

Unidad 2. Sistemas de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas

Competencia de la Unidad

Utilizar los sistemas de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas, para resolver situaciones del entorno, aplicando el método de solución que considere más adecuado.

Relación y desarrollo

Séptimo grado

Unidad 4: Comunicación con símbolos

- Expresiones algebraicas
- Operaciones con expresiones algebraicas
- Representación de relaciones entre expresiones matemáticas

Unidad 5: Ecuaciones de primer grado

- Igualdad de expresiones matemáticas
- Ecuación de primer grado
- Aplicación de ecuaciones de primer grado

Octavo grado

Unidad 1: Operaciones algebraicas

- Operaciones con polinomios
- Aplicación de las expresiones algebraicas

Unidad 2: Sistemas de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas

- Métodos para resolver ecuaciones de primer grado con dos incógnitas
- Aplicación de las ecuaciones de primer grado con dos incógnitas

Noveno grado

Unidad 1: Multiplicación de polinomios

- Multiplicación de polinomios
- Productos notables
- Factorización

Unidad 3: Ecuación cuadrática

- Ecuación cuadrática
- Aplicaciones de la ecuación cuadrática

Plan de estudio de la Unidad

Lección	Horas	Clases
1. Métodos para resolver la ecuación de primer grado con dos incógnitas	1	1. Solución de ecuaciones de primer grado con una incógnita
	1	2. Aplicación de ecuaciones de primer grado con una incógnita
	1	3. Sentido de la ecuación de primer grado con dos incógnitas
	1	4. Sistemas de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas
	1	5. Sentido del método de reducción
	1	6. Método de reducción por adición
	1	7. Método de reducción por adición o sustracción, parte 1
	1	8. Método de reducción por adición o sustracción, parte 2
	1	9. Sentido del método de sustitución
	1	10. Método de sustitución
	1	11. Solución de sistemas de ecuaciones con dos incógnitas
	1	12. Sistemas de ecuaciones con coeficientes decimales
	1	13. Sistemas de ecuaciones con coeficientes fraccionarios
	1	14. Sistemas de ecuaciones que contienen signos de agrupación
	1	15. Sistemas de ecuaciones de la forma $ax + by + c = 0$
	2	16. Practica lo aprendido
2. Aplicación de las ecuaciones de primer grado con dos incógnitas	1	1. Aplicación de sistemas de ecuaciones en geometría
	1	2. Aplicación de sistemas de ecuaciones en ciencias naturales
	1	3. Aplicación de sistemas de ecuaciones en aritmética, parte 1

	1	4. Aplicación de sistemas de ecuaciones en aritmética, parte 2
	2	5. Practica lo aprendido
	1	Prueba de la Unidad 2

23 horas clase + prueba de la Unidad 2

Puntos esenciales de cada lección

Lección 1: Métodos para resolver la ecuación de primer grado con dos incógnitas

A partir de la solución de ecuaciones de primer grado con una incógnita, se introducen las ecuaciones de primer grado con dos incógnitas con el objeto de resolver situaciones cotidianas, luego se trabaja con los métodos para resolver sistemas de ecuaciones (el de reducción por adición o sustracción y el método de sustitución), esto cuidando la secuencia del uso del número como coeficiente desde coeficientes enteros e iguales hasta el uso de coeficientes decimales o fraccionarios con distinto valor absoluto; y se finaliza con sistemas de ecuaciones donde se tienen operaciones indicadas.

Se busca fortalecer las competencias de los estudiantes de tal manera que estén en condiciones de resolver un sistema de ecuaciones eligiendo el método más adecuado independientemente del tipo de coeficientes que acompañan a las incógnitas.

Lección 2: Aplicación de la ecuación de primer grado con dos incógnitas

Una vez que se haya aprendido a resolver los sistemas de ecuaciones, se busca aplicarlos para la solución de situaciones de distintos contextos, entre los que se pueden mencionar: geometría, ciencias naturales, aritmética, etc. Es importante garantizar el desarrollo de las competencias del estudiante para que sea él quien esté en condiciones de identificar cuándo es necesario utilizar los sistemas de ecuaciones en la solución de situaciones del entorno.

1.1 Solución de ecuaciones de primer grado con una incógnita

Secuencia:

En la Unidad 5 de séptimo grado se abordó por primera vez el contenido de ecuaciones de primer grado, donde se aprendió a resolver situaciones mediante expresiones matemáticas que permiten determinar el valor que satisface la expresión. En esta clase se busca recordar esos contenidos para preparar al estudiante para la introducción de las ecuaciones de primer grado con dos incógnitas.

Propósito:

①, ② Recordar el proceso de solución de una ecuación de primer grado y determinar el valor de la variable que satisface la igualdad, utilizando adecuadamente las operaciones algebraicas con diferentes tipos de números.

③ Resolver ecuaciones de primer grado considerando diferentes casos de coeficientes para fijar el proceso de solución, y al mismo tiempo recordar las operaciones con números enteros, decimales y fracciones.

Posibles dificultades:

Es la primera clase de la unidad, se espera que en séptimo grado hayan aprendido a resolver ecuaciones, en caso de que lo olvidaran o en algunos casos extremos que no comprendieran los procesos cuando vieron esos contenidos; será necesario que se retroalimenten los procesos a realizar u organizar el trabajo por parejas o equipos de tres para que juntos vayan recordando lo aprendido.

Solución del ejercicio 2c:

$$\begin{aligned} 2. \text{ c) } 0.2x - 0.03 &= 0.17x + 0.21 \\ 0.2x - 0.17x &= 0.21 + 0.03 \\ 0.03x &= 0.24 \\ x &= 8 \end{aligned}$$

Indicador de logro. Utiliza lo aprendido en 7° grado para resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita.

1.1 Solución de ecuaciones de primer grado con una incógnita

① **P**

Resuelve las siguientes ecuaciones:

$$\text{a) } 3 + 4(x - 2) = -3 - 5(x - 5) \quad \text{b) } 0.2x - 0.03 = 0.17x + 0.21 \quad \text{c) } \frac{7}{12}x + \frac{5}{6} = x$$

② **S**

$$\text{a) } 3 + 4(x - 2) = -3 - 5(x - 5) \quad \text{b) } 0.2x - 0.03 = 0.17x + 0.21 \quad \text{c) } \frac{7}{12}x + \frac{5}{6} = x$$

$$\begin{aligned} 3 + 4x - 8 &= -3 - 5x + 25 \\ 4x - 5 &= -5x + 22 \\ 4x + 5x &= 22 + 5 \\ 9x &= 27 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 20x - 3 &= 17x + 21 \\ 20x - 17x &= 21 + 3 \\ 3x &= 24 \\ x &= 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 12 \times \frac{7}{12}x + 12 \times \frac{5}{6} &= 12 \times x \\ 7x + 10 &= 12x \\ 7x - 12x &= -10 \\ -5x &= -10 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

③ **P**

1. Determina el valor de x que satisface las siguientes ecuaciones:

$$\text{a) } 3x - 8 = 4 \quad x = 4 \quad \text{b) } -4x - 2 = -18 \quad x = 4 \quad \text{c) } 2x - 3 = -x - 9 \quad x = -2$$

$$\text{d) } 11x - 15 = 12 + 2x \quad x = 3 \quad \text{e) } 5(2x - 3) - 6 = 4x + 3 \quad x = 4 \quad \text{f) } 3(x - 2) + x = 5(x - 3) + 9 \quad x = 0$$

2. Resuelve las siguientes ecuaciones:

$$\text{a) } 0.5x - 1.2 = 0.4x + 3.3 \quad x = 45 \quad \text{b) } 3 + 0.8x = 2.4 + 0.9x \quad x = 6$$

$$\text{c) } 0.2x - 0.04 = 0.16x + 0.28 \quad x = 8 \quad \text{d) } 1.31x + 0.04 = 1.35x - 0.04 \quad x = 2$$

3. Resuelve los siguientes ejercicios:

$$\text{a) } \frac{1}{2}x - 3 = \frac{1}{4}x \quad x = 12 \quad \text{b) } -\frac{x}{3} - \frac{5}{6} = -\frac{4}{3} \quad x = \frac{3}{2}$$

$$\text{c) } -\frac{1}{4} = \frac{5}{4}x + \frac{5}{8} \quad x = -\frac{7}{10} \quad \text{d) } -\frac{x+5}{2} = \frac{3}{4} \quad x = \frac{-13}{2}$$

$$\text{e) } \frac{x-3}{3} = \frac{1}{6}x \quad x = 6 \quad \text{f) } \frac{-5x-4}{3} = -\frac{3}{4} \quad x = \frac{5}{4}$$

$$\text{g) } \frac{x+5}{12} = \frac{x+7}{24} \quad x = -3 \quad \text{h) } -\left(\frac{x+3}{2}\right) - \frac{x}{4} = \frac{3}{2} \quad x = -4$$

22

Tarea: página 24 del Cuaderno de Ejercicios.

Fecha:

U2 1.1

① **P**

Resuelve las ecuaciones:

$$\text{a) } 3 + 4(x - 2) = -3 - 5(x - 5)$$

$$\text{b) } 0.2x - 0.03 = 0.17x + 0.21$$

$$\text{c) } \frac{7}{12}x + \frac{5}{6} = x$$

② **S**

$$\text{a) } 3 + 4(x - 2) = -3 - 5(x - 5)$$

$$3 + 4x - 8 = -3 - 5x + 25$$

$$4x - 5 = -5x + 22$$

$$4x + 5x = 22 + 5$$

$$9x = 27$$

$$x = 3$$

Será necesario presentar la solución de las 3 ecuaciones.

③ **R**

$$\begin{aligned} 1. \text{ a) } 3x - 8 &= 4 \\ 3x &= 12 \\ x &= 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. \text{ b) } -4x - 2 &= -18 \\ -4x &= -16 \\ x &= 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3. \text{ c) } 2x - 3 &= -x - 9 \\ 2x + x &= -6 \\ x &= -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4. \text{ d) } 11x - 15 &= 12 + 2x \\ 9x &= 12 + 15 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

1.2 Aplicación de las ecuaciones de primer grado con una incógnita

Indicador de logro. Utiliza lo aprendido sobre ecuaciones de primer grado con una incógnita para resolver situaciones cotidianas.

1.2 Aplicación de las ecuaciones de primer grado con una incógnita

① **P**

Resuelve la siguiente situación: una laguna tiene 1200 m de perímetro, Ana corre a una velocidad de 140 m/min en dirección horaria, mientras que José corre a una velocidad de 160 m/min en sentido antihorario. Si ambos salen del mismo punto al mismo tiempo, ¿en cuántos minutos se vuelven a encontrar?



Unidad 2

② **S**

La suma de las distancias recorridas por Ana y José es equivalente a 1200 m.

	Ana	José
Velocidad (metros/minutos)	140 m/min	160 m/min
Tiempo (minutos)	x	x
Distancia (metros)	$140x$	$160x$

$$140x + 160x = 1200$$

$$300x = 1200$$

$$x = \frac{1200}{300}$$

$$x = 4$$

Ana y José se encontrarán después de 4 minutos.

③ **P**

- Julia tiene una librería, ella tiene \$5 de ganancias por cada libro que vende y sus gastos mensuales de funcionamiento son de \$150, ¿cuál es la mínima cantidad de libros que necesita vender para no quedar endeudada? **30 libros.**
- Un tanque está lleno de agua. Al utilizar la cuarta parte por la mañana y la octava parte por la tarde quedan en el tanque 100 galones, ¿cuál es la capacidad del tanque? **160 galones.**
- Marta renta un equipo multimedia a \$20 por día de uso, más una cuota única de \$10, cuando se retira el equipo del local. José tiene un negocio del mismo tipo en el que cobra \$18 por día de uso del equipo, más una cuota única de \$26 al retirar el equipo. Carlos desea alquilar el equipo por 5 días, ¿a los cuántos días el costo del alquiler es el mismo en los dos negocios?, ¿en cuál negocio debe alquilar el equipo Carlos? **A los 8 días y Carlos debe alquilar el equipo donde Marta.**
- Se contrata un bus para hacer una excursión, si se hubieran completado los asientos el costo del pasaje por persona hubiera sido de \$10, pero faltaron 10 personas, entonces el costo del pasaje por persona es de \$15. ¿Cuántos asientos tiene el bus? **30 asientos.**
- Un vehículo sale de la ciudad A a la velocidad de 60 km/h, dos horas más tarde sale de la misma ciudad otro vehículo, siguiendo al primero, con una velocidad de 90 km/h.
 - ¿En cuántas horas alcanza el otro vehículo al primero? **4 horas.**
 - Si la distancia entre la ciudad A y otra ciudad B fuera 350 km, ¿lograría el segundo auto alcanzar al primero? **No logra alcanzarlo, pues lo alcanzará cuando haya recorrido 360 km.**

23

Secuencia:

En séptimo grado se resolvieron situaciones mediante el uso de ecuaciones de primer grado, en esta clase se recordará el proceso resolviendo situaciones análogas para que se re-actualice y fije el aprendizaje sobre las aplicaciones de las ecuaciones de primer grado con una incógnita; y así preparar al estudiante para el estudio de las ecuaciones de primer grado con dos incógnitas.

Propósito:

①, ② Modelar una situación mediante una expresión algebraica que permita determinar el valor de la variable desconocida (tiempo).

③ Resolver situaciones de diferentes contextos, mediante el uso de las ecuaciones de primer grado con una incógnita.

Posibles dificultades:

Algunos estudiantes podrían tener dificultades para modelar las situaciones, o en algunos casos extremos, en resolver las ecuaciones. En esos casos será necesario verificar el total de estudiantes y si son pocos pueden organizarse por equipos para que superen dificultades con el apoyo entre estudiantes, y si es la mayoría, será necesario dar una explicación general.

Solución del ejercicio 5. a):

x : número de horas en que alcanza a otro automóvil.

$$60(x + 2) = 90x$$

$$60x + 120 = 90x$$

$$-30x = -120$$

$$x = 4$$

Tarea: página 25 del Cuaderno de Ejercicios.

Fecha:

U2 1.2

P

Perímetro de la laguna: 1200 m
Velocidad de Ana: 140 m/min
Velocidad de José: 160 m/min
Si ambos salen del mismo punto al mismo tiempo, ¿en cuántos minutos se vuelven a encontrar?

S

Distancia recorrida por Ana: $140x$
Distancia recorrida por José: $160x$
 $140x + 160x = 1200$
 $300x = 1200$
 $x = \frac{1200}{300}$
 $x = 4$

R

- $5x = 150; x = 30$
- $x - \frac{1}{4}x - \frac{1}{8}x = 100; x = 160$
- $20x + 10 = 18x + 26;$
 $x = 8;$ en la sucursal de Marta.
- $10x = 15(x - 10); x = 30$

1.3 Sentido de la ecuación de primer grado con dos incógnitas

Secuencia:

Los estudiantes han recordado y practicado la solución de ecuaciones de primer grado con una incógnita, es el momento de ampliar el conocimiento sobre ecuaciones y se inicia con una situación en la que intervienen dos incógnitas, con el objeto de generar la necesidad de su uso para resolver situaciones del entorno. Se espera que con los conocimientos previos los estudiantes puedan resolverla y que al finalizar se pueda concretizar el concepto de ecuación de primer grado con dos incógnitas; así como el concepto de sistema.

Propósito:

①, ② Determinar todos los valores que satisfacen la condición establecida sobre el número de tiros acertados por el jugador, mediante el cual se formalizará el concepto de ecuación de primer grado con dos incógnitas.

③ Resolver una situación que tiene una doble condición para introducir el concepto de sistema de ecuaciones, mediante el uso de tablas como apoyo visual.

④ Fijar el proceso de solución de un sistema de ecuaciones mediante el uso de tablas.

Posibles dificultades:

Puede que algunos estudiantes no logren representar algebraicamente las condiciones dadas en las situaciones, en ese caso es importante hacer énfasis en la relación entre lenguaje común y el lenguaje algebraico.

Indicador de logro. Resuelve una situación mediante una ecuación o un sistema de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas.

1.3 Sentido de la ecuación de primer grado con dos incógnitas

① **P** Carlos es un jugador de baloncesto, y en la final de 2015 acertó 7 tiros en total, ¿cuántos tiros libres y de 2 puntos acertó?

- a) Considerando que acertó x tiros libres y y tiros de 2 puntos, escribe una ecuación que represente la condición "acertó 7 tiros."
b) Construye una tabla para determinar los valores para x y y .

② **S** a) Considerando x tiros libres y y tiros de 2 puntos, entonces al formar la ecuación con la condición "acertó 7 tiros", se obtiene $x + y = 7$.

b)

x	0	1	2	3	4	5	6	7
y	7	6	5	4	3	2	1	0
Total acertado	7	7	7	7	7	7	7	7

Las ecuaciones de la forma $x + y = 7$ se llaman **ecuaciones de primer grado con dos incógnitas**, y tal como se desarrolló anteriormente, para estas ecuaciones existe más de un par de valores que las satisfacen.

Las ecuaciones que se aprendieron en séptimo grado se llaman ecuaciones de primer grado con una incógnita, por ejemplo:
 $5x + 6 = 21$

Ahora se tienen dos valores desconocidos: x y y , por lo que se les denomina con dos incógnitas.

③ **E** Según Carlos, por acertar 7 tiros obtuvo 10 puntos. ¿Cuántos tiros libres y cuántos de 2 puntos acertó?

- a) Escribe una ecuación que represente la condición "obtuvo 10 puntos."
b) Agrega una fila a la tabla anterior y encuentra los pares de valores que cumplen la nueva condición.

x	0	1	2	3	4	5	6	7
y	7	6	5	4	3	2	1	0
Total acertado: $x + y$	7	7	7	7	7	7	7	7
Total de puntos: $x + 2y$	14	13	12	11	10	9	8	7

Se considera siempre que ha acertado x tiros libres y y tiros de 2 puntos, entonces al formar una expresión con la condición "obtuvo 10 puntos", se obtiene $x + 2y = 10$.

C Para satisfacer las dos condiciones y encontrar los valores de x y y que satisfagan las dos condiciones, se plantean las dos ecuaciones de forma simultánea $\begin{cases} x + y = 7 \\ x + 2y = 10 \end{cases}$

A la combinación de dos ecuaciones se le llama **sistema de dos ecuaciones** y la solución del sistema será el par de valores que satisfacen las dos ecuaciones. En el ejemplo, la solución del sistema es $x = 4$, $y = 3$.

④ **P** Lee la siguiente situación:

Ana tiene en su cartera 8 billetes, haciendo un total de \$55, unos billetes son de \$5 y otros de \$10. ¿Cuántos billetes de cada tipo tiene, considerando que Ana tiene x billetes de \$5 y y de \$10?

- a) Escribe una ecuación que represente la condición "Ana tiene 8 billetes". $x + y = 8$
b) Escribe una ecuación que represente la condición "un total de \$55". $5x + 10y = 55$
c) Elabora la tabla y determina cuántos billetes de cada tipo tiene. $x = 5$, $y = 3$

24

Tarea: página 26 del Cuaderno de Ejercicios.

Fecha:

U2 1.3

P ¿Cuántos tiros libres y de 2 puntos acertó?

Acertó x tiros libres y y tiros de 2 puntos

Determinar los valores para x y y

S $x + y = 7$

x	0	1	2	3	4	5	6	7
y	7	6	5	4	3	2	1	0
Total	7	7	7	7	7	7	7	7

E

x	0	1	2	3	4	5	6	7
y	7	6	5	4	3	2	1	0
$x + y$	7	7	7	7	7	7	7	7
$x + 2y$	14	13	12	11	10	9	8	7

R a) $x + y = 8$
b) $5x + 10y = 55$

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
y	8	7	6	5	4	3	2	1	0
$x + y$	8	8	8	8	8	8	8	8	8
$5x + 10y$	80	75	70	65	60	55	50	45	40

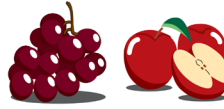
1.4 Sistemas de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas

Indicador de logro. Determina el valor de las incógnitas que cumplen un sistema de ecuaciones de la forma $ax + by + c = 0$

1.4 Sistemas de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas

① **P**

En la tienda Vida Sana, una libra de uvas y una de manzanas cuesta \$5 y una libra de uvas y tres de manzanas cuesta \$11. ¿Cuál es el precio de una libra de uvas y una libra de manzanas?



- Representa cada condición con una ecuación.
- Construye una tabla para determinar los pares de valores que cumplen cada ecuación.

② **S**

- Considera como x el precio de la libra de uvas y como y el precio de la libra de manzanas.

Costo de una libra de uvas + costo de una libra de manzanas $\longrightarrow x + y = 5$

Costo de una libra de uvas + costo de tres libras de manzanas $\longrightarrow x + 3y = 11$

- Para elaborar la tabla, considera las dos condiciones $\begin{cases} x + y = 5 \\ x + 3y = 11 \end{cases}$

x	0	1	2	3	4	5
y	5	4	3	2	1	0
$x + y$	5	5	5	5	5	5
$x + 3y$	15	13	11	9	7	5

Los valores para x y y que cumplen las dos condiciones son $x = 2, y = 3$; entonces, el precio de una libra de uvas es de \$2 y el de manzanas \$3.

C

Los valores que cumplen las dos condiciones del problema se les llama **solución del sistema**, entonces **resolver un sistema de ecuaciones** es encontrar los valores que satisfacen las dos ecuaciones.

③ **P**

- De los siguientes pares de valores, ¿cuál es la solución del sistema de ecuaciones $\begin{cases} x - y = 10 \\ 2x + y = 32 \end{cases}$?

- $x = 15, y = 5$
- $x = 20, y = 6$
- $x = 14, y = 4$

El literal c)

- ¿A cuál sistema de ecuaciones corresponde la solución $x = 3, y = 1$?

- $\begin{cases} x + y = 4 \\ 2x - y = 6 \end{cases}$
- $\begin{cases} x + y = 4 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$
- $\begin{cases} x + y = 4 \\ 3x + 2y = 11 \end{cases}$

El literal c)

25

Secuencia:

En la clase anterior se introdujo el concepto de ecuación de primer grado con dos incógnitas y el concepto de sistemas de ecuaciones; para esta clase se trabajará con el concepto de **solución del sistema**, en un primer momento mediante el uso de la tabla como recurso auxiliar, luego se espera que puedan verificar si un par de valores corresponden a la solución del sistema, sustituyendo los respectivos valores para las variables y realizando las operaciones necesarias.

Propósito:

①, ② Determinar la solución de un sistema mediante el uso de una tabla como recurso de apoyo.

③ Fijar el concepto de solución de un sistema. En esta clase se consideran tres casos:

- En el Problema inicial, dado que el sistema utiliza la tabla para determinar la solución.
- En el ejercicio 1, dado un sistema y algunos pares de valores para las incógnitas, el estudiante deberá hacer una sustitución en el sistema para que al realizar las operaciones necesarias pueda determinar cuál es la solución.
- En el ejercicio 2, dado un par de valores y algunos sistemas, debe determinar de cuál de los sistemas es solución el par de valores.

En el caso 1 y 2, es necesario el uso de la sustitución de valor numérico en las ecuaciones.

Posibles dificultades:

Es probable que los estudiantes no hagan la sustitución adecuada o que las operaciones indicadas no sean realizadas utilizando la ley de los signos adecuadamente.

En ambos casos será importante buscar la manera de superarlas, para ello se puede tomar como opción organizar a los estudiantes de tal forma que los más aventajados puedan dar apoyo a los que presenten dificultades.

Tarea: página 27 del Cuaderno de Ejercicios.

Fecha:

U2 1.4

P

- Representa cada condición con una ecuación.
- Construye una tabla de valores que cumplen cada ecuación.

S

x : precio de lb de uvas
 y : precio de lb de manzanas
 1 lb uvas + 1 lb M: $x + y = 5$
 1 lb uvas + 3 lb M: $x + 3y = 11$

x	0	1	2	3	4	5
y	5	4	3	2	1	0
$x + y$	5	5	5	5	5	5
$x + 3y$	15	13	11	9	7	5

R

- $\begin{cases} x - y = 10 \\ 2x + y = 32 \end{cases}$
 c) $x = 14, y = 4$

- De cuál sistema de ecuaciones es solución, $x = 3, y = 1$?

- $\begin{cases} x + y = 4 \\ 3x + 2y = 11 \end{cases}$

1.5 Sentido del método de reducción

Secuencia:

Anteriormente se trabajó una forma para determinar la solución de un sistema y una manera de verificar si un par de valores son o no solución del sistema. En esta clase se introducirá un método para determinar la solución de un sistema de una manera más práctica.

Se comienza con el uso de recursos gráficos que le permitan asimilar con facilidad los pasos a seguir y de manera simultánea se van concretizando los pasos de manera algebraica para formalizar el método utilizado.

Propósito:

①, ② Ilustrar el paso a paso del método de reducción por sustracción para resolver sistemas de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas, en los casos en que los coeficientes son iguales.

③ Practicar el proceso de solución de un sistema de ecuaciones mediante el método de reducción por sustracción.

Posibles dificultades:

Puede que no se haya fijado bien el proceso de solución de ecuaciones de primer grado con una incógnita, en ese caso será necesario buscar una estrategia para la fijación del proceso de solución.

Probablemente el estudiante no reduzca adecuadamente las ecuaciones, en ese caso será necesario asignar una actividad por equipos para que se practique la reducción de términos semejantes.

Solución del primer ítem:

$$a) \begin{cases} 2x + 7y = 22 & \textcircled{1} \\ 2x + 3y = 14 & \textcircled{2} \end{cases}$$

Restando miembro a miembro:

$$\begin{array}{r} 2x + 7y = 22 \\ (-) 2x + 3y = 14 \\ \hline 4y = 8 \\ y = 2 \end{array}$$

Sustituyendo $y = 2$ en la ecuación ②

$$\begin{array}{r} 2x + 3y = 14 \\ 2x + 3 \times 2 = 14 \\ 2x + 6 = 14 \\ 2x = 8 \\ x = 4 \end{array}$$

Indicador de logro. Resuelve un sistema de ecuaciones con dos incógnitas en el que una de ellas tiene coeficientes de igual signo e igual valor absoluto, mediante el método de reducción por sustracción.

1.5 Sentido del método de reducción

① **P**

En el Mercado Central el precio de 2 piñas y 5 sandías es de 12 dólares y el de 2 piñas y 3 sandías es de 8 dólares, ¿cuál es el precio de 1 piña y de 1 sandía?



② **S**

Si se representa gráficamente:

Precio de 1 piña ●, precio de 1 sandía ●.

●●●●● → 12 dólares ①

●●●● → 8 dólares ②

●● → 4 dólares ③

● → 2 dólares

El precio de 1 piña es de \$1 y el de la sandía de \$2.

Llamando x dólares al precio de la piña y y dólares al de la sandía, al representar la solución gráfica 1 y 2 se tiene:

$$\begin{cases} 2x + 5y = 12 & \textcircled{1} \\ 2x + 3y = 8 & \textcircled{2} \end{cases}$$

A partir de estas dos ecuaciones se obtiene: $2y = 4$ ③
 $y = 2$

$2x + 3 \times 2 = 8$, de donde se obtiene $x = 1$.

C

Para resolver un sistema de ecuaciones en el que los coeficientes de una de las incógnitas tienen igual signo e igual valor absoluto:

1. Se encuentra la diferencia restando los miembros izquierdos y derechos de las dos ecuaciones, respectivamente.

$$\begin{array}{r} 2x + 5y = 12 \\ (-) 2x + 3y = 8 \\ \hline 2y = 4 \\ y = 2 \end{array}$$

2. Se obtiene una nueva ecuación con una incógnita.

3. Se resuelve la ecuación obtenida.

4. Se sustituye el valor obtenido en cualquiera de las dos ecuaciones del sistema.

Sustituyendo $y = 2$ en la ecuación ②

$$\begin{array}{r} 2x + 3y = 8 \\ 2x + 3 \times 2 = 8 \\ 2x + 6 = 8 \\ 2x = 2 \\ x = 1 \end{array}$$

Al proceso descrito se le llama **reducción**. Por ejemplo, para el sistema resuelto, x tiene coeficientes de igual valor absoluto e igual signo.

$$\begin{cases} 2x + 5y = 12 \\ 2x + 3y = 8 \end{cases}$$

③

Resuelve los sistemas de ecuaciones aplicando reducción por sustracción.

$$a) \begin{cases} 2x + 7y = 22 \\ 2x + 3y = 14 \end{cases} \\ x = 4, y = 2$$

$$b) \begin{cases} 3x - 2y = 20 \\ 2x - 2y = 10 \end{cases} \\ x = 10, y = 5$$

$$c) \begin{cases} -x + 34y = 0 \\ 2x + 34y = 9 \end{cases} \\ x = 3, y = \frac{3}{34}$$

26

Tarea: página 28 del Cuaderno de Ejercicios.

Fecha:

U2 1.5

P

El precio de 2 piñas y 5 sandías es \$12.
El de 2 piñas y 3 sandías es \$8.
¿Cuál es el precio de 1 piña y de 1 sandía?

S

$$\begin{cases} 2x + 5y = 12 \\ 2x + 3y = 8 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 2x + 5y = 12 \\ (-) 2x + 3y = 8 \\ \hline 2y = 4 \\ y = 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2x + 3 \times 2 = 8 \\ 2x + 6 = 8 \\ 2x = 2 \\ x = 1 \end{array}$$

R

$$a) \begin{cases} 2x + 7y = 22 \\ 2x + 3y = 14 \end{cases}$$

$$x = 4, y = 2$$

$$b) \begin{cases} 3x - 2y = 20 \\ 2x - 2y = 10 \end{cases}$$

$$x = 10, y = 5$$

$$c) \begin{cases} -x + 34y = 0 \\ 2x + 34y = 9 \end{cases}$$

$$x = 3, y = \frac{3}{34}$$

1.6 Método de reducción por adición

Indicador de logro. Aplica el método de reducción por adición para resolver sistemas de ecuaciones con dos incógnitas, en las que el valor absoluto de los coeficientes de una de ellas es igual, pero con distinto signo.

1.6 Método de reducción por adición

① **P**

Resuelve el sistema de ecuaciones $\begin{cases} 3x - 5y = 25 & \textcircled{1} \\ 5x + 5y = 15 & \textcircled{2} \end{cases}$

Considera los signos de los coeficientes e indica qué operación realizar para aplicar el método de reducción.

Considera el signo y valor absoluto de los coeficientes de la letra y .

② **S**

Al sumar los miembros izquierdo y derecho, respectivamente, de las dos ecuaciones se obtiene:

$$\begin{array}{r} 3x - 5y = 25 \quad \longrightarrow \textcircled{1} \\ (+) 5x + 5y = 15 \quad \longrightarrow \textcircled{2} \\ \hline 8x \quad = 40 \\ x = 5 \end{array}$$

Generalmente, en álgebra, se suprime el símbolo \times y se expresa la multiplicación con paréntesis; por ejemplo, $5 \times 5 = 5(5)$.

Sustituye $x = 5$ en $\textcircled{2}$ y encuentra el valor de y ,

$$\begin{array}{l} 5x + 5y = 15 \\ 5(5) + 5y = 15 \\ 5y = 15 - 25 \\ 5y = -10 \\ y = -2 \end{array}$$

La solución del sistema es $x = 5, y = -2$.

C

Para resolver un sistema de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas, aplicando reducción, es necesario considerar siempre el valor absoluto y el signo de los coeficientes de las incógnitas.

Si los coeficientes de una de ellas tienen igual valor absoluto pero distinto signo, se suman respectivamente los términos en ambos miembros de las dos ecuaciones.

Por ejemplo, en el sistema resuelto anteriormente, los coeficientes de y tienen igual valor absoluto, pero distinto signo:

$$\begin{cases} 3x - 5y = 25 \\ 5x + 5y = 15 \end{cases}$$

Tal como se muestra, cuando se resuelve un sistema de ecuaciones aplicando reducción, se obtiene una tercera ecuación con una incógnita:

- Si la ecuación obtenida no contiene a y , se dice **reducir y** .
- Si la ecuación obtenida no contiene a x , se dice **reducir x** .

③ **R**

Resuelve los sistemas de ecuaciones aplicando el método de reducción por adición.

a) $\begin{cases} 7x - 4y = 3 \\ 2x + 4y = 42 \\ x = 5, y = 8 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x + 3y = 20 \\ -2x + 5y = -4 \\ x = 7, y = 2 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3x + 2y = 4 \\ -3x - 4y = -2 \\ x = 2, y = -1 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x - 2y = -7 \\ -2x + 2y = 2 \\ x = 5, y = 6 \end{cases}$

Secuencia:

En la clase anterior se resolvieron ecuaciones en las que únicamente se resta miembro a miembro para reducir las a una ecuación con una incógnita. En esta clase se resolverán ecuaciones en las que una de las incógnitas tiene igual coeficiente pero con signo distinto, por lo que únicamente será necesario sumar miembro a miembro para reducir las a una ecuación con una sola incógnita.

Propósito:

①, ② Resolver un sistema de ecuaciones para modelar el proceso de reducción por adición, haciendo énfasis en la naturaleza del número y signo de los coeficientes.

③ Fijar el proceso de solución de un sistema de ecuaciones, mediante el método de reducción por adición, cuando los coeficientes de la incógnita a reducir tienen igual valor absoluto; pero distinto signo.

Solución del primer ítem:

a) $\begin{cases} 7x - 4y = 3 \\ 2x + 4y = 42 \end{cases}$

Sumando miembro a miembro:

$$\begin{array}{r} 7x - 4y = 3 \quad \longrightarrow \textcircled{1} \\ (+) 2x + 4y = 42 \quad \longrightarrow \textcircled{2} \\ \hline 9x \quad = 45 \\ x = 5 \end{array}$$

Sustituye $x = 5$ en $\textcircled{2}$ y calcula el valor de y :

$$\begin{array}{l} 2x + 4y = 42 \\ 2(5) + 4y = 42 \\ 4y = 42 - 10 \\ 4y = 32 \\ y = 8 \end{array}$$

La solución del sistema es $x = 5, y = 8$.

Tarea: página 29 del Cuaderno de Ejercicios.

Fecha:

P Resuelve:

$$\begin{cases} 3x - 5y = 25 & \textcircled{1} \\ 5x + 5y = 15 & \textcircled{2} \end{cases}$$

U2 1.6

R a) $\begin{cases} 7x - 4y = 3 \\ 2x + 4y = 42 \end{cases} \quad x = 5, y = 8$

b) $\begin{cases} 2x + 3y = 20 \\ -2x + 5y = -4 \end{cases} \quad x = 7, y = 2$

c) $\begin{cases} 3x + 2y = 4 \\ -3x - 4y = -2 \end{cases} \quad x = 2, y = -1$

d) $\begin{cases} x - 2y = -7 \\ -2x + 2y = 2 \end{cases} \quad x = 5, y = 6$

S

$$\begin{array}{r} 3x - 5y = 25 \quad \longrightarrow \textcircled{1} \\ (+) 5x + 5y = 15 \quad \longrightarrow \textcircled{2} \\ \hline 8x \quad = 40 \\ x = 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 5x + 5y = 15 \\ 5(5) + 5y = 15 \\ 5y = -10 \\ y = -2 \end{array}$$

1.7 Método de reducción por adición o sustracción, parte 1

Secuencia:

En las dos clases anteriores de esta unidad, se ha aprendido el método de solución de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas; pero en ambos casos se tiene una incógnita cuyos coeficientes tienen igual valor absoluto y que únicamente presentan diferencia en signos, por lo que en un caso se resta y en el otro se realiza una suma para reducir las ecuaciones a una sola con dos incógnitas. Para esta clase se resolverán sistemas en los que es necesario transformar una de las ecuaciones para obtener uno de los dos casos conocidos, para ello se buscará multiplicar cada uno de los términos por un número conveniente.

Propósito:

①, ② Resolver un sistema de ecuaciones en el que es necesario transformar una de las ecuaciones multiplicando por un número adecuado en ambos miembros para aplicar el método de reducción por adición o sustracción.

③ Fijar el proceso de solución de un sistema de ecuaciones mediante el método de solución por adición o sustracción, cuando es necesario transformar una de las ecuaciones para reducirla a una incógnita.

Posibles dificultades:

No haberse fijado bien el proceso de solución de ecuaciones de primer grado con una incógnita; en ese caso será necesario asignar algunos ejercicios para que los estudiantes practiquen.

Solución del primer ejercicio:

$$\text{a) } \begin{cases} 2x + y = 9 & \textcircled{1} \\ 3x + 5y = 17 & \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} \textcircled{1} \times 5 \longrightarrow 10x + 5y = 45 \\ \textcircled{2} \longrightarrow (-) \quad 3x + 5y = 17 \\ \hline 7x = 28 \\ x = 4 \end{array}$$

Sustituyendo x en $\textcircled{1}$

$$\begin{array}{r} 2x + y = 9 \\ 2(4) + y = 9 \\ 8 + y = 9 - 8 \\ y = 1 \end{array}$$

La solución del sistema es:
 $x = 4, y = 1$

Indicador de logro. Utiliza el método de reducción por adición o sustracción para resolver sistemas de ecuaciones con dos incógnitas, donde en una de ellas un coeficiente es múltiplo del otro.

1.7 Método de reducción por adición o sustracción, parte 1

① **P** ¿Cómo puedes reducir un sistema cuando los valores absolutos de los coeficientes de la incógnita a reducir no son iguales?

Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones: $\begin{cases} x + 3y = -4 & \textcircled{1} \\ 4x + 2y = 4 & \textcircled{2} \end{cases}$

② **S**

$$\begin{array}{r} \textcircled{1} \times 4 \longrightarrow 4x + 12y = -16 \\ \textcircled{2} \longrightarrow (-) \quad 4x + 2y = 4 \\ \hline 10y = -20 \\ y = -2 \end{array}$$

Sustituyendo y en $\textcircled{1}$

$$\begin{array}{r} x + 3y = -4 \\ x + 3(-2) = -4 \\ x - 6 = -4 \\ x = -4 + 6 \\ x = 2 \end{array}$$

La solución del sistema es $x = 2, y = -2$.

Recuerda la propiedad de las igualdades: cuando multiplicas una ecuación por un número, se multiplica todos los términos de ambos miembros. Por ejemplo, si multiplicas la ecuación $x + 3y = -4$ por 4:

$$4(x + 3y) = 4(-4)$$

C Para resolver el sistema de ecuaciones donde ninguna de las incógnitas tiene coeficiente con igual valor absoluto, pero al analizar los coeficientes para una de las incógnitas uno es múltiplo del otro, es necesario:

1. Identificar la incógnita que conviene reducir.
2. Multiplicar una ecuación por un número de modo que el valor absoluto del coeficiente sea igual al coeficiente de la misma incógnita de la otra ecuación.
3. Determinar qué operación realizar: suma o resta.
4. Resolver la ecuación reducida.
5. Sustituir el valor encontrado en el numeral 4 en cualquiera de las ecuaciones del sistema.

Para el ejemplo resuelto se eligió reducir x , pues tiene coeficiente 1 en $\textcircled{1}$.

③ **R** Resuelve los sistemas de ecuaciones aplicando el método de reducción por adición o sustracción.

a) $\begin{cases} 2x + y = 9 \\ 3x + 5y = 17 \end{cases}$
 $x = 4, y = 1$

b) $\begin{cases} 5x + 6y = 8 \\ x + 3y = 7 \end{cases}$
 $x = -2, y = 3$

c) $\begin{cases} 3x + 2y = 25 \\ 9x + 5y = 64 \end{cases}$
 $x = 1, y = 11$

d) $\begin{cases} 2x + 3y = -1 \\ 6x + 5y = -7 \end{cases}$
 $x = -2, y = 1$

Identificar la incógnita en la que se desea reducir, luego pensar un número por el que se debe multiplicar para que sus coeficientes tengan igual valor absoluto.

28

Tarea: página 30 del Cuaderno de Ejercicios.

Fecha: **U2 1.7**

P Resuelve $\begin{cases} x + 3y = -4 & \textcircled{1} \\ 4x + 2y = 4 & \textcircled{2} \end{cases}$

S

$$\begin{array}{r} \textcircled{1} \times 4 \longrightarrow 4x + 12y = -16 \\ \textcircled{2} \longrightarrow (-) \quad 4x + 2y = 4 \\ \hline 10y = -20 \\ y = -2 \end{array}$$

Sustituyendo y en $\textcircled{1}$

$$\begin{array}{r} x + 3y = -4 \\ x + 3(-2) = -4 \\ x - 6 = -4 \\ x = -4 + 6 \\ x = 2 \end{array}$$

R a) $\begin{cases} 2x + y = 9 \\ 3x + 5y = 17 \end{cases}$
 $x = 4, y = 1$

b) $\begin{cases} 5x + 6y = 8 \\ x + 3y = 7 \end{cases}$
 $x = -2, y = 3$

c) $\begin{cases} 3x + 2y = 25 \\ 9x + 5y = 64 \end{cases}$
 $x = 1, y = 11$

d) $\begin{cases} 2x + 3y = -1 \\ 6x + 5y = -7 \end{cases}$
 $x = -2, y = 1$

1.8 Método de reducción por adición o sustracción, parte 2

Indicador de logro. Resuelve un sistema de ecuaciones con dos incógnitas, en las que el valor absoluto de los coeficientes es diferente, mediante el método de reducción.

1.8 Método de reducción por adición o sustracción, parte 2

① **P**

Resuelve el sistema $\begin{cases} 3x - 4y = 3 & \textcircled{1} \\ 2x - 3y = 1 & \textcircled{2} \end{cases}$

¿Qué debes hacer para que los coeficientes de una de las incógnitas tengan igual valor absoluto y apliques el método de reducción?

② **S**

$$\begin{array}{l} \textcircled{1} \times 2 \longrightarrow 6x - 8y = 6 \\ \textcircled{2} \times 3 \longrightarrow (-) 6x - 9y = 3 \\ \hline y = 3 \end{array}$$

Sustituyendo y en $\textcircled{2}$

$$\begin{array}{l} 2x - 3y = 1 \\ 2x - 3(3) = 1 \\ 2x - 9 = 1 \\ 2x = 1 + 9 \\ 2x = 10 \\ x = 5 \end{array}$$

La solución del sistema es $x = 5, y = 3$.

$$\begin{array}{l} \textcircled{1} \times 3 \longrightarrow 9x - 12y = 9 \\ \textcircled{2} \times 4 \longrightarrow (-) 8x - 12y = 4 \\ \hline x = 5 \end{array}$$

Sustituyendo x en $\textcircled{1}$

$$\begin{array}{l} 3x - 4y = 3 \\ 3(5) - 4y = 3 \\ 15 - 4y = 3 \\ -4y = 3 - 15 \\ -4y = -12 \\ y = 3 \end{array}$$

La solución del sistema es $x = 5, y = 3$.

C

Para resolver el sistema de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas aplicando reducción, es necesario:

1. Identificar la incógnita que se va a reducir.
2. Multiplicar cada una de las ecuaciones por un número de tal manera que la incógnita que se va a reducir tenga coeficientes de igual valor absoluto.
3. Identificar si se suma o resta para reducir.
4. Resolver la ecuación reducida.
5. Sustituir el valor obtenido en la ecuación reducida, en una de las ecuaciones del sistema.

③ **R**

Resuelve los sistemas de ecuaciones aplicando el método de reducción por adición o sustracción.

a) $\begin{cases} 3x - 2y = 18 \\ 7x - 5y = 41 \end{cases}$
 $x = 8, y = 3$

b) $\begin{cases} 2x + 3y = 37 \\ 3x + 5y = 58 \end{cases}$
 $x = 11, y = 5$

c) $\begin{cases} 6x - 5y = -1 \\ 4x - 3y = 1 \end{cases}$
 $x = 4, y = 5$

d) $\begin{cases} \frac{1}{2}x + 2y = 6 \\ \frac{1}{2}x - 2y = 0 \end{cases}$
 $x = 6, y = \frac{3}{2}$

Para igualar los valores absolutos de los coeficientes primero piensa la incógnita que vas a reducir

Para tener coeficientes del mismo valor absoluto, se puede pensar en el mcm de los coeficientes para que los cálculos sean más sencillos.

29

Secuencia:

Anteriormente se resolvieron sistemas de ecuaciones en las que es necesario transformar una de las ecuaciones para poder aplicar el método de reducción por adición o sustracción dependiendo de los signos que acompañan a la variable seleccionada; para esta clase se resolverán sistemas en los que será necesario transformar las dos ecuaciones para poder eliminar una incógnita. Para transformar las ecuaciones será necesario pensar en multiplicar un número que lleve a una incógnita a coeficientes iguales.

Propósito:

①, ② Resolver un sistema de ecuaciones donde es necesario transformar las dos ecuaciones multiplicando por números adecuados para poder reducir las a una con una incógnita.

③ Fijar el proceso de solución de un sistema de ecuaciones lineales mediante el método de reducción por adición o sustracción, considerando la necesidad de transformar las ecuaciones para poder reducir.

Posibles dificultades:

Probablemente no puedan seleccionar adecuadamente el número por el que se deba multiplicar cada una de las ecuaciones para reducir en la variable seleccionada; en ese caso será necesario hacer un recordatorio sobre el mínimo común múltiplo para que se les facilite identificar por cuál número multiplicar y de ser necesario asignar algunos ejercicios para que practiquen.

Solución del primer ejercicio:

a) $\begin{cases} 3x - 2y = 18 & \textcircled{1} \\ 7x - 5y = 41 & \textcircled{2} \end{cases}$

$$\begin{array}{l} \textcircled{1} \times 5 \quad 15x - 10y = 90 \\ \textcircled{2} \times 2 \quad (-) 14x - 10y = 82 \\ \hline x = 8 \end{array}$$

Sustituyendo x en $\textcircled{1}$

$$\begin{array}{l} 3(8) - 2y = 18 \\ -2y = 18 - 24 \\ y = 3 \end{array}$$

La solución del sistema es:
 $x = 8, y = 3$

Tarea: página 31 del Cuaderno de Ejercicios.

Fecha:

U2 1.8

P

Resuelve $\begin{cases} 3x - 4y = 3 & \textcircled{1} \\ 2x - 3y = 1 & \textcircled{2} \end{cases}$

S

$$\begin{array}{l} \textcircled{1} \times 2 \longrightarrow 6x - 8y = 6 \\ \textcircled{2} \times 3 \longrightarrow (-) 6x - 9y = 3 \\ \hline y = 3 \end{array}$$

Sustituyendo y en $\textcircled{2}$

$$\begin{array}{l} 2x - 3(3) = 1 \\ 2x - 9 = 1 \\ 2x = 10 \\ x = 5 \end{array}$$

La solución del sistema es $x = 5, y = 3$.

R

a) $\begin{cases} 3x - 2y = 18 \\ 7x - 5y = 41 \end{cases}$

$x = 8, y = 3$

b) $\begin{cases} 2x + 3y = 37 \\ 3x + 5y = 58 \end{cases}$

$x = 11, y = 5$

c) $\begin{cases} 6x - 5y = -1 \\ 4x - 3y = 1 \end{cases}$

$x = 4, y = 5$

d) $\begin{cases} \frac{1}{2}x + 2y = 6 \\ \frac{1}{2}x - 2y = 0 \end{cases}$

$x = 6, y = \frac{3}{2}$

1.9 Sentido del método de sustitución

Secuencia:

En las clases de la 1.5 a la 1.8, se han resuelto sistemas de ecuaciones mediante el método de reducción por adición o sustracción, en cada clase se han analizado diferentes casos con relación a los coeficientes, variando los valores y signos; para esta clase se introducirá otro método de solución de los sistemas de ecuaciones y para facilitar la comprensión se hace uso del recurso gráfico. Es importante hacer énfasis en las características que tiene el tipo de sistemas que conviene resolver mediante este método.

Propósito:

①, ② Introducir el método de sustitución utilizando un ejemplo donde una de las incógnitas está expresada en términos de la otra.

③ Practicar el proceso de solución de un sistema de ecuaciones, mediante el método de sustitución de una variable.

Posibles dificultades:

No realizar adecuadamente el despeje de una incógnita o que cuando se sustituya no se realicen adecuadamente las operaciones indicadas. En ambos casos se sugiere que se haga un recordatorio para que los estudiantes aclaren dudas y de ser posible asignar ejercicios para que cada uno pueda practicar, cuidando los tiempos para no afectar el desarrollo de todos los contenidos propuestos en octavo grado.

Solución del primer ejercicio:

$$a) \begin{cases} x - 3y = 3 & (1) \\ x = 9y - 3 & (2) \end{cases}$$

Sustituyendo x en (1)

$$\begin{aligned} (9y - 3) - 3y &= 3 \\ 9y - 3 - 3y &= 3 \\ 6y &= 3 + 3 \\ 6y &= 6 \\ y &= 1 \end{aligned}$$

Sustituyendo y en (2)

$$\begin{aligned} x &= 9(1) - 3 \\ x &= 9 - 3 \\ x &= 6 \end{aligned}$$

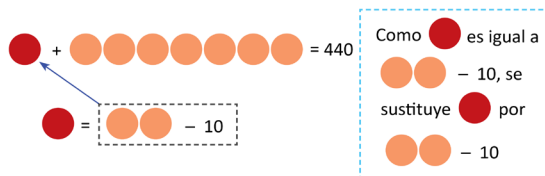
Indicador de logro. Conoce el método de sustitución para resolver sistemas de ecuaciones con dos incógnitas.

1.9 Sentido del método de sustitución

① **P** En el Mercado Central el costo de 1 quintal de frijol y 7 quintales de maíz es de 440 dólares y el costo de 1 quintal de frijol es de 10 dólares menos que el de 2 quintales de maíz. ¿Cuál es el precio de un quintal de frijol y de uno de maíz?

② **S** Si se representa gráficamente:

Precio de un quintal de frijol ●, precio de un quintal de maíz ○.



Representando por x el precio del quintal de frijol y por y el de maíz, para satisfacer las dos condiciones se forma el sistema:

$$\begin{cases} x + 7y = 440 & (1) \\ x = 2y - 10 & (2) \end{cases}$$

En la ecuación (2) puede verse que $x = 2y - 10$.

Al sustituir (2) en (1) se obtiene:

$$\begin{aligned} (2y - 10) + 7y &= 440 \\ 2y - 10 + 7y &= 440 \\ 9y &= 440 + 10 \\ 9y &= 450 \\ y &= 50 \end{aligned}$$

Sustituyendo el valor obtenido $y = 50$ en la ecuación (2)

$$\begin{aligned} x &= 2(50) - 10 \\ x &= 100 - 10 \\ x &= 90 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= 2y - 10 \\ &\downarrow \\ x + 7y &= 440 \\ &\downarrow \\ (2y - 10) + 7y &= 440 \end{aligned}$$

C De las dos ecuaciones del sistema se obtuvo una nueva ecuación con una incógnita, sustituyendo la incógnita x en la ecuación $x + 7y = 440$, y al resolverla se obtiene que el costo del quintal de maíz es de \$50 y el de frijol de \$90.

Tal como se muestra en el ejemplo, el método que reduce en una incógnita al sustituir una de las incógnitas por su expresión equivalente, se llama **sustitución**.

③ **P** Resuelve los sistemas de ecuaciones aplicando sustitución.

$$a) \begin{cases} x - 3y = 3 \\ x = 9y - 3 \end{cases} \\ x = 6, y = 1$$

$$b) \begin{cases} 9x - 3y = 12 \\ y = 11 - 2x \end{cases} \\ x = 3, y = 5$$

$$c) \begin{cases} 3x - \frac{1}{2}y = 10 \\ \frac{1}{2}y = 9 - 2x \end{cases} \\ x = \frac{19}{5}, y = \frac{14}{5}$$

$$d) \begin{cases} 2x - y = -1 \\ 2y = 7 - x \end{cases} \\ x = 1, y = 3$$

30

Tarea: página 32 del Cuaderno de Ejercicios.

Fecha:

U2 1.9

P 1 qq de frijol y 7 qq de maíz = \$440
1 qq de frijol = 2 qq de maíz menos \$10
¿Cuál es el precio de un quintal de frijol y el de uno de maíz?

$$\begin{cases} x + 7y = 440 & (1) \\ x = 2y - 10 & (2) \end{cases}$$

S Al sustituir (2) en (1) se obtiene:

$$\begin{aligned} (2y - 10) + 7y &= 440 \\ 9y &= 440 + 10 \\ y &= 50 \end{aligned}$$

Sustituyendo $y = 50$ en la ecuación (2)

$$\begin{aligned} x &= 2(50) - 10 \\ x &= 90 \end{aligned}$$

R a) $\begin{cases} x - 3y = 3 \\ x = 9y - 3 \end{cases}$
 $x = 6, y = 1$

b) $\begin{cases} 9x - 3y = 12 \\ y = 11 - 2x \end{cases}$
 $x = 3, y = 5$

c) $\begin{cases} 3x - \frac{1}{2}y = 10 \\ \frac{1}{2}y = 9 - 2x \end{cases}$
 $x = \frac{19}{5}, y = \frac{14}{5}$

d) $\begin{cases} 2x - y = -1 \\ 2y = 7 - x \end{cases}$
 $x = 1, y = 3$

1.10 Método de sustitución

Indicador de logro. Resuelve un sistema de ecuaciones con dos incógnitas mediante el método de sustitución.

1.10 Método de sustitución

- ① **P** Aplica el método de sustitución para resolver el siguiente sistema y describe el proceso realizado:

$$\begin{cases} 5x + y = 14 \\ 2x + 3y = 16 \end{cases}$$

- ② **S** Se tiene el sistema:

$$\begin{cases} 5x + y = 14 & \textcircled{1} \\ 2x + 3y = 16 & \textcircled{2} \end{cases}$$

Despeja la incógnita que tenga coeficiente 1.

Se despeja y en la ecuación $\textcircled{1}$ y se obtiene: $y = 14 - 5x$, se sustituye y por $14 - 5x$ en la ecuación $\textcircled{2}$

$$\begin{aligned} 2x + 3y &= 16 \\ 2x + 3(14 - 5x) &= 16 \\ 2x + 42 - 15x &= 16 \\ -13x + 42 &= 16 \\ -13x &= 16 - 42 \\ -13x &= -26 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

Al sustituir $x = 2$ en $y = 14 - 5x$

$$\begin{aligned} y &= 14 - 5x \\ y &= 14 - 5(2) \\ y &= 14 - 10 \\ y &= 4 \end{aligned}$$

La solución del sistema es $x = 2, y = 4$.

$$\begin{array}{l} 5x + y = 14 \\ \downarrow \\ y = 14 - 5x \\ \downarrow \\ 2x + 3y = 16 \\ \downarrow \\ 2x + 3(14 - 5x) = 16 \end{array}$$

C Para resolver un sistema de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas aplicando sustitución, es necesario considerar:

1. Identificar la incógnita que resulta más fácil despejar.
2. Realizar el despeje.
3. Sustituir la incógnita despejada en el numeral 2 en la otra ecuación.
4. Resolver la ecuación obtenida.

- ③ **R** Resuelve los sistemas de ecuaciones aplicando el método de sustitución.

a) $\begin{cases} 3x + y = 24 \\ 7x - 3y = 8 \end{cases}$
 $x = 5, y = 9$

b) $\begin{cases} x - 3y = -11 \\ 4x + 2y = 40 \end{cases}$
 $x = 7, y = 6$

Para identificar la incógnita que resulta más fácil despejar se puede ver los coeficientes.

c) $\begin{cases} x = y + 9 \\ 7x - 2y = 57 \end{cases}$
 $x = \frac{39}{5}, y = \frac{-6}{5}$

d) $\begin{cases} y = 2x - 5 \\ y = 5x + 4 \end{cases}$
 $x = -3, y = -11$

31

Secuencia:

En la clase anterior se introdujo el método de sustitución para resolver sistemas de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas, en los casos presentados ya se tenía despejada la variable a sustituir; en esta clase se resolverán sistemas donde para realizar el proceso de sustitución primero será necesario despejar la variable a reducir.

Propósito:

①, ② Resolver un sistema de ecuaciones mediante el método de sustitución, despejando la incógnita que tiene coeficiente 1 previamente al proceso de sustitución.

③ Practicar el proceso de solución de sistemas de ecuaciones mediante el método de sustitución.

Solución del primer ejercicio:

$$\begin{cases} 3x + y = 24 & \textcircled{1} \\ 7x - 3y = 8 & \textcircled{2} \end{cases}$$

Se despeja y , y se tiene $y = 24 - 3x$ y se sustituye en la ecuación 2.

a) $\begin{aligned} 7x - 3y &= 8 \\ 7x - 3(24 - 3x) &= 8 \\ 7x - 72 + 9x &= 8 \\ 16x &= 80 \\ x &= 5 \end{aligned}$

Al sustituir $x = 5$ en $y = 24 - 3x$

$$\begin{aligned} y &= 24 - 3x \\ y &= 24 - 3(5) \\ y &= 24 - 15 \\ y &= 9 \end{aligned}$$

Tarea: página 33 del Cuaderno de Ejercicios.

Fecha:

U2 1.10

P Resuelve por sustitución:

$$\begin{cases} 5x + y = 14 \\ 2x + 3y = 16 \end{cases}$$

S Se despeja y en la ecuación $\textcircled{1}$ y se obtiene: $y = 14 - 5x$

Se sustituye y en la ecuación $\textcircled{2}$

$$\begin{aligned} 2x + 3(14 - 5x) &= 16 \\ 2x + 42 - 15x &= 16 \\ -13x &= -26 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

Al sustituir $x = 2$ en $y = 14 - 5x$

$$\begin{aligned} y &= 14 - 5(2) \\ y &= 4 \end{aligned}$$

R a) $\begin{cases} 3x + y = 24 \\ 7x - 3y = 8 \end{cases}$
 $x = 5, y = 9$

b) $\begin{cases} x - 3y = -11 \\ 4x + 2y = 40 \end{cases}$
 $x = 7, y = 6$

c) $\begin{cases} x = y + 9 \\ 7x - 2y = 57 \end{cases}$
 $x = \frac{39}{5}, y = \frac{-6}{5}$

d) $\begin{cases} y = 2x - 5 \\ y = 5x + 4 \end{cases}$
 $x = -3, y = -11$

1.11 Solución de sistemas de ecuaciones con dos incógnitas

Secuencia:

Anteriormente se resolvieron sistemas de ecuaciones donde era necesario despejar una variable para sustituir en la otra ecuación. Para esta clase se resolverán sistemas de ecuaciones donde se utiliza el método de sustitución; pero sin despejar la variable, este puede utilizarse para simplificar el proceso de solución. Es importante aclarar que se puede utilizar el proceso completo, en el caso de que no se retome el proceso sugerido.

Propósito:

①, ② Resolver un sistema de ecuaciones mediante el uso de dos métodos, reducción y sustitución.

③ Practicar el proceso de solución de sistemas de ecuaciones mediante el método que se considere más adecuado, es importante hacer énfasis en las características que se deben considerar para elegir el método que se utilizará.

Posibles dificultades:

Puede que el estudiante no identifique el método más adecuado para resolver un sistema, en ese caso es importante enfatizar en que se debe utilizar el método que simplifique el proceso de solución, aunque se debe dar por aceptada la solución en caso de que se aplique correctamente el método seleccionado.

Solución del primer ejercicio:

$$a) \begin{cases} 3x + 2y = 14 & \textcircled{1} \\ 2y = 5x - 2 & \textcircled{2} \end{cases}$$

Se sustituye $2y = 5x - 2$, en la ecuación ①.

$$\begin{aligned} 3x + 2y &= 14 \\ 3x + (5x - 2) &= 14 \\ 8x - 2 &= 14 \\ 8x &= 16 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

Al sustituir $x = 2$ en $2y = 5x - 2$

$$\begin{aligned} 2y &= 5x - 2 \\ 2y &= 5(2) - 2 \\ 2y &= 10 - 2 \\ y &= 4 \end{aligned}$$

Indicador de logro. Resuelve un sistema de ecuaciones con dos incógnitas, aplicando el método más adecuado.

1.11 Solución de sistemas de ecuaciones con dos incógnitas

① **P** Dado el sistema $\begin{cases} 10x - 3y = 4 \\ 3y = 4x + 2 \end{cases}$

- Indica el método que consideras más adecuado para resolverlo. Justifica tu respuesta.
- Determina la solución.

② **S**

- Aplicando reducción.

$$\begin{array}{r} 10x - 3y = 4 \quad \textcircled{1} \\ (+) \quad 3y = 4x + 2 \quad \textcircled{2} \\ \hline 10x - 3y = 4 \\ (-) \quad -4x + 3y = 2 \\ \hline 6x = 6 \\ x = 1 \end{array}$$

- En ② sustituye $x = 1$

$$\begin{aligned} 3y &= 4(1) + 2 \\ 3y &= 4 + 2 \\ 3y &= 6 \\ y &= 2 \end{aligned}$$

La solución del sistema es $x = 1, y = 2$.

- Aplicando sustitución.

$$\begin{cases} 10x - 3y = 4 & \textcircled{1} \\ 3y = 4x + 2 & \textcircled{2} \end{cases}$$

- Sustituye $3y$ en la ecuación ①

$$\begin{aligned} 10x - 3y &= 4 \\ 10x - (4x + 2) &= 4 \\ 10x - 4x - 2 &= 4 \\ 6x &= 4 + 2 \\ x &= 1 \end{aligned}$$

- Sustituye $x = 1$ en ②

$$\begin{aligned} 3y &= 4(1) + 2 \\ 3y &= 4 + 2 \\ 3y &= 6 \\ y &= 2 \end{aligned}$$

La solución del sistema es $x = 1, y = 2$.



Para resolver un sistema de ecuaciones, se puede seleccionar un método según los tipos de ecuaciones.

- Cuando las incógnitas tienen coeficientes del mismo valor absoluto o uno de sus coeficientes es múltiplo del otro, es más fácil aplicar el método de **reducción**.
- Cuando una ecuación tiene despejada una incógnita o la incógnita tiene coeficiente 1, es más fácil aplicar **sustitución**.

③ 1. Resuelve los sistemas de ecuaciones aplicando el método que consideres más adecuado.

a) $\begin{cases} 3x + 2y = 14 \\ 2y = 5x - 2 \end{cases}$
 $x = 2, y = 4$

b) $\begin{cases} -3x + 4y = 6 \\ 9x - 8y = -18 \end{cases}$
 $x = -2, y = 0$

c) $\begin{cases} y = 2x + 11 \\ 5x + 6y = -2 \end{cases}$
 $x = -4, y = 3$

d) $\begin{cases} 3x - 2y = 12 \\ 4x + y = 5 \end{cases}$
 $x = 2, y = -3$

2. ¿En qué casos es más útil emplear el método de sustitución? ¿En qué casos es más útil emplear el método de reducción?

Reducción: si una de las incógnitas tiene coeficientes del mismo valor absoluto o uno de sus coeficientes es múltiplo del otro.

Sustitución: si una ecuación tiene despejada una incógnita o la incógnita tiene coeficiente 1.

Tarea: página 34 del Cuaderno de Ejercicios.

Fecha:

U2 1.11

P Resuelve $\begin{cases} 10x - 3y = 4 \\ 3y = 4x + 2 \end{cases}$

S Aplicando reducción.

$$\begin{cases} 10x - 3y = 4 & \textcircled{1} \\ 3y = 4x + 2 & \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 10x - 3y = 4 \\ (+) \quad -4x + 3y = 2 \\ \hline 6x = 6 \\ x = 1 \end{array}$$

Sustituyendo $x = 1$, en ②

$$\begin{aligned} 3y &= 4(1) + 2 \\ y &= 2 \end{aligned}$$

R a) $\begin{cases} 3x + 2y = 14 \\ 2y = 5x - 2 \end{cases}$
 $x = 2, y = 4$

b) $\begin{cases} -3x + 4y = 6 \\ 9x - 8y = -18 \end{cases}$
 $x = -2, y = 0$

c) $\begin{cases} y = 2x + 11 \\ 5x + 6y = -2 \end{cases}$
 $x = -4, y = 3$

d) $\begin{cases} 3x - 2y = 12 \\ 4x + y = 5 \end{cases}$
 $x = 2, y = -3$

1.12 Sistemas de ecuaciones con coeficientes decimales

Indicador de logro. Determina la solución de un sistema de ecuaciones con dos incógnitas cuyos coeficientes son decimales, utilizando el método más adecuado.

1.12 Sistemas de ecuaciones con coeficientes decimales

- ① **P** Resuelve el sistema de ecuaciones.

$$\begin{cases} 0.4x + 1.7y = 5.8 & \textcircled{1} \\ 0.1x + 0.3y = 1.2 & \textcircled{2} \end{cases}$$

Convierte los coeficientes en números enteros y aplica uno de los métodos estudiados.

- ② **S** 1. Se convierten en ecuaciones con coeficientes enteros:

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \times 10 &\longrightarrow 4x + 17y = 58 \\ \textcircled{2} \times 10 &\longrightarrow x + 3y = 12 \end{aligned}$$

2. Se despeja x en $\textcircled{2}$

$$\begin{aligned} x + 3y &= 12 \\ x &= 12 - 3y & \textcircled{3} \end{aligned}$$

3. Se sustituye x en la ecuación $\textcircled{1}$

$$\begin{aligned} 4x + 17y &= 58 \\ 4(12 - 3y) + 17y &= 58 \\ 48 - 12y + 17y &= 58 \\ 5y &= 58 - 48 \\ 5y &= 10 \\ y &= 2 \end{aligned}$$

4. Se sustituye $y = 2$ en $\textcircled{3}$

$$\begin{aligned} x &= 12 - 3(2) \\ x &= 6 \end{aligned}$$

La solución del sistema es $x = 6, y = 2$.

Cuando se multiplica un número decimal por 10, 100 o 1000, es equivalente a mover el punto decimal a la derecha tantas unidades como ceros acompañan a la unidad.

$$\begin{array}{ll} 0.123 \times 10 = 1.23 & 0.2 \times 10 = 2 \\ 0.123 \times 100 = 12.3 & 0.2 \times 100 = 20 \\ 0.123 \times 1000 = 123 & 0.2 \times 1000 = 200 \end{array}$$

Recuerda multiplicar todos los términos de ambos miembros de la ecuación.

C Tal como se muestra en el ejemplo desarrollado, para resolver el sistema de ecuaciones cuyos coeficientes son decimales, se multiplica cada ecuación por un número tal que los coeficientes se conviertan en números enteros, luego se aplica el método que se considere más adecuado.

- ③ **R** Resuelve el sistema aplicando el método más adecuado.

a) $\begin{cases} 0.2x + 0.4y = 3 \\ 5x + y = 21 \end{cases}$
 $x = 3, y = 6$

b) $\begin{cases} 0.15x + 0.08y = 1 \\ 0.5x + 0.3y = 3.5 \end{cases}$
 $x = 4, y = 5$

c) $\begin{cases} 0.2x + 0.3y = 0.1 \\ x + 0.5y = 3.5 \end{cases}$
 $x = 5, y = -3$

d) $\begin{cases} 0.8x + 2y = 0.9 \\ 0.4x - 3y = -0.55 \end{cases}$
 $x = \frac{1}{2}, y = \frac{1}{4}$

¿Por cuánto se debe multiplicar cada ecuación para convertir los coeficientes en números enteros?

Aunque no se conviertan en enteros los coeficientes se puede resolver el sistema, pero el cálculo será más complejo.

Intenta resolver los sistemas sin convertir los coeficientes a números enteros, luego compara tus resultados.

Secuencia:

En clases anteriores se estudiaron dos métodos de solución de sistemas de ecuaciones considerando variantes en los coeficientes y sus respectivos signos; para esta clase se resolverán sistemas de ecuaciones que pueden ser resueltos por cualquiera de los métodos estudiados; la variante a considerar es el uso del coeficiente decimal. Es importante enfatizar en que se pueden convertir los coeficientes a números enteros o trabajarlos directamente con coeficientes decimales.

Propósito:

①, ② Resolver sistemas de ecuaciones con dos incógnitas donde los coeficientes son números decimales; convirtiéndolos a números naturales y multiplicando por potencias de 10.

③ Practicar el proceso de solución de los sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas, donde los coeficientes son números decimales.

Posibles dificultades:

Posiblemente los estudiantes tengan dificultades para convertir un número decimal a entero, en ese caso se proporciona una pista, pero si aún así se tienen dificultades, será necesario mostrar un ejemplo para todos o asignar trabajo en parejas.

Solución del primer ejercicio:

a) $\begin{cases} 0.2x + 0.4y = 3 & \textcircled{1} \\ 5x + y = 21 & \textcircled{2} \end{cases}$

Se sustituye $y = 21 - 5x$, en la ecuación $\textcircled{1}$.

$$\begin{aligned} 0.2x + 0.4y &= 3 \\ 0.2x + 0.4(21 - 5x) &= 3 \\ 0.2x + 8.4 - 2x &= 3 \\ -1.8x &= -5.4 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

Al sustituir $x = 3$ en $y = 21 - 5x$

$$\begin{aligned} y &= 21 - 5x \\ y &= 21 - 5(3) \\ y &= 21 - 15 \\ y &= 6 \end{aligned}$$

Este sistema se ha resuelto directamente con los coeficientes decimales, para modelar la información adicional del Libro de Texto.

Tarea: página 35 del Cuaderno de Ejercicios.

Fecha: **U2 1.12**

P Resuelve $\begin{cases} 0.4x + 1.7y = 5.8 & \textcircled{1} \\ 0.1x + 0.3y = 1.2 & \textcircled{2} \end{cases}$

S $\begin{aligned} \textcircled{1} \times 10 &\longrightarrow 4x + 17y = 58 \\ \textcircled{2} \times 10 &\longrightarrow x + 3y = 12 \end{aligned}$

Se despeja x en $\textcircled{2}$

$$\begin{aligned} x + 3y &= 12 \\ x &= 12 - 3y & \textcircled{3} \end{aligned}$$

Se sustituye x en la ecuación $\textcircled{1}$

$$\begin{aligned} 4(12 - 3y) + 17y &= 58 \\ 48 - 12y + 17y &= 58 \\ 5y &= 58 - 48 \\ y &= 2 \end{aligned}$$

Se sustituye $y = 2$ en $\textcircled{3}$

$$\begin{aligned} x &= 12 - 3(2) \\ x &= 6 \end{aligned}$$

La solución del sistema es $x = 6, y = 2$

R a) $\begin{cases} 0.2x + 0.4y = 3 \\ 5x + y = 21 \end{cases}$
 $x = 3, y = 6$

b) $\begin{cases} 0.15x + 0.08y = 1 \\ 0.5x + 0.3y = 3.5 \end{cases}$
 $x = 4, y = 5$

1.13 Sistemas de ecuaciones con coeficientes fraccionarios

Secuencia:

En la clase anterior se resolvieron sistemas de ecuaciones con coeficientes decimales utilizando cualquiera de los métodos estudiados; ahora se considerará el uso de coeficientes fraccionarios. Es importante hacer énfasis en que se pueden convertir los coeficientes a números enteros o trabajarlos directamente con coeficientes fraccionarios, tal como se trabajó con los coeficientes decimales.

Propósito:

①, ② Resolver sistemas de ecuaciones con coeficientes fraccionarios utilizando como estrategia convertirlos a enteros.

③ Practicar el proceso de solución de sistemas de ecuaciones con coeficientes fraccionarios, mediante el método que se considere más adecuado, es importante enfatizar en las características que se deben considerar para elegir el método que se utilizará.

Posibles dificultades:

El estudiante podría tener dificultades para convertir números fraccionarios a decimales o para operar con números fraccionarios; en ambos casos será necesario mostrar un ejemplo del proceso a seguir, para aclarar dudas.

Solución del ítem c):

$$c) \begin{cases} \frac{1}{2}x - \frac{2}{3}y = -4 & \textcircled{1} \\ x + \frac{1}{3}y = 7 & \textcircled{2} \end{cases}$$

Se sustituye $\frac{1}{3}y = 7 - x$, en la ecuación ①.

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}x - \frac{2}{3}y &= -4 \\ \frac{1}{2}x - 2(7 - x) &= -4 \\ \frac{1}{2}x - 14 + 2x &= -4 \\ \frac{5}{2}x - 14 &= -4 \\ x &= 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Al sustituir } x = 4 \text{ en } \frac{1}{3}y = 7 - x \\ \frac{1}{3}y = 7 - 4 \\ y = 9 \end{aligned}$$

Indicador de logro. Utiliza el método más adecuado para resolver un sistema de ecuaciones con dos incógnitas, cuyos coeficientes son fraccionarios.

1.13 Sistemas de ecuaciones con coeficientes fraccionarios

① **P** Resuelve el sistema de ecuaciones.

$$\begin{cases} \frac{2}{3}x + \frac{3}{4}y = 12 & \textcircled{1} \\ \frac{7}{9}x + y = 15 & \textcircled{2} \end{cases}$$

Convierte los coeficientes en números enteros y luego aplica uno de los métodos estudiados: reducción o sustitución.

② **S** 1. Se convierten en ecuaciones con coeficientes enteros:

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \times 12 &\longrightarrow 8x + 9y = 144 \\ \textcircled{2} \times 9 &\longrightarrow 7x + 9y = 135 \end{aligned}$$

2. Se reduce en y, restando ② de ①

$$\begin{array}{r} \textcircled{1} \longrightarrow 8x + 9y = 144 \\ \textcircled{2} \longrightarrow (-) 7x + 9y = 135 \\ \hline x = 9 \end{array}$$

Se debe aplicar las propiedades de las igualdades estudiadas en séptimo grado.

No olvidar multiplicar todos los términos de ambos miembros de las ecuaciones.

3. Se sustituye $x = 9$ en la ecuación ①

$$\begin{aligned} 8(9) + 9y &= 144 \\ 9y &= 144 - 72 \\ 9y &= 72 \\ y &= 8 \end{aligned}$$

La solución del sistema es $x = 9, y = 8$.

C Tal como se muestra en el ejemplo desarrollado, para resolver el sistema de ecuaciones cuyo coeficiente es un número fraccionario, se multiplica cada ecuación por un número tal que los coeficientes fraccionarios se conviertan en números enteros, luego se aplica el método de solución que se considere más adecuado.

Aunque no se conviertan en enteros los coeficientes se puede resolver el sistema, pero el cálculo será más complejo.

Intenta resolver los sistemas sin convertir los coeficiente a números enteros, luego compara tus resultados.

③ **P** Resuelve los sistemas aplicando el método más adecuado.

$$a) \begin{cases} \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y = 6 \\ 3x + 5y = 63 \end{cases} \\ x = 6, y = 9$$

$$b) \begin{cases} \frac{1}{3}x + \frac{1}{4}y = 3 \\ x - 2y = -2 \end{cases} \\ x = 6, y = 4$$

Para saber por cuál número multiplicar, considera el mcm de los denominadores.

$$c) \begin{cases} \frac{1}{2}x - \frac{2}{3}y = -4 \\ x + \frac{1}{3}y = 7 \end{cases} \\ x = 4, y = 9$$

$$d) \begin{cases} \frac{4}{3}x + \frac{2}{5}y = -2 \\ \frac{1}{3}x + y = 4 \end{cases} \\ x = -3, y = 5$$

34

Tarea: página 36 del Cuaderno de Ejercicios.

Fecha:

U2 1.13

① **P** Resuelve $\begin{cases} \frac{2}{3}x + \frac{3}{4}y = 12 & \textcircled{1} \\ \frac{7}{9}x + y = 15 & \textcircled{2} \end{cases}$

② **S** Se convierten en enteros los coeficientes:

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \times 12 &\longrightarrow 8x + 9y = 144 \\ \textcircled{2} \times 9 &\longrightarrow 7x + 9y = 135 \end{aligned}$$

Se reduce en y, restando ② de ①

$$\begin{array}{r} \textcircled{1} \longrightarrow 8x + 9y = 144 \\ \textcircled{2} \longrightarrow (-) 7x + 9y = 135 \\ \hline x = 9 \end{array}$$

Se sustituye $x = 9$ en la ecuación ①

$$\begin{aligned} 8(9) + 9y &= 144 \\ 9y &= 72 \\ y &= 8 \end{aligned}$$

La solución del sistema es $x = 9, y = 8$

③ **R** a) $\begin{cases} \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y = 6 \\ 3x + 5y = 63 \end{cases} \\ x = 6, y = 9$

b) $\begin{cases} \frac{1}{3}x + \frac{1}{4}y = 3 \\ x - 2y = -2 \end{cases} \\ x = 6, y = 4$

1.14 Sistemas de ecuaciones que contienen signos de agrupación

Indicador de logro. Determina la solución de un sistema de ecuaciones con dos incógnitas que comprende operaciones indicadas con signos de agrupación.

1.14 Sistemas de ecuaciones que contienen signos de agrupación

① **P**

Resuelve el sistema de ecuaciones.

$$\begin{cases} 8x - 3(x - y) = 50 & \textcircled{1} \\ 3(x + y) - (6y - 5x) = 41 & \textcircled{2} \end{cases}$$

Suprimir los signos de agrupación para obtener un sistema equivalente y luego aplicar uno de los métodos estudiados: reducción o sustitución.

② **S**

1. Realiza las operaciones indicadas:

$$\begin{array}{l} \textcircled{1} \longrightarrow 8x - 3x + 3y = 50 \longrightarrow 5x + 3y = 50 \\ \textcircled{2} \longrightarrow 3x + 3y - 6y + 5x = 41 \longrightarrow 8x - 3y = 41 \end{array}$$

2. Reduce en y , sumando $\textcircled{1}$ y $\textcircled{2}$

$$\begin{array}{r} \textcircled{1} \longrightarrow 5x + 3y = 50 \\ \textcircled{2} \longrightarrow (+) 8x - 3y = 41 \\ \hline 13x = 91 \\ x = 7 \end{array}$$

En séptimo grado se aprendió a suprimir los signos de agrupación efectuando las operaciones indicadas y aplicando la ley de los signos.

3. Sustituye x en la ecuación $\textcircled{1}$

$$\begin{array}{l} 5x + 3y = 50 \\ 5(7) + 3y = 50 \\ 3y = 50 - 35 \\ 3y = 15 \\ y = 5 \end{array}$$

La solución del sistema es $x = 7, y = 5$.

C

Para resolver un sistema de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas que tiene signos de agrupación, como el que se muestra en el ejemplo, es necesario:

- Suprimir los signos de agrupación y efectuar las operaciones indicadas.
- Resolver el sistema aplicando el método que se considere más adecuado.

③ **R**

Resuelve el sistema aplicando el método más adecuado.

a) $\begin{cases} 4x - 3y = 21 \\ 4(y - x) + y = -27 \end{cases}$
 $x = 3, y = -3$

b) $\begin{cases} 2(x - y) + 34 = 0 \\ 3x + 5y = -7 \end{cases}$
 $x = -\frac{23}{2}, y = \frac{11}{2}$

c) $\begin{cases} 2x + 5(2x + y) = 19 \\ 5(6x + y) - 10 = 45 \end{cases}$
 $x = 2, y = -1$

d) $\begin{cases} \frac{1}{2}(4x - 4) + \frac{3}{2}y = 2 \\ 3(2x + 34) - 5y = -4 \end{cases}$
 $x = -\frac{139}{19}, y = \frac{236}{19}$

35

Secuencia:

Anteriormente se resolvieron sistemas de ecuaciones con coeficientes fraccionarios utilizando los métodos estudiados, para esta clase se considerará el uso de signos de agrupación; es importante hacer énfasis en que para resolverlos es necesario primero realizar las operaciones indicadas.

Propósito:

①, ② Resolver sistemas de ecuaciones con dos incógnitas que contienen operaciones indicadas, utilizando cualquier método.

③ Practicar el proceso de solución de los sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas que contienen operaciones indicadas.

Posibles dificultades:

Los estudiantes pueden tener dificultades con la ley de los signos al realizar las operaciones indicadas, en ese caso, se puede hacer referencia a las clases sobre multiplicación de un polinomio por un número, desarrolladas en la Unidad 1 de octavo grado.

Solución del primer ejercicio:

a) $\begin{cases} 4x - 3y = 21 & \textcircled{1} \\ 4(y - x) + y = -27 & \textcircled{2} \end{cases}$

$$\longrightarrow \begin{cases} 4x - 3y = 21 \\ -4x + 5y = -27 \end{cases}$$

Reduce en x , sumando $\textcircled{1}$ y $\textcircled{2}$.

$$\begin{array}{r} 4x - 3y = 21 \\ (+) -4x + 5y = -27 \\ \hline 2y = -6 \\ y = -3 \end{array}$$

Al sustituir $y = -3$ en $4x - 3y = 21$

$$\begin{array}{l} 4x - 3y = 21 \\ 4x - 3(-3) = 21 \\ 4x + 9 = 21 \\ 4x = 21 - 9 \\ 4x = 12 \\ x = 3 \end{array}$$

Tarea: página 37 del Cuaderno de Ejercicios.

Fecha:

U2 1.14

P Resuelve

$$\begin{cases} 8x - 3(x - y) = 50 & \textcircled{1} \\ 3(x + y) - (6y - 5x) = 41 & \textcircled{2} \end{cases}$$

S

$$\begin{array}{l} \textcircled{1} \longrightarrow 5x + 3y = 50 \\ \textcircled{2} \longrightarrow 8x - 3y = 41 \end{array}$$

Reduce en y , sumando $\textcircled{1}$ y $\textcircled{2}$

$$\begin{array}{r} \textcircled{1} \longrightarrow 5x + 3y = 50 \\ \textcircled{2} \longrightarrow (+) 8x - 3y = 41 \\ \hline 13x = 91 \\ x = 7 \end{array}$$

Sustituye $x = 7$ en $\textcircled{1}$

$$\begin{array}{l} 5(7) + 3y = 50 \\ 3y = 50 - 35 \\ y = 5 \end{array}$$

La solución del sistema es $x = 7, y = 5$

R

a) $\begin{cases} 4x - 3y = 21 \\ 4(y - x) + y = -27 \end{cases}$
 $x = 3, y = -3$

b) $\begin{cases} 2(x - y) + 34 = 0 \\ 3x + 5y = -7 \end{cases}$
 $x = -\frac{23}{2}, y = \frac{11}{2}$

1.15 Sistemas de ecuaciones de la forma $ax + by + c = 0$

Secuencia:

En la clase anterior se resolvieron sistemas de ecuaciones que contienen operaciones indicadas, estos pueden solucionarse mediante el método que se considere más adecuado; para esta clase se resolverán sistemas de ecuaciones de la forma $ax + by + c = 0$, donde será necesario realizar primero una transposición de términos para llevarlos a la forma que se ha venido trabajando, igualando a un número distinto de cero, $ax + by = -c$.

Propósito:

①, ② Resolver sistemas de ecuaciones realizando una transposición de términos.

③ Practicar el proceso de solución de sistemas de ecuaciones donde se realiza previamente una transposición de términos.

Posibles dificultades:

Es probable que los estudiantes tengan dificultades para realizar la transposición de términos, en este caso indicar que se revise la lección 2 de la Unidad 5 de séptimo grado.

Solución del primer ejercicio:

$$a) \begin{cases} 2x + 5y + 1 = 0 & \textcircled{1} \\ 3x - 2y - 8 = 0 & \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} 2x + 5y = -1 \\ 3x - 2y = 8 \end{cases}$$

Reduce en x , sumando $\textcircled{1}$ y $\textcircled{2}$.

$$\begin{array}{r} \textcircled{1} \times 3 \rightarrow 6x + 15y = -3 \\ \textcircled{2} \times 2 \rightarrow (-) 6x - 4y = 16 \\ \hline 19y = -19 \\ y = -1 \end{array}$$

Al sustituir $y = -1$ en $3x - 2y = 8$

$$\begin{aligned} 3x - 2y &= 8 \\ 3x - 2(-1) &= 8 \\ 3x + 2 &= 8 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

Indicador de logro. Resuelve un sistema de ecuaciones con dos incógnitas cuya forma es $ax + by + c = 0$.

1.15 Sistemas de ecuaciones de la forma $ax + by + c = 0$

① **P** Resuelve el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 0.8x + 1.3y - 14.5 = 0 & \textcircled{1} \\ 0.4x - 0.3y - 2.5 = 0 & \textcircled{2} \end{cases}$$

Transformar cada una de las ecuaciones del sistema a la forma $ax + by = -c$, dejando los dos términos con incógnitas a un solo miembro de la igualdad.

② **S** 1. Transpone el término independiente c para llevar a la forma $ax + by = -c$.

$$\begin{array}{l} \textcircled{1} \rightarrow 0.8x + 1.3y = 14.5 \\ \textcircled{2} \rightarrow 0.4x - 0.3y = 2.5 \end{array}$$

2. Multiplica por 10 para convertir los coeficientes a números enteros.

$$\begin{array}{l} \times 10 \rightarrow 8x + 13y = 145 \\ \times 10 \rightarrow 4x - 3y = 25 \end{array}$$

3. Reduce x , restando 2 veces $\textcircled{2}$ de $\textcircled{1}$

$$\begin{array}{r} \textcircled{1} \rightarrow 8x + 13y = 145 \\ \textcircled{2} \times 2 \rightarrow (-) 8x - 6y = 50 \\ \hline 19y = 95 \\ y = 5 \end{array}$$

4. Sustituye $y = 5$ en la ecuación $\textcircled{2}$

$$\begin{aligned} 4x - 3y &= 25 \\ 4x - 3(5) &= 25 \\ 4x - 15 &= 25 \\ 4x &= 25 + 15 \\ 4x &= 40 \\ x &= 10 \end{aligned}$$

La solución del sistema es $x = 10, y = 5$.



Para resolver un sistema de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas de la forma $ax + by + c = 0$, como el que se muestra en el ejemplo, se debe:

- Llevar las ecuaciones a la forma $ax + by = -c$, efectuando la transposición de términos.
- Resolver el sistema aplicando el método que se considere más adecuado.

③ **R** Resuelve los sistemas aplicando el método más adecuado.

$$a) \begin{cases} 2x + 5y + 1 = 0 \\ 3x - 2y - 8 = 0 \end{cases} \quad b) \begin{cases} 3x - 5y - 4 = 0 \\ 15y = 4x + 3 \end{cases}$$

$$x = 2, y = -1$$

$$x = 3, y = 1$$

Intenta también resolver los sistemas sin llevar a la forma $ax + by = -c$.

36

Tarea: página 38 del Cuaderno de Ejercicios.

Fecha:

U2 1.15

P Resuelve

$$\begin{cases} 0.8x + 1.3y - 14.5 = 0 & \textcircled{1} \\ 0.4x - 0.3y - 2.5 = 0 & \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} \textcircled{1} \rightarrow 0.8x + 1.3y = 14.5 \\ \textcircled{2} \rightarrow 0.4x - 0.3y = 2.5 \\ \times 10 \rightarrow 8x + 13y = 145 \\ \times 10 \rightarrow 4x - 3y = 25 \end{array}$$

Reduce x , restando 2 veces $\textcircled{2}$ de $\textcircled{1}$

$$\begin{array}{r} \textcircled{1} \rightarrow 8x + 13y = 145 \\ \textcircled{2} \times 2 \rightarrow (-) 8x - 6y = 50 \\ \hline 19y = 95 \\ y = 5 \end{array}$$

4. Sustituye $y = 5$ en la ecuación $\textcircled{2}$

$$\begin{aligned} 4x - 3(5) &= 25 \\ 4x - 15 &= 25 \\ 4x &= 25 + 15 \\ x &= 10 \end{aligned}$$

$$\textcircled{R} a) \begin{cases} 2x + 5y + 1 = 0 \\ 3x - 2y - 8 = 0 \end{cases} \quad x = 2, y = -1$$

$$b) \begin{cases} 3x - 5y - 4 = 0 \\ 15y = 4x + 3 \end{cases} \quad x = 3, y = 1$$

1.16 - 1.17 Practica lo aprendido

Indicador de logro. Resuelve problemas correspondientes a sistemas de ecuaciones.

1.16 Practica lo aprendido

Resuelve los sistemas de ecuaciones aplicando el método más adecuado.

$$1. \begin{cases} x + 3y = 4 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$$

$$x = 1, y = 1$$

$$2. \begin{cases} x + 3y = 7 \\ 5x - 2y = -16 \end{cases}$$

$$x = -2, y = 3$$

$$3. \begin{cases} x + 4y = 3 \\ 6x - 5y = -11 \end{cases}$$

$$x = -1, y = 1$$

$$4. \begin{cases} x + y = 16 \\ 5x - 3y = 32 \end{cases}$$

$$x = 10, y = 6$$

$$5. \begin{cases} x + y = 30 \\ 0.8x - 0.5y = -2 \end{cases}$$

$$x = 10, y = 20$$

$$6. \begin{cases} 0.8x - 0.2y = 7 \\ 0.4x + 2y = 14 \end{cases}$$

$$x = 10, y = 5$$

Unidad 2

1.17 Practica lo aprendido

Resuelve los sistemas de ecuaciones aplicando el método más adecuado.

$$1. \begin{cases} \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}y = 4 \\ x + y = 10 \end{cases}$$

$$x = 9, y = 1$$

$$2. \begin{cases} \frac{1}{3}x + \frac{1}{5}y = 3 \\ \frac{1}{3}x - \frac{1}{2}y = -4 \end{cases}$$

$$x = 3, y = 10$$

$$3. \begin{cases} 3x + 2y = 1 \\ \frac{x-5}{4} = x + 2y \end{cases}$$

$$x = 1, y = -1$$

$$4. \begin{cases} x - 2(x+y) = 3y - 2 \\ \frac{1}{3}x + \frac{1}{2}y = 3 \end{cases}$$

$$x = 12, y = -2$$

$$5. \begin{cases} 6x - 5y - 7 = 0 \\ -13x + 30y - 4 = 0 \end{cases}$$

$$x = 2, y = 1$$

$$6. \begin{cases} 0.2x + 0.3y + 0.2 = 0 \\ \frac{3}{2}x + \frac{5}{4}y - \frac{5}{2} = 0 \end{cases}$$

$$x = 5, y = -4$$

37

Tarea: páginas 39 y 40 del Cuaderno de Ejercicios.

Solución de algunos ejercicios de la clase 1.16:

$$1. \begin{cases} x + 3y = 4 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$$

Reduce en y , sumando (1) y (2)

$$\begin{array}{r} \textcircled{1} \quad \longrightarrow \quad x + 3y = 4 \\ \textcircled{2} \times 3 \quad \longrightarrow \quad 6x - 3y = 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x + 3y = 4 \\ (+) \quad 6x - 3y = 3 \\ \hline 7x = 7 \\ x = 1 \end{array}$$

Al sustituir $x = 1$ en $x + 3y = 4$

$$\begin{array}{r} x + 3y = 4 \\ 1 + 3y = 4 \\ 3y = 3 \\ y = 1 \end{array}$$

Solución de algunos ejercicios de la clase 1.17:

$$1. \begin{cases} \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}y = 4 \\ x + y = 10 \end{cases}$$

Reduce en y , sumando (1) y (2)

$$\begin{array}{r} \textcircled{1} \times 2 \quad \longrightarrow \quad x - y = 8 \\ \textcircled{2} \quad \longrightarrow \quad x + y = 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x - y = 8 \\ (+) \quad x + y = 10 \\ \hline 2x = 18 \\ x = 9 \end{array}$$

Al sustituir $x = 9$ en $x + y = 10$

$$\begin{array}{r} x + y = 10 \\ 9 + y = 10 \\ y = 1 \end{array}$$

2.1 Aplicación de sistemas de ecuaciones en geometría

Secuencia:

Con esta clase se da inicio al estudio de las aplicaciones de los sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas para resolver situaciones del entorno, en este momento, se espera que ya todos los estudiantes resuelvan sin dificultad cualquier sistema de ecuaciones lineales. Es importante hacer énfasis en la importancia del uso que se les da en diferentes contextos.

En este momento además de saber resolver un sistema es necesario que el estudiante pueda expresar situaciones en lenguaje algebraico.

Propósito:

①, ② Resolver una situación del área de geometría mediante el uso de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas. Siempre es necesario indicar qué representa cada una de las incógnitas.

③ Resolver problemas del área de geometría mediante el uso de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.

Posibles dificultades:

Es posible que el estudiante no pueda modelar las situaciones planteadas, en ese caso es importante que se recuerden las fórmulas a utilizar, haciendo énfasis en la traducción del lenguaje coloquial al algebraico.

Solución del segundo ítem:

2. x : base del rectángulo
 y : altura del rectángulo

$$b) \begin{cases} 2x + 2y = 172 & \textcircled{1} \\ y = x - 20 & \textcircled{2} \end{cases}$$

Resolviendo por sustitución:

$$\begin{aligned} 2x + 2(x - 20) &= 172 \\ 4x - 40 &= 172 \\ 4x &= 212 \\ x &= 53 \end{aligned}$$

Sustituye el valor $x = 53$ en $y = x - 20$
 $y = 53 - 20$
 $y = 33$

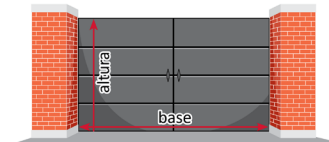
La base es 53 m y la altura 33 m.

Indicador de logro. Utiliza los sistemas de ecuaciones para resolver problemas sobre geometría.

2.1 Aplicación de sistemas de ecuaciones en geometría

① **P**

Encuentra las dimensiones de un portón, sabiendo que el perímetro mide 16 metros y la base mide 2 metros más que la altura.



② **S**

1. Identifica las cantidades conocidas y las desconocidas, y define las incógnitas; sea x la base y y la altura.

$$\begin{aligned} \text{"El perímetro mide 16 m"} &\longrightarrow 2x + 2y = 16 \\ \text{"La base excede en 2 m a la altura"} &\longrightarrow y = x - 2 \end{aligned}$$

2. Encuentra las igualdades y escribe el sistema $\begin{cases} 2x + 2y = 16 & \textcircled{1} \\ y = x - 2 & \textcircled{2} \end{cases}$

3. Resuelve el sistema aplicando sustitución.

$$\begin{aligned} 2x + 2(x - 2) &= 16 \\ 2x + 2x - 4 &= 16 \\ 4x - 4 &= 16 \\ 4x &= 20 \\ x &= 5 \end{aligned}$$

• Sustituye el valor $x = 5$ en $\textcircled{2}$

$$\begin{aligned} y &= 5 - 2 \\ y &= 3 \end{aligned}$$

La base es 5 m y la altura 3 m.

4. Verifica si la solución es pertinente a la situación.

Los valores son positivos, por tanto son pertinentes para las dimensiones del portón.

Escribir una ecuación para cada una de las condiciones que plantea el problema.

El perímetro es:
 $2(\text{base}) + 2(\text{altura}) = 16$
 $2x + 2y = 16$

C

Para resolver problemas mediante el uso de sistemas de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas, es necesario:

- Definir las cantidades que se representan con las incógnitas.
- Escribir las ecuaciones que corresponden a las condiciones del problema para plantear el sistema.
- Resolver el sistema de ecuaciones.
- Verificar si la solución es pertinente a la situación.

③ **P**

1. Don Carlos heredó una parcela de forma rectangular, en la cual el largo más el ancho mide 30 metros y la diferencia entre el largo y el ancho es de 6 metros. ¿Cuánto mide de largo y de ancho la parcela?

Largo 18 y ancho 12

2. La base de un rectángulo mide 20 cm más que su altura. Si el perímetro mide 172 cm, ¿cuáles son las dimensiones del rectángulo? **Base 53 y altura 33**

38

Tarea: página 41 del Cuaderno de Ejercicios.

Fecha:

U2 2.1

P

Encuentra la \longrightarrow base y altura de un portón si
perímetro = 16 metros
base = 2 metros más que la altura.

S

x : base del portón
 y : altura del portón

Representando las condiciones: $2x + 2y = 16$ $\textcircled{1}$
 $y = x - 2$ $\textcircled{2}$

Resolviendo por sustitución:

$$\begin{aligned} 2x + 2(x - 2) &= 16 \\ 4x - 4 &= 16 \\ 4x &= 20 \\ x &= 5 \end{aligned}$$

Sustituye el valor $x = 5$ en $\textcircled{2}$

$$\begin{aligned} y &= 5 - 2 \\ y &= 3 \end{aligned}$$

La base es 5 m y la altura 3 m.

R

x : largo de la parcela
 y : ancho de la parcela

$$a) \begin{cases} x + y = 30 \\ x - y = 6 \end{cases} \quad x = 18, y = 12$$

x : base del rectángulo
 y : altura del rectángulo

$$b) \begin{cases} 2x + 2y = 172 \\ y = x - 20 \end{cases} \quad x = 53, y = 33$$

2.2 Aplicación de sistemas de ecuaciones en ciencias naturales

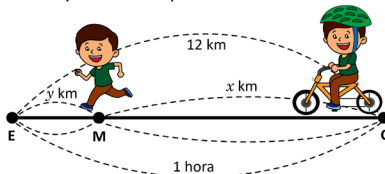
Indicador de logro. Utiliza los sistemas de ecuaciones para resolver problemas de las ciencias naturales.

2.2 Aplicación de sistemas de ecuaciones en ciencias naturales

P

Antonio, para ir a la escuela que dista 12 km de su casa, viaja en bicicleta a una velocidad de 20 km por hora, desde su casa hasta el mercado y de ahí hasta la escuela corre a 4 km por hora. El recorrido tarda en total 1 hora. ¿Cuál es la distancia que hay entre su casa y el mercado y del mercado a la escuela?

- Elabora la tabla que representa la relación entre distancias y tiempos.
- Escribe un sistema de ecuaciones que represente la información, luego resuélvelo.



Unidad 2

S

	Desde la casa (C) al mercado (M)	Desde el mercado (M) a la escuela (E)	Total
Distancia	x km	y km	12 km
Velocidad	20 km por hora	4 km por hora	-----
Tiempo	$\frac{x}{20}$ hora	$\frac{y}{4}$ hora	1 hora

$$\text{Velocidad} = \frac{\text{distancia}}{\text{tiempo}}$$

$$\text{Tiempo} = \frac{\text{distancia}}{\text{velocidad}}$$

- b) Se plantea el sistema con las condiciones dadas:
- $$\begin{cases} x + y = 12 \\ \frac{x}{20} + \frac{y}{4} = 1 \end{cases}$$

Se resuelve aplicando reducción:

$$\begin{array}{r} \textcircled{1} \quad \longrightarrow \quad x + y = 12 \\ \textcircled{2} \times 20 \quad \longrightarrow \quad (-) \quad x + 5y = 20 \\ \hline \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad -4y = -8 \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad y = 2 \end{array}$$

- Sustituyendo $y = 2$ en $\textcircled{1}$
 $x + 2 = 12$
 $x = 10$

Los valores $x = 10$ km, $y = 2$ km satisfacen las dos condiciones del problema; por tanto desde la casa al mercado hay 10 km y del mercado a la escuela hay 2 km.

C

Para resolver situaciones de las ciencias naturales, es importante que se identifique e indique las magnitudes que serán representadas por las incógnitas x y y ; luego plantear el sistema y resolverlo.

R

- Carlos viajó a la playa el fin de semana en su vehículo; desde su casa a la playa hay 50 km, desde su casa hasta la gasolinera llevaba una velocidad de 30 km por hora, y de ahí hasta la playa condujo a 15 km por hora. El recorrido tarda en total 2 horas. ¿Cuál es la distancia que hay entre su casa y la gasolinera y de la gasolinera a la playa?
De la casa a la gasolinera 40 km y de la gasolinera a la calle 10 km.
- Un bote que navega en aguas tranquilas, alcanza una velocidad de 25 km por hora y con el viento a su favor 30 km por hora. Para ir desde el muelle hasta el punto de pesca tardó 3 horas y media. ¿Cuánto tiempo navegó en aguas tranquilas y cuánto tiempo con el viento a su favor, considerando que entre los dos lugares hay 92 kilómetros?
En aguas tranquilas 2.6 horas y con el viento a favor 0.9 horas.

39

Secuencia:

Con esta clase se busca modelar situaciones del área de las ciencias naturales para resolverlas mediante el uso de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas. En este momento además de saber resolver un sistema, es necesario que el estudiante pueda expresar situaciones en lenguaje algebraico, así como el conocimiento de algunas fórmulas de uso en el estudio de las ciencias.

Posibles dificultades:

Es probable que el estudiante no conozca todavía algunos conceptos y fórmulas necesarias para modelar cada una de las situaciones planteadas. En ambos casos será necesario dar la información y orientaciones necesarias a manera de pistas para facilitar la solución de los problemas planteados.

Solución del primer ejercicio:

	casa a la gasol.	gasol. a la playa	Total
Distancia	x km	y km	50 km
Velocidad	30 km/h	15 km/h	
Tiempo	$\frac{x}{30}$ h	$\frac{y}{15}$ h	2 h

$$\begin{cases} x + y = 50 & \textcircled{1} \\ \frac{x}{30} + \frac{y}{15} = 2 & \textcircled{2} \end{cases}$$

Se resuelve aplicando reducción:

$$\begin{array}{r} \textcircled{1} \quad \longrightarrow \quad x + y = 50 \\ \textcircled{2} \times 30 \quad \longrightarrow \quad (-) \quad x + 2y = 60 \\ \hline \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad -y = -10 \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad y = 10 \end{array}$$

Sustituyendo $y = 10$ en $\textcircled{1}$

$$\begin{aligned} x + 10 &= 50 \\ x &= 40 \end{aligned}$$

Los valores $x = 40$ km, $y = 10$ km satisfacen las dos condiciones del problema; por tanto, desde la casa a la gasolinera hay 40 km y de la gasolinera a la playa hay 10 km.

Tarea: página 42 del Cuaderno de Ejercicios.

Fecha:

U2 2.2

P

- Completa la tabla
- Escribe un sistema de ecuaciones que represente la información, luego resuélvelo.

S

	casa al merc.	merc. a la esc.	Total
Distancia	x km	y km	12 km
Velocidad	20 km/h	4 km/h	
Tiempo	$\frac{x}{20}$ h	$\frac{y}{4}$ h	1 h

$$\begin{cases} x + y = 12 \\ \frac{x}{20} + \frac{y}{4} = 1 \end{cases}$$

Se resuelve aplicando reducción:

$$\begin{array}{r} \textcircled{1} \quad \longrightarrow \quad x + y = 12 \\ \textcircled{2} \times 20 \quad \longrightarrow \quad (-) \quad x + 5y = 20 \\ \hline \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad -4y = -8 \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad y = 2 \end{array}$$

Sustituyendo $y = 2$ en $\textcircled{1}$

$$\begin{aligned} x + 2 &= 12 \\ x &= 10 \end{aligned}$$

R

$$\begin{cases} x + y = 50 \\ \frac{x}{30} + \frac{y}{15} = 2 \end{cases}$$

$$x = 40, y = 10$$

2.3 Aplicación de sistemas de ecuaciones en aritmética, parte 1

Secuencia:

Para esta clase se resolverán situaciones que corresponden al área de aritmética mediante sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas. Es importante que el estudiante domine la regla de tres y los porcentajes; así como las operaciones con decimales.

Posibles dificultades:

Puede ser que se haya olvidado el proceso de cálculo de porcentajes o la aplicación de la regla de tres, en ese caso puede referirse a la lección 3 de la Unidad 6 de séptimo grado.

Solución del primer ejercicio:

1.

	Blusa	Pantalón	Comparación
Precio original	x dólares	y dólares	$x + y = 70$
Descuento	20 % de x	10 % de y	
Precio con descuento	$0.80x$	$0.90y$	$0.8x + 0.9y = 59$

$$\begin{cases} x + y = 70 & \textcircled{1} \\ 0.8x + 0.9y = 59 & \textcircled{2} \end{cases}$$

Aplicando el método de reducción:

$$\begin{array}{r} 0.8x + 0.8y = 56 \\ (-) 0.8x + 0.9y = 59 \\ \hline -0.1y = -3 \\ y = 30 \\ \\ x + y = 70 \\ x + 30 = 70 \\ x = 40 \end{array}$$

La blusa cuesta \$40 y el pantalón \$30.

Indicador de logro. Resuelve situaciones sobre porcentajes mediante el uso de sistemas de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas.

2.3 Aplicación de sistemas de ecuaciones en aritmética, parte 1



Ana compró su vestido con un descuento del 15%, su hermana Beatriz compró otro vestido 25 dólares más caro que el de Ana, pero consiguió un descuento del 20%, y al final solamente pagó 8 dólares más que Ana. ¿Cuál era el precio de cada vestido sin el descuento?

- Elabora la tabla que representa la relación entre los precios.
- Escribe el sistema de ecuaciones que represente las condiciones del problema y resuélvelo.



1.

	Vestido de Ana	Vestido de Beatriz	Comparación de precios
Precio original	x dólares	y dólares	$y = x + 25$
Descuento	15% de x	20% de y	-----
Precio con descuento	$0.85x$ dólares	$0.8y$ dólares	$0.8y = 0.85x + 8$ dólares

2. Se plantea el sistema con las condiciones del problema: $\begin{cases} y = x + 25 & \textcircled{1} \\ 0.8y = 0.85x + 8 & \textcircled{2} \end{cases}$

- Se convierten en enteros los coeficientes de la ecuación $\textcircled{2}$
 $80y = 85x + 800$

3. Aplicando el método de sustitución: $\begin{cases} 80(x + 25) = 85x + 800 \\ 80x + 2000 = 85x + 800 \\ 80x - 85x = 800 - 2000 \\ x = 240 \end{cases}$
- Sustituyendo $x = 240$ en la ecuación $\textcircled{1}$
 $y = 240 + 25$
 $y = 265$

4.

	Precio sin descuento	Descuento	Precio con descuento
Ana	\$240.00	\$36.00	\$204.00
Beatriz	\$265.00	\$53.00	\$212.00

Por tanto, Ana pagó \$204.00 por el vestido y Beatriz \$212.00.



Para resolver situaciones sobre tanto por ciento mediante el uso de sistemas de ecuaciones, es importante indicar los datos que serán representados por las magnitudes x y y ; luego plantear el sistema y resolverlo.



- María ha comprado un pantalón y una blusa. Los precios de estas prendas suman \$70.00, pero le han hecho un descuento del 10% en el pantalón y un 20% en la blusa, pagando en total \$59.00, ¿cuál es el precio sin descuento de cada prenda? **Blusa \$40.00 y pantalón \$30.00.**
- Un comerciante compra dos objetos por \$200.00 y los vende por un total de \$233.00. Si en la venta de uno de los objetos gana el 25% y en el otro pierde el 20%, ¿cuánto pagó por cada uno de los objetos? **Uno de los objetos \$162.2 y el otro \$37.8.**

40

Tarea: página 43 del Cuaderno de Ejercicios.

Fecha:

U2 2.3



- Completa la tabla
- Escribe el sistema de ecuaciones que represente las condiciones del problema, resuélvelo.



	V. de Ana	V. de Beatriz	Comparación
Precio original	x dólares	y dólares	$y = x + 25$
Descuento	15 % de x	20 % de y	
Precio con descuento	$0.85x$	$0.8y$	$0.8y = 0.85x + 8$

$$\begin{cases} y = x + 25 & \textcircled{1} \\ 0.8y = 0.85x + 8 & \textcircled{2} \end{cases}$$

Aplicando el método de sustitución:

$$\begin{array}{r} 80(x + 25) = 85x + 800 \\ 80x + 2000 = 85x + 800 \\ 80x - 85x = 800 - 2000 \\ x = 240 \end{array}$$

Sustituyendo $x = 240$ en $\textcircled{1}$

$$\begin{array}{r} y = 240 + 25 \\ y = 265 \end{array}$$



$$\begin{cases} x + y = 70 & \textcircled{1} \\ 0.8x + 0.9y = 59 & \textcircled{2} \\ x = 40, y = 30 & \textcircled{2} \end{cases}$$

La blusa cuesta \$40 y el pantalón \$30.

2.4 Aplicación de sistemas de ecuaciones en aritmética, parte 2

Indicador de logro. Utiliza los sistemas de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas para resolver problemas que incluyen razones y proporciones.

2.4 Aplicación de sistemas de ecuaciones en aritmética, parte 2

P

En el zoológico tienen avestruces y cebras a razón de 7 a 8, si entre todas se cuentan 92 patas, ¿cuántas avestruces y cuántas cebras hay?



S

1. Llamando y al número de avestruces y x al número de cebras, representa las condiciones:
 "a razón de 7 a 8" $y:x = 7:8 \rightarrow 8y = 7x$
 "se cuentan 92 patas" $4x + 2y = 92 \rightarrow 4x + 2y = 92$

2. Se plantea el sistema:
$$\begin{cases} 8y = 7x & (1) \\ 4x + 2y = 92 & (2) \end{cases}$$

3. Se resuelve el sistema:

- Despejar y de la ecuación (1)

$$y = \frac{7}{8}x$$

- Sustituir $y = \frac{7}{8}x$, en la ecuación (2)
- Sustituye el valor $x = 16$ en (1)

$$4x + 2\left(\frac{7}{8}x\right) = 92$$

$$y = \frac{7}{8}(16)$$

$$4x + \frac{7}{4}x = 92$$

$$y = 7(2)$$

$$16x + 7x = 368$$

$$y = 14$$

$$23x = 368$$

$$x = 16$$

Por lo tanto, hay 14 avestruces y 16 cebras.

• Las partes de una razón:
 $a:b$
 Antecedente Consecuente

• La propiedad fundamental de las proporciones.
 Si $a:b = c:d$, entonces:
 $a \times d = b \times c$

C

Los sistemas de ecuaciones pueden utilizarse para resolver distintas situaciones de la vida cotidiana, tal como se evidencia en los ejemplos desarrollados:

- Geometría: áreas de figuras planas, perímetro, etc.
- Matemática financiera: tanto por ciento, etc.
- Ciencias naturales: movimiento rectilíneo, etc.
- Aritmética: razones, proporciones, etc.

E

- Un fontanero y su ayudante reciben por la instalación de tres sanitarios \$270.00, los que se reparten en la razón 7:2, ¿cuánto dinero recibirá cada uno? **El fontanero \$210.00 y el ayudante \$60.00.**
- Las edades de dos hermanos son entre sí como 2:5 y ambas edades suman 28 años, ¿cuál es la edad de cada uno? **El mayor 20 años y el menor 8 años.**
- El perímetro de una cancha de fútbol mide 432 metros. Si la razón entre el ancho y el largo es 5:7, ¿cuánto mide cada lado de la cancha? **El ancho 90 y el largo 126.**

41

Secuencia:

Para esta clase se continúa con la solución de situaciones del área de aritmética, en este caso se hace referencia al uso de las razones para modelar una situación mediante un sistema de ecuaciones y determinar los valores de las incógnitas que satisfacen la situación.

Posibles dificultades:

Es posible que algunos estudiantes tengan dificultades al utilizar las proporciones para modelar las situaciones planteadas, en ese caso se puede hacer referencia a la lección 3 de la Unidad 5 de séptimo grado y de ser necesario hacer un breve recordatorio general.

Solución del primer ejercicio:

- "a razón de 7 a 2" $y : x = 7 : 2$
 $2y = 7x$

"Reciben en total 270 dólares"

$$x + y = 270$$

$$\begin{cases} 2y = 7x & (1) \\ x + y = 270 & (2) \end{cases}$$

Despejar y de la ecuación $y = \frac{7}{2}x$

Aplicando sustitución:

$$x + \frac{7}{2}x = 270$$

$$2x + 7x = 540$$

$$9x = 540$$

$$x = 60$$

Sustituye el valor $x = 60$ en (1)

$$y = \frac{7}{2}(60)$$

$$y = 7(30)$$

$$y = 210$$

El fontanero recibirá \$210 y el ayudante \$60.

Tarea: página 44 del Cuaderno de Ejercicios.

Fecha:

U2 2.4

P

Hay avestruces y cebras a razón de 7 a 8. Total de patas 92, ¿cuántas avestruces y cebras hay?

S

$$\begin{cases} 8y = 7x & (1) \\ 4x + 2y = 92 & (2) \end{cases}$$

Despejar y de la ecuación, $y = \frac{7}{8}x$

Aplicando sustitución:

$$4x + \frac{7}{4}x = 92$$

$$16x + 7x = 368$$

$$23x = 368$$

$$x = 16$$

Sustituye el valor $x = 16$ en (1)

$$y = \frac{7}{8}(16)$$

$$y = 7(2)$$

$$y = 14$$

R

$$\begin{cases} 2y = 7x & (1) \\ x + y = 270 & (2) \end{cases}$$

$$x = 60, y = 210$$

Ellos recibirán \$210 y \$60 respectivamente.

2.5 Practica lo aprendido

Solución de algunos ítems de la clase 2.5:

$$5. \begin{cases} 3x + 5y = 84 \\ 5x + 7y = 124 \end{cases}$$

Sea x el precio de los clavos y y el precio de los tornillos.

Reduce en x , sumando (1) y (2)

$$(1) \times 5 \longrightarrow 15x + 25y = 420$$

$$(2) \times 3 \longrightarrow 15x + 21y = 372$$

$$15x + 25y = 420$$

$$(-) 15x + 21y = 372$$

$$4y = 48$$

$$y = 12$$

Al sustituir $y = 12$ en $3x + 5y = 84$

$$3x + 5y = 84$$

$$3x + 5(12) = 84$$

$$3x = 84 - 60$$

$$x = 8$$

El precio de la caja de clavos es de \$8 y el precio de la caja de tornillos es de \$12.

Solución de algunos ítems de la clase 2.6:

3. Considerando las condiciones entre antecedente y consecuente, se tiene:

$$(y + 3) : (x - 2) = 6 : 7$$

$$(y - 5) : (x + 2) = 2 : 5$$

$$\begin{cases} 6x - 7y = 33 \\ 2x - 5y = -29 \end{cases}$$

Reduce en x , sumando (1) y (2)

$$(1) \longrightarrow 6x - 7y = 33$$

$$(2) \times 3 \longrightarrow 6x - 15y = -87$$

$$6x - 7y = 33$$

$$(-) 6x - 15y = -87$$

$$8y = 120$$

$$y = 15$$

Al sustituir $y = 15$ en $6x - 7y = 33$

$$6x - 7y = 33$$

$$6x - 5(15) = 33$$

$$3x = 33 + 105$$

$$x = 23$$

Antecedente 15 y consecuente 21.

Indicador de logro. Aplica los sistemas de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas, para resolver problemas en los que se deben modelar situaciones del entorno.

2.5 Practica lo aprendido

Resuelve los problemas aplicando las estrategias y métodos de solución aprendidos.

- Mario entrena en el río. Primero nada contra la corriente y demora 30 minutos en recorrer 2 kilómetros. Luego, nada a favor de la corriente y demora 15 minutos en recorrer la misma distancia.
 - ¿Cuántas cantidades desconocidas involucra el problema? ¿Cuáles son?
 - ¿Cuáles son los datos conocidos del problema?
 - ¿Qué condiciones impone el problema sobre estas cantidades? ¿Cómo se expresan matemáticamente estas condiciones?
 - ¿Cuál es la velocidad de Mario respecto al río y la velocidad del río respecto a la orilla?
- Carlos pagó una cuenta de \$300 con billetes de \$5 y de \$10. En total empleó 45 billetes para hacer el pago, ¿cuántos billetes de cada valor utilizó? **30 billetes de \$5 y 15 billetes de \$10.**
- Un número de dos cifras es tal, que la cifra que ocupa el lugar de las decenas es el doble de la que ocupa el lugar de las unidades, y la diferencia de las dos cifras es igual a 3. Calcula ese número.
El número es el 63.
- Juan dispone de un capital de \$8,000.00, del cual una parte la deposita en una cuenta al 5% de interés anual y otra al 6% anual. Calcula ambas partes sabiendo que el capital acumulado al cabo de un año será de \$8,450.00. **3 000 al 5 % y 5 000 al 6 %.**
- Miguel pagó \$84.00 por 3 cajas de clavos y 5 cajas de tornillos. José compró 5 cajas de clavos y 7 de tornillos, y tuvo que pagar \$124.00, ¿cuál es el precio de cada caja de clavos y de cada caja de tornillos?
Por la caja de clavos pagó \$8 y por la de tornillos \$12.

2.6 Practica lo aprendido

Valora si los datos y las condiciones son suficientes para que los siguientes problemas tengan solución o que la solución sea lógica.

- En la granja El Corral se han envasado 300 litros de leche en 120 botellas de dos y cinco litros. ¿Cuántas botellas de cada tipo se han utilizado? **20 de 5 litros y 100 de 2 litros.**
- El propietario de una hacienda ha decidido sembrar dos tipos de cultivo: maíz y frijol. La semilla del maíz cuesta \$4 por tarea, y la del frijol \$8 por tarea. El costo de mano de obra es de \$10 por tarea para el maíz y de \$20 por tarea para el frijol. Si el propietario dispone gastar \$216 en semillas y \$5,400 en mano de obra, ¿cuántas hectáreas de cada cultivo podrá sembrar?
Con los datos y condiciones proporcionadas, no tiene solución.
- Si al antecedente de una razón le sumamos 3 y al consecuente le restamos 2, la razón se convierte en 6:7; pero si al antecedente le restamos 5 y al consecuente le sumamos 2, la razón resultante es 2:5, ¿cuál es el valor del antecedente y del consecuente de la razón?
Antecedente 15 y consecuente 23.
- Un elaborador de jugos artesanales se dispone a preparar una mezcla entre dos variedades. Para responder a un pedido de compra, el volumen total de la mezcla a obtener debe ser de 1420 litros. Si el volumen de coco que interviene en la mezcla es igual a dos tercios del volumen de piña más 120 litros, ¿cuántos litros de cada variedad deben mezclarse para obtener la variedad de jugo deseada?
Volumen de piña 780 litros y volumen de coco 640 litros.

42

Tarea: páginas 45 y 46 del Cuaderno de Ejercicios.

Prueba de la Unidad 2: Ecuaciones lineales con dos incógnitas

Matemática 8º

Fecha: _____

Nombre: _____ Sección: _____

Edad: _____ años NIE: _____ Sexo: masculino femenino

Centro escolar: _____

Indicaciones: en cada ejercicio planteado debes dejar constancia de tus procedimientos. Escribe la respuesta final en el recuadro correspondiente.

1. De los siguientes pares de valores, ¿cuál es la solución del sistema de ecuaciones?

$$\begin{cases} x + y = 10 \\ 2x - y = 8 \end{cases}$$

- a) $x = 5, y = 5$
- b) $x = 4, y = 6$
- c) $x = 6, y = 4$

Respuesta:

2. Resuelve los sistemas de ecuaciones aplicando reducción.

a) $\begin{cases} 3x + 5y = 22 \\ 3x + 2y = 16 \end{cases}$

Respuesta:

b) $\begin{cases} 2x + 3y = 11 \\ 4x + 5y = 19 \end{cases}$

Respuesta:

Descripción:

La prueba de esta unidad está formada por 5 numerales donde es necesario realizar el proceso completo para determinar adecuadamente los valores indicados. Como no tienen literales, cada numeral corresponde a un ítem.

Criterios para asignar puntos parciales:

Para cada uno de los ítems que se presentan, la respuesta se considera parcialmente correcta si se cumple uno de los criterios que se establecen a continuación:

Ítem 1:

En este ítem no se considerarán respuestas parcialmente correctas, solamente correctas, incorrectas o sin respuesta.

Ítem 2:

En estos ítems se considerará una respuesta parcialmente correcta, si el estudiante determina adecuadamente el valor de una de las incógnitas.

Prueba de la Unidad 2

Ítem 3:

Se considerará una respuesta parcialmente correcta, si el estudiante determina adecuadamente el valor de una de las incógnitas.

Ítems 4 y 5:

En estos ítems se considerará una respuesta parcialmente correcta, si al menos se plantea adecuadamente el sistema de ecuaciones que modela cada una de las situaciones planteadas.

3. Resuelve los sistemas de ecuaciones aplicando el método de sustitución.

$$\begin{cases} 2x + 5y = 13 \\ x - 3y = 1 \end{cases}$$

Respuesta:

4. La base de un rectángulo mide 20 cm más que su altura. Si el perímetro mide 172 cm, ¿cuáles son las dimensiones del rectángulo?

Respuesta:

5. Hay 7 bolsas, cada bolsa contiene 2 o 3 lápices. Si el total de lápices es 16, ¿cuántas bolsas contienen 2 lápices?

Respuesta: