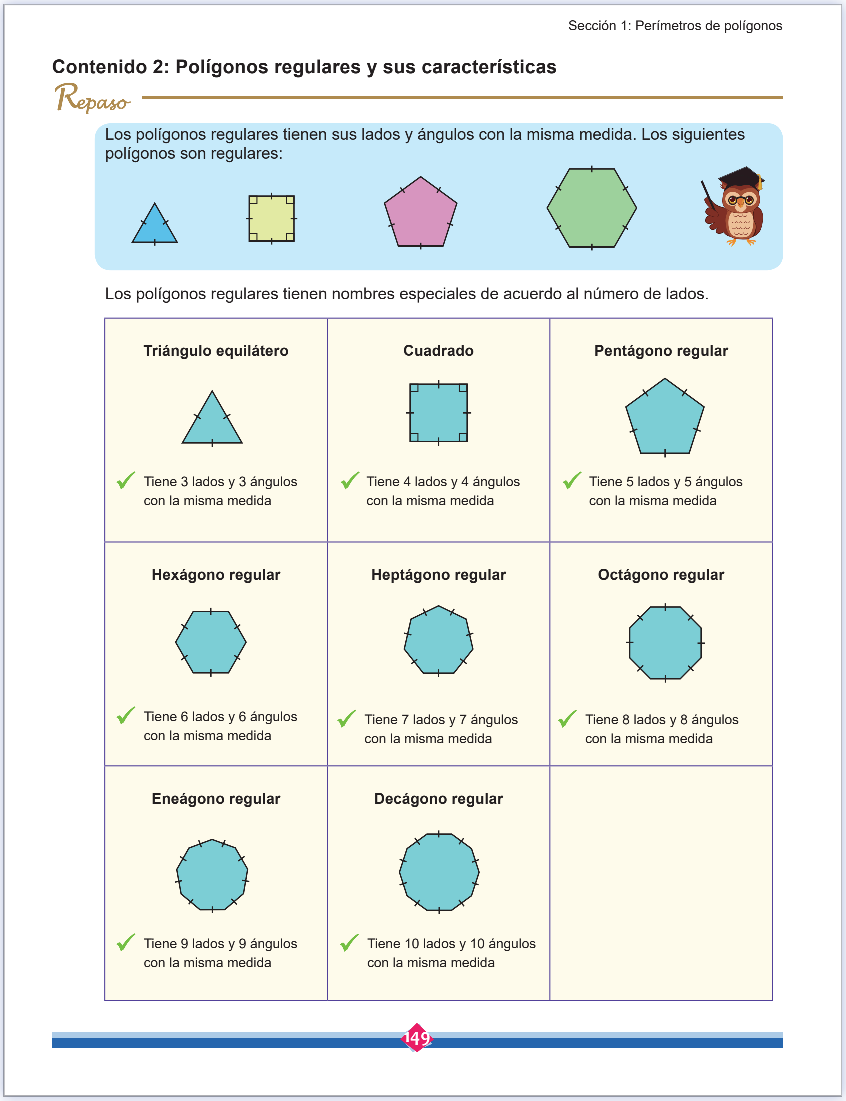
c) 
Rombo

d) 
Trapecio

e) 
Rectángulo

f) 
Paralelogramo

Contenido 2 Polígonos regulares y sus características


Sección 1: Perímetros de polígonos

Contenido 2: Polígonos regulares y sus características

Repaso

Los polígonos regulares tienen sus lados y ángulos con la misma medida. Los siguientes polígonos son regulares:

Los polígonos regulares tienen nombres especiales de acuerdo al número de lados.

Triángulo equilátero ✓ Tiene 3 lados y 3 ángulos con la misma medida	**Cuadrado** ✓ Tiene 4 lados y 4 ángulos con la misma medida	**Pentágono regular** ✓ Tiene 5 lados y 5 ángulos con la misma medida
Hexágono regular ✓ Tiene 6 lados y 6 ángulos con la misma medida	**Heptágono regular** ✓ Tiene 7 lados y 7 ángulos con la misma medida	**Octágono regular** ✓ Tiene 8 lados y 8 ángulos con la misma medida
Eneágono regular ✓ Tiene 9 lados y 9 ángulos con la misma medida	**Decágono regular** ✓ Tiene 10 lados y 10 ángulos con la misma medida	

149

Aprendizajes esperados

Clasifica los polígonos regulares según el número de lados.

Secuencia:

En la clase anterior se recordó la clasificación de los cuadriláteros. Ahora se estudian los polígonos regulares y sus características.

Este contenido será muy útil en las unidades de geometría de octavo y noveno grado, por lo que se debe asegurar que los estudiantes se apropien del mismo.

Puntos esenciales:

Recordar que un polígono:

- ✓ Es una figura formada por la reunión de varios segmentos de manera que no se crucen y solamente se toquen en sus extremos.
- ✓ Es regular si todos sus lados y ángulos tienen la misma medida.

Destacar que el triángulo equilátero y el cuadrado son polígonos regulares.

Notar que los polígonos regulares se nombran de acuerdo al número de lados.

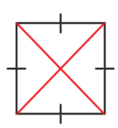
Trazar las diagonales de un polígono regular recordando que una diagonal de un polígono es un segmento que une dos vértices no consecutivos.

C2: Polígonos regulares y sus características

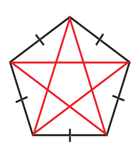
R Repaso

Leer LT con los estudiantes y repasar el nombre, número de lados y ángulos de los polígonos regulares.

Ej ¿Cuántas diagonales tienen los siguientes polígonos regulares? Trace sus diagonales y diga cuántas son.

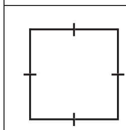
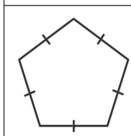
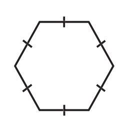
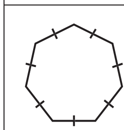
a)


Tiene 4 lados, 4 ángulos rectos y 2 diagonales. Es un cuadrado.

b)


Tiene 5 lados, 5 ángulos de igual medida y 5 diagonales. Es un pentágono.

E Escriba la información solicitada.

Polígono	Nombre	Número de lados	Número de ángulos	Número de diagonales
	Cuadrado	4	4	2
	Pentágono regular	5	5	5
	Hexágono regular	6	6	9
	Heptágono regular	7	7	14

Contenido 3 Perímetro de triángulos y cuadriláteros

Aprendizajes esperados

Determina el perímetro de triángulos y cuadriláteros.

Secuencia:

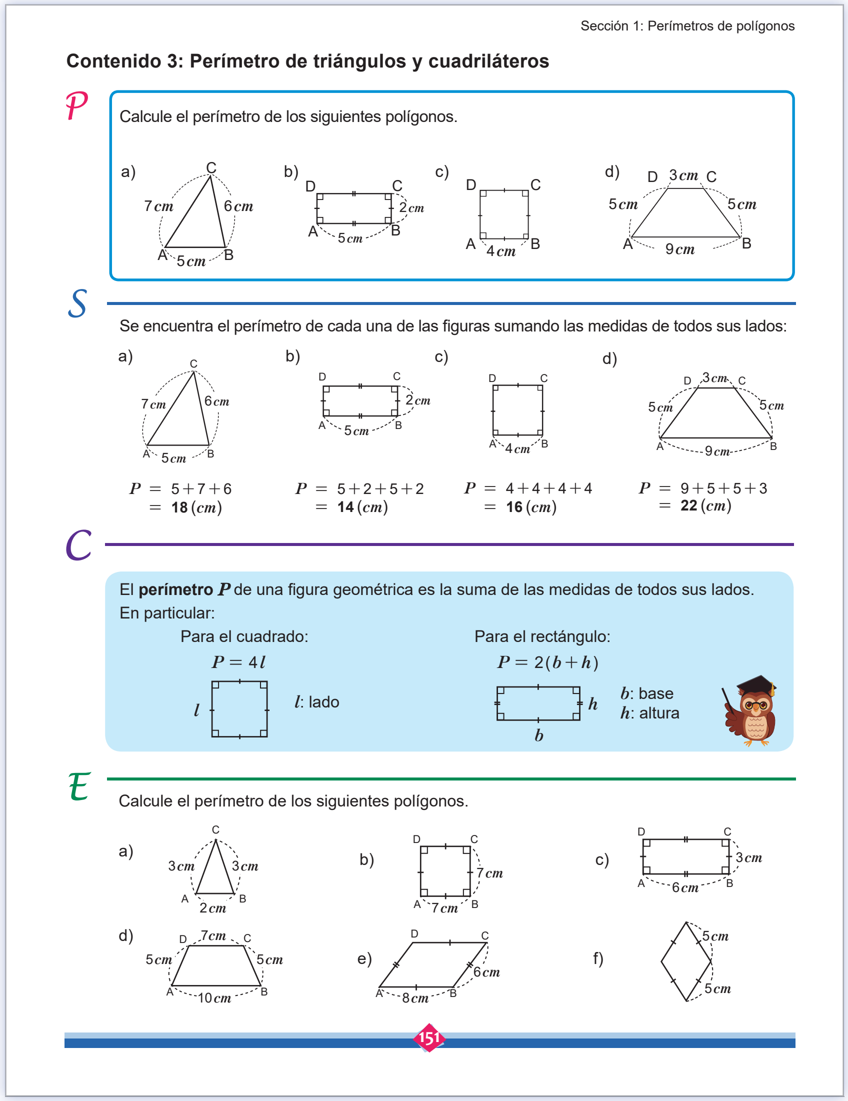
En clases anteriores se estudiaron características esenciales de los triángulos y los cuadriláteros. En este contenido se calcula el perímetro de triángulos y cuadriláteros y se presenta la notación a utilizar.

Puntos esenciales:

Recordar que:

- ✔ Un rectángulo es un paralelogramo cuyos ángulos son todos rectos.
- ✔ Un cuadrado es un rectángulo cuyos lados tienen la misma medida.
- ✔ El perímetro de un polígono es la suma de las longitudes de los lados.

Establecer las fórmulas del perímetro de un cuadrado y de un rectángulo a partir de sus características.


Sección 1: Perímetros de polígonos

Contenido 3: Perímetro de triángulos y cuadriláteros

P Calcule el perímetro de los siguientes polígonos.

a) b) c) d)

S Se encuentra el perímetro de cada una de las figuras sumando las medidas de todos sus lados:

a) $P = 5+7+6 = \mathbf{18}\ (cm)$

b) $P = 5+2+5+2 = \mathbf{14}\ (cm)$

c) $P = 4+4+4+4 = \mathbf{16}\ (cm)$

d) $P = 9+5+5+3 = \mathbf{22}\ (cm)$

C El **perímetro** P de una figura geométrica es la suma de las medidas de todos sus lados. En particular:

Para el cuadrado: $P = 4l$ — l: lado

Para el rectángulo: $P = 2(b+h)$ — b: base, h: altura

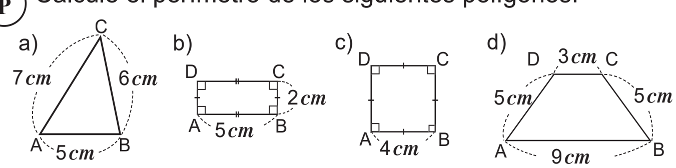
E Calcule el perímetro de los siguientes polígonos.

a) b) c) d) e) f)

151

C3: Perímetro de triángulos y cuadriláteros

(P) Calcule el perímetro de los siguientes polígonos:



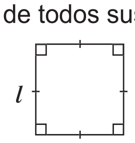
(S) a) $P = 5+7+6$
$= 18\ (cm)$

b) $P = 5+2+5+2$
$= 14\ (cm)$

c) $P = 4+4+4+4$
$= 16\ (cm)$

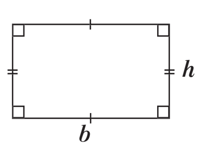
d) $P = 9+5+5+3$
$= 22\ (cm)$

(C) El perímetro P de una figura es la suma de las medidas de todos sus lados



l: lado

$P = 4l$



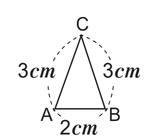
b: base

h: altura

$P = 2(b+h)$

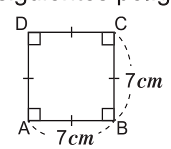
(E) Calcule el perímetro de las siguientes polígonos.

a)



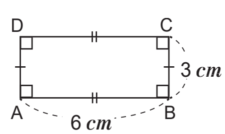
$P = 2+3+3$
$= 8\ (cm)$

b)



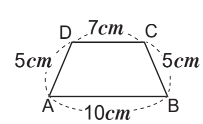
$P = (4)(7)$
$= 28\ (cm)$

c)



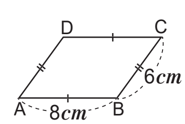
$P = 2(6+3)$
$= 18\ (cm)$

d)



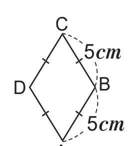
$P = 10+5+7+5$
$= 27\ (cm)$

e)



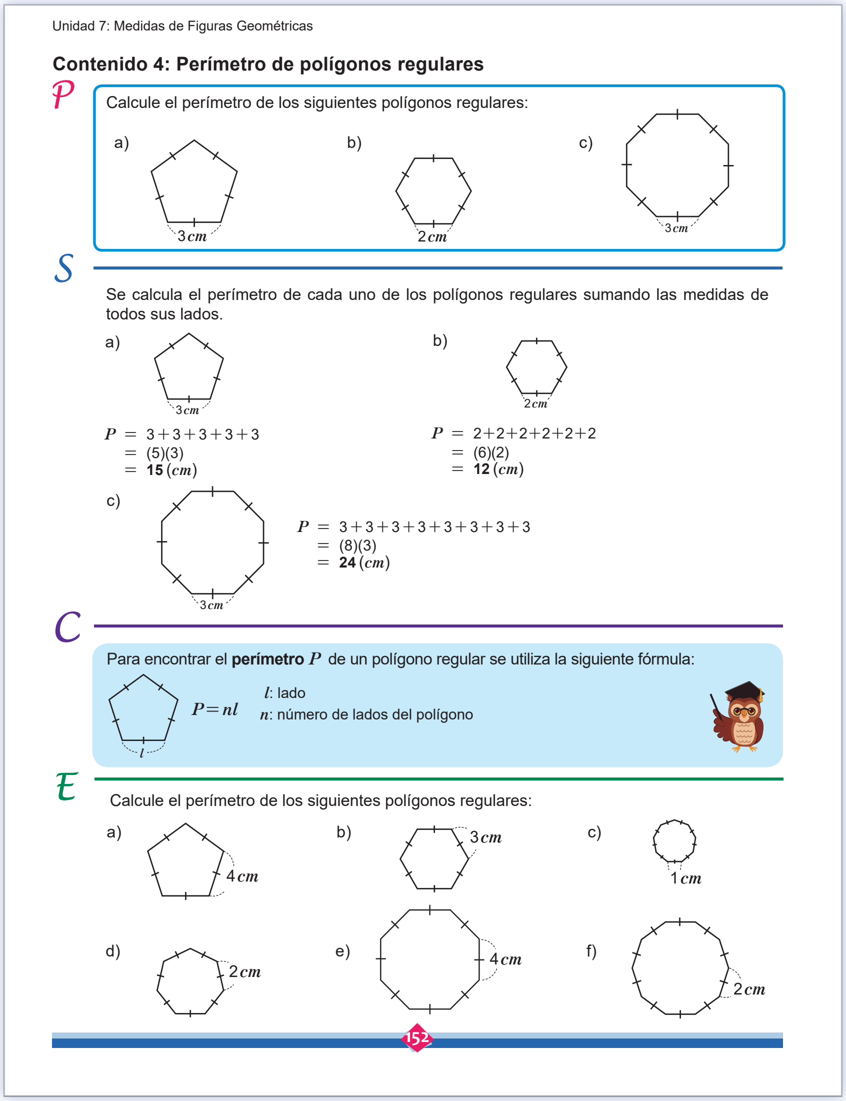
$P = 2(8+6)$
$= 28\ (cm)$

f)



$P = (4)(5)$
$= 20\ (cm)$

Contenido 4 Perímetro de polígonos regulares



Unidad 7: Medidas de Figuras Geométricas

Contenido 4: Perímetro de polígonos regulares

P

Calcule el perímetro de los siguientes polígonos regulares:

a) 3 cm b) 2 cm c) 3 cm

S

Se calcula el perímetro de cada uno de los polígonos regulares sumando las medidas de todos sus lados.

a) 3 cm

$P = 3+3+3+3+3$
$= (5)(3)$
$= \mathbf{15}\ (cm)$

b) 2 cm

$P = 2+2+2+2+2+2$
$= (6)(2)$
$= \mathbf{12}\ (cm)$

c) 3 cm

$P = 3+3+3+3+3+3+3+3$
$= (8)(3)$
$= \mathbf{24}\ (cm)$

C

Para encontrar el **perímetro** P de un polígono regular se utiliza la siguiente fórmula:

$P = nl$

l: lado
n: número de lados del polígono

E

Calcule el perímetro de los siguientes polígonos regulares:

a) 4 cm b) 3 cm c) 1 cm
d) 2 cm e) 4 cm f) 2 cm

152

Aprendizajes esperados

Determina el perímetro de polígonos regulares.

Secuencia:

Continuando con el cálculo de perímetro de una figura geométrica aquí se estudia el perímetro de polígonos regulares.

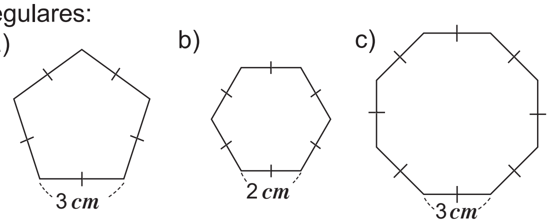
Puntos esenciales:

Recordar la definición de perímetro y de polígono regular.

Establecer la fórmula del perímetro de un polígono regular a partir de su definición.

C4: Perímetro de polígonos regulares

(P) Calcule el perímetro de los siguientes polígonos regulares:



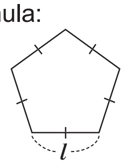
(S)

a) $P = 3+3+3+3+3$
$= (5)(3)$
$= 15\ (\boldsymbol{cm})$

b) $P = 2+2+2+2+2+2$
$= (6)(2)$
$= 12\ (\boldsymbol{cm})$

c) $P = 3+3+3+3+3+3+3+3$
$= (8)(3)$
$= 24\ (\boldsymbol{cm})$

(C) El perímetro P de un polígono regular se calcula utilizando la fórmula:



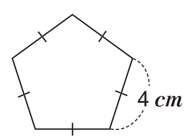
$P = nl$

l: lado del polígono

n: número de lados del polígono

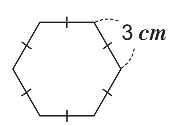
(E) Calcule el perímetro de las siguientes figuras:

a)



$P = (5)(4)$
$= 20\ (\boldsymbol{cm})$

b)



$P = (6)(3)$
$= 18\ (\boldsymbol{cm})$

c) $P = (9)(1)$
$= 9\ (\boldsymbol{cm})$

d) $P = (7)(2)$
$= 14(\boldsymbol{cm})$

e) $P = (8)(4)$
$= 32\ (\boldsymbol{cm})$

f) $P = (10)(2)$
$= 20\ (\boldsymbol{cm})$

Contenido 1 Área del cuadrado y del rectángulo

Aprendizajes esperados

Determina el área del cuadrado y del rectángulo.

Secuencia:

En las clases anteriores se estudió el cálculo del perímetro de una figura geométrica. Aquí se estudia el cálculo del área del cuadrado y del rectángulo.

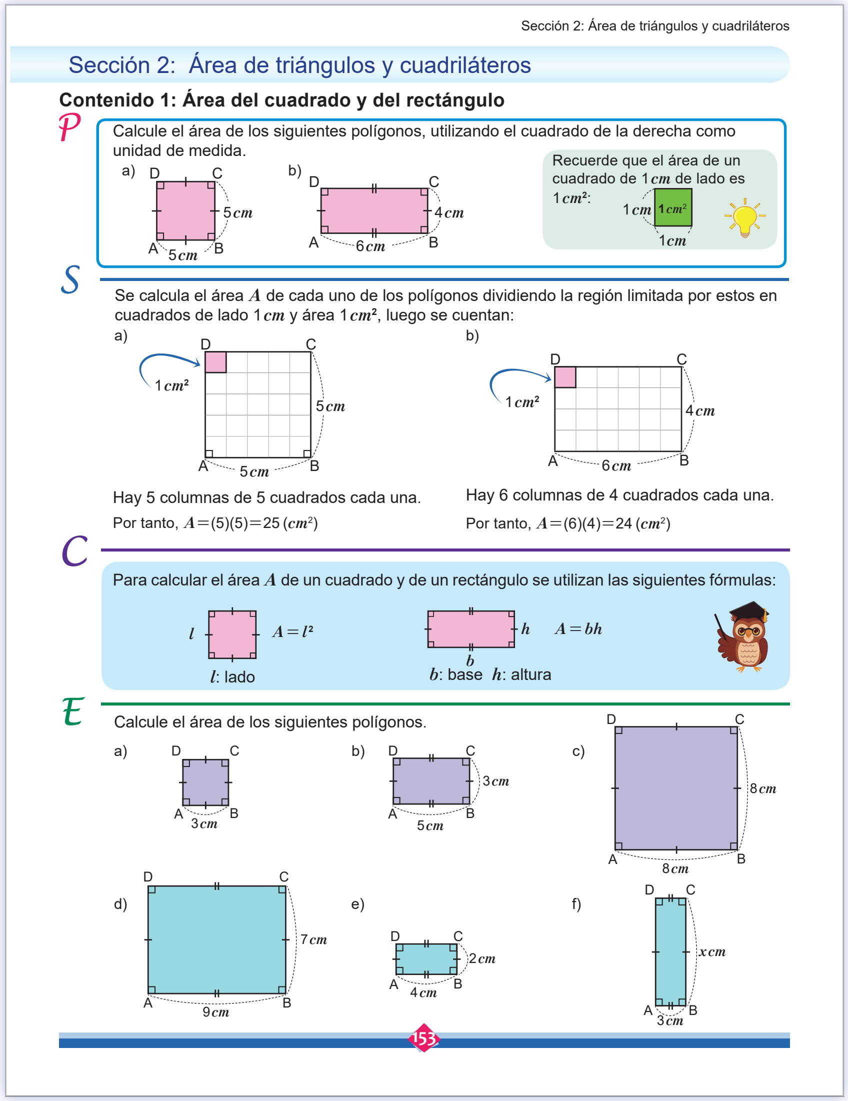
Puntos esenciales:

Aclarar que el área es un número positivo y se calcula a una región poligonal, pero por acuerdos convenientes, para abreviar, se refiere al área de un cuadrado o de un rectángulo. En cada caso, se entiende, desde luego que se trata del área de la región correspondiente.

Establecer las fórmulas del área de un cuadrado y de un rectángulo a partir del conteo del número de cuadrados de 1 cm^2 de área que caben en cada región.

Destacar que:

- ✔ El área de un cuadrado es el cuadrado de la longitud de su lado.
- ✔ El área de un rectángulo es el producto de su base y su altura.



Sección 2: Área de triángulos y cuadriláteros

Sección 2: Área de triángulos y cuadriláteros

Contenido 1: Área del cuadrado y del rectángulo

P Calcule el área de los siguientes polígonos, utilizando el cuadrado de la derecha como unidad de medida.

a) D C A B, 5 cm, 5 cm b) D C A B, 4 cm, 6 cm

Recuerde que el área de un cuadrado de 1 cm de lado es 1 cm^2: 1 cm, 1 cm^2, 1 cm

S Se calcula el área A de cada uno de los polígonos dividiendo la región limitada por estos en cuadrados de lado 1 cm y área 1 cm^2, luego se cuentan:

a) 1 cm^2, 5 cm, 5 cm

Hay 5 columnas de 5 cuadrados cada una.

Por tanto, $A=(5)(5)=25\ (cm^2)$

b) 1 cm^2, 4 cm, 6 cm

Hay 6 columnas de 4 cuadrados cada una.

Por tanto, $A=(6)(4)=24\ (cm^2)$

C Para calcular el área A de un cuadrado y de un rectángulo se utilizan las siguientes fórmulas:

l $A=l^2$ h $A=bh$, b

l: lado b: base h: altura

E Calcule el área de los siguientes polígonos.

a) 3 cm b) 3 cm, 5 cm c) 8 cm, 8 cm

d) 7 cm, 9 cm e) 2 cm, 4 cm f) $x\,cm$, 3 cm

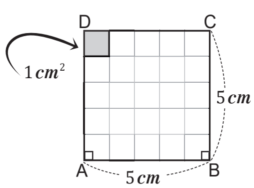
153

S2: Área de triángulos y cuadriláteros

C1: Área del cuadrado y del rectángulo

(P) Calcule el área de las siguientes figuras utlizando el cuadrado de área 1 cm^2.

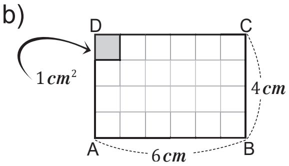
(S) a)



$A = (5)(5)$

$= 25\ (cm^2)$

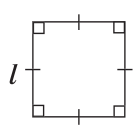
b)



$A = (6)(4)$

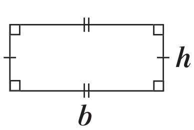
$= 24(cm^2)$

(C)



El área del cuadrado es $A=l^2$

l: lado

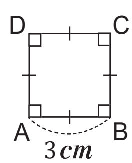


El área del rectángulo es $A=bh$

$b=$ base $h=$ altura

(E) Calcule el área de los siguientes polígonos:

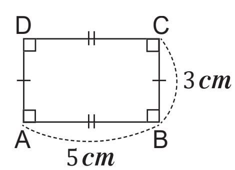
a)



$A = (3)^2$

$= 9\ (cm^2)$

b)



$A = (5)(3)$

$= 15(cm^2)$

c) $A = (8)^2$

$= 64\ (cm^2)$

d) $A = (9)(7)$

$= 63\ (cm^2)$

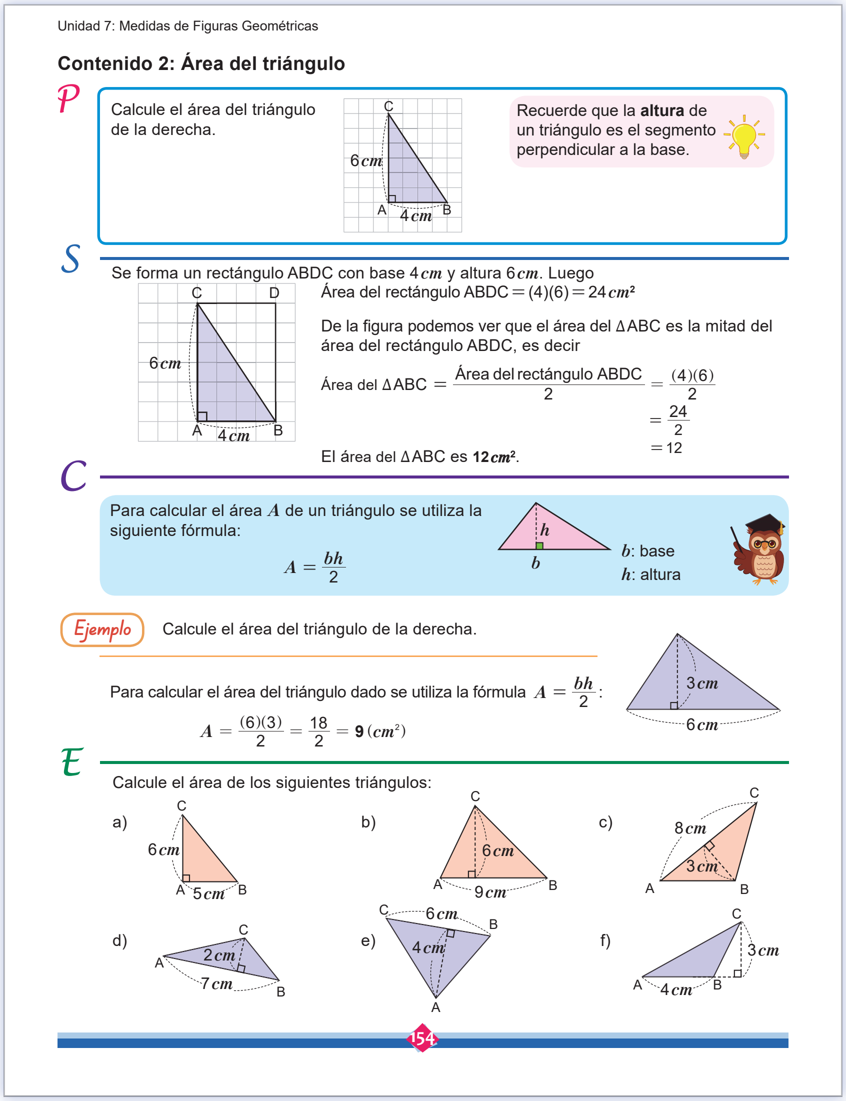
e) $A = (4)(2)$

$= 8\ (cm^2)$

f) $A = (3)(x)$

$= 3x\ (cm^2)$

Contenido 2 Área del triángulo


Unidad 7: Medidas de Figuras Geométricas

Contenido 2: Área del triángulo

P Calcule el área del triángulo de la derecha.

Recuerde que la **altura** de un triángulo es el segmento perpendicular a la base.

S Se forma un rectángulo ABDC con base $4\,cm$ y altura $6\,cm$. Luego

Área del rectángulo ABDC $= (4)(6) = 24\,cm^2$

De la figura podemos ver que el área del ΔABC es la mitad del área del rectángulo ABDC, es decir

Área del ΔABC $= \dfrac{\text{Área del rectángulo ABDC}}{2} = \dfrac{(4)(6)}{2} = \dfrac{24}{2} = 12$

El área del ΔABC es $12\,cm^2$.

C Para calcular el área A de un triángulo se utiliza la siguiente fórmula:

$$A = \frac{bh}{2}$$

b: base
h: altura

Ejemplo Calcule el área del triángulo de la derecha.

Para calcular el área del triángulo dado se utiliza la fórmula $A = \dfrac{bh}{2}$:

$$A = \frac{(6)(3)}{2} = \frac{18}{2} = 9\,(cm^2)$$

E Calcule el área de los siguientes triángulos:

a) b) c) d) e) f)

154

Aprendizajes esperados

Determina el área de un triángulo.

Secuencia:

En la clase anterior se establecieron las fórmulas para el área de un cuadrado y de un rectángulo. Ahora se establece la fórmula del área de un triángulo a partir del área de un rectángulo.

Puntos esenciales:

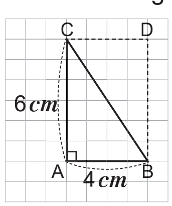
Recordar la fórmula del área de un rectángulo.

Establecer la fórmula del área de un triángulo a partir del área de un rectángulo, sobreponiendo dicha figura en un rectángulo que tenga la misma base y la misma altura del triángulo, y observar que el área del triángulo es la mitad del área del rectángulo.

Destacar que el área de un triángulo es la mitad del producto de cualquiera de sus bases y la altura correspondiente.

C2: Área del triángulo

(P) Calcule el área del siguiente triángulo



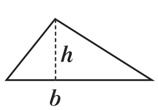
(S) Se forma un rectángulo de:

- ✓ base $= 4$
- ✓ altura $= 6$
- ✓ Área $= (4)(6) = 24\ (cm^2)$

Área del ΔABC $= \dfrac{\text{Área del rectángulo ABDC}}{2}$

$$= \frac{(4)(6)}{2} = \frac{24}{2} = 12\ (cm^2)$$

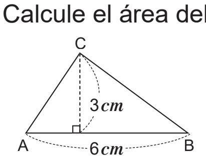
(C) El área del triángulo es $A = \dfrac{bh}{2}$



$b =$ Base

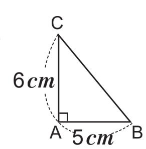
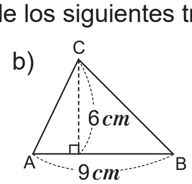
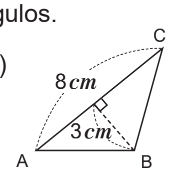
$h =$ Altura

(Ej) Calcule el área del triángulo.



$$A = \frac{bh}{2} = \frac{(6)(3)}{2} = 9\ (cm^2)$$

(E) Calcule el área de los siguientes triángulos.

a)  b)  c) 

a) $A = \dfrac{(5)(6)}{2} = 15\ (cm^2)$

b) $A = \dfrac{(9)(6)}{2} = 27\ (cm^2)$

c) $A = \dfrac{(8)(3)}{2} = 12(\ cm^2)$

d) $A = \dfrac{(7)(2)}{2} = 7\ (cm^2)$

e) $A = \dfrac{(6)(4)}{2} = 12(cm^2)$

f) $A = \dfrac{(4)(3)}{2} = 6(\ cm^2)$

Contenido 3

Área del paralelogramo

Aprendizajes esperados

Determina el área del paralelogramo.

Secuencia:

Siguiendo con el cálculo de áreas, en este contenido se establece la fórmula del área de un paralelogramo a partir del área de un rectángulo.

Puntos esenciales:

Recordar la definición de paralelogramo.

Notar que, si dos triángulos tienen la misma base y la misma altura, entonces tienen áreas iguales.

Explicar con lujo de detalles el proceso que se sigue para establecer que el área de un paralelogramo coincide con el área del rectángulo formado a partir del mismo.

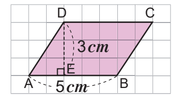
Destacar que el área de un paralelogramo es el producto de una base cualquiera y la altura correspondiente.

Contenido 3: Área del paralelogramo

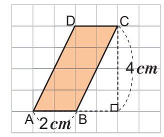
P

Calcule el área de los siguientes paralelogramos:

a)

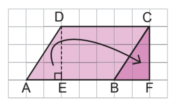


b)



S

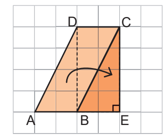
a)



Se observa que el ΔDEA y el ΔCFB tienen la misma área. Por lo tanto el área A del paralelogramo es igual al área del rectángulo EFCD:

$A = (5)(3) = 15\,(cm^2)$

b)



El área A del paralelogramo DABC es igual al área del rectángulo BECD:

$A = (2)(4) = 8\,(cm^2)$

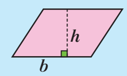
C

Para calcular el área A de un paralelogramo se utiliza la siguiente fórmula:

$A = bh$

b: base

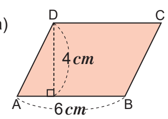
h: altura



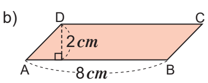
E

Calcule el área de los siguientes paralelogramos:

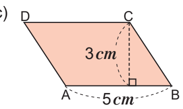
a)



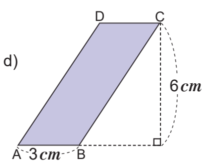
b)



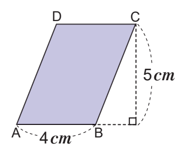
c)



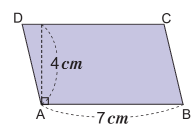
d)



e)



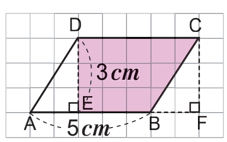
f)



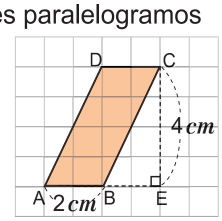
C3: Área del paralelogramo

P Calcule el área de los siguientes paralelogramos

a)



b)



S a) El ΔDEA y el ΔCFB tienen la misma área.

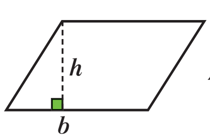
Así, área del paralelogramo es igual al área del rectángulo $EFCD$.

$A = (5)(3) = 15\ cm^2$

b) Se forma un rectángulo de: ✓ $b = 2$
✓ $h = 4$

$A = (2)(4) = 8\ cm^2$

C El área de un paralelogramo es:



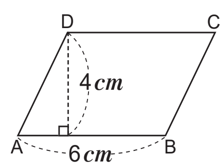
$A = bh$

b: base

h: altura

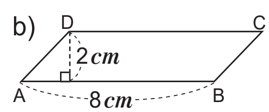
E Calcule el área de los siguientes paralelogramos

a)



$A = (6)(4)$
$= 24\ (cm^2)$

b)



$A = (8)(2)$
$= 16\ (cm^2)$

c) $A = (5)(3)$
$= 15(cm^2)$

d) $A = (3)(6)$
$= 18\ (cm^2)$

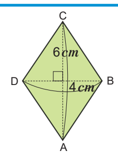
e) $A = (4)(5)$
$= 20(cm^2)$

f) $A = (7)(4)$
$= 28\ (cm^2)$

Contenido 4 Área del rombo

Contenido 4: Área del rombo

P Calcule el área del rombo de la derecha.



Recuerde que en un rombo:

- Todos los lados tienen la misma medida.
- Las diagonales son perpendiculares y se cortan en sus puntos medios.

S Se observa en la figura de la derecha que el área A del rombo ABCD es la mitad del área del rectángulo EFHI.

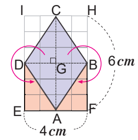
El área del rectángulo EFHI es:

$$(4)(6) = 24$$

Entonces, el área del rombo es:

$$A = \frac{24}{2} = 12$$

El área del rombo ABCD es **12 cm^2**.



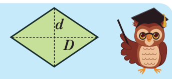
$\left(\text{base del rectángulo}\right) = \left(\text{diagonal BD}\right)$

$\left(\text{altura del rectángulo}\right) = \left(\text{diagonal AC}\right)$

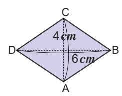
C Para calcular el área A de un rombo se utiliza la siguiente fórmula $A = \frac{Dd}{2}$

D: diagonal mayor

d: diagonal menor

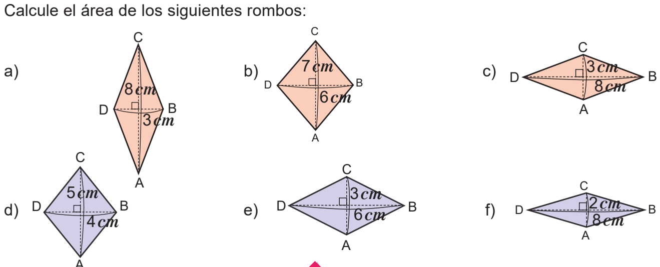


Ejemplo Calcule el área del rombo de la derecha.



$$A = \frac{Dd}{2} = \frac{(6)(4)}{2} = \mathbf{12}\,(cm^2)$$

E Calcule el área de los siguientes rombos:



Aprendizajes esperados

Determina el área del rombo.

Secuencia:

En la clase anterior se estableció la fórmula del área de un paralelogramo, siguiendo el mismo razonamiento ahora se establece la fórmula del área de un rombo.

Puntos esenciales:

Recordar que:

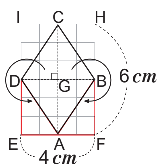
- Un rombo es un paralelogramo cuyos lados tienen la misma medida.
- Las diagonales de un rombo se cortan en sus puntos medios y son perpendiculares entre sí.
- Si dos triángulos tienen la misma base y la misma altura, entonces tienen áreas iguales.

Explicar con lujo de detalles el proceso que se sigue para establecer que el área de un rombo es la mitad del área del rectángulo formado a partir del mismo.

El área de un rombo es la mitad del producto de sus diagonales.

C4: Área del rombo

P Calcule el área del siguiente rombo:



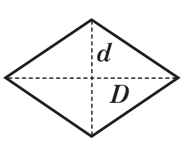
S El área A del rombo $ABCD$ es la mitad del área del rectángulo $EFHI$.

Área de $EFHI$: $(4)(6) = 24\ (cm^2)$

Área del rombo: $A = \frac{24}{2} = 12$

El área es $12\ cm^2$.

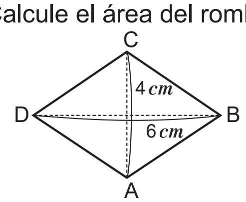
C El área del rombo es $A = \frac{Dd}{2}$



D = Diagonal mayor

d = Diagonal menor

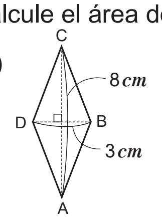
Ej Calcule el área del rombo



$$A = \frac{Dd}{2} = \frac{(6)(4)}{2} = 12\ (cm^2)$$

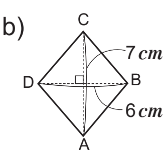
E Calcule el área de los siguientes rombos.

a)



$$A = \frac{(8)(3)}{2} = 12\ (cm^2)$$

b)



$$A = \frac{(7)(6)}{2} = 21\ (cm^2)$$

c) $A = \frac{(8)(3)}{2} = 12\ (cm^2)$

d) $A = \frac{(5)(4)}{2} = 10\ (cm^2)$

e) $A = \frac{(6)(3)}{2} = 9\ (cm^2)$

f) $A = \frac{(8)(2)}{2} = 8\ (cm^2)$

Contenido 5

Área del trapecio

Aprendizajes esperados

Determina el área del trapecio.

Secuencia:

Siguiendo el mismo razonamiento dado en las clases anteriores, aquí se establece la fórmula del área de un trapecio.

Puntos esenciales:

Recordar la definición de un trapecio.

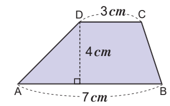
Explicar con lujo de detalles el proceso que se sigue para establecer que el área de un trapecio es la mitad del área del paralelogramo formado a partir del mismo.

Destacar que el área de un trapecio es la mitad del producto de su altura y la suma de sus bases.

Contenido 5: Área del trapecio

P

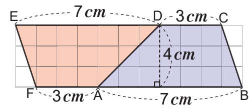
Calcule el área del siguiente trapecio:



Un trapecio es un cuadrilátero con dos de sus lados paralelos.

S

Se observa en la figura de abajo que el área A del trapecio ABCD es la mitad del área del paralelogramo FBCE.



El área del paralelogramo FBCE es:

$(7+3)(4)=(10)(4)=40$

Entonces, el área del trapecio ABCD es:

$A=\frac{40}{2}=20$

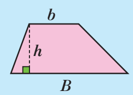
$\left(\text{base del paralelogramo}\right)=\left(\text{base mayor del trapecio}\right)+\left(\text{base menor del trapecio}\right)$

$\left(\text{altura del paralelogramo}\right)=\left(\text{altura del trapecio}\right)$

El área del trapecio ABCD es **20** cm^2.

C

Para calcular el área A de un trapecio se utiliza la siguiente fórmula:

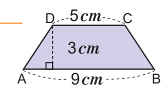


$$A=\frac{(B+b)h}{2}$$

B: base mayor b: base menor

Ejemplo

Calcule el área del trapecio de la derecha.

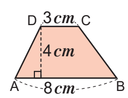


$$A=\frac{(B+b)h}{2}=\frac{(9+5)(3)}{2}=\frac{(14)(3)}{2}=\frac{42}{2}=\mathbf{21}\,(cm^2)$$

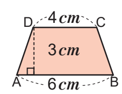
E

Calcule área de los siguientes trapecios:

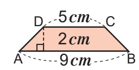
a)



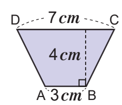
b)



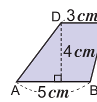
c)



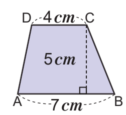
d)



e)

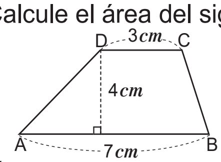


f)



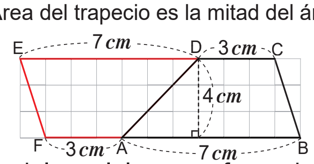
C5: Área del trapecio

P Calcule el área del siguiente trapecio



Trapecio: Un cuadrilátero con dos de sus lados paralelos.

S Área del trapecio es la mitad del área del paralelogramo.



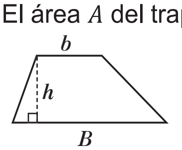
El área del paralelogramo formado es:

$$(7+3)(4)=(10)(4)=40\ (cm^2)$$

Área del trapecio:

$$A=\frac{40}{2}=20\ (cm^2)$$

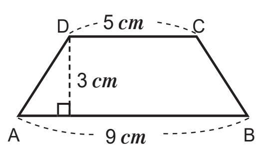
C El área A del trapecio es: $A=\frac{(B+b)h}{2}$



B = Base mayor

b = Base menor

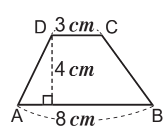
Ej Calcule el área del trapecio



$$A=\frac{(B+b)h}{2}=\frac{(9+5)(3)}{2}=\frac{(14)(3)}{2}=21\ (cm^2)$$

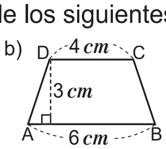
E Calcule el área de los siguientes trapecios:

a)



$$A=\frac{(8+3)(4)}{2}=22\ (cm^2)$$

b)



$$A=\frac{(6+4)(3)}{2}=15\ (cm^2)$$

c)

$$A=\frac{(9+5)(2)}{2}=14\ (cm^2)$$

d)

$$A=\frac{(7+3)(4)}{2}=20\ (cm^2)$$

e)

$$A=\frac{(5+3)(4)}{2}=16\ (cm^2)$$

f)

$$A=\frac{(7+4)(5)}{2}=27{,}5\ (cm^2)$$

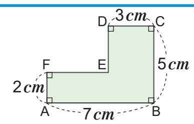
Contenido 6

Áreas combinadas

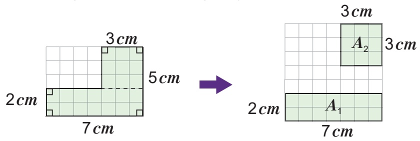
Unidad 7: Medidas de Figuras Geométricas

Contenido 6: Áreas combinadas

P Calcule el área de la siguiente figura:



S Se descompone la figura en un rectángulo y un cuadrado.



Área del rectángulo: $A_1=(7)(2)=14$

Área del cuadrado: $A_2=(3)^2=9$

Área de la figura dada: $A=A_1+A_2=14+9=23$

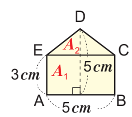
El área de la figura es $23\ cm^2$.

C

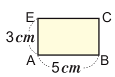
Para calcular áreas de figuras con formas desconocidas:

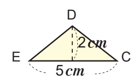
1. Se descompone la figura dada en triángulos, cuadrados, rectángulos, etc.
2. Se calcula el área de cada una de las figuras conocidas.
3. Se suman todas las áreas calculadas.

Ejemplo Calcule el área total de la figura de la derecha



Se descompone la figura en un rectángulo y un triángulo:





Se calcula el área del rectángulo

$A_1=(5)(3)=15$

Se calcula el área del triángulo

$A_2=\frac{(5)(2)}{2}=5$

La altura del ΔDEC:

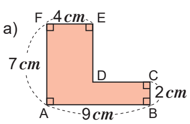
$5-AE=5-3=2$

El área de la figura dada es $A=A_1+A_2=15+5=\mathbf{20}\,(cm^2)$.

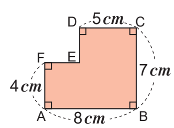
E

Calcule el área de las siguientes figuras de la derecha.

a)



b)



158

Aprendizajes esperados

Determina áreas combinadas.

Secuencia:

Establecidas las fórmulas del área de un cuadrado, rectángulo, triángulo, paralelogramo, rombo y trapecio, ahora se aplican en el cálculo del área de figuras que no tienen una forma inicial conocida.

Puntos esenciales:

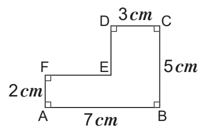
Recordar las características y las fórmulas de las áreas de cada una de las figuras geométricas ya estudiadas.

Hacer uso de la percepción visual para identificar la descomposición de la figura que más convenga para el cálculo de su área.

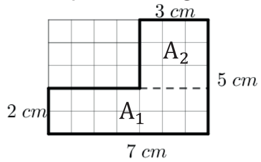
Destacar que el área de la figura inicial es la suma de las áreas de las figuras en las cuales se descompuso.

C6: Áreas combinadas

(P) Calcule el área de la siguiente figura



(S) Descomponer la figura



A_1: rectángulo

$A_1 = (7)(2)$
$= 14$

A_2: cuadrado

$A_2 = (3)^2$
$= 9$

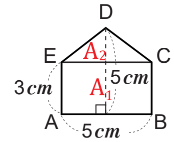
A: Área total

$A = A_1 + A_2$
$= 14 + 9$
$= 23$

Área es $23cm^2$.

(C) *Leer en el libro de texto*

(Ej) Calcule el área de la siguiente figura:



A_1: rectángulo

$A_1 = (5)(3)$
$= 15$

A_2: triángulo

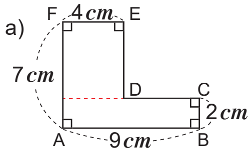
$A_2 = \frac{(5)(2)}{2}$
$= 5$

A: Área total

$A = A_1 + A_2$
$= 15 + 5$
$= 20\ (cm^2)$

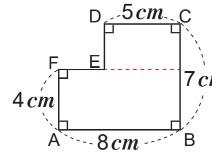
(E)

a)



$A = (9)(2) + (4)(5)$
$= 38\ (cm^2)$

b)



$A = (8)(4) + (5)(3)$
$= 47(cm^2)$

Contenido 1 Elementos de la circunferencia

Aprendizajes esperados

Identifica los elementos de la circunferencia.

Secuencia:

En esta clase se repasa lo estudiado referente a una circunferencia y sus elementos.

Puntos esenciales:

Recordar que una circunferencia es el conjunto de puntos del plano que se encuentran a una misma distancia de un punto fijo llamado centro.

Usar adecuadamente la regla y el compás al trazar circunferencias.

Recordar que la longitud de un diámetro es dos veces la del radio, es decir, $D=2r$.

Hacer uso de las definiciones de cada uno de los elementos de la circunferencia al identificarlos de manera particular.

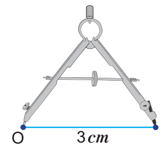
Sección 3: Círculo y sector circular

Contenido 1: Elementos de la circunferencia

P Dibuje una circunferencia de $3\,cm$ de radio. ¿Cuánto mide un diámetro de esta circunferencia?

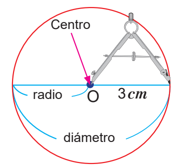
S

Para dibujar una circunferencia de $3\,cm$ de radio se fija el compás en un punto O llamado **centro** y se abre $3\,cm$ que será la longitud del **radio**.



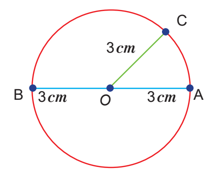
Una **circunferencia** es el conjunto de puntos del plano que se encuentran a una misma distancia de un punto fijo llamado centro.

Se gira el compás una vuelta entera hasta que el lápiz regrese al punto inicial.



Diámetro de una circunferencia es un segmento cuyos extremos pertenecen a esta y pasa por el centro.

Por la definición de circunferencia se tiene que la distancia del centro a cualquier punto de esta es siempre la misma, entonces $\overline{OA}, \overline{OB}, \overline{OC}$ son radios de la circunferencia luego, $OA=OB=OC=r$ y $\overline{BA}$ es un diámetro que como tal cumple: $BA=2OA=2r$.



En la circunferencia del problema el radio r mide $3\,cm$ y en consecuencia el diámetro D mide:

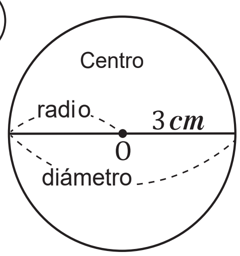
$$D=2r=(2)(3)=6\,(cm)$$

160

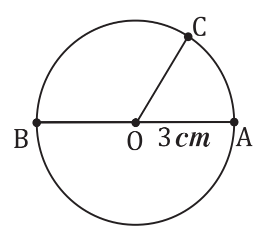
S3: Círculo y sector circular
C1: Elementos de la circunferencia

P Dibuje una circunferencia de $3\,cm$ de radio. ¿Cuánto mide su diámetro?

S



Circunferencia: Conjunto de puntos que se encuentran a una misma distancia de un punto fijo llamado centro.



✓ $\overline{OA}$, $\overline{OB}$ y $\overline{OC}$ son radios y $OA = OB = OC = r$

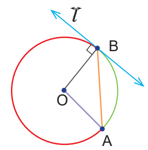
✓ $\overline{BA}$ es diámetro y $BA = 2OA = 2r$

En la circunferencia anterior: $r = 3\,cm$, entonces el diámetro mide $D = 2r = 2(3) = 6\,(cm)$

Contenido 1 Elementos de la circunferencia

Los elementos más importantes de la circunferencia son:

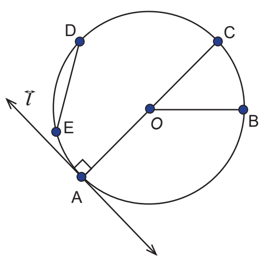
- ✓ **Centro** es un punto que se encuentra a la misma distancia de todos los puntos de la circunferencia. (O es centro)
- ✓ **Radio** es un segmento cuyos extremos son el centro y un punto de la circunferencia. ($\overline{OA}$ es un radio)
- ✓ **Diámetro** de una circunferencia es un segmento que une dos puntos de esta y que pasa por el centro.
- ✓ **Cuerda** es un segmento cuyos extremos pertenecen a una circunferencia. ($\overline{AB}$ es una cuerda)
- ✓ Un **arco** es la parte de una circunferencia comprendida entre dos puntos de esta. ($\overset{\frown}{AB}$ es un arco)
- ✓ **Recta tangente** a una circunferencia es una recta que intersecta a la circunferencia en exactamente un punto. (ℓ es una recta tangente)



La recta tangente ℓ es perpendicular a $\overline{OB}$.
Se escribe: $\ell \perp \overline{OB}$

E

Escriba el nombre correspondiente a cada elemento de la siguiente circunferencia:



a) $\overline{AC}$: ____________ b) $\overline{OB}$: ____________ c) $\overline{DE}$: ____________

d) O: ____________ e) $\overset{\frown}{CB}$: ____________ f) ℓ: ____________

161

Aprendizajes esperados

Identifica los elementos de la circunferencia.

Secuencia:

En esta clase se repasa lo estudiado referente a una circunferencia y sus elementos.

Puntos esenciales:

Recordar que una circunferencia es el conjunto de puntos del plano que se encuentran a una misma distancia de un punto fijo llamado centro.

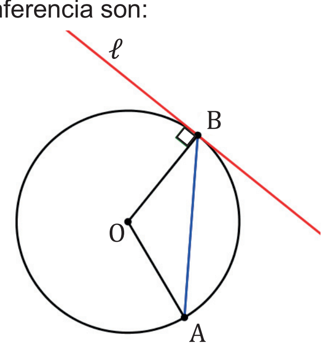
Usar adecuadamente la regla y el compás al trazar circunferencias.

Recordar que la longitud de un diámetro es dos veces la del radio, es decir, $D = 2r$.

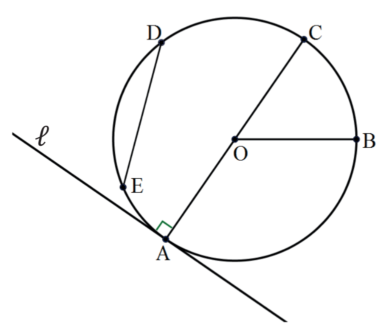
Hacer uso de las definiciones de cada uno de los elementos de la circunferencia al identificarlos de manera particular.

Los elementos de la circunferencia son:

- ✓ Centro (O): punto que se encuentra a la misma distancia de todos los puntos de la circunferencia.
- ✓ Radio ($\overline{OA}$): Segmento cuyos extremos son el centro y un punto de la circunferencia.
- ✓ Diámetro: Segmento que une dos puntos de esta y que pasa por el centro.
- ✓ Cuerda ($\overline{AB}$): Segmento cuyos extremos pertenecen a la circunferencia.
- ✓ Arco ($\overset{\frown}{AB}$): parte de una circunferencia comprendida entre dos puntos de esta.
- ✓ Recta tangente (ℓ): recta que intersecta a la circunferencia en exactamente un punto.



E Escriba el nombre correspondiente a cada elemento de la siguiente circunferencia.



a) $\overline{AC}$: diámetro
b) $\overline{OB}$: radio
c) $\overline{DE}$: cuerda
d) O : centro
e) $\overset{\frown}{CB}$: arco
f) ℓ : recta tangente

Contenido 2 Longitud de la circunferencia

Aprendizajes esperados

Determina la longitud de la circunferencia.

Secuencia:

En la clase anterior se recordó la definición de una circunferencia y de cada uno de sus elementos. Ahora se establece la fórmula para la longitud de una circunferencia.

Puntos esenciales:

Usar adecuadamente la regla y el compás al trazar circunferencias y material concreto, en este caso un cordón, para aproximar la longitud de una circunferencia.

Recordar que la longitud de un diámetro es dos veces la del radio, es decir, $D = 2r$.

Notar que la razón de la longitud de una circunferencia a su diámetro es la misma para cualquier circunferencia. Dicha razón es conocida como π, es decir,

$$L \div D = \pi,$$

de aquí que $L = \pi D = \pi(2r) = 2\pi r$.

Resaltar que el número π no es racional y no puede calcularse exactamente mediante ninguno de los métodos ordinarios del álgebra. Pero sí puede aproximarse con números racionales con la exactitud que se desee.

Unidad 7: Medidas de Figuras Geométricas

Contenido 2: Longitud de la circunferencia

P

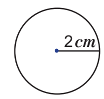
a) Calcule el radio de una circunferencia de 4 cm de diámetro.
b) ¿Cuál es la longitud de una circunferencia de 4 cm de diámetro?
c) Divida la longitud encontrada en b) entre la longitud del diámetro.
d) Complete la siguiente tabla:

Diámetro (D)	3 cm	4 cm	5 cm	6 cm
Longitud (L)	9,4 cm	12,6 cm	15,7 cm	18,9 cm
$L \div D$		3,15		

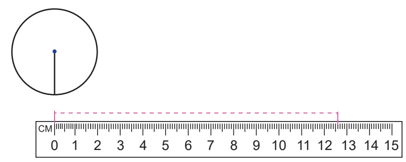
S

a) Como la longitud del diámetro es 4 cm y $D = 2r$ entonces:

$$r = \frac{D}{2} = \frac{4}{2} = 2\,(cm)$$



b) Luego de dibujar la circunferencia requerida se bordea esta con un cordón y después se extiende para medirlo con una regla, encontrando que aproximadamente mide 12,6 cm. Esta es la longitud de la circunferencia dada y se denota por L, es decir, $L = 12,6\,cm$.



c) Se divide la longitud encontrada, entre el diámetro de la circunferencia.

$L \div D = 12,6 \div 4 = 3,15.$

$$\begin{array}{r|l} 12,6 & 4 \\ \hline 12 & 3,15 \\ \hline 06 & \\ -4 & \\ \hline 20 & \\ -20 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

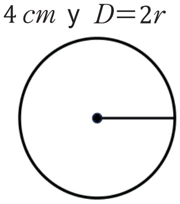
162

C2: Longitud de la circunferencia

P a) Calcule el radio de una circunferencia de 4 cm de diámetro.

S Como el diámetro mide 4 cm y $D = 2r$ entonces

$$L = \frac{D}{2} = \frac{4}{2} = 2\ (cm)$$



b) ¿Cuál es la longitud de una circunferencia de 4 cm de diámetro?

$$L = 12,6\ cm$$

c) Divida la longitud encontrada en b) entre la longitud del diámetro.

$L \div D = 12,6 \div 4 = 3,15$

$$\begin{array}{r|l} 12,6 & 4 \\ \hline -12 & 3,15 \\ \hline 06 & \\ -4 & \\ \hline 20 & \\ -20 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

d) Complete le siguiente tabla:

Diámetro (D)	3 cm	4 cm	5 cm	6 cm
Longitud (L)	9,4 cm	12,6 cm	15,7 cm	18,9 cm
$L \div D$	3,13	3,15	3,14	3,15

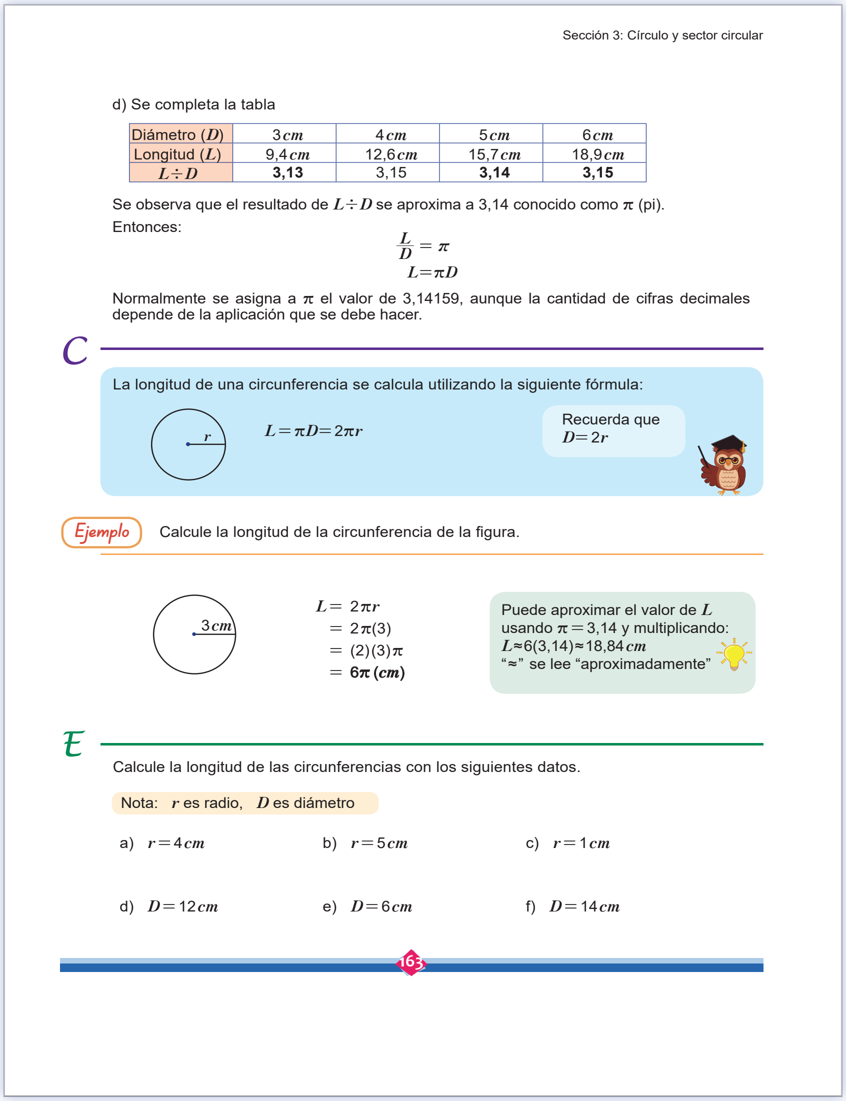
Para cualquier circunferencia $L \div D$ se aproxima a 3,14 conocido como π (pi). Luego

$$\frac{L}{D} = \pi$$

$$L = \pi D$$

Normalmente se asigna a π el valor de 3,14159.

Contenido 2 Longitud de la circunferencia



d) Se completa la tabla

Diámetro (D)	$3\,cm$	$4\,cm$	$5\,cm$	$6\,cm$
Longitud (L)	$9{,}4\,cm$	$12{,}6\,cm$	$15{,}7\,cm$	$18{,}9\,cm$
$L \div D$	**3,13**	3,15	**3,14**	**3,15**

Se observa que el resultado de $L \div D$ se aproxima a 3,14 conocido como π (pi).
Entonces:

$$\frac{L}{D} = \pi$$
$$L = \pi D$$

Normalmente se asigna a π el valor de 3,14159, aunque la cantidad de cifras decimales depende de la aplicación que se debe hacer.

C

La longitud de una circunferencia se calcula utilizando la siguiente fórmula:

r

$L = \pi D = 2\pi r$

Recuerda que $D = 2r$

Ejemplo Calcule la longitud de la circunferencia de la figura.

$3\,cm$

$$\begin{aligned} L &= 2\pi r \\ &= 2\pi(3) \\ &= (2)(3)\pi \\ &= \mathbf{6\pi\ (cm)} \end{aligned}$$

Puede aproximar el valor de L usando $\pi = 3{,}14$ y multiplicando:
$L \approx 6(3{,}14) \approx 18{,}84\,cm$
"≈" se lee "aproximadamente"

E

Calcule la longitud de las circunferencias con los siguientes datos.

Nota: r es radio, D es diámetro

a) $r = 4\,cm$ b) $r = 5\,cm$ c) $r = 1\,cm$

d) $D = 12\,cm$ e) $D = 6\,cm$ f) $D = 14\,cm$

Aprendizajes esperados

Determina la longitud de la circunferencia.

Secuencia:

En la clase anterior se recordó la definición de una circunferencia y de cada uno de sus elementos. Ahora se establece la fórmula para la longitud de una circunferencia.

Puntos esenciales:

Usar adecuadamente la regla y el compás al trazar circunferencias y material concreto, en este caso un cordón, para aproximar la longitud de una circunferencia.

Recordar que la longitud de un diámetro es dos veces la del radio, es decir, $D = 2r$.

Notar que la razón de la longitud de una circunferencia a su diámetro es la misma para cualquier circunferencia. Dicha razón es conocida como π, es decir,

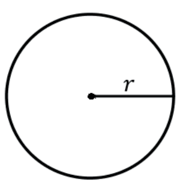
$$L \div D = \pi,$$

de aquí que $L = \pi D = \pi(2r) = 2\pi r$.

Resaltar que el número π no es racional y no puede calcularse exactamente mediante ninguno de los métodos ordinarios del álgebra. Pero sí puede aproximarse con números racionales con la exactitud que se desee.

C

La longitud de una circunferencia está dada por

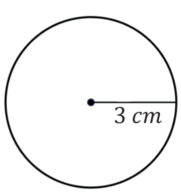


$$L = \pi D = \pi(2r) = 2\pi r$$

porque $D = 2r$

Ej

Calcule la longitud de la circunferencia:



$$\begin{aligned} L &= 2\pi r = 2\pi(3) \\ &= (2)(3)\pi = 6\,\pi\ (cm) \end{aligned}$$

E

Calcule la longitud de las circunferencias con los siguientes datos.

a) $r = 4\ cm$ $L = 2\pi(4) = (2)(4)\pi = 8\,\pi\ (cm)$

b) $r = 5\ cm$ $L = 2\pi(5) = (2)(5)\pi = 10\,\pi\ (cm)$

c) $r = 1\ cm$ $L = 2\pi(1) = (2)(1)\pi = 2\,\pi\ (cm)$

d) $D = 12\ cm$ $L = \pi D = \pi(12) = 12\,\pi\ (cm)$

e) $D = 6\ cm$ $L = \pi D = \pi(6) = 6\,\pi\ (cm)$

f) $D = 14\ cm$ $L = \pi D = \pi(14) = 14\,\pi\ (cm)$

Contenido 3 Área del círculo

Aprendizajes esperados

Determina el área del círculo.

Secuencia:

En la clase anterior se estableció la fórmula de la longitud de una circunferencia. Aquí se deducirá la fórmula del área de un círculo.

Puntos esenciales:

Recordar que un círculo o una región circular es la reunión de una circunferencia y su interior.

Explicar con lujo de detalles el proceso que se sigue para llegar a establecer que el área de un círculo coincide con el área de un rectángulo de base que es la mitad de la longitud de la circunferencia y la altura es el radio del círculo.

Destacar que el área A de un círculo de radio r es

$$A = \pi r^2.$$

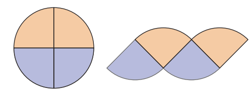
Resaltar que el área de un círculo se ha deducido como el límite de las áreas de los polígonos inscritos en la circunferencia correspondiente.

Contenido 3: Área del círculo

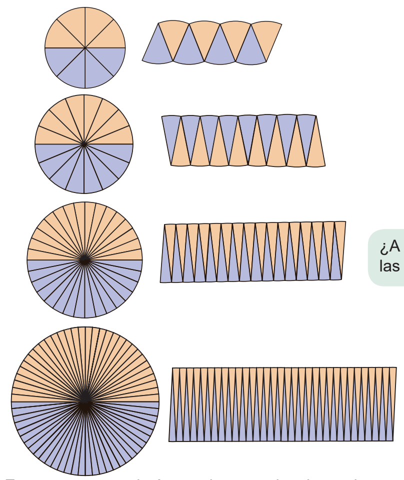
P Calcule el área de un círculo de $4\,cm$ de radio.

El **círculo** es una figura plana limitada por una circunferencia.

S Al doblar el círculo por la mitad, cortar y juntar las partes con la misma frontera se obtiene una figura con la misma área del círculo.

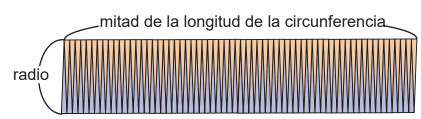


El proceso puede continuarse, tal como se ilustra en las siguientes gráficas, dividiendo el círculo en 8, 16, 32, 64 partes iguales.



¿A qué figura se parecen las partes recortadas?

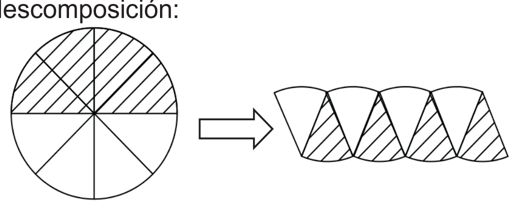
Entre mayor sea el número de partes iguales en las que se divida el círculo se parecerá más a un rectángulo como el que se presenta a continuación:



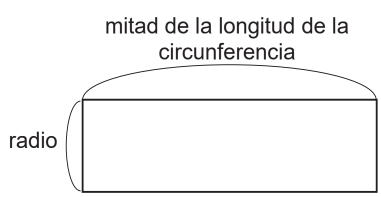
C3: Área del círculo

P Calcule el área de un círculo de $4\ cm$ de radio.

S Al doblar el círculo por la mitad, al cortar y juntar las partes con la misma frontera se obtiene el mismo círculo; Repitiendo este proceso se tiene la descomposición:



Entre mayor sea el número de partes iguales la descomposición se parecerá más al rectángulo:



Se concluye que el área del círculo es igual al área del rectángulo, es decir

$$A = \text{base} \times \text{altura}$$

$$\begin{aligned} A &= \left(\frac{2\pi r}{2}\right) r \\ &= \left[\frac{2\pi(4)}{2}\right](4) \\ &= [\pi(4)](4) \\ &= (4)(4)\pi \\ &= 16\pi\ (cm^2) \end{aligned}$$

C Para calcular el área A de un círculo de radio r se utiliza:

$$A = \pi r^2$$

Contenido 3 Área del círculo

Se concluye que el área de un círculo es igual al área de un rectángulo cuya base es la mitad de la longitud de la circunferencia y la altura es el radio del círculo, es decir

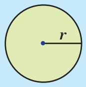
$$\begin{aligned} A &= \left[\frac{2\pi(4)}{2}\right](4) \\ &= [\pi(4)](4) \\ &= (4)(4)\pi \\ &= 16\pi \end{aligned}$$

La longitud de la circunferencia es: $2\pi r$

El área del círculo es **16π cm^2**.

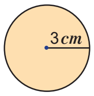
C

Para calcular el área A de un círculo de radio r se utiliza la siguiente fórmula:



$$A = \pi r^2$$

Ejemplo Calcule el área del círculo con un radio de $3cm$.



$$\begin{aligned} A &= \pi r^2 \\ &= \pi(3^2) \\ &= 9\pi \end{aligned}$$

El área de este círculo es 9π cm^2.

E

Encuentre el área de los círculos con las siguientes medidas:

a) $r = 2cm$ b) $r = 6cm$ c) $r = 5cm$

d) $D = 6cm$ e) $D = 8cm$ f) $D = 12cm$

165

Aprendizajes esperados

Determina el área del círculo.

Secuencia:

En la clase anterior se estableció la fórmula de la longitud de una circunferencia. Aquí se deducirá la fórmula del área de un círculo.

Puntos esenciales:

Recordar que un círculo o una región circular es la reunión de una circunferencia y su interior.

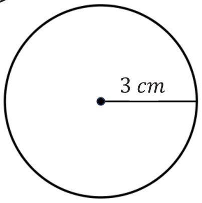
Explicar con lujo de detalles el proceso que se sigue para llegar a establecer que el área de un círculo coincide con el área de un rectángulo de base que es la mitad de la longitud de la circunferencia y la altura es el radio del círculo.

Destacar que el área A de un círculo de radio r es

$$A = \pi r^2.$$

Resaltar que el área de un círculo se ha deducido como el límite de las áreas de los polígonos inscritos en la circunferencia correspondiente.

Ej Calcule el área de un círculo con un radio de $3\ cm$.



$$\begin{aligned} A &= \pi r^2 \\ &= \pi(3^2) \\ &= 9\pi\ (cm^2) \end{aligned}$$

El área de este círculo es $9\pi\ cm^2$.

E Encuentre el área de los círculos con las siguientes medidas:

a) $r = 2\ cm$
$A = \pi(2^2)$
$= 4\pi(cm^2)$

b) $r = 6\ cm$
$A = \pi(6^2)$
$= 36\pi(cm^2)$

c) $r = 5\ m$
$A = \pi(5^2)$
$= 25\pi(cm^2)$

d) $D = 6\ cm$
$r = \frac{D}{2} = \frac{6}{2} = 3$
$r = 3\ (cm)$
$A = \pi(3^2)$
$= 9\pi(cm^2)$

e) $D = 8\ cm$
$r = \frac{D}{2} = \frac{8}{2} = 4$
$r = 4\ (cm)$
$A = \pi(4^2)$
$= 16\pi(cm^2)$

f) $D = 12\ m$
$r = \frac{D}{2} = \frac{12}{2} = 6$
$r = 6\ (cm)$
$A = \pi(6^2)$
$= 36\pi(cm^2)$

Contenido 4 Longitud de arco

Aprendizajes esperados

Determina la longitud de un arco en la circunferencia.

Secuencia:

Conocidas las fórmulas del área de un círculo y de la longitud de una circunferencia, ahora se establece la fórmula de la longitud de un arco.

Puntos esenciales:

Notar que un ángulo central tiene como vértice el centro de la circunferencia y los lados son dos radios de la misma.

Destacar que la longitud l de un arco que subtiende un ángulo central de medida n y radio r es

$$l = \frac{n}{360}(2\pi r)\,.$$

Notar que la longitud de un arco es proporcional a la medida del ángulo central correspondiente.

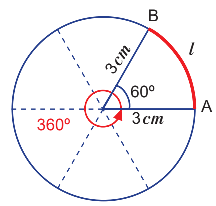
Resaltar que:

- ✓ La medida de un arco es igual a la medida del ángulo central que subtiende.
- ✓ Si dos arcos tienen radios iguales, entonces sus longitudes son proporcionales a sus medidas.

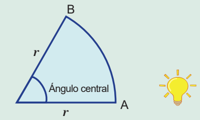
Contenido 4: Longitud de arco

P Calcule la longitud del arco $\overset{\frown}{AB}$ de una circunferencia de radio $3\,cm$.

S



Un ángulo central tiene como vértice el centro de la circunferencia y los lados son dos radios.



Se sabe que 60 es una sexta parte de 360:

$$\frac{60}{360} = \frac{1}{6}$$

Ahora, según la figura dada en el problema la longitud del $\overset{\frown}{AB}$ es una sexta parte de la longitud de la circunferencia. Entonces, si L es la longitud del círculo y l es la longitud del arco, se cumple la igualdad:

$$\frac{l}{L} = \frac{1}{6}$$

Se procede a calcular L y l:

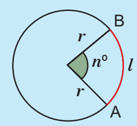
$$\begin{aligned} L &= 2\pi r \\ &= 2\pi(3) \\ &= 6\pi\, cm \end{aligned} \qquad \begin{aligned} l &= \frac{1}{6}L \\ &= \left(\frac{1}{6}\right)[2\pi(3)] \\ &= \left(\frac{1}{6}\right)(6\pi) \\ &= \pi \end{aligned}$$

$\frac{l}{L} = \frac{n}{360}$ Esto significa que la longitud de un arco **es proporcional** al ángulo central.

La longitud del $\overset{\frown}{AB}$ es $\pi\, cm$.

C

La longitud l del $\overset{\frown}{AB}$ se calcula utilizando la fórmula:

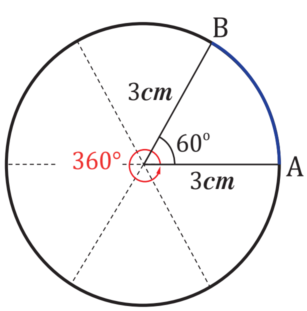


$$l = \frac{n}{360}(2\pi r)$$

C4: Longitud de arco

P Calcule la longitud del arco $\overset{\frown}{AB}$ de una circunferencia de radio $3\ cm$.

S



60 es una sexta parte de 360:

$$\frac{60}{360} = \frac{1}{6}$$

Si L es la longitud de la circunferencia y l es la longitud del $\overset{\frown}{AB}$, se cumple la igualdad

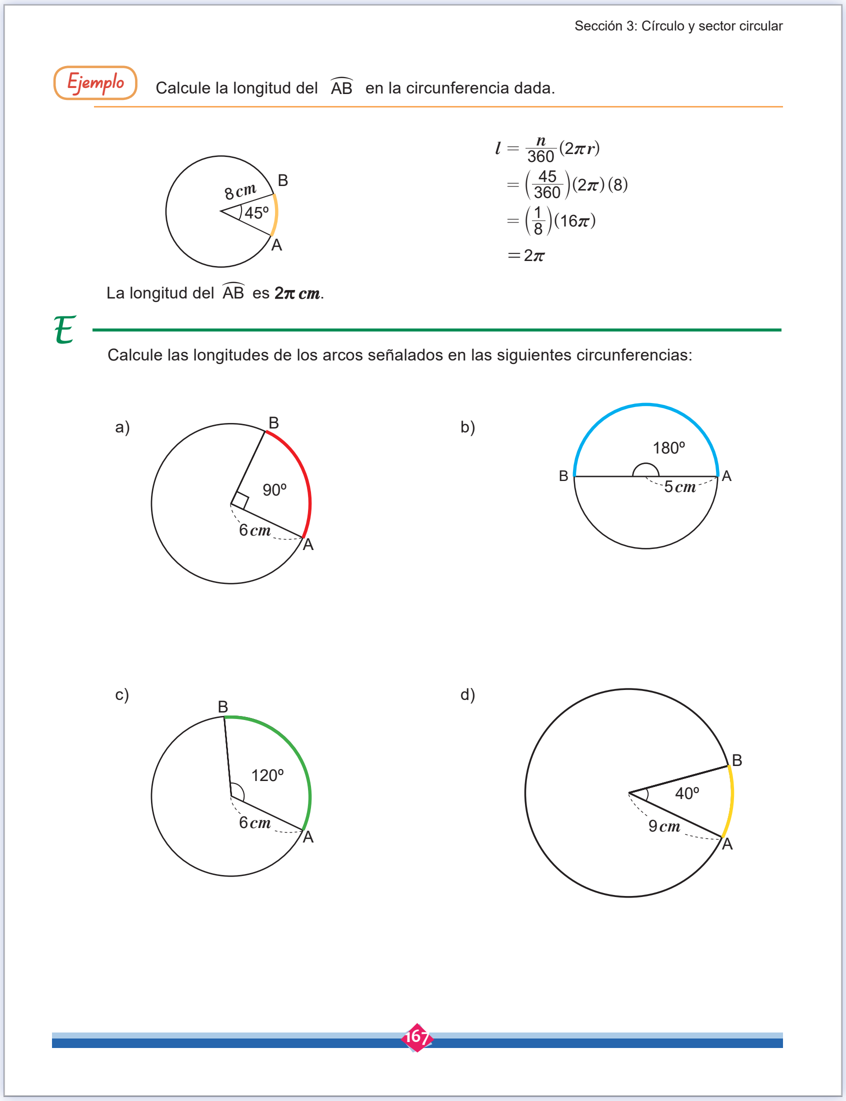
$$\frac{l}{L} = \frac{1}{6}$$

Así que

$$\begin{aligned} L &= 2\pi r \\ &= 2\pi(3) \\ &= 6\pi\ (cm) \end{aligned} \qquad \begin{aligned} l &= \frac{1}{6}L \\ &= \frac{1}{6}[2\pi(3)] \\ &= \frac{1}{6}(6\pi) \\ &= \pi \end{aligned}$$

La longitud del $\overset{\frown}{AB}$ es $\pi\ cm$.

Contenido 4 Longitud de arco


Sección 3: Círculo y sector circular

Ejemplo Calcule la longitud del $\widehat{AB}$ en la circunferencia dada.

$$l = \frac{n}{360}(2\pi r) = \left(\frac{45}{360}\right)(2\pi)(8) = \left(\frac{1}{8}\right)(16\pi) = 2\pi$$

La longitud del $\widehat{AB}$ es $2\pi\,cm$.

E Calcule las longitudes de los arcos señalados en las siguientes circunferencias:

a) 90°, 6 cm

b) 180°, 5 cm

c) 120°, 6 cm

d) 40°, 9 cm

167

Aprendizajes esperados

Determina la longitud de un arco en la circunferencia.

Secuencia:

Conocidas las fórmulas del área de un círculo y de la longitud de una circunferencia, ahora se establece la fórmula de la longitud de un arco.

Puntos esenciales:

Notar que un ángulo central tiene como vértice el centro de la circunferencia y los lados son dos radios de la misma.

Destacar que la longitud l de un arco que subtiende un ángulo central de medida n y radio r es

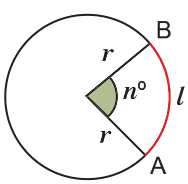
$$l = \frac{n}{360}(2\pi r).$$

Notar que la longitud de un arco es proporcional a la medida del ángulo central correspondiente.

Resaltar que:

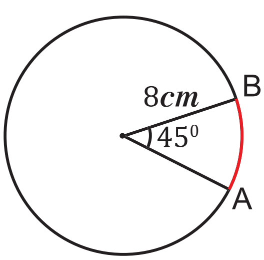
- ✓ La medida de un arco es igual a la medida del ángulo central que subtiende.
- ✓ Si dos arcos tienen radios iguales, entonces sus longitudes son proporcionales a sus medidas.

C La longitud l del $\widehat{AB}$ está dada por



$$l = \frac{n}{360}(2\pi r)$$

Ej Calcule la longitud del $\widehat{AB}$.

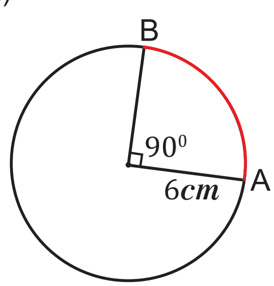


$$l = \frac{n}{360}(2\pi r)$$
$$= \frac{45}{360}(2\pi)(8)$$
$$= \frac{1}{8}(16\pi)$$
$$= 2\pi$$

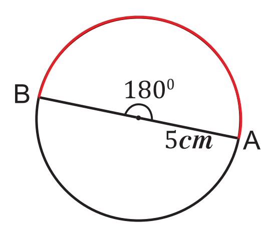
La longitud del $\widehat{AB}$ es $2\pi\,cm$.

E Calcule las longitudes de los arcos señalados.

a)



b)



a) $l = \frac{90}{360}(2\pi)(6)$

$= \frac{1}{4}(12\pi)$

$= 3\pi$

La longitud del $\widehat{AB}$ es $3\pi\,cm$.

b) $l = \frac{180}{360}(2\pi)(5)$

$= \frac{1}{2}(10\pi)$

$= 5\pi$

La longitud del $\widehat{AB}$ es $5\pi\,cm$.

Contenido 5 Área del sector circular

Aprendizajes esperados

Determina el área del sector circular.

Secuencia:

En la clase anterior se presentó la fórmula de la longitud de un arco, ahora se establecerá la fórmula del área de un sector circular.

Puntos esenciales:

Recordar que un sector circular es una región del circulo comprendida entre dos radios y el arco que estos delimitan.

Destacar que el área S de un sector circular de radio r y su arco tiene medida n es

$$S = \frac{n}{360}(\pi r^2).$$

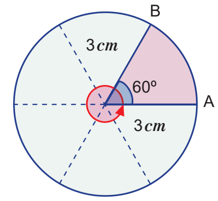
Notar que el área de un sector circular es proporcional a la medida del ángulo central correspondiente.

Resaltar que el área de un sector circular también está dada por el producto de su radio y la longitud de su arco.

Contenido 5: Área del sector circular

P

Calcule el área del sector circular coloreado en la figura.



Recuerde que un **sector circular** es la parte del círculo comprendida entre dos radios y el arco que estos delimitan.

S

Se sabe que 60 es una sexta parte de 360:

$$\frac{60}{360} = \frac{1}{6}$$

además, el sector circular indicado en la figura es una sexta parte del círculo, es decir, si S es el área del sector circular y A el área del círculo, entonces se cumple la igualdad:

$$\frac{S}{A} = \frac{1}{6}$$

Se procede a calcular S y A:

$$A = \pi r^2$$
$$= \pi(3^2)$$
$$= 9\pi$$

$$S = \frac{1}{6}A$$
$$= \frac{1}{6}[\pi(3^2)]$$
$$= \left(\frac{1}{6}\right)(9\pi)$$
$$= 1{,}5\pi$$

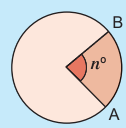
$$\frac{S}{A} = \frac{n}{360}$$

Esto significa que el área de un sector circular es **proporcional** al ángulo central.

El área del sector circular es **$1{,}5\pi$ cm^2**.

C

Para encontrar el área de un sector circular se utiliza la fórmula:

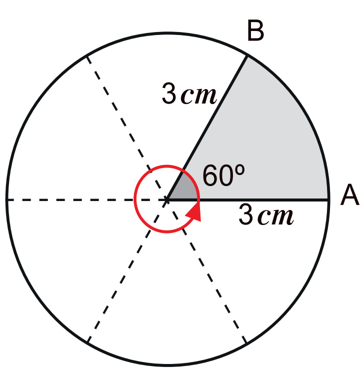


$$S = \frac{n}{360}(\pi r^2)$$

C5: Área del sector circular

P Calcule el área del sector circular.

S



60 es una sexta parte de 360:

$$\frac{60}{360} = \frac{1}{6}$$

Si S es el área del sector circular y A el área del círculo, entonces

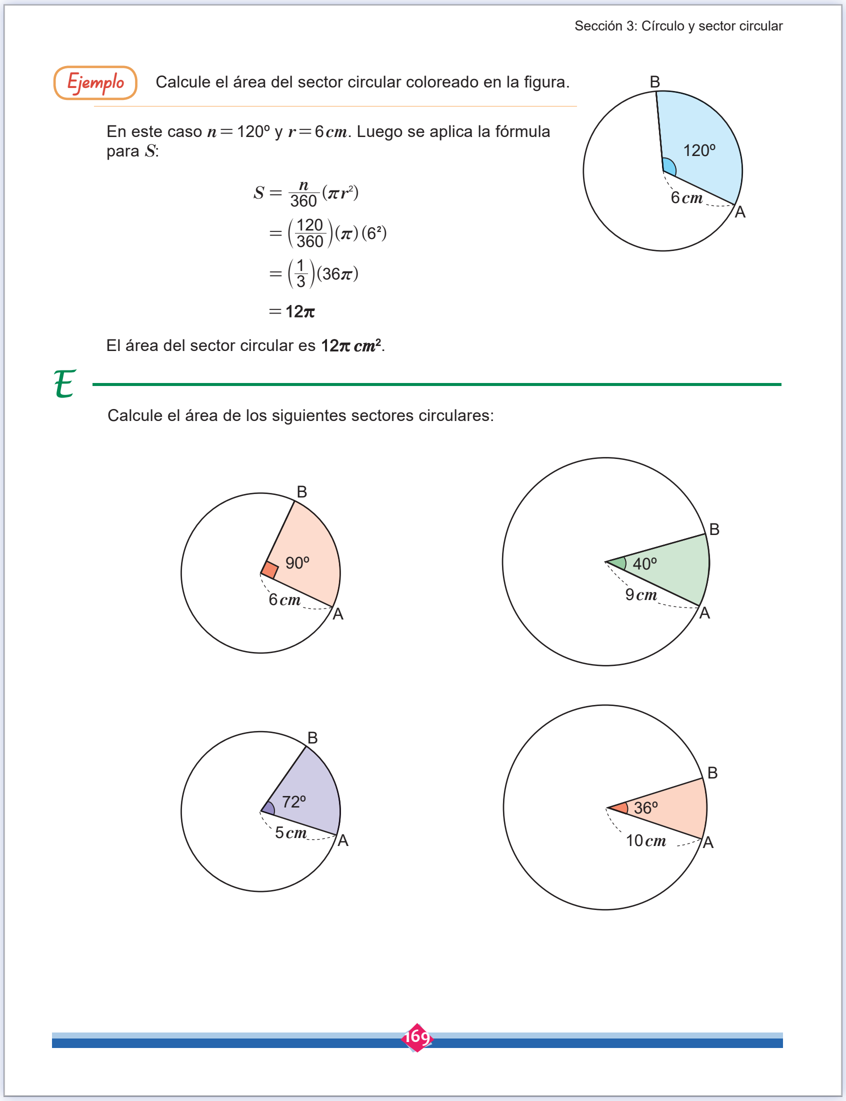
$$\frac{S}{A} = \frac{1}{6}$$

Así que

$$A = \pi r^2$$
$$= \pi(3)^2$$
$$= 9\pi\ (cm^2)$$

$$S = \frac{1}{6}A$$
$$= \frac{1}{6}(9\pi)$$
$$= 1{,}5\pi\ cm^2$$

Contenido 5 Área del sector circular



Ejemplo Calcule el área del sector circular coloreado en la figura.

En este caso $n = 120°$ y $r = 6\,cm$. Luego se aplica la fórmula para S:

$$S = \frac{n}{360}(\pi r^2)$$
$$= \left(\frac{120}{360}\right)(\pi)(6^2)$$
$$= \left(\frac{1}{3}\right)(36\pi)$$
$$= 12\pi$$

El área del sector circular es **$12\pi\ cm^2$**.

E

Calcule el área de los siguientes sectores circulares:

Aprendizajes esperados

Determina el área del sector circular.

Secuencia:

En la clase anterior se presentó la fórmula de la longitud de un arco, ahora se establecerá la fórmula del área de un sector circular.

Puntos esenciales:

Recordar que un sector circular es una región del circulo comprendida entre dos radios y el arco que estos delimitan.

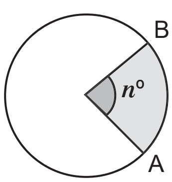
Destacar que el área S de un sector circular de radio r y su arco tiene medida n es

$$S = \frac{n}{360}(\pi r^2).$$

Notar que el área de un sector circular es proporcional a la medida del ángulo central correspondiente.

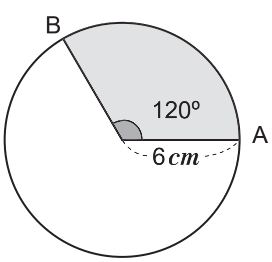
Resaltar que el área de un sector circular también está dada por el producto de su radio y la longitud de su arco.

C El área de un sector circular está dada por



$$S = \frac{n}{360}(\pi r^2)$$

Ej Calcula el área del siguiente sector circular coloreado en la figura.



$$S = \frac{n}{360}(\pi r^2)$$
$$= \frac{120}{360}(\pi)(6^2)$$
$$= \frac{1}{3}(36\pi)$$
$$= 12\pi\ (cm^2)$$

E Calcule el área de los siguientes sectores circulares:

a)

$r = 6\,cm$
$n = 90°$

$$S = \frac{90}{360}(\pi)(6^2)$$
$$= \frac{1}{4}(36\pi)$$
$$= 9\pi\ (cm^2)$$

b)

$r = 9\,cm$
$n = 40°$

$$S = \frac{40}{360}(\pi)(9^2)$$
$$= \frac{1}{9}(81\pi)$$
$$= 9\pi\ (cm^2)$$

Contenido 6 Cálculo de áreas sombreadas

Aprendizajes esperados

Determina áreas sombreadas.

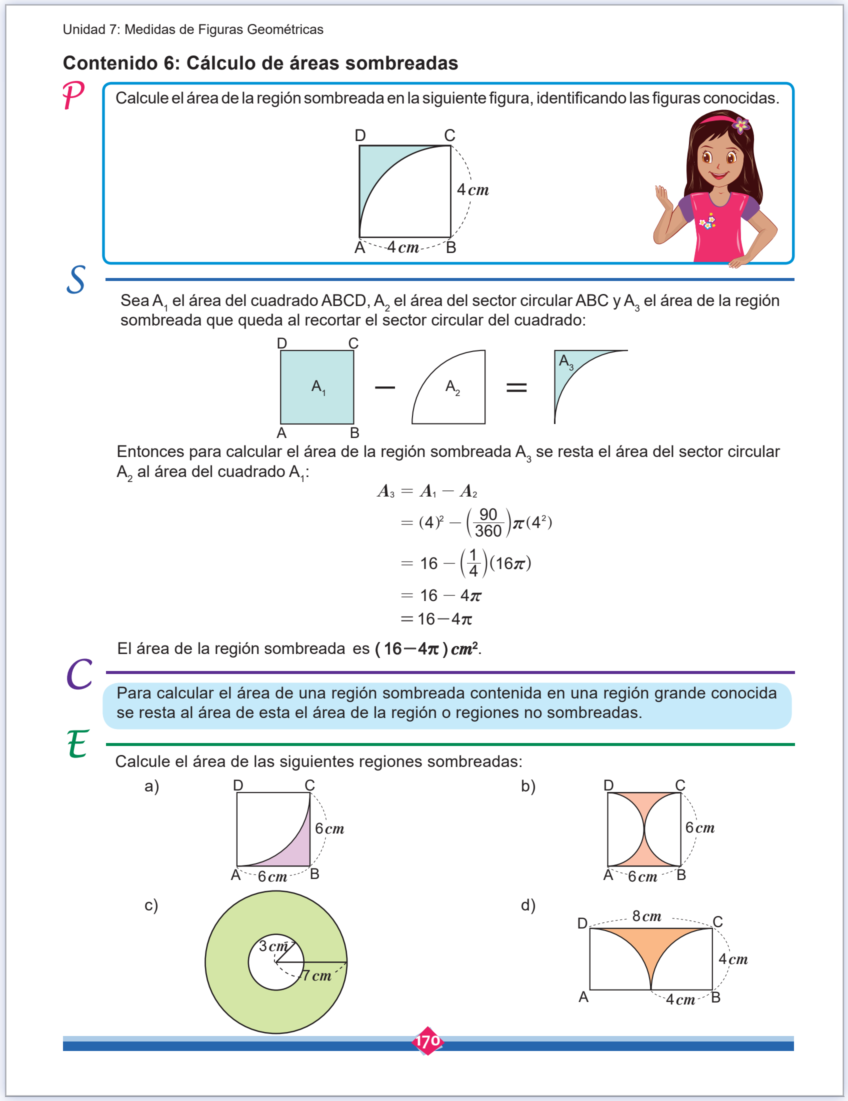
Secuencia:

Establecidas las fórmulas del área de diferentes regiones poligonales y circulares, ahora se aplican en el cálculo del área regiones sombreadas.

Puntos esenciales:

Recordar las fórmulas de las áreas de cada una de las regiones poligonales y circulares.

Hacer uso de la percepción visual al identificar la descomposición de la figura dada que más convenga para el cálculo del área de la región sombreada correspondiente.


Unidad 7: Medidas de Figuras Geométricas

Contenido 6: Cálculo de áreas sombreadas

P Calcule el área de la región sombreada en la siguiente figura, identificando las figuras conocidas.

S Sea A_1 el área del cuadrado ABCD, A_2 el área del sector circular ABC y A_3 el área de la región sombreada que queda al recortar el sector circular del cuadrado:

Entonces para calcular el área de la región sombreada A_3 se resta el área del sector circular A_2 al área del cuadrado A_1:

$$A_3 = A_1 - A_2$$
$$= (4)^2 - \left(\frac{90}{360}\right)\pi(4^2)$$
$$= 16 - \left(\frac{1}{4}\right)(16\pi)$$
$$= 16 - 4\pi$$
$$= 16 - 4\pi$$

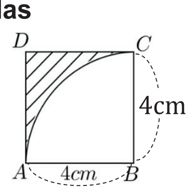
El área de la región sombreada es $(16 - 4\pi)\ cm^2$.

C Para calcular el área de una región sombreada contenida en una región grande conocida se resta al área de esta el área de la región o regiones no sombreadas.

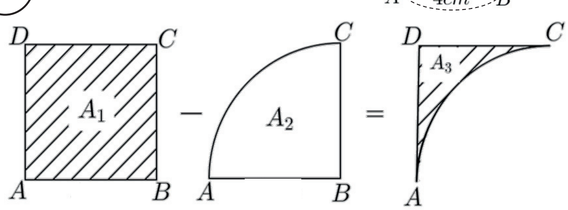
E Calcule el área de las siguientes regiones sombreadas:

C6: Cálculo de áreas sombreadas

P Calcule el área de la región sombreada en la siguiente figura:



S



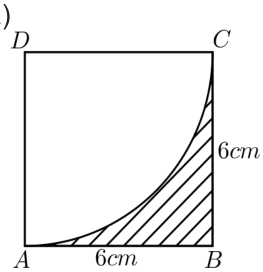
$$A_3 = A_1 - A_2$$
$$= 4^2 - \frac{90}{360}\pi(4^2)$$
$$= 16 - \left(\frac{1}{4}\right)(16\pi)$$
$$= 16 - 4\pi$$

El área de la región sombreada es $(16 - 4\pi)cm^2$.

C *Leer en LT*

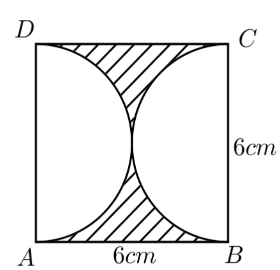
E Calcule el área de las siguientes regiones sombreadas:

a)



$$A = 6^2 - \frac{90}{360}\pi(6^2)$$
$$= 36 - \left(\frac{1}{4}\right)(36\pi)$$
$$= 36 - 9\pi$$

b)



$$A = 6^2 - 2\left[\frac{180}{360}\pi(3^2)\right]$$
$$= 6^2 - \pi(3^2)$$
$$= 36 - 9\pi$$

Prueba de Matemática 7mo (30min) Fecha:_______

Unidad 7: Medidas de Figuras Geométricas

/20

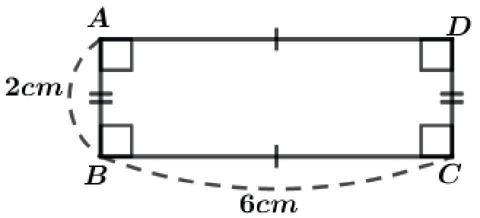
Nombre:________________________________ Sección:____________

Sexo: M / F

1. Escriba el nombre y calcule el perímetro de las siguientes figuras:

(2 puntos $\times$ 3 $=$ 6)

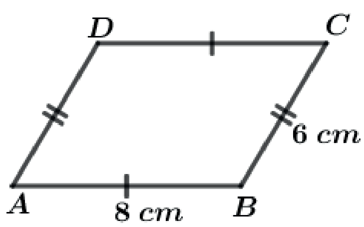
a)



Nombre:____________________________________

Perímetro:

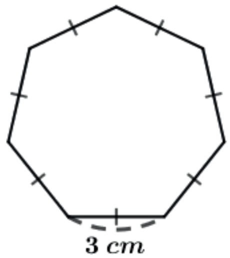
b)



Nombre:____________________________________

Perímetro:

c)

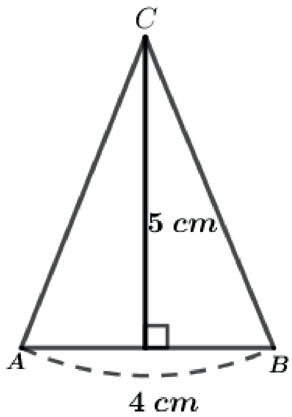


Nombre: ____________________________________

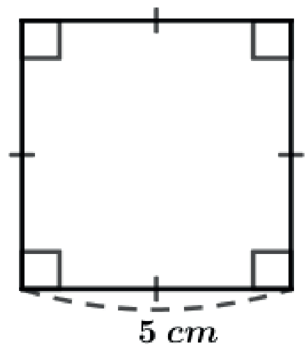
Perímetro:

2. Calcule el área de las siguientes figuras:

a) (2 puntos)

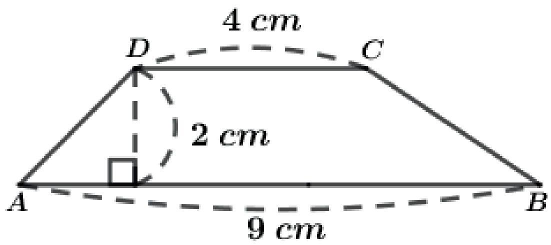


b)



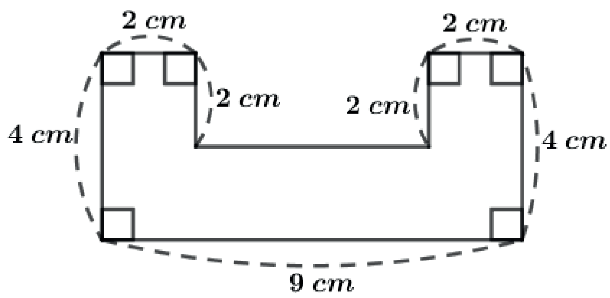
(2 puntos)

c)



(3 puntos)

d)



(3 puntos)

2. Calcule la longitud de una circunferencia y el área de un círculo de radio 5 cm.

(2 puntos $\times 2 = 4$)

La longitud de la circunferencia:

El área del círculo:

Nombre:________________________________

Anexos

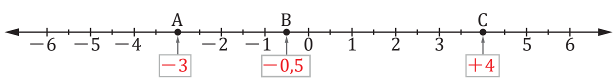
Anexo 1	Solucionarios de las pruebas de cada unidad
Anexo 2	Solucionarios del libro de texto
Anexo 3	Diferencias del LT entre la versión para docentes y para estudiantes

Unidad 1: Operaciones con Números Naturales, Fracciones y Decimales

1. (2 puntos×8=16)
   a) $32 + 5 = \mathbf{37}$
   b) $43 \times 6 = \mathbf{258}$
   c) $8 - 6 \div (4 - 2) = 8 - 6 \div 2$
      $= 8 - 3$
      $= \mathbf{5}$
   d) $\frac{7}{5} - \frac{3}{5} = \frac{7-3}{5} = \mathbf{\frac{4}{5}}$
   e) $\frac{1}{3} + \frac{2}{5} = \frac{(1)(5)}{(3)(5)} + \frac{(2)(3)}{(5)(3)}$
      $= \frac{5}{15} + \frac{6}{15} = \frac{5+6}{15} = \mathbf{\frac{11}{15}}$
   f) $\frac{1}{2} \times \frac{4}{7} = \frac{1 \times \cancel{4}^{2}}{\cancel{2} \times 7} = \mathbf{\frac{2}{7}}$
   g) $1{,}3 + 3{,}5 = \mathbf{4{,}8}$
   h) $2{,}4 \div 3 = \mathbf{0{,}8}$
2. (2 puntos×2=4)
   a) Juan: C\$34 María: C\$ 45
      $34 + 45 = 79$ **79 córdobas**
   b) 68 caramelos entre 4 persona
      $68 \div 4 = 17$ **17 caramelos**

Unidad 2: Números Positivos y Negativos (1)

1. (1 punto ×3=3)



2. (1 punto×2=2)
   $|+1| = \boxed{1}$ $|-9| = \boxed{9}$
3. (1 punto×15=15)
   a) $(-7) + (-2) = -(7 + 2) = \mathbf{-9}$
   b) $(-10) + (+12) = -10 + 12 = \mathbf{2}$
   c) $(+7) + (-8) = \mathbf{-1}$
   d) $(+9) + (-9) = \mathbf{0}$
   e) $(-18) + (+5) + (-5) = \mathbf{-18}$
   f) $(+4) - (-2) = \mathbf{6}$
   g) $(-8) - (+2) = (-8) + (-2) = \mathbf{-10}$
   h) $(-8) - (-2) = (-8) + (+2) = \mathbf{-6}$
   i) $0 - (-5) = \mathbf{5}$
   j) $(-18) + (+5) - (-3) = \mathbf{-10}$
   k) $5 - 9 - 3 + 4 = \mathbf{-3}$
   l) $(-3{,}1) + (-6{,}2) = \mathbf{-9{,}3}$
   m) $(+2{,}7) - (+6{,}2) = \mathbf{-3{,}5}$
   n) $\left(-\frac{2}{7}\right) - \left(-\frac{6}{7}\right) = \frac{-2+6}{7} = \mathbf{\frac{4}{7}}$
   o) $\left(+\frac{5}{4}\right) + \left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{15}{12} - \frac{8}{12} = \mathbf{\frac{7}{12}}$

Unidad 2: Números Positivos y Negativos (2)

1. (1 punto×20=20)
   a) $(-8) \times (+5) = \mathbf{-40}$
   b) $(-6) \times (-4) = \mathbf{24}$
   c) $(+3) \times (-7) = \mathbf{-21}$
   d) $0 \times (-5) = \mathbf{0}$
   e) $9 \times (-5) \times (-2) = \mathbf{90}$
   f) $4 \times (-1) \times (-1) \times (-2) = \mathbf{-8}$
   g) $(-3)^2 = \mathbf{9}$
   h) $(-3)^3 = \mathbf{-27}$
   i) $-4^2 = \mathbf{-16}$
   j) $(-1{,}3) \times (2) = \mathbf{-2{,}6}$
   k) $\left(-\frac{5}{9}\right) \times \left(-\frac{3}{5}\right) = \mathbf{\frac{1}{3}}$
   l) $(-18) \div (-6) = \mathbf{3}$
   m) $63 \div (-9) = \mathbf{-7}$
   n) $(-32) \div (+8) = \mathbf{-4}$
   o) $\left(+\frac{4}{9}\right) \div \left(-\frac{3}{2}\right) = -\frac{4 \times 2}{9 \times 3} = \mathbf{-\frac{8}{27}}$
   p) $(-4) \div \frac{6}{5} \times (-3) = \mathbf{10}$
   q) $4 \times 6 + (-3) = 24 + (-3) = \mathbf{21}$
   r) $(-5) - (-21) \div 3 = (-5) - (-7) = \mathbf{2}$
   s) $5 \times [9 - (17 - 6)] = 5 \times (9 - 11) = \mathbf{-10}$
   t) $(-2)^2 - (-9) + 4 \times 3 = 4 + 9 + 12 = \mathbf{25}$

Unidad 3: Álgebra

1. (1punto×4=4)
   a) $x \times 8 = \mathbf{8x}$ b) $a \times a = \boldsymbol{a^2}$
   c) $-3 \div (-y) = \frac{-3}{-y} = \boldsymbol{\frac{3}{y}}$
   d) $(a \times b) \div 3 = \frac{a \times b}{3} = \boldsymbol{\frac{ab}{3}}$
2. (2 puntos×3=6)
   a) $x - 12 = -5 - 12 = \mathbf{-17}$
   b) $\frac{16}{x} = \frac{16}{8} = \mathbf{2}$
   c) $(-2)^2 = (-2)(-2) = \mathbf{4}$
3. (2 puntos×5=10)
   a) $5x + 2x = (5 + 2)x = \boldsymbol{7x}$
   b) $3x - 4 - 9x + 5$
      $= 3x - 9x + 5 - 4$
      $= (3 - 9)x + (5 - 4) = \boldsymbol{-6x + 1}$
   c) $(3x - 6) - (2x + 1)$
      $= 3x - 6 - 2x - 1$

$= (3-2)x + (-1-6)$
$= \boldsymbol{x - 7}$

d) $2(3x-5) = (2)(3x) + (2)(-5)$
$= \boldsymbol{6x - 10}$

e) $(8x+10) \div 2 = (8x+10)\left(\frac{1}{2}\right)$

$= (8x)\left(\frac{1}{2}\right) + (10)\left(\frac{1}{2}\right)$

$= \frac{8}{2}x + \frac{10}{2} = \boldsymbol{4x + 5}$

Unidad 4: Ecuaciones de primer grado Álgebra

1. (2 puntos×8=16)

a) $x - 9 = 3$
$x = 3 + 9$
$\boldsymbol{x = 12}$

b) $x + 12 = 10$
$x = 10 - 12$
$\boldsymbol{x = -2}$

c) $\frac{x}{7} = 2$
$x = (2)(7)$
$\boldsymbol{x = 14}$

d) $3x = 30$
$x = \frac{30}{3}$
$\boldsymbol{x = 10}$

e) $4x - 10 = 11 + 3x$
$4x - 3x = 11 + 10$
$\boldsymbol{x = 21}$

f) $3(x+6) + 2 = 15 + 2x$
$3x + (3)(6) = 15 + 2x$
$3x + 18 = 15 + 2x$
$3x - 2x = 15 - 18$
$\boldsymbol{x = -3}$

g) $0{,}8x = 2{,}4(0{,}8)$
$(10)x = (2{,}4)(10)$
$8x = 24$
$x = \frac{24}{8}$
$\boldsymbol{x = 3}$

h) $\frac{2}{3}x = -\frac{1}{2}$
$4x = -3,$
$\boldsymbol{x = -\frac{3}{4}}$

1. a) (1 punto)

Sea x: Precio de la camisa
$2x$: Precio del pantalón
$\boldsymbol{2x + x = 930}$

b) (2 puntos)
$2x + x = 930$
$3x = 930$
$x = \frac{930}{3}$
$\boldsymbol{x = 310}$

c) (1 punto)
$2x = 2(310) = 620$
Precio de la camisa: $\boldsymbol{C\$\ 310}$
Precio del pantalón: $\boldsymbol{C\$\ 620}$

Unidad 5: Proporcionalidad

1. (1 punto×2=2)
   a) **Directamente proporcional**
   b) **Inversamente proporcional**
2. (2 puntos×2=4)

a)

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	$\boldsymbol{-12}$	$\boldsymbol{-8}$	$\boldsymbol{-4}$	$\boldsymbol{0}$	$\boldsymbol{4}$	8	$\boldsymbol{12}$

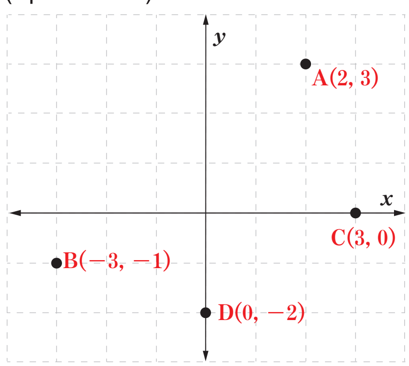
$y = 4x$

b)

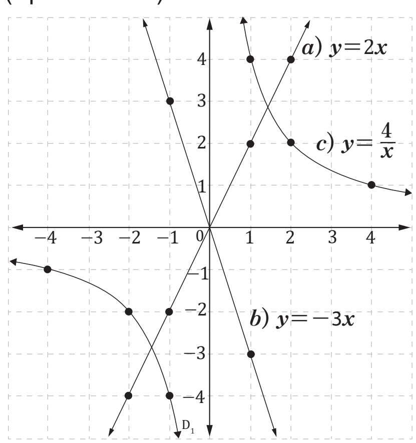
x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	$\boldsymbol{-2}$	$\boldsymbol{-3}$	-6	...	$\boldsymbol{6}$	$\boldsymbol{3}$	$\boldsymbol{2}$

$y = \frac{6}{x}$

3. (1 punto×4=4)



4. (2 puntos×3=6)



5. (1 punto)
$(2)(a) = (10)(5)$
$\boldsymbol{a} = \frac{50}{2}$
$= \boldsymbol{25}$

6. (1 punto)
$(4)(3) = (6)(b)$
$\boldsymbol{b} = \frac{12}{6} = \boldsymbol{2}$

7. (2 puntos)

x %	100	x
y	80	36

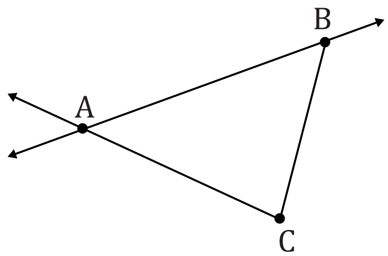
$80x = (36)(100)$
$x = \frac{3600}{80}$

$$x = 45$$

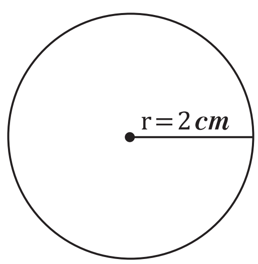
El 45% de estudiantes son niñas en séptimo grado.

Unidad 6: Introducción a la Geometría

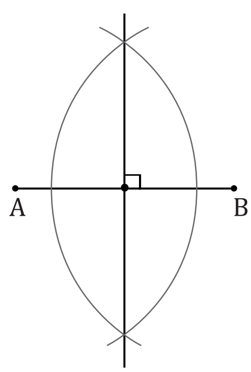
1. (1 punto×3=3)



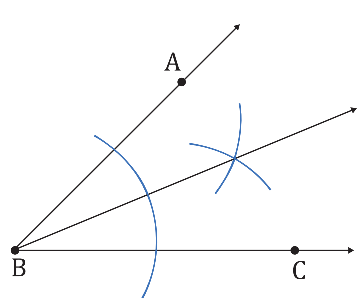
2. (2 puntos×3=6)
   a) $\angle$LMN: **Ángulo recto**
   b) $\angle$NMO: **Ángulo agudo**
   c) $\angle$LMP: **Ángulo obtuso**
3. (2 puntos×3=6)
   a) **Triángulo rectángulo**
   b) **Triángulo obtusángulo**
   c) **Triángulo acutángulo**
4. (2 puntos)



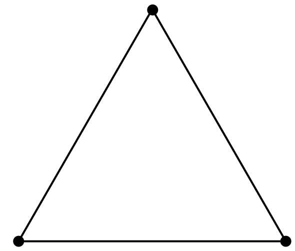
5. (2 puntos)



6. (2 puntos)



7. (2 puntos)



Triángulo equilátero

Unidad 7: Medidas de figuras geométricas

1. (1 punto×3=3)
   a) Nombre: **Rectángulo**
   Perímetro: $\boldsymbol{P} = (\mathbf{2})(\mathbf{6}+\mathbf{2})$
   $= (\mathbf{2})(\mathbf{8})$
   $= \mathbf{16}\ (\boldsymbol{cm})$
   b) Nombre: **Paralelogramo**
   Perímetro: $\boldsymbol{P} = (\mathbf{2})(\mathbf{8}+\mathbf{6})$
   $= (\mathbf{2})(\mathbf{14})$
   $= \mathbf{28}\ (\boldsymbol{cm})$
   c) Nombre: **Heptágono Regular**
   Perímetro: $\boldsymbol{P} = (\mathbf{7})(\mathbf{3}) = \mathbf{21}\ (\boldsymbol{cm})$
2. (2 puntos ×2+3 puntos×2=10)
   a) $\boldsymbol{A} = \dfrac{(4)(5)}{2} = \dfrac{20}{2} = \mathbf{10}\ (\boldsymbol{cm^2})$
   b) $\boldsymbol{A} = (5)^2 = \mathbf{25}\ (\boldsymbol{cm^2})$
   c) $\boldsymbol{A} = \dfrac{(9+4)\cdot 2}{2} = \mathbf{13}\ \boldsymbol{cm^2}$
   d) $\boldsymbol{A} = 2(2^2) + (9)(2) = 2(4) + 18$
   $= 8 + 18 = \mathbf{26}(\boldsymbol{cm^2})$
3. (2 puntos×2=4)

La longitud de la circunferencia: $\boldsymbol{L} = \mathbf{10}\boldsymbol{\pi}\ (\boldsymbol{cm})$

El área del círculo: $\boldsymbol{A} = \pi(5)^2 = \mathbf{25}\boldsymbol{\pi}\ (\boldsymbol{cm^2})$

UNIDAD 1

Sección 1 Contenido 1 (S1C1)

E1

a) 8 b) 17 c) 18 d) 41 e) 55

f) 60 g) 51 h) 128 i) 479 j) 637

E2

a) $24 + 45 = 69$ **69 Córdobas**

b) $12 + 19 = 31$ **31 gallinas**

S1C2 E1

a) 2 b) 33 c) 7 d) 13 e) 31

f) 15 g) 19 h) 17 i) 344 j) 82

E2

a) $52 - 10 = 42$ **42 mangos**

b) $47 - 29 = 18$ **18 libros**

S1C3 E1

a) 50 b) 28 c) 126 d) 75

e) 64 f) 114 g) 258 h) 198

i) 837 j) 1665

E2

a) $12 \times 4 = 48$ **48 sacos**

b) $6 \times 74 = 444$ **444 pasajeros**

Actividad

×	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
2	**2**	**4**	**6**	**8**	**10**	**12**	**14**	**16**	**18**
3	**3**	**6**	**9**	**12**	**15**	**18**	**21**	**24**	**27**
4	**4**	**8**	**12**	**16**	**20**	**24**	**28**	**32**	**36**
5	**5**	**10**	**15**	**20**	**25**	**30**	**35**	**40**	**45**
6	**6**	**12**	**18**	**24**	**30**	**36**	**42**	**48**	**54**
7	**7**	**14**	**21**	**28**	**35**	**42**	**49**	**56**	**63**
8	**8**	**16**	**24**	**32**	**40**	**48**	**56**	**64**	**72**
9	**9**	**18**	**27**	**36**	**45**	**54**	**63**	**72**	**81**

S1C4 E1 a) 4 b) 9 c) 8

d) cociente(c)=7 residuo(r)= 1

e) c= 8, r=6

f) c= 4, r=3 g) 15 h) 19

i) c= 19, r=2 j) c=21, r=1

E2 $48 \div 3 = 16$ **16 flores**

S1C5 E1

a) $12 + 8 \div 2$
$= 12 + 4$
$= 16$

b) $35 - 4 \times 3$
$= 35 - 12$
$= 23$

c) $3 \div (9 - 6)$
$= 3 \div 3$
$= 1$

d) $5 \times (3 + 4)$
$= 5 \times 7$
$= 35$

e) $12 - 2 \times (6 - 3)$
$= 12 - 2 \times 3$
$= 12 - 6 = 6$

f) $8 + 36 \div (9 - 5)$
$= 8 + 36 \div 4$
$= 8 + 9 = 17$

E2

$45 + 7 \times 9 = 45 + 63 = 108$ **108 litros**

S2C1

a) 10 b) 14 c) 12 d) 15

e) 84 f) 24 g) 21 h) 60

S2C2 E1

a) $\frac{7}{3}$ b) $\frac{3}{5}$ c) $\frac{5}{11}$

d) $\frac{1}{3}$ e) $\frac{2}{7}$ f) $\frac{5}{9}$

E2

a) $\frac{3}{2} + \frac{1}{3} = \frac{9 + 2}{6} = \frac{11}{6}$ b) $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{4 + 3}{12} = \frac{7}{12}$

c) $\frac{2}{5} + \frac{2}{7} = \frac{14 + 10}{35} = \frac{24}{35}$ d) $\frac{2}{3} - \frac{1}{2} = \frac{4 - 3}{6} = \frac{1}{6}$

e) $\frac{1}{3} - \frac{1}{7} = \frac{7 - 3}{21} = \frac{4}{21}$ f) $\frac{5}{6} - \frac{2}{9} = \frac{15 - 4}{18} = \frac{11}{18}$

S2C3 E1

a) $\frac{6}{7}$ b) $\frac{8}{9}$ c) $\frac{9}{10}$ d) $\frac{5}{3}$ e) $\frac{3}{2}$

E2

a) $\frac{2}{35}$ b) $\frac{8}{21}$ c) $\frac{1}{8}$ d) $\frac{2}{7}$ e) $\frac{1}{15}$

S2C4 E1

a) $\frac{2}{5} \div 3 = \frac{2}{5 \times 3} = \frac{2}{15}$ b) $\frac{1}{3} \div 3 = \frac{1}{3 \times 3} = \frac{1}{9}$

c) $\frac{4}{7} \div 2 = \frac{4}{7 \times 2} = \frac{2}{7}$ d) $\frac{6}{5} \div 4 = \frac{6}{5 \times 4} = \frac{3}{10}$

e) $\frac{5}{6} \div 10 = \frac{5}{6 \times 10} = \frac{1}{12}$

E2

a) $\frac{1}{2} \div \frac{3}{5} = \frac{1 \times 5}{2 \times 3} = \frac{5}{6}$ b) $\frac{2}{3} \div \frac{3}{4} = \frac{2 \times 4}{3 \times 3} = \frac{8}{9}$

c) $\frac{1}{5} \div \frac{7}{10} = \frac{1 \times 10}{5 \times 7} = \frac{2}{7}$ d) $\frac{2}{7} \div \frac{8}{21} = \frac{2 \times 21}{7 \times 8} = \frac{3}{4}$

e) $\frac{5}{4} \div \frac{15}{8} = \frac{5 \times 8}{4 \times 15} = \frac{2}{3}$

S2C5 E1 a) 4,4 b) 9,1 c) 1,3 d) 5,6

E2

1. a) 5,79 b) 9,71 c) 2,25 d) 1,17

2. a) $5{,}50 + 3{,}25 = 8{,}75$ **8,75 córdobas**

b) $3{,}52 - 2{,}34 = 1{,}18$ **1,18 kg**

S2C6 E1

a) 7,2 b) 7,2 c) 21

c)
$$\begin{array}{r} 3{,}\ 5 \\ \times\quad 6 \\ \hline 2\ 1{,}\ 0 \end{array}$$

E2 1.a) 2,86 b) 2,1 c) 10,73

2. $2{,}3 \times 2{,}2 = 5{,}06$ **5,06 g**

S2C7 E1 a) 4,2 b) 1,7 c) 1,3

E2 a) 0,9 b) 0,9 c) 0,9

UNIDAD 2

Seccion 1 Contenido 1 (S1C1) E1

1. a) $+20$°C b) -20°C c) $+15$°C d) -25°C

2. a) $+26$°C b) -14°C c) -8°C d) $+35$°C

E2 Fernando está en $+2$ y Julia en -5

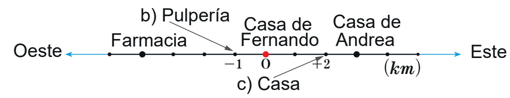
S1C2

Grado	Matrícula inicial	Matrícula final	Variación	Número
7mo	120	100	Disminuyó 20	-20
8vo	90	97	Aumentó 7	$+7$
9no	85	95	Aumentó 10	**+10**
10mo	75	60	Disminuyó 15	**−15**
11mo	72	70	Disminuyó 2	**−2**

S1C3

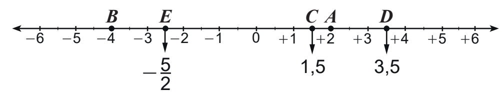
a) La casa de Andrea: $+3$ b) La farmacia: -4

c)



S1C4

1.



2. A: -3 B: -1 C: $+1{,}5$ D: $+4$

S1C5

1. a) $|+6| = 6$ b) $|+5| = 5$ c) $|-1| = 1$

e) $|+2{,}5| = 2{,}5$ f) $|-5| = 5$ g) $\left|-\frac{1}{2}\right| = \frac{1}{2}$

2. a) 1 b) 9 c) $+7$ o -7 d) $+8$ e) -12

S1C6

1. a) $+3 < +6$ b) $-5 < +7$ c) $-4 > -9$

d) $0 < +8$ e) $-3 < +2 < +5$

2. a) $-6, +3, +7$ b) $-9, -1, +4$

c) $-8, +2, +5$ d) $-4, -3, +1, +7$

S1C7

a) $\frac{2}{7} < \frac{5}{7}$ b) $-\frac{3}{4} > -\frac{7}{4}$ c) $\frac{7}{10} > \frac{3}{10}$

d) $-\frac{3}{5} > -\frac{9}{5}$ e) $\frac{2}{5} < \frac{4}{3}$ f) $-\frac{1}{2} > -\frac{3}{5}$

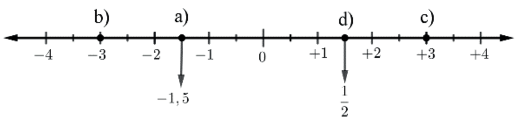
g) $-\frac{5}{9} < \frac{3}{8}$ h) $\frac{1}{3} > -\frac{2}{7}$

S1C8 E1

	Número
a) Un pez se encuentra a 50 m bajo el nivel del mar	-50
b) Sobran 12 lb de arroz	$+12$
c) Carlos perdió 3 lapiceros	-3
d) Mariana ganó C$ 150 en la kermés de su escuela	$+150$

E2

a)



E3

b) A: -5 B: -3 C: $-0{,}5$ D: 2 E: $4{,}5$

E4 a) 3 b) 6 c) 8

d) $+9$ o -9 e) $+1$ o -1 f) $+7$ o -7

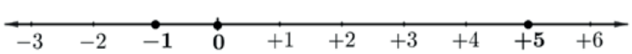
E5

a) $2 < 7$ b) $-1 > -3$ c) $-9 < 5$

d) $-5 < -1 < 8$ e) $-4 < 0 < 6$ f) $3 > -2 > -7$

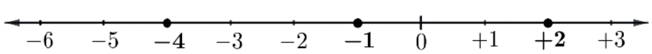
E6

a)



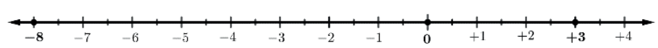
Por lo tanto $-1, 0, 5$

b)



Por lo tanto $-4, -1, 2$

c)



Por lo tanto $-8, 0, 3$

E7 a) $9, -1, -7$ b) $4, 1, -6, -9$

S2C1

a) $(-7) + (-2) = -(7 + 2) = -9$

b) -9 c) -9 d) 17 e) -17

f) 17 g) -27 h) 28 i) -34

S2C2

a) $(+6) + (-5) = +(6 - 5) = 1$

b) 3 c) 0 d) -3 e) -6

f) 5 g) 0 h) -12 i) 12

S2C3

a) $(+8) + (-7) + (+7) = (+8) + [(-7)+(+7)]$

$= (+8) + 0$

$= 8$

b) 6 c) -1 d) -10 e) 6 f) -18

S2C4

a) $(+2) - (+5) = (+2) + (-5) = -3$

b) 7 c) -10 d) -11 e) -11

f) -19 g) 12 h) -17 i) -13

S2C5

a) $(+5) - (-4) = (+5) + (+4) = 9$

b) 16 c) -4 d) -6 e) 5

f) 4 g) 21 h) -11 i) 13

S2C6

a) -8 b) -9 c) 7

d) -9 e) 7 f) 19

g) 15 h) -5 i) -17

S2C7

E1 a) $(+4) - (+7) + (-1) - (-3)$

$= (+4) + (-7) + (-1) + (+3)$

$= (+4) + (+3) + (-7) + (-1)$

$= (+7) + (-8)$

$= -1$

b) 3 c) -15

E2 a) $(-10) + (+2) - (-7)$

$= (-10) + (+2) + (+7)$

$= (-10) + (+9)$

$= -1$

b) 11 c) 7

S2C8 E1 a) $3 - 8 + 2 - 9 = 3 + 2 - 8 - 9$

$= 5 - 17$

$= -12$

b) 5 c) 6

E2 a) $7 - 9 + 3 = 7 + 3 - 9$

$= 10 - 9$

$= 1$

b) -11 c) 0

S2C9

a) $-5{,}8$ b) $+3{,}6$ c) $-1{,}3$

d) $+7{,}3$ e) $+17{,}5$ f) $-4{,}2$

g) $+3{,}2$ h) $-3{,}7$ i) $+3{,}2$

S2C10

a) $-\left(\frac{2}{3}+\frac{5}{3}\right)=-\frac{7}{3}$ b) $-\left(\frac{7}{9}-\frac{5}{9}\right)=-\frac{2}{9}$

c) $+\left(\frac{9}{7}-\frac{4}{7}\right)=\frac{5}{7}$ d) $\frac{5}{2}-\frac{1}{3}=\frac{15}{6}-\frac{2}{6}=\frac{13}{6}$

e) $-\frac{8}{5}+\frac{2}{3}=-\frac{24}{15}+\frac{10}{15}=-\frac{14}{15}$ f) $+\frac{3}{5}$

S2C11

a) $+5{,}4$ b) $+12{,}2$ c) $-5{,}2$

d) $+6{,}9$ e) $-5{,}3$ f) $+2{,}1$

g) $+7{,}2$ h) $-12{,}1$ i) $-3{,}8$

S2C12

a) $\left(-\frac{1}{5}\right)+\left(-\frac{3}{5}\right)=-\frac{4}{5}$ b) $\left(+\frac{5}{7}\right)+\left(-\frac{2}{7}\right)=\frac{3}{7}$

c) $\left(-\frac{8}{3}\right)+\left(+\frac{1}{3}\right)=-\frac{7}{3}$ d) $\frac{5}{2}+\frac{9}{4}=\frac{10}{4}+\frac{9}{4}=\frac{19}{4}$

e) $-\frac{1}{2}-\frac{4}{5}=-\frac{5}{10}-\frac{8}{10}=-\frac{13}{10}$

f) $-\frac{7}{2}-\frac{5}{3}=-\frac{21}{6}-\frac{10}{6}=-\frac{31}{6}$

S2C13 E1

a) -2 b) -2 c) -7 d) 5 e) -11

f) 8 g) 19 h) 4 i) $3{,}4$ j) $5{,}6$

k) $-\left(\frac{9}{7}-\frac{3}{7}\right)=-\frac{6}{7}$ l) $\frac{15}{6}+\frac{14}{6}=\frac{29}{6}$

E2

a) $(+2)+(+7)+(-9)+(-5)\ =(+9)+(-14)$
$=-5$

b) $(-6)+(-9)+(+5)\ =(-15)+(+5)$
$=-10$

c) $16+7-7-14=23-21=2$

d) $8-12+4=8+4-12=0$

S3C1

a) -15 b) -12 c) -36 d) -56 e) 54

f) -30 g) -22 h) -26

S3C2

a) -24 b) -45 c) -24 d) 14 e) -6

f) 0 g) -26 h) -70

S3C3

a) $(-6)\times(-6)=36$ b) $(-20)\times(-2)=40$

c) $(-10)\times(-8)=80$ d) $(-4)\times(-5)\times 3=20\times 3=60$

e) $36\times(-1)=-36$ f) $(-30)\times 6=-180$

S3C4 E1

Número par: $4, 12, 18$ Número impar: $7, 27, 29$

E2

a) $+(4\times 2\times 6)=48$ b) $-(3\times 5\times 3)=-45$

c) -42 d) 40 e) -126 f) -60

S3C5

a) $-6{,}3$ b) $0{,}86$ c) $6{,}82$

d) $-6{,}4$ e) $-0{,}81$ f) $3{,}22$

S3C6

a) $-\left(\frac{5\times 3}{7}\right)=-\frac{15}{7}$ b) $-\left(\frac{2\times 4}{9}\right)=-\frac{8}{9}$

c) $+\left(\frac{2\times 5}{3\times 7}\right)=\frac{10}{21}$ d) $-\left(\frac{\cancel{3}\times 2}{5\times \underset{3}{\cancel{9}}}\right)=-\frac{2}{15}$

e) $+\left(\frac{7\times\cancel{5}}{\underset{2}{\cancel{10}}\times 2}\right)=\frac{7}{4}$ f) $-\left(\frac{\overset{4}{\cancel{16}}\times\overset{2}{\cancel{14}}}{\cancel{7}\times\cancel{4}}\right)=-8$

S3C7

a) $3\times 3=9$ b) $(-6)\times(-6)=36$ c) 49

d) 4 e) $-4\times 4=-16$ f) -27

g) 16 h) $\frac{1}{7}\times\frac{1}{7}=\frac{1}{49}$

i) $\left(-\frac{2}{3}\right)\times\left(-\frac{2}{3}\right)\times\left(-\frac{2}{3}\right)=-\frac{8}{27}$

S3C8

a) $(+14)\div(-2)=-(14\div 2)=-7$

b) 7 c) -6 d) 9 e) -9

f) 13 g) 21 h) -26

S3C9

a) $\left(-\frac{1}{7}\right) \div \left(-\frac{2}{5}\right) = \left(-\frac{1}{7}\right) \times \left(-\frac{5}{2}\right) = +\left(\frac{5}{7\times 2}\right) = +\frac{5}{14}$

b) $\left(\frac{3}{4}\right) \times \left(-\frac{1}{5}\right) = -\left(\frac{3\times 1}{4\times 5}\right) = -\frac{3}{20}$

c) $-\frac{1}{12}$ d) 3 e) $\frac{27}{10}$ f) $-\frac{45}{2}$

g) $-\frac{7}{12}$ h) 12

S3C10

a) $3\times\left(-\frac{4}{3}\right)\times(-7) = +\left(\frac{\cancel{3}\times 4\times 7}{\cancel{3}}\right) = 28$

b) $7\times\left(-\frac{2}{5}\right)\times\left(-\frac{1}{2}\right) = +\left(\frac{7\times\cancel{2}}{5\times\cancel{2}}\right) = \frac{7}{5}$

c) $-\frac{6}{5}$ d) $\frac{1}{54}$ e) $-\frac{1}{5}$ f) $-\frac{75}{56}$

S4C1

a) $2 + 3\times(-5) = 2 - 15 = -13$

b) $-6 \div 3 + 7 = -2 + 7 = 5$

c) 16 d) -5 e) -2 f) 2

g) 18 h) -3 i) 17

S4C2

a) $5\times(1-4) = 5\times(-3) = -15$ b) -6

c) $9 - (7+12) = 9 - 19 = -10$

d) $(-3)\times[6-(-4)] = -30$

e) $[-(3+9)]\div 6 = -12\div 6 = -2$

S4C3

a) $4\times(10-20) = 4\times(-10) = -40$ b) -50

c) -40 d) -42 e) -10 f) -24

S4C4

L	M	M	J	V	S	D
+15	−20	−38	0	+6	+45	−12
144	**109**	**91**	129	**135**	**174**	**117**

S4C5

E1 a) -36 b) 40 c) 84 d) 0 e) 19

f) 64 g) -8 h) -5 i) 16

E2

a) $5\times\left(-\frac{3}{5}\right)\times(-9) = 27$ b) $8\times\left(-\frac{3}{4}\right)\times\frac{1}{6} = -1$

c) $(-3)\times(-2)\times\frac{5}{2} = 15$ d) $\frac{1}{6}\times\left(-\frac{2}{5}\right)\times\left(-\frac{3}{7}\right) = \frac{1}{35}$

E3 a) $5 - 18 - 2 = -15$ b) $6 + 9 + 15 = 30$

c) $3 + 4 - 28 = -21$ d) $4 + 9 + 12 = 25$

E4 a) $12 \div [2\times(-3)] = 12 \div (-6) = -2$

b) $2\times[7 + (8 - 18)] = 2\times(-3) = -6$

c) $(-4)\times[2 - (6+9)] = (-4)\times(-13) = 52$

d) $6 \div (15 - 9) = 6 \div 6 = 1$

Desafío

a) $7\times 3 = 21$ 21 pasos avanza

b) $2\times 2 = 4$ 4 pasos retrocede

c) $21 - 4 = 17$ 17 pasos del punto de partida

d) $6\times 3 = 18$ 18 pasos avanza

e) $3\times 2 = 6$ 6 pasos retrocede

f) $18 - 6 = 12$ 12 pasos del punto de partida

g) $17 > 12$ Francisco es el ganador

UNIDAD 3

Seccion 1 Contenido 1 (S1C1)

a) $x\times 15$ b) $a\times 10 + b\times 6$ c) $12\times y$ d) $y\times 20 - (x\times 10)$

S1C2

a) $7a$ b) xy c) $2ab$ d) $5(x+y)$

e) y f) $-8a$ g) $-2xy$ h) x^3

S1C3 E1

a) $\frac{a}{7}$ b) $\frac{5}{3}a$ o $\frac{5a}{3}$ c) $\frac{xy}{5}$

E2 a) $(-x) \div (-2) = \frac{-x}{-2} = \frac{x}{2}$

b) $-\frac{b}{8}$ c) $-\frac{a-b}{3}$ d) $-\frac{9}{x+y}$

S1C4

1. a) En los 5 cuadernos gastó: $5x$
   El dinero que queda: $100 - 5x$ (C$)

b) Total de personas en carro: $4x$
   Total de personas en moto: $2y$
   En total hay $4x + 2y$ (personas)

2. a) La suma total de comprar 3 camisas y 5 pantalones

b) El dinero que queda de restar a C$300, la compra de 2 camisas.

c) El dinero que queda al restar a C$500, la suma total de comprar una camisa y un pantalón.

S1C5

1.a) $\frac{9}{x}km/h$ b) $4a\ \ km$ c) $\frac{55}{x}h$

2.a) La distancia (en m) caminada por Julia en x minutos a una velocidad de $70m/min$

b) La distancia (en m) caminada por Julia en y minutos a una velocidad de $35m/min$

c) La distancia recorrida por Julia

S1C6

Término	Variable	Coeficiente
$-4a$	a	-4
$-b$	b	-1
$\frac{3}{2}c$	c	$\frac{3}{2}$

S1C7 E1

a) $18-6=12$ b) $-(-7)=7$

c) $25-(-10)=35$ d) $-(-2)-6=-4$

E2

a) $(5)(9)=45$ b) $(-6)(-4)=24$

c) $(3)(2)+1=7$ d) $(5)(-3)-7=-22$

S1C8

a) $\frac{12}{3}=4$ b) $\frac{10}{-5}=-2$

c) $(5)(1)+(3)(2)=11$ d) $(2)(3)-(7)(1)=-1$

e) $(3)(2)+(-4)=2$ f) $(-4)(-5)-(3)(2)=14$

g) $(-4)^2=16$ h) $-3^2=-3\times3=-9$

S1C9 E1

a) $7y$ b) $-3x$ c) $\frac{6}{y}$

d) $-\frac{a}{9}$ e) $5ab$ f) $\frac{2}{xy}$

E2

a) $12x$ latas b) $50-7x$ (C$) c) $20a+10b$ (C$)

E3

a) $21-10=11$ b) $(-3)(4)=-12$

c) $\frac{15}{3}=5$ d) $(8)(-6)+5=-43$

e) $(4)(3)+(7)(2)=26$ f) $(2)(-7)-(5)(-3)=1$

g) $8^2=64$ h) $(-2)(3^2)=-18$

S2C1

Términos semejantes a

$12a$: $-9a,\ 15a,\ 4a$

$4xy$: $xy,\ -3xy,\ 6xy$

$-5m$: $8m,\ -m,\ 3m,\ 7m,\ 13m$

S2C2

a) $(5+2)x=7x$ b) $14x$ c) $5x$ d) $-5x$

e) $-4x$ f) $14x$ g) $9x$ h) $3a$ i) $-8a$

S2C3 E1

a) $2x+7x+5-4=9x+1$ b) $5x-6$

c) $8x-3x+4=5x+4$ d) $3x-5$

e) $-4x+9$ f) $-5x-6$

E2

a) $3x-9x-4+5=-6x+1$ b) $-7x+9$

c) $2x+9$

S2C4

a) $5x+2-3x-7=2x-5$ b) $-3x-5$

c) $5x-2+7x=12x-2$ d) $-2x+5$

e) $9x$ f) $7x-7$ g) $-4x-4$

h) $9x-5$ i) $6x+11$

S2C5 E1

a) $24x$ b) $10x$ c) $-3x$

E2

a) $(6)(2)x+(6)(7)=12x+42$ b) $6x-10$

c) $(-4)(5)x-(-4)(8)=-20x+32$

S2C6

a) $3x$ b) $-4x$ c) $8x\times\left(-\frac{3}{2}\right)=-12x$

d) $7x+4$ e) $-2x-1$ f) $3x-2$

S2C7

a) $24x+12+10x-5=34x+7$

b) $16x+10$ c) $11x-41$

d) $6x+24-10x-14=-4x+10$

e) $16x-12-4x+8=12x-4$

f) $3x-3+14x-21=17x-24$

S2C8 E1

$5x \rightarrow -9x$

$12a \rightarrow a$

$7xy \rightarrow 15xy$

$3b \rightarrow 8b$

E2

a) $9x$ b) $7x$ c) $-8x$

d) $8x$ e) $10x$ f) $-12x$

E3

a) $9a+5$ b) $7a-9$

c) $9a-2+3a=12a-2$

d) $4a+9-a-7=3a+2$

E4

a) $-14x$ b) $15x-6$ c) $-2x$ d) $3x-2$

E5

a) $6x+15+6x-12=12x+3$

b) $15x-10+12x-2=27x-12$

c) $2x+16-12x-4=-10x+12$

d) $7x-28-6x+15= \ x-13$

UNIDAD 4

Seccion 1 Contenido 1 (S1C1)

a) 6 b) 11 c) 6 d) 19 e) 27 f) -4

S1C2

a) $4x+10=(4)(3)+10= \ 12+10= \ 22$
3 es solución de a)

b) $-6x+1=(-6)(3)+1=-18+1=-17\neq 17$
3 no es solución de b)

c) Lado izquierdo $(-3)(3)+1=-9+1=-8$
Lado derecho $(6)(3)-17=18-17=1$
Como $-8\neq 1$ entonces 3 no es solución de c)

S1C3

a)
$$\begin{aligned} x-9 &= 3 \\ x-9+9 &= 3+9 \\ x &= 12 \end{aligned}$$

b) $x=3$ c) $x=-2$

S1C4 E1

a)
$$\begin{aligned} x+7 &= -1 \\ x+7-7 &= -1-7 \\ x &= -8 \end{aligned}$$

b) $x=-5$ c) $x=3$

E2

a)
$$\begin{aligned} \frac{x}{7} &= 2 \\ \frac{x}{7}(7) &= (2)(7) \\ x &= 14 \end{aligned}$$

b) $x=-20$ c) $x=30$

E3

a)
$$\begin{aligned} 4x &= 40 \\ \frac{4x}{4} &= \frac{40}{4} \\ x &= 10 \end{aligned}$$

b) $x=3$ c) $x=-6$

E4

a)
$$\begin{aligned} 22 &= x+8 \\ x+8 &= 22 \\ x &= 14 \end{aligned}$$

b) $x=-14$ c) $x=21$

S1C5 E1 a) 12 b) 1 c) 2
d) 35 e) 58 f) -7

E2 a) $(2)(3)+8=14\neq 16$,
entonces, 3 no es solución de a)

b) 3 es solución de b)

c) Lado izquierdo $(4)(3)-4=8$
Lado derecho $(5)(3)-7=8$
Entonces, 3 es solución de c)

d) 3 es solución de d)

E3 a)
$$\begin{aligned} x-19 &= 13 \\ x-19+19 &= 13+19 \\ x &= 32 \end{aligned}$$

b) $x=11$ c) $x=1$ d) $x=27$

E4 a)
$$\begin{aligned} x+8 &= -2 \\ x+8-8 &= -2-8 \\ x &= -10 \end{aligned}$$

b) $x=-8$ c) $x=-38$ d) $x=-10$

E5 a)
$$\begin{aligned} \frac{x}{4} &= 5 \\ \frac{x}{4}(4) &= (5)(4) \\ x &= 20 \end{aligned}$$

b) $x=-18$ c) $x=40$ d) $x=21$

E6

a) $3x = 30$

$\frac{3x}{3} = \frac{30}{3}$

$x = 10$

b) $x = 9$ c) $x = -13$ d) $x = 6$

E7

a) $40 = x - 12$

$x - 12 = 40$

$x = 52$

b) $x = -8$ c) $x = 21$ d) $x = 2$

S2C1

1. a) $x = 8 - 2$
   $x = 6$

   b) $-x = -12 - 2$
   $-x = -14$
   $x = 14$

   c) $-x = -2 + 10$
   $-x = 8$
   $x = -8$

2. a) $x = 15 - 8$
   $x = 7$

   b) $x = 17$

   c) $x = 11$

S2C2

a) $4x - 10 = 11 - 3x$

$4x + 3x = 11 + 10$

$7x = 21$

$x = 3$

b) $x = -2$

c) $x = 3$ d) $x = -1$

S2C3

a) $2x + 12 + 2 = 13 + 3x$

$2x + 14 = 13 + 3x$

$x = 1$

b) $-8x - 16 = 8x + 2 - 14$

$-8x - 16 = 8x - 12$

$x = -\frac{1}{4}$

c) $-12x - 3 = -30x + 35 - 2$

$-12x - 3 = -30x + 33$

$x = 2$

S2C4

a) $0{,}8x(10) = (2{,}4)(10)$

$8x = 24$

$x = 3$

b) $(0{,}5x + 0{,}8)(10) = (2{,}6 - 0{,}4x)(10)$

$5x + 8 = 26 - 4x$

$x = 2$

c) $x = 32$ d) $x = 2$

S2C5

a) $\frac{1}{4}x(12) = -\frac{2}{3}(12)$

$3x = -8$

$x = -\frac{8}{3}$

b) $x = -\frac{18}{35}$

c) $\frac{x-3}{4}(4) = (5)(4)$

$x - 3 = 20$

$x = 23$

d) $x = 20$

S2C6 E1

a) $3x + 4 = 13$

$3x = 13 - 4$

$x = 3$

b) $x = 6$ c) $x = -9$ d) $x = \frac{7}{9}$

E2

a) $4x - 12 = 3x - 7$

$x = 5$

b) $3x + 6x - 2 = 16$

$x = 2$

c) $-12x - 6 = -2x + 10 + 4$

$x = -2$

E3

a) $(0{,}8x + 0{,}2)(10) = (-0{,}6)(10)$

$8x + 2 = -6$

$x = -1$

b) $(0{,}5x - 1)(10) = (0{,}2x + 2)(10)$

$5x - 10 = 2x + 20$

$x = 10$

c) $(0{,}25x - 3)(100) = (0{,}5x + 5)(100)$

$25x - 300 = 50x + 500$

$x = -32$

E4

a) $\left(\frac{1}{6}x - 2\right)(6) = -\frac{x}{3}(6)$
$x - 12 = -2x$
$x = 4$

b) $4x - 6 = -3x$
$x = \frac{6}{7}$

c) $3(x-2) = 2(3+2x)$
$3x - 6 = 6 + 4x$
$x = -12$

d) $7x - 28 = 14 + x$
$x = 7$

e) $x + 8 = -4 + 4x$
$x = 4$

S2C7

a) **Ganó C$ 670**

Sea x la ganancia de tercer día.

$300 - 170 + x = 800$
$x = 670$

b) **C$ 90**

Sea x el precio de la libra de carne.

$500 - 3x = 230$
$x = 90$

S2C8

a) EL precio de la blusa es C$320.
El precio de la cartera es C$640.

Sea x el precio de la blusa.

$x + 2x = 960$
$x = 320$

b) Roberto gana C$365 y Luis gana C$370.

Sea x la ganancia de Roberto por un día.

$x + (x + 5) = 735$
$x = 365$

UNIDAD 5

Seccion 1 Contenido 1 (S1C1)

1. a) $y = 45x$ b) $y = 20 - x$

2.

a) y está en función de x de la forma: $y = 60x$
b) y no está en función de x
c) y está en función de x de la forma: $y = 4x$

S1C2

a) y es directamente proporcional a x:
Constante de proporcionalidad: 20
b) y es directamente proporcional a x:
Constante de proporcionalidad: 15
c) y es directamente proporcional a x:
Constante de proporcionalidad: 10
d) y es directamente proporcional a x:
Constante de proporcionalidad: 4

S1C3

a) $y = 5x$

x	0	1	2	3	4	5
y	0	5	10	15	20	25

b) $y = 2x$

x	0	1	2	3	4	5
y	0	2	4	6	8	10

c) $y = 9x$

x	0	1	2	3	4	5
y	0	9	18	27	36	45

S1C4

a) $y = 3x$

x (paquetes)	0	1	2	3	4	5	6
y (jabones)	0	3	6	9	12	15	18

b) $y = 7x$

x (grupos)	0	1	2	3	4	5	6
y (estudiantes)	0	7	14	21	28	35	42

c) $y = 5x$

x (cm)	1	2	3	4	5	6
y (cm^2)	5	10	15	20	25	30

S1C5

a) $y = 5x$

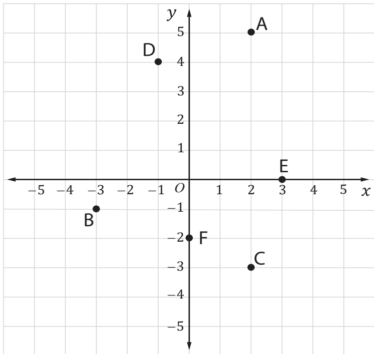
x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
y	−20	−15	−10	−5	0	5	10	15	20

b) $y = 4x$

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
y	−16	−12	−8	−4	0	4	8	12	16

S1C6

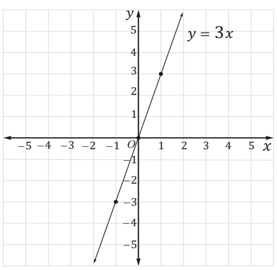
a) $G(-4,-4)$, $H(3,-5)$, $I(0,2)$, $J(3,-5)$



S1C7

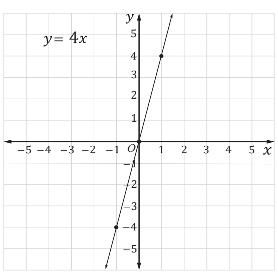
a)

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-9	-6	-3	0	3	6	9



b)

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-12	-8	-4	0	4	8	12



S1C8 E1

a)

x (min)	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y (lt)	16	12	8	4	0	-4	-8	-12	-16

b) $y = -4x$

E2

a)

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	8	6	4	2	0	-2	-4	-6	-8

$y = -2x$

b)

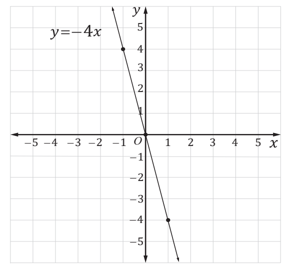
x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	12	9	6	3	0	-3	-6	-9	-12

$y = -3x$

S1C9

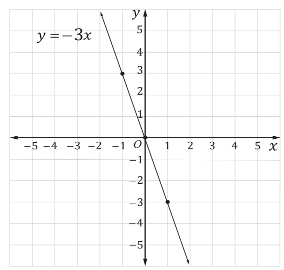
a)

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	12	8	4	0	-4	-8	-12



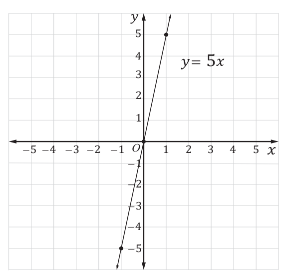
b)

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	$\cdots$
y	9	6	3	0	-3	-6	-9	$\cdots$

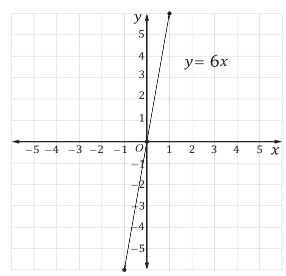


S1C10

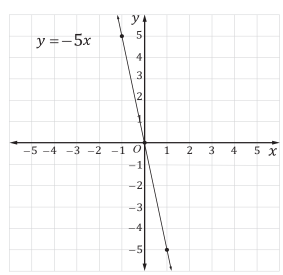
a)



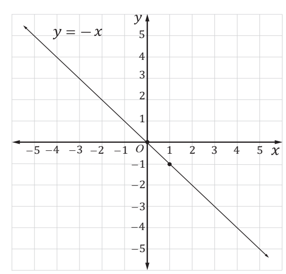
b)



c)



d)



S1C11

Inecuación	Se lee	En la recta numérica
$x < 3$	a) x es menor que 3	
$x \geq -6$	b) x es mayor o igual que -6	
$-5 < x < 9$	c) x es mayor que -5 y menor que 9	
$-4 < x < 3$	d) x es mayor que -4 y menor que 3	

S1C12

a) Dominio: $0 \leq x \leq 3$

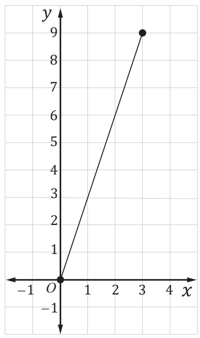
Cuando $x = 0$:

$$\begin{aligned} y &= 3x \\ &= (3)(0) \\ &= 0 \end{aligned}$$

Cuando $x = 3$:

$$\begin{aligned} y &= 3x \\ &= (3)(3) \\ &= 9 \end{aligned}$$

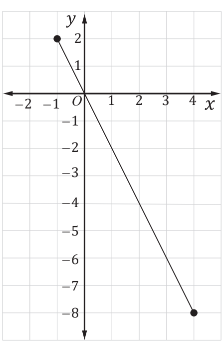
Rango: $0 \leq y \leq 9$

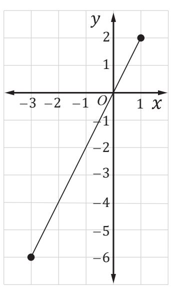


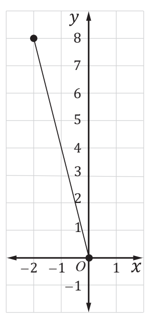
b)
Dominio:
$-1 \leq x \leq 4$
Rango:
$-8 \leq y \leq 2$

c)
Dominio:
$-3 < x < 1$
Rango:
$-6 < y < 2$

d)
Dominio:
$-2 < x < 0$
Rango:
$0 < y < 8$







S1C13

a) Al sustituir $x = 2$, $y = -4$ en $y = ax$:

$$\begin{aligned} -4 &= 2a \\ a &= -2 \end{aligned}$$

La ecuación es: $y = -2x$

b) $y = -3x$ c) $y = 3x$ d) $y = \frac{1}{2}x$

S1C14 E1

a) y es directamente proporcional a x

b) y no es directamente proporcional a x

c) y es directamente proporcional a x

d) y no es directamente proporcional a x

E2

a) $y = 3x$

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	-12	-9	-6	-3	0	3	6	9	12

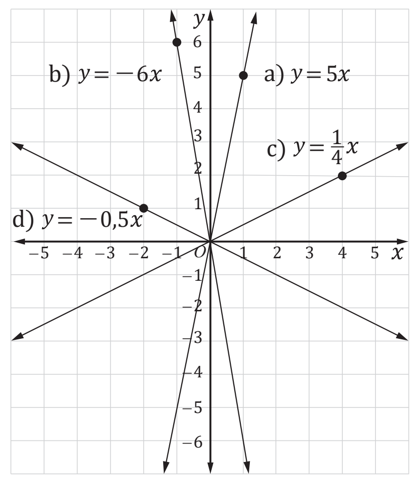
b) $y = -4x$

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	16	12	8	4	0	-4	-8	-12	-16

c) $y = -2x$

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	8	6	4	2	0	-2	-4	-6	-8

E3



E4

a) $y = 4x$ b) $y = -2x$ c) $y = 2x$

S2C1

a) y es inversamente proporcional a x:
Constante de proporcionalidad: 24

b) y es inversamente proporcional a x:
Constante de proporcionalidad: 50

c) y es inversamente proporcional a x:
Constante de proporcionalidad: 12

S2C2

a) $y = \frac{24}{x}$

x	1	2	3	4
y	24	12	8	6

b) $y = \frac{18}{x}$

x	1	2	3	4
y	18	9	6	4,5

c) $y = \frac{30}{x}$

x	1	2	3	4
y	30	15	10	7,5

S2C3

a) $y = \frac{12}{x}$

x (km/h)	1	2	3	4	5	6
y (h)	12	6	4	3	2,4	2

b) $y = \frac{18}{x}$

x (cajas)	1	2	3	6
y (libros)	18	9	6	3

S2C4

a) $y = \frac{6}{x}$

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	$-1,5$	-2	-3	-6	–	6	3	2	1,5

b) $y = \frac{15}{x}$

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	$-3,75$	-5	$-7,5$	-15	–	15	7,5	5	3,75

S2C5

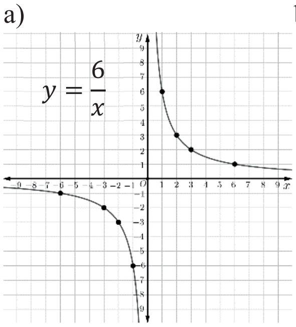
a)

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	$-1,5$	-2	-3	-6	–	6	3	2	1,5

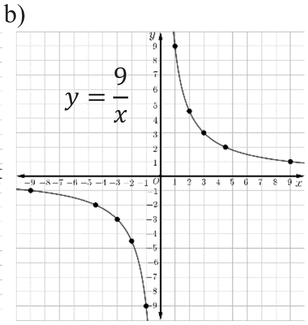
b)

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	$-2,25$	-3	$-4,5$	-9	–	9	4,5	3	2,25

a)



b)



S2C6

a) $y = -\frac{6}{x}$

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	1,5	2	3	6	–	-6	-3	-2	$-1,5$

b) $y = -\frac{18}{x}$

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	4,5	6	9	18	–	-18	-9	-6	$-4,5$

S2C7

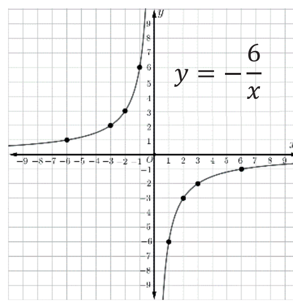
a)

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	1,5	2	3	6	–	-6	-3	-2	$-1,5$

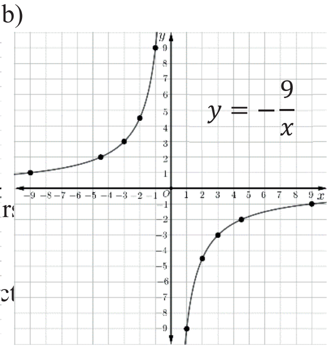
b)

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	2,25	3	4,5	9	–	-9	$-4,5$	-3	$-2,25$

a)



b)



S2C8 E1

a) $y = \frac{24}{x}$

Por lo tanto, y es inversamente proporcional a x.

b) $y = 6x$

Por lo tanto, y es directamente proporcional a x.

c) $y = 3x$

Por lo tanto, y es directamente proporcional a x.

d) $y = \frac{48}{x}$

Por lo tanto, y es inversamente proporcional a x.

E2

a)

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	12	8	4	0	-4	-8	-12

b)

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	2	3	6	–	-6	-3	-2

E3

a) ② b) ③ c) ①

S3C1

a) $3d = (5)(9)$
$3d = 45$
$d = 15$

b) $c = 3$ c) $d = -6$

d) $a = -1$ e) $c = 6$ f) $b = 2$

S3C2

a)

Tazas	2	9
Cucharadas de café	4	d

Necesita 18 cucharadas de café.

b)

Vueltas	3	5
Minutos	9	d

Tardará 15 minutos.

c)

Lapiceros	8	c
Córdobas	40	75

Se pueden comprar 15 lapiceros.

d)

Litros de jugo	2	c
Naranjas	12	36

Puede preparar 6ℓ de jugo.

S3C3

a)

x %	100	c
y (estudiantes)	65	26

El 40% de los estudiantes son mujeres.

b)

x %	100	c
y (partidos)	15	9

Han ganado el 60% de los partidos.

c)

x %	100	16
y (C$)	50	d

Descuento: C$ 8 $\rightarrow$ $50 - 8 = 42$
Carlos pagó C$ 42 por el juguete.

d)

x %	100	20
y (C$)	54	d

Aumento: C$ 10,8 $\rightarrow$ $54 + 10,8 = 64,8$
El producto vale C$ 64,8.

S3C4

a) $(2)(9) = 6d$
$18 = 6d$
$d = 3$

b) $c = 12$ c) $a = -6$

d) $d = 6$ e) $c = 10$ f) $b = 2$

S3C5

a)

Cajas	6	9
Libros	15	d

Se deben guardar 10 libros en cada caja.

b)

Capacidad (toneladas)	3	5
Viajes	15	d

Necesitará 9 viajes.

c)

Fotocopiadoras	4	8
Tiempo (min)	6	d

La imprimen en 3 minutos.

d)

Bolsas	12	c
Chocolates	3	9

Puede preparar 4 bolsas.

S3C6 E1

a) $2d = (5)(10)$
$d = 25$

b) $a = -3$ c) $b = -15$ d) $c = 4$

E2

a) $(4)(3) = 6d$
$d = 2$

b) $b = 3$ c) $a = 3$ d) $c = 13,5$

E3

a)

Tiempo (horas)	2	5
Dinero (C$)	100	d

Recibirá C$250.

b)

Botellas	9	6
Capacidad (lt)	2	d

La capacidad de las botellas debe ser de 3ℓ .

c)

x %	100	c
y (estudiantes)	80	36

El 45% de los estudiantes de Séptimo Grado son niñas.

d)

Albañiles	3	18
Días	24	d

Necesitarán 4 días.

e)

x %	100	c
y (caramelos)	20	12

El 60% de los caramelos son de fresa.

Desafío

a)

Dinero ($)	900	c
Porcentaje (%)	100	10

En dos años hay que pagar $(2)(90) = 180$($)

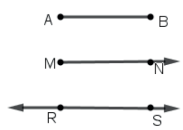
b)

Dinero ($)	500	c
Porcentaje (%)	100	5

En 4 meses hay que pagar $25 \div 4 = 6,25$ ($)

UNIDAD 6

Seccion 1 Contenido 1 (S1C1)



a) $\overline{AB}$

b) $\overrightarrow{MN}$

c) $\overleftrightarrow{RS}$

S1C2 E1

a) $AC = 7cm$ b)$BC = 4cm$

E2

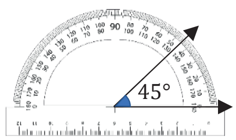
$AB + BC = AC \rightarrow (x-4) + x = 10 \rightarrow x = 7$

$AB = 3cm, BC = 7cm$

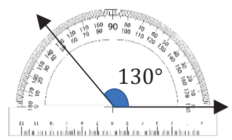
S1C3

1.

a)



b)

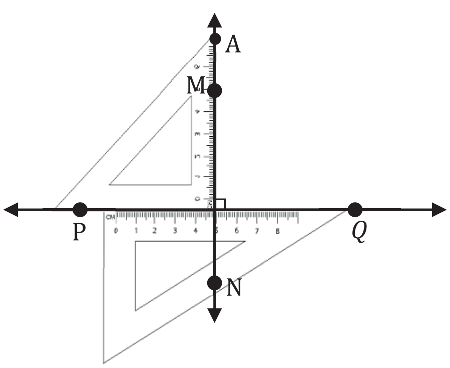


2.

	Medida	Notación	Clasificación
a)	80°	$\angle CBA$ o $\angle ABC$	Agudo
b)	115°	$\angle FED$ o $\angle DEF$	Obtuso
c)	90°	$\angle MNP$ o $\angle PNM$	Recto

S1C4

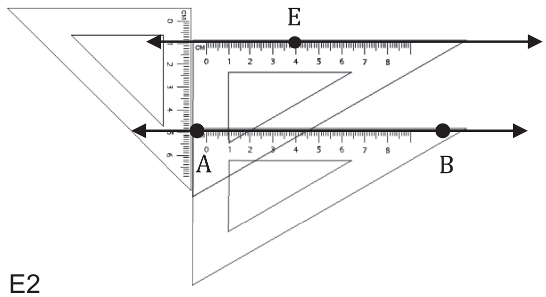
a)



b) $PA = 2,7\,cm$, $PB = 1,1\,cm$, $PC = 1,6\,cm$ y $PE = 2,6\,cm$

Como $\overline{PB}$ es el segmento de menor longitud trazado desde P a la recta, entonces este es perpendicular a la recta.

S1C5 E1



E2

a) $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ b) $\overline{AB} \perp \overline{AD}$ c) $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$

S1C6

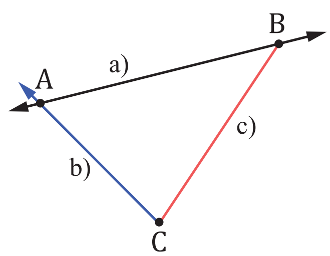
a) Triángulo acutángulo b) Triángulo obtusángulo

c) Triángulo rectángulo d) Triángulo acutángulo

e) Triángulo rectángulo f) Triángulo obtusángulo

S1C7

E1



E2

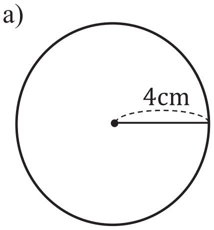
a) $\measuredangle LMN = 90°$ b) $\measuredangle NMO = 35°$ c) $\measuredangle LMP = 155°$

E3

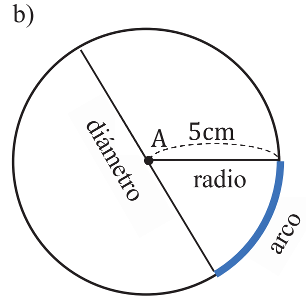
a) Triángulo rectángulo b) Triángulo obtusángulo

S2C1

a)

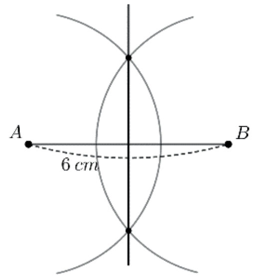


b)

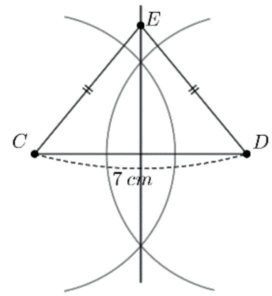


S2C2

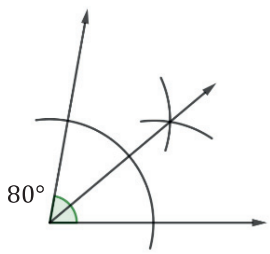
a)



b)



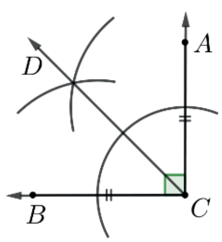
S2C3 E1



E2

a) $\measuredangle BCA = 90°$

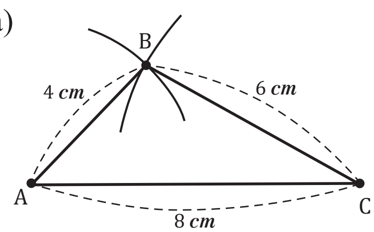
b)



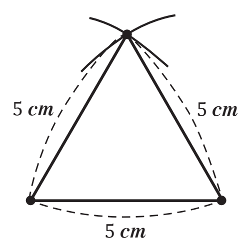
c) $\measuredangle ACD$ y $\measuredangle BCD$ son iguales y miden $45°$

S2C4

a)

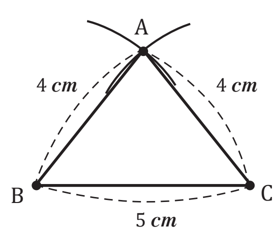


b)



Triángulo equilátero

c)



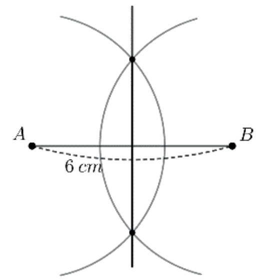
Triángulo isósceles

S2C5

a) Rotación b) Reflexión c) Traslación

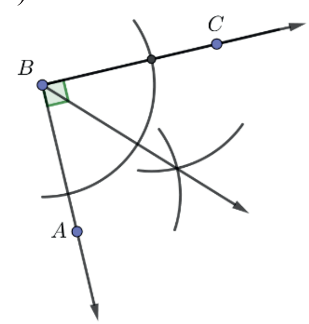
S2C6

E1

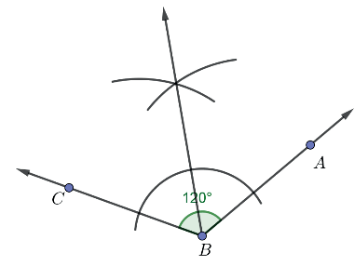


E2

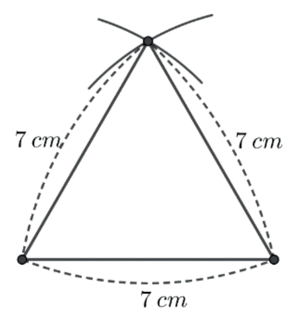
a)



b)

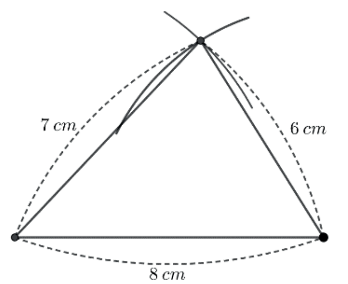


E3



Triángulo equilátero

E4



Triángulo escaleno

E5

a) Una reflexión respecto del eje y

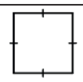
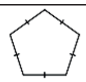
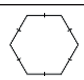
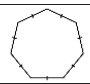
UNIDAD 7

Seccion 1 Contenido 1 (S1C1)

a) Cuadrado b) Rectángulo c) Rombo

d) Trapecio e) Rectángulo f) Paralelogramo

S1C2

Polígono	Nombre	Número de lados	Número de ángulos	Número de diagonales
	Cuadrado	4	4	2
	Pentágono Regular	5	5	5
	Hexágono Regular	6	6	9
	Heptágono Regular	7	7	14

S1C3

a) $P = 2 + 3 + 3 = 8\ (cm)$ b) $28\ \ cm$

c) $18\ cm$ d) $27\ cm$ e) cm f) $20\ cm$

S1C4

a) $P = (5)(4) = 20\,(cm)$ b) $18\ cm$

c) $9\ cm$ d) $14\ cm$ e) $32\ cm$ f) $20\ cm$

S2C1

a) $A = 3^2 = 9(cm^2)$ b) $15\ cm^2$

c) $64\ cm^2$ d) $63\ cm^2$ e) cm^2 f) $3x\ \ cm^2$

S2C2

a) $A = \dfrac{(5)(6)}{2} = 15\ (cm^2)$ b) $27\ \ cm^2$

c) $12\ cm^2$ d) $7\ cm^2$ e) cm^2 f) $6\ cm^2$

S2C3

a) $A = (6)(4) = 24\ (cm^2)$ b) $16\ cm^2$

c) $15\ cm^2$ d) $18\ cm^2$ e) $20\ cm^2$ f) $28\ cm^2$

S2C4

a) $A = \dfrac{(8)(3)}{2} = 12\ (cm^2)$ b) $21\ cm^2$

c) $12\ cm^2$ d) $10\ cm^2$ e) $9\ cm^2$ f) $8\ cm^2$

S2C5

a) $A = \dfrac{(8+3)(4)}{2} = 22\ (cm^2)$ b) $15\ \ cm^2$

c) $14\ cm^2$ d) $20\ cm^2$ e) $16\ cm^2$ f) $27{,}5\ cm^2$

S2C6

a) $A = (4)(5) + (9)(2) = 38\,(cm^2)$

b) $A = (5)(3) + (8)(4) = 47\,(cm^2)$

S2C7 E1

a) $P = (2+6)(2) = 16\ (cm)$

b) $P = (7)(3) = 21\ (cm)$

E2

a) $A = \dfrac{(4)(5)}{2} = 10(cm^2)$

b) $A = 5^2 = 25\ (cm^2)$

c) $A = \dfrac{(9+4)(2)}{2} = 13\ (cm^2)$

d) $A = (2)(2) + (5)(7) = 39\ (cm^2)$

e) $A = (2)(2) + (2)(2) + (9)(2) = 26\ (cm^2)$

S3C1

a) diámetro b) radio c) cuerda

d) centro e) arco f) recta tangente

S3C2

a) $L = (2)(4)\pi = 8\pi\ (cm)$

b) $10\pi\ \ cm$ c) $2\pi\ \ cm$

d) $r = \dfrac{12}{2} = 6, L = (2)(6)\pi = 12\pi\ (cm)$

e) $6\pi\ \ cm$ f) $14\pi\ \ cm$

S3C3

a) $A = \pi(2^2) = 4\pi\ (cm^2)$

b) $36\pi\ \ cm^2$ c) $25\pi\ \ cm^2$

d) $r = \dfrac{6}{2} = 3, A = \pi(3^2) = 9\pi\ (cm^2)$

e) $16\pi\ \ cm^2$ f) $36\pi\ \ cm^2$

S3C4

a) $l = \dfrac{90}{360}(2)(6)\pi$ b) $5\pi\ \ cm$

$= \dfrac{1}{4}(12)\pi$

$= 3\pi\ (cm)$

c) $4\pi\ \ cm$ d) $2\pi\ \ cm$

S3C5

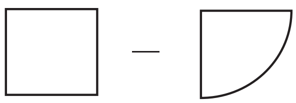
a) $S = \dfrac{90}{360}(6^2)\pi$

$= \dfrac{1}{4}(36)\pi$

$= 9\pi\ (cm^2)$

b) $9\pi\ \ cm^2$ c) $5\pi\ \ cm^2$ d) $10\pi\ \ cm^2$

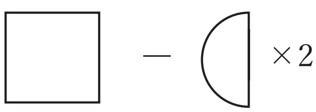
S3C6

a) 

$A = 6^2 - \dfrac{90}{360}(6^2)\pi$

$= 36 - \dfrac{1}{4}(36)\pi$

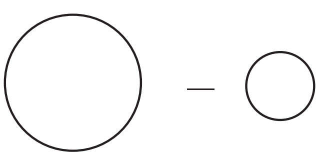
$=(36 - 9\pi)\ cm^2$

b) 

$A = 6^2 - \dfrac{180}{360}(3^2)\pi \times 2$

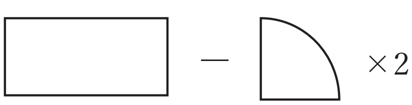
$= 36 - \dfrac{1}{2}(9)(2)\pi$

$=(36 - 9\pi)\ cm^2$

c) 

$A = \pi(7^2) - \pi(3^2)$

$= 40\pi\ (cm^2)$

d) 

$A = (8)(4) - \dfrac{90}{360}(4^2)\pi \times 2$

$= 32 - \dfrac{1}{4}(32)\pi$

$= (32 - 8\pi)\ \ cm^2$

S3C7

E1

a) $L = (2)(3)\pi = 6\pi(cm)$

b) $r = \dfrac{4}{2} = 2, L = (2)(2)\pi = 4\pi(cm)$

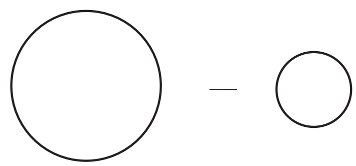
c) $l = \dfrac{120}{360}(2)(3)\pi = 2\pi\ (cm)$

d) $l = \dfrac{60}{360}(2)(6)\pi = 2\pi\ (cm)$

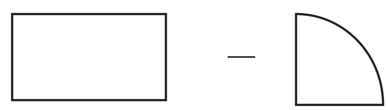
E2

a) $A = \pi(4^2) = 16\pi\ \ (cm^2)$

b) $S = \dfrac{40}{360}(3^2)\pi = \pi\ (cm^2)$

c) 

$A = \pi(5^2) - \pi(3^2) = 16\pi\ \ (cm^2)$

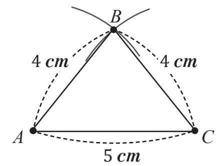
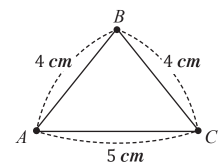
d) 

$A = (7)(4) - \dfrac{90}{360}(4^2)\pi$

$=(28 - 4\pi)\ cm^2$

Diferencias del LT entre la versión para docentes y para estudiantes

<table>
<tr><th>No.</th><th>Página</th><th>Unidad</th><th>Sección</th><th>Contenido</th><th></th><th>Versión para docentes</th><th>Versión para estudiantes</th></tr>
<tr><td>1</td><td>39</td><td>2</td><td>3</td><td>2</td><td>Ejercicio</td><td>Tercera línea:
$a\times1=1\times a=a$
$a\times0=0\times a=0$
$a\times(-1)=(-1)\times a=a$</td><td>Tercera línea, se añade signo negativo antes de la última variable a:
$a\times1=1\times a=a$
$a\times0=0\times a=0$
$a\times(-1)=(-1)\times a=-a$</td></tr>
<tr><td>2</td><td>59</td><td>3</td><td>1</td><td>4</td><td>Ejemplo</td><td>En una fiesta hay x niños sentados en mesas pequeñas y y adultos sentados en mesas grandes.</td><td>En una fiesta por cada mesa pequeña hay x niños sentados y por cada mesa grande y adultos sentados.</td></tr>
<tr><td>3</td><td>61</td><td>3</td><td>1</td><td>6</td><td>Ejemplo y Ejercicio</td><td>Las tablas tienen 4 columnas
<table>
<tr><th></th><th>Término</th><th>Variable</th><th>Coeficiente</th></tr>
<tr><td>a)</td><td>$3x$</td><td>x</td><td>3</td></tr>
<tr><td>b)</td><td>$-y$</td><td>y</td><td>-1</td></tr>
<tr><td>c)</td><td>$\frac{z}{5}$</td><td>z</td><td>$\frac{1}{5}$</td></tr>
</table></td><td>Quitar la primera columna de cada tabla:
<table>
<tr><th>Término</th><th>Variable</th><th>Coeficiente</th></tr>
<tr><td>$3x$</td><td>x</td><td>3</td></tr>
<tr><td>$-y$</td><td>y</td><td>-1</td></tr>
<tr><td>$\frac{z}{5}$</td><td>z</td><td>$\frac{1}{5}$</td></tr>
</table></td></tr>
<tr><td>4</td><td>91</td><td>5</td><td>1</td><td>3</td><td>Ejercicio</td><td>
<table>
<tr><td>x (cm)</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td></tr>
<tr><td>y (cm²)</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table></td><td>Quitar columna del 0:
<table>
<tr><td>x (cm)</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td></tr>
<tr><td>y (cm²)</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table></td></tr>
<tr><td>5</td><td>121</td><td>5</td><td>3</td><td>4</td><td>Ejercicio</td><td>
<table>
<tr><td>x</td><td>-4</td><td>b</td></tr>
<tr><td>y</td><td>-3</td><td>6</td></tr>
</table></td><td>
<table>
<tr><td>x</td><td>-4</td><td>c</td></tr>
<tr><td>y</td><td>-3</td><td>6</td></tr>
</table></td></tr>
<tr><td>6</td><td>154</td><td>7</td><td>2</td><td>2</td><td>Solución</td><td>"... área del rectángulo ABCD... "</td><td>Cambiar de ABCD a ABDC. Queda así:
"... área del rectángulo ABDC... "</td></tr>
<tr><td>7</td><td>156</td><td>7</td><td>2</td><td>4</td><td>Problema</td><td>"Calcule el área rombo... "</td><td>Añadir "del" después de la palabra "área". Queda así:
"Calcule el área del rombo ..."</td></tr>
<tr><td>8</td><td>158</td><td>7</td><td>2</td><td>6</td><td>Conclusión</td><td>"El cálculo de áreas..."</td><td>"Para calcular áreas..."</td></tr>
<tr><td>9</td><td>160</td><td>7</td><td>3</td><td>1</td><td>Solución</td><td>Diámetro de una circunferencia es un segmento cuyos extremos pertene-cen a esta.</td><td>Diámetro de una circunferencia es un segmento cuyos extremos pertenecen a esta y pasa por el centro.</td></tr>
<tr><td>10</td><td>173</td><td colspan="4">Solucionario, unidad 2, sección 3, contenido 9</td><td>a) $-\frac{5}{14}$</td><td>a) $\frac{5}{14}$</td></tr>
<tr><td>11</td><td>176</td><td colspan="4">Solucionario, unidad 5, sección 1, contenido 4</td><td>
<table>
<tr><td>x (cm)</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td></tr>
<tr><td>y (cm²)</td><td>0</td><td>5</td><td>10</td><td>15</td><td>20</td><td>25</td><td>30</td></tr>
</table></td><td>
<table>
<tr><td>x (cm)</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td></tr>
<tr><td>y (cm²)</td><td>5</td><td>10</td><td>15</td><td>20</td><td>25</td><td>30</td></tr>
</table></td></tr>
<tr><td>12</td><td>176</td><td colspan="4">Solucionario, unidad 5, sección 1, contenido 11</td><td>
<table>
<tr><th>Se lee</th><th>Inecuación</th><th>En la recta numérica</th></tr>
<tr><td>a) x es menor que 3</td><td>$x<3$</td><td>3</td></tr>
<tr><td>b) x es menor que -6</td><td>$x>-6$</td><td>-6</td></tr>
<tr><td>c) x es mayor que -5 y menor que 9</td><td>$-5<x<9$</td><td>-5 9</td></tr>
<tr><td>d) x es mayor que -4 y menor que 3</td><td>$-4<x<3$</td><td>-4 3</td></tr>
</table></td><td>Cambiar la primera columna y segunda columna de la tabla.
Quitar "inecuación".
<table>
<tr><th></th><th>Se lee</th><th>En la recta numérica</th></tr>
<tr><td>$x<3$</td><td>a) x es menor que 3</td><td>3</td></tr>
<tr><td>$x>-6$</td><td>b) x es menor que -6</td><td>-6</td></tr>
<tr><td>$-5<x<9$</td><td>c) x es mayor que -5 y menor que 9</td><td>-5 9</td></tr>
<tr><td>$-4<x<3$</td><td>d) x es mayor que -4 y menor que 3</td><td>-4 3</td></tr>
</table></td></tr>
<tr><td>13</td><td>178</td><td colspan="4">Solucionario, unidad 5, sección 3, contenido 4</td><td>f) $b=2$</td><td>f) $c=2$</td></tr>
</table>

No.	Página	Unidad	Sección	Contenido		Versión para docentes	Versión para estudiantes
14	178	Solucionario, unidad 6, sección 1, contenido 3				2. Notación a) $\measuredangle CBA$ o $\measuredangle ABC$ b) $\measuredangle FED$ o $\measuredangle DEF$ c) $\measuredangle MNP$ o $\measuredangle PNM$	Cambiar el signo $\measuredangle$ por el signo $\angle$ 2. Notación a) $\measuredangle CBA$ o $\measuredangle ABC$ b) $\measuredangle FED$ o $\measuredangle DEF$ c) $\measuredangle MNP$ o $\measuredangle PNM$
15	179	Solucionario, unidad 6, sección 2, contenido 3, ejercicio 2				c) $\measuredangle ACED$	c) $\measuredangle ACD$
16	179	Solucionario, unidad 6, sección 2, contenido 4				c)  Triángulo isósceles	c)  Triángulo isósceles