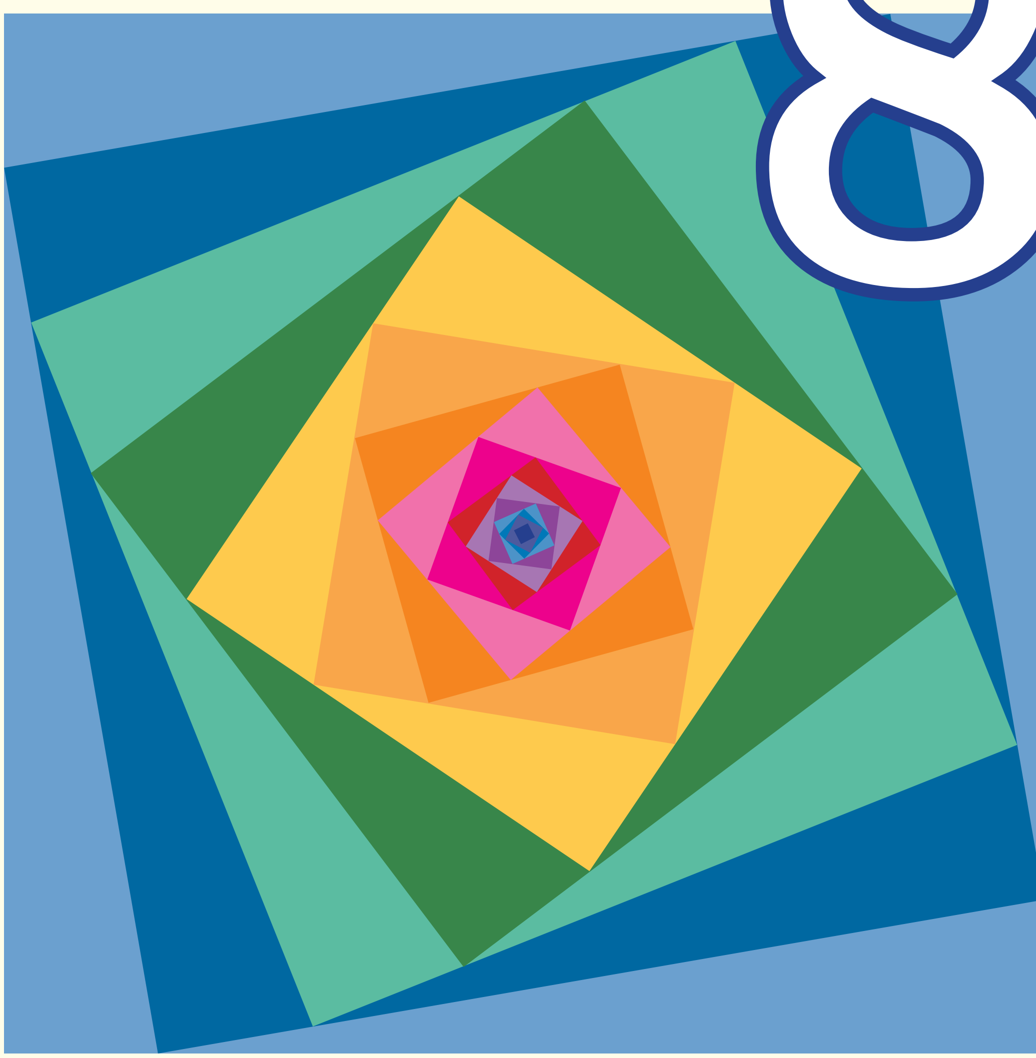
REPÚBLICA DE EL SALVADOR EN LA AMÉRICA CENTRAL

Matemática

8



Guía Metodológica

ESMATE

Ing. Carlos Mauricio Canjura Linares
Ministro de Educación

Lic. Francisco Humberto Castaneda
Viceministro de Educación

Dra. Erlinda Hándal Vega
Viceministra de Ciencia y Tecnología

Lic. Óscar de Jesús Águila Chávez
Director Nacional de Educación Media (Tercer Ciclo y Media)
Director del Proyecto ESMATE

Ing. Wilfredo Alexander Granados Paz
Gerente de Gestión y Desarrollo Curricular de Educación Media
Coordinador del Proyecto ESMATE

Lic. Gustavo Antonio Cerros Urrutia
Jefe del Departamento de Especialistas en Currículo de Educación Media
Coordinador del equipo de Educación Básica, proyecto ESMATE

Lic. Félix Abraham Guevara Menjívar
Jefe del Departamento de Educación en Ciencia Tecnología e Innovación (Matemática)
Coordinador del equipo de Tercer Ciclo y Bachillerato, proyecto ESMATE

Equipo técnico autoral y de diagramación del Ministerio de Educación

Ana Ester Argueta Aranda
Erick Amílcar Muñoz Deras
Reina Maritza Pleitez Vásquez
Diana Marcela Herrera Polanco
Francisco Antonio Mejía Ramos
Norma Elizabeth Lemus Martínez
Salvador Enrique Rodríguez Hernández
César Omar Gómez Juárez

Diseño y revisión de diagramación

Francisco René Burgos Álvarez
Judith Samanta Romero de Ciudad Real

Corrección de estilo

Mónica Marlene Martínez Contreras
Marlene Elizabeth Rodas Rosales

Cooperación Técnica de Japón a través de la Agencia de Cooperación Internacional del Japón (JICA).

Primera edición, 2018.

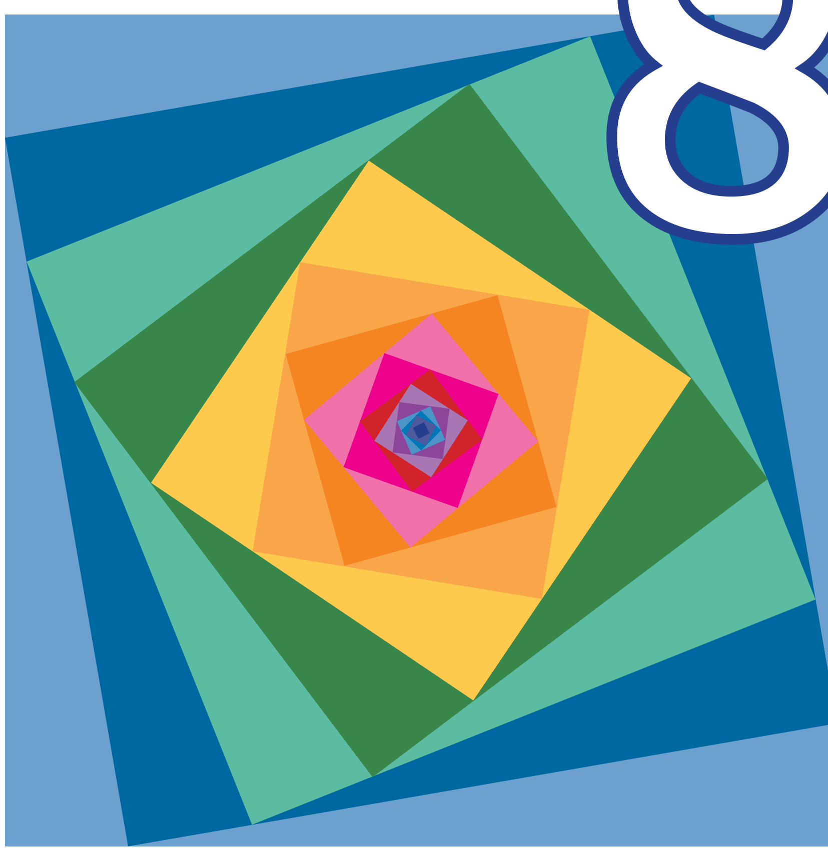
Imagen de portada con fines educativos, esta se construye a partir de una secuencia de cuadrados. En cada uno de ellos se forman cuatro triángulos rectángulos congruentes.

372.704 4
M425 Matemática 8° : guía metodológica / equipo técnico autoral
sv Ana Ester Argueta Aranda, Erick Amílcar Muñoz Deras, Reina Maritza Pleitez Vásquez, Diana Marcela Herrera Polanco, Francisco Mejía Ramos, Norma Elizabeth Lemus Martínez, Salvador Enrique Rodríguez Hernández, César Omar Gómez Juárez. -- 1ª ed. -- San Salvador, El Salv. : MINED, 2018.
290 p. : il. ; 30 x 23 cm. -- (Esmate)
ISBN 978-99961-70-53-9 (E-Book)
1. Matemáticas-Enseñanza-Guías. 2. Métodos de enseñanza. I. Argueta Aranda, Ana Ester, 1991-, equipo técnico autoral, II. Título.
BINA/jmh

REPÚBLICA DE EL SALVADOR EN LA AMÉRICA CENTRAL

Matemática

8



Guía metodológica

ESMATE

Apreciables docentes:

Reciban un afectuoso saludo, junto con nuestro más sincero respeto y agradecimiento por el trabajo que realizan día con día.

Desde la administración del Ministerio de Educación (MINED), hemos dado los pasos necesarios para fortalecer y acompañar la labor docente que ustedes realizan; prueba de ello es la implementación del Plan Nacional de Formación de Docentes en Servicio en el Sector Público que constituye una de las concreciones más efectivas y exitosas que ahora tenemos. En sintonía con este plan y en coherencia con los Ejes estratégicos del Plan Nacional de Educación en Función de la Nación, y particularmente con el fortalecimiento de la matemática, hemos visto oportuno robustecer la propuesta de formación con la creación de textos nuevos y actualizados.

Por consiguiente, por cada grado académico se han creado tres tipos de libros; dos para uso de los estudiantes, que corresponden al Libro de texto y Cuaderno de ejercicios, y para ustedes una Guía metodológica, todos elaborados para la asignatura de Matemática.

El equipo que ha liderado este proyecto denominado Mejoramiento de los Aprendizajes de Matemática en Educación Básica y Educación Media (ESMATE), ha sido conformado por especialistas en el área, comprometidos con dar una propuesta educativa que ayude a una mejor comprensión de los saberes matemáticos; dicho equipo ha tenido como apoyo la experiencia de docentes que trabajan con la asignatura de Matemática en todo el país.

Por tal motivo, tenemos la claridad y convicción para afirmar que el apoyo a la enseñanza de la matemática generará para nuestro país una sociedad madura, con capacidad de análisis, de ser crítica, ingeniosa y creativa, fortaleciendo el liderazgo y promoviendo el éxito tanto individual como grupal. En definitiva, una sociedad capaz de resolver eficiente y oportunamente problemas complejos que se presentan en el diario vivir, construyendo así un país más educado y productivo.

Este esfuerzo es de toda la comunidad educativa y particularmente de ustedes que dan lo mejor para que el conocimiento sea un éxito. Por eso les invitamos a que tomen estos libros como aliados para el desarrollo de sus clases.

Una vez más agradecemos toda la labor docente que realizan.

Con respeto y aprecio,

Ing. Carlos Mauricio Canjura Linares
Ministro de Educación

Lic. Francisco Humberto Castaneda
Viceministro de Educación

Dra. Erlinda Hándal Vega
Viceministra de Ciencia y Tecnología

Índice

Índice

I. Introducción

La presente Guía Metodológica (GM) forma parte de una serie de materiales elaborados por el equipo del Proyecto de Mejoramiento de los Aprendizajes de Matemática en Educación Básica y Educación Media (ESMATE) del Ministerio de Educación, con la finalidad de contribuir a la mejora de los procesos de enseñanza aprendizaje en la asignatura de Matemática.

En esta GM se explican con detalle todos los elementos que deben considerarse para realizar el proceso de aprendizaje, con base en la resolución de problemas planteados para lograr el desarrollo de las competencias en los estudiantes. Su uso permitirá al docente abordar la clase de forma efectiva y optimizar el uso del Libro de Texto (LT) y el Cuaderno de Ejercicios (CE).

Los principales objetivos que se pretenden lograr con el uso de esta guía son los siguientes:

1. Orientar la planificación de la clase a partir de una propuesta de contenidos e indicadores organizados temporalmente en lecciones y unidades.
2. Ofrecer sugerencias metodológicas concretas y pertinentes que ayuden a los docentes y estudiantes en la comprensión de los contenidos.
3. Proponer estrategias concretas para el desarrollo de los indicadores de logros que permitan el abordaje de las competencias matemáticas que deben alcanzar los estudiantes.

El MINED ofrece al sistema educativo nacional estos materiales con la convicción de que el uso pertinente de estos, permitirá fortalecer la práctica docente y así desarrollar de manera efectiva los aprendizajes de los estudiantes. Para lograr este propósito, a continuación se establecen los puntos de partida esenciales para su implementación:

1. **Importancia fundamental del aprendizaje de la matemática**: el desarrollo del razonamiento matemático genera en los estudiantes competencias para resolver problemas complejos, analizar situaciones, ser creativos, críticos, eficientes, pragmáticos y lógicos; capacidades que les permitirán vivir como ciudadanos comprometidos consigo mismos y con el desarrollo sostenible de sus comunidades, ya que los saberes matemáticos permiten reconocer que la ciencia está presente en todo lo que nos rodea, por lo que cualquier objeto de la realidad puede ser utilizado como herramienta tecnológica que ayude a resolver situaciones problemáticas, las cuales enfrentará día con día cada estudiante.

2. **Rol fundamental del docente y protagonismo del estudiante:** la labor del docente se vuelve determinante en la formación del estudiante, de ahí su importancia para que el sistema educativo logre sus propósitos; estos materiales están estructurados de tal manera que el docente tenga herramientas oportunas para "asistir" el aprendizaje, es decir, con la mirada puesta en el logro del aprendizaje de cada estudiante, lo cual implica que ellos sean los protagonistas en las clases. Este protagonismo se evidencia con el logro de los indicadores de aprendizaje en cada clase, los cuales se convierten en "peldaños" para desarrollar las competencias de unidad y para lograr que los estudiantes utilicen todos los saberes alcanzados para resolver exitosamente problemas simples y complejos. Esto tiene como base, el conocimiento y la comprensión de cada indicador y su concreción en cada una de las clases propuestas.

3. **Secuencia de la clase, experiencia auténtica del aprendizaje**: el protagonismo del estudiante se traduce en la propuesta de la secuencia de la clase, la cual contiene los siguientes pasos o momentos:

   - Problema inicial
   - Solución del problema inicial
   - Conclusión
   - Problemas y ejercicios

El análisis de esta secuencia se desarrolla describiendo la intencionalidad de cada elemento de la clase. De esta forma, se propone un itinerario para que los estudiantes, asistidos por sus docentes, construyan los conceptos y logren las competencias requeridas.

4. **Sintonía determinante con la gestión escolar**: para optimizar la efectividad de estos materiales educativos, otro aspecto fundamental a considerar es la generación de un ambiente propicio para el desarrollo de los aprendizajes, el cual está unido estrechamente con la gestión administrativa y organización de la institución educativa. Entre los elementos de dicha gestión, se destaca como determinante la cantidad de horas clase efectivas que el personal docente desarrolla en el año escolar; la propuesta de contenidos está planteada para que sean desarrollados durante al menos 160 horas clase al año, las cuales se deben garantizar como condición indispensable en el logro de los aprendizajes.

5. **Aprendizaje de los estudiantes en el hogar con el uso del Cuaderno de Ejercicios**: el desarrollo de los saberes o de un contenido no solo está sujeto a la hora clase, sino que se prolonga al tiempo de estudio en sus hogares; por ello, se establece la práctica de problemas y ejercicios en los CE, para que el estudiante pueda seguir profundizando en la comprensión de los saberes matemáticos de cada una de las clases desarrolladas. Además, con esta prolongación de la clase al hogar, también se busca la implicación de la familia como espacio legítimo para la consolidación del saber e integración con la vida cotidiana.

Uno de los elementos importantes a mencionar de esta guía es el apartado **III. Estructura de la Guía Metodológica**, donde se explican las partes de la clase, la cual tiene especial relevancia, ya que en ella se profundiza el por qué y para qué de cada elemento de la clase; además, describe las posibles limitaciones que los estudiantes tengan al desarrollar cada uno, como una forma de orientar al docente para aprovechar las oportunidades que ofrecen los errores en la construcción del aprendizaje. De esta forma, se considera que los docentes podrán interiorizar la intencionalidad de cada elemento y así tener más recursos para mejorar los logros de los aprendizajes en cada clase. También se propone, en esta parte, un prototipo de prueba de cada unidad, formulado en correspondencia directa con los indicadores de logro y los problemas planteados en cada clase, lo cual puede ser de gran utilidad como una referencia para constatar los aprendizajes de cada estudiante en coherencia con todo el proceso.

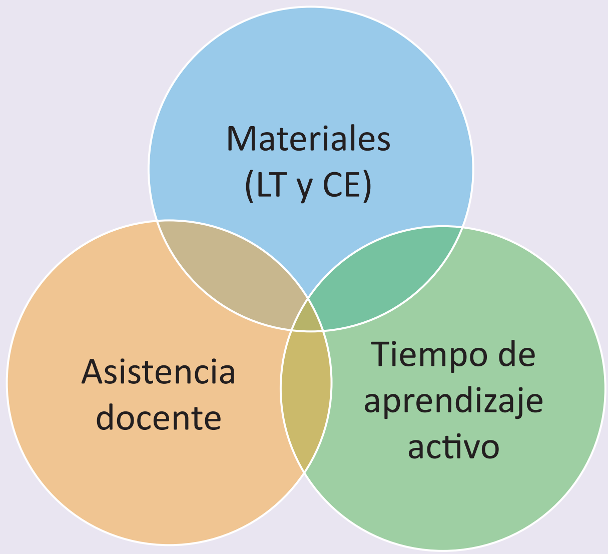
Otro elemento relevante es el apartado **IV. Orientación para el desarrollo de una clase de matemática con base en la resolución de problemas**, donde se describen cada uno de los elementos de la secuencia de la clase, las principales actividades que deben realizar los estudiantes en su proceso de aprendizaje y los docentes en la asistencia o mediación de los mismos. Se destacan además los aspectos que sugieren acciones específicas en sintonía directa con el protagonismo del estudiante y la función mediadora del docente.

Esta Guía y demás materiales educativos han sido elaborados con la participación activa de muchos docentes a nivel nacional, que con su experiencia y empeño por la formación de los estudiantes, han hecho aportes significativos a cada uno de los elementos de los mismos. Siguiendo esta dinámica de participación, se considera importante asumir estos materiales como una propuesta flexible y mejorable, donde el personal docente deberá hacer las adecuaciones que considere necesarias para apoyar el aprendizaje de sus estudiantes.

II. Estrategia para el mejoramiento de los aprendizajes en matemática

La meta del uso de estos materiales educativos es el mejoramiento del aprendizaje de los estudiantes, quienes asumirán la responsabilidad del futuro del país; y como parte de la estrategia que se propone, a continuación se presentan los factores relacionados con dicha finalidad:

Tres factores fundamentales para mejorar el aprendizaje



Estos tres factores constituyen las prioridades estratégicas: los **Materiales**, como el LT y el CE, el **Tiempo de aprendizaje activo** dentro de la clase y en el hogar y la **Asistencia** o **Facilitación** del docente para propiciar el aprendizaje.

Materiales

Para garantizar la efectividad y eficiencia del aprendizaje se necesita un material que tenga <u>la secuencia didáctica apropiada y el nivel de complejidad razonable</u>, basado en el nivel de comprensión de los estudiantes, es decir, los contenidos de dicho material tienen que ser académica y didácticamente adecuados y al mismo tiempo ser más amigables para el aprendizaje.

Para satisfacer la primera necesidad mencionada, en los dominios cognitivos que se desarrollarán en la asignatura de Matemática deben estar estrictamente reflejadas las competencias establecidas por el MINED. Para cumplir la segunda necesidad, el contenido del LT debe corresponder lo más cercanamente posible a las necesidades académicas que tienen los estudiantes salvadoreños.

Tiempo de Aprendizaje Activo

Es importante destacar que como un paso previo a la elaboración de estos materiales de texto, el MINED realizó una investigación en las aulas y detectó una característica no favorable, que el tiempo disponible en el aula para el aprendizaje activo es insuficiente, en consecuencia, se ha limitado el desarrollo de las capacidades de los estudiantes, es así que en el LT que se ha elaborado, se recomienda a los docentes que aseguren un espacio de al menos 20 minutos para que cada uno de los estudiantes aprenda activamente por sí mismo o interactivamente con sus compañeros.

Aprendizaje Activo

1. En forma individual
   ¿En qué momento se fortalecen los aprendizajes?
   Cuando un estudiante está trabajando individualmente, leyendo el LT, resolviendo problemas en su cuaderno de apuntes etc., se aprende activamente. Por el contrario, cuando el estudiante solo está escuchando lo que está explicando el docente, se aprende menos porque su actitud de aprendizaje será pasiva en forma general.

   Por esta razón, se recomienda al docente que garantice un espacio de tiempo donde cada uno de sus estudiantes aprenda activamente en forma individual.

2. En forma interactiva
   En la práctica docente, muchas veces se provee asistencia a uno o dos alumnos en forma particular, dejando sin atención al resto de estudiantes, ya que es un hecho que es difícil brindar asistencia a todos los estudiantes, aunque todos tienen la necesidad de aprender.

¿Existe otra alternativa para que todos los alumnos reciban asistencia oportuna?
Se debe generar aprendizaje interactivo entre alumnos (o aprendizaje mutuo), ya que este tiene varias ventajas, primero, el trabajo en parejas, si un estudiante no entiende un contenido, puede consultar a su compañero sin perder el tiempo (sin esperar la asistencia de parte del docente); segundo, el estudiante que explica a sus compañeros, profundiza su comprensión a través de la explicación en forma verbal; tercero, los alumnos a quienes no se puede dar asistencia en forma individual tendrán más oportunidad de aprender en forma oportuna y cuarto, se genera un ambiente de convivencia en el aula.

Por lo que se recomienda que realicen primero el trabajo individual y luego el aprendizaje interactivo.

Se espera que cada uno de los estudiantes intente resolver los problemas y ejercicios planteados en las páginas del LT, durante (por lo menos) 20 minutos en cada clase. Con esta actividad individual (o interactiva) se pretende contribuir al fortalecimiento del aprendizaje de los estudiantes y por consiguiente a mejorarlo, así como incrementar la capacidad de interpretación de la situación problemática planteada.

Antes de finalizar este punto cabe mencionar que, además del LT el CE pretende garantizar como mínimo 20 minutos de Aprendizaje Activo en el hogar. Sumando 20 minutos en el hogar a otros 20 minutos de Aprendizaje Activo en la clase, y esforzándose durante 160 días, se espera que se cumpla la siguiente relación: **(20 minutos + 20 minutos) × 160 días = Mejora de aprendizajes**; a todos los docentes del país se les invita a estar conscientes de esta fórmula.

Asistencia y facilitación

El MINED se propone cambiar el paradigma acerca del rol de los docentes, de **enseñar** hacia **asistir el aprendizaje**. Tradicionalmente, en el proceso de enseñanza se hacen esfuerzos por responder **¿qué es lo que hace el docente?**, en vez de preocuparse por saber **¿qué es lo que lograron los estudiantes?** Centrarse en el aprendizaje es un esfuerzo genuino, el cual debe ser la base para evaluar el desempeño docente.

Las actividades del docente deben ser planificadas para elevar el nivel de aprendizaje, y preocuparse por el resultado del aprendizaje de los estudiantes.

1. Programación anual

Trimestre	Mes	Unidad (horas)	Pág. de GM (Pág. de LT)	Contenidos
Primero	Enero Febrero	U1: Operaciones algebraicas (20)	21 – 44 (1 – 20)	• Comunicación con símbolos. • Definición de monomio, polinomio y grado. • Reducción de términos semejantes en un polinomio. • Suma y resta de polinomios. • Multiplicación y división de un polinomio por un número y por un monomio. • Sustitución y valor numérico de polinomios. • Aplicación de los polinomios.
	Marzo	U2: Sistemas de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas (23)	45 – 70 (21 – 42)	• Sentido de la ecuación de primer grado con dos incógnitas. • Sistemas de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas. • Solución de sistemas de ecuaciones con dos incógnitas. • Sistemas de ecuaciones con coeficientes decimales o fraccionarios. • Sistemas de ecuaciones de la forma $ax + by + c = 0$. • Aplicaciones de sistemas de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas.
	Abril	U3: Función lineal – continúa en el segundo trimestre (13)	71 – 94 (43 – 62)	• Sentido de la función lineal. • Razón de cambio. • Gráfica de la función lineal. • Relación entre la gráfica de la función $y = ax$ y la de $y = ax + b$. • Relación entre la razón de cambio y pendiente de la gráfica de $y = ax + b$. • Intercepto de la gráfica de función $y = ax + b$. • Relación entre tabla, ecuación y gráfica de la función lineal.
Segundo	Abril Mayo	U3: Función lineal – continuación (22)	95 – 125 (63 – 90)	• Trazo de la gráfica de la función lineal dada la pendiente y el intercepto. • Valores de y, cuando se delimitan los valores de x. • Expresión de una función en forma $y = ax + b$, mediante la lectura de la gráfica. • Ecuación de la función a partir de un punto de la gráfica y la pendiente, dos puntos de la gráfica o los interceptos con los ejes. • Gráfica de una ecuación de primer grado con dos incógnitas. • Intercepto de la gráfica de dos ecuaciones de la forma $ax + by + c = 0$. • Aplicaciones de la función lineal.
		U4: Paralelismo y ángulos de un polígono (11)	127 – 144 (91 – 104)	• Suma de ángulos internos y externos de un polígono. • Ángulos opuestos por el vértice. • Ángulos entre paralelas: alternos internos, alternos externos y correspondientes. • Teorema de los ángulos internos de un triángulo.

				• Elementos de una demostración. • Aplicación de los ángulos entre paralelas.
		U5: Criterios de congruencia de triángulos (9)	147 – 157 (105 – 114)	• Congruencia de triángulos. • Criterios de congruencia de triángulos. • Demostración de congruencia de figuras mediante el uso de los criterios de congruencia. • Aplicación de los criterios de congruencia de triángulos.
	Julio	U6: Características de los triángulos y cuadriláteros – continúa en el tercer trimestre (13)	159 – 177 (115 – 127)	• Los ángulos de la base del triángulo isósceles. • Bisectriz de un triángulo isósceles. • Triángulos equiláteros. • Recíproco y contraejemplo de un teorema. • Criterios de congruencia de triángulos rectángulos. • Condiciones necesarias y suficientes. • Bisectrices de un triángulo.
Tercero	Julio Agosto	U6: Características de los triángulos y cuadriláteros – continuación (13)	178 – 192 (128 – 140)	• Características de los paralelogramos. • Características del rectángulo y rombo. • Relación entre paralelas y áreas.
		U7: Área y volumen de sólidos geométricos (2)	193 – 196 (141 – 144)	• Sólidos de revolución. • Características y elementos del cono y esfera.
	Septiembre	U7: Área y volumen de sólidos geométricos (15)	197 – 216 (145 – 160)	• Volumen del prisma y del cilindro. • Sólidos compuestos. • Desarrollo del cono y longitud de arco. • Área superficial del cono y la esfera. • Área superficial en sólidos compuestos.
		U8: Organización y análisis de datos estadísticos (3)	217 – 223 (161 – 165)	• Tablas de frecuencias.
	Octubre(21)	U8: Organización y análisis de datos estadísticos (16)	224 – 254 (166 – 188)	• Gráficas estadísticas: histogramas y polígonos de frecuencias. • Interpretación de datos estadísticos. • Medidas de tendencia central: media aritmética, moda y mediana. • Valor aproximado. • Dígitos significativos. • Cantidades en notación científica.

Para desarrollar todo el contenido establecido, se debe cumplir la programación mostrada.

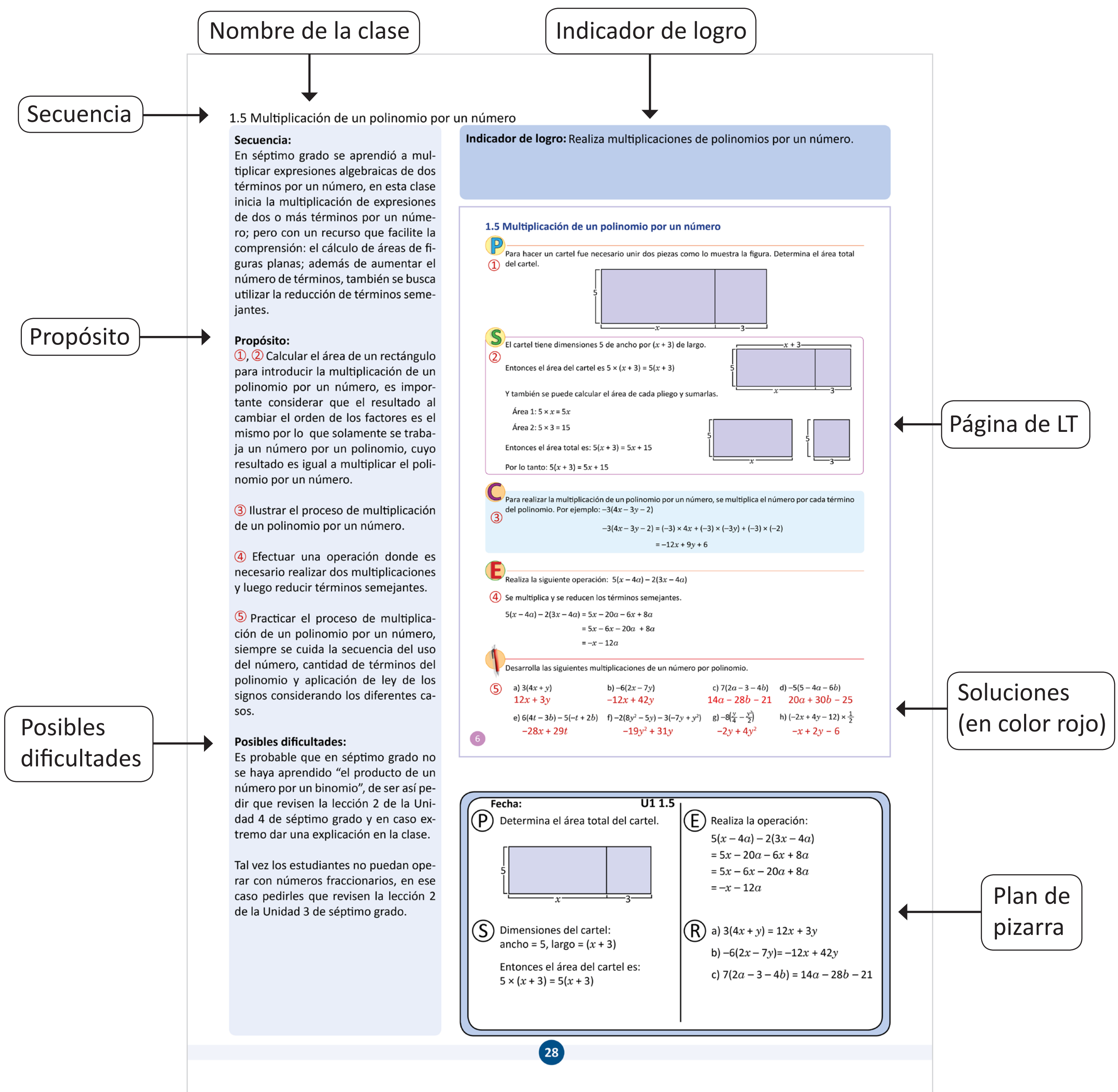
2. Apartados de la Unidad

a) Competencia de la unidad: describe las capacidades que los estudiantes deben adquirir al finalizar la unidad.
b) Relación y desarrollo (entre el grado anterior y el posterior): muestra en qué grado los estudiantes aprendieron los presaberes y en qué grado darán continuidad al contenido.
c) Plan de estudio de la unidad: presenta el contenido de cada clase.
d) Puntos esenciales de cada lección: describe los elementos importantes de las lecciones por unidad.

3. Prueba de la Unidad

Se presenta un ejemplo de la prueba para medir tanto el nivel de comprensión por parte de los estudiantes como el nivel de alcance del objetivo de la unidad por parte de los docentes. Si el rendimiento es bajo en algunos problemas, los docentes deben pensar en cómo mejorarlo y al mismo tiempo, tratar que este bajo rendimiento no sea un obstáculo para el siguiente aprendizaje. De esta manera, los docentes podrán utilizar esta prueba para discutir con sus colegas, ya sea de la misma institución o de otras, sobre los resultados obtenidos.

4. Elementos de una página de la GM



1.5 Multiplicación de un polinomio por un número

Secuencia:
En séptimo grado se aprendió a multiplicar expresiones algebraicas de dos términos por un número, en esta clase inicia la multiplicación de expresiones de dos o más términos por un número; pero con un recurso que facilite la comprensión: el cálculo de áreas de figuras planas; además de aumentar el número de términos, también se busca utilizar la reducción de términos semejantes.

Propósito:
①, ② Calcular el área de un rectángulo para introducir la multiplicación de un polinomio por un número, es importante considerar que el resultado al cambiar el orden de los factores es el mismo por lo que solamente se trabaja un número por un polinomio, cuyo resultado es igual a multiplicar el polinomio por un número.

③ Ilustrar el proceso de multiplicación de un polinomio por un número.

④ Efectuar una operación donde es necesario realizar dos multiplicaciones y luego reducir términos semejantes.

⑤ Practicar el proceso de multiplicación de un polinomio por un número, siempre se cuida la secuencia del uso del número, cantidad de términos del polinomio y aplicación de ley de los signos considerando los diferentes casos.

Posibles dificultades:
Es probable que en séptimo grado no se haya aprendido "el producto de un número por un binomio", de ser así pedir que revisen la lección 2 de la Unidad 4 de séptimo grado y en caso extremo dar una explicación en la clase.

Tal vez los estudiantes no puedan operar con números fraccionarios, en ese caso pedirles que revisen la lección 2 de la Unidad 3 de séptimo grado.

Indicador de logro: Realiza multiplicaciones de polinomios por un número.

1.5 Multiplicación de un polinomio por un número

P ① Para hacer un cartel fue necesario unir dos piezas como lo muestra la figura. Determina el área total del cartel.

S ② El cartel tiene dimensiones 5 de ancho por $(x + 3)$ de largo.

Entonces el área del cartel es $5 \times (x + 3) = 5(x + 3)$

Y también se puede calcular el área de cada pliego y sumarlas.

Área 1: $5 \times x = 5x$

Área 2: $5 \times 3 = 15$

Entonces el área total es: $5(x + 3) = 5x + 15$

Por lo tanto: $5(x + 3) = 5x + 15$

C ③ Para realizar la multiplicación de un polinomio por un número, se multiplica el número por cada término del polinomio. Por ejemplo: $-3(4x - 3y - 2)$

$$-3(4x - 3y - 2) = (-3) \times 4x + (-3) \times (-3y) + (-3) \times (-2)$$
$$= -12x + 9y + 6$$

E Realiza la siguiente operación: $5(x - 4a) - 2(3x - 4a)$

④ Se multiplica y se reducen los términos semejantes.

$$5(x - 4a) - 2(3x - 4a) = 5x - 20a - 6x + 8a$$
$$= 5x - 6x - 20a + 8a$$
$$= -x - 12a$$

Desarrolla las siguientes multiplicaciones de un número por polinomio.

⑤ a) $3(4x + y)$ $12x + 3y$
b) $-6(2x - 7y)$ $-12x + 42y$
c) $7(2a - 3 - 4b)$ $14a - 28b - 21$
d) $-5(5 - 4a - 6b)$ $20a + 30b - 25$
e) $6(4t - 3b) - 5(-t + 2b)$ $-28x + 29t$
f) $-2(8y^2 - 5y) - 3(-7y + y^2)$ $-19y^2 + 31y$
g) $-8(\frac{y}{4} - \frac{y^2}{2})$ $-2y + 4y^2$
h) $(-2x + 4y - 12) \times \frac{1}{2}$ $-x + 2y - 6$

6

Fecha: U1 1.5

P Determina el área total del cartel.

S Dimensiones del cartel:
ancho = 5, largo = $(x + 3)$

Entonces el área del cartel es:
$5 \times (x + 3) = 5(x + 3)$

E Realiza la operación:
$5(x - 4a) - 2(3x - 4a)$
$= 5x - 20a - 6x + 8a$
$= 5x - 6x - 20a + 8a$
$= -x - 12a$

R a) $3(4x + y) = 12x + 3y$
b) $-6(2x - 7y) = -12x + 42y$
c) $7(2a - 3 - 4b) = 14a - 28b - 21$

28

Los números ①, ②, ③, ④ y ⑤ hacen referencia a las partes de la clase en las que se requiere de una explicación extra, para que el docente tenga claridad en el propósito de lo señalado y dé asistencia al estudiante en función de dicho propósito.

IV. Orientación para el desarrollo de una clase de matemática con base en la resolución de problemas

1. Recomendación pedagógica para el desarrollo de la clase

En consonancia con el Programa de Estudio anterior, esta nueva versión también sugiere el desarrollo de las clases de Matemática basándose en el socioconstructivismo a través del enfoque de Resolución de Problemas. En las clases impartidas con este enfoque el centro del proceso de los aprendizajes son los estudiantes, por lo que ellos mismos construyen sus conocimientos y procedimientos a partir de la situación didáctica o problemática planteada. En este proceso, el rol principal del docente es facilitar o asistir en el aprendizaje de los estudiantes; para lo cual deberá seguir el procedimiento que se detalla a continuación:

Pasos	Proceso de aprendizaje (estudiante)	Proceso de asistencia de aprendizajes (docente)	Puntos que se deben tomar en cuenta en la asistencia
1	Confirmación de la respuesta de los problemas de la tarea y recordatorio de presaberes.	Verificar la respuesta correcta de los problemas de la tarea y asegurarse que están realizando los primeros ítems de cada grupo de problemas en el CE.	Utilizar como máximo 3 minutos para este paso.
2	Resolución individual del problema inicial de la clase.	Orientar para que lean el problema inicial de la clase, confirmar el nivel de comprensión de los estudiantes sobre el tema y luego invitarles a que resuelvan de manera individual.	- Mientras los estudiantes resuelven el problema inicial, el docente debe desplazarse en el aula, para verificar los avances y las dificultades que presenten. - Si presentan dificultades, deberá indicarles que lean la solución del LT. - Utilizar como máximo 6 minutos.
3	Aprendizaje interactivo con sus compañeros.	Fomentar el trabajo entre compañeros para que consulten entre ellos las soluciones y dudas.	- En un primer momento, que trabajen por parejas, gradualmente puede aumentar el número de integrantes por equipo, hasta un máximo de cuatro. - Si tienen dificultades, indicarles que lean la solución del LT.
4	Socialización de la solución y la conclusión de la clase.	Orientar para que lean la solución y conclusión de la clase.	Si se considera necesario, se debe explicar la solución o invitarles a que socialicen la solución en plenaria.

5	Resolución del primer ítem de la sección de problemas y ejercicios (aprendizaje activo).	Indicar que resuelvan el primer ítem de la sección de problemas.	Si hay estudiantes que ya resolvieron el primer ítem, invitarles a que trabajen los demás.
6	Evaluación del primer ítem de los problemas.	Verificar la solución del primer ítem de todos los estudiantes y asegurarse que las respuestas son correctas.	- Mientras los estudiantes trabajan, el docente debe desplazarse en el aula revisando el primer ítem de todos los estudiantes. - Dependiendo de la dificultad, el docente puede explicar la solución o simplemente la respuesta.
7	Resolución del resto de ítems.	Orientar para que realicen el resto de ítems. Luego verificar si las respuestas son correctas y orientar para que hagan nuevamente los problemas en los que se equivocaron.	A los estudiantes que terminan primero, se les indica que apoyen a sus compañeros.
8	Tomar nota de la tarea para la casa.	Asignar la tarea del CE, o de los ítems que no se resolvieron del LT.	Si no se logran resolver todos los problemas de la clase del LT, se pueden asignar como tarea, pero analizando la cantidad de tareas que tengan los estudiantes.

Tal como se presentó en la estrategia para el mejoramiento de los aprendizajes de los estudiantes, se deben garantizar como mínimo 20 minutos de aprendizaje activo, esto se logrará si se sigue el proceso presentado anteriormente, sobre todo en los pasos 2, 3, 5 y 7.

2. Puntos importantes a considerar en la facilitación del aprendizaje

a. Uso adecuado del tiempo

En el Programa de Estudio se proporcionan los indicadores de logro y los contenidos que deben ser desarrollados en el número de horas de clase establecidas en este mismo documento curricular. Según el programa, se establece que una clase debe durar 45 minutos y la carga horaria anual es de 200 clases. De acuerdo con este lineamiento, en este tiempo se debe facilitar el aprendizaje de todos los contenidos planteados. En este sentido, se requiere una eficiencia en el aprendizaje en función del tiempo establecido. Alcanzar el indicador de logro en 45 minutos no es una tarea sencilla, por lo que, a continuación, se presentan algunas técnicas para la facilitación de los aprendizajes.

■ Ubicación de los pupitres de los estudiantes

La forma para ubicar los escritorios o pupitres puede variar dependiendo del propósito de la clase, sin embargo, en la clase de Matemática básicamente se recomienda que los ubiquen en filas, es decir, todos los estudiantes hacia la pizarra debido a las siguientes razones:

a. Facilidad para desplazarse entre los pupitres para verificar el aprendizaje de los estudiantes.
b. Facilidad para el aprendizaje interactivo entre compañeros.
c. Comodidad en la postura de los estudiantes para ver la pizarra.

■ Distribución del LT antes de iniciar la clase

En las aulas se tienen establecidas normas de conducta, pero será necesario que se incluya una más, que oriente a los estudiantes a tener preparados los recursos o materiales necesarios antes del inicio de la clase; por ejemplo, en el caso del LT de tercer ciclo, que debe utilizarse y luego se resguarda en la escuela; esta forma de proceder garantiza que los materiales estén protegidos, pero implica tiempo para la distribución al inicio de la clase. Una vez establecida esta norma, se puede asignar a algunos estudiantes la distribución del LT, de tal manera que se responsabilicen de repartirlos antes de iniciar la clase.

■ Tiempo que puede destinar para el recordatorio o repaso

El tiempo de una clase es limitado y cada una tiene su indicador de logro que todos los estudiantes deben alcanzar. Si se destinan más de 3 minutos en la parte inicial donde se recuerdan los presaberes, en la mayoría de los casos no se logrará alcanzar el indicador por falta de tiempo y este desfase irá provocando otros desfases en las clases posteriores; por consiguiente, en el año escolar no se conseguirá abordar todos los contenidos establecidos en el Programa de Estudio.

Cuando se detectan dificultades en la parte del recordatorio, muchas veces no se logra retroalimentar en un tiempo corto, sino que se requiere más tiempo para asegurar el presaber. Por ejemplo, en tercer ciclo usualmente se tienen dificultades en las operaciones básicas, pero para reforzar este dominio, se requiere de más tiempo para resolver problemas. Al desarrollar la parte del recordatorio entonces, el docente no debe olvidar que su propósito es dar una pista para poder resolver el problema de la clase de ese día, y el reforzamiento no es su propósito principal.

■ Tiempo que se debe destinar para la resolución individual en el Problema inicial de la clase

Tal como se estableció en el punto **1. Recomendación pedagógica para el desarrollo de la clase**, se deben utilizar 6 minutos. Muchas veces los estudiantes simplemente están esperando otra orientación del docente sin que sepan qué hacer en la resolución individual. En este caso, es mejor orientar un aprendizaje interactivo, invitándoles a que consulten con sus compañeros.

■ Tiempo insuficiente para terminar el contenido de una clase

Es posible que haya clases donde no alcance el tiempo por lo que quedarán ítems sin ser resueltos. Algunos docentes los toman como contenidos de otra clase y otros los asignan como tarea. Al tomar la primera medida, muchas veces se provocan desfases en el plan de enseñanza, y en el segundo caso, a veces quedan sobrecargadas las tareas, ya que los estudiantes además tendrán el CE cuyo uso principal es para las tareas. Por tanto, el docente puede tomar la decisión de reservar estos problemas sin resolverlos y utilizarlos para el reforzamiento previo a las pruebas o para asignar a los estudiantes que terminan rápido.

■ Formación del hábito de estudio en los tiempos extra en la escuela

En ocasiones, el tiempo de las clases no alcanza para la consolidación de los aprendizajes. En este caso, además de la asignación de la tarea, puede utilizar una alternativa de aprovechamiento del tiempo extra en la escuela. Según los horarios de las escuelas no hay un tiempo extra, pero en la práctica, sí existe. Por ejemplo, cuando el docente atiende alguna visita o emergencia antes de iniciar la clase o la jornada, antes de que esta termine o cuando termina una clase en menos de 45 minutos, etc., por lo que será mejor aprovechar este espacio de tiempo para realizar los problemas pendientes del LT. Principalmente, se puede aprovechar el tiempo para reforzar los contenidos básicos donde hay mayor dificultad.

■ Revisión de todos los problemas resueltos, garantizando que las respuestas son correctas

Revisar todos los problemas que hayan resuelto los estudiantes no es una tarea fácil, ya que implica bastante tiempo, por lo que se debe buscar una alternativa que resuelva esta situación. Para esto, es necesario formar dos hábitos en los estudiantes:

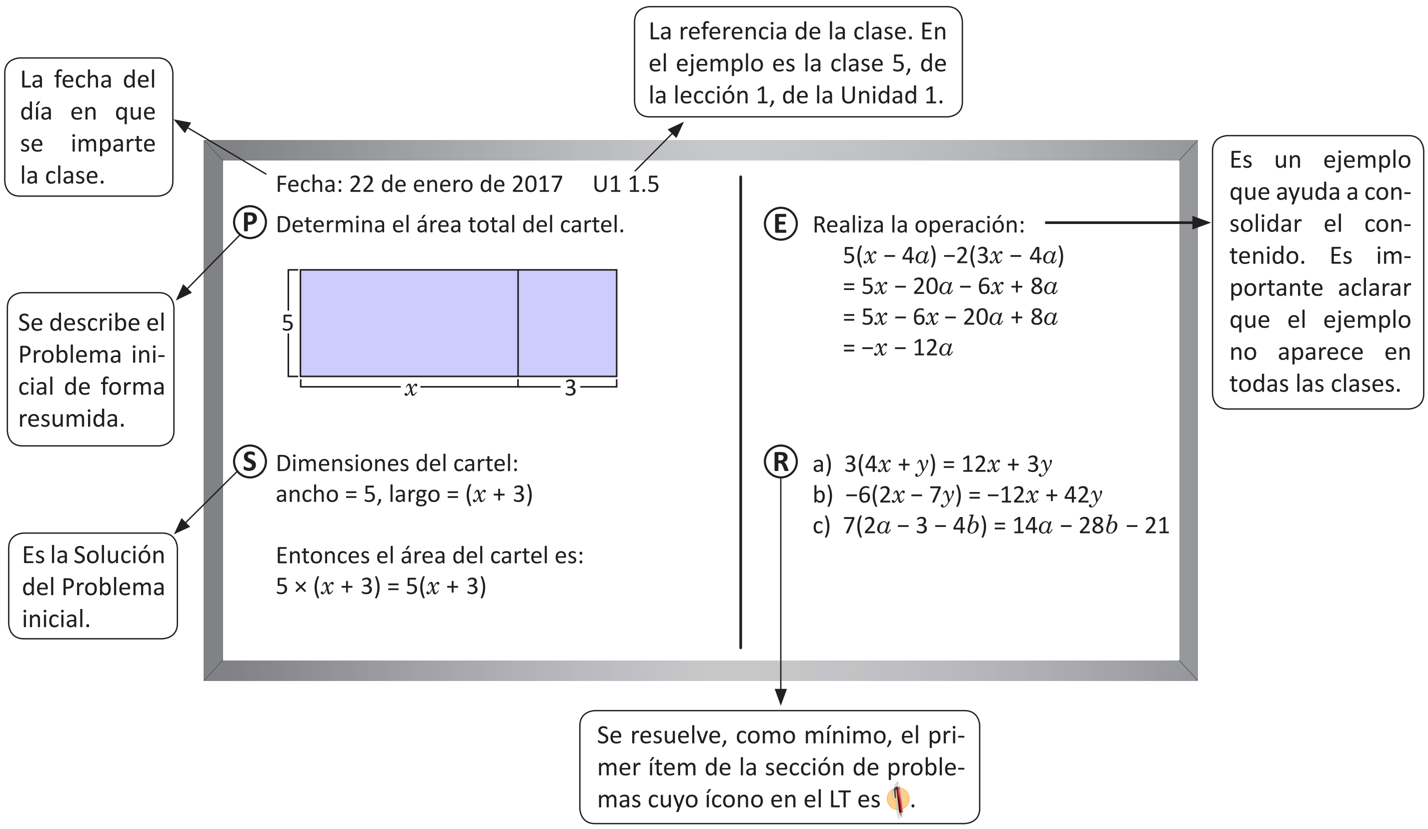
1. El hábito de autocorrección.
2. El hábito de realizar nuevamente los problemas donde se han equivocado.

Al formar el primer hábito, el docente consigue una opción para confirmar las respuestas correctas verbalmente o por escrito en la pizarra; para consolidarlo se puede invitar a los estudiantes a que intercambien los cuadernos para corregirse mutuamente. El segundo hábito permite que los estudiantes no se queden con dudas y esto ayudará a la formación de su personalidad ya que asigna valor al esfuerzo y motivación de lograr el aprendizaje.

Los siguientes puntos no se relacionan directamente con la gestión del tiempo, pero facilitarán la asistencia del docente en el proceso de aprendizaje.

b. Uso de la pizarra

La pizarra tiene la función de un cuaderno común entre el docente y los estudiantes, por lo que en ella debe ordenarse el desarrollo del aprendizaje de la clase. En esta guía se les propone utilizar la siguiente estructura en la pizarra, de acuerdo con el proceso de aprendizaje de matemática establecido en este mismo documento:



Después de la Solución se podría escribir la Conclusión del LT, pero en esta guía se omite para optimizar el tiempo, ya que esa parte está en el CE que es el material fungible que utilizará cada estudiante.

En este documento se les propone el uso de la pizarra para cada clase, por lo que se solicita utilizarlo como se les presenta.

c. Planificación

En esta guía se propone la planificación de cada clase, por lo que no es necesario elaborar en otra hoja la planificación, guión o carta didáctica, sino que debe basarse en las propuestas de esta guía para impartir la clase. Incluso, si lo considera necesario, puede escribir algunos puntos importantes con lápiz de grafito (ya que la guía pertenece a la escuela y no al docente, por lo que no debe escribir con lapicero). En caso que considere necesario realizar una adecuación de acuerdo con la particularidad de sus estudiantes, puede elaborar un plan aparte; pero en tal caso, también puede elaborar solamente un plan de pizarra de acuerdo con la estructura anterior, ya que la pizarra es el resumen de todo el proceso de aprendizaje de una clase. A continuación se propone un ejemplo del plan de uso de la pizarra.

Fecha: ____________ Unidad: ______ Lección: ______

Indicador de logro: ____

Plan de pizarra:

P

E

S

R

Tarea:

Número de estudiantes que resolvieron el primer ítem:

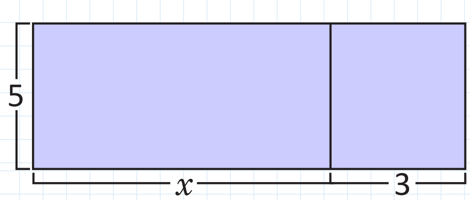
Observaciones:

d. Uso del cuaderno del estudiante

Cada docente puede establecer el uso de cuaderno de apuntes del estudiante siempre y cuando se incluya: fecha de la clase, página del Libro de texto, tema del día, solución, problemas con respuestas correctas. A continuación se presenta un ejemplo del uso del cuaderno.

Fecha: 22 de enero de 2017 U1 1.5

P Determina el área total del cartel.



S Dimensiones del cartel:
ancho = 5, largo = $(x + 3)$

Entonces el área del cartel es:
$5 \times (x + 3) = 5(x + 3)$

E Realiza la operación:

$5(x - 4a) - 2(3x - 4a)$
$= 5x - 20a - 6x + 8a$
$= 5x - 6x - 20a + 8a$
$= -x - 12a$

R
a) $3(4x + y) = 12x + 3y$
b) $-6(2x - 7y) = -12x + 42y$
c) $7(2a - 3 - 4b) = 14a - 28b - 21$

e. Evaluar y brindar orientación necesaria desplazándose en el aula

Mientras los estudiantes resuelven el problema, el docente debe desplazarse en el aula para evaluar el nivel de comprensión del contenido, revisando el trabajo de los estudiantes y observando si han comprendido el enunciado.

Muchas veces se brinda asistencia individual a algunos estudiantes que han tenido dificultad, pero no alcanza el tiempo para atender a todos. La orientación debe realizarse de la siguiente manera: si el número de estudiantes que tienen dificultad es menor a cinco, brindar orientación individual, de lo contrario es mejor brindar otro tipo de orientación, tales como: explicación en plenaria, por grupo, a la hora de revisión de la respuesta correcta, entre otras.

f. Tratamiento a los estudiantes que terminan los problemas más rápido que el resto

Una sección está conformada por un grupo heterogéneo, por lo que siempre hay diferencias entre estudiantes, especialmente en el tiempo que se tardan en resolver los problemas. En la educación pública debe garantizarse igualdad de oportunidades para aprender, y en este sentido, si no se tiene orientación sobre qué hacer con los estudiantes que terminan los problemas antes que otros, ellos estarán perdiendo tiempo y se pueden convertir en un factor negativo para la disciplina del aula por no tener qué hacer. Para evitar esta situación y aprovechar el rendimiento de estos estudiantes, el docente puede establecer el siguiente compromiso: cuando terminen todos los problemas y los hayan revisado, entonces, ellos pueden orientar a sus compañeros. De esta manera, los que tienen dificultades pueden recibir orientación de sus compañeros, mientras los estudiantes que orientan también lograrán interiorizar el aprendizaje de la clase. Así mismo, el docente puede preparar otra serie de problemas para la fijación del contenido u otro tipo de problemas que tienen carácter de desafío, para que los estudiantes puedan seguir desarrollando sus capacidades.

g. Revisión de los cuadernos de apunte

Si no se brinda un monitoreo continuo sobre el uso del cuaderno, eventualmente puede que lo utilicen de manera desordenada, por lo que es necesario que se revise periódicamente su uso, en promedio, una vez al mes. La clave para esto es aumentar el número de revisiones al inicio del año escolar, de tal manera que los estudiantes sientan que están siendo monitoreados y se forme en ellos un hábito. Si se revisa hasta el último detalle del cuaderno, tal vez se necesite más tiempo, por lo que se puede revisar si sigue solamente la estructura del cuaderno de apuntes que se enseñó al inicio del año, el nivel de comprensión en el primer ítem y escribir un comentario sencillo felicitando el buen uso del cuaderno.

h. Revisión de las tareas o CE

De la misma manera que en la revisión de los cuadernos de apuntes, es necesario brindar un monitoreo continuo sobre la realización de las tareas. Además de verificar la realización de la tarea en el primer proceso de las clases, se puede programar periódicamente la revisión de la tarea o CE, prestando especial atención a los estudiantes que hayan cumplido con todas, los que hayan autorevisado con las respuestas correctas y los que resolvieron de nuevo los problemas donde se habían equivocado.

i. Formación del hábito de estudio en el hogar

Según el resultado de la prueba de matemática en el Tercer Estudio Regional Comparativo y Explicativo (TERCE), el resultado de los alumnos que estudian más de 30 minutos en el hogar es claramente mejor que los que estudian menos o nada. El tiempo ideal de estudio dependerá del grado, pero por lo general se consideran necesarios 10 minutos por grado, más 10 minutos. Por ejemplo, para el caso de 3er grado es $10 \times 3 + 10 = 40$ minutos. Formar el hábito de estudio de los estudiantes en el hogar es tarea no solamente del docente, sino también de los padres de familia y no es nada fácil. Por lo que, al inicio, se podría formar el hábito de estudio a través de la asignación de tareas.

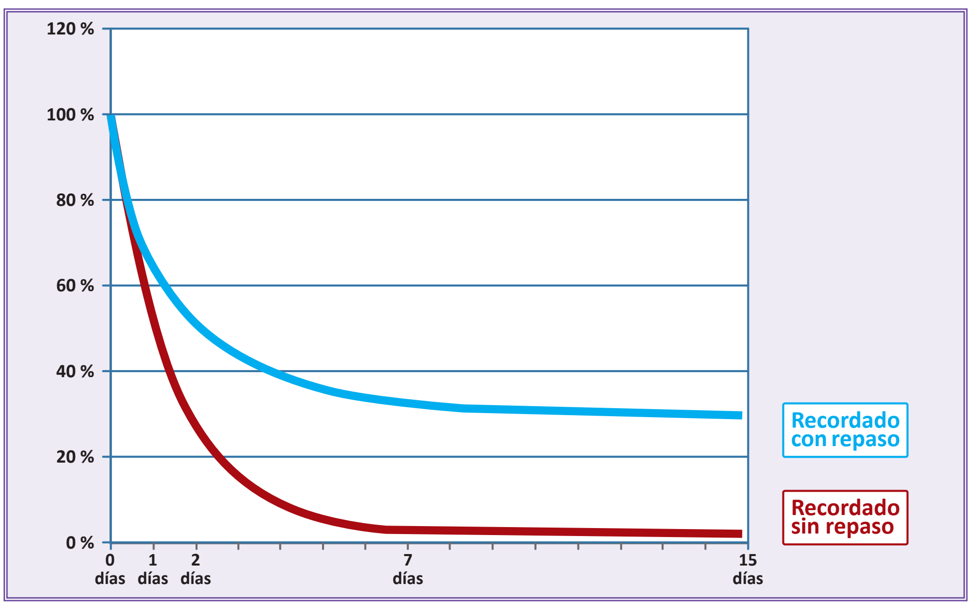
j. **Ciclo de orientación, verificación, reorientación y felicitación**

Como ciclo básico de todas las orientaciones que hace el docente, si se orienta una acción, se debe dar el monitoreo o verificación del cumplimiento de la misma. Luego, si los estudiantes cumplen, se les debe felicitar porque ya pueden hacerlo; en caso contrario, hay que orientar nuevamente sobre el asunto. Esto aplica en todas las orientaciones. Por ejemplo, si se asigna una tarea, se verifica si el estudiante la cumple, se le felicita y si no la realiza se debe reorientar. Este ciclo aplica también en la asistencia del aprendizaje, si se orienta respecto a un contenido y a través de la prueba se verifica que lo han hecho correctamente, se debe felicitar; en caso contrario, se debe reorientar. El ciclo parece sencillo, pero para cumplirlo continuamente se debe formar el hábito.

El CE que se le entrega a cada uno de los estudiantes como material fungible, tiene la finalidad de apoyar la fijación de los contenidos aprendidos ofreciendo los problemas para realizar en la casa, presentando algunos que tienen carácter de desafío para avanzar un poco más allá de lo que se aprende en la clase, integrar algunos temas transversales como la educación financiera, entre otros temas y formar el hábito de estudio en el hogar.

Muchas veces, al hablar de constructivismo, se da más énfasis al proceso de construcción de nuevos conocimientos por sí mismos, dejando de lado el proceso importante de la adquisición del buen dominio o interiorización de ese conocimiento como base para seguir construyendo otros conceptos más complejos. Para asegurar esta interiorización de un contenido se requiere mucha práctica.

Hermann Ebbinghaus, filósofo y psicólogo del siglo XIX, en la famosa **curva del olvido** muestra que como resultado de la memorización mecánica, un día después del aprendizaje, sin repasar, se mantiene en la memoria solamente el 50 % de lo memorizado, dos días después el 30 % y una semana después apenas el 3 %, tal como se muestra a continuación:



Tomando en cuenta este hecho, el Dr. Masaru Ogo experimentó en varios centros escolares de Japón una estrategia llamada "módulo de 3:3", donde los estudiantes refuerzan los problemas del mismo contenido durante tres días, obteniendo mejoras en el aprendizaje y logrando mejorar la curva del olvido, tal como se muestra en la línea roja.

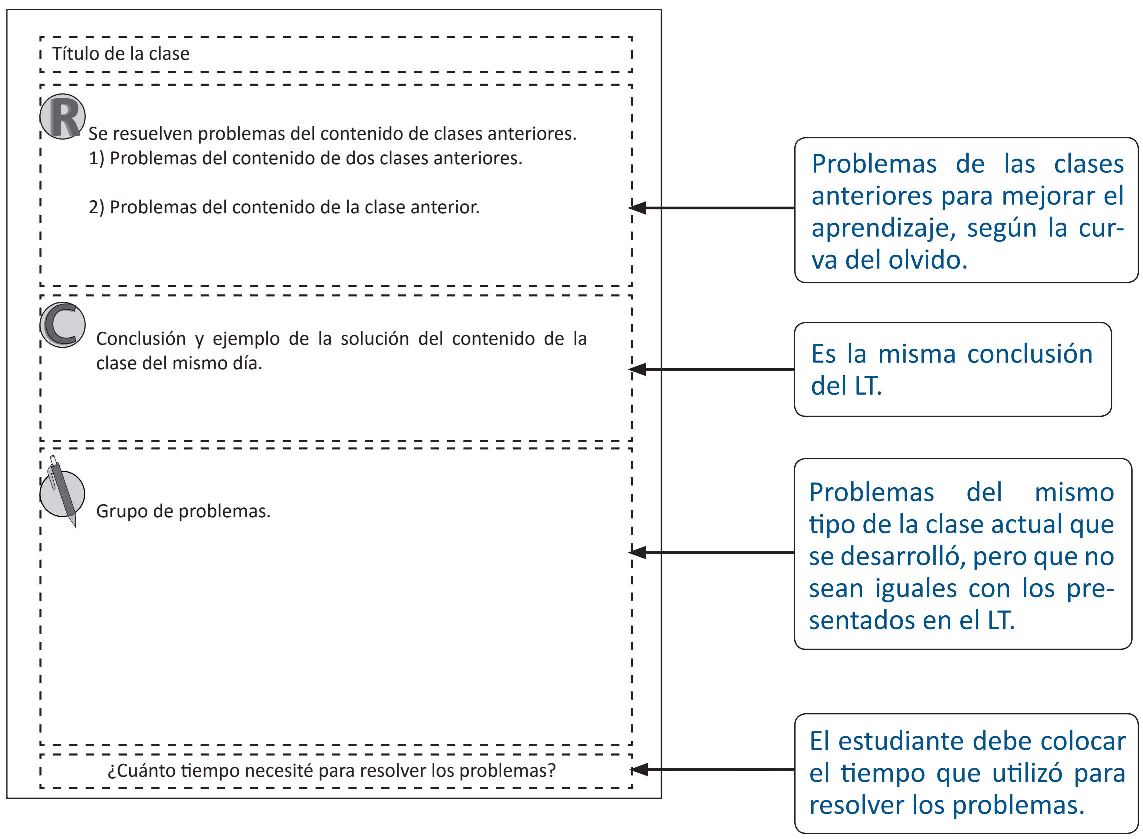
A veces, los problemas o ejercicios sencillos son catalogados como mecánicos; sin embargo, en estudios recientes, especialmente en el campo de neurología, hay una teoría de que los problemas simples activan más la parte de la corteza prefrontal del cerebro donde se encuentra la función de pensar, comunicar, controlar los sentimientos, etc., en comparación con los problemas complejos.

Para finalizar, la importancia de los problemas simples no debe faltar en los resultados de pruebas internacionales donde se evalúan clasificando los ítems, al menos en los dominios cognitivos del conocimiento y aplicación. En los resultados de estas pruebas siempre se obtiene mejor puntaje de conocimiento que de aplicación y claramente muestra correlación entre el puntaje del dominio del conocimiento y el puntaje del dominio de aplicación. De este hecho se puede interpretar que el dominio de conocimientos contribuye al dominio de aplicación, es decir, si se tiene buen dominio en conocimientos se puede mejorar el domino de aplicación.

Por medio del CE se pretende asegurar la interiorización de conocimientos básicos y luego desarrollar la aplicación.

