

6

Matemática



Matemática

6



Libro de Texto
Primera edición

ESMATE

Matemática

6



ESMATE

Ing. Carlos Mauricio Canjura Linares
Ministro de Educación

Lic. Francisco Humberto Castaneda
Viceministro de Educación

Dra. Erlinda Hándal Vega
Viceministra de Ciencia y Tecnología

Lic. Óscar de Jesús Águila Chávez
Director Nacional de Educación Media (Tercer Ciclo y Media)
Director del Proyecto ESMATE

Licda. Xiomara Guadalupe Rodríguez Amaya
Directora Nacional de Educación Básica

Licda. Mélida Hernández de Barrera
Directora Nacional de Prevención y Programas Sociales

Ing. Wilfredo Alexander Granados Paz
Gerente de Gestión y Desarrollo Curricular de
Educación Media Coordinador del Proyecto ESMATE

Licda. Janet Lorena Serrano de López
Gerente de Gestión y Desarrollo Curricular
de Educación Básica

Lic. Félix Abraham Guevara Menjívar
Jefe del Departamento de Educación en Ciencia
Tecnología e Innovación (Matemática)

Lic. Gustavo Antonio Cerros Urrutia
Jefe del Departamento de Especialistas en Currículo
de Educación Media

Licda. Vilma Calderón Soriano de Alvarado
Jefe del Departamento de Formación en Servicio de Educación Básica

Equipo Técnico Autoral del Ministerio de Educación

Doris Cecibel Ochoa Peña
María Dalila Ramírez Rivera
Wendy Stefanía Rodríguez Argueta
Inés Eugenia Palacios Vicente
Norma Yolibeth López de Bermudez
Ruth Abigail Melara Viera
Marta Rubidia Gamero de Morales
Liseth Steffany Martínez de Castillo
Alejandra Natalia Regalado Bonilla

Equipo de diagramación

Neil Yazdi Pérez Guandique
Laura Guadalupe Pérez
Judith Samanta Romero de Ciudad Real

Corrección de estilo

Karen Lissett Guzmán Medrano
Ana Esmeralda Quijada Cárdenas
Marlene Elizabeth Rodas Rosales

Cooperación Técnica de Japón a través de la Agencia de Cooperación Internacional del Japón (JICA)

Primera edición, 2018.

Derechos reservados. Prohibida su venta y su reproducción con fines comerciales por cualquier medio, sin previa autorización del MINED.

Imagen de portada con fines educativos, esta tiene como base el cubo. En la portada se representa el signo de la suma, resta y multiplicación, que son las operaciones principales a desarrollar; además hace referencia a cubos y primas rectangulares.

372.704 5

M425 Matemáticas 6 : libro de texto / equipo técnico autoral Doris Cecibel Ochoa Peña, María Dalila Ramírez, Wendy Stefanía Rodríguez, Inés Eugenia Palacios, Alejandra Natalia Regalado, Norma Yolibeth López, Ruth Abigail Melara, Marta Rubidia Gamero, Liseth Steffany Martínez; equipo de diagramación Neil Yazdi Pérez, Judith Samanta Romero, Laura Guadalupe Pérez; corrección de estilo Karen Lissett Guzmán Medrano. -- 1ª ed. -- San Salvador, El Salv. : Ministerio de Educación, 2018.
216 p. : il. ; 28 cm. -- (Esmate)

ISBN 978-99961-89-03-6 (impreso)

1. Matemáticas-Libros de texto. 2. Matemáticas-Enseñanza. I. Ochoa Peña, Doris Cecibel, coaut. II Título.

Queridas niñas y niños:

Bienvenidos a un nuevo período escolar que estará lleno de retos y experiencias, el cual emprenderán con mucho entusiasmo, voluntad y entrega en esta aventura del aprendizaje matemático.

El Ministerio de Educación (MINED) desde “El proyecto de Mejoramiento de los Aprendizajes de Matemática en Educación Básica y Educación Media”(ESMATE), quiere formar buenos ciudadanos, con valores, creativos así como capacidades para afrontar y mejorar situaciones de la vida diaria.

A través de la Matemática conocerás diferentes formas para resolver situaciones utilizando un razonamiento matemático; así analizarás y harás propuestas para solucionar cualquier escenario que se te presente.

Es necesario contar con el apoyo de tu familia y en especial con el acompañamiento de tu docente, para guiarte en tu compromiso de aprender con alegría y dedicación; a través de los juegos y actividades que se presentan en este libro.

Contamos con tu esfuerzo y dedicación para desarrollar un mejor El Salvador.

Atentamente,

Carlos Mauricio Canjura Linares
Ministro de Educación

Francisco Humberto Castaneda
Viceministro de Educación

Erlinda Hándal Vega
Viceministra de Ciencia y Tecnología

Conozcamos nuestro libro

Secciones de cada clase

Título de la clase

Analiza.....

Plantea un problema para que lo resuelvas en esta clase.

Resuelve.....

Contiene actividades para que ejercites lo aprendido en la clase, similar a lo que hiciste en la sección Analiza.

Soluciona.....

Presenta una o más soluciones del problema inicial, una de ellas puede ser similar a tu solución.

Comprende.....

Destaca los aspectos más importantes sobre lo desarrollado en la clase.



Solución 1



Solución 2

Clase / Lección

Clase / Lección

Clases especiales

Aplica lo aprendido

Presenta ejercicios de todas las clases de una lección o unidad, para que practiques los contenidos desarrollados.

Clase / Lección

Repaso

Presenta ejercicios de algunas clases de unidades pasadas o de temas de segundo grado, como un consolidado de lo aprendido, para desarrollar con éxito las clases posteriores.

Clase / Lección

Secciones especiales

¿Qué pasaría?

Presenta ejercicios similares a la sección Analiza, con nuevos retos para que practiques un poco más.

¿Sabías que...?

Proporciona datos curiosos relacionados al tema presentado en la clase.

★Desafíate

Propone retos matemáticos en los que puedes aplicar lo visto en clase con creatividad, notando lo mucho que has aprendido.

Nuestros acompañantes

Serán tus compañeras y compañeros durante todo el año escolar, compartirán contigo soluciones a los problemas planteados en la sección Analiza.

Hola, te acompañaremos en este nuevo año, aprenderemos mucho de Matemática.



José



Julia



Ana



Carlos



Carmen



Antonio

Nuestros personajes

Estos personajes forman parte de la fauna de El Salvador y en nuestro libro te darán pistas, recomendaciones e información adicional para resolver los ejercicios propuestos. Es importante que los respetemos y protejamos porque son parte de la naturaleza y algunos de ellos están en peligro de extinción.

Soy una iguana, usualmente salimos a tomar el Sol para estar activas. Nos gusta los lugares con mucha vegetación.



Soy un armadillo, pero en El Salvador me conocen como cusuco, poseemos un duro caparazón que nos ayuda a protegernos.



Soy una tortuga golfina. Nosotras no olvidamos el lugar donde nacimos, por eso regresamos cada año a las playas de El Salvador a poner nuestros huevos.



Soy un garrobo. Es común que nos encontres tomando el Sol con iguanas, por lo que suelen confundirnos, pero somos especies diferentes.



Índice

Unidad 1

Operaciones con fracciones 01

Lección 1: Multiplicación de fracciones por números naturales 02

Lección 2: División de fracciones entre números naturales 08

Lección 3: Multiplicación de fracciones por fracciones 13

Unidad 2

Cantidades variables y números romanos 25

Lección 1: Cantidades variables 26

Lección 2: Números Romanos 38

Unidad 3

División de fracciones y operaciones combinadas 43

Lección 1: División de fracciones entre fracciones 44

Lección 2: Operaciones combinadas 62

Unidad 4

Razones y porcentajes 71

Lección 1: Razones 72

Lección 2: Porcentajes 83

Unidad 5

Proporcionalidad 99

Lección 1: Proporciones 100

Lección 2: Proporcionalidad directa 114

Lección 3: Proporcionalidad inversa 124

Unidad 6

Área del círculo y longitud de la circunferencia 133

Lección 1: Longitud de la circunferencia 134

Lección 2: Área del círculo 139

Unidad 7

Análisis de datos 149

Lección 1: Moda 150

Lección 2: Mediana 152

Lección 3: Media 154

Unidad 8

Volumen de cubos y prismas rectangulares 161

Lección 1: Volumen 162

Unidad 9

Conversiones 173

Lección 1: Conversiones 174

Unidad 10

Traslaciones, simetrías y rotaciones 177

Lección 1: Traslaciones y simetrías 178

Lección 2: Simetría rotacional 185

Lección 3: Simetría de figuras planas y polígonos regulares 192

Unidad 11

Formas de contar y ordenar objetos 195

Lección 1: Técnica de conteo 196

Lección 2: Probabilidad 200

Unidad 12

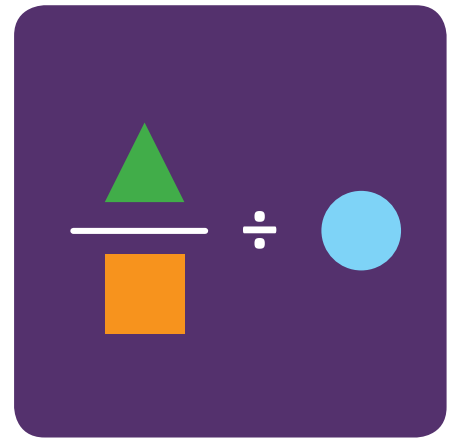
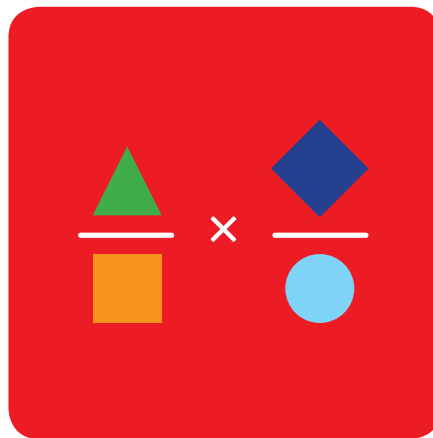
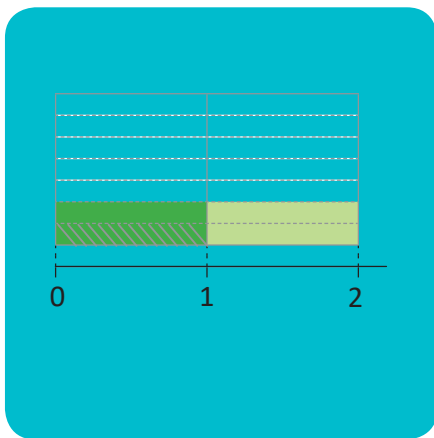
Conceptos básicos 203

Lección 1: Repaso de números y operaciones 204

Lección 2: Repaso de relaciones entre cantidades 207

Lección 3: Repaso de geometría 209

Operaciones con fracciones



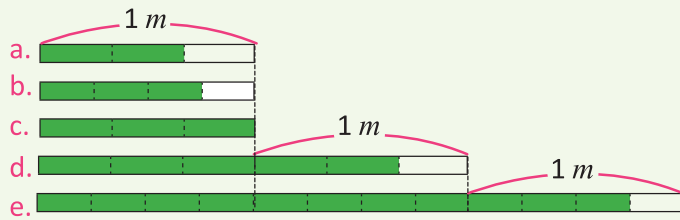
En esta unidad aprenderás a

- Multiplicar fracciones por números naturales
- Multiplicar números mixtos por números naturales
- Multiplicar fracciones por fracciones
- Dividir fracciones entre números naturales
- Encontrar el recíproco de un número
- Simplificar multiplicaciones de fracciones



Clase de repaso

1. Escribe en cada literal la fracción que está representada en los gráficos.



2. Representa gráficamente las siguientes fracciones:

a. $\frac{2}{7}$

b. $\frac{4}{3}$

Son fracciones equivalentes aquellas que; aunque parezcan distintas, tienen el mismo valor. Dada una fracción, se pueden encontrar fracciones equivalentes a ella por simplificación: cuando se divide el numerador y el denominador por un mismo número.



3. Encuentra tres fracciones equivalentes por simplificación:

a. $\frac{8}{12}$

b. $\frac{60}{90}$

Para simplificar una fracción hasta su mínima expresión, se divide el numerador y el denominador entre su MCD.

4. Simplifica las siguientes fracciones hasta su mínima expresión:

a. $\frac{20}{6}$

b. $\frac{15}{10}$

c. $\frac{30}{50}$

Para convertir fracciones impropias a números mixtos.

Por ejemplo: $\frac{27}{4}$

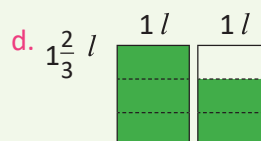
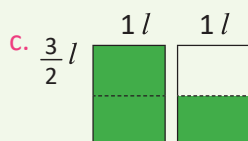
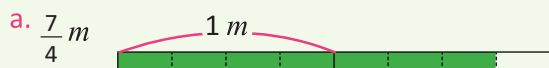
2	7		4
2	4		6
0	3		

Es decir: $\frac{27}{4} = 6 + \frac{3}{4} = 6 \frac{3}{4}$

Para convertir números mixtos a fracciones impropias.

$$1 \frac{3}{5} = \frac{1 \times 5 + 3}{5} = \frac{8}{5}$$

5. Convierte las siguientes fracciones impropias a números mixtos y viceversa:

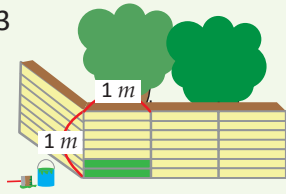


Introducción a la multiplicación de fracciones con números naturales

Analiza

Carlitos utiliza 1 gal de pintura para $\frac{2}{7} m^2$ de un muro de 1 m de altura que se encuentra en el jardín de su casa. ¿Cuántos metros cuadrados pintará con 3 gal de pintura?

PO: $\frac{2}{7} \times 3$



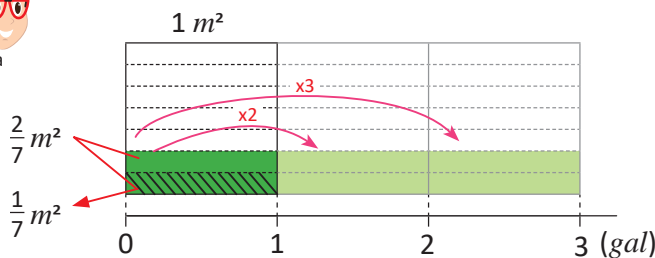
Lo que pinta con 1 galón (m^2) × galones a utilizar = metros cuadrados que se pintan con galones a utilizar.

Observa que:

¿Cómo se puede calcular $\frac{2}{7} \times 3$?

Soluciona

$\frac{2}{7} \times 3$ significa tener $\frac{2}{7}$ repetido 3 veces:

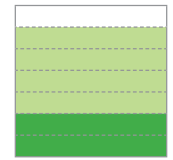


En $\frac{2}{7}$ hay 2 veces $\frac{1}{7}$, así que:

$\frac{2}{7} \times 3$ significa tener $\frac{1}{7}$ repetido 2×3 veces; es decir, $\frac{1}{7}$ repetido 6 veces, esto es $\frac{6}{7}$

R: $\frac{6}{7} m^2$

Todo lo pintado es menos de $1 m^2$



Comprende

Para multiplicar una fracción por un número natural:

- 1 Multiplica el numerador por el número natural.
- 2 Deja el mismo denominador.

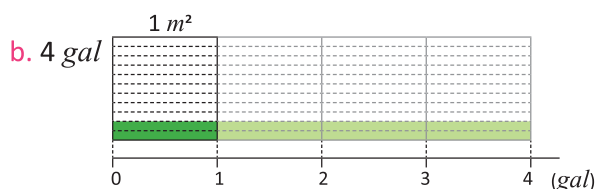
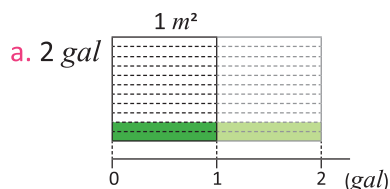
Ejemplo: $\frac{3}{7} \times 2 = \frac{3 \times 2}{7} = \frac{6}{7}$

$$\frac{\triangle}{\square} \times \bullet = \frac{\triangle \times \bullet}{\square}$$

$\triangle, \square, \bullet$ representan cualquier número natural.

Resuelve

1. Encuentra cuántos metros cuadrados pinta Carlitos con las siguientes cantidades de pintura, si con 1 gal pintó $\frac{2}{11} m^2$. En el literal c haz tú el gráfico.



Observa que:

$$\frac{2}{11} \times 0 = 0$$

En general, cualquier fracción multiplicada por cero da cero.



c. 5 gal

2. Efectúa:

a. $\frac{2}{9} \times 4$

b. $\frac{3}{10} \times 3$

c. $\frac{4}{15} \times 2$

Multiplicación de fracciones con números naturales

Analiza

Si tienes 1 gal de pintura con el que pintas $\frac{3}{5} m^2$, ¿cuánto pintarás con 4 gal? Escribe el **PO**.

Soluciona

PO: $\frac{3}{5} \times 4$

Aplico lo aprendido en la clase anterior:

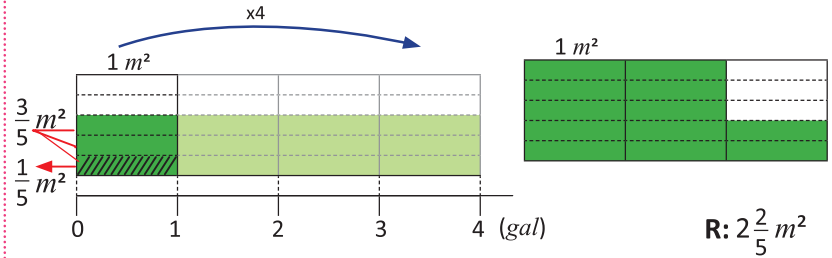
Carlos $\frac{3}{5} \times 4 = \frac{3 \times 4}{5}$
 $= \frac{12}{5}$ **R:** $2 \frac{12}{5} m^2$

Como $\frac{12}{5}$ es una fracción impropia, la convierto a número mixto:

$$\frac{12}{5} = 2 \frac{2}{5}$$

R: $\frac{12}{5} (= 2 \frac{2}{5}) m^2$

Gráficamente $\frac{3}{5} m^2 \times 4 \longrightarrow \frac{12}{5} \longrightarrow 2 \frac{2}{5} m^2$



Observa que el resultado de $\frac{3}{5} \times 4$ nos dice cuánto es $\frac{3}{5} m^2$ repetido 4 veces. Así que, 3 quintas partes repetidas 4 veces son $\frac{12}{5}$, que equivalen a $2 \frac{2}{5}$



Comprende

Cuando el resultado de una multiplicación es una fracción impropia, se puede convertir a número mixto.

Ejemplo: $\frac{4}{7} \times 5 = \frac{4 \times 5}{7} = \frac{20}{7} (= 2 \frac{6}{7})$

Resuelve

1. Efectúa las siguientes multiplicaciones:

- a. $\frac{1}{3} \times 4$ b. $\frac{2}{3} \times 7$ c. $\frac{3}{10} \times 7$
- d. $\frac{3}{4} \times 3$ e. $\frac{7}{5} \times 4$ f. $\frac{3}{2} \times 5$

En e y f las multiplicaciones son fracciones impropias; pero el procedimiento es el mismo que con fracciones propias.



2. Una receta para panecillos de chocolate y avena requiere $\frac{3}{4}$ tazas de avena. Si preparamos 5 de estas recetas, ¿cuántas tazas de avena necesitamos?
3. Camila dedica cada tarde $\frac{3}{4}$ de hora para hacer sus tareas. ¿Cuántas horas dedicó para hacer sus tareas en 20 días?

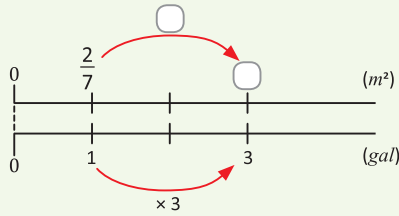


Interpretación de las gráficas numéricas de doble recta numérica

Analiza

Si con 1 gal pintas $\frac{2}{7} m^2$, ¿cuántos metros cuadrados pintarías con 3 gal?

Este problema se resolvió en una de las clases anteriores y puede representarse con una gráfica de doble recta numérica como la siguiente:



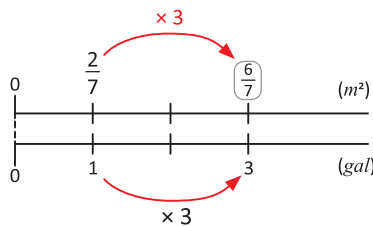
Analiza el uso e interpretación de este tipo de gráficas.

Soluciona

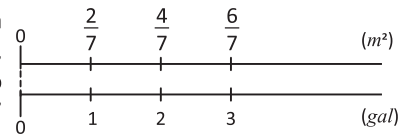
La gráfica muestra la relación que existe entre la cantidad de galones de pintura usados (línea de abajo) y la cantidad de metros cuadrados pintados (línea de arriba).

Observo que de 1 gal a 3 gal se triplica la cantidad de galones, así que la cantidad de metros cuadrados (m^2) que se pinta con 3 gal es triple de lo que se pinta con 1 gal

El gráfico completo es:

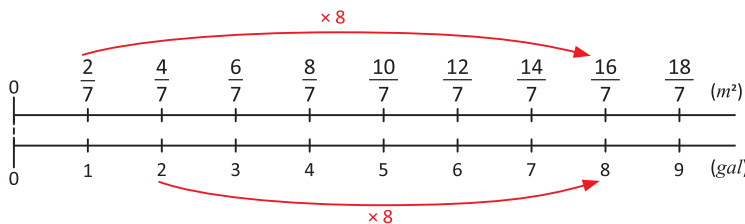


También la escala de medida en las líneas no es la misma, en la línea de gal se cuenta de 1 en 1, y como por cada galón utilizado se pintan $\frac{2}{7} m^2$, la línea de " m^2 " aumenta de $\frac{2}{7}$ en $\frac{2}{7}$



Comprende

Las gráficas de doble recta numérica se usan para representar la relación entre dos cantidades que varían. Por ejemplo, si se sabe que con 1 gal se pintan $\frac{2}{7} m^2$, ¿cuánto se puede pintar con 8 gal?

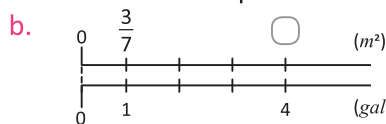
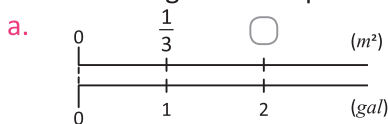


Los galones aumentan de 1 en 1, mientras que los metros cuadrados de $\frac{2}{7}$ en $\frac{2}{7}$; luego contamos 8 veces $\frac{2}{7}$

R: $\frac{16}{7} m^2$

Resuelve

1. Completa las siguientes gráficas. Imagina que cada una representa una situación diferente de galones de pintura usados y metros cuadrados pintados:



2. En los siguientes casos haz tú el gráfico y responde:

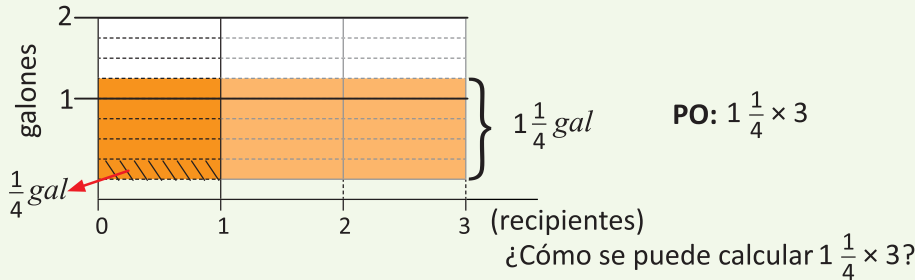
a. Con 1 gal se pintan $\frac{2}{5} m^2$, ¿cuántos metros cuadrados se pintan con 2 gal?

b. Con 1 gal se pintan $\frac{3}{4} m^2$, ¿cuántos metros cuadrados se pintan con 5 gal?

Multiplicación de números mixtos por números naturales

Analiza

Carlitos tiene 3 recipientes con capacidad de 2 gal, si cada uno contiene $1\frac{1}{4}$ gal de pintura, ¿cuántos galones de pintura tiene en total?



Soluciona

Convierto el número mixto a fracción impropia y multiplico:



Como $1\frac{1}{4} = \frac{5}{4}$
 entonces $1\frac{1}{4} \times 3 = \frac{5}{4} \times 3$
 $= \frac{5 \times 3}{4}$
 $= \frac{15}{4} (= 3\frac{3}{4})$
R: $\frac{15}{4} (= 3\frac{3}{4})$ gal

Como $1\frac{1}{4} = 1 + \frac{1}{4}$, Carlitos tiene 1 gal completo 3 veces más $\frac{1}{4}$ gal también 3 veces, es decir, tiene $(1 \times 3 + \frac{1}{4} \times 3)$ gal con pintura: $1 \times 3 + \frac{1}{4} \times 3 = 3 + \frac{3}{4}$
R: $3\frac{3}{4}$ gal



¡Y la respuesta es la misma!

¿Cuál procedimiento te parece mejor?



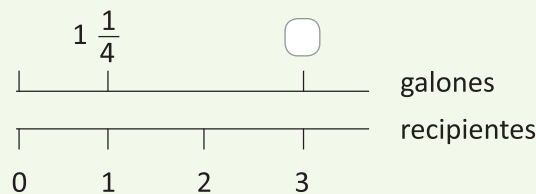
Comprende

Para multiplicar números mixtos con números naturales:

- ① Convierte el número mixto en fracción impropia.
- ② Multiplica la fracción por el número natural.
 (Si el resultado es fracción impropia, puedes convertir a número mixto.)

¿Qué pasaría?

Presentando en la gráfica de doble recta numérica:



- ① $1\frac{1}{4} \times 3 = \frac{5}{4} \times 3$
- ② $= \frac{5 \times 3}{4}$
 $= \frac{15}{4} (= 3\frac{3}{4})$

Resuelve

1. Efectúa:

a. $1\frac{1}{3} \times 2$

b. $1\frac{2}{5} \times 3$

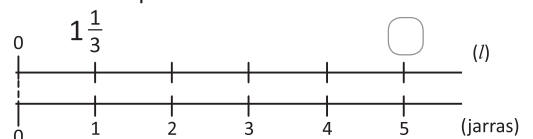
c. $2\frac{1}{4} \times 5$

d. $2\frac{1}{5} \times 3$

e. $3\frac{2}{5} \times 4$

f. $4\frac{3}{4} \times 3$

2. Se necesitan $1\frac{1}{3}$ l de jugo para llenar una jarra. ¿Cuántos litros de jugo se necesitarán para llenar 5 jarras?




Simplificación de multiplicación de fracciones por números naturales

Analiza

Simplifica hasta su mínima expresión la siguiente multiplicación:

$$\frac{5}{12} \times 9$$

Soluciona




$$\frac{5}{12} \times 9 = \frac{5 \times 9}{12}$$

$$= \frac{45}{12}$$

$$= \frac{15}{4}$$

Simplifico dividiendo el numerador y denominador entre 3, debido a que el MCD de 45 y 12 es 3

R: $\frac{15}{4} \left(= 3 \frac{3}{4} \right)$



$$\frac{5}{12} \times 9 = \frac{5 \times \overset{3}{\cancel{9}}}{\underset{4}{\cancel{12}}}$$

$$= \frac{5 \times 3}{4}$$

$$= \frac{15}{4}$$

Me enfoco en 9 y simplifico dividiendo el numerador y denominador entre 3 pues el MCD de 9 y 12 es 3

¡Simplifico antes de multiplicar!

R: $\frac{15}{4} \left(= 3 \frac{3}{4} \right)$

¿Cuál procedimiento te parece mejor?



Comprende

Simplificar antes de multiplicar es útil ya que evitas cálculos más grandes. Para hacerlo recuerda dividir el denominador y el número natural entre su MCD.

Ejemplo:

$$\frac{5}{12} \times 8 = \frac{5 \times \overset{2}{\cancel{8}}}{\underset{3}{\cancel{12}}}$$

$$= \frac{5 \times 2}{3}$$

$$= \frac{10}{3} \left(= 3 \frac{1}{3} \right)$$

; ya que el MCD de 8 y 12 es 4

Resuelve

1. Efectúa:

a. $\frac{1}{6} \times 3$

b. $\frac{5}{18} \times 9$

c. $\frac{5}{12} \times 18$

d. $\frac{7}{24} \times 20$

e. $\frac{3}{5} \times 5$

f. $\frac{5}{12} \times 12$

Cuando resuelvas e y f recuerda que:

$$\frac{3}{1} = 3, \quad \frac{5}{1} = 5$$



2. Si Olivia toma $\frac{3}{4}$ l de leche cada día, ¿cuántos litros de leche bebe en 30 días?

3. Un apicultor recolecta cada día $\frac{22}{3}$ gal de miel, ¿cuánto recolecta en 12 días?



El matemático griego Pappus de Alejandría, se dio cuenta de que las abejas pueden construir hexágonos con el mismo perímetro que con triángulos o cuadrados pero con un área mucho mayor. De esta forma pueden almacenar más miel.



Introducción a la división de fracciones entre números naturales

Recuerda

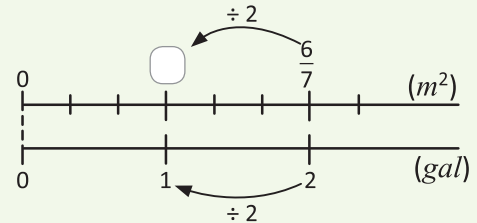
Dos jarras iguales se llenaron con 6 l de jugo. ¿Con cuántos litros se llena cada jarra? ¿Que operación utilizas para calcularlos?

Analiza

Si Carlitos utiliza 2 gal de pintura para pintar $\frac{6}{7} m^2$ del muro de su jardín, ¿cuántos metros cuadrados pinta con 1 gal?

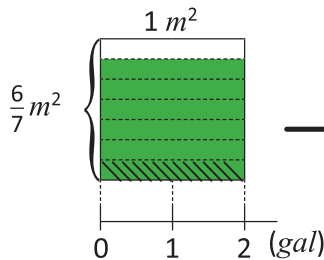
PO: $\frac{6}{7} \div 2$

¿Cómo se puede calcular $\frac{6}{7} \div 2$?

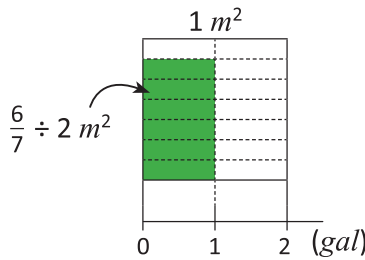


Solucion

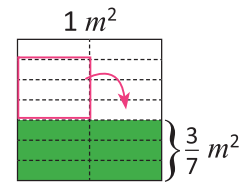
El gráfico muestra lo que pinta con 2 gal:



Así que con 1 gal pinta la mitad:



Carlos



Por lo tanto:

$$\frac{6}{7} \div 2 = \frac{6 \div 2}{7} = \frac{3}{7} \quad \mathbf{R: \frac{3}{7} m^2}$$

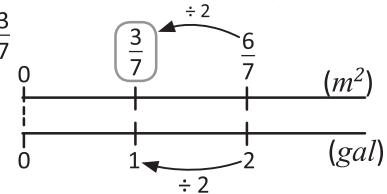
Comprende

Cuando se divide una fracción entre un número natural, si es posible se divide el numerador entre el divisor y se deja el mismo denominador.

Ejemplo:

En $\frac{6}{7}$ hay 6 veces $\frac{1}{7}$, así que al realizar $\frac{6}{7} \div 2$ se obtiene:

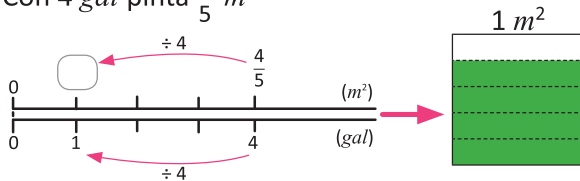
$$\frac{6}{7} \div 2 = \frac{6 \div 2}{7} = \frac{3}{7}$$



Resuelve

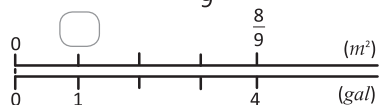
Encuentra y señala cuántos metros cuadrados pintará Carlitos; si tiene 1 gal de pintura en las situaciones a, b y c.

a. Con 4 gal pinta $\frac{4}{5} m^2$

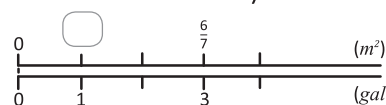


El gráfico muestra lo que pinta con 4 gal. ¿Cuántos metros cuadrados pintará con 1 gal?

b. Con 4 gal pinta $\frac{8}{9} m^2$



c. Con 3 gal pinta $\frac{6}{7} m^2$



División de fracciones entre números naturales

Recuerda

¿Qué relación tiene a. $\frac{3}{4}$ con $\frac{6}{8}$ y b. $\frac{9}{12}$ con $\frac{12}{16}$?, ¿recuerdas cómo se llaman este tipo de fracciones?, ¿cómo se obtienen?

Analiza

Si Carlitos utiliza 2 gal para pintar $\frac{3}{4} m^2$, ¿cuánto pinta con 1 gal?

PO: $\frac{3}{4} \div 2$

¿Cómo se puede calcular $\frac{3}{4} \div 2$?

Soluciona

En la clase anterior aprendí que:



Julia

$$\frac{3}{4} \div 2 = \frac{3 \div 2}{4}$$

en este caso $3 \div 2$ no es exacto.

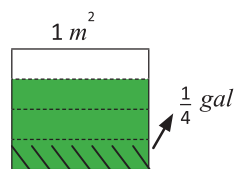
Pero al ampliar $\frac{3}{4}$ como $\frac{3 \times 2}{4 \times 2} = \frac{6}{8}$

si puedo dividir entre 2, ya que la mitad de $\frac{6}{8}$ es $\frac{3}{8}$

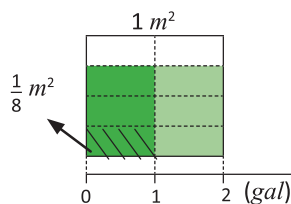
$$\begin{aligned} \text{Así: } \frac{3}{4} \div 2 &= \frac{6}{8} \div 2 \\ &= \frac{6 \div 2}{8} \\ &= \frac{3}{8} \end{aligned}$$

R: $\frac{3}{8} m^2$

Gráficamente, el metro cuadrado ya estaba dividido en 4 partes iguales:



Al dividir entre 2, queda dividido en $4 \times 2 = 8$ partes iguales:



R: $\frac{3}{8} m^2$

Si la división del numerador entre el número natural no es exacta, se amplifica la fracción:

$$\begin{aligned} \frac{3}{4} \div 2 &= \frac{3 \times 2}{4 \times 2} \div 2 \\ &= \frac{3 \times 2 \div 2}{4 \times 2} \\ &= \frac{3 \times 1}{4 \times 2} \\ &= \frac{3}{8} \end{aligned}$$

Este proceso se resume al multiplicar el denominador por el número natural y dejar el mismo numerador.

$$\begin{aligned} \frac{3}{4} \div 2 &= \frac{3}{4 \times 2} \\ &= \frac{3}{8} \end{aligned}$$



Comprende

Para dividir una fracción entre un número natural:

- 1 Deja el mismo numerador.
- 2 Multiplica el denominador por el número natural.

Ejemplo: $\frac{5}{7} \div 4 = \frac{5}{7 \times 4} = \frac{5}{28}$

$$\frac{\triangle}{\square} \div \bullet = \frac{\triangle}{\square \times \bullet}$$

▲, ●, ■ representan cualquier número natural.

Resuelve

1. Efectúa:

a. $\frac{3}{5} \div 2$

b. $\frac{3}{7} \div 4$

c. $\frac{2}{7} \div 3$

d. $\frac{3}{5} \div 5$

e. $\frac{3}{4} \div 2$

f. $\frac{5}{6} \div 7$

2. Si se reparten $\frac{2}{5} l$ de leche en cantidades iguales, en 3 vasos, ¿cuántos litros de leche quedan en cada vaso?

3. Si se reparten $\frac{3}{4} qq$ de arroz en cantidades iguales, en 5 sacos, ¿cuántos quintales de arroz quedan en cada saco?

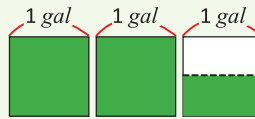
División de números mixtos entre números naturales

Recuerda

¿Recuerdas cómo efectuar $\frac{2}{3} + \frac{1}{6}$?

Analiza

Carlitos tiene $2\frac{1}{2}$ gal de pintura y los reparte en 3 recipientes:



si en cada recipiente pone la misma cantidad de pintura, ¿cuánta coloca en cada uno?

¿Cómo se puede calcular $2\frac{1}{2} \div 3$?

PO: $2\frac{1}{2} \div 3$

Soluciona

Coloco los galones, uno sobre otro para poder dividirlos equitativamente y convierto el número mixto en fracción impropia aplico lo aprendido en la clase anterior:

Como: $2\frac{1}{2} = \frac{5}{2}$

Entonces: $2\frac{1}{2} \div 3 = \frac{5}{2} \div 3$

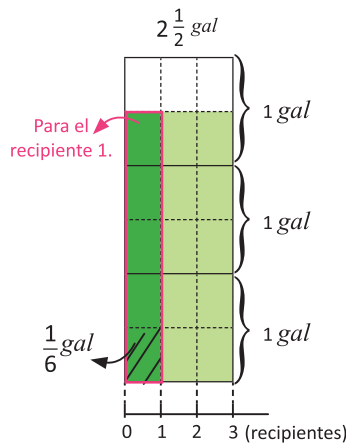
$= \frac{5}{2 \times 3}$

$= \frac{5}{6}$

R: $\frac{5}{6}$ gal



Carmen



Ya que $2\frac{1}{2} = 2 + \frac{1}{2}$ divido los 2 galones en 3 partes iguales y el $\frac{1}{2}$ gal también:

$$\begin{aligned}
 2\frac{1}{2} \div 3 &= \left(2 + \frac{1}{2}\right) \div 3 \\
 &= 2 \div 3 + \frac{1}{2} \div 3 \\
 &= \frac{2}{3} + \frac{1}{2 \times 3} \\
 &= \frac{2}{3} + \frac{1}{6} \\
 &= \frac{4}{6} + \frac{1}{6} \quad \leftarrow \text{homogenizando} \\
 &= \frac{4+1}{6} \\
 &= \frac{5}{6}
 \end{aligned}$$



Antonio

R: $\frac{5}{6}$ gal

Comprende

Para dividir números mixtos entre números naturales:

- ① Se convierte el número mixto en fracción impropia.
- ② Se divide la fracción impropia entre el número natural.
(Si el resultado es fracción impropia, se puede convertir a número mixto)

Ejemplo: ① $3\frac{2}{5} \div 2 = \frac{17}{5} \div 2$

② $= \frac{17}{5 \times 2}$
 $= \frac{17}{10} (= 1\frac{7}{10})$

Resuelve

1. Efectúa:

a. $2\frac{1}{5} \div 3$

b. $3\frac{1}{4} \div 4$

c. $4\frac{2}{3} \div 5$

d. $3\frac{1}{5} \div 3$

e. $4\frac{3}{7} \div 5$

f. $5\frac{2}{3} \div 4$

2. Con $10\frac{1}{2}$ gal se pintó una pared de 5 m^2 , ¿cuánta pintura se utiliza para 1 m^2 ?

Simplificación de divisiones

Recuerda

Efectúa: $\frac{7}{10} \times 15$, simplifica la respuesta hasta su mínima expresión.

Analiza

Simplifica hasta su mínima expresión la siguiente división:

$$\frac{4}{5} \div 12$$

Soluciona

$$\frac{4}{5} \div 12 = \frac{4}{5 \times 12}$$



$$= \frac{\cancel{4}}{\cancel{60}^{15}}; \text{ ya que el MCD de 4 y 60 es 4}$$

$$= \frac{1}{15} \text{ ¡Simplifico la respuesta final!}$$

R: $\frac{1}{15}$

$$\frac{4}{5} \div 12 = \frac{\cancel{4}^1}{5 \times \cancel{12}_3}; \text{ ya que el MCD de 4 y 12 es 4}$$

$$= \frac{1}{5 \times 3}$$

$$= \frac{1}{15}$$



¡Al igual que la multiplicación simplifico antes de multiplicar!

R: $\frac{1}{15}$

Comprende

Simplificar una división antes de multiplicar es útil ya que se evitan cálculos más grandes. Para hacerlo se divide el numerador y el número natural entre su MCD.

Ejemplo: $\frac{3}{4} \div 9 = \frac{\cancel{3}^1}{4 \times \cancel{9}_3}; \text{ ya que el MCD de 3 y 9 es 3}$

$$= \frac{1}{4 \times 3}$$

$$= \frac{1}{12}$$



Algunas divisiones con números mixtos también se pueden simplificar al convertir el número mixto a fracción impropia.

