

Unidad 3. Multiplicación y división de números positivos, negativos y el cero

Competencias de la Unidad

- Efectuar las operaciones de multiplicación y división de números positivos, negativos y el cero, e identificar situaciones del entorno en las que se puedan aplicar.
- Conocer los números primos y aplicarlos en el cálculo del máximo común divisor y el mínimo común múltiplo.

Relación y desarrollo

Primero y segundo ciclo

- Números naturales hasta un millón
- Números decimales positivos
- Fracciones positivas
- Las cuatro operaciones básicas de naturales, decimales, fracciones positivas y el cero
- mcm y MCD

Séptimo grado

Unidad 1: Números positivos, negativos y el cero

- Números positivos, negativos y el cero
- Orden y valor absoluto de los números

Unidad 2: Suma y resta de números positivos, negativos y el cero

- Suma de números positivos, negativos y el cero
- Resta de números positivos, negativos y el cero
- Sumas y restas combinadas de números positivos, negativos y el cero

Unidad 3: Multiplicación y división de números positivos, negativos y el cero

- Multiplicación y división de números positivos, negativos y el cero
- Operaciones combinadas
- Números primos y compuestos

Noveno grado

Unidad 2: Raíz cuadrada

- Raíz cuadrada y números reales
- Operaciones con raíces cuadradas

Lección	Horas	Clases
1. Multiplicación y división de números positivos, negativos y el cero	1	1. Multiplicación de números con diferente signo
	1	2. Multiplicación de números con igual signo
	1	3. Multiplicaciones que incluyen -1 , 0 y 1
	1	4. Propiedad conmutativa y asociativa de la multiplicación
	1	5. Signo del producto según el número de factores de la multiplicación
	1	6. Potencia de un número
	1	7. Multiplicaciones que incluyen potencias
	1	8. División de números enteros positivos, negativos y el cero
	1	9. Fracciones negativas
	1	10. Recíproco de un número
	1	11. Cálculo de una división como multiplicación
	1	12. Practica lo aprendido
2. Operaciones combinadas	1	1. Operaciones con multiplicación y división
	1	2. Operaciones combinadas
	1	3. Operaciones combinadas que incluyen potencias
	1	4. Propiedad distributiva de la multiplicación
	1	5. Conjuntos numéricos
	1	6. Practica lo aprendido

Lección	Horas	Clases
3. Números primos y compuestos	1	1. Mínimo común múltiplo y máximo común divisor
	1	2. Relación entre los múltiplos y divisores de un número
	1	3. Números primos y compuestos
	1	4. Descomposición en factores primos
	1	5. Máximo común divisor por descomposición en factores primos
	1	6. Mínimo común múltiplo por descomposición en factores primos
	1	7. Aplicación del mcm y MCD
	1	8. Practica lo aprendido
	1	Prueba de la Unidad 3

26 horas clase + prueba de la Unidad 3

Puntos esenciales de cada lección

Lección 1: Multiplicación y división de números positivos, negativos y el cero

Para deducir la regla de multiplicación se utiliza un patrón que consiste en la observación del cambio del producto cuando uno de los factores varía, se ha adoptado esta manera por su accesibilidad. En cuanto a la división, se aborda como la operación inversa de la multiplicación; en la primera etapa de la explicación, se vuelve a poner el signo positivo (+) para una mejor comprensión de la regla para la multiplicación.

Lección 2: Operaciones combinadas

Si observa que los estudiantes no dominan la jerarquía de las operaciones, hay que reforzar las reglas acerca del orden de cálculo cuando hay más de dos tipos de operaciones, considerando la dificultad de que la operación combinada incluye números negativos. La explicación más detallada del conjunto de los números racionales se les dará a los estudiantes en 9° donde se trabaja con algunos números irracionales. Aquí se limita a tratar la relación de inclusión de los conjuntos de números naturales, enteros y racionales, aunque no se enseñará el término “número racional”.

Lección 3: Números primos y compuestos

Aunque los estudiantes aprendieron los múltiplos (comunes) y los divisores (comunes) en primero y segundo ciclo, se trabajarán nuevamente estos conceptos. El aspecto nuevo es la introducción del concepto de los números primos y la descomposición de los números en factores primos; aplicando el último se calcula el mínimo común múltiplo y máximo común divisor.

1.1 Multiplicación de números con diferente signo

Secuencia:

Para introducir la multiplicación de números positivos, negativos y el cero, se comienza con la multiplicación de números de distinto signo, ya que la situación planteada en el ① parte del conocimiento de la multiplicación que los estudiantes han adquirido en los grados anteriores, por lo que la actividad inicial se explicará con mayor detalle posteriormente. En esta clase se establece la regla para la multiplicación de números con distinto signo. Las multiplicaciones que incluyen cero se abordarán en una clase aparte, aunque los estudiantes ya saben que multiplicar un número positivo por cero es cero, la ampliación de la regla a los números negativos se hará en una clase posterior a esta.

Propósito:

①, ② Determinar el valor del recuadro a partir del descubrimiento de un patrón, de forma que intuitivamente se aplique la regla para multiplicar números con diferente signo. Para hacer explícita la deducción de la regla de la multiplicación para dos números con distintos signos se vuelve a escribir el signo (+) para los números positivos.

Estrategias de resolución de problemas:

Para el desarrollo de esta clase se utiliza una herramienta muy importante para la resolución de problemas: **los patrones**.

Posibles dificultades:

Los estudiantes podrían determinar el signo del producto erróneamente, asignándole el del número con mayor valor absoluto tal como lo hacían en la suma, por lo que en este caso es necesario aclarar que la regla para determinar el signo de un producto de números con distinto signo es diferente a encontrar el del resultado de una suma de números con distinto signo.

Indicador de logro: Multiplica dos números con distinto signo.

1.1 Multiplicación de números con diferente signo

① **P**

Escribe el número que corresponde a los recuadros en cada literal.

$$a) (+2) \times (+3) = +6$$

$$b) (+3) \times (+3) = +9$$

$$(+2) \times (+2) = +4$$

$$(+2) \times (+3) = +6$$

$$(+2) \times (+1) = +2$$

$$(+1) \times (+3) = +3$$

$$(+2) \times 0 = 0$$

$$0 \times (+3) = 0$$

$$(+2) \times (-1) = \square$$

$$(-1) \times (+3) = \square$$

$$(+2) \times (-2) = \square$$

$$(-2) \times (+3) = \square$$

$$(+2) \times (-3) = \square$$

$$(-3) \times (+3) = \square$$

② **S**

$$a) (+2) \times (+3) = +6$$

$$(+2) \times (+2) = +4$$

$$(+2) \times (+1) = +2$$

$$(+2) \times 0 = 0$$

$$(+2) \times (-1) = \square$$

$$(+2) \times (-2) = \square$$

$$(+2) \times (-3) = \square$$

$$b) (+3) \times (+3) = +9$$

$$(+2) \times (+3) = +6$$

$$(+1) \times (+3) = +3$$

$$0 \times (+3) = 0$$

$$(-1) \times (+3) = \square$$

$$(-2) \times (+3) = \square$$

$$(-3) \times (+3) = \square$$

C

Para multiplicar dos números con diferentes signos se realizan los pasos siguientes:

1. Se escribe el signo (-).
2. Se coloca el producto de los valores absolutos de los números.

Por ejemplo:

$$a) (+2) \times (-3) = -(2 \times 3) = -6$$

$$b) (-2) \times (+3) = -(2 \times 3) = -6$$

P

Realiza las siguientes multiplicaciones:

$$a) (-6) \times (+3)$$

$$-18$$

$$d) (+10) \times (-6)$$

$$-60$$

$$g) (+4.2) \times (-4)$$

$$-16.8$$

$$b) (-5) \times (+2)$$

$$-10$$

$$e) (+25) \times (-2)$$

$$-50$$

$$h) \left(-\frac{1}{2}\right) \times \left(+\frac{1}{5}\right)$$

$$-\frac{1}{10}$$

$$c) (+7) \times (-4)$$

$$-28$$

$$f) (-2.1) \times (+2)$$

$$-4.2$$

$$i) \left(+\frac{2}{3}\right) \times \left(-\frac{5}{7}\right)$$

$$-\frac{10}{21}$$

26

Tarea: página 26 del Cuaderno de Ejercicios.

Fecha:

U3 1.1

① **P**

Observa y llena el recuadro en cada literal.

$$a) (+2) \times (+3) = +6$$

$$(+2) \times (+2) = +4$$

$$(+2) \times (+1) = +2$$

$$(+2) \times 0 = 0$$

$$(+2) \times (-1) = \square$$

$$(+2) \times (-2) = \square$$

$$(+2) \times (-3) = \square$$

$$b) (+3) \times (+3) = +9$$

$$(+2) \times (+3) = +6$$

$$(+1) \times (+3) = +3$$

$$0 \times (+3) = 0$$

$$(-1) \times (+3) = \square$$

$$(-2) \times (+3) = \square$$

$$(-3) \times (+3) = \square$$

② **S**

$$a) (+2) \times (+3) = +6$$

$$(+2) \times (+2) = +4$$

$$(+2) \times (+1) = +2$$

$$(+2) \times 0 = 0$$

$$(+2) \times (-1) = \square$$

$$(+2) \times (-2) = \square$$

$$(+2) \times (-3) = \square$$

$$b) (+3) \times (+3) = +9$$

$$(+2) \times (+3) = +6$$

$$(+1) \times (+3) = +3$$

$$0 \times (+3) = 0$$

$$(-1) \times (+3) = \square$$

$$(-2) \times (+3) = \square$$

$$(-3) \times (+3) = \square$$

③ **R**

$$a) -18 \quad b) -10$$

$$c) -28 \quad d) -60$$

$$e) -50 \quad f) -4.2$$

$$g) -16.8 \quad h) -\frac{1}{10}$$

$$i) -\frac{10}{21}$$

1.2 Multiplicación de números con igual signo

Indicador de logro: Multiplica dos números con igual signo.

1.2 Multiplicación de números con igual signo



Escribe el número que corresponde a los recuadros en cada literal.

a) $(-4) \times (+3) = -12$

$(-4) \times (+2) = -8$

$(-4) \times (+1) = -4$

$(-4) \times 0 = 0$

$(-4) \times (-1) = \square$

$(-4) \times (-2) = \square$

$(-4) \times (-3) = \square$

b) $(+3) \times (-5) = -15$

$(+2) \times (-5) = -10$

$(+1) \times (-5) = -5$

$0 \times (-5) = 0$

$(-1) \times (-5) = \square$

$(-2) \times (-5) = \square$

$(-3) \times (-5) = \square$



a) $(-4) \times (+3) = -12$

$(-4) \times (+2) = -8$

$(-4) \times (+1) = -4$

$(-4) \times 0 = 0$

$(-4) \times (-1) = \square +4$

$(-4) \times (-2) = \square +8$

$(-4) \times (-3) = \square +12$

b) $(+3) \times (-5) = -15$

$(+2) \times (-5) = -10$

$(+1) \times (-5) = -5$

$0 \times (-5) = 0$

$(-1) \times (-5) = \square +5$

$(-2) \times (-5) = \square +10$

$(-3) \times (-5) = \square +15$



Para multiplicar dos números con igual signo se realizan los pasos siguientes:

1. Se escribe el signo (+).
2. Se coloca el producto de los valores absolutos de los números.

Al multiplicar un número negativo por cero el producto es cero.



Realiza las siguientes multiplicaciones:

a) $(-6) \times (-4) = +24$

b) $(-8) \times (-2) = +16$

c) $(+5) \times (+4) = +20$

d) $(-9) \times (-3) = +27$

e) $(-8) \times (-9) = +72$

f) $(-3.2) \times (-2) = +6.4$

g) $(+4.1) \times (+3) = +12.3$

h) $(-\frac{2}{3}) \times (-\frac{5}{7}) = +\frac{10}{21}$

i) $(+\frac{3}{5}) \times (+\frac{7}{11}) = +\frac{21}{55}$

Secuencia:

En esta clase se trabaja la multiplicación de dos números con igual signo para completar los casos que se le pueden presentar al estudiante a la hora de realizar una multiplicación; y se formalizará la regla para multiplicar dos números con igual signo.

Propósito:

①, ② Determinar el valor que debe ir en el recuadro a partir del descubrimiento de un patrón, para que intuitivamente se aplique la regla para multiplicar números con igual signo.

③ Establecer la regla para la multiplicación de números con igual signo. De igual manera se establece que un número negativo multiplicado por cero es cero, lo que representa un nuevo conocimiento para el estudiante; se hará una ampliación de este tipo de situaciones en la siguiente clase.

Estrategias de resolución de problemas:

Para el desarrollo de esta clase se utilizará una herramienta muy importante para la resolución de problemas: **los patrones**.

Tarea: página 27 del Cuaderno de Ejercicios.

Fecha:

U3 1.2



Observa y llena el recuadro.

a) $(-4) \times (+3) = -12$

$(-4) \times (+2) = -8$

$(-4) \times (+1) = -4$

$(-4) \times 0 = 0$

$(-4) \times (-1) = \square$

$(-4) \times (-2) = \square$

$(-4) \times (-3) = \square$



$(-4) \times (+3) = -12$

a) $(-4) \times (+2) = -8$

$(-4) \times (+1) = -4$

$(-4) \times 0 = 0$

$(-4) \times (-1) = \square +4$

$(-4) \times (-2) = \square +8$

$(-4) \times (-3) = \square +12$



a) +24

b) +16

c) +20

d) +27

e) +72

f) +6.4

g) +12.3

h) $+\frac{10}{21}$

i) $+\frac{21}{55}$

1.3 Multiplicaciones que incluyen -1 , 0 y 1

Secuencia:

Una vez que los estudiantes han aprendido a multiplicar dos números positivos y negativos indiferentemente de sus signos, se trabajará la multiplicación por números especiales como -1 , 0 y 1 . En esta clase se amplían las reglas de multiplicación de 0 y 1 a los números negativos, y también se establece que si se multiplica -1 por cualquier número o cualquier número por -1 se obtiene el opuesto del número.

Propósito:

①, ② Para el numeral 1 llenar el recuadro a partir del descubrimiento del patrón, o a partir de la regla de la multiplicación por cero que los estudiantes aprendieron anteriormente.

Para el numeral 2 llenar el recuadro a partir de las reglas de multiplicación de números con igual o diferente signo que aprendieron en las dos clases anteriores.

③ Establecer las reglas de multiplicación de un número positivo o negativo por los números especiales -1 , 0 o 1 , y viceversa. A partir de aquí, ya no se escribe el signo (+) a los números positivos.

Indicador de logro: Multiplica dos números donde un factor es -1 , 0 o 1 .

1.3 Multiplicaciones que incluyen -1 , 0 y 1

① **P**

1. Escribe el número que corresponde en el recuadro.

$(+3) \times (-2) = -6$
 $(+2) \times (-2) = -4$
 $(+1) \times (-2) = -2$
 $0 \times (-2) = \square$

2. Escribe el número que corresponde en cada recuadro.

$(+1) \times (-3) = \square$ $(-1) \times (+3) = \square$ $(+2) \times (-1) = \square$
 $(-2) \times (+1) = \square$ $(-1) \times (-3) = \square$ $(-2) \times (-1) = \square$

② **S**

1. $(+3) \times (-2) = -6$
 $(+2) \times (-2) = -4$
 $(+1) \times (-2) = -2$
 $0 \times (-2) = \boxed{0}$

2. $(+1) \times (-3) = -(1 \times 3) = \boxed{-3}$ $(-1) \times (+3) = -(1 \times 3) = \boxed{-3}$ $(+2) \times (-1) = -(2 \times 1) = \boxed{-2}$
 $(-2) \times (+1) = -(2 \times 1) = \boxed{-2}$ $(-1) \times (-3) = +(1 \times 3) = \boxed{+3}$ $(-2) \times (-1) = +(2 \times 1) = \boxed{+2}$

③ **C**

Al multiplicar un número por -1 , 0 y 1 se tendrá:

- $0 \times a = 0$
- $a \times 0 = 0$
- $1 \times a = a$
- $a \times 1 = a$
- $(-1) \times a = -a$
- $a \times (-1) = -a$

Donde a es cualquier número.

En la multiplicación, como en la suma y la resta, se puede omitir el signo + de los números positivos. También se puede omitir el paréntesis del primer número de la operación, aún cuando sea negativo.

E Realiza las siguientes multiplicaciones:

a) -1×5 b) $0 \times (-5)$ c) $1 \times (-7)$

Solución.

a) $-1 \times 5 = -5$ b) $0 \times (-5) = 0$ c) $1 \times (-7) = -7$

E Efectúa las siguientes multiplicaciones:

a) -1×8 **-8** b) $8 \times (-1)$ **-8** c) $-1 \times (-3)$ **3** d) $-1 \times (-1)$ **1** e) -1×7 **-7**
 f) $10 \times (-1)$ **-10** g) $0 \times (-4)$ **0** h) 9×0 **0** i) $1 \times (-11)$ **-11** j) -3×1 **-3**

28

Tarea: página 28 del Cuaderno de Ejercicios.

Fecha: **U3 1.3**

P 1. Llena el recuadro.
 $0 \times (-2) = \square$

2. Calcula:

$(+1) \times (-3) = \square$ $(-1) \times (+3) = \square$
 $(-2) \times (+1) = \square$ $(-1) \times (-3) = \square$
 $(+2) \times (-1) = \square$
 $(-2) \times (-1) = \square$

S 1. $0 \times (-2) = \boxed{0}$

2. $(+1) \times (-3) = \boxed{-3}$ $(-1) \times (+3) = \boxed{-3}$
 $(-2) \times (+1) = \boxed{-2}$ $(-1) \times (-3) = \boxed{-3}$
 $(+2) \times (-1) = \boxed{-2}$
 $(-2) \times (-1) = \boxed{+2}$

E Realizando algunas multiplicaciones de -1 , 0 y 1 tienes:

a) $-1 \times 5 = -5$
 b) $0 \times (-5) = 0$
 c) $1 \times (-7) = -7$

R a) -8 b) -8 c) 3
 d) 1 e) -7 f) -10
 g) 0 h) 0 i) -11
 j) -3

1.4 Propiedad conmutativa y asociativa de la multiplicación

Indicador de logro: Aplica la propiedad conmutativa y asociativa para facilitar el cálculo de una multiplicación.

1.4 Propiedad conmutativa y asociativa de la multiplicación

- ① **P** Compara el resultado de la multiplicación 1 y 2 en cada uno de los siguientes literales:

Multiplicación 1
a) -5×4

Multiplicación 2
 $4 \times (-5)$

Multiplicación 1
b) $(-3 \times 2) \times 4$

Multiplicación 2
 $-3 \times (2 \times 4)$

- ② **S**
- | | | |
|--|---|-----------------------------|
| Multiplicación 1
a) $-5 \times 4 = -20$ | Multiplicación 2
$4 \times (-5) = -20$ | Los resultados son iguales. |
|--|---|-----------------------------|

Multiplicación 1
b) $(-3 \times 2) \times 4 = -6 \times 4 = -24$

Multiplicación 2
 $-3 \times (2 \times 4) = -3 \times 8 = -24$

Los resultados son iguales.

Unidad 3

- ③ **C** Al igual que la suma, la multiplicación también cumple con la "propiedad conmutativa" y la "propiedad asociativa".

De forma general:

- $a \times b = b \times a$
- $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$

Las propiedades permiten calcular el producto de varios números en cualquier orden, aunque hayan números negativos incluidos en la multiplicación.

- ④ **E** Realiza la siguiente multiplicación:
 $-5 \times 17 \times (-2)$

Solución.

$$\begin{aligned} -5 \times 17 \times (-2) &= -5 \times (-2) \times 17 && \text{Propiedad conmutativa} \\ &= [-5 \times (-2)] \times 17 && \text{Propiedad asociativa} \\ &= 10 \times 17 \\ &= 170 \end{aligned}$$

La propiedad conmutativa es válida para la multiplicación de -1 , 0 y 1 por un número positivo o negativo. Es decir:

$$\begin{aligned} 0 \times a &= a \times 0 \\ 1 \times a &= a \times 1 \\ -1 \times a &= a \times (-1) \end{aligned}$$

Utilizando la propiedad conmutativa y asociativa se puede cambiar el orden de los factores para facilitar el cálculo.

Utiliza la propiedad conmutativa y asociativa para facilitar el cálculo en las siguientes multiplicaciones:

- a) $8 \times 13 \times 5$ **520** b) $-5 \times 27 \times 4$ **-540** c) $0.25 \times 0.35 \times (-4)$ **-0.35**
d) $0.5 \times (-0.6) \times 4$ **-1.2** e) $-24 \times 10 \times (-\frac{1}{8})$ **30** f) $-14 \times (-\frac{7}{11}) \times (-\frac{1}{2})$ **$-\frac{49}{11}$**

29

Secuencia:

Esta clase consiste en una ampliación hacia los números negativos de las propiedades conmutativas y asociativas para la multiplicación que los estudiantes aprendieron anteriormente. Además de que ellos comprendan la manera en que se aplican las propiedades, se deberá enfatizar en la importancia que tienen estas propiedades para facilitar el cálculo de algunas multiplicaciones.

Propósito:

①, ② Determinar que la propiedad conmutativa y asociativa de la multiplicación es igualmente válida cuando se incluyen números negativos en la multiplicación.

③ Establecer que la propiedad conmutativa y asociativa también es aplicable en multiplicaciones en las que se tienen números negativos.

④ Practicar la aplicación de la propiedad conmutativa y asociativa en una multiplicación que incluye números negativos; esta práctica debe desarrollarse en forma plenaria bajo la orientación del profesor y se debe destacar la utilidad que tienen estas propiedades para facilitar el cálculo de algunas multiplicaciones.

Tarea: página 29 del Cuaderno de Ejercicios.

Fecha:

U3 1.4

- P** Compara el producto de la multiplicación 1 y 2 en cada uno de los siguientes literales:

- a) -5×4 y $4 \times (-5)$
b) $(-3 \times 2) \times 4$ y $-3 \times (2 \times 4)$

- S** a) $-5 \times 4 = -20$
 $4 \times (-5) = -20$
Los productos son iguales.

- b) $(-3 \times 2) \times 4 = -6 \times 4 = -24$
 $-3 \times (2 \times 4) = -3 \times 8 = -24$

Los productos son iguales.

- E** $-5 \times 17 \times (-2) = -5 \times (-2) \times 17$
 $= [-5 \times (-2)] \times 17$
 $= 10 \times 17$
 $= 170$

- R**
- a) $8 \times 5 \times 13 = 40 \times 13 = 520$
b) $-5 \times 4 \times 27 = -20 \times 27 = -540$
c) $0.25 \times (-4) \times 0.35 = -1 \times 0.35 = -0.35$
d) $0.5 \times 4 \times (-0.6) = 2 \times (-0.6) = -1.2$
e) $-24 \times (-\frac{1}{8}) \times 10 = 3 \times 10 = 30$
f) $-14 \times (-\frac{1}{2}) \times (-\frac{7}{11}) = 7 \times (-\frac{7}{11}) = -\frac{49}{11}$

1.5 Signo del producto según el número de factores de la multiplicación

Secuencia:

Los estudiantes ya pueden determinar el signo del producto de la multiplicación de dos números; en el caso de que haya más de dos números, el signo del producto se determinará dos a dos, por lo que en esta clase lo importante será que el estudiante determine el signo del producto de más de dos números únicamente identificando el número de factores negativos en la multiplicación para agilizar la realización del cálculo.

Propósito:

①, ② Establecer la relación entre el número de factores negativos en una multiplicación y el signo del producto.

③ Practicar la aplicación de la regla establecida, enfatizando que el signo del producto se determina inmediatamente según el número de factores negativos en la multiplicación.

④ Resolución de algunos ítems:

$$\text{a) } 5 \times (-2) \times 15 = -(5 \times 2 \times 15) = -150$$

$$\text{h) } -2 \times 4 \times (-3) \times 10 \times (-5) = -(2 \times 4 \times 3 \times 10 \times 5) = -1200$$

$$\text{i) } \frac{5}{4} \times (-8) \times \left(-\frac{3}{5}\right)$$

$$= \frac{\overset{1}{\cancel{5}}}{\underset{1}{4}} \times \overset{2}{\cancel{8}} \times \frac{\underset{1}{\cancel{3}}}{\underset{1}{5}}$$

$$= 1 \times 2 \times 3$$

$$= 6$$

Indicador de logro: Determina el signo del producto de una multiplicación según el número de factores negativos.

1.5 Signo del producto según el número de factores de la multiplicación

① **P**

Realiza las siguientes multiplicaciones:

a) $2 \times 3 \times 4 \times 10$

b) $-2 \times 3 \times 4 \times 10$

c) $-2 \times (-3) \times 4 \times 10$

d) $-2 \times (-3) \times (-4) \times 10$

e) $-2 \times (-3) \times (-4) \times (-10)$

¿Qué relación existe entre la cantidad de números negativos y el signo del producto de la multiplicación?

② **S**

a) $2 \times 3 \times 4 \times 10 = 6 \times 4 \times 10 = 24 \times 10 = 240$

b) $-2 \times 3 \times 4 \times 10 = -6 \times 4 \times 10 = -24 \times 10 = -240$

c) $-2 \times (-3) \times 4 \times 10 = 6 \times 4 \times 10 = 24 \times 10 = 240$

d) $-2 \times (-3) \times (-4) \times 10 = 6 \times (-4) \times 10 = (-24) \times 10 = -240$

e) $-2 \times (-3) \times (-4) \times (-10) = 6 \times (-4) \times (-10) = (-24) \times (-10) = 240$

Cuando hay una cantidad impar de números negativos en la multiplicación, el producto es negativo.

C

Es importante destacar que

- Cuando hay una cantidad par de números negativos en la multiplicación, el signo del producto es (+).
- Cuando hay una cantidad impar de números negativos en la multiplicación, el signo del producto es (-).

③ **E**

Calcula el producto de la siguiente multiplicación:

$$-2 \times 3 \times (-5) \times 10$$

Solución.

$$-2 \times 3 \times (-5) \times 10 = +(2 \times 3 \times 5 \times 10) = 300$$

Como hay una cantidad par de números negativos inmediatamente se colocó el signo + y luego se realizó la multiplicación.

④ **P**

Realiza las siguientes multiplicaciones:

a) $5 \times (-2) \times 15$
-150

b) $-2 \times 3 \times (-5)$
30

c) $-2 \times (-6) \times (-3)$
-36

d) $2 \times 5 \times 6 \times 10$
600

e) $-1 \times 2 \times (-3) \times (-4)$
-24

f) $-11 \times 2 \times 3 \times (-5)$
330

g) $-1 \times (-5) \times (-3) \times (-6)$
90

h) $-2 \times 4 \times (-3) \times 10 \times (-5)$
-1200

i) $\frac{5}{4} \times (-8) \times \left(-\frac{3}{5}\right)$
6

30

Tarea: página 30 del Cuaderno de Ejercicios.

Fecha:

U3 1.5

P

Realiza las siguientes multiplicaciones:

a) $2 \times 3 \times 4 \times 10$

b) $-2 \times 3 \times 4 \times 10$

c) $-2 \times (-3) \times 4 \times 10$

d) $-2 \times (-3) \times (-4) \times 10$

e) $-2 \times (-3) \times (-4) \times (-10)$

¿Cómo es el signo del producto según el número de factores negativos?

S

a) $2 \times 3 \times 4 \times 10 = 240$

b) $-2 \times 3 \times 4 \times 10 = -240$

c) $-2 \times (-3) \times 4 \times 10 = 240$

d) $-2 \times (-3) \times (-4) \times 10 = -240$

e) $-2 \times (-3) \times (-4) \times (-10) = 240$

Con una cantidad impar el producto es negativo.

E

En el cálculo del producto:

$$-2 \times 3 \times (-5) \times 10$$

$$= 2 \times 3 \times 5 \times 10$$

$$= 300$$

Como la cantidad de números negativos es par, el signo es positivo.

R

a) -150

b) 30

c) -36

d) 600

e) -24

f) 330

g) 90

h) -1200

i) 6

1.6 Potencia de un número

Indicador de logro: Calcula la potencia 2 o 3 de un número a través de la multiplicación.

1.6 Potencia de un número

- ① **P** El producto de multiplicar un número por sí mismo 2 o 3 veces se representa de la siguiente forma:
 $4 \times 4 = 4^2$; $4 \times 4 \times 4 = 4^3$

¿Cómo se representan las siguientes multiplicaciones?

- a) $(-4) \times (-4)$ b) $(-4) \times (-4) \times (-4)$

- ② **S** a) $(-4) \times (-4) = (-4)^2$ b) $(-4) \times (-4) \times (-4) = (-4)^3$
 $(-4)^2$ representa -4 multiplicado 2 veces. $(-4)^3$ representa -4 multiplicado 3 veces.

- ③ **C** Cuando un número se multiplica por sí mismo 2 veces, se obtiene la potencia 2 del número, y cuando se multiplica 3 veces se obtiene la potencia 3 del número.

En las expresiones $(-4)^2$ y $(-4)^3$, el 2 y 3 se llaman exponentes y representan la cantidad de veces que aparece como factor el -4 en la multiplicación. Por ejemplo:

$$(-4)^3 = \overbrace{(-4) \times (-4) \times (-4)}^{3 \text{ veces el factor } (-4)}$$

A la potencia 2 de un número se le llama potencia **cuadrada**, y a la potencia 3 se le llama potencia **cúbica**. Así, por ejemplo: $(-4)^2$ se lee "el cuadrado de menos cuatro" y $(-4)^3$ se lee "el cubo de menos cuatro".

- ④ **E** Calcula las siguientes potencias:
a) $(-4)^2$ b) -4^2 c) $(3 \times 4)^2$
- Solución.
a) $(-4)^2 = (-4) \times (-4) = 16$ b) $-4^2 = -(4 \times 4) = -16$ c) $(3 \times 4)^2 = (3 \times 4) \times (3 \times 4) = 12 \times 12 = 144$

- $(-4)^2$ y -4^2 pueden ser parecidos, pero representan un producto diferente.
- Cuando se representa la potencia de un número negativo o fraccionario, el número debe escribirse entre paréntesis.

1. Representa las siguientes multiplicaciones con potencias:
a) 5×5 5^2 b) $5 \times 5 \times 5$ 5^3 c) $(-3) \times (-3) \times (-3)$ $(-3)^3$ d) (-3×3) -3^2
e) $(-\frac{1}{3}) \times (-\frac{1}{3})$ $(-\frac{1}{3})^2$ f) $\frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4}$ $(\frac{3}{4})^3$ g) $(-1.5) \times (-1.5)$ $(-1.5)^2$ h) (-0.5×0.5) -0.5^2
2. Calcula las siguientes potencias:
a) $(-6)^2$ 36 b) -6^2 -36 c) $(-4)^3$ -64 d) $(\frac{4}{7})^2$ $\frac{16}{49}$ e) $(-\frac{5}{2})^2$ $\frac{25}{4}$
f) $(-3.1)^2$ 9.61 g) -3.1^2 -9.61 h) $(2 \times 3)^2$ 36 i) $(2 \times 4)^3$ 512 j) $(5 \times 2)^2$ 100

Secuencia:

Para esta clase los estudiantes expresarán como una potencia de un número positivo o negativo, la multiplicación que tiene al mismo número 2 o 3 veces como factor. Se deberá recalcar en la interpretación del signo "-" en casos como los siguientes: -2^2 y $(-2)^2$.

Propósito:

①, ② Representar la potencia cuadrada o cúbica de un número negativo haciendo la analogía con la representación de la potencia cuadrada o cúbica de un número positivo.

③ Definir la potencia cuadrada o cúbica de un número a partir de un ejemplo particular.

④ Practicar el cálculo de la potencia cuadrada de números positivos y negativos. Esta práctica debe desarrollarse bajo la orientación del profesor en forma de plenaria; vale aclarar que solo se aborda la potencia cuadrada porque es en la que más tendencia a error se tiene. Enfatizar la diferencia del cálculo entre las operaciones $(-4)^2$ y -4^2 .

Posibles dificultades:

Es muy probable que los estudiantes confundan expresiones como -2^2 y $(-2)^2$, para este caso será necesario señalar al estudiante que la expresión -2^2 se puede interpretar como

$$-2^2 = -(2 \times 2) = -4$$

Por lo que se obtiene un número negativo y que $(-2)^2$ es un número positivo porque la potencia representa una multiplicación con dos factores negativos. También es posible que tengan dificultades para representar la potencia de una fracción, por ejemplo:

$$\frac{3}{7} \times \frac{3}{7} = \frac{3^2}{7^2}$$

De modo que se debe hacer énfasis en que para representar las potencias 2 y 3 de una fracción se deben utilizar paréntesis de la siguiente forma:

$$\frac{3}{7} \times \frac{3}{7} = \left(\frac{3}{7}\right)^2$$

Tarea: página 31 del Cuaderno de Ejercicios.

Fecha: U3 1.6

- P** Considerando que
 $4 \times 4 = 4^2$; $4 \times 4 \times 4 = 4^3$

¿Cómo se representan?

- a) $-4 \times (-4)$
b) $-4 \times (-4) \times (-4)$

- S** a) $-4 \times (-4) = (-4)^2$
b) $-4 \times (-4) \times (-4) = (-4)^3$

- E** a) $(-4)^2 = -4 \times (-4) = 16$ b) $-4^2 = -(4 \times 4) = -16$

- c) $(3 \times 4)^2 = (3 \times 4) \times (3 \times 4) = 12 \times 12 = 144$

Nota que $(-4)^2$ es diferente a -4^2 .

- R** 1. a) 5^2 b) 5^3 c) $(-3)^3$
d) -3^2 e) $(-\frac{1}{3})^2$ f) $(\frac{3}{4})^3$
g) $(-1.5)^2$ h) -0.5^2

2. a) 36 b) -36 c) -64
d) $\frac{16}{49}$ e) $\frac{25}{4}$ f) 9.61
g) -9.61 h) 36 i) 512

1.7 Multiplicaciones que incluyen potencias

Secuencia:

Como los estudiantes ya pueden calcular las potencias 2 o 3 de un número, para esta clase se tratarán las multiplicaciones que tienen factores con potencias 2 o 3. Se debe aclarar que la expresión 2×3^2 es diferente que $(2 \times 3)^2$.

Propósito:

①, ② Realizar una multiplicación que tenga un factor con potencia cuadrada donde se calcule la potencia del número antes de realizar la multiplicación, por lo tanto, los estudiantes deberán aplicar lo aprendido en la clase anterior. Se debe especificar que no es necesario escribir el desarrollo de la potencia; mas bien se calcula la potencia y se realiza la multiplicación tal como se presenta en el libro de texto.

③ Practicar el cálculo de multiplicaciones que incluyen potencias, y enfatizar en la diferencia del cálculo de las operaciones:

$$2 \times 3^2 \text{ y } (2 \times 3)^2$$

④ Resolución de algunos ítems:

$$\text{a) } 2^3 \times 3 = 8 \times 3 = 24$$

$$\text{f) } 3^3 \times (-4)^2 = 27 \times 16 = 432$$

$$\text{g) } (-2)^3 \times 3^3 = (-8) \times 27 = -216$$

$$\text{h) } (-3)^3 \times (-5)^2 = (-27) \times 25 = -675$$

Indicador de logro: Efectúa multiplicaciones que incluyen potencias 2 o 3.

1.7 Multiplicaciones que incluyen potencias

① **P** Efectúa la siguiente multiplicación:

$$(-3)^2 \times (-4)$$

② **S** $(-3)^2 \times (-4) = [(-3) \times (-3)] \times (-4)$ **Desarrollo de la potencia**
 $= 9 \times (-4)$
 $= -36$

No es necesario desarrollar el paso en color rojo, se puede usar el hecho de que $(-3)^2 = 9$, de la siguiente manera:

$$(-3)^2 \times (-4) = 9 \times (-4) = -36$$

C Para multiplicaciones que tienen al menos un número con potencia se tiene que hacer lo siguiente:

1. Calcular las potencias
2. Realizar la multiplicación

Por ejemplo:

$$(-3)^2 \times (-4) = 9 \times (-4) = -36$$

③ **E** Efectúa las siguientes multiplicaciones:

a) 2×3^2

b) $(2 \times 3)^2$

Solución.

a) $2 \times 3^2 = 2 \times 9 = 18$

b) $(2 \times 3)^2 = (2 \times 3) \times (2 \times 3) = 6 \times 6 = 36$

Se debe tener cuidado para no confundir expresiones tales como $(2 \times 3)^2$ y 2×3^2 , ya que $(2 \times 3)^2 = 6^2 = 36$ y $2 \times 3^2 = 2 \times 9 = 18$, pueden ser multiplicaciones muy parecidas pero su producto es diferente.

④ **E** Efectúa las siguientes multiplicaciones:

a) $2^3 \times 3 = 24$

b) $4 \times (-3)^2 = 36$

c) $-2 \times 3^3 = -54$

d) $(-1)^3 \times 2 = -2$

e) $2^2 \times 3^2 = 36$

f) $3^3 \times (-4)^2 = 432$

g) $(-2)^3 \times 3^3 = -216$

h) $(-3)^3 \times (-5)^2 = -675$

32

Tarea: página 32 del Cuaderno de Ejercicios.

Fecha: U3 1.7

P Realiza la siguiente multiplicación:
 $(-3)^2 \times (-4)$

S Primero se calculan las potencias.
 $(-3)^2 \times (-4) = [(-3) \times (-3)] \times (-4)$
 $= 9 \times (-4)$
 $= -36$

E a) $2 \times 3^2 = 2 \times 9 = 18$

b) $(2 \times 3)^2 = (2 \times 3) \times (2 \times 3) = 6 \times 6 = 36$

Nota: 2×3^2 es diferente a $(2 \times 3)^2$.

R a) 24 b) 36 c) -54

d) -2 e) 36 f) 432

g) -216 h) -675

1.8 División de números enteros positivos, negativos y el cero

Indicador de logro: Realiza la división de números positivos, negativos y el cero.

1.8 División de números enteros positivos, negativos y el cero

① **P**

Escribe el número que corresponde en cada recuadro:

$$\begin{aligned} (+6) \div (+2) &= +3 \text{ porque } (+2) \times (+3) = +6 \\ (-6) \div (-2) &= \square \text{ porque } (-2) \times \square = -6 \\ (-6) \div (+2) &= \square \text{ porque } (+2) \times \square = -6 \\ (+6) \div (-2) &= \square \text{ porque } (-2) \times \square = +6 \end{aligned}$$

② **S**

$$\begin{aligned} (-6) \div (-2) &= \boxed{+3} \text{ porque } (-2) \times \boxed{+3} = -6 \\ (-6) \div (+2) &= \boxed{-3} \text{ porque } (+2) \times \boxed{-3} = -6 \\ (+6) \div (-2) &= \boxed{-3} \text{ porque } (-2) \times \boxed{-3} = +6 \end{aligned}$$

Unidad 3

C

En la siguiente tabla se presenta el signo y el valor absoluto del cociente, dependiendo de los signos del dividendo y del divisor se tienen los siguientes casos:

Signo del dividendo y divisor	Signo del cociente	Valor absoluto del cociente
Igual	+	Cociente de los valores absolutos de los números
Diferente	-	

En la división se aplica la misma convención acerca del uso del signo + y los paréntesis como en la multiplicación.

Ejemplo:

$$\begin{aligned} \text{a) } (+6) \div (+2) &= + (6 \div 2) & \text{b) } (-6) \div (-2) &= + (6 \div 2) & \text{c) } (-6) \div (+2) &= - (6 \div 2) & \text{d) } (+6) \div (-2) &= - (6 \div 2) \\ &= +3 & &= +3 & &= -3 & &= -3 \\ &= 3 & &= 3 & & & & & \end{aligned}$$

③ **E**

Realiza la siguiente división: $0 \div (-2)$

Solución.

Si el recuadro \square representa el cociente de $0 \div (-2)$ se tiene que $\square \times (-2) = 0$, por lo que $\square = 0$; de modo que $0 \div (-2) = 0$.

Si el recuadro \square representa el cociente de $5 \div 0$, se tiene que $\square \times 0 = 5$, pero no existe ningún valor que multiplicado por 0 sea 5.

Al dividir 0 entre cualquier número diferente de 0, el cociente es 0. En caso de dividir cualquier número entre 0, la operación es indefinida, es decir, no se puede hacer.

E

Efectúa las siguientes divisiones:

$$\begin{aligned} \text{a) } 6 \div (-3) & \text{ -2} & \text{b) } 10 \div (-2) & \text{ -5} & \text{c) } 18 \div 2 & \text{ 9} & \text{d) } 12 \div (-4) & \text{ -3} & \text{e) } -24 \div 3 & \text{ -8} \\ \text{f) } -20 \div (-4) & \text{ 5} & \text{g) } -60 \div (-5) & \text{ 12} & \text{h) } 0 \div 10 & \text{ 0} & \text{i) } 0 \div (-7) & \text{ 0} & \text{j) } -1 \div 2 & \text{ -}\frac{1}{2} \end{aligned}$$

33

Secuencia:

Dado que los estudiantes ya comprenden la forma de multiplicar números positivos, negativos y el cero, se estudia la división como la operación inversa de la multiplicación. Para esta clase se formalizan las reglas para dividir números positivos, negativos y el cero. El caso de dividir cero por cualquier número positivo o negativo se formaliza en el **(E)**, retomando la lógica con la que se resuelve el **(P)**.

Propósito:

①, ② Determinar el cociente de dos números positivos o negativos intuitivamente, tomando como referencia el producto de dos números positivos y negativos que se aprendió en la clase anterior, es decir, considerando la división como la operación inversa de la multiplicación.

③ Presentar el caso especial de la división de cero entre un número positivo o negativo. En esta parte se debe enfatizar en el hecho de que al dividir 0 entre cualquier número diferente de 0, el cociente es 0 y que en caso de dividir cualquier número entre 0, la operación no está definida.

Tarea: página 33 del Cuaderno de Ejercicios.

Fecha:

U3 1.8

P

Observa y llena el recuadro.

$$\begin{aligned} (+6) \div (+2) &= +3 \text{ porque } (+2) \times (+3) = +6 \\ (-6) \div (-2) &= \square \text{ porque } (-2) \times \square = -6 \\ (-6) \div (+2) &= \square \text{ porque } (+2) \times \square = -6 \\ (+6) \div (-2) &= \square \text{ porque } (-2) \times \square = +6 \end{aligned}$$

S

$$\begin{aligned} (+6) \div (+2) &= +3 \text{ porque } (+2) \times (+3) = +6 \\ (-6) \div (-2) &= \boxed{+3} \text{ porque } (-2) \times \boxed{+3} = -6 \\ (-6) \div (+2) &= \boxed{-3} \text{ porque } (+2) \times \boxed{-3} = -6 \\ (+6) \div (-2) &= \boxed{-3} \text{ porque } (-2) \times \boxed{-3} = +6 \end{aligned}$$

La regla para el signo del cociente es similar a la del producto.

E

Cuando divides $0 \div (-2)$

Si \square representa el cociente de $0 \div (-2)$ se tiene que

$$\square \times (-2) = 0, \text{ por lo que}$$

$$\square = 0; \text{ de modo que } 0 \div (-2) = 0$$

R

$$\begin{aligned} \text{a) } -2 & & \text{b) } -5 & & \text{c) } 9 \\ \text{d) } -3 & & \text{e) } -8 & & \text{f) } 5 \\ \text{g) } 12 & & \text{h) } 0 & & \text{i) } 0 \end{aligned}$$

1.10 Recíproco de un número

Indicador de logro: Determina el recíproco de un número dado.

1.10 Recíproco de un número

① **P**

Realiza las siguientes multiplicaciones:

a) $3 \times \frac{1}{3}$

b) $-\frac{5}{3} \times (-\frac{3}{5})$

El 3 se puede interpretar como $\frac{3}{1}$.

1. ¿Cuál fue el producto en los literales anteriores?

2. ¿Qué característica tienen los multiplicadores en cada multiplicación?

② **S**

a) $3 \times \frac{1}{3} = \frac{3}{1} \times \frac{1}{3} = 1$

b) $-\frac{5}{3} \times (-\frac{3}{5}) = -\frac{5}{3} \times (-\frac{3}{5}) = 1$

1. En ambos literales el producto es 1.

2. El multiplicador es una fracción en la que se ha intercambiado la posición del numerador y denominador del multiplicando.

Unidad 3

C

Un número es el **recíproco** de otro número, cuando al multiplicarse ambos números el producto es 1.

Si a representa un número diferente de 0, el recíproco del número es $\frac{1}{a}$, porque $a \times \frac{1}{a} = 1$.

De igual manera, el recíproco de $\frac{1}{a}$ es a . En general el recíproco de $\frac{a}{b}$ es $\frac{b}{a}$.

③ **E**

Encuentra el recíproco de los siguientes números:

a) $\frac{3}{4}$

b) $-\frac{4}{5}$

c) -1

d) $-\frac{1}{3}$

e) 0

f) 0.4

Solución.

a) El recíproco de $\frac{3}{4}$ es $\frac{4}{3}$.

b) El recíproco de $-\frac{4}{5}$ es $-\frac{5}{4}$.

c) El recíproco de -1 es -1 .

d) El recíproco de $-\frac{1}{3}$ es -3 .

e) El número cero no tiene recíproco, porque no existe un número \square tal que $0 \times \square = 1$.

f) El recíproco de $0.4 = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$ es $\frac{5}{2}$.

④ **R**

Encuentra el recíproco de los siguientes números:

a) $2 \frac{1}{2}$

b) $-5 -\frac{1}{5}$

c) $\frac{1}{3} 3$

d) $\frac{1}{5} 5$

e) $-\frac{1}{8} -8$

f) $\frac{3}{5} \frac{5}{3}$

g) $-\frac{7}{11} -\frac{11}{7}$

h) $0.25 4$

i) $-0.2 -5$

j) $-0.6 -\frac{5}{3}$

35

Secuencia:

Se da la definición de “recíproco de un número” para que en la siguiente clase se pueda abordar la división por un número como una multiplicación por su recíproco.

Propósito:

①, ② Determinar que en la multiplicación de un número por otro en la cual el multiplicador es una fracción en la que se ha intercambiado la posición del numerador y denominador del multiplicando, el resultado es 1. En la solución de b) se omite el signo (-) en los factores, dado que anteriormente se ha establecido que el producto es positivo cuando hay un número par de números negativos.

③ Practicar el cálculo del recíproco de un número. Especificar que 0 no tiene recíproco.

④ El procedimiento de algunos ítems es:

a) $2 \longrightarrow \frac{1}{2}$

h) $0.25 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4} \longrightarrow 4$

i) $-0.2 = -\frac{2}{10} = \frac{1}{5} \longrightarrow -5$

j) $-0.6 = -\frac{6}{10} = -\frac{3}{5} \longrightarrow -\frac{5}{3}$

Tarea: página 35 del Cuaderno de Ejercicios.

Fecha: U3 1.10

P

Cuál es el producto de

a) $3 \times \frac{1}{3}$ b) $-\frac{5}{3} \times (-\frac{3}{5})$

¿Cuál es la característica de los multiplicadores?

S

a) $3 \times \frac{1}{3} = \frac{3}{1} \times \frac{1}{3} = 1$

En ambos literales el producto es 1.

b) $-\frac{5}{3} \times (-\frac{3}{5}) = -\frac{5}{3} \times (-\frac{3}{5}) = 1$

Son fracciones en las que se ha intercambiado la posición del numerador con el denominador del multiplicando.

E

a) El recíproco de $\frac{3}{4}$ es $\frac{4}{3}$

b) El recíproco de $-\frac{4}{5}$ es $-\frac{5}{4}$

c) El recíproco de -1 es -1

d) El recíproco de $-\frac{1}{3}$ es -3

e) El cero no tiene recíproco, no existe un número \square tal que $0 \times \square = 1$

f) El recíproco de $0.4 = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$ es $\frac{5}{2}$

R

a) $\frac{1}{2}$ b) $-\frac{1}{5}$ c) 3 d) 5 e) -8

f) $\frac{5}{3}$ g) $-\frac{11}{7}$ h) 4 i) -5 j) $-\frac{5}{3}$

1.12 Practica lo aprendido

Indicador de logro: Resuelve problemas correspondientes a la multiplicación y división de números positivos, negativos y el cero.

1.12 Practica lo aprendido

Realiza lo que se te pide en cada uno de los siguientes numerales:

1. Efectúa las siguientes multiplicaciones:

a) $(-5) \times (-2)$ **10** b) $(-7) \times (+4)$ **-28** c) $(+6) \times (-8)$ **-48** d) $(-6) \times (+7)$ **-42**

2. Realiza las siguientes multiplicaciones:

a) $(-3.5) \times (-3)$ **10.5** b) $(+\frac{1}{2}) \times (-\frac{9}{13})$ **$-\frac{9}{26}$** c) $(-\frac{10}{3}) \times (-\frac{9}{5})$ **6** d) $(-\frac{9}{2}) \times (-\frac{4}{3})$ **6**

3. Efectúa las siguientes multiplicaciones:

a) 8×1 **8** b) -1.1×1 **-1.1** c) $1 \times \frac{7}{13}$ **$\frac{7}{13}$** d) $1 \times (-11)$ **-11**
 e) -1×9 **-9** f) $-1 \times (-17)$ **17** g) $\frac{7}{9} \times (-1)$ **$-\frac{7}{9}$** h) $-\frac{11}{12} \times (-1)$ **$\frac{11}{12}$**
 i) 21×0 **0** j) -3.6×0 **0** k) $\frac{8}{15} \times 0$ **0** l) $0 \times (-\frac{2}{29})$ **0**

4. Aplica la propiedad conmutativa y asociativa para facilitar el cálculo en las siguientes multiplicaciones:

a) $0.5 \times (-0.16) \times 2$ **-0.16** b) $-36 \times 25 \times (-\frac{1}{12})$ **75** c) $-55 \times (-\frac{7}{3}) \times (-\frac{1}{5})$ **$-\frac{77}{3}$**

5. Efectúa las siguientes multiplicaciones determinando el signo del producto según el número de factores en la multiplicación:

a) $-3 \times (-4) \times (-5) \times (-2)$ **120** b) $-6 \times 5 \times (-3) \times 10 \times (-1)$ **-900** c) $\frac{7}{3} \times (-6) \times (-\frac{5}{7})$ **10**

6. Calcula las siguientes potencias:

a) $(-5)^2$ **25** b) -5^2 **-25** c) $(-2)^3$ **-8**
 d) $(\frac{2}{3})^2$ **$\frac{4}{9}$** e) $(-\frac{3}{5})^3$ **$-\frac{27}{125}$** f) $(1.2)^2$ **1.44**
 g) -0.6^2 **-0.36** h) 10×2^2 **40** i) $(5 \times 2)^3$ **1000**

7. Efectúa las siguientes multiplicaciones:

a) $2^2 \times (-3)^2$ **36** b) $(-5)^3 \times 2^2$ **-500** c) $(-10)^3 \times (-5)^2$ **-25000**

8. Efectúa las siguientes divisiones:

a) $-36 \div 12$ **-3** b) $-60 \div (-15)$ **4** c) $0 \div (-25)$ **0**

9. Expresa como una fracción negativa las siguientes divisiones:

a) $(-7) \div 9$ **$-\frac{7}{9}$** b) $5 \div (-11)$ **$-\frac{5}{11}$** c) $(-15 \div 17)$ **$-\frac{15}{17}$**

10. Encuentra el recíproco de los siguientes números:

a) -6 **$-\frac{1}{6}$** b) $\frac{1}{19}$ **19** c) 0.6 **$\frac{3}{5}$**

11. Efectúa las siguientes divisiones:

a) $-12 \div \frac{3}{5}$ **-20** b) $\frac{1}{7} \div (-\frac{5}{21})$ **$-\frac{3}{5}$** c) $-\frac{6}{5} \div (-18)$ **$\frac{1}{15}$**

Resolución de algunos ítems:

10.

a) $-6 \longrightarrow -\frac{1}{6}$

b) $\frac{1}{19} \longrightarrow 19$

c) $0.6 = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} \longrightarrow \frac{5}{3}$

11.

a) $-12 \div \frac{3}{5} = -12 \times \frac{5}{3}$
 $= -(\overset{4}{\cancel{12}} \times \frac{5}{\cancel{3}})$
 $= -(4 \times 5)$
 $= -20$

b) $\frac{1}{7} \div (-\frac{5}{21}) = \frac{1}{7} \times (-\frac{21}{5})$
 $= -(\frac{1}{\cancel{7}} \times \frac{\overset{3}{\cancel{21}}}{5})$
 $= -(1 \times \frac{3}{5})$
 $= -\frac{3}{5}$

c) $-\frac{6}{5} \div (-18) = -\frac{6}{5} \times (-\frac{1}{18})$
 $= \frac{\overset{1}{\cancel{6}}}{5} \times \frac{1}{\cancel{18}_3}$
 $= \frac{1}{5} \times \frac{1}{3}$
 $= \frac{1}{15}$

Unidad 3

37

Tarea: página 37 del Cuaderno de Ejercicios.

2.1 Operaciones con multiplicación y división

Secuencia:

Para esta clase se presentan las operaciones que combinan únicamente la división y la multiplicación, de manera que los estudiantes conviertan todas las divisiones en multiplicaciones por el recíproco, tal como lo aprendió en la clase pasada para luego realizar el cálculo.

Propósito:

①, ② Realizar el cálculo de la operación que combina multiplicación y división aplicando lo aprendido anteriormente (convertir divisiones en multiplicaciones) e incluyendo números positivos y negativos.

③ Establecer el algoritmo para realizar operaciones que combinan multiplicación y división.

④ Practicar el cálculo de una operación que combina multiplicación y división. A diferencia de la multiplicación del (P), en esta multiplicación se incluye una potencia y se hace énfasis en que esto no cambia el hecho de que se puede convertir la división en multiplicación, pero que primero se debe calcular la potencia; en una clase posterior se abordarán con más detalle las operaciones combinadas que incluyen potencias.

⑤ Practicar individualmente el cálculo de operaciones que combinan multiplicación y división e incluyen números positivos y negativos. En el ejercicio e) recordar a los estudiantes que

$$-2^2 = -(2 \times 2) = -4$$

Primer ítem resuelto:

$$\begin{aligned} \text{a) } -10 \div 6 \times (-21) &= -\overset{5}{10} \times \frac{1}{\underset{2}{6}} \times (-\overset{7}{21}) \\ &= -5 \times 1 \times (-7) \\ &= 35 \end{aligned}$$

Indicador de logro: Efectúa operaciones que combinan multiplicación y división.

2.1 Operaciones con multiplicación y división

① **P** Realiza la siguiente operación que combina multiplicación y división:

$$6 \div \left(-\frac{15}{7}\right) \times (-5)$$

② **S**

$$\begin{aligned} 6 \div \left(-\frac{15}{7}\right) \times (-5) &= 6 \times \left(-\frac{7}{15}\right) \times (-5) \\ &= \left(\overset{2}{\cancel{6}} \times \frac{7}{\overset{1}{\cancel{15}}}\right) \times \overset{1}{\cancel{5}} \\ &= 2 \times 7 \times 1 \\ &= 14 \end{aligned}$$

③ **C** Para realizar el cálculo de una operación que combina multiplicación y división, se debe plantear la operación solo con multiplicaciones, convirtiendo el divisor en su recíproco, luego se recomienda simplificar las fracciones que sean posibles antes de hacer la multiplicación, para facilitar el cálculo. Básicamente la operación se calcula de izquierda a derecha.

Por ejemplo:

$$\begin{aligned} 6 \div \left(-\frac{15}{7}\right) \times (-5) &= 6 \times \left(-\frac{7}{15}\right) \times (-5) \\ &= \left(\overset{2}{\cancel{6}} \times \frac{7}{\overset{1}{\cancel{15}}}\right) \times \overset{1}{\cancel{5}} \\ &= 2 \times 7 \times 1 \\ &= 14 \end{aligned}$$

④ **E** Realiza la siguiente operación:

$$(-3)^2 \times (-10) \div (-24)$$

Solución:

$$\begin{aligned} (-3)^2 \times (-10) \div (-24) &= 9 \times (-10) \times \left(-\frac{1}{24}\right) \\ &= +\left(\overset{3}{\cancel{9}} \times \overset{5}{10} \times \frac{1}{\overset{4}{\cancel{24}}}\right) \\ &= 3 \times 5 \times \frac{1}{4} \\ &= \frac{15}{4} \end{aligned}$$

⑤ **P** Realiza las siguientes operaciones que combinan multiplicación y división:

a) $-10 \div 6 \times (-21)$ 35	b) $-\frac{15}{4} \times \frac{7}{10} \div \left(-\frac{3}{2}\right)$ $\frac{7}{4}$	c) $(-3)^2 \times (-2) \div 6$ -3
d) $(-2)^3 \times (-15) \div (-18)$ $-\frac{20}{3}$	e) $-2^2 \times (-9) \div 6$ 6	f) $-\frac{7}{3} \times \frac{5}{21} \div \frac{7}{9}$ $-\frac{5}{7}$

38

Tarea: página 38 del Cuaderno de Ejercicios.

Fecha: **U3 2.1**

P Calcula:

$$6 \div \left(-\frac{15}{7}\right) \times (-5)$$

S

$$\begin{aligned} 6 \div \left(-\frac{15}{7}\right) \times (-5) &= \left(\overset{2}{\cancel{6}} \times \frac{7}{\overset{1}{\cancel{15}}}\right) \times \overset{1}{\cancel{5}} \\ &= 2 \times 7 \times 1 \\ &= 14 \end{aligned}$$

Recíproco

E

Realización de la operación:

$$\begin{aligned} (-3)^2 \times (-10) \div (-24) &= 9 \times (-10) \times \left(-\frac{1}{24}\right) \\ &= +\left(\overset{3}{\cancel{9}} \times \overset{5}{10} \times \frac{1}{\overset{4}{\cancel{24}}}\right) \\ &= 3 \times 5 \times \frac{1}{4} \\ &= \frac{15}{4} \end{aligned}$$

R

a) 35	b) $\frac{7}{4}$	c) -3
d) $-\frac{20}{3}$	e) 6	f) $-\frac{5}{7}$

2.2 Operaciones combinadas

Indicador de logro: Realiza operaciones que combinan suma, resta, multiplicación y división.

2.2 Operaciones combinadas

① **P**

Realiza las siguientes operaciones combinadas:

a) $10 + 5 \times (-3)$

b) $40 \div (-10 + 5)$

② **S**

$$\begin{aligned} \text{a) } 10 + 5 \times (-3) &= 10 + (-15) \\ &= 10 - 15 \\ &= -5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } 40 \div (-10 + 5) &= 40 \div (-5) \\ &= -8 \end{aligned}$$

C

Para realizar operaciones con números positivos y negativos que combinan suma, resta, multiplicación, división o que incluye otra operación al interior de paréntesis (operaciones anidadas), se trabaja de igual forma como se hace con los números positivos. El orden del cálculo es:

1. Operaciones al interior de los paréntesis (si los hay)
2. Multiplicaciones y divisiones
3. Sumas y restas

Ejemplos:

$$\begin{aligned} \text{a) } 10 + 5 \times (-3) &= 10 + (-15) \\ &= 10 - 15 \\ &= -5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } 40 \div (-10 + 5) &= 40 \div (-5) \\ &= -8 \end{aligned}$$

③ **I**

Realiza las siguientes operaciones combinadas:

a) $5 + 2 \times 3$
11

b) $-12 - 18 \div 3$
-18

c) $4 \times (-5) - 7$
-27

d) $-20 \div (-4) - 8$
-3

e) $5 \times (-2) + 4 \times 3$
2

f) $-9 \div 3 + 8 \div 4$
-1

g) $-12 \div 2 + 2 \times 3$
0

h) $5 \times (-12) - 16 \div 8$
-62

i) $-8 \times (-5 + 17)$
-96

j) $-24 \div (-6 - 2)$
3

k) $(-3 + 8) \div (-5)$
-1

l) $(2 - 13) \div 22$
 $-\frac{1}{2}$

Secuencia:

Para esta clase se estudian operaciones que combinan suma, resta, multiplicación o división, considerando que este tema se trabajó en grados anteriores, solamente se hace la ampliación de la aplicación de las reglas de cálculo cuando hay números negativos.