Estructura del CE

Básicamente este documento está estructurado en correspondencia y de acuerdo con las páginas del LT. Para una clase del LT, hay una página correspondiente en el CE. Una página del CE tiene los siguientes elementos: recordatorio o retroalimentación de los contenidos de los días anteriores, conclusión del contenido del día y problemas del contenido del día. A continuación se presenta un esquema de la página:



Uso general del CE

Al final de la clase de Matemática, se debe indicar como tarea el número de la página que corresponde al contenido de la clase del día. En el inicio de la siguiente clase se corroboran las respuestas correctas.

Orientaciones específicas del uso del CE

- Orientar como tarea para el día que tenga la clase de Matemática. En caso de que se tengan dos clases en un día, lo cual no es tan favorable pedagógicamente, debe invitar a que trabajen dos páginas que correspondan a los contenidos del día o separar para realizarlas en dos días.
- En el CE se puede escribir y manchar.
- El docente debe revisar periódicamente, al menos los primeros ítems de cada grupo de problemas y hacer comentarios que orienten e incentiven a los estudiantes.
- Si se considera conveniente, solicitar a los padres de familia que escriban comentarios sobre el avance del estudio en el hogar.
- Si quedan algunas páginas sin ser resueltas, asignar como tarea para los días de las reflexiones pedagógicas, cuando los estudiantes no asisten a las clases.

1. Importancia de la aplicación de las pruebas

Los resultados que se obtienen al evaluar el aprendizaje de los estudiantes, proporcionan al docente información valiosa que le permite tener un panorama real sobre el avance obtenido. Con base en esto, el docente puede tomar decisiones con el fin de garantizar que sus estudiantes alcancen los indicadores de logro de cada clase, desarrollen las competencias transversales y cumplan a su vez con los objetivos de grado propuestos.

Cuando los resultados son positivos, el docente continúa mejorando su práctica, con el fin de que cada vez sea más efectiva.

Si los resultados no son tan favorables, será necesario que el docente autoevalúe su desempeño basado en los resultados de los aprendizajes de los estudiantes y ponga todo su empeño y esfuerzo para dar lo mejor de sí. Para ello, debe participar en procesos de formación, debe investigar sobre los contenidos donde considere que tenga mayores dificultades y podría consultar con sus compañeros de trabajo.

Es importante destacar que el docente es uno de los actores más importantes en el ámbito educativo; por tal razón, debe asumir su rol como tal y autoevaluar su desempeño basado en los resultados de los aprendizajes de los estudiantes.

Considerando lo anterior, debe hacer uso de las pruebas que contiene esta GM, las cuales buscan recolectar información valiosa y relacionada con la realidad de los aprendizajes, tanto adquiridos como no adquiridos.

2. Propósito de las pruebas

Resumiendo lo anterior, se podría concluir que el propósito es el siguiente:

- Obtener información en cuanto al nivel de comprensión de los contenidos por parte de los estudiantes.
- Diseñar estrategias de mejora en los contenidos donde los estudiantes salieron deficientes.
- Evaluar el desempeño del docente y mejorar su práctica basado en el análisis de los resultados de la prueba.

3. Función de cada prueba

Son tres tipos de pruebas, de unidad, de trimestre y final. Todas tienen el mismo propósito planteado. Sin embargo, según su conveniencia, se pueden dar varias funciones a cada una de ellas. A continuación se plantean algunos ejemplos de cómo utilizarlas.

a. Prueba de Unidad

Los ítems que aparecen en dicha prueba corresponden a los principales indicadores de logros (curriculares) los cuales están enunciados en las clases de cada unidad. Por lo tanto, el docente puede conocer el nivel de comprensión de los contenidos por parte de los estudiantes. Lo ideal es dar una retroalimentación una vez se detecten las dificultades; sin embargo, no siempre se tiene suficiente tiempo para impartir clases adicionales. En este caso, se puede invitar a los estudiantes para que ellos mismos revisen y trabajen los ítems que no pudieron resolver en el momento de la aplicación de la prueba.

Se puede entregar la copia de las respuestas de la prueba que está en este documento para que la analicen en grupos, de esta forma, ellos pueden aprender interactivamente con sus compañeros; luego, el docente puede recoger la prueba revisada por los estudiantes y esta podría ser una información referencial sobre el avance de sus estudiantes.

Antes de la aplicación de dicha prueba, es recomendable anunciarles a los estudiantes con el fin de que ellos repasen con antelación los contenidos de la unidad a evaluar.

b. Prueba de Trimestre

Los ítems que aparecen en esta prueba corresponden a los contenidos esenciales del respectivo trimestre. El momento ideal para aplicar dicha prueba será un día antes de finalizar el trimestre, ya que, en la última clase, se pueden retroalimentar los contenidos. Sin embargo, si no se puede hacer así, podría aplicarse en el último día del trimestre y dar la retroalimentación en la primera clase del próximo trimestre.

Además de esto, aprovechando las Reflexiones Pedagógicas, se puede compartir el resultado de las pruebas con docentes de otros centros educativos. Así se podrá consultar cuáles son las dificultades que han encontrado, qué tipo de esfuerzos han aplicado otros docentes, entre otros temas que contribuyan al mejoramiento de los aprendizajes. Una vez establecido un grado de confianza con otros docentes, se podría establecer comunicación vía redes sociales, para compartir información que facilite procesos y contribuya a mejorar los aprendizajes de los estudiantes.

c. Prueba Final

Los ítems que aparecen en esta prueba corresponden a los contenidos esenciales del año lectivo. Sin duda alguna la aplicación de esta prueba generará mucha expectativa, sabiendo que el resultado será el reflejo de todo el esfuerzo profesional del docente durante todo el año escolar. El resultado le indicará qué es lo que tiene que hacer el próximo año lectivo a fin de mejorar la práctica docente. Además, para dar un uso objetivo a estas pruebas, el docente debe registrar en el expediente escolar, las áreas o contenidos que debe reforzar el docente que atenderá el próximo año a los estudiantes.

4. Uso de los resultados de la prueba

Ejemplo. Se supone que se aplica una prueba a estudiantes de noveno grado, y de ella se presentan dos situaciones:

Respuesta correcta:

	Efectúa la siguiente operación con polinomios $(4x + 3y) + (5x - 2y)$
Solución de los estudiantes	$9x + y$
Porcentaje de estudiantes que resolvieron de esta forma	70 %

Respuesta incorrecta:

	Efectúa la siguiente operación con polinomios $(4x + 3y) + (5x - 2y)$
Solución de los estudiantes	$7xy + 3xy$
Porcentaje de estudiantes que resolvieron de esta forma	60 %

Si se obtuvo el resultado planteado, ¿cómo se puede analizar?

Información que el docente puede obtener de este resultado:

Capacidad adquirida	Capacidad no adquirida
Concepto de términos semejantes	Propiedad asociativa de expresiones algebraicas
Suma y resta de términos semejantes	Suma y resta de términos semejantes
Algoritmo	

Estrategia para aprovechar los resultados para la retroalimentación:

Posible consideración a corto plazo	Posible consideración a mediano plazo
Para asegurar que el alumno comprenda la reducción de términos semejantes, se debe hacer énfasis en la identificación de estos términos en la propiedad distributiva de la suma y se puede repasar esto con expresiones algebraicas más simples.	Se deberá promover una actividad de "aprendizaje interactivo entre alumnos" con el fin de hacerles un recordatorio de los contenidos anteriores con el apoyo y sugerencia de sus compañeros.
Si se observa la misma situación con varios alumnos, será necesario reforzar haciéndoles un recordatorio en la pizarra sobre el mismo tipo de ítem.	Promover el autoestudio en la casa y en el centro educativo hasta que tengan dominio de este tipo de ítems.

Con lo anterior, el docente podrá dedicar su tiempo y esfuerzo a enfocarse en los contenidos que el estudiante no pudo contestar correctamente.

Para finalizar, a continuación se presenta el proceso del uso adecuado de las pruebas que el docente debe seguir:

a. Aplicar la prueba incluida en la GM en el momento oportuno.
   - Prueba de Unidad (cada vez que se finalice una unidad).
   - Prueba de Trimestre (antes de finalizar cada trimestre).
   - Prueba Final (antes de finalizar el grado).

b. Revisar la prueba aplicada.

c. Analizar la información que se obtenga con respecto a los resultados.

d. Diseñar una estrategia para la retroalimentación.

e. En el caso de la Prueba de Trimestre, se analizarán los resultados con los docentes de centros educativos cercanos durante la Reflexión Pedagógica para crear una estrategia de mejora.

Unidad 1. Operaciones algebraicas

Competencia de la Unidad

Realizar operaciones de polinomios utilizando las diferentes operaciones de números y las propiedades de potencia, para modelar situaciones en las cuales se use el lenguaje algebraico de los polinomios.

Relación y desarrollo

Séptimo grado

Unidad 4: Comunicación con símbolos
- Expresiones algebraicas
- Operaciones con expresiones algebraicas
- Representación de relaciones entre expresiones matemáticas

Unidad 5: Ecuaciones de primer grado
- Igualdad de expresiones matemáticas
- Ecuación de primer grado
- Aplicación de ecuaciones de primer grado

Octavo grado

Unidad 1: Operaciones algebraicas
- Operaciones con polinomios
- Aplicación de las expresiones algebraicas

Unidad 2: Sistemas de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas
- Métodos para resolver ecuaciones de primer grado con dos incógnitas
- Aplicación de las ecuaciones de primer grado con dos incógnitas

Noveno grado

Unidad 1: Multiplicación de polinomios
- Multiplicación de polinomios
- Productos notables
- Factorización

Unidad 3: Ecuación cuadrática
- Ecuación cuadrática
- Aplicaciones de la ecuación cuadrática

Plan de estudio de la Unidad

Lección	Horas	Clases
1. Operaciones con polinomios	1	1. Comunicación con símbolos
	1	2. Definición de monomio, polinomio y grado
	1	3. Reducción de términos semejantes en un polinomio
	1	4. Suma y resta de polinomios
	1	5. Multiplicación de un polinomio por un número
	1	6. División de un polinomio por un número
	1	7. Operaciones combinadas de polinomios con división por un número
	1	8. Practica lo aprendido
	1	9. Multiplicación de un monomio por un monomio
	1	10. División de un monomio por un monomio
	1	11. Multiplicación y división combinadas de monomios con monomios
	1	12. Sustitución y valor numérico de polinomios
	2	13. Practica lo aprendido
2. Aplicación de las expresiones algebraicas	1	1. Suma de números consecutivos
	1	2. Suma de un número con su invertido
	1	3. Sumas de días del calendario
	1	4. Resolución de problemas utilizando polinomios
	2	5. Practica lo aprendido
	1	Prueba de la Unidad 1

20 horas clase + prueba de la Unidad 1

Puntos esenciales de cada lección

Lección 1: Operaciones con polinomios

A partir de las operaciones con monomios aprendidas en séptimo grado, se inicia con la introducción de las operaciones que involucran polinomios en algunos casos a partir de situaciones del entorno. Para facilitar la comprensión del desarrollo de las operaciones con polinomios se llevará la secuencia: conceptualización, reducción de términos semejantes, suma y resta y luego la multiplicación y división, primero por un número y luego por un monomio. Además, se determina el valor numérico de un polinomio, en este contenido se busca utilizar fórmulas matemáticas con el objetivo de que el estudiante se familiarice con ellas y conozca su significado.

Lección 2: Aplicación de las expresiones algebraicas

Luego de haber practicado las operaciones con polinomios, se busca modelar propiedades y características de los números mediante el uso de polinomios, así como resolver situaciones cotidianas. Entre las propiedades a modelar se tienen: suma de números consecutivos, suma de un número con su invertido, suma de números del calendario, etc.

Secuencia:
En la Unidad 4 de séptimo grado se trabajó por primera vez el contenido de comunicación con símbolos, donde se aprendió a representar situaciones mediante modelos matemáticos, determinar el valor numérico de una expresión y efectuar algunas operaciones con ellas. Con esta clase se busca que los estudiantes recuerden esos conocimientos para prepararlos a la introducción de nuevos contenidos.

Propósito:
①, ② Recordar procesos aprendidos en séptimo grado. Determinar el valor numérico de una expresión y realizar operaciones de suma, resta, multiplicación y división de expresiones algebraicas con un número.

③ Desarrollar problemas de la misma naturaleza que los planteados en el Problema inicial; se retoman otros que implican procesos ya estudiados en séptimo grado, por ejemplo: identificar elementos de una expresión algebraica.

Posibles dificultades:
Es la primera clase del año lectivo y es posible que los estudiantes hayan olvidado lo que aprendieron o en casos extremos que no comprendieran los procesos cuando estudiaron esos contenidos; en ambas situaciones será necesario que se dé una retroalimentación de los procesos a realizar u organizar el trabajo por parejas o equipos de tres para que juntos vayan recordando lo aprendido.

Indicador de logro. Utiliza lo aprendido en séptimo grado para resolver operaciones con símbolos.

1.1 Comunicación con símbolos

① **P** Efectúa las siguientes operaciones:

a) Valor numérico de $2z - 5$, si $z = 8$
b) $(3x - 5) \times (-2)$
c) $(-8 + 4a) \div 2$
d) $(-6y + 15) \div 3 + (2x + 8) \times (-5)$

② **S**

a) Valor numérico de $2z - 5$, si $z = 8$

Sustituyendo el valor de z:
$$2z - 5 = 2 \times 8 - 5$$
$$= 11$$

b) $(3x - 5) \times (-2)$

Multiplicando cada término de la expresión:
$$(3x - 5) \times (-2) = 3x \times (-2) - 5 \times (-2)$$
$$= -6x + 10$$

c) $(-8 + 4a) \div 2$

Efectuando la división:
$$(-8 + 4a) \div 2 = -8 \div 2 + 4a \div 2$$
$$= -4 + 2a$$
$$= 2a - 4$$

d) $(-6y + 15) \div 3 + (2x + 8) \times (-5)$

Efectuando multiplicaciones y divisiones:
$$(-6y + 15) \div 3 + (2x + 8) \times (-5) = -6y \div 3 + 15 \div 3 + 2x \times (-5) + 8 \times (-5)$$
$$= -2y + 5 - 10x - 40$$
$$= -10x - 2y - 35$$

③

1. Identifica los coeficientes y las variables en los siguientes términos:

a) $3x$ c: 3 v: x
b) $-6b$ c: −6 v: b
c) $-7mn$ c: −7 v: mn

2. Identifica los términos en las siguientes expresiones algebraicas:

a) $2x - 5$ T1: $2x$ y T2: −5
b) $7b - 3a - 1$ T1: $7b$, T2: $-3a$ y T3: −1
c) $2x + 7st - 4$ T1: $2x$, T2: $7st$ y T3: −4

3. Sustituye el valor de cada variable y determina el valor numérico de cada expresión algebraica.

a) $6a - 1$, si $a = 2$ $6(2) - 1 = 11$
b) $x - 4$, si $x = -5$ $-5 - 4 = -9$
c) $6y - 1$, si $y = \frac{1}{3}$ $6\left(\frac{1}{3}\right) - 1 = 1$
d) $2a + 4$, si $a = -\frac{3}{2}$ $2\left(\frac{-3}{2}\right) + 4 = 1$

4. Realiza las siguientes multiplicaciones:

a) $(4x + 7) \times 2$ $8x + 14$
b) $(n - 5) \times 3$ $3n - 15$
c) $(3a + 2) \times (-4)$ $-12a - 8$
d) $(t - 5) \times (-3)$ $-3t + 15$

5. Realiza las siguientes divisiones:

a) $(8u + 24) \div 4$ $2u + 6$
b) $(-4n - 10) \div 2$ $-2n - 5$
c) $(9y + 3) \div (-3)$ $-3y - 1$
d) $(-15a - 5) \div (-5)$ $3a + 1$

6. Efectúa las siguientes operaciones y reduce términos semejantes:

a) $(-6y + 12) \div (-2) + (x + 5) \times 3$ $3x + 3y + 9$
b) $(-5y + 1) \times (-2) + (x - 8) \times 4$ $4x + 10y - 34$

2

Tarea: página 2 del Cuaderno de Ejercicios.

Fecha: **U1 1.1**

Ⓟ Efectúa las operaciones:
a) Valor numérico de $2z - 5$, si $z = 8$
b) $(3x - 5) \times (-2)$
c) $(-8 + 4a) \div 2$
d) $(-6y + 15) \div 3 + (2x + 8) \times (-5)$

Ⓢ a) Sustituyendo el valor de z:
$2z - 5 = 2 \times 8 - 5 = 11$
b) $(3x - 5) \times (-2) = -6x + 10$
c) $(-8 + 4a) \div 2 = 2a - 4$
d) $(-6y + 15) \div 3 + (2x + 8) \times (-5)$
$= -10x - 2y - 35$

Ⓡ 3. a) $6a - 1$, si $a = 2$
$6 \times 2 - 1 = 12 - 1 = 11$
c) $6y - 1$, si $y = \frac{1}{3}$
$6 \times \frac{1}{3} - 1 = 2 - 1 = 1$
4. a) $(4x + 7) \times 2 = 8x + 14$
5. a) $(8u + 24) \div 4 = 2u + 6$
6. a) $(-6y + 12) \div (-2) + (x + 5) \times 3$
$= (3y - 6) + (3x + 15)$
$= 3x + 3y + 9$

Indicador de logro. Identifica los elementos y características de los polinomios, aplicando la definición.

1.2 Definición de monomio, polinomio y grado

① **P**

María tiene 5 veces la edad de Carlos y la edad de Carlos es igual a la suma de la edad de Ana y Antonio. Representa la edad de María utilizando las edades de Ana y Antonio.
Utiliza a para representar la edad de Ana y b para representar la edad de Antonio.

② **S**

Como la edad de Carlos es la suma de la edad de Ana y la de Antonio:
Edad de Carlos = edad de Ana + edad de Antonio = $a + b$.

La edad de María es 5 veces la edad de Carlos:
Edad de María = 5 × edad de Carlos = $5 \times (a + b) = 5a + 5b$

Por lo tanto, la edad de María utilizando las edades de Ana y Antonio se representa por la expresión $\mathbf{5a + 5b}$.

C

La expresión algebraica formada por una o más variables con exponentes y un número llamado **coeficiente**, y que además solo hay operaciones de multiplicación se conoce como **término**.

Coeficiente → $7x^2$ ← Exponente, ← Variable

Observa que el número −7 es un monomio donde los exponentes de las variables son todos cero ($x^0 = 1$).

Por ejemplo: $5x$, y, $2ay$, $\frac{3}{5}x^2$, b^2y, -7.

Las expresiones formadas por un término o por la suma de dos o más términos se conocen como **polinomios.**
Por ejemplo: $5a + 5x$, $4y - 2$, $2x^2 - 3ax + 5$.

Observa que el polinomio $2x^2 - 3ax + 5$ está formado por los términos $2x^2$, $-3ax$ y 5.
$2x^2 - 3ax + 5 = \underbrace{2x^2 + (-3ax) + 5}_{\text{Términos}}$

Se define **monomio** como el polinomio formado por un solo término.

Se define **el grado de un término** como la suma de todos los exponentes de las variables.

③ Por ejemplo, el grado del término $-4xy^2$ es 3, porque $-4 \times \overbrace{x \times y \times y}^{\text{Grado 3}}$, la suma de los exponentes es 3.

Se define **el grado de un polinomio** como el mayor grado de los términos que conforman dicho polinomio.

④ Por ejemplo, el grado del polinomio $6x^3 + 5x^2 - 7x$ es 3, porque $\underset{\text{Grado 3}}{6x^3} + \overset{\text{Grado 2}}{5x^2} + (\underset{\text{Grado 1}}{-7x})$ y el mayor grado de todos los términos es 3.

⑤

1. Identifica los términos que conforman los siguientes polinomios:

a) $3a + 2x$ T1: $3a$, T2: $2x$
b) $6t + 5z - 2$ T1: $6t$, T2: $5z$, T3: -2
c) $-\frac{2}{3}a + 2x^3 - \frac{1}{2}$ T1: $-\frac{2}{3}a$, T2: $2x^3$, T3: $-\frac{1}{2}$
d) $-ab + 2tv^2$ T1: $-ab$, T2: $2tv^2$

2. Determina el grado de los siguientes monomios:

a) $4x^3$ 3
b) $-5xz$ 2
c) $\frac{3}{5}x^2a^3$ 2 + 3 = 5
d) $-\frac{2}{3}ab^2x^3$ 1 + 2 + 3 = 6

3. Determina el grado de los siguientes polinomios:

a) $-6xyz$ 3
b) $7x + 3t$ 1
c) $\frac{3}{4}x^2a^3 - xa^3$ 5
d) $-uvw^2 + v^2 - \frac{t^2}{3}$ 4

Tarea: página 3 del Cuaderno de Ejercicios.

Fecha: **U1 1.2**

P Representa la edad de María utilizando las edades de Ana y Antonio. Utiliza a para representar la edad de Ana y b para representar la edad de Antonio.

S Edad de María = 5 × edad de Carlos
= $5 \times (a + b)$
= $5a + 5b$

R 1. a) $3a + 2x$
T1: $3a$, T2: $2x$

2. a) $4x^3$ → grado 3
b) $-5xz$ → grado 1 + 1 = 2
c) $\frac{3}{5}x^2a^3$ → grado 2 + 3 = 5

3. a) $-6xyz$ → grado 3
b) $7x + 3t$ → grado 1

Secuencia:
En séptimo grado se introdujeron las expresiones algebraicas, pero sin hacer ninguna clasificación, es en este momento que el estudiante además de fijar el concepto de **expresión algebraica** puede diferenciar sus elementos y hacer la clasificación según el número de términos. Es importante aclarar que en este caso el monomio será considerado como un polinomio de un solo término.

Propósito:
①, ② Representar situaciones mediante modelos matemáticos para resolverlas y luego introducir los conceptos básicos sobre elementos y clasificación de las expresiones algebraicas. Es importante que se caracterice cada uno de los elementos para que se comprendan los próximos contenidos.

③, ④ Diferenciar entre el grado de un término y el grado de un polinomio.

⑤ Fijar los conceptos definidos en la clase, identificando los términos en un polinomio y determinar el grado tanto de un monomio como de un polinomio.

Posibles dificultades:
Es posible que algunos estudiantes no puedan diferenciar con facilidad entre el grado de un término y el grado de un polinomio o en algunos casos particulares es posible que no se logren identificar los elementos de un término (por ejemplo: coeficiente, exponente, parte literal, etc.).

Secuencia:
Los estudiantes ya se han familiarizado con el concepto de polinomio, identificando los términos y el grado tanto del polinomio como de cada uno de sus términos; se aprovecha esta clase para introducir la reducción de términos semejantes en un polinomio. Es importante que el estudiante aplique correctamente la ley de los signos, en caso de que la haya olvidado será necesario recordarla.

Propósito:
①, ② Reducir términos semejantes, para ello se busca ordenar los términos semejantes, con el objeto de operar únicamente los coeficientes, separándose de la parte literal.

③ Modelar el proceso a seguir para reducir términos semejantes y además ilustrar un caso donde se evidencie el hecho de que dos términos que tienen la misma variable pero diferente exponente, no son semejantes.

④ Fijar el proceso de reducción de términos semejantes; y además el uso del coeficiente, cantidad de términos y tipo de variable que son presentados de una forma tal que a medida que se avanza en los literales, los coeficientes pasan de enteros a fracciones; considerando casos con igual signo, signos contrarios donde el resultado sea positivo o negativo, y en el caso de la variable que es usada de forma que evidencie si el estudiante comprendió el concepto de semejanza.

Posibles dificultades:
Puede ser que el estudiante no comprenda que aunque dos términos tengan igual parte literal, si el exponente es distinto, entonces no son semejantes.

Es posible que no utilice correctamente los signos o que reduzca dos términos que no tienen igual parte literal y escriba el resultado con la parte literal de los dos términos.

Indicador de logro. Reduce términos semejantes de polinomios.

1.3 Reducción de términos semejantes en un polinomio

① **P**

Reduce los términos semejantes en los siguientes polinomios:

a) $3x + 5a - 2x + 4a$ b) $2y^2 + 8y - 9y + 3y^2$

Los términos que poseen la misma variable elevada al mismo exponente se llaman: **términos semejantes.**

Términos semejantes

$4x + 5a - 2x + 4a$

Términos semejantes

Y se reducen así:

$ax + bx = (a + b)x$

② **S**

a) $3x + 5a - 2x + 4a$

$= 3x - 2x + 5a + 4a$ Ordenando términos semejantes.

$= (3 - 2)x + (5 + 4)a$ Reduciendo términos semejantes.

$= x + 9a$

$= 9a + x$

b) $2y^2 + 8y - 9y + 3y^2$

$= 2y^2 + 3y^2 + 8y - 9y$

$= (2 + 3)y^2 + (8 - 9)y$

$= 5y^2 - y$

③ **C**

Para reducir términos semejantes en un polinomio se realizan los siguientes pasos:

1. Se ordenan los términos semejantes.
2. Se reducen los términos semejantes.

Por ejemplo: $7c^2 + 2c - 4c^2 + 3c$.

1. $7c^2 + 2c - 4c^2 + 3c = 7c^2 - 4c^2 + 2c + 3c$
2. $= (7 - 4)c^2 + (2 + 3)c$
   $= 3c^2 + 5c$

Si las variables de dos términos están elevadas a potencias diferentes, entonces los términos NO son semejantes.

Por ejemplo, $5x^2$ y $5x$ NO son términos semejantes.

④

1. Reduce los términos semejantes en los siguientes polinomios:

a) $3a + 2a$
$5a$

b) $6x + 5x$
$11x$

c) $3x + 5a - 2x + 3a$
$8a + x$

d) $5y + 9b - 6b - 6y$
$3b - y$

e) $6t + 2z - t - 5z$
$5t - 3z$

f) $4x - y - 2y + x$
$5x - 3y$

g) $9t^2 + 2t - 7t^2 + 6t$
$2t^2 + 8t$

h) $3y - 3y^2 - 4y^2 + 9y$
$12y - 7y^2$

i) $a^2 + 5a - 5a^2 + a$
$-4a^2 + 6a$

j) $z^2 + 9z + 3z - z^2$
$12z$

k) $xy + \frac{2}{3}y - 3y + \frac{1}{2}xy$
$\frac{3}{2}xy - \frac{7}{3}y$

l) $a^2 - 2a - \frac{1}{4}a + \frac{1}{3}a^2$
$\frac{4}{3}a^2 - \frac{9}{4}a$

2. Explica por qué el siguiente procedimiento para reducir términos semejantes en un polinomio es incorrecto.

$4x + 5a - 2x + 4a = 4x - 2x + 5a + 4a$
$= (4 - 2)x + (5 + 4)a$
$= 2x + 9a$
$= 11xa$

Porque se han reducido dos términos que no son semejantes.

4

Tarea: página 4 del Cuaderno de Ejercicios.

Fecha: **U1 1.3**

Ⓟ Reduce términos semejantes.
a) $3x + 5a - 2x + 4a$

b) $2y^2 + 8y - 9y + 3y^2$

Ⓢ a) $3x + 5a - 2x + 4a$
$= 3x - 2x + 5a + 4a$
$= (3 - 2)x + (5 + 4)a$
$= 9a + x$

b) $2y^2 + 8y - 9y + 3y^2 = 5y^2 - y$

Ⓡ 1. a) $3a + 2a = (3 + 2)a = 5a$

b) $6x + 5x = (6 + 5)x = 11x$

c) $3x + 5a - 2x + 3a$
$= (5 + 3)a + (3 - 2)x$
$= 8a + x$

d) $5y + 9b - 6b - 6y$
$= (9 - 6)b + (5 - 6)y$
$= 3b - y$

e) $6t + 2z - t - 5z$
$= (6 - 1)t + (2 - 5)z$
$= 5t - 3z$

Indicador de logro. Efectúa sumas y restas de polinomios.

1.4 Suma y resta de polinomios

① **P** Efectúa las siguientes operaciones con polinomios:

a) $(4x + 3y) + (5x - 2y)$ b) $(2x + 5y) - (-3x + 9y)$

La ley de los signos es: "La multiplicación de dos números de igual signo es positiva y de dos números de diferente signo es negativa".

② **S** Utilizando la ley de los signos y expresando sin los paréntesis.

a) $(4x + 3y) + (5x - 2y)$

$= 4x + 3y + 5x - 2y$

Reduciendo términos semejantes:

$= 4x + 5x + 3y - 2y$

$= 9x + y$

b) $(5y + 2x) - (9y - 3x)$

$= 5y + 2x - 9y + 3x$

$= 2x + 3x + 5y - 9y$

$= 5x - 4y$

Observa que puedes resolver utilizando la forma vertical:

a)
$$\begin{array}{rr} & 4x + 3y \\ (+) & 5x - 2y \\ \hline & 9x + y \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{rr} & 2x + 5y \\ (-) & -3x + 9y \\ \hline & 5x - 4y \end{array}$$

C Para efectuar sumas y restas de polinomios, se realizan los siguientes pasos:

1. Se utiliza la ley de los signos para expresarlos sin paréntesis.
2. Se reducen los términos semejantes.

Por ejemplo: $(3a + 5b) - (4a - 3b)$.

1. $(3a + 5b) - (4a - 3b) = 3a + 5b - 4a + 3b$
2. $= 3a - 4a + 5b + 3b$
   $= -a + 8b$

③ Efectúa las siguientes operaciones con polinomios.

a)
$$\begin{array}{rr} & 6x + 2y \\ (+) & 3x - 5y \\ \hline & 9x - 3y \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{rr} & 4a + 5b \\ (-) & 7a - 9b \\ \hline & -3a + 14b \end{array}$$

Es igual a
$$\begin{array}{rr} & 4a + 5b \\ (+) & -7a + 9b \end{array}$$

c) $(9x + 2y) + (7x - 5y)$
$16x - 3y$

d) $(x + 2y) + (6x - y)$
$7x + y$

e) $(5xy + 4y) - (7x - 8xy)$
$-7x + 13xy + 4y$

f) $(4ab - 3a) + (5a - 2ab)$
$2ab + 2a$

g) $(-6t + 2z) - (7z - 7t)$
$t - 5z$

h) $(6a^2 + 2a) - (a^2 - 5a)$
$5a^2 + 7a$

i) $(-2t + 2u) - (2t + 2u)$
$-4t$

j) $(-x + 7y - 2) + (4x - y + 6)$
$3x + 6y + 4$

k) $(-ab + 5a - 4) - (4a - ab + 9)$
$a - 13$

l) $(-8 + 5m - 4m^2) - (m^2 + 9 - m)$
$-5m^2 + 6m - 17$

Tarea: página 5 del Cuaderno de Ejercicios.

Fecha: **U1 1.4**

P Efectúa las operaciones:
a) $(4x + 3y) + (5x - 2y)$
b) $(2x + 5y) - (-3x + 9y)$

S a) $(4x + 3y) + (5x - 2y)$
$= 4x + 3y + 5x - 2y$
$= 9x + y$

b) $(5y + 2x) - (9y - 3x)$
$= 5y + 2x - 9y + 3x$
$= 2x + 3x + 5y - 9y$
$= 5x - 4y$

R a)
$$\begin{array}{rr} & 6x + 2y \\ (+) & 3x - 5y \\ \hline & 9x - 3y \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{rr} & 4a + 5b \\ (-) & 7a - 9b \\ \hline & -3a + 14b \end{array}$$

c) $(9x + 2y) + (7x - 5y)$
$= (9 + 7)x + (2 - 5)y$
$= 16x - 3y$

Secuencia:
En la clase anterior se introdujo la reducción de términos semejantes, para esta clase se iniciará con la suma y resta, con base en la reducción de términos semejantes; además se utiliza la ley de los signos para la multiplicación cuando aparezcan signos de agrupación; es importante hacer énfasis en que si el signo de agrupación aparece precedido de un signo menos (−) los términos invertirán su signo.

Propósito:
①, ② Sumar y restar polinomios; estas dos operaciones son presentadas simultáneamente para que se identifiquen semejanzas y diferencias. También se presentan dos maneras de colocar los polinomios, horizontal y vertical.

③ Fijar el proceso de suma y resta de polinomios y además mantener los diferentes casos de la ley de signos; así como la combinación de distintas variables o la misma variable con distinto exponente con el objeto de garantizar el aprendizaje.

Posibles dificultades:
Puede que el estudiante no cambie el signo del polinomio sustraendo, en ese caso será necesario reforzar el concepto de diferencia.

También es posible que reduzcan términos que no son semejantes, en ese caso será necesario buscar la manera de reforzar el contenido de la clase anterior.

Secuencia:
En séptimo grado se aprendió a multiplicar expresiones algebraicas de dos términos por un número, en esta clase inicia la multiplicación de expresiones de dos o más términos por un número; pero con un recurso que facilita la comprensión: el cálculo de áreas de figuras planas. Además de aumentar el número de términos, también se busca utilizar la reducción de términos semejantes.

Propósito:
①, ② Calcular el área de un rectángulo para introducir la multiplicación de un polinomio por un número. Es importante considerar que el resultado al cambiar el orden de los factores es el mismo, por lo que solamente se trabaja un número por un polinomio, cuyo resultado es igual a multiplicar el polinomio por un número.

③ Ilustrar el proceso de multiplicación de un polinomio por un número.

④ Efectuar una operación donde es necesario realizar dos multiplicaciones y luego reducir términos semejantes.

⑤ Practicar el proceso de multiplicación de un polinomio por un número. Siempre se cuida la secuencia del uso del número, cantidad de términos del polinomio y aplicación de la ley de los signos considerando los diferentes casos.

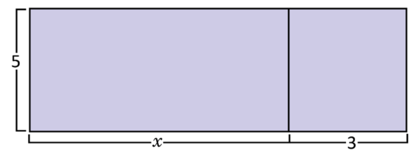
Posibles dificultades:
Es probable que en séptimo grado no se haya aprendido "el producto de un número por un binomio", de ser así pedir que revisen la lección 2 de la Unidad 4 de séptimo grado y en caso extremo dar una explicación en la clase.

Tal vez los estudiantes no puedan operar con números fraccionarios, en ese caso pedirles que revisen la lección 2 de la Unidad 3 de séptimo grado.

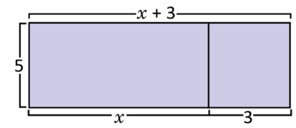
Indicador de logro. Realiza multiplicaciones de polinomios por un número.

1.5 Multiplicación de un polinomio por un número

① **P** Para hacer un cartel fue necesario unir dos piezas como lo muestra la figura. Determina el área total del cartel.



② **S** El cartel tiene dimensiones 5 de ancho por $(x + 3)$ de largo.

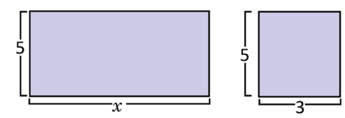


Entonces el área del cartel es $5 \times (x + 3) = 5(x + 3)$.

Y también se puede calcular el área de cada pliego y sumarlas.

Área 1: $5 \times x = 5x$

Área 2: $5 \times 3 = 15$



Entonces, el área total es: $5(x + 3) = 5x + 15$.

Por lo tanto: $5(x + 3) = 5x + 15$.

③ **C** Para realizar la multiplicación de un polinomio por un número, se multiplica el número por cada término del polinomio. Por ejemplo: $-3(4x - 3y - 2)$

$$-3(4x - 3y - 2) = (-3) \times 4x + (-3) \times (-3y) + (-3) \times (-2)$$
$$= -12x + 9y + 6$$

④ **E** Realiza la siguiente operación: $5(x - 4a) - 2(3x - 4a)$.

Se multiplica y se reducen los términos semejantes:

$$5(x - 4a) - 2(3x - 4a) = 5x - 20a - 6x + 8a$$
$$= 5x - 6x - 20a + 8a$$
$$= -x - 12a$$

⑤ Desarrolla las siguientes multiplicaciones de un número por polinomio:

a) $3(4x + y)$ $12x + 3y$

b) $-6(2x - 7y)$ $-12x + 42y$

c) $7(2a - 3 - 4b)$ $14a - 28b - 21$

d) $-5(5 - 4a - 6b)$ $20a + 30b - 25$

e) $6(4t - 3b) - 5(-t + 2b)$ $-28x + 29t$

f) $-2(8y^2 - 5y) - 3(-7y + y^2)$ $-19y^2 + 31y$

g) $-8\left(\frac{y}{4} - \frac{y^2}{2}\right)$ $-2y + 4y^2$

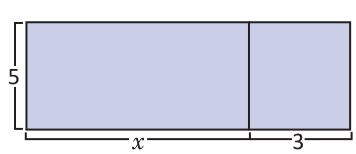
h) $(-2x + 4y - 12) \times \frac{1}{2}$ $-x + 2y - 6$

6

Tarea: página 6 del Cuaderno de Ejercicios.

Fecha: **U1 1.5**

Ⓟ Determina el área total del cartel.



Ⓢ Dimensiones del cartel:
ancho = 5, largo = $(x + 3)$

Entonces el área del cartel es:
$5 \times (x + 3) = 5(x + 3)$

Ⓔ Realiza la operación:
$5(x - 4a) - 2(3x - 4a)$
$= 5x - 20a - 6x + 8a$
$= 5x - 6x - 20a + 8a$
$= -x - 12a$

Ⓡ a) $3(4x + y) = 12x + 3y$

b) $-6(2x - 7y) = -12x + 42y$

c) $7(2a - 3 - 4b) = 14a - 28b - 21$

Indicador de logro. Realiza divisiones de polinomios por un número.

1.6 División de polinomio por un número

① **P** Realiza la siguiente división de un polinomio por un número: $(10x - 4a) \div 2$.

② **S** Cambiando la división por la multiplicación con el número recíproco del divisor.

$$(10x - 4a) \div 2 = (10x - 4a) \times \frac{1}{2}$$

Multiplicando el número con el polinomio (clase anterior):

$$(10x - 4a) \times \frac{1}{2} = 10x \times \frac{1}{2} - 4a \times \frac{1}{2}$$
$$= 5x - 2a$$

Distribuyendo la división en cada monomio.

$$(10x - 4a) \div 2 = (10x \div 2) + (-4a \div 2)$$
$$= (5x) + (-2a)$$
$$= 5x - 2a$$

Observa la simplificación de la solución de la izquierda.

$$\overset{5}{\cancel{10}}x \times \frac{1}{\underset{1}{\cancel{2}}} - \overset{2}{\cancel{4}}a \times \frac{1}{\underset{1}{\cancel{2}}}$$

C Para realizar la división de un polinomio por un número, se multiplica el recíproco del número por cada término del polinomio. Por ejemplo, $(15x - 6y - 9) \div (-3)$.

$$(15x - 6y - 9) \div (-3) = (15x - 6y - 9) \times \left(-\frac{1}{3}\right)$$
$$= 15x \times \left(-\frac{1}{3}\right) - 6y \times \left(-\frac{1}{3}\right) - 9 \times \left(-\frac{1}{3}\right)$$
$$= -5x + 2y + 3$$

E Realiza la siguiente división de un polinomio por un número: $(-30x^2 - 10x + 25) \div (-5)$.

Se multiplica por el recíproco y se reducen términos semejantes.

$$(-30x^2 - 10x + 25) \div (-5) = (-30x^2 - 10x + 25) \times \left(-\frac{1}{5}\right)$$
$$= -30x^2 \times \left(-\frac{1}{5}\right) - 10x \times \left(-\frac{1}{5}\right) + 25 \times \left(-\frac{1}{5}\right)$$
$$= 6x^2 + 2x - 5$$

③ Efectúa las siguientes divisiones de un polinomio por un número.

a) $(16x - 8a) \div 2$ — $8x - 4a$
b) $(-24b - 12) \div 6$ — $-4b - 2$
c) $(9xy - 45y) \div (-3)$ — $-3xy + 15y$
d) $(-21x^2 + 49x) \div (-7)$ — $3x^2 - 7x$
e) $(45x^2 - 20x - 35) \div 5$ — $9x^2 - 4x - 7$
f) $(-20y - 36x - 4) \div 4$ — $-9x - 5y - 1$
g) $(16y + 24x + 48) \div (-8)$ — $-3x - 2y - 6$
h) $(-63y + 27x + 54) \div (-9)$ — $-3x + 7y - 6$

7

Tarea: página 7 del Cuaderno de Ejercicios.

Fecha: **U1 1.6**

(P) Realiza la división:
$(10x - 4a) \div 2$

(S) $(10x - 4a) \div 2$
$= (10x - 4a) \times \frac{1}{2}$
$= 10x \times \frac{1}{2} - 4a \times \frac{1}{2}$
$= 5x - 2a$

(E) Realiza la siguiente división:
$(-30x^2 - 10x + 25) \div (-5)$
$= (-30x^2 - 10x + 25) \times \left(-\frac{1}{5}\right)$
$= 6x^2 + 2x - 5$

(R) a) $(16x - 8a) \div 2 = 8x - 4a$
b) $(-24b - 12) \div 6 = -4b - 2$
c) $(9xy - 45y) \div (-3) = -3xy + 15y$
d) $(-21x^2 + 49x) \div (-7) = 3x^2 - 7x$

Secuencia:
En séptimo grado se aprendió a dividir un monomio entre un número y a realizar operaciones combinadas de multiplicación y división; en esta clase se dividirá un polinomio entre un número; para eso se presentan dos formas de hacerlo, la primera es planteando la división como una multiplicación por el recíproco y la segunda, dividiendo cada término del polinomio por el número. En caso de que la división no sea exacta, se utiliza la simplificación.

Propósito:
①, ② Realizar divisiones de polinomios por un número modelando dos maneras de hacerlo; ya sea multiplicando por el recíproco o aplicando la propiedad distributiva.

③ Realizar una secuencia de problemas para fijar el proceso de división, para ello se va aumentando el número de términos del polinomio y variando el número divisor, haciendo uso de los signos y cuidando el cociente que se obtendrá.

Posibles dificultades:
Quizá los estudiantes no hayan comprendido el proceso de división, entonces referirlos a la Unidad 3 de séptimo grado.

Secuencia:
En las clases anteriores de esta unidad, los estudiantes han aprendido la suma y resta de polinomios, así como la división de polinomio por un número. Por lo que en esta clase se presenta la combinación de suma y resta con división por un número; es importante hacer énfasis en el orden lógico que se aplica cuando se tienen operaciones combinadas.

Propósito:
①, ② Introducir las operaciones con división por un número, para ello se presentan dos maneras de hacerlo, la primera llevando a un denominador común y la segunda multiplicando por el recíproco del denominador. Es importante que se evidencie que en ambos casos se obtiene igual resultado.

③ Fijar las operaciones con división por un número, para ello se inicia con denominadores donde uno es múltiplo del otro, similar al Problema inicial, variando denominadores y operaciones considerando signos iguales, contrarios, etc., introduciendo variantes que lleven al estudiante a la reflexión y aplicación de propiedades y/o procesos ya conocidos.

Resolución de algunos ítems:

d) $\frac{3a-4y}{5} - \frac{a-y}{2}$

$= \frac{6a-8y}{10} - \frac{5a-5y}{10}$

$= \frac{6a-8y-5a+5y}{10}$

$= \frac{a-3y}{10}$

e) $x + y + \frac{y+5x}{3}$

$= \frac{3x+3y+y+5x}{3}$

$= \frac{8x+4y}{3}$

Indicador de logro. Efectúa operaciones combinadas de polinomios que incluyen división por un número.

1.7 Operaciones combinadas de polinomios con división por un número

① **P**

Efectúa las operaciones y reduce los términos semejantes: $\frac{5x+2y}{3} - \frac{2y-x}{6}$.

② **S**

Expresando con un término equivalente:

$\frac{5x+2y}{3} - \frac{2y-x}{6} = \frac{2(5x+2y)}{6} - \frac{2y-x}{6}$,

colocando como una sola fracción:

$= \frac{2(5x+2y)-(2y-x)}{6}$,

expresando sin los paréntesis:

$= \frac{10x+4y-2y+x}{6}$,

ordenando términos semejantes:

$= \frac{10x+x+4y-2y}{6}$,

reduciendo términos semejantes:

$= \frac{11x+2y}{6}$.

Expresando como multiplicación de un número por un polinomio:

$\frac{5x+2y}{3} - \frac{2y-x}{6} = \frac{1}{3}(5x+2y) - \frac{1}{6}(2y-x)$,

efectuando los productos:

$= \frac{5}{3}x + \frac{2}{3}y - \frac{1}{3}y + \frac{1}{6}x$,

ordenando términos semejantes:

$= \frac{5}{3}x + \frac{1}{6}x + \frac{2}{3}y - \frac{1}{3}y$,

reduciendo términos semejantes:

$= \frac{11}{6}x + \frac{1}{3}y$.

Observa que las respuestas de ambos procedimientos son iguales:

$\frac{11x+2y}{6} = \frac{11}{6}x + \frac{1}{3}y$

C

Para realizar operaciones de polinomios con denominadores diferentes, se puede utilizar cualquiera de las dos formas:

1. Utilizar el mínimo común denominador y reducir términos semejantes.
2. Expresar los denominadores como multiplicación por un número y luego reducir términos semejantes.

E

Realiza las operaciones y reduce términos semejantes: $\frac{2x-y}{3} - \frac{x-5y}{6}$

$\frac{2x-y}{3} - \frac{x-5y}{6} = \frac{2(2x-y)}{6} - \frac{(x-5y)}{6}$

$= \frac{2(2x-y)-(x-5y)}{6}$

$= \frac{4x-2y-x+5y}{6}$

$= \frac{3x+3y}{6} = \frac{3(x+y)}{6} = \frac{x+y}{2}$

③ Efectúa las operaciones y reduce términos semejantes:

a) $\frac{4x+y}{9} + \frac{3y-2x}{3}$ $\frac{-2x+10y}{9}$

b) $\frac{6z+5t}{3} + \frac{3t-z}{2}$ $\frac{9z+19t}{6}$

c) $\frac{4x+7y}{2} - \frac{2y-3x}{4}$ $\frac{11x+12y}{4}$

d) $\frac{3a-4y}{5} - \frac{a-y}{2}$ $\frac{a-3y}{10}$

e) $x + y + \frac{y+5x}{3}$ $\frac{8x+4y}{3}$

f) $x - y - \frac{4y-3x}{7}$ $\frac{10x-11y}{7}$

8

Tarea: página 8 del Cuaderno de Ejercicios.

Fecha: **U1 1.7**

Ⓟ Efectúa las operaciones:

$\frac{5x+2y}{3} - \frac{2y-x}{6}$

Ⓢ $\frac{5x+2y}{3} - \frac{2y-x}{6}$

$= \frac{2(5x+2y)}{6} - \frac{2y-x}{6}$

$= \frac{2(5x+2y)-(2y-x)}{6}$

$= \frac{10x+4y-2y+x}{6}$

$= \frac{11x+2y}{6}$

Ⓔ $\frac{2x-y}{3} - \frac{x-5y}{6}$

$= \frac{2(2x-y)}{6} - \frac{(x-5y)}{6}$

$= \frac{3x+3y}{6}$

Ⓡ

a) $\frac{4x+y}{9} + \frac{3y-2x}{3} = \frac{-2x+10y}{9}$

b) $\frac{6z+5t}{3} + \frac{3t-z}{2} = \frac{9z+19t}{6}$

c) $\frac{4x+7y}{2} - \frac{2y-3x}{4} = \frac{11x+12y}{4}$

Indicador de logro. Resuelve problemas utilizando operaciones algebraicas.

Unidad 1

1.8 Practica lo aprendido

1. Identifica los términos que conforman los siguientes polinomios:

a) $9st + 5x$ $9st,\ 5x$ b) $3t^2 + 7zs - 21$ $3t^2,\ 7zs,\ -21$

2. Determina el grado de los siguientes monomios:

a) $8xyz$ 3 b) $-5x^3z$ 4

3. Determina el grado de los siguientes polinomios:

a) $7xa + 3t^3$ 3 b) $6 - 6xyz$ 3

4. Reduce los términos semejantes en los siguientes polinomios:

a) $3a + 2a$ $5a$ b) $6x + 5x$ $11x$ c) $5a + 7x + 3a - 2x$ $8a + 5x$

5. Efectúa las siguientes operaciones con polinomios:

a) $\begin{array}{r} 3x + 7y \\ (+)\ \underline{4x - 9y} \\ 7x - 2y \end{array}$ b) $(4ab + 4a^2) - (6a^2 - 8ab)$ $12ab - 2a^2$ c) $(-5n^2 + 9n + 3) - (-2n^2 - 4n + 1)$ $-3n^2 + 13n + 2$

6. Realiza las siguientes multiplicaciones de un número por un polinomio:

a) $-5(-2s + 6t)$ $10s - 30t$ b) $3(4x - 3y) - 2(5x - 2y)$ $2x - 5y$ c) $(6x - 15y - 36) \times \frac{1}{3}$ $2x - 5y - 12$

7. Desarrolla las siguientes divisiones de polinomio con un número:

a) $(-9s + 24t) \div 3$ $-3s + 8t$ b) $(-54x^2 + 18x) \div -9$ $6x^2 - 2x$ c) $(36x^2 - 12x + 28) \div 4$ $9x^2 - 3x + 7$

8. Efectúa las operaciones y reduce los términos semejantes:

a) $\frac{10x + 4y}{32} + \frac{-3x + y}{8}$ $\frac{-x + 4y}{16}$ b) $\frac{2a + 5b}{10} - \frac{3a - 6b}{40}$ $\frac{5a + 26b}{40}$ c) $s - t - \frac{2s - 5t}{6}$ $\frac{4s - t}{6}$

9

Tarea: página 9 del Cuaderno de Ejercicios.

Secuencia:
En las clases de la 1 a la 7 se introdujo una serie de operaciones, por lo que ahora se busca fijar el aprendizaje y aclarar las dudas que surjan. En caso de que haya estudiantes que todavía tienen dificultades, se pueden organizar por parejas o equipos de 3 para que aprendan de y con sus pares, de ser posible integrarlos para que los que tienen más habilidades apoyen a los que tienen dificultades y así potencializar el trabajo cooperativo.

Solución de problemas:

6. b) $3(4x - 3y) - 2(5x - 2y)$
$= 12x - 9y - 10x + 4y$
$= 2x - 5y$

c) $(6x - 15y - 36) \times \frac{1}{3}$
$= \frac{6}{3}x - \frac{15}{3}y - \frac{36}{3}$
$= 2x - 5y - 12$

7. a) $(-9s + 24t) \div 3$
$= \frac{9}{3}s + \frac{24}{3}t$
$= -3s + 8t$

c) $(36x^2 - 12x + 28) \div 4$
$= \frac{36}{4}x^2 - \frac{12}{4}x + \frac{12}{4}$
$= 9x^2 - 3x + 7$

8. a) $\frac{10x + 4y}{32} + \frac{-3x + y}{8}$

$= \frac{(10x + 4y)}{32} + \frac{4(-3x + y)}{32}$

$= \frac{(10x + 4y) + (-12x + 4y)}{32}$

$= \frac{10x + 4y - 12x + 4y}{32}$

$= \frac{-2x + 8y}{32} = \frac{2(-x + 4y)}{32}$

$= \frac{-x + 4y}{16}$

Secuencia:
En séptimo grado se aprendió a multiplicar un monomio por un número y en la clase 1.5 de esta unidad se introdujo la multiplicación de un polinomio por un número, para esta clase se trabajará la multiplicación de un monomio por un monomio; esto mediante el cálculo del área de un rectángulo utilizando rectángulos más pequeños de dimensiones xy. Es importante enfatizar en la aplicación de las propiedades de los exponentes cuando se multiplica la parte literal.

Propósito:
①, ② Multiplicar un monomio por un monomio utilizando un modelo geométrico, la ley de los signos para la multiplicación y las respectivas propiedades de los exponentes.

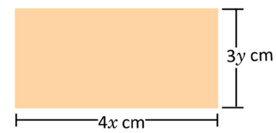
③ Realizar la multiplicación de monomios evidenciando dos propiedades de los exponentes, producto de potencias de igual base en el literal a) y la potencia de un producto en el literal b).

④ Practicar el producto de monomios. En la secuencia de problemas se cuida el uso del número como coeficiente y como exponente; además se han considerado los diferentes tipos de combinación de los signos y las dos propiedades de exponentes mencionadas anteriormente.

Indicador de logro. Realiza multiplicaciones de monomios con monomios.

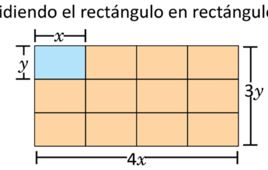
1.9 Multiplicación de un monomio por un monomio

① **P** Determina el área de un rectángulo que tiene $4x$ cm de largo y $3y$ cm de ancho.



② **S** El área del rectángulo será el resultado de la multiplicación $4x \times 3y$.

Dividiendo el rectángulo en rectángulos más pequeños de y cm de ancho y x cm de largo.



Observa que la multiplicación de los monomios $4x$ x $3y$ se realiza así:

$$\begin{aligned} 4x \times 3y &= 4 \times x \times 3 \times y \\ &= 4 \times 3 \times x \times y \\ &= 12xy \end{aligned}$$

El área de cada rectángulo pequeño es $x \times y = xy$ (base × altura).

Hay 4 rectángulos de área xy a lo largo y 3 a lo ancho.

Por lo tanto, el área del rectángulo que tiene $4x$ cm de largo y $3y$ cm de ancho es la suma del área de los $4 \times 3 = 12$ rectángulos de área xy, así:
$A = 4x \times 3y = 4 \times 3 \times x \times y = 12xy$.

C Para multiplicar dos monomios se multiplican los coeficientes de los monomios y luego se multiplican las variables. Por ejemplo: $7x \times (-5y)$.

$$\begin{aligned} 7x \times (-5y) &= 7 \times (-5) \times x \times y \\ &= -35xy \end{aligned}$$

Al multiplicar dos potencias de la misma base se puede expresar como una sola potencia:
$b \times b^2 = b \times (b \times b) = b^3$.

③ **E** Realiza las siguientes multiplicaciones de monomios:

a) $2b \times 5b^2$
Se multiplican los coeficientes y las variables.
$$\begin{aligned} 2b \times 5b^2 &= 2 \times 5 \times b \times b^2 \\ &= 10b^3 \end{aligned}$$

b) $(-4n)^3$
Se multiplican los coeficientes y las variables.
$$\begin{aligned} (-4n)^3 &= (-4n) \times (-4n) \times (-4n) \\ &= (-4) \times (-4) \times (-4) \times n \times n \times n \\ &= -64n^3 \end{aligned}$$

④ Efectúa las siguientes multiplicaciones de monomios:

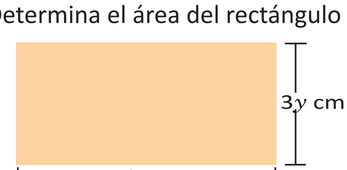
a) $5x \times 6y$ $30xy$
b) $8b \times (-3a)$ $-24ab$
c) $-7m \times (-3n)$ $21mn$
d) $9x \times 4x^3$ $36x^4$
e) $-9a^2 \times a^3$ $-9a^5$
f) $(-2n)^3$ $-8n^3$
g) $-6ab \times (-8a^2b)$ $48a^3b^2$
h) $-9ab \times 3(-a)^2$ $-27a^3b$

10

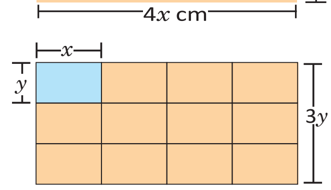
Tarea: página 10 del Cuaderno de Ejercicios.

Fecha: **U1 1.9**

(P) Determina el área del rectángulo



(S)



Hay 4 rectángulos de área xy a lo largo y 3 a lo ancho, haciendo un total de 12.
$A = 12xy$

(E) Realiza la siguiente multiplicación

a) $2b \times 5b^2 = 2 \times 5 \times b \times b^2$
$= 10b^3$

b) $(-4n)^3 = (-4n) \times (-4n) \times (-4n)$
$= -64n^3$

(R) a) $5x \times 6y = 5 \times 6 \times x \times y$
$= 30xy$

b) $8b \times (-3a) = 8 \times (-3) \times b \times a$
$= -24ab$

Indicador de logro. Efectúa divisiones de monomios con monomios.

1.10 División de un monomio por un monomio

① **P** Realiza las siguientes divisiones de monomios:

a) $\frac{1}{3}y^2z \div \frac{5}{9}yz$ b) $12ab \div (-4b)$

② **S**

a) $\frac{1}{3}y^2z \div \frac{5}{9}yz$

Expresando como división de fracciones, utilizando el recíproco del número y simplificando.

$$\frac{1}{3}y^2z \div \frac{5}{9}yz = \frac{y^2z}{3} \div \frac{5yz}{9}$$
$$= \frac{y^2z}{3} \times \frac{9}{5yz}$$
$$= \frac{y \times \cancel{y}^{1} \times \cancel{z}^{1} \times \cancel{9}^{3}}{\cancel{3}_{1} \times 5 \times \cancel{y}_{1} \times \cancel{z}_{1}}$$
$$= \frac{3}{5}y$$

b) $12ab \div (-4b)$

Expresando la división como una fracción y simplificando.

$$12ab \div (-4b) = \frac{12ab}{-4b}$$
$$= -\frac{12ab}{4b}$$
$$= -\frac{\cancel{12}^{3} \times a \times \cancel{b}^{1}}{\cancel{4}_{1} \times \cancel{b}_{1}}$$
$$= -3a$$

Además, para el literal b) se observa que se puede aplicar la multiplicación por el recíproco de la siguiente manera:

$$12ab \div (-4b) = 12ab \times \frac{1}{-4b}$$
$$= -\frac{12ab}{4b}$$
$$= -\frac{\cancel{12}^{3} \times a \times \cancel{b}^{1}}{\cancel{4}_{1} \times \cancel{b}_{1}}$$
$$= -3a$$

Al dividir dos potencias puedes simplificar:

$$y^2z \div yz = \frac{y^2z}{yz} = \frac{y \times \cancel{y}^{1} \times \cancel{z}^{1}}{\cancel{y}_{1} \times \cancel{z}_{1}} = y$$

C Para dividir dos monomios se expresa como división de fracciones, se utiliza la multiplicación por el recíproco y se simplifica a la mínima expresión.

③ Realiza las siguientes divisiones de monomios:

a) $18xy \div 6x$ $3y$

b) $24x^3 \div (-6x)$ $-4x^2$

c) $15mn \div (-12n)$ $\frac{-5m}{4}$

d) $-8a^2b \div 6ab^2$ $\frac{-4a}{3b}$

e) $6ab \div \frac{1}{4}bc$ $\frac{24a}{c}$

f) $10y^2z^2 \div \frac{5}{2}yz$ $4yz$

g) $-\frac{3}{5}t^3u \div \frac{3}{10}t^2u$ $-2t$

h) $-\frac{5}{8}y^4 \div \frac{1}{2}y^2$ $\frac{-5y^2}{4}$

11

Tarea: página 11 del Cuaderno de Ejercicios.

Fecha: **U1 1.10**

Ⓟ Realiza las divisiones:

a) $\frac{1}{3}y^2z \div \frac{5}{9}yz$

b) $12ab \div (-4b)$

Ⓢ a) $\frac{1}{3}y^2z \div \frac{5}{9}yz = \frac{y^2z}{3} \times \frac{9}{5yz} = \frac{3}{5}y$

b) $12ab \div (-4b) = -\frac{12ab}{4b} = -3a$

Ⓡ a) $18xy \div 6x = \frac{18xy}{6x} = 3y$

b) $24x^3 \div (-6x) = \frac{24x^3}{-6x} = -4x^2$

c) $15mn \div (-12n) = \frac{15mn}{-12n} = \frac{-5}{4}m$

d) $-8a^2b \div 6ab^2 = \frac{-8a^2b}{6ab^2} = -\frac{4a}{3b}$

e) $6ab \div \frac{1}{4}bc = \frac{6ab}{\frac{1}{4}bc} = \frac{24a}{c}$

Secuencia:
En séptimo grado se aprendió a dividir un monomio entre un número y en la clase 1.6 de esta unidad se dividió un polinomio entre un número. Para esta clase se introducirá la división de un monomio entre un monomio, para ello es importante el uso de la ley de los signos y las propiedades de los exponentes.

Propósito:
①, ② Dividir un monomio por otro monomio de una manera análoga al producto de un monomio por un número.

③ Practicar la división de monomios, en esta secuencia de problemas es importante el uso del número y la ley de los signos.

Resolución de algunos ítems:

3. f) $= 10y^2z^2 \div \frac{5}{2}yz$
$$= \frac{10y^2z^2}{\frac{5}{2}yz}$$
$$= \frac{20y^2z^2}{5yz}$$
$$= 4yz$$

3. g) $= -\frac{3}{5}t^3u \div \frac{3}{10}t^2u$
$$= -\frac{\frac{3}{5}t^3u}{\frac{3}{10}t^2u}$$
$$= -\frac{30t^3u}{15t^2u}$$
$$= -2t$$

Secuencia:
En la clase 1.9 y 1.10, se trabajó con la multiplicación y división de monomios respectivamente; en esta clase se trabajará con las dos operaciones combinadas, cuidando siempre el uso correcto de la ley de los signos y las propiedades de los exponentes para ambas operaciones.

Propósito:
①, ② Realizar multiplicaciones y divisiones de monomios, considerando dos casos: cuando se tiene un número impar de monomios con signo negativo y cuando se tiene un número par.

③ Ilustrar un caso donde al menos un monomio tiene coeficiente fraccionario. Se tiene un número impar de monomios con signo negativo y todos tienen la misma variable en la parte literal.

④ Practicar las operaciones de multiplicación y división de monomios, siguiendo la secuencia del uso del número como coeficiente y los casos de la ley de los signos.

Resolución de algunos ítems:

b) $= 10yz \div 4z^2 \times (6z)$

$= 10yz \times \frac{1}{4z^2}(-6z)$

$= \frac{-60\ yz^2}{4\ z^2}$

$= -15y$

c) $= a^2b \div (-ab) \times (-b^2)$

$= a^2b \times \left(-\frac{1}{ab}\right) \times (-b^2)$

$= \frac{a^2b^3}{ab}$

$= ab^2$

Indicador de logro. Realiza operaciones combinadas de polinomios que incluyen división por un número o por un monomio.

1.11 Multiplicación y división combinadas de monomios con monomios

① **P** Realiza las siguientes operaciones, luego simplifica el resultado a su mínima expresión.

a) $7x^2 \times 6y \div (-3y^2x)$ b) $-2a^2b \div 6ab^2 \times (-3b)$

② **S** Expresando las operaciones como una fracción.

a) $7x^2 \times 6y \div (-3y^2x) = -\frac{7\cancel{x^2} \times \cancel{6y}}{\cancel{3y^2x}}$

$= -\frac{7x \times 2}{y}$

$= -\frac{14x}{y}$

b) $-2a^2b \div 6ab^2 \times (-3b) = \frac{(\cancel{2a^2b}) \times (\cancel{3b})}{\cancel{6ab^2}}$

$= \frac{a \times 1}{1}$

$= a$

C Para operar multiplicaciones y divisiones combinadas de monomios, primero se determina el signo (utilizando la ley de los signos), y luego se expresa como una sola fracción hasta simplificar a la mínima expresión.

③ **E** Realiza la siguiente operación, simplifica el resultado a su mínima expresión: $(-2a)^3 \times (-4a^2) \div \left(-\frac{2a}{3}\right)$.

$(-2a)^3 \times (-4a^2) \div \left(-\frac{2a}{3}\right) = -8a^3 \times 4a^2 \times \left(\frac{3}{2a}\right)$

$= -\frac{\cancel{8a^3} \times 4a^2 \times 3}{\cancel{2a}}$

$= -\frac{4a^2 \times 4a^2 \times 3}{1}$

$= -48a^4$

④ Efectúa las siguientes operaciones, simplifica el resultado a su mínima expresión.

a) $2x^2 \times 6x \div 3x^4$ $\frac{4}{x}$

b) $10yz \div 4z^2 \times (-6z)$ $-15y$

c) $a^2b \div (-ab) \times (-b^2)$ $+ab^2$

d) $-s^2t \times (-st^2) \div (-s^2t^2)$ $-st$

e) $(-2a)^2 \div 6ab^2 \times 9b$ $\frac{6a}{b}$

f) $-xy \div (-2xy)^3 \times (-4x)$ $\frac{-1}{2xy^2}$

g) $3y^3 \times 6y \div (-3y)^2$ $2y^2$

h) $24a^2b^2 \div 8ab \times 3b$ $9ab^2$

i) $(-2st)^3 \times (-2s) \div (-3s^2)$ $\frac{16s^2t^3}{3}$

j) $\frac{3}{5}ab^2 \times 5a \div \frac{1}{3}ab$ $9ab$

k) $\left(-\frac{1}{2}xz\right)^2 \div 6xz^3 \times (-4)$ $\frac{-x}{6z}$

l) $-\frac{2}{5}t^2 \div (-t^3) \times \left(-\frac{5}{2}t^2\right)$ $-t$

12

Tarea: página 12 del Cuaderno de Ejercicios.

Fecha: **U1 1.11**

P Realiza las siguientes operaciones:

a) $7x^2 \times 6y \div (-3y^2x)$

b) $-2a^2b \div 6ab^2 \times (-3b)$

S a) $7x^2 \times 6y \div (-3y^2x) = -\frac{7x^2 \times 6y}{3y^2x}$

$= -\frac{7x \times 2}{y}$

$= -\frac{14x}{y}$

b)
$-2a^2b \div 6ab^2 \times (-3b) = \frac{(\cancel{2a^2b}) \times (\cancel{3b})}{\cancel{6ab^2}}$

$= \frac{a \times 1}{1}$

E Realiza la siguiente operación:

$(-2a)^3 \times (-4a^2) \div \left(-\frac{2a}{3}\right)$

$= -8a^3 \times 4a^2 \times \left(\frac{3}{2a}\right)$

$= -\frac{8a^3 \times 4a^2 \times 3}{2a}$

$= -48a^4$

R a) $2x^2 \times 6x \div 3x^4 = 2x^2 \times 6x \times \left(\frac{1}{3x^4}\right)$

$= \frac{2x^2 \times 6x}{3x^4}$

$= \frac{4}{x}$

Indicador de logro. Utiliza la sustitución de variables para determinar el valor numérico de un polinomio.

1.12 Sustitución y valor numérico de polinomios

① **P**

Efectúa las operaciones indicadas y luego determina el valor numérico de cada polinomio, utilizando los valores dados para las variables.

$(4x - 5y) - (x - y)$ si $x = 6$, $y = -4$

② **S**

Sustituyendo el valor de las variables en cada polinomio:

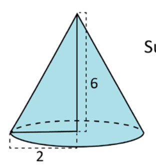
$(4x - 5y) - (x - y) = 4x - 5y - x + y$
$= 3x - 4y$
$= 3 \times 6 - 4 \times (-4)$; sustituyendo el valor de las variables.
$= 18 + 16$
$= 34$

C

Para encontrar el valor numérico de un polinomio sustituyendo el valor de las variables, primero se reducen los términos semejantes.

③ **E**

El volumen de un cono está dado por el polinomio $\frac{1}{3}\pi r^2 h$, donde π es una constante (número), r es el radio de la base del cono y h es la altura. Determina el volumen de un cono de 2 cm de radio y 6 cm de altura.



Sustituyendo los valores de las variables r y h en el polinomio del volumen del cono.

$r = 2$
$h = 6$

Entonces, para este caso, $\frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \times (2)^2 \times 6 = 8\pi$.

Por lo tanto, el volumen del cono de radio 2 cm y altura 6 cm es 8 πcm^3.

④

1. Efectúa las operaciones indicadas y luego determina el valor numérico de cada polinomio utilizando los valores de las variables indicadas.

a) $(3x - 2y) + (x - y)$ si $x = 5$, $y = -2$
$4x - 3y$; VN: 26

b) $(x + 3y) - (x - y)$ si $x = 1$, $y = -4$
$4y$; VN: −16

c) $(x - y) - 2(x - y)$ si $x = 8$, $y = -2$
$-x + y$; VN: −10

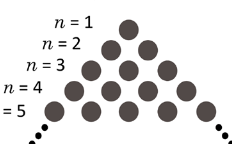
d) $3(x - 2y) - (2x - 5y)$ si $x = -4$, $y = 5$
$x - y$; VN: −9

e) $(6x - y) - 2(3x - 5y)$ si $x = -2$, $y = 3$
$9y$; VN: 27

f) $(4x - y) - (5x - 3y)$ si $x = -6$, $y = 4$
$-x + 2y$; VN: 14

2. Analiza y determina cuál de los siguientes polinomios representa la suma de las primeras filas, en la siguiente figura, n representa el número de fila. Auxíliate del gráfico.

a) $2n - 1$ b) $\frac{1}{2}n(n + 1)$



Tarea: página 13 del Cuaderno de Ejercicios.

Fecha: **U1 1.12**

P Efectúa las operaciones y determina el valor numérico:

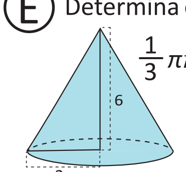
$(4x - 5y) - (x - y)$ si $x = 6$, $y = -4$

S $(4x - 5y) - (x - y) = 4x - 5y - x + y$
$= 3x - 4y$

Sustituyendo los valores conocidos.

$3x - 4y = 3 \times 6 - 4 \times (-4)$
$= 18 + 16$
$= 34$

E Determina el volumen del cono.



$\frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \times (2)^2 \times 6 = 8\pi$

R 1. a) $(3x - 2y) + (x - y)$, si $x = 5$, $y = -2$
$(3x - 2y) + (x - y) = 3x - 2y + x - y$
$= 4x - 3y$

Valor numérico:
$4x - 3y = 4 \times 5 - 3 \times (-2)$
$= 20 + 6$
$= 26$

Secuencia:
En séptimo grado de la clase 14 a la 17 de la lección 1, Unidad 4, se determinó el valor numérico de expresiones algebraicas. Ahora se determinará el valor numérico de un polinomio y/o fórmulas matemáticas, para ello se realizará primero la sustitución de los valores dados para la variable.

Propósito:
①, ② Determinar el valor numérico de una expresión algebraica de manera análoga al proceso aprendido en séptimo grado.

③ Determinar el valor numérico de una fórmula matemática conocida para modelar la aplicación del contenido para resolver situaciones.

④ Practicar el cálculo del valor numérico de una expresión matemática y en el numeral dos comprobar el uso de un importante resultado "la suma de Gauss"; aunque no se deje reflejado el cálculo de la suma.

Resolución de algunos ítems:

1. b) $= (x + 3y) - (x - y)$
$= x + 3y - x + y$
$= 4y$

Valor numérico:
$4(-4) = -16$

c) $(x - y) - 2(x - y)$
$= x - y - 2x + 2y$
$= -x + y$

Valor numérico:
$-x + y = -8 - 2$
$= -10$

Posibles dificultades:
Puede que no se sustituya correctamente el valor de cada variable, en ese caso sugerir que se revisen los valores respectivos.

Además de la aplicación de la ley de los signos y propiedades de los exponentes, sugerir que revisen nuevamente y si es posible anotarlos en una tabla para tenerlos listos.

Resolución de algunos ítems de la clase 1.13

1. a) $5xyz - 2t^2$
   Términos: $5xyz, -2t^2$
   Grado del término $5xyz$: 3
   Grado del término $2t^2$: 2
   Grado del polinomio: 3

2. a) $(10a - 7b + 9) - (-3a - b + 5)$
   $= 10a - 7b + 9 + 3a + b - 5$
   $= 13a - 6b + 4$

Resolución de algunos ítems de la clase clase 1.14

2. a) $36mx \div 9x$

   $= \frac{36mx}{9x} = 4m$

3. a) $4y \times 15y^3 \div 10y^2$

   $= 4y \times 15y^3 \div \frac{1}{10y^2}$

   $= \frac{60y^4}{10y^2}$

   $= 6y^2$

4. a) $(2x - 5y) + (-4x + y)$
   $= -2x - 4y$

   Valor numérico:
   $-2x - 4y = -2(3) - 4(-3)$
   $= -6 + 12$
   $= 6$

Indicador de logro. Resuelve problemas utilizando operaciones algebraicas.

1.13 Practica lo aprendido

1. Identifica los términos que conforman los siguientes polinomios, el grado de cada término y el grado del polinomio.

   a) $5xyz + 2t^2$ — $5xyz,\ 2t^2$
   b) $5x^4 + 7z^3 - 21xz$ — $5x^4,\ 7z^3,\ -21xz$
   c) $6ab - 6st^2$ — $6ab,\ -6st^2$
   d) $3xyz$ — $3xyz$

2. Efectúa las siguientes operaciones con polinomios:

   a) $(10a - 7b + 9) - (-3a - b + 5)$ — $13a - 6b + 4$
   b) $(5xy - 5y^2) + (-8xy + 8y^2)$ — $-3xy + 3y^2$
   c) $(8t^2 + 2 - 4t) - (-t^2 - 2t + 7)$ — $9t^2 - 2t - 5$

3. Realiza las siguientes multiplicaciones y divisiones de un número por un polinomio:

   a) $-7(10m - 8n)$ — $-70m + 56n$
   b) $10(2a - 5b) - 7(-2a + 3b)$ — $34a - 71b$
   c) $(35x - 5z) \div 5$ — $7x - z$
   d) $(-64x^2 + 16x) \div (-8)$ — $8x^2 - 2x$

4. Efectúa las operaciones y reduce términos semejantes.

   a) $\frac{6m - 3n}{27} + \frac{m - 2n}{3}$ — $\frac{15m - 21n}{27}$
   b) $\frac{2a + 5b}{3} - \frac{-3a + 6b}{5}$ — $\frac{19a + 7b}{15}$
   c) $y - z - \frac{-9y - 3z}{7}$ — $\frac{16y - 4z}{7}$
   d) $t - 2u - \frac{5t - u}{2}$ — $\frac{-3t - 3u}{2}$

1.14 Practica lo aprendido

1. Realiza las siguientes multiplicaciones de monomios:

   a) $9t \times 6s$ — $54st$
   b) $(-4n^2) \times 6n^3$ — $-24n^5$
   c) $7a \times 8ab$ — $56a^2b$
   d) $(-7a)^2$ — $49a^2$

2. Desarrolla las siguientes divisiones de monomios:

   a) $36mx \div 9x$ — $4m$
   b) $(-18st^2) \div 10s^2t$ — $\frac{-9t}{5s}$
   c) $12ay^3 \div \frac{3}{5}a^2y$ — $\frac{20y^2}{a}$
   d) $-\frac{2}{9}w^3 \div \frac{2}{3}w$ — $\frac{w^2}{3}$

3. Realiza las siguientes operaciones, simplifica el resultado a su mínima expresión.

   a) $4y \times 15y^3 \div 10y^2$ — $6y^2$
   b) $(-5n)^2 \div 15mn^2 \times 12m$ — 4
   c) $(-4ab)^3 \times (-2b) \div (-6b^4)$ — $\frac{64a^3}{3}$
   d) $(-\frac{2}{3}w^4) \div (-w^3) \times (-\frac{9}{10}w)$ — $\frac{-3w^2}{5}$

4. Efectúa las operaciones indicadas y luego determina el valor numérico de cada polinomio, utilizando los valores de las variables indicadas.

   a) $(2x - 5y) + (-4x + y)$ si $x = 3$, $y = -3$ — $-2x - 4y$; VN: 6
   b) $2(-x + y) - (3x - y)$ si $x = -1$, $y = 4$ — $-5x + 3y$; VN: 17
   c) $(-4x - 3y) + 5(x + y)$ si $x = 7$, $y = -5$ — $x + 2y$; VN: -3
   d) $-5(x - 2y) - (-4x - 6y)$ si $x = -4$, $y = 5$ — $-x + 16y$; VN: 84

14

Tarea: página 14 del Cuaderno de Ejercicios.

Indicador de logro. Utiliza polinomios para obtener propiedades de números u operaciones.

Unidad 1

2.1 Suma de números consecutivos

① **P** Efectúa las siguientes sumas, determina un procedimiento para sumar 5 números consecutivos.

$1 + 2 + 3 + 4 + 5 =$ ______
$13 + 14 + 15 + 16 + 17 =$ ______
$28 + 29 + 30 + 31 + 32 =$ ______

② **S** Efectuando las sumas y buscando algún patrón.

$1 + 2 + 3 + 4 + 5 = \underline{15}$ (5×3)
$13 + 14 + 15 + 16 + 17 = \underline{75}$ (5×15)
$28 + 29 + 30 + 31 + 32 = \underline{150}$ (5×30)

La suma de 5 números consecutivos parece ser 5 veces el número del centro.

Comprobando "la conjetura" realizada a partir de las sumas particulares.

Tomando n como el primer término de una suma de 5 términos.

$13,\ 14,\ 15,\ 16,\ 17$
$\downarrow$
$13,\ 13+1,\ 13+2,\ 13+3,\ 13+4$
$\downarrow$
$n,\ n+1,\ n+2,\ n+3,\ n+4$

Entonces, la suma de 5 términos consecutivos en general será:

$$n + (n + 1) + (n + 2) + (n + 3) + (n + 4) = 5n + 10 = 5 \times (n + 2).$$

Por lo tanto, la conjetura es verdadera y la suma de 5 números consecutivos es 5 veces el número del centro (ordenados de menor a mayor).

> En matemática, para solucionar un problema pueden abordarse diversas estrategias, una de ellas es la utilizada en esta clase, en la cual se determina el resultado para casos particulares y se busca un "patrón" para formular una "conjetura"; es decir, una observación que al parecer se cumple en todos los casos pero carece de sustento lógico, es únicamente intuitivo. Posteriormente se demuestra la conjetura utilizando un método inductivo.

C Para conjeturar sobre la suma de 5 números consecutivos fue necesario aplicar suma de polinomios. Utilizando variables para expresar la situación, se pueden comprobar varias propiedades que hay entre los números.

③
1. Escribe cinco números consecutivos representando el número del centro con n; luego expresa la suma de estos números en términos de n.
   $9 + 10 + 11 + 12 + 13 = 55 = 5 \times 11$ $\quad (n - 2) + (n - 1) + (n) + (n + 1) + (n + 2) = 5n$
2. Encuentra la propiedad de la suma de 7 números consecutivos y compruébala.
   $6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 = 63 = 7 \times 9$
   $(n) + (n + 1) + (n + 2) + (n + 3) + (n + 4) + (n + 5) + (n + 6) = 7n + 21 = 7(n + 3)$

15

Tarea: página 15 del Cuaderno de Ejercicios.

Fecha: **U1 2.1**

Ⓟ Efectúa las siguientes sumas:

$1 + 2 + 3 + 4 + 5 =$ ______
$13 + 14 + 15 + 16 + 17 =$ ______
$28 + 29 + 30 + 31 + 32 =$ ______

Ⓢ
$1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$ (5×3)
$13 + 14 + 15 + 16 + 17 = 75$ (5×15)
$28 + 29 + 30 + 31 + 32 = 150$ (5×30)

$n + (n + 1) + (n + 2) + (n + 3) + (n + 4)$
$= 5n + 10 = 5 \times (n + 2)$

Ⓡ
1.
$9 + 10 + 11 + 12 + 13 = 55 = 5 \times 11$

$(n - 2) + (n - 1) + n + (n + 2) +$
$(n + 2) = 5n$

2.
$6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 = 63 = 7 \times 9$

$n - 3n - 2 + n - 1 + n + n + 2 +$
$n + 2\ n + 3 = 7n$

Secuencia:
En la lección 1 de esta unidad, se trabajaron las operaciones con polinomios, en esta clase se utilizarán para representar la suma de números consecutivos, para ello se harán conjeturas que se buscarán generalizar mediante expresiones algebraicas.

Propósito:
①, ② Calcular la suma de cinco números consecutivos, luego generalizar para cinco números consecutivos cualesquiera.

③ Modelar la suma de números consecutivos, considerando casos distintos al desarrollado en el Problema inicial.

Determinar una expresión algebraica que permita calcular la suma de siete números consecutivos.

Posibles dificultades:
El estudiante quizás no recuerde o no conozca el concepto de números consecutivos, en ese caso será necesario dar una explicación general.

Como no se ha visto el factoreo la respuesta final debe ser obtenida como el proceso inverso de la propiedad distributiva del producto sobre la suma.

Resolución de algunos ítems:

1. $9 + 10 + 11 + 12 + 13 = 55 = 5 \times 11$
   $(n - 2) + (n - 1) + (n) + (n + 1) +$
   $(n + 2) = n - 2 + n - 1 + n +$
   $n + 1 + n + 2 = 5n$

Estrategia de resolución de problemas:
Para esta clase y las siguientes, se utiliza la búsqueda de regularidades numéricas que se puedan modelar mediante una expresión algebraica, la cual se conoce como **búsqueda de patrones**.

2.2 Suma de un número con su invertido

Secuencia:
Anteriormente se modeló la suma de x números consecutivos, en esta clase se utilizarán las operaciones con polinomios para modelar la suma de un número con su invertido, siempre continuando con la representación algebraica de propiedades de los números.

Propósito:
①, ② Determinar la suma de un número con su invertido mediante operaciones algebraicas. Es importante que el estudiante comprenda la importancia de identificar regularidades y representar un número mediante una variable.

③ Utilizar la propiedad modelada en el Problema inicial para determinar si se cumple cuando se aumenta la cantidad de cifras de un número.

Posibles dificultades:
Puede que el estudiante no comprenda el concepto de número invertido, en ese caso será importante ejemplificar de manera general.

Como no se ha visto el factoreo la respuesta final debe ser obtenida como el proceso inverso de la propiedad distributiva del producto sobre la suma, tal como se hizo en la clase anterior.

Solución del ítem 2a:

2. a) $(1\,000w + 100x + 10y + z) +$
$(1\,000z + 100z + 10x + w)$

$= (1\,001w + 110x + 110y + 1\,001z)$
$= (11 \times 91w + 11 \times 10x + 11 \times 10y + 11 \times 91z)$
$= 11(91w + 10x + 10y + 91z)$

Indicador de logro. Utiliza polinomios para obtener propiedades de números u operaciones.

2.2 Suma de un número con su invertido

① **P** Efectúa las siguientes sumas de un número con su invertido, demuestra si se cumple alguna regla.

12 + 21 = ____
63 + 36 = ____
91 + 19 = ____

② **S** Efectuando las sumas y buscando algún patrón.

12 + 21 = 33 = 11 × 3
63 + 36 = 99 = 11 × 9
91 + 19 = 110 = 11 × 10

La suma de un número con su invertido es un múltiplo de 11, ¿se cumplirá siempre esta afirmación?

Comprobando "la conjetura" realizada a partir de las sumas particulares de arriba, se toma y como el dígito de las unidades y x como el dígito de las decenas, escribiendo el número mediante la expresión de los números base 10.

63 = 60 + 3
63 = 10 × 6 + 3
$= 10 \times x + y$

Observa que en este caso, las variables x y y representan dígitos; es decir, números entre 0 y 9, y no se está tomando en cuenta el valor posicional de las decenas.

Entonces, la suma de un número con su invertido utilizando las variables x y y, es:

$$(10x + y) + (10y + x) = 11x + 11y$$
$$= 11(x + y)$$

Por lo tanto, la suma de un número con su invertido siempre es múltiplo de 11.

C Para comprobar las propiedades de los números, hay que utilizar variables adecuadamente según la situación, identificar regularidades y aplicar las operaciones algebraicas necesarias para representarlas.

③ 1. Determina si la suma de un número de 4 cifras con su invertido es múltiplo de 11. Considera los casos a continuación:

a) 1 234 + 4 321 = 5 555 = 11 × 505
b) 1 032 + 2 301 = 3 333 = 11 × 303
c) 1 121 + 1 211 = 2 332 = 11 × 212

2. Comprueba tus resultados del numeral 1.
a) $(1\,000w + 100x + 10y + z) + (1\,000z + 100y + 10x + w)$
$1\,001w + 110x + 110y + 1\,001z = 11(91w + 10x + 10y + 91z)$

16

Tarea: página 16 del Cuaderno de Ejercicios.

Fecha: **U1 2.2**

Ⓟ Efectúa las siguientes sumas:
12 + 21 = ____
63 + 36 = ____
91 + 19 = ____

Ⓢ 12 + 21 = 33 = 11 × 3
63 + 36 = 99 = 11 × 9
91 + 19 = 110 = 11 × 10

63 = 60 + 3
63 = 10 × 6 + 3
$= 10 \times x + y$

$(10x + y) + (10y + x) = 11x + 11y = 11(x + y)$

Ⓡ
1.
a) 1 234 + 4 321 = 5 555 = 11 × 505
b) 1 032 + 2 301 = 3 333 = 11 × 303
c) 1 121 + 1 211 = 2 332 = 11 × 212

2.
a) 1 234 = 1 × 1 000 + 2 × 100 + 3 × 10 + 4
4 321 = 4 × 1 000 + 3 × 100 + 2 × 10 + 1

Generalizando:
$1\,000w + 100x + 10y + 1z$
$1\,000z + 100y + 10x + 1w$
Suma: $11(91w + 10y + 10x + 91z)$

2.3 Sumas de días del calendario

Indicador de logro. Aplica polinomios para resolver problemas en los que se tengan que reconocer patrones.

2.3 Sumas de días del calendario

Unidad 1

① **P** Efectúa la suma de los días del calendario que están sombreados, demuestra si se cumple alguna regla en general.

Febrero 2017

L	M	M	J	V	S	D
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28					

② **S** Efectuando las sumas y buscando algún patrón:

Color rosado: $2 + 8 + 9 + 10 + 16 = 45 = 5 \times 9$

Color azul: $14 + 20 + 21 + 22 + 28 = 105 = 5 \times 21$

Las sumas de los cinco días coloreados parecen ser 5 veces el número que queda al centro.

Comprobando "la conjetura" realizada a partir de las sumas particulares de arriba; se toma n como el término del centro de la parte sombreada.

Entonces, un día después será denotado por $n + 1$ y un día antes por $n - 1$.
Además, para denotar el mismo día, pero de la semana anterior, será $n - 7$ y el mismo día la semana siguiente será $n + 7$.

La suma de los 5 días coloreados estará dado por:

$$14 + 20 + 21 + 22 + 28$$
$$(21 - 7) + (21 - 1) + 21 + (21 + 1) + (21 + 7)$$
$$(n - 7) + (n - 1) + n + (n + 1) + (n + 7) = 5n$$

Por lo tanto, la suma de los días sombreados en esta forma en el calendario es 5 veces el número que queda al centro.

C Cuando se trata de varios números, es importante elegir el número que se representará con la variable conveniente, para identificar los patrones y expresarlos mediantes expresiones algebraicas.

③ Utiliza polinomios para comprobar la regla que hay en la suma de los días sombreados en los siguientes calendarios:

a) Febrero 2017

L	M	M	J	V	S	D
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28					

$5n$

b) Febrero 2017

L	M	M	J	V	S	D
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28					

$3n$

c) Febrero 2017

L	M	M	J	V	S	D
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28					

$5n$

17

Tarea: página 17 del Cuaderno de Ejercicios.

Fecha: **U1 2.3**

Ⓟ Demuestra si se cumple alguna regla general para la suma de los días indicados:

Febrero 2017

L	M	M	J	V	S	D
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28					

Ⓢ $2 + 8 + 9 + 10 + 16 = 45 = 5 \times 9$
$14 + 20 + 21 + 22 + 28 = 105 = 5 \times 21$

$$14 + 20 + 21 + 22 + 28$$
$$(21 - 7) + (21 - 1) + 21 + (21 + 1) + (21 + 7)$$
$$(n - 7) + (n - 1) + n + (n + 1) + (n + 7) = 5n$$

Ⓡ

a) $9 + 15 + 16 + 17 + 23 = 80 = 5 \times 16$

$$9 + 15 + 16 + 17 + 23$$
$$(16 - 7) + (16 - 1) + 16 + (16 + 1) + (16 + 7)$$
$$(n - 7) + (n - 1) + n + (n + 1) + (n + 7) = 5n$$

b) $8 + 15 + 22 = 45 = 3 \times 15$

$$(n - 7) + n + (n + 7) = 3n$$

c) $3 + 9 + 15 + 21 + 27 = 75 = 5 \times 15$

$$(n - 12) + (n - 6) + n + (n + 6) + (n + 12) = 5n$$

Secuencia:
En las clases 2.1 y 2.2, se modelaron algunas propiedades de los números, y para esta clase se utilizarán las operaciones algebraicas para determinar la suma de subconjuntos de números del calendario que guardan regularidades entre sí. Es importante que se haga énfasis en el uso de las expresiones algebraicas en diferentes ciencias, como la química, física, biología, etc., para ir cambiando el concepto del álgebra que se ha tenido en el sistema educativo.

Propósito:
①, ② Reconocer regularidades entre los números que están ubicados en posiciones donde se pueden identificar dichas regularidades y representarlas mediante una expresión algebraica.

③ Modelar la relación entre subconjuntos de números indicados del calendario, identificando regularidades y generalizando para subconjuntos que tengan igual posición gráfica.

Posibles dificultades:
Probablemente no logren identificar las regularidades, en ese caso puede asignarse trabajo por parejas o equipos de 3 estudiantes, para que analicen e identifiquen las relaciones con el apoyo de los compañeros, fortaleciendo así las relaciones interpersonales.

Secuencia:
En las clases anteriores de esta lección, se han modelado algunas propiedades de los números; en esta clase se utilizarán las expresiones algebraicas y sus operaciones para resolver situaciones cotidianas. Estas expresiones tienen dos variables y se conoce solo el valor de una de ellas, para resolverlas se debe hacer referencia a lo aprendido en la Unidad 5 de séptimo grado.

Aunque se sabe que la expresión corresponde a una ecuación de primer grado con dos incógnitas, es importante no llamarle así, pues todavía no serán definidas.

Propósito:
①, ② Resolver situaciones cotidianas mediante el uso de polinomios, utilizando dos variables donde solo se conoce el valor de una de ellas (luego de sustituir el valor conocido, el proceso se reduce a la solución de una ecuación con una incógnita).

③ Despejar una variable en una ecuación que tiene dos incógnitas donde el valor de una de ellas es conocido.

④ Modelar y resolver situaciones mediante el uso de expresiones algebraicas que tienen dos incógnitas, donde solo se conoce el valor de una de ellas.

Indicador de logro. Utiliza polinomios para resolver situaciones cotidianas.

2.4 Resolución de problemas utilizando polinomios

① **P** Carlos tiene 25 centavos de dólar para comprar dulces en la tienda, si los dulces de miel cuestan 3 centavos y los de eucalipto 2.5 centavos cada uno. Tomando a como la cantidad de dulces de miel, b como la cantidad de dulces de eucalipto, establece el polinomio que representa la situación. Luego responde, Carlos compra 5 dulces de miel, ¿cuántos dulces de eucalipto puede comprar con el vuelto?

② **S** Cada dulce de miel cuesta 3 centavos de dólar y cada dulce de eucalipto 2.5, se gastan 25 centavos, entonces se puede plantear la siguiente ecuación:

Costo de los dulces de miel ⟶ $3a + 2.5b = 25$ ⟵ Dinero que tiene Carlos.

Costo de los dulces de eucalipto.

El problema pide la cantidad de dulces de eucalipto que puede comprar Carlos, es decir b; si compra 5 dulces de miel, es decir $a = 5$. Trabajando la ecuación:

$$3a + 2.5b = 25$$
Multiplicando ambos lados por 2,
$$6a + 5b = 50$$
transponiendo el término $6a$,
$$5b = 50 - 6a$$
dividiendo ambos lados por 5.
$$b = \frac{50-6a}{5} = -\frac{6a}{5} + 10$$

Finalmente para determinar cuántos dulces de eucalipto puede comprar Carlos hay que sustituir el valor numérico de $a = 5$ en el polinomio $-\frac{6a}{5} + 10$, se tiene $\frac{-6\times 5}{5} + 10 = -6 + 10 = 4$.

C Para resolver problemas utilizando polinomios se pueden realizar los siguientes pasos:

1. Se identifican las variables del problema.
2. Se plantea una ecuación con las variables identificadas en el paso anterior.
3. Se despeja la variable que soluciona el problema planteado.
4. Se sustituye el valor numérico de una variable en el polinomio que resulta después de despejar.

③ **E** Despeja la variable indicada y sustituye el valor numérico que aparece entre corchetes [].

$\frac{1}{3}ab = 5$ [a, $b = 5$]. Entonces, $\frac{1}{3}ab = 5$ $\xrightarrow{\text{Multiplicando por 3 ambos lados.}}$ $ab = 15$ $\xrightarrow{\text{Dividiendo por } b \text{ ambos lados.}}$ $a = \frac{15}{b}$. Por lo tanto, $a = \frac{15}{5} = 3$.

④
1. Despeja la variable indicada y sustituye el valor numérico que aparece entre corchetes [].
   a) $5x - 6y = 25$ [x, $y = 10$] $x = 17$
   b) $3.5t + u = 7$ [u, $t = 4$] $u = -7$
   c) $\frac{1}{6}wz = 10$ [w, $z = 15$] $w = 4$
2. Un arquitecto trabaja en el diseño de las paredes de una casa; cuenta con dos tipos de ladrillo, el primer tipo es de 10 pulgadas de altura y el segundo de 6 pulgadas de altura. Si la pared mide 72 pulgadas de alto, tomando w como la cantidad de ladrillos del tipo 1, z como la cantidad de ladrillos del tipo 2, establece el polinomio que representa la situación. Además, el arquitecto decide que esta pared debe tener 6 filas de ladrillos del primer tipo, ¿cuántas filas del segundo tipo debe tener la pared?

$10w + 6z = 72$; $z = 2$

18

Tarea: página 18 del Cuaderno de Ejercicios.

Fecha: **U1 2.4**

P Carlos tiene 25 centavos de dólar; si los dulces de miel cuestan 3 centavos y los de eucalipto 2.5 centavos cada uno. Si compra 5 de miel, ¿cuántos de eucalipto puede comprar con el vuelto?

S
$$3a + 2.5b = 25$$
$$6a + 5b = 50$$
$$5b = 50 - 6a$$
$$b = \frac{50-6a}{5} = -\frac{6a}{5} + 10$$

Como $a = 5$, entonces $b = \frac{-6\times 5}{5} + 10 = -6 + 10 = 4$

E $\frac{1}{3}ab = 5$ [a, $b = 5$]

$\frac{1}{3}ab = 5$ ⟶ $ab = 15$ ⟶ $a = \frac{15}{b}$

R
a) $5x - 6y = 25$ [x, $y = 10$]
$x = 17$

b) $3.5t + u = 7$ [u, $t = 4$]
$u = -7$

c) $\frac{1}{6}wz = 10$ [w, $z = 15$]
$w = 4$

Indicador de logro. Resuelve situaciones de diferentes contextos del entorno, utilizando las operaciones con polinomios.

2.5 Practica lo aprendido

1. Determina un procedimiento para sumar 9 números consecutivos.

   $9n$

2. Demuestra que si un número de tres cifras tiene la cifra de las decenas dos unidades mayor que la de las centenas y dos unidades menos que la de las unidades, entonces al sumarlo con su invertido el resultado es múltiplo de 111.

   $100(x-2)+10(x)+(x+2)$: número

   $100(x+2)+10(x)+(x-2)$: invertido

   Suma: $222x$, es múltiplo de 11

3. Utiliza polinomios para encontrar la regla que hay en la suma de los días sombreados en los siguientes calendarios:

a) Febrero 2017

L	M	M	J	V	S	D
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28					

$7n$

b) Marzo 2017

L	M	M	J	V	S	D
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30	31		

$5n$

4. Carlos compra 3 pupusas de queso con loroco y 2 revueltas, en total debe pagar $2.20. Si Carlos sabe que las pupusas de queso con loroco valen $0.50, ¿qué precio tienen las pupusas revueltas? Resuélvelo utilizando polinomios y valor numérico. Cuestan 0.35 centavos

   $3x+2y=2.20$

   $y=0.35$

5. ¿Cuántos cuadrados de 10 m² de área son necesarios para cubrir un área de 200 m² si ya se han utilizado 7 cuadrados de 20 m² de área?

   $10x+20y=200$

   $x=6$ Se necesitan 6 cuadrados

6. El abuelito de Ana tiene problemas con uno de sus riñones y el nefrólogo le ha recomendado que tome 2 litros de agua al día. Para cumplir la recomendación del médico, Ana quiere conocer la capacidad que tienen los vasos de su casa, y así podrá saber cuántos vasos con agua tendrá que beberse al día el abuelo. Considerando que los vasos tienen forma cilíndrica. Determina cuántos vasos con agua debe beber cada día el abuelo de Ana; ¿cómo se resuelve esto?

   Nota: para resolver esta situación, toma las medidas de un vaso cilíndrico que esté en tu escuela o en tu casa.

7. Una de las propiedades de la sucesión de Fibonacci (1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, ...) es que "la suma de diez elementos consecutivos cualesquiera de la sucesión es igual a 11 veces el séptimo elemento de ese grupo". No es necesario que comience por el primer término de la sucesión. Ilustra la propiedad con dos ejemplos y escribe una expresión algebraica tomando como x el séptimo elemento del grupo.

   $1+1+2+3+5+8+13+21+34+55=143=11\times13$

   $2+3+5+8+13+21+34+55+89+144=143=11\times34$

19

Tarea: página 19 del Cuaderno de Ejercicios.

Continuación del ejercicio 7, generalización:

$2+3+5+8+13+21+34+55+89+144=143=11\times34$

Sea x el número que ocupa la posición 7 y y el que ocupa la posición anterior a x.

$(5x-8y)+(5y-3x)+(2x-3y)+(2y-x)+(x-y)+(y)+(x)+(x+y)+(2x+y)+(3x+2y)=11x.$

Resolución de algunos ítems:

1.

$1+2+3+4+5+6+7+8+9$
$=45=9\times5$

$(n-4)+(n-3)+(n-2)+(n-1)+n+(n+1)+(n+2)+(n+3)+(n+4)=9n$

2. Se tiene que el número es de la forma:

$100(x-2)+10x+(x+2)$
$=100x-200+10x+x+2$
$=111x-198$

Mientras que el invertido:
$100(x+2)+10x+(x-2)$
$=100x+200+10x+x-2$
$=111x+198$

Luego sumando el número con su invertido se tiene que

$111x-198+(111x+198)$
$=222x-198+198$
$=222x$

Se tiene que $222x$ es múltiplo de 11.

4. Se tiene la siguiente relación:
$3x+2y=2.20$, como $x=0.50$

$3(0.50)+2y=2.20$
$1.5+2y=2.20$
$2y=0.7$
$y=0.35$

2.6 Practica lo aprendido

1. Se tiene la siguiente relación:
   $2x + 4y = 1.9$ como $x = 0.25$
   $2(0.25) + 4y = 1.9$
   $0.5 + 4y = 1.9$
   $4y = 1.4$
   $y = 0.35$

2. Sustituyendo $x = 3$ en
   $256x + 128y = 1\,024$
   $256(3) + 128y = 1\,024$
   $768 + 128y = 1\,024$
   $128y = 256$
   $y = 2$

3. Como el volumen del cono es:
   $V = \frac{1}{3}Ah,$

   Y como el $A = \pi(4^2) = 16\pi,$
   además $V = 8\pi,$
   $V = 8\pi = \frac{1}{3}(16\pi)h.$

   De aquí que

   $$h = \frac{24}{16} = \frac{3}{2}$$

Indicador de logro. Resuelve situaciones de diferentes contextos del entorno, utilizando las operaciones con polinomios.

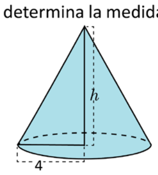
2.6 Practica lo aprendido

Expresa los siguientes problemas como ecuaciones con polinomios, luego resuélvelos utilizando valor numérico.

1. Carmen compra 2 chibolas de cristal y 4 metálicas por \$1.90, ¿cuánto cuestan las chibolas metálicas si las de cristal cuestan \$0.25 cada una?
   $2x + 4y = 1.9$
   $y = 0.35$

2. Mario necesita 1 024 MB para hacer un respaldo de sus archivos de la computadora, para ello cuenta con 3 memorias *USB* con capacidad de 256 MB. ¿Cuántas memorias *USB* con capacidad de 128 MB necesita Mario para esta labor?
   $256x + 128y = 1\,024$
   $y = 2$

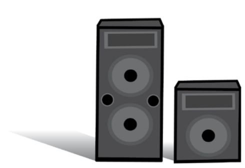
3. El volumen de un cono es $8\pi \text{cm}^3$. Si el cono tiene un radio de 4 cm, determina la medida de la altura de dicho cono.
   $h = \frac{3}{2}$



4. Beatriz vende pan dulce y ha olvidado el precio de la semita de piña, pero recuerda que ayer Miguel compró 2 semitas y 3 salpores y pagó \$0.83. Si Beatriz sabe que cada salpor cuesta \$0.11, ¿cómo podría Beatriz saber el precio de la semita de piña?
   $2x + 3y = 0.83$
   $y = 0.25$

5. José cultiva maíz y frijol, este año venderá 5 quintales de frijol y 3 de maíz, él se ha proyectado recaudar \$500 con la venta de su cosecha. Si piensa vender el quintal de frijol a \$85, ¿qué precio debe tener el quintal de maíz para que José logre su proyección?
   $3x + 5y = 500$
   $x = 25$

6. En la escuela de María se celebrará el día del amor y la amistad, por lo que se requiere instalar algunos parlantes, con el cuidado de que no sobrepasen los 120 decibeles de sonido. Si se cuenta con 2 parlantes de 40 decibeles cada uno, ¿cuántos parlantes de 20 decibeles se necesitan?



   $40x + 20y = 120$
   $y = 2$

20

Tarea: página 20 del Cuaderno de Ejercicios.

Prueba de la Unidad 1: Operaciones algebraicas **Matemática 8º**

Fecha: ______________________________
Nombre: ____ **Sección:**________
Edad: ______ años **NIE:**__________ **Sexo:** ☐ masculino ☐ femenino
Centro escolar: ______________________________________

Indicaciones: en cada ejercicio planteado debes dejar constancia de tus procedimientos. Escribe la respuesta final en el recuadro correspondiente.

1. Sustituye el valor de cada variable y determina el valor numérico de la expresión algebraica.
   $4y - 5x$, si $x = -4$, $y = 3$

   Respuesta:

2. Responde las siguientes interrogantes:

   a) ¿Cuál es el coeficiente del término $7y^4$?

   Respuesta:

   b) ¿Cuál es el grado del polinomio $-6xyz + 8x^4z$?

   Respuesta:

   c) Define qué es un monomio: ____
   ____

   d) ¿Cómo se calcula el grado de un monomio? ____________________________________
   ____

3. Efectúa las siguientes operaciones con polinomios:

   a) $(5x - 4y) + (7x - y)$ b) $(-b^2 + 5b) - (6b^2 - 5b)$ c) $-3(2n^2 + 7n) - 5(-3n + n^2)$

   Respuesta: Respuesta: Respuesta:

   d) $(-16t + 24s - 8) \div 4$ e) $\frac{4z-3y}{2} + \frac{2y-z}{5}$ f) $-10ab^2 \div 4a^2b^2 \times (-6a^2)$

   Respuesta: Respuesta: Respuesta:

1

Descripción:
La prueba de esta unidad está formada por 8 numerales, algunos de los numerales tienen más de un literal, es importante aclarar que cada literal será tomado como un ítem; por tanto, esta prueba contiene 16 ítems.

Criterios para asignar puntos parciales:
Para cada uno de los ítems que se presentan a continuación, la respuesta se considera parcialmente correcta si se cumple uno de los criterios que se establecen a continuación:

Ítems del 1 al 3:
En ninguno de ellos se considerarán respuestas parcialmente correctas. Solamente correctas, incorrectas o sin respuesta.

Ítems 4 y 5:
Para ninguno de ellos se considerarán respuestas parcialmente correctas. Solamente correctas, incorrectas o sin respuesta.

Ítem 6:
Se considera parcialmente correcta si presenta solamente un caso particular.

$$25 = 20 + 5$$
$$25 = 10 \times 2 + 5$$
$$\downarrow \quad \downarrow$$
$$= 10 \times x + y$$

También, si presenta solamente la expresión sin llegar a la factorización.

$$(10x + y) + (10y + x)$$

Ítem 7:
Se considera parcialmente correcta si presenta solamente la suma indicada, considerando cualquiera de los casos siguientes:

a) $1, \quad 9, \quad 15, \quad 23,$
$\downarrow$
$1, \quad 1 + 8, \quad 1 + 14, \quad 1 + 22,$
$\downarrow$
$n, \quad n + 8, \quad n + 14, \quad n + 22,$

b) $1, \quad 9, \quad 15, \quad 23,$
$\downarrow$
$9 - 8, \quad 9, \quad 9 + 6, \quad 9 + 14,$
$\downarrow$
$n - 8, \quad n, \quad n + 6, \quad n + 14,$

c) $1, \quad 9, \quad 15, \quad 23,$
$\downarrow$
$15 - 14, \quad 15 - 6, \quad 15, \quad 15 + 8,$
$\downarrow$
$n - 14, \quad n - 6, \quad n, \quad n + 8,$

d) $1, \quad 9, \quad 15, \quad 23,$
$\downarrow$
$23 - 22, \quad 23 - 14, \quad 23 + 8, \quad 23$
$\downarrow$
$n - 22, \quad n - 14, \quad n - 8, \quad n,$

Ítem 8:
Se considera parcialmente correcta si presenta solamente la ecuación que relaciona las distancias recorridas con la distancia total.

$$2x + 3y = 210$$

4. El volumen de un cono está dado por el polinomio $\frac{1}{3}r^2\pi h$, donde π es una constante (número), r es el radio de la base del cono, y h es la altura del cono. Determina el volumen de un cono de 3 cm de radio y 5 cm de altura.

Respuesta:

5. Determina un polinomio para sumar 3 números consecutivos. Establece n como el segundo término de la suma.

Respuesta:

6. Demuestra que la suma de un número de dos cifras con su reverso es múltiplo de 11.

Respuesta:

7. Utiliza polinomios para determinar la suma de los días sombreados en el calendario:

Febrero 2017

L	M	M	J	V	S	D
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28					

Respuesta:

8. Carlos viaja en un auto durante 2 horas a una velocidad de x km/h y durante 3 horas a una velocidad de y km/h, la distancia que recorrerá es de 210 km. Establece el polinomio que representa la situación planteada. Si el primer tramo del trayecto lo recorre a 60 km/h, determina a qué velocidad recorre el segundo tramo.

Respuesta:

2