Ejemplo:

$$2\frac{4}{5} \div 6 = \frac{14}{5} \div 6$$

$$= \frac{\cancel{14}^7}{5 \times \cancel{6}_3}; \text{ ya que el MCD de 14 y 6 es 2}$$

$$= \frac{7}{5 \times 3}$$

$$= \frac{7}{15}$$

Resuelve

1. Efectúa:

a. $\frac{2}{5} \div 8$

b. $\frac{12}{13} \div 6$

c. $\frac{6}{7} \div 3$

d. $\frac{18}{11} \div 9$

e. $\frac{24}{7} \div 6$

f. $\frac{22}{7} \div 11$

2. Si $\frac{16}{5}$ lb de comida para perro se distribuyen en 4 bolsas, ¿cuántas libras hay en cada bolsa?

3. Si $3\frac{3}{4}$ qq de maíz se dividen en 5 partes iguales, ¿de cuántos quintales es cada parte?

Aplica lo aprendido

Recuerda que en la multiplicación se multiplica el numerador por el número natural. Y en la división se multiplica el denominador por el número natural. Si es posible simplificar hazlo antes de multiplicar.



1. Efectúa:

a. $\frac{2}{9} \times 4$ b. $\frac{4}{5} \times 3$ c. $3\frac{2}{5} \times 4$ d. $\frac{3}{8} \times 10$ e. $\frac{4}{5} \div 3$ f. $\frac{1}{7} \div 10$ g. $\frac{1}{10} \div 6$ h. $\frac{6}{7} \div 2$

2. David practica piano 5 días a la semana, si practicó $1\frac{1}{3}$ horas cada día, ¿cuántas horas practicó en una semana?

Uno de los pianistas más reconocidos de la historia fue **Ludwin Van Beethoven**. Aunque tenía un oído muy fino, la continua exposición a su música le provocó sordera parcial; su novena sinfonía la compuso prácticamente sordo.



3. La familia de Mateo cosechó $12\frac{2}{3}$ qq de maíz en su terreno de 8 m^2 . ¿Cuánto cosecharon en cada metro cuadrado?

4. En la fábrica Camisal utilizan $3\frac{1}{3}\text{ m}^2$ de tela para fabricar 5 camisas iguales. ¿Cuántos metros cuadrados utilizan para cada camisa?

★Desafiate

1. Katia trabajó $\frac{3}{4}\text{ h}$ cada día durante 2 días en su proyecto de Ciencias. Kevin trabajó $\frac{1}{4}\text{ h}$ cada día durante 6 días, en su proyecto de Ciencias. ¿Quién de ellos trabajó más tiempo en su proyecto?

El **tornillo de Arquímedes** posee más de 2000 años de antigüedad. Históricamente ha sido utilizado para el riego y el drenaje de agua en las minas. Al girar el mecanismo, el agua asciende por medio del tornillo por el otro extremo.



2. Al final de una jornada de ciclismo entre 5 compañeros, el equipo consume 15 botellas de agua de $\frac{5}{6}\text{ l}$ cada una, suponiendo que todos bebieron la misma cantidad, ¿cuántos litros bebió cada uno?

Multiplicación por fracciones unitarias

Recuerda

Se llaman fracciones unitarias a aquellas cuyo numerador es 1

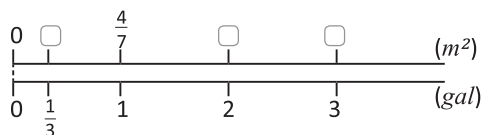
Ejemplos: $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{11}$, etc. Menciona otros ejemplos.

Analiza

Si Carlitos pinta $\frac{4}{7} m^2$ con 1 gal de pintura, ¿cuánto pinta con $\frac{1}{3} gal$?

PO: $\frac{4}{7} \times \frac{1}{3}$

¿Cómo se puede calcular $\frac{4}{7} \times \frac{1}{3}$?



Piensa cómo sería calcular lo que pinta con 2 gal y con 3 gal, ¿cómo sería para $\frac{1}{3} gal$?

2 gal: $\frac{4}{7} \times 2$ → repetido 2 veces.

3 gal: $\frac{4}{7} \times 3$ → repetido 3 veces.

$\frac{1}{3} gal$: $\frac{4}{7} \times \frac{1}{3}$ → repetido $\frac{1}{3}$ veces.

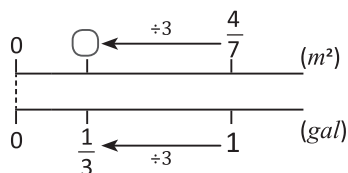
Recuerda que:

$$\text{lo que pinta con } 1 \text{ gal (en } m^2) \times \text{ cantidad de galones a utilizar} = m^2 \text{ que se pintarán}$$



Soluciona

Lo que pinta con $\frac{1}{3} gal$ también lo encuentro dividiendo entre 3 lo que pinta con 1 gal:



$$\begin{aligned} \frac{4}{7} \div 3 &= \frac{4}{7 \times 3} \\ &= \frac{4}{21} \end{aligned}$$

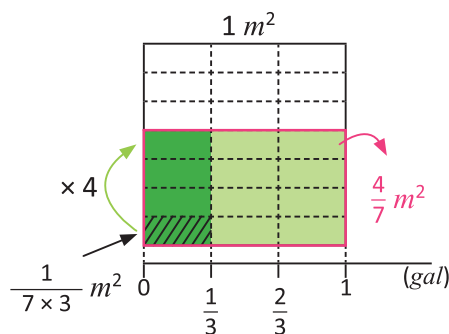
R: $\frac{4}{21} m^2$

¡Esto lo aprendimos en la lección anterior!

$\frac{4}{7} \times \frac{1}{3}$ significa tener $\frac{4}{7}$ repetido $\frac{1}{3}$ veces, esto equivale a

calcular $\frac{1}{3}$ de $\frac{4}{7}$, es decir, una tercera parte de $\frac{4}{7}$

Así que represento $\frac{4}{7}$ gráficamente y divido en 3 partes:



R: $\frac{4}{21} m^2$

Como el m^2 ya estaba dividido en 7 partes iguales, al volver a dividir en 3 partes iguales se forman 21 partes en total. De eso se toman 4 que equivalen a $\frac{4}{21}$

Comprende

Calcular $\frac{4}{7} \times \frac{1}{3}$ se puede interpretar como calcular la tercera parte de $\frac{4}{7}$, es decir equivale a la división $\frac{4}{7} \div 3$

Observa que una multiplicación por fracción unitaria equivale a una división entre número natural: el denominador de la fracción unitaria es el divisor.

$$\begin{aligned}\text{Ejemplo: } \frac{2}{5} \times \frac{1}{9} &= \frac{2}{5} \div 9 \\ &= \frac{2}{5 \times 9} \\ &= \frac{2}{45}\end{aligned}$$

Resuelve

1. Completa aplicando la equivalencia de multiplicación por fracción unitaria y división entre número natural, y luego efectúa:

a. $\frac{2}{5} \times \frac{1}{7} = \frac{2}{5} \div \boxed{}$

b. $\frac{3}{4} \times \frac{1}{5} = \frac{3}{4} \bigcirc 5$

c. $\frac{8}{9} \times \frac{1}{3} = \frac{8}{9} \div \boxed{}$

d. $\frac{7}{11} \times \frac{1}{2} = \frac{7}{11} \bigcirc 2$

2. Si Carlitos pinta $\frac{4}{5} m^2$ con 1 gal de pintura:

a. ¿cuánto pinta con $\frac{1}{3} gal$?

b. ¿y con $\frac{1}{5} gal$?

c. ¿y con $\frac{1}{2} gal$?

¿Sabías que?

Historia de las fracciones

El origen de las fracciones o quebrados es muy remoto, ya eran conocidas por los babilonios, egipcios y griegos. Los egipcios resolvían problemas de la vida diaria mediante operaciones con fracciones. Entre ellas la distribución del pan, el sistema de construcción de pirámides y las medidas utilizadas para estudiar la tierra. Esto lo comprobamos en numerosas inscripciones antiguas como el Papiro de Ahmes.



En el siglo VI después de Cristo fueron los hindúes quienes establecieron las reglas de las operaciones con fracciones. En esa época, Aryabhata se preocupó de estas leyes y después lo hizo Bramagupta en el siglo VII.

Las reglas que utilizamos en la actualidad para trabajar con fracciones, fueron obra de Mahavira -en el siglo IX- y Bháskara -en el siglo XII-.

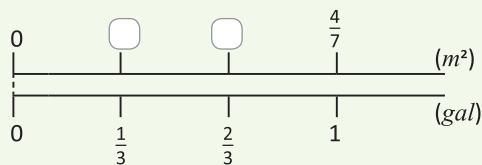
El nombre de fracción se lo debemos a Juan de Luna, que tradujo al latín en el siglo XII, el libro de aritmética de "Al-Juarizmi". Él empleó la palabra "fractio" para traducir la palabra árabe "al-Kasr", que significa quebrar, romper.