Propósito:

①, ② Realizar el cálculo de las operaciones combinadas, en orden, según lo aprendido sobre dichas operaciones en años anteriores, pero esta vez aplicando las reglas para operar con números negativos y positivos. Se deja libertad al estudiante para que realice las divisiones como tal o las convierta a multiplicaciones.

③ Resolución de algunos ítems:

a) $5 + 2 \times 3 = 5 + 6$
= 11

g) $-12 \div 2 + 2 \times 3 = -6 + 6$
= 0

j) $-24 \div (-6 - 2) = -24 \div (-8)$
= $24 \div 8$
= 3

l) $(2 - 13) \div 22 = -11 \div 22$
= $-\frac{11}{22}$
= $-\frac{1}{2}$

39

Tarea: página 39 del Cuaderno de Ejercicios.

Fecha:

U3 2.2

P

Calcula:

a) $10 + 5 \times (-3)$ b) $40 \div (-10 + 5)$

S

$$\begin{aligned} \text{a) } 10 + 5 \times (-3) &= 10 + (-15) \\ &= 10 - 15 \\ &= -5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } 40 \div (-10 + 5) &= 40 \div (-5) \\ &= -8 \end{aligned}$$

R

a) 11 b) -18 c) -27

d) -3 e) 2 f) -1

g) 0 h) -62 i) -96

j) 3 k) -1 l) $-\frac{1}{2}$

2.3 Operaciones combinadas que incluyen potencias

Secuencia:

Las operaciones combinadas que se trabajan en esta clase retoman las vistas anteriormente e incorporan potencias en la operación, además se trabaja con números positivos y negativos. De manera que en esta clase se establece cuál es el orden de cálculo cuando se tiene este tipo de operaciones.

Propósito:

①, ② Realizar la operación combinada que incluye números positivos y negativos, primero haciendo el cálculo de la potencia para posteriormente seguir con el orden establecido de las operaciones en la clase anterior. Se debe dejar la libertad al estudiante para que realice las divisiones como tal o las convierta a multiplicaciones.

③ Establecer el orden en que se realizan las operaciones cuando están combinadas en una sola operación y se incluyen potencias.

④ Resolución de algunos ítems:

$$\begin{aligned} \text{a) } 5 + (-4) \times (-3)^2 &= 5 - 4 \times 9 \\ &= 5 - 36 \\ &= -31 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{g) } -4^2 + (-2)^3 \div (-9 + 5) &= -4^2 + (-2)^3 \div (-4) \\ &= -16 + (-8) \div (-4) \\ &= -16 + 8 \div 4 \\ &= -16 + 2 \\ &= -14 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{h) } (-5)^2 + 20^2 \div (7 - 17) &= (-5)^2 + 20^2 \div (-10) \\ &= 25 + 400 \div (-10) \\ &= 25 + (-40) \\ &= 25 - 40 \\ &= -15 \end{aligned}$$

Indicador de logro: Efectúa operaciones que combinan suma, resta, multiplicación o división e incluyen potencias.

2.3 Operaciones combinadas que incluyen potencias

① **P** Realiza la siguiente operación:

$$32 \div (-2)^2 - 6$$

② **S**

$$\begin{aligned} 32 \div (-2)^2 - 6 &= 32 \div 4 - 6 \\ &= 8 - 6 \\ &= 2 \end{aligned}$$

③ **C** Cuando en la operación se incluyan potencias, operaciones anidadas, multiplicaciones o divisiones y sumas o restas, el orden para hacer los cálculos es:

1. Operaciones al interior de paréntesis (si los hay)
2. Potencias
3. Multiplicaciones y divisiones
4. Sumas y restas

E

Realiza las siguientes operaciones:

$$-4 \times (-7 + 4)^2 + 4^2$$

Solución.

$$\begin{aligned} -4 \times (-7 + 4)^2 + 4^2 &= -4 \times (-3)^2 + 4^2 \\ &= -4 \times 9 + 16 \\ &= -36 + 16 \\ &= -20 \end{aligned}$$

④ **R** Realiza las siguientes operaciones:

a) $5 - 4 \times (-3)^2$
-31

b) $-4 - 5 \times (-2)^3$
36

c) $27 - 3^2 \times 4$
-9

d) $-8 \times (1 - 3)^3 + 4^2$
80

e) $2 - 7 \times (-2)^2$
30

f) $(-2)^3 + 3^2 \div (-3)$
-11

g) $-4^2 + (-2)^3 \div (-9 + 5)$
-14

h) $(-5)^2 + 20^2 \div (7 - 17)$
-15

40

Tarea: página 40 del Cuaderno de Ejercicios.

Fecha: _____ **U3 2.3**

① **P** Calcula.
 $32 \div (-2)^2 - 6$

② ↓

① ↑ ③ ↙

② ↓

① ↑ ③ ↙

① ↑ ③ ↙

① ↑ ③ ↙

① **E** Realización de una operación:

② ②

↓ ↓

$-4 \times (-7 + 4)^2 + 4^2 = -4 \times (-3)^2 + 4^2$

① ↑ ③ ↙

$= -4 \times 9 + 16$

$= -36 + 16$

$= -20$

② ↓ ④ ↙

① **R** a) -31

d) 80

g) -14

b) 36

e) 30

h) -15

c) -9

f) -11

2.4 Propiedad distributiva de la multiplicación

Indicador de logro: Aplica la propiedad distributiva de la multiplicación.

2.4 Propiedad distributiva de la multiplicación

- ① **P** Compara los resultados de las operaciones 1 y 2 de cada literal.

Operación 1	Operación 2	Operación 1	Operación 2
a) $(-6 - 4) \times 3$;	$-6 \times 3 + (-4) \times 3$	b) $-4 \times (-15 + 10)$;	$-4 \times (-15) + (-4) \times 10$

- ② **S**

Operación 1	Operación 2
a) $(-6 - 4) \times 3 = (-10) \times 3$ $= -30$	$-6 \times 3 + (-4) \times 3 = -18 + (-12)$ $= -18 - 12$ $= -30$

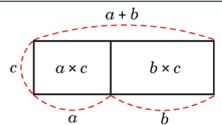
Los resultados son iguales, entonces $(-6 - 4) \times 3 = -6 \times 3 + (-4) \times 3$.

Operación 1	Operación 2
b) $-4 \times (-15 + 10) = (-4) \times (-5)$ $= 20$	$-4 \times (-15) + (-4) \times 10 = 60 + (-40)$ $= 60 - 40$ $= 20$

Los resultados son iguales, entonces $-4 \times (-15 + 10) = -4 \times (-15) + (-4) \times 10$.

- ③ **C** Para cualquier número a , b y c , se cumple que
 $(a + b) \times c = a \times c + b \times c$
 $c \times (a + b) = c \times a + c \times b$
 Al hecho anterior se le conoce como **propiedad distributiva**.

La propiedad distributiva se puede representar de manera gráfica a través de áreas:



Cuando se aplica la propiedad distributiva en la multiplicación $(a + b) \times c$ los paréntesis desaparecen obteniéndose $a \times c + b \times c$. A la acción de quitar los paréntesis a través de la aplicación de la propiedad distributiva también se le llama **suprimir paréntesis**.

- ④ **E** Efectúa las siguientes operaciones aplicando la propiedad distributiva:

a) $(\frac{7}{9} - \frac{5}{6}) \times 18$ b) $47 \times (-9) + 13 \times (-9)$

Solución.

a) $(\frac{7}{9} - \frac{5}{6}) \times 18 = [\frac{7}{9} + (-\frac{5}{6})] \times 18$ b) $47 \times (-9) + 13 \times (-9) = (47 + 13) \times (-9)$
 $= \frac{7}{9} \times 18 + (-\frac{5}{6}) \times 18$ $= 60 \times (-9)$
 $= 14 + (-15)$ $= -540$
 $= 14 - 15$
 $= -1$

- ⑤ **E** Realiza las siguientes operaciones aplicando la propiedad distributiva:

a) $5 \times (-7 - 3) = -50$ b) $(-23 + 3) \times (-2) = 40$ c) $60 \times (\frac{5}{12} - \frac{13}{30}) = -1$ En f) observa que $99 = 100 - 1$.

d) $12 \times 13 + 88 \times 13 = 1300$ e) $-21 \times 2 - 4 \times 2 = -50$ f) $99 \times (-15) = -1485$

Unidad 3

41

Secuencia:

Los estudiantes ya conocen la propiedad distributiva por lo que harán una ampliación de la propiedad a la incorporación de los números negativos, de igual manera se orienta la aplicación de la propiedad como una forma de facilitar la realización de los cálculos en algunas situaciones.

Propósito:

①, ② Determinar la igualdad de las operaciones 1 y 2 en cada literal, haciendo énfasis en que las operaciones incluyen números negativos.

③ Definir la propiedad distributiva haciendo referencia a las igualdades obtenidas anteriormente. En grados anteriores se ha trabajado la propiedad distributiva pero es importante recalcar, que la propiedad es igualmente válida cuando se incluyen números negativos en la operación. De igual forma, se debe hacer referencia a que la aplicación de la propiedad distributiva es una forma de suprimir paréntesis y que en algunas ocasiones su uso puede facilitar el cálculo de una operación ya sea que se aplique de izquierda a derecha o viceversa.

④ Practicar la aplicación de la propiedad distributiva de izquierda a derecha y viceversa, haciendo énfasis en que el cálculo se facilita al aplicarla. En el caso de a), hay una resta entre los paréntesis, por lo que se debe convertir en suma para aplicar la propiedad; ciertamente no es necesario hacer el cambio en la operación, pero de momento no es conveniente saturar al estudiante de mucha información, en una clase posterior se hará referencia a que la propiedad distributiva es igualmente aplicable cuando hay una resta.

⑤ El primer ítem resuelto:

a) $5 \times (-7 - 3)$
 $= 5 \times (-7) + 5 \times (-3)$
 $= -35 + (-15)$
 $= -35 - 15$
 $= -50$

Tarea: página 41 del Cuaderno de Ejercicios.

Fecha:

U3 2.4

- ① **P** Compara los resultados de las 2 operaciones.

Operación 1	Operación 2
a) $[-6 + (-4)] \times 3$	$-6 \times 3 + (-4) \times 3$
Operación 1	Operación 2
b) $-4 \times [-15 + 10]$	$-4 \times (-15) + (-4) \times 10$

② **S** a) $[-6 + (-4)] \times 3 = -10 \times 3 = -30$
 $-6 \times 3 + (-4) \times 3 = (-18) + (-12) = -30$
 $[-6 + (-4)] \times 3 = -6 \times 3 + (-4) \times 3$

b) $-4 \times [-15 + 10] = -4 \times (-5) = 20$
 $-4 \times (-15) + (-4) \times 10 = 60 + (-40) = 20$
 $-4 \times [-15 + 10] = -4 \times (-15) + (-4) \times 10$

- ③ **E** Realización de operaciones:

a) $(\frac{7}{9} - \frac{5}{6}) \times 18 = [\frac{7}{9} + (-\frac{5}{6})] \times 18$
 $= \frac{7}{9} \times 18 + (-\frac{5}{6}) \times 18$
 $= 14 + (-15)$
 $= 14 - 15$
 $= -1$
 b) $47 \times (-9) + 13 \times (-9)$
 $= (47 + 13) \times (-9)$
 $= 60 \times (-9)$
 $= -540$

④ **R** a) -50 b) 40 c) -1
 d) 1300 e) -50 f) -1485

2.5 Conjuntos numéricos

Secuencia:

Operaciones como $9 - 10$ o $3 \div 2$ no tienen como resultado un número natural, de manera que para poder clasificar el resultado de operaciones como las anteriores es necesario definir nuevos tipos de números. En esta clase se presentarán los tipos de números en que se pueden clasificar los resultados de operaciones como las anteriores y se definirá qué es un conjunto numérico.

Propósito:

①, ② Determinar que hay operaciones de las que se obtienen números que no son naturales, por lo que no siempre se pueden realizar estas operaciones.

③ Definir qué es un conjunto numérico. En esta parte se debe enfatizar que en el conjunto de los números naturales no siempre se pueden hacer las operaciones de resta y división, por lo que ampliarlo se vuelve una necesidad.

④ Determinar los tipos de números que se deben agregar al conjunto de los números naturales para que las operaciones de resta y división siempre se puedan realizar y a partir de ahí darle nombre a los nuevos conjuntos numéricos generados.

⑤ Asociar individualmente las operaciones que se pueden realizar según el conjunto numérico y viceversa, es decir, a partir de la operación determinar cuáles conjuntos numéricos permiten realizar el cálculo.

Para cada literal del numeral 2 se deben listar todos los conjuntos numéricos que permiten realizar la operación.

Indicador de logro: Determina las operaciones que siempre se pueden realizar según el conjunto numérico dado.

2.5 Conjuntos numéricos

① **P** Si a y b representan 2 números naturales cualesquiera, ¿en cuáles de las siguientes operaciones el resultado siempre es un número natural?

- a) $a + b$ b) $a - b$ c) $a \times b$ d) $a \div b$

② **S** La suma y la multiplicación de 2 números naturales siempre tiene como resultado un número natural. Al contrario, la resta y división de 2 números naturales no necesariamente tiene como resultado un número natural. Por ejemplo: $2 - 7$ y $3 \div 7$ no tienen como resultado un número natural.

③ **C** A un grupo de elementos, números u objetos se le llama **conjunto**, por ejemplo, al grupo de los números naturales se le llama **conjunto de los números naturales**. En general, a un conjunto de números se le llama conjunto numérico. En el conjunto de los números naturales no siempre se pueden hacer las operaciones resta y división, porque el resultado de ellas no necesariamente es un número natural. Por tanto, se hace necesario ampliar el conjunto de los números naturales.

④ **E** Resuelve:
a) ¿Qué conjunto de números debe agregarse a los naturales para que la resta se pueda realizar siempre?
b) ¿El conjunto de números agregados en a) será suficiente para que también la división se pueda hacer siempre?

Solución.

a) Debe agregarse el 0 y el conjunto de los números negativos para tener un conjunto numérico más amplio y poder hacer siempre la resta. A este nuevo conjunto se le llama **números enteros**, de aquí en adelante al referirse al conjunto de los números enteros se entenderá que es el conjunto de números: $\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots$

b) No es suficiente, es necesario agregar los **números que se pueden expresar como fracción**. Los números enteros como por ejemplo 5, también se pueden escribir en forma de fracción, $\frac{5}{1}$, por lo que el conjunto de números enteros es parte del conjunto de números que se pueden expresar como fracción. Considera que los números decimales también se pueden expresar como fracción, por ejemplo: $0.8 = \frac{8}{10}$.

Números que se pueden expresar como fracción
 $\frac{1}{5}, \frac{3}{2}, 0.222, 0.33, 0.1, -0.15$

Enteros	Naturales
$\dots, -3, -2, -1, 0,$	$1, 2, 3, \dots$

⑤ **E** 1. ¿Cuáles son las operaciones que se pueden realizar en los diferentes conjuntos de números? Escribe una X si la operación se puede realizar siempre en cada uno de los conjuntos de números. No consideres la división por 0.

	Suma	Resta	Multiplicación	División
Natural	X		X	
Entero	X	X	X	
Números que se pueden expresar como fracción	X	X	X	X

2. Escribe los conjuntos de números que permiten realizar la operación planteada en cada literal.

- a) $8 + 2$ **Natural** b) -5×4 **Entero** c) $9 - 10$ **Entero** d) $5 \div 6$ **Fracción**
Entero **Fracción** **Fracción**

42

Tarea: página 42 del Cuaderno de Ejercicios.

Fecha:

U3 2.5

P Si a y b son números naturales, ¿cuáles siempre son números naturales?
a) $a + b$ b) $a - b$ c) $a \times b$ d) $a \div b$

S a) Sí b) No siempre
Ejemplo: $2 - 3$
c) Sí d) No siempre
Ejemplo: $3 \div 7$

E a) Debe agregarse el 0 y el conjunto de los números negativos para poder hacer siempre la resta.
b) No es suficiente, es necesario agregar los números que se pueden expresar como fracción.

R 1. **Natural:** suma y multiplicación.
Entero: suma, resta y multiplicación.
Números que se pueden expresar como fracción: suma, resta, multiplicación y división.

2.6 Practica lo aprendido

Indicador de logro: Resuelve problemas correspondientes a operaciones combinadas.

2.6 Practica lo aprendido

Realiza lo que se te pide en cada uno de los siguientes numerales:

1. Efectúa las siguientes operaciones que combinan multiplicación y división:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } -\frac{21}{2} \times \frac{6}{7} \div \left(-\frac{3}{4}\right) & \text{b) } -1 \times (-6)^2 \div 8 & \text{c) } -3^2 \times (-6) \div 2 \\ 12 & -\frac{9}{2} & 27 \end{array}$$

2. Realiza las siguientes operaciones que combinan multiplicación, división, suma o resta:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } 7 + 5 \times 2 & 17 & \text{b) } -2 + (-32) \div 4 & -10 & \text{c) } 3 \times (-4) - 3 & -15 \\ \text{d) } 6 \times (-4) + 7 \times 3 & -3 & \text{e) } -12 \div 6 + 35 \div 7 & 3 & \text{f) } 13 \times (-2) - 30 \div 5 & -32 \end{array}$$

3. Desarrolla las siguientes operaciones que combinan multiplicación y división con operaciones anidadas:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } (19 - 10) \times (-3) & -27 & \text{b) } -4 \times (8 - 5) & -12 & \text{c) } -5 \div (-5 - 20) & \frac{1}{5} \end{array}$$

4. Realiza las siguientes operaciones que combinan multiplicación, división, suma o resta e incluyen potencias.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } 2 - 3 \times (-5)^2 & -73 & \text{b) } -3 - 7 \times (-3^2) & 60 & \text{c) } -2 \times (2 - 7)^3 + 3^2 & 259 \end{array}$$

5. Efectúa las siguientes multiplicaciones aplicando la propiedad distributiva:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } (-25 - 11) \times 4 & -144 & \text{b) } 42 \times \left(\frac{3}{14} - \frac{5}{6}\right) & -26 & \text{c) } 12 \times 13 + 88 \times 13 & 1300 \end{array}$$

6. Escribe el conjunto de números que permiten realizar la operación planteada en cada literal.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } 10 + 3 & \text{b) } -6 \times 3 & \text{c) } 12 - 15 \\ \text{Natural} & \text{Entero} & \text{Entero} \\ \text{Entero} & \text{Fracción} & \text{Fracción} \\ \text{Fracción} & & \end{array}$$

Unidad 3

43

Resolución de algunos ítems:

3.

$$\begin{aligned} \text{c) } -5 \div (-5 - 20) &= -5 \div (-25) \\ &= 5 \div 25 \\ &= \frac{5}{25} \\ &= \frac{1}{5} \end{aligned}$$

5.

$$\begin{aligned} \text{a) } (-25 - 11) \times 4 &= [-25 + (-11)] \times 4 \\ &= -25 \times 4 + (-11) \times 4 \\ &= -25 \times 4 + (-44) \\ &= -100 - 44 \\ &= -144 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } 42 \times \left(\frac{3}{14} - \frac{5}{6}\right) &= 42 \times \left[\frac{3}{14} + \left(-\frac{5}{6}\right)\right] \\ &= \overset{3}{\cancel{42}} \times \frac{3}{\underset{1}{\cancel{14}}} + \overset{7}{\cancel{42}} \times \left(-\frac{5}{\underset{1}{\cancel{6}}}\right) \\ &= 3 \times 3 + 7 \times (-5) \\ &= 9 + (-35) \\ &= 9 - 35 \\ &= -26 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } 12 \times 13 + 88 \times 13 &= (12 + 88) \times 13 \\ &= 100 \times 13 \\ &= 1300 \end{aligned}$$

Tarea: página 43 del Cuaderno de Ejercicios.

3.1 Mínimo común múltiplo y máximo común divisor

Secuencia:

En grados anteriores el estudiante ya aprendió a calcular el mcm y el MCD, de manera que esta clase se orienta a recordar el proceso de cálculo, por lo que una hora clase basta para trabajar ambos conceptos.

Propósito:

①, ② Recordar el concepto de divisor y múltiplo de un número.

③ Definir el mínimo común múltiplo (mcm) y máximo común divisor (MCD) y establecer el algoritmo para calcularlos. Hay que hacer referencia que el mcm y el MCD son los mismos que se han visto en años anteriores por lo que el trabajo se enfocará en la realización del algoritmo para su cálculo.

④ Resolución de algunos ítems:

1.

a) 6: 6, 12, 18, 24...
9: 9, 18, 27, 36...

mcm = 18

d) 3: 3, 6, 9, 12, 15, 18...
6: 6, 12, 18, 24, 30...
9: 9, 18, 27, 36, 45...

mcm = 18

2.

a) 6: 1, 2, 3, 6...
9: 1, 3...

MCD = 3

d) 14: 1, 2, 7, 14...
21: 1, 3, 7...
28: 1, 2, 4, 7, 14

MCD = 7

Observación: Cuando se trata de los múltiplos y los divisores, se consideran solo los números naturales.

Indicador de logro: Calcula el mínimo común múltiplo y máximo común divisor de 2 o 3 números listando múltiplos y divisores de los números.

3.1 Mínimo común múltiplo y máximo común divisor

① **P**

1. Escribe los primeros 12 múltiplos para cada uno de los siguientes números:
2:
5:

Responde:

a) ¿Cuáles son los múltiplos comunes de 2 y 5? b) ¿Cuál es el menor de los múltiplos en a?

2. Escribe los divisores para cada uno de los siguientes números:

18:

24:

Responde:

a) ¿Cuáles son los divisores comunes de 18 y 24? b) ¿Cuál es el mayor de los divisores en a?

② **S**

1. 2: 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22 y 24
5: 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55 y 60

2. 18: 1, 2, 3, 6, 9 y 18
24: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 y 24

a) 10 y 20

b) 10

a) 1, 2, 3 y 6

b) 6

③ **C**

El menor de los múltiplos comunes de dos o más números se llama **mínimo común múltiplo** y su abreviatura es **mcm**.

Los pasos para calcularlo son:

1. Escribir los múltiplos de cada número.
2. Encontrar los múltiplos comunes.
3. Encontrar el menor de los múltiplos comunes.

El mayor de los divisores comunes de dos o más números se llama **máximo común divisor** y su abreviatura es **MCD**.

Los pasos para calcularlo son:

1. Escribir todos los divisores de cada número.
2. Encontrar los divisores comunes.
3. Encontrar el mayor de los divisores comunes.

④ **P**

1. Encuentra el mcm para los siguientes números.

a) 6 y 9

mcm = 18

b) 5 y 10

mcm = 10

c) 3 y 5

mcm = 15

d) 3, 6 y 9

mcm = 18

2. Encuentra el MCD para los siguientes números:

a) 6 y 9

MCD = 3

b) 12 y 8

MCD = 4

c) 18 y 3

MCD = 3

d) 14, 21 y 28

MCD = 7

44

Tarea: página 44 del Cuaderno de Ejercicios.

Fecha:

U3 3.1

P

1. Encuentra los primeros 12 múltiplos para 2 y 5.
 - a) ¿Cuáles son los múltiplos comunes de 2 y 5?
 - b) ¿Cuál es el menor de los múltiplos comunes en a)?
2. Encuentra los divisores de 18 y 24.
 - a) ¿Cuáles son los divisores comunes de 18 y 24?
 - b) ¿Cuál es el mayor de los divisores en a)?

S

1. a) 10 y 20
b) 10 ← mínimo común múltiplo
2. a) 1, 2, 3 y 6
b) 6 ← máximo común divisor

R

1. a) 18 b) 10 c) 15
d) 18
2. a) 3 b) 4 c) 3
d) 7

3.2 Relación entre los múltiplos y divisores de un número

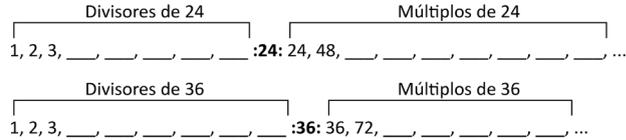
Indicador de logro: Determina si un número es múltiplo de otro, dado que el segundo es divisor del primero y viceversa.

3.2 Relación entre los múltiplos y divisores de un número

① **P**

Realiza lo que se pide en los siguientes numerales:

1. Copia y llena en tu cuaderno los espacios ___ con los divisores y múltiplos de 24 y 36.



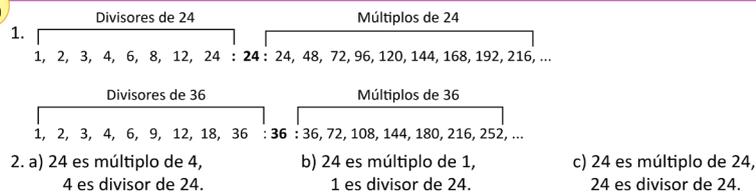
2. Según lo realizado en el numeral anterior, responde las siguientes preguntas:

- ¿Es 24 múltiplo de 4? ¿Es 4 divisor de 24?
- ¿Es 24 múltiplo de 1? ¿Es 1 divisor de 24?
- ¿Es 24 múltiplo de 24? ¿Es 24 divisor de 24?

3. Calcula el mcm y el MCD de 24 y 36.

4. ¿Es el mcm un múltiplo del MCD?

② **S**



3. mcm = 72, MCD = 12.

4. Se puede expresar el mcm como múltiplo del MCD, $mcm = MCD \times 6$ porque $72 = 12 \times 6$, el mcm es múltiplo del MCD.

③ **C**

Con respecto a los múltiplos y divisores de un número, y el mcm y MCD de dos o más números, se cumple que

- Si un número es múltiplo de otro número, ese es divisor del primero.
- Cualquier número es múltiplo de 1 y 1 es divisor de cualquier número.
- Un número es tanto divisor como múltiplo de sí mismo.
- El mcm es múltiplo del MCD.



Copia en tu cuaderno y completa.

- 4 es divisor de 20. Entonces, 20 es múltiplo de 4.
- 8 es múltiplo de 2. Entonces, 2 es divisor de 8.
- Cualquier número es múltiplo de 1.
- 1 es divisor de cualquier número.
- ¿6 es múltiplo de 6? Explica por qué. **sí, porque $6 = 6 \times 1$**
- ¿6 es divisor de 6? Explica por qué. **sí, porque $6 \div 6 = 1$**
- Para cada literal del ejercicio 2 de la clase anterior expresa el mcm de los números como un múltiplo de su MCD.

- a) $mcm = MCD \times 6$ b) $mcm = MCD \times 6$ c) $mcm = MCD \times 6$ d) $mcm = MCD \times 12$ 45
- $18 = 3 \times 6$ $24 = 4 \times 6$ $18 = 3 \times 6$ $84 = 7 \times 12$

Tarea: página 45 del Cuaderno de Ejercicios.

<p>Fecha: _____ U3 3.2</p> <p>P 2. Según lo realizado en el cuaderno:</p> <ol style="list-style-type: none"> ¿Es 24 múltiplo de 4? ¿Es 4 divisor de 24? ¿Es 24 múltiplo de 1? ¿Es 1 divisor de 24? ¿Es 24 múltiplo de 24? ¿Es 24 divisor de 24? <p>3. Calcula el mcm y el MCD de 24 y 36.</p> <p>4. ¿Es el mcm un múltiplo del MCD?</p> <p>S 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24: 24: 24, 48, 72, 96, 120, 144, 168, 192, 216...</p> <p>1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36: 36: 36, 72, 108, 144, 180, 216, 252...</p> <p>2. a) Sí, $24 = 4 \times 6$ b) Sí, $24 = 1 \times 24$ c) Sí, $24 = 24 \times 1$</p> <p> Sí, $24 \div 4 = 6$ Sí, $24 \div 1 = 24$ Sí, $24 \div 24 = 1$</p> <p>3. MCD = 12, mcm = 72</p> <p>4. Sí, $mcm = MCD \times 6$ porque $72 = 12 \times 6$.</p>	<p>R</p> <ol style="list-style-type: none"> Múltiplo Divisor 1 1 Sí, porque $6 = 6 \times 1$ Sí, porque $6 \div 6 = 1$ $mcm = 18$, $MCD = 3$, $mcm = MCD \times 6$ $= 3 \times 6$ $= 18$
---	---

Secuencia:

Para esta clase se aborda el hecho de que para un número dado que es divisor de un segundo número, el segundo es múltiplo del primero. También se planteará que el mcm es un múltiplo del MCD.

Propósito:

①, ② Determinar la relación que existe entre dos números en los que uno es el múltiplo del otro, y la relación entre el MCD y mcm de dos números.

③ Establecer que si un número es múltiplo de otro, el segundo es divisor del primero y que cualquier número es múltiplo de 1 y 1 es divisor de cualquier número. Además aclarar que todo número es divisor y múltiplo de sí mismo y que el mcm es múltiplo del MCD.

Unidad 3

3.3 Números primos y compuestos

Secuencia:

Puesto que en las clases anteriores se ha trabajado con divisores y múltiplos de un número, ahora se definirá qué es un número primo y un compuesto a partir de la cantidad de divisores que tienen los números.

Propósito:

①, ② Determinar que hay números que solo tienen dos divisores y otros que tienen más de dos divisores. También en esta parte es importante resaltar el hecho de que el 1 solo tiene un divisor.

③ Definir los números primos y compuestos. Se debe enfatizar que el 1 no es primo ni compuesto porque solo tiene un divisor.

④ Presentar la “Criba de Eratóstenes” como una estrategia para agilizar la identificación de los números primos que hay del 1 al 100 y hacer uso del resultado para clasificar en primos y compuestos a los números de un conjunto dado. Debe hacerse notar que sin el uso de la Criba de Eratóstenes el proceso para obtener los divisores de cada número hubiese sido demasiado largo.

Indicador de logro: Determina si un número es primo o compuesto, dependiendo del número de divisores.

3.3 Números primos y compuestos

① **P** Copia la tabla en tu cuaderno y escribe todos los divisores de los números dados, después clasifica los números según la cantidad de divisores.

Número	Divisores	Número	Divisores
1		11	
2		12	
3		13	
4		14	
5		15	
6		16	
7		17	
8		18	
9		19	
10		20	

- a) ¿Qué números tienen solo dos divisores?
b) ¿Qué números tienen más de dos divisores?

② **S**

Número	Divisores	Número	Divisores
1	1	11	1, 11
2	1, 2	12	1, 2, 3, 4, 6, 12
3	1, 3	13	1, 13
4	1, 2, 4	14	1, 2, 7, 14
5	1, 5	15	1, 3, 5, 15
6	1, 2, 3, 6	16	1, 2, 4, 8, 16
7	1, 7	17	1, 17
8	1, 2, 4, 8	18	1, 2, 3, 6, 9, 18
9	1, 3, 9	19	1, 19
10	1, 2, 5, 10	20	1, 2, 4, 5, 10, 20

- a) 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17 y 19.
b) 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18 y 20.

③ **C**

A los números que tienen solo dos divisores (el 1 y el mismo número) se les llama **números primos**. Ejemplo de estos números son los del literal a.

Los números que tienen más de dos divisores se llaman **números compuestos**. Ejemplos de estos números son los del literal b.

El 1 solo tiene 1 como divisor. El 1 no es número primo ni compuesto.

④ **E**

Eratóstenes ideó un método para encontrar números primos conocido como la Criba de Eratóstenes. Esta permite encontrar todos los números primos desde un valor inicial hasta un valor final. Se basa en eliminar de la lista los múltiplos de los números primos entre el valor inicial y final. Una vez acabado el proceso, los números que queden sin descartar serán primos. El proceso termina hasta llegar al primer número cuya potencia cuadrada es igual o mayor que el valor final.

46

Tarea: página 46 del Cuaderno de Ejercicios.

Fecha: U3 3.3

P

- Según lo realizado en el cuaderno,
a) ¿Qué números tienen solo dos divisores?
b) ¿Qué números tienen más de dos divisores?

S

- a) 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17 y 19.
b) 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18 y 20.

E

- a) Criba de Eratóstenes hasta el 100.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

- b) Según la Criba de Eratóstenes:
Números primos: 11, 23 y 29.
Números compuestos: 42, 54, 75, 88 y 91.

R

- Primos: 5, 23, 31, 41, 47 y 53.
Compuestos: 9, 21, 26, 27, 30, 33, 35, 36 y 49.

- a) Determina todos los números primos hasta el 100 utilizando la Criba de Eratóstones, auxiliándote de la tabla numerada del 1 al 100.
- b) Clasifica los números 11, 23, 29, 42, 54, 75, 88, 91 en primos y compuestos.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Solución.

a)

1	②	③	4	⑤	6	⑦	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

- 1 no es un número primo. Se tacha.
- 2 es primo.
- Tachar todos los múltiplos de 2.
- El siguiente número sin tachar es 3 y es primo.
- Tachar todos los múltiplos de 3.
- El siguiente número sin tachar es 5 y es primo.
- Tachar todos los múltiplos de 5.
- El siguiente número sin tachar es 7 y es primo.
- Tachar todos los múltiplos de 7.
- Los números que quedan sin tachar, son todos los números primos entre 1 y 100. Se termina el proceso porque el próximo primo será 11 el cuál supera a 10 y $10^2 = 100$.

- b) Números primos: 11, 23 y 29.
Números compuestos: 42, 54, 75, 88 y 91.



Clasifica los siguientes números en primos y compuestos:
5, 9, 21, 23, 26, 27, 30, 31, 33, 35, 36, 41, 47, 49 y 53.

Primos: 5, 23, 31, 41, 47 y 53. Compuestos: 9, 21, 26, 27, 30, 33, 36 y 49.

3.4 Descomposición en factores primos

Secuencia:

Dado que los estudiantes ya tienen el concepto de qué es un número primo, para esta clase se aborda la descomposición de un número en sus factores primos, y se introduce la forma:

$$\begin{array}{r|l} 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$36 = 2^2 \times 3^2$$

Para determinar los factores primos del número. También se establece que un número se puede expresar como la multiplicación de sus factores primos, por ejemplo $36 = 2^2 \times 3^2$.

Propósito:

①, ② Determinar un procedimiento para representar un número como una multiplicación de factores primos. Si bien los estudiantes pueden llegar a la representación del número como una multiplicación de los factores primos sin hacer el procedimiento que se plantea en la ⑤, se debe decir a los estudiantes que a partir de esta clase, ese será el procedimiento que se seguirá. También, es importante hacer notar que en caso de que un número se repita en los factores, se debe escribir ese número una vez, con una potencia que describa el número de veces que aparece como factor.

③ Resolución de algunos ítems:

a) $12 \begin{array}{r|l} 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$ j) $100 \begin{array}{r|l} 2 \\ 50 & 2 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$

$$12 = 2^2 \times 3$$

$$100 = 2^2 \times 5^2$$

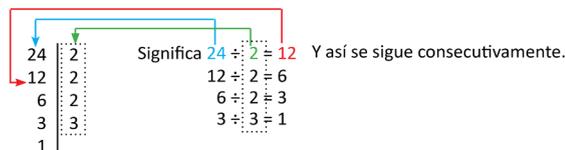
Indicador de logro: Descompone un número en sus factores primos utilizando la división sucesiva.

3.4 Descomposición en factores primos

① **P** Representa el número 24 como producto de números primos. Se pueden repetir números primos si se considera necesario.

El producto es el resultado de una multiplicación.

② **S** Para obtener los números primos de la multiplicación, se puede hacer el siguiente procedimiento:



Por tanto, $24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$; de forma equivalente puedes representarlo como $24 = 2^3 \times 3$.

A los números en un producto se les llama **factores**.

C Cualquier número compuesto puede ser expresado como producto de números primos. A este procedimiento se le llama **descomposición en factores primos**.

E Llena el recuadro con el número correspondiente en la descomposición en factores primos de 36 y luego escribe el número como producto de factores primos.

$$\begin{array}{r|l} 36 & \square \\ 18 & \square \\ 9 & \square \\ \square & \square \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 24 & \square \\ 12 & \square \\ 6 & \square \\ \square & \square \\ 1 & \end{array}$$

Solución.

$$\begin{array}{r|l} 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$36 = 2^2 \times 3^2$$

$$\begin{array}{r|l} 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$24 = 2^3 \times 3$$

③ **P** Descompone en factores primos los siguientes números:

- a) 12 $2^2 \times 3$ b) 16 2^4 c) 20 $2^2 \times 5$ d) 30 $2 \times 3 \times 5$ e) 35 5×7
 f) 56 $2^3 \times 7$ g) 50 2×5^2 h) 54 2×3^3 i) 64 2^6 j) 100 $2^2 \times 5^2$

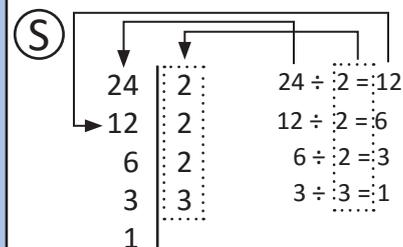
48

Tarea: página 47 del Cuaderno de Ejercicios.

Fecha:

U3 3.4

P Representa 24 como producto de números primos. Puedes repetir números primos si lo consideras necesario.



Por tanto, $24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$; o $24 = 2^3 \times 3$.

E

$$\begin{array}{r|l} 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$36 = 2^2 \times 3^2$$

- R**
- a) $12 = 2^2 \times 3$
 b) $16 = 2^4$
 c) $20 = 2^2 \times 5$
 d) $30 = 2 \times 3 \times 5$
 e) $35 = 5 \times 7$
 f) $56 = 2^3 \times 7$

3.5 Máximo común divisor por descomposición en factores primos

Indicador de logro: Calcula el máximo común divisor por descomposición en factores primos.

3.5 Máximo común divisor por descomposición en factores primos

① **P** El cálculo del MCD de 8 y 12 se hace de la siguiente manera:

Número	Divisores
8:	1, 2, 4, 8
12:	1, 2, 3, 4, 6, 12

Por tanto, el MCD de 8 y 12 es 4.

El proceso de descomposición en factores primos de 8 y 12 es:

8	2	12	2
4	2	6	2
2	2	3	3
1		1	

$8 = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$
 $12 = 2 \times 2 \times 3 = 2^2 \times 3$

¿Cómo se calcula el MCD de 8 y 12 a partir de la descomposición de estos números?

② **S**

$$8 = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$$

$$12 = 2 \times 2 \times 3 = 2^2 \times 3$$

El MCD de 8 y 12 se puede calcular multiplicando los primos comunes con el menor exponente de ambas descomposiciones. Es decir, $2 \times 2 = 2^2 = 4$.

C El MCD de dos números se determina realizando los siguientes pasos:

1. Descomponer los dos números en sus factores primos.
2. Expresar si es posible, los números como producto de potencias de los números primos en cada descomposición.
3. Multiplicar las potencias de primos comunes en ambas descomposiciones que tengan el menor exponente.

E Encuentra el MCD para 12 y 18 a través de la descomposición en factores primos.

Solución.

12	2	18	2
6	2	9	3
3	3	3	3
1		1	

$12 = 2 \times 2 \times 3 = 2^2 \times 3$
 $18 = 2 \times 3 \times 3 = 2 \times 3^2$
MCD = $2 \times 3 = 6$

③ **P** Calcula el MCD por descomposición en factores primos.

- | | | | | |
|-----------------------|----------------------|----------------------|-----------------------|-----------------------|
| a) 12 y 15
MCD = 3 | b) 9 y 27
MCD = 9 | c) 8 y 20
MCD = 4 | d) 12 y 16
MCD = 4 | e) 15 y 25
MCD = 5 |
| f) 6 y 14
MCD = 2 | g) 7 y 14
MCD = 7 | h) 6 y 8
MCD = 2 | i) 5 y 15
MCD = 5 | j) 9 y 12
MCD = 3 |

Secuencia:

Se plantea la forma de determinar el MCD de varios números aplicando la descomposición de los números en sus factores primos.

Propósito:

①, ② Determinar que el MCD de dos números a través de su descomposición en factores primos se obtiene multiplicando los factores comunes en cada descomposición o si están expresados con potencias, los factores comunes con menor potencia. La acción anterior se espera que sea realizada por un proceso deductivo del estudiante a partir de que previamente se le proporciona el MCD de los números obtenido a través del procedimiento que ya conoce.

③ El primer ítem resuelto:

a) 12	2	15	3
6	2	5	5
3	3	1	
1			

$$12 = 2^2 \times 3 \quad 15 = 3 \times 5$$

$$\text{MCD} = 3$$

Tarea: página 48 del Cuaderno de Ejercicios.

Fecha:

U3 3.5

P Observando la descomposición en factores primos de 8 y 12:

$$8 = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$$

$$12 = 2 \times 2 \times 3 = 2^2 \times 3$$

¿Cómo se puede calcular el MCD de 8 y 12?

S

$$8 = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$$

$$12 = 2 \times 2 \times 3 = 2^2 \times 3$$

$$\text{MCD} = 2 \times 2 = 2^2 = 4$$

E

12	2	18	2
6	2	9	3
3	3	3	3
1		1	

$12 = 2 \times 2 \times 3 = 2^2 \times 3$
 $18 = 2 \times 3 \times 3 = 2 \times 3^2$
MCD = $2 \times 3 = 6$

R a) 3 b) 9 c) 4
d) 4 e) 5

3.6 Mínimo común múltiplo por descomposición en factores primos

Secuencia:

Esta clase presenta la forma de determinar el mcm de varios números aplicando la descomposición de los mismos en sus factores primos.

Propósito:

①, ② Determinar que el mcm de dos números a través de su descomposición en factores primos se obtiene multiplicando los factores diferentes en cada descomposición y que en caso de haber factores comunes se toman los que tengan mayor potencia. La acción anterior se espera que sea realizada por un proceso deductivo del estudiante a partir de que previamente se le proporciona el mcm de los números obtenidos a través del procedimiento que ya conoce.

③ Establecer el algoritmo para el cálculo del mcm de dos números a través de la descomposición en factores primos. Recalcando que si los factores comunes tienen la misma potencia se toman solo una vez para el cálculo del mcm.

④ Resolución de algunos ítems:

a)

12		2
6		2
3		3
1		1

18		2
9		3
3		3
1		1

$$12 = 2^2 \times 3 \quad 18 = 2 \times 3^2$$

$$\text{mcm} = 2^2 \times 3^2$$

$$= 4 \times 9$$

$$= 36$$

j)

9		3
3		3
1		1

12		2
6		2
3		3
1		1

$$9 = 3^2 \quad 12 = 2^2 \times 3$$

$$\text{mcm} = 2^2 \times 3^2$$

$$= 4 \times 9$$

$$= 36$$

Indicador de logro: Calcula el mínimo común múltiplo por descomposición en factores primos.

3.6 Mínimo común múltiplo por descomposición en factores primos

① **P** El cálculo del mcm de 8 y 12 se hace de la siguiente manera:

Número	Múltiplos
8:	8, 16, 24 , 32, 40, ...
12:	12, 24 , 36, 48, ...

Por tanto, el mcm de 8 y 12 es 24.

Ahora observa el proceso de descomposición en factores primos de 8 y 12, luego escribe cómo calcular su mcm a partir de la descomposición:

8	2	12	2
4	2	6	2
2	2	3	3
1		1	

Por lo que la descomposición en factores primos es:

$$8 = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$$

$$12 = 2 \times 2 \times 3 = 2^2 \times 3$$

② **S**

$$8 = \boxed{2 \times 2 \times 2} = 2^3$$

$$12 = 2 \times 2 \times \boxed{3} = 2^2 \times 3$$

El mcm de 8 y 12 se puede calcular multiplicando los números primos diferentes en cada descomposición, en caso de haber primos comunes se toman solamente los de mayor exponente para la multiplicación. Es decir, $2 \times 2 \times 2 \times 3 = 2^3 \times 3 = 24$.

③ **C**

El mcm de dos números se determina por

1. Descomponer los dos números en sus factores primos.
2. Expresar si es posible, los números como producto de potencias de los números primos en cada descomposición.
3. Multiplicar las potencias de primos no comunes en la descomposición, en caso de haber primos comunes, solo se toman las potencias de primos con mayor exponente (si los comunes tienen el mismo exponente se toman solo una vez).

④ **E** Encuentra el mcm de los números 20 y 24 a través de la descomposición en factores primos.

Solución.

20	2	24	2
10	2	12	2
5	5	6	2
1		3	3
		1	

$$20 = 2 \times 2 \times \boxed{5} = 2^2 \times 5$$

$$24 = \boxed{2 \times 2 \times 2} \times \boxed{3} = 2^3 \times 3$$

$$\text{mcm} = 2^3 \times 3 \times 5$$

$$= 120$$

④ **P** Calcula el mcm por descomposición en factores primos:

a) 12 y 18 mcm = 36	b) 9 y 27 mcm = 27	c) 8 y 20 mcm = 40	d) 12 y 16 mcm = 48	e) 15 y 20 mcm = 60
f) 6 y 21 mcm = 42	g) 7 y 14 mcm = 14	h) 6 y 8 mcm = 24	i) 5 y 15 mcm = 15	j) 9 y 12 mcm = 36

50

Tarea: página 49 del Cuaderno de Ejercicios.

Fecha: **U3 3.6**

P Observando la descomposición en factores primos de 8 y 12:

$$8 = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$$

$$12 = 2 \times 2 \times 3 = 2^2 \times 3$$

¿Cómo se puede calcular el mcm de 8 y 12?

S $8 = \boxed{2 \times 2 \times 2} = 2^3$

$$12 = 2 \times 2 \times \boxed{3} = 2^2 \times 3$$

$$\text{mcm} = 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 2^3 \times 3 = 24$$

E

20	2	24	2
10	2	12	2
5	5	6	2
1		3	3
		1	

$$20 = 2 \times 2 \times \boxed{5} = 2^2 \times 5$$

$$24 = \boxed{2 \times 2 \times 2} \times \boxed{3} = 2^3 \times 3$$

$$\text{mcm} = 2^3 \times 3 \times 5 = 120$$

R

a) 36	b) 27
c) 40	d) 48
e) 60	

3.7 Aplicación del mcm y MCD

Indicador de logro: Aplica el mínimo común múltiplo y máximo común divisor para resolver problemas del entorno.

3.7 Aplicación del mcm y MCD

① **P** Hay 126 niños y 12 maestros. Si se quiere formar la mayor cantidad de grupos y de manera equitativa (respecto a niños y maestros), ¿cuántos grupos se formarían?, ¿cuántos niños hay en cada grupo?

② **S** Como cada grupo debería de tener la misma cantidad de niños, entonces el número de grupos debe ser un divisor de la cantidad de niños, es decir, de 126. De la misma manera, el número de grupos debe ser divisor de la cantidad total de maestros, es decir, de 12. Por lo tanto, el número de grupos es un divisor común de 126 y 12, pero como se quiere la mayor cantidad de grupos, este divisor debe ser el máximo común divisor de 126 y 12.

$$\begin{aligned} \text{La descomposición en factores primos es: } 126 &= 2 \times 3 \times 3 \times 7 = 2 \times 3^2 \times 7 \\ 12 &= 2 \times 2 \times 3 = 2^2 \times 3 \end{aligned}$$

Entonces, $\text{MCD} = 2 \times 3 = 6$.

Por lo tanto, se formarán 6 grupos y en cada grupo deben haber $126 \div 6 = 21$ niños.

Unidad 3

C Se puede utilizar el MCD y el mcm para resolver problemas del entorno.

E Ana escribe a su abuela cada 15 días y a su tío cada 18 días. Si hoy le tocó escribirle a ambos, ¿dentro de cuántos días volverá a coincidir por primera vez en escribirles a su tío y su abuela?

Solución.

Si Ana escribe a su abuela cada 15 días, el número de días que deben pasar para que vuelva a escribirle debe ser un múltiplo de 15, de la misma forma si a su tío le escribe cada 18 días, el número de días que deben pasar para coincidir nuevamente, debe ser múltiplo de 18. Por lo tanto, el número de días que deben pasar es múltiplo de 15 y de 18; y como se quiere que sea la primera vez que coincida nuevamente, debe ser el mínimo común múltiplo.

Por lo que la descomposición en factores es:

$$\begin{aligned} 15 &= 3 \times 5 \\ 18 &= 2 \times 3 \times 3 = 2 \times 3^2 \end{aligned}$$

Entonces, el $\text{mcm} = 2 \times 3^2 \times 5 = 90$.

De tal forma que le tocará volver a escribirles el mismo día dentro de 90 días.

- ③ **R**
- Se repartirán equitativamente 90 cuadernos y 72 lápices entre la mayor cantidad de niños que se pueda. ¿Entre cuántos niños se pueden repartir? ¿Cuántos cuadernos y cuántos lápices recibirá cada niño? **18 niños, recibirán 5 cuadernos y 4 lápices.**
 - Carlos hornea galletas y las empaqueta para venderlas; si ha hecho 90 galletas de vainilla y 60 de chocolate, y cada paquete debe ser idéntico, ¿cuál es el máximo número de paquetes que se pueden hacer?, ¿cuántas galletas de cada sabor debe tener un paquete cualquiera?
 - José va a jugar fútbol cada 6 días y Carlos cada 21 días. Si hoy coincidieron en ir a jugar, ¿cuántos días pasarán para que vuelvan a coincidir? **Pasarán 42 días.**
 - Para la fiesta de cumpleaños de Julia se quieren comprar vasos y platos. Los vasos vienen en paquete de 6 unidades, mientras que los platos en paquetes de 8 unidades; considerando que el número de platos y vasos debe ser el mismo y el mínimo posible, ¿cuál es la cantidad de platos y vasos que se tendrán? **24 de cada uno.**

30 paquetes, 3 de vainilla y 2 de chocolate.

51

Secuencia:

Para esta clase se presentan diferentes situaciones en las que se plantean preguntas que requieren de la aplicación del MCD y mcm para dar una respuesta.

Propósito:

①, ② Presentar una situación en la que se puede dar una respuesta a una pregunta a través de la aplicación del concepto de mcm. Para el cálculo del mcm se debe utilizar la descomposición en factores primos.

③ Resolución de algunos ítems:

1. Como cada niño debe tener el mismo número de cuadernos, entonces el número de niños debe ser un divisor de la cantidad de cuadernos, es decir, de 90. De la misma manera, el número de niños debe ser divisor del número de lápices, es decir, de 72. Por lo tanto, el número de grupos es un divisor común de 90 y 72, pero como se quiere la mayor cantidad de niños, este debe ser el máximo común divisor de 90 y 72.

3. Si José va a jugar cada 6 días, el número de días que deben pasar para que juegue de nuevo debe ser un múltiplo de 6; de la misma forma si Carlos va a jugar cada 21 días el número de días que deben pasar para que vuelva a jugar debe ser múltiplo de 21. Por lo tanto, el número de días que pasen es múltiplo de 6 y 21, y como se quiere que coincidan nuevamente, debe ser el mínimo común múltiplo.

Tarea: página 50 del Cuaderno de Ejercicios.

Fecha:

U3 3.7

P Hay 126 niños y 12 maestros. Se forman grupos de modo que se distribuyan equitativamente en la mayor cantidad de grupos. ¿Cuántos grupos se formarían? ¿Cuántos niños hay en cada grupo?

S El número de grupos es el MCD de 126 y 12;

$$\begin{aligned} 126 &= 2 \times 3 \times 3 \times 7 = 2 \times 3^2 \times 7 \\ 12 &= 2 \times 2 \times 3 = 2^2 \times 3 \end{aligned}$$

Por tanto, $\text{MCD} = 2 \times 3 = 6$.

Se deben formar 6 grupos y en cada grupo deben haber $126 \div 6 = 21$ niños.

E El número de días que deben pasar es el mcm de 15 y de 18.

$$\begin{aligned} 15 &= 3 \times 5 \\ 18 &= 2 \times 3 \times 3 = 2 \times 3^2 \\ \text{El mcm} &= 2 \times 3^2 \times 5 = 90 \end{aligned}$$

Le tocará volver a escribirles el mismo día dentro de 90 días.

- R**
- 18 niños, 5 cuadernos y 4 lápices.
 - 30 paquetes, 3 de vainilla y 2 de chocolate.

3.8 Practica lo aprendido

Resolución de algunos ítems:

$$\begin{array}{r|l}
 60 & 2 \\
 30 & 2 \\
 15 & 3 \\
 5 & 5 \\
 1 & \\
 \hline
 \end{array}$$

$60 = 2^2 \times 3 \times 5$

$$\begin{array}{r|l}
 24 & 2 \\
 12 & 2 \\
 6 & 2 \\
 3 & 3 \\
 1 & \\
 \hline
 \end{array}$$

$24 = 2^3 \times 3$

$$\begin{array}{r|l}
 36 & 2 \\
 18 & 2 \\
 9 & 3 \\
 3 & 3 \\
 1 & \\
 \hline
 \end{array}$$

$36 = 2^2 \times 3^2$

$MCD = 2^2 \times 3$
 $= 4 \times 3$
 $= 12$

$$\begin{array}{r|l}
 12 & 2 \\
 6 & 2 \\
 3 & 3 \\
 1 & \\
 \hline
 \end{array}$$

$60 = 2^2 \times 3$

$$\begin{array}{r|l}
 15 & 3 \\
 5 & 5 \\
 1 & \\
 \hline
 \end{array}$$

$15 = 3 \times 5$

$mcm = 2^2 \times 3 \times 5$
 $= 4 \times 3 \times 5$
 $= 60$

8. a) Como cada bolsita debe tener la misma cantidad de dulces de fresa, entonces el número de bolsitas debe ser divisor de la cantidad de dichos dulces, es decir, de 20. De la misma forma, el número de bolsitas debe ser divisor de la cantidad total de dulces de piña, es decir, de 24. Por lo tanto, el número de bolsitas debe ser divisor de 20 y 24, pero como se quiere que sea la mayor cantidad de bolsitas, este debe ser el máximo común divisor de 20 y 24.

b) Cada marca de la cinta que está graduada cada 8 cm debe estar colocada en un múltiplo de 8 cm, de la misma forma cada marca de la cinta con graduación en cada 12 cm está colocada en un múltiplo de 12 cm. Por tanto, los cm en que coinciden las graduaciones deben ser múltiplos de 8 y 12, y como se quiere que sea la primera vez que coinciden, debe ser el mínimo común múltiplo.

Indicador de logro: Resuelve problemas correspondientes a números primos y compuestos.

3.8 Practica lo aprendido

- a) 2: 2,4,6,8,10,12,14,16,18,20
 3: 3,6,9,12,15,18,21,24,27,30
 4: 4,8,12,16,20,24,28,32,36,40

b) 3: 3,6,9,12,15,18,21,24,27,30
 5: 5,10,15,20,25,30,35,40,45,50
 15: 15,30,45,60,75,90,105,120,135,150

1. Escribe los primeros 10 múltiplos de cada número.
 2. Escribe los múltiplos comunes.
 3. Encuentra el mcm.

2. Para los siguientes literales:
 a) 18, 24 y 36 b) 16, 24 y 32

1. Escribe todos los divisores de cada número.
 2. Escribe los divisores comunes.
 3. Encuentra el MCD.

3. Completa el espacio en blanco y responde a la pregunta:
 6 es divisor de 12. Entonces, 12 es múltiplo de 6.
 24 es múltiplo de 8. Entonces, 8 es divisor de 24.
 ¿7 es múltiplo de 7? Explica por qué.
Sí, porque $7 = 7 \times 1$

4. Clasifica los siguientes números en primos y compuestos:
 4, 7, 9, 13, 21, 27, 32, 37, 39 y 41.
Primos: 7, 13, 37 y 41. Compuestos: 4, 9, 21, 27, 32 y 39.

5. Descompone en factores primos los siguientes números:
 a) 18 b) 40 c) 42 d) 60
 2×3^2 $2^3 \times 5$ $2 \times 3 \times 7$ $2^2 \times 3 \times 5$

6. Encuentra el MCD por descomposición en factores primos:
 a) 12 y 18 b) 9 y 15 c) 16 y 20 d) 24 y 36
MCD = 6 MCD = 3 MCD = 4 MCD = 12

7. Encuentra el mcm por descomposición en factores primos:
 a) 6 y 8 b) 5 y 10 c) 6 y 15 d) 12 y 15
mcm = 24 mcm = 10 mcm = 30 mcm = 60

8. Resuelve los siguientes problemas:
 a) Se tienen 20 dulces de fresa y 24 de piña y se reparten de tal manera que el número de dulces de cada sabor sea el mismo en cada bolsita, ¿cuál es el mayor número de bolsitas que se pueden hacer?, ¿cuántos dulces de cada sabor tiene cada bolsa?
4 bolsitas, 5 de fresa y 6 de piña.
 b) Hay una cinta que tiene una graduación en cada 8 cm y otra en cada 12 cm, ¿en cuántos cm coinciden las graduaciones por primera vez en ambas cintas?
En 24 cm.

Tarea: página 51 del Cuaderno de Ejercicios.

Prueba de la Unidad 3: Multiplicación y división de números positivos y negativos

Matemática 7º

Fecha: _____
 Nombre: _____ Sección: _____
 Edad: _____ años NIE: _____ Sexo: masculino femenino
 Centro escolar: _____

Indicaciones: en cada ejercicio planteado debes dejar constancia de tus procedimientos. Escribe la respuesta final en el recuadro correspondiente.

1. Realiza el cálculo para cada uno de los literales.

a) $-7 \times 3 =$ b) $3 \times (-2) =$ c) $-1 \times (-15) =$

d) $\frac{2}{3} \times 1 =$ e) $0 \times 12.11 =$

2. Realiza la siguiente multiplicación.

$-24 \times \left(-\frac{2}{7}\right) \times \left(-\frac{1}{8}\right)$

Respuesta:

3. a) Calcula las potencias:

$3^2 =$, $(-2)^5 =$

b) Realiza la siguiente multiplicación:

$(-3) \times (-2^2)$

Respuesta:

4. Efectúa las siguientes divisiones.

a) $-6 \div 3 =$ b) $14 \div (-2) =$ c) $-35 \div (-7) =$ d) $0 \div (-10) =$

5. a) Calcula el recíproco de 0.6

b) Realiza la siguiente división: $(-14) \div \frac{7}{20}$

1

Descripción.

La prueba de esta unidad está formada por 10 numerales, algunos de los numerales tienen más de un literal, es importante aclarar que cada literal será tomado como un ítem; por tanto esta prueba contiene 19 ítems (14 en la página 1 y 5 en la página 2).

Criterios para asignar puntos parciales.

Ítems del 1a al 1e:

El signo.

El valor absoluto.

Ítem 2:

El signo.

El valor absoluto.

Ítem 3a:

Uno de los dos es correcto.

Ítem 3b:

El signo.

El valor absoluto.

Ítems del 4a al 4d:

El signo.

El valor absoluto.

Ítem 5a:

Fracción equivalente a $\frac{5}{3}$.

Ítem 5b:

El signo.

El valor absoluto.

Prueba de la Unidad 3

Ítem 6:

Convierte la operación a $25 + (-27) \div 9$.

Ítem 7:

Representa la operación como

$$(100 + 2) \times 7$$

y la realiza aplicando la propiedad distributiva. Si la operación se hace sin la propiedad distributiva no está correcta parcialmente.

Ítem 8:

Una o dos filas correctas.

Ítem 9:

Determina que son 30 paquetes.

Ítem 10:

Determina que ambas personas coincidan en descansar cada 18 días.

6. Realiza la siguiente operación.

$$5^2 + (-3)^3 \div (18 - 9)$$

Respuesta:

7. Realiza la siguiente multiplicación.

$$102 \times 7$$

Respuesta:

8. Escribe una **X** si la operación se puede realizar siempre en cada uno de los conjuntos de números. No consideres la división por 0.

	Suma	Resta	Multiplicación	División
Números naturales				
Números enteros				
Números que se pueden expresar como fracción				

9. Carlos hornea galletas y las empaqueta para venderlas. Si ha hecho 90 galletas de vainilla y 60 de chocolate, y cada paquete debe ser idéntico sin que sobren, ¿cuál es el número máximo de paquetes que se pueden hacer? ¿Cuántas galletas de cada sabor debe tener un paquete cualquiera?

Respuesta:

10. El papá de Ana trabaja 5 días y descansa el sexto; el papá de Antonio trabaja 8 días y descansa el noveno. Si empiezan a trabajar el día martes, ¿cuántos días tendrán que transcurrir para que les toque descansar lunes a los dos?

Respuesta:

2