Las fracciones se conocen también con el nombre de "quebrados". El origen de las fracciones apunta a la necesidad de contar, de medir y de repartir, entre otras.

Multiplicación con fracciones

Analiza

Si Carlitos pintó $\frac{4}{7} m^2$ con 1 gal de pintura, ¿cuánto pintará con $\frac{2}{3} gal$?



PO: $\frac{4}{7} \times \frac{2}{3}$

¿Cómo se puede calcular $\frac{4}{7} \times \frac{2}{3}$?

En la clase anterior aprendimos que:

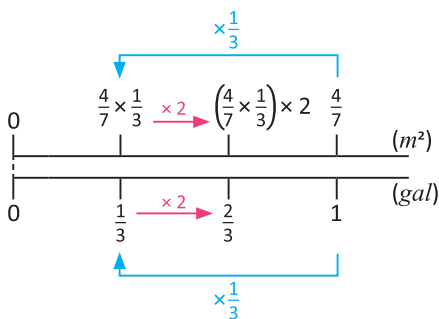
$$\begin{aligned} \frac{4}{7} \times \frac{1}{3} &= \frac{4}{7} \div 3 \\ &= \frac{4}{7 \times 3} \\ &= \frac{4}{21} \end{aligned}$$



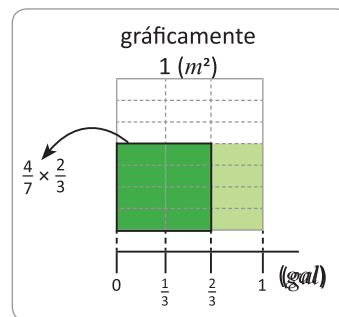
Soluciona

$\frac{4}{7} \times \frac{2}{3}$ significa tener $\frac{4}{7}$ repetido $\frac{2}{3}$ veces.

Esto equivale a calcular $\frac{2}{3}$ de $\frac{4}{7}$; y como en $\frac{2}{3}$ hay 2 veces $\frac{1}{3}$, calculo lo que pinta con $\frac{1}{3} gal$ y lo multiplico por 2:



$$\begin{aligned} \frac{4}{7} \times \frac{2}{3} &= \left(\frac{4}{7} \times \frac{1}{3}\right) \times 2 \\ &= \left(\frac{4}{7} \div 3\right) \times 2 \\ &= \frac{4}{7 \times 3} \times 2 \\ &= \frac{4}{21} \times 2 \\ &= \frac{8}{21} \\ \mathbf{R:} & \frac{8}{21} m^2 \end{aligned}$$



Comprende

Multiplicar una fracción por otra fracción se puede interpretar como calcular una fracción de otra fracción. Por ejemplo, la multiplicación $\frac{4}{7} \times \frac{2}{3}$ se interpreta como calcular $\frac{2}{3}$ de $\frac{4}{7}$, es decir, calcular 2 terceras partes de $\frac{4}{7}$

Gráficamente puede observarse que $\frac{4}{7}$ se dividió en 3 partes iguales y de esas se tomaron 2

Resuelve

1. Resuelve las siguientes multiplicaciones:

a. $\frac{4}{5} \times \frac{3}{7}$

b. $\frac{4}{9} \times \frac{2}{5}$

2. Si Carlitos pinta $\frac{4}{5} m^2$ con 1 gal:

a. ¿cuánto pinta con $\frac{2}{3} gal$?

b. ¿y con $\frac{3}{5} gal$?

c. ¿y con $\frac{4}{5} gal$?

Algoritmo de la multiplicación

Analiza

Si con 1 gal de pintura se pintaron $\frac{5}{7} m^2$, ¿cuántos m^2 se pueden pintar con $\frac{3}{4} gal$? Elabora los tipos de gráficos que has visto en las clases anteriores.

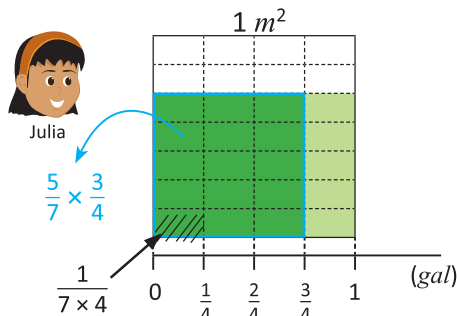
PO: $\frac{5}{7} \times \frac{3}{4}$

¿Cómo se puede calcular $\frac{5}{7} \times \frac{3}{4}$?

Soluciona

La multiplicación $\frac{5}{7} \times \frac{3}{4}$ se interpreta como calcular tres cuartas partes de $\frac{5}{7} m^2$

Gráficamente:



Represento gráficamente $\frac{5}{7} m^2$ (multiplicando), y luego lo divido en 4 partes (denominador del multiplicador), de esas tomo 3 partes (numerador del multiplicador).

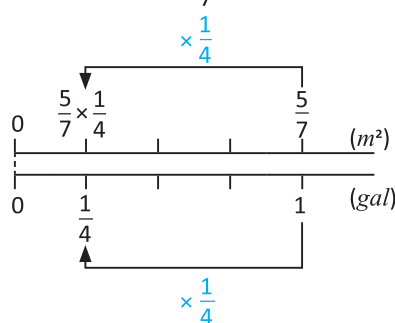
El metro cuadrado lo divido en 7 partes en forma horizontal y 4 en forma vertical, o sea en total $7 \times 4 = 28$ partes; es decir cada cuadrado pequeño ocupa $\frac{1}{7 \times 4}$ del total, es decir $\frac{1}{28} m^2$. Dentro de la parte verde oscura hay 5×3 cuadrillos de $\frac{1}{28} m^2$ o sea $\frac{15}{28} m^2$.

Observando la gráfica realizó el proceso siguiente:

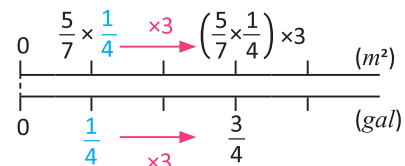
$$\begin{aligned} \frac{5}{7} \times \frac{3}{4} &= \left(\frac{5}{7} \times \frac{1}{4}\right) \times 3 \\ &= \left(\frac{5}{7} \div 4\right) \times 3 \text{ dividido } \frac{5}{7} \text{ en 4 partes} \\ &= \frac{5}{7 \times 4} \times 3 \\ &= \frac{5 \times 3}{7 \times 4} \\ &= \frac{15}{28} \end{aligned} \quad \mathbf{R:} \frac{15}{28} m^2$$

Ya que en $\frac{3}{4}$ hay 3 veces $\frac{1}{4}$, entonces:

① Primero encuentro $\frac{1}{4}$ de $\frac{5}{7}$, o sea una cuarta parte de $\frac{5}{7}$



② Finalmente multiplico por 3



Comprende

En resumen, para multiplicar una fracción por otra fracción:

- ① Se multiplican los numeradores.
- ② Se multiplican los denominadores.

(Si el resultado es una fracción impropia, puedes convertirla a número mixto)

$$\begin{aligned} \text{Ejemplo: } \frac{2}{3} \times \frac{2}{5} &= \frac{2 \times 2}{3 \times 5} \\ &= \frac{4}{15} \end{aligned}$$

$$\frac{\triangle}{\square} \times \frac{\diamond}{\bullet} = \frac{\triangle \times \diamond}{\square \times \bullet}$$

$\triangle, \square, \bullet, \diamond$ representan cualquier número natural.

Para multiplicar números naturales por fracciones multiplica el número natural por el numerador y deja el mismo denominador.



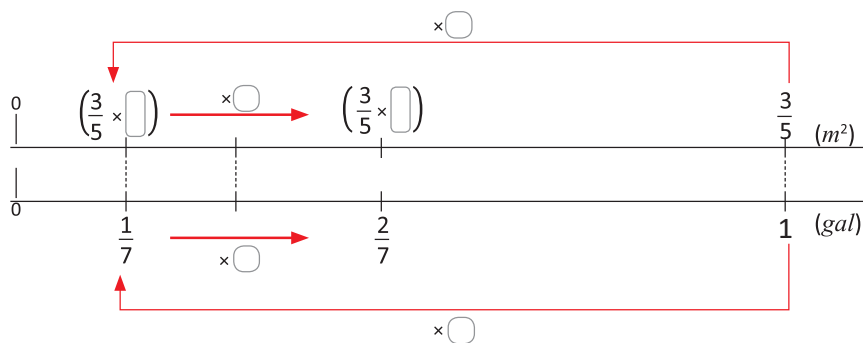
También, siempre que aparezcan números naturales en una multiplicación con fracciones puedes escribir un 1 como denominador al número natural y multiplicar como si fuesen dos fracciones:

$$\begin{aligned} \text{Ejemplo: } \frac{3}{4} \times 4 &= \frac{3}{4} \times \frac{4}{1} \\ &= \frac{\square \times \square}{\square \times \square} \\ &= \frac{\square}{\square} \end{aligned}$$

Resuelve

1. Resuelve las siguientes multiplicaciones:

a. $\frac{3}{5} \times \frac{2}{7}$



b. $\frac{3}{4} \times \frac{5}{8}$

c. $\frac{5}{6} \times \frac{1}{2}$

d. $\frac{1}{3} \times \frac{2}{5}$

e. $\frac{7}{5} \times \frac{3}{4}$

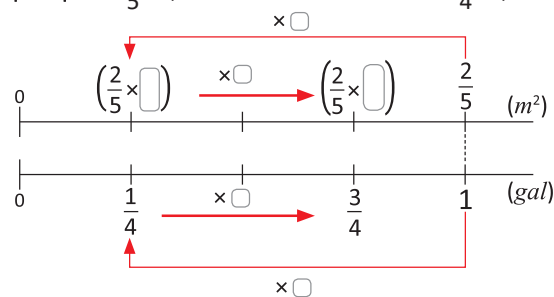
f. $\frac{2}{9} \times \frac{8}{3}$

g. $\frac{5}{7} \times 3$

h. $5 \times \frac{8}{3}$

i. $2 \times \frac{4}{5}$

2. 1 m de tubo de pvc pesa $\frac{2}{5}$ lb, si se corta un tubo de $\frac{3}{4}$ m, ¿cuántas libras pesará?



Cuando haya fracciones impropias el procedimiento es el mismo.



3. Completa el siguiente esquema:

$$\frac{2}{\square} \times \frac{\square}{5} = \frac{8}{15}$$

Simplificación de multiplicación de fracciones

Recuerda

¿Cuáles son los pasos para multiplicar fracciones?

Analiza

Encuentra la mínima expresión de la siguiente multiplicación:

$$\frac{10}{9} \times \frac{3}{5}$$

Soluciona



$$\begin{aligned} \frac{10}{9} \times \frac{3}{5} &= \frac{10 \times 3}{9 \times 5} \\ &= \frac{30}{45}; \text{ ya que el MCD de 30 y } \\ &\quad \text{45 es 15} \\ &= \frac{2}{3} \end{aligned}$$

R: $\frac{2}{3}$

$$\begin{aligned} \frac{10}{9} \times \frac{3}{5} &= \frac{\overset{2}{\cancel{10}} \times \overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{3}{\cancel{9}} \times \underset{1}{\cancel{5}}}; \text{ ya que el MCD de 10 y 5 es } \\ &\quad \text{5, y el MCD de 3 y 9 es 3} \\ &= \frac{2 \times 1}{3 \times 1} \\ &= \frac{2}{3} \end{aligned}$$

R: $\frac{2}{3}$



¡Simplifico antes de multiplicar!

Comprende

Cuando sea posible es mejor simplificar antes de multiplicar. Para ello recuerda que puedes simplificar cualquier numerador con cualquier denominador.

Ejemplo: Multiplica $\frac{8}{9} \times \frac{3}{5}$

$$\begin{aligned} \frac{8}{9} \times \frac{3}{5} &= \frac{8 \times \overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{3}{\cancel{9}} \times 5}; \text{ ya que el MCD de 3 y } \\ &\quad \text{9 es 3} \\ &= \frac{8 \times 1}{3 \times 5} \\ &= \frac{8}{15} \end{aligned}$$

Resuelve

1. Simplifica las multiplicaciones:

a. $\frac{4}{21} \times \frac{7}{10}$

b. $\frac{7}{24} \times \frac{4}{7}$

c. $\frac{12}{35} \times \frac{14}{15}$

d. $\frac{5}{9} \times \frac{7}{15}$

e. $\frac{3}{8} \times \frac{6}{7}$

f. $\frac{11}{7} \times \frac{49}{44}$

2. Si con 1 gal de pintura se trabajan $\frac{3}{4} m^2$, ¿cuánto se pinta con $\frac{8}{9} gal$?

★Desafíate

Completa sabiendo que la mínima expresión de la multiplicación es $\frac{3}{10}$ y que el MCD de los dos números faltantes es 4

$$\frac{\square}{5} \times \frac{3}{\square} = \frac{\square}{\square} = \frac{3}{10}$$

Multiplicación con números mixtos

Analiza

Si con 1 gal de pintura se pintan $1\frac{2}{3} m^2$, ¿cuánto se pinta con $2\frac{3}{4} gal$?

PO: $1\frac{2}{3} \times 2\frac{3}{4}$

¿Cómo se puede calcular $1\frac{2}{3} \times 2\frac{3}{4}$?

Soluciona

Convierto los números mixtos a fracciones impropias y multiplico:

$$1\frac{2}{3} = \frac{5}{3} \quad \text{y} \quad 2\frac{3}{4} = \frac{11}{4}$$

Luego:

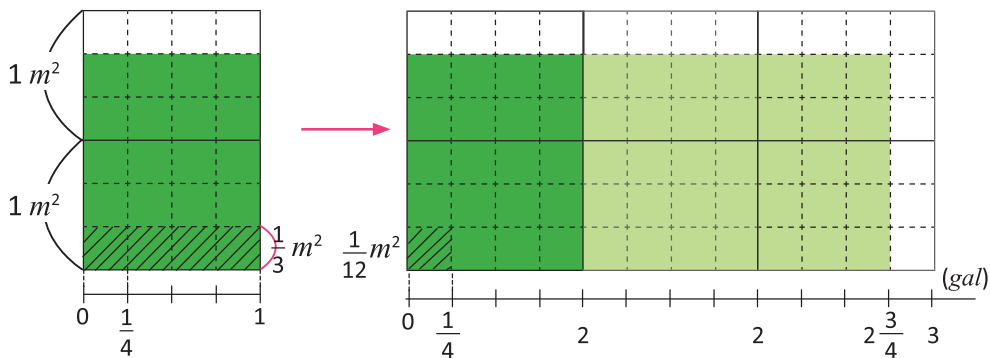
$$\begin{aligned} 1\frac{2}{3} \times 2\frac{3}{4} &= \frac{5}{3} \times \frac{11}{4} \\ &= \frac{5 \times 11}{3 \times 4} \\ &= \frac{55}{12} \left(= 4\frac{7}{12} \right) \end{aligned}$$



Julia

R: $\frac{55}{12} \left(= 4\frac{7}{12} \right) m^2$

Gráficamente:



Luego el área total será: $55 \times \frac{1}{12} = \frac{55}{12} = 4\frac{7}{12}$

R: $4\frac{7}{12} m^2$

Comprende

Para multiplicar con números mixtos:

- ① Se convierten los números mixtos en fracciones impropias.
- ② Si es posible simplificar, se simplifica.
- ③ Se multiplica numerador por numerador y denominador por denominador.
(Si el resultado es una fracción impropia, se convierte a número mixto)

Ejemplo: multiplicar $\frac{2}{5} \times 5\frac{1}{4}$

$$\begin{aligned} 5\frac{1}{4} &= \frac{21}{4} \quad \text{--- ①} \\ \frac{2}{5} \times 5\frac{1}{4} &= \frac{2}{5} \times \frac{21}{4} \quad \text{--- ②} \\ &= \frac{1 \times 21}{5 \times 2} \quad \text{--- ③} \\ &= \frac{21}{10} \left(= 2\frac{1}{10} \right) \end{aligned}$$

Resuelve

1. Realiza las siguientes multiplicaciones:

a. $1\frac{2}{5} \times 2\frac{2}{3}$

b. $2\frac{1}{2} \times 1\frac{2}{3}$

c. $1\frac{1}{6} \times \frac{3}{7}$

d. $\frac{3}{4} \times 2\frac{4}{5}$

e. $2\frac{3}{7} \times 4$

f. $6 \times 2\frac{1}{9}$

2. Si se necesitan $1\frac{1}{3}$ tazas de leche para preparar un vaso de licuado de guineo, ¿cuántas tazas de leche se necesitan para preparar 2 vasos y medio?

Aplicación de las propiedades conmutativas y asociativas en fracciones

Analiza

Dos propiedades conocidas y útiles de la multiplicación son las siguientes:

Propiedad conmutativa
 $a \times b = b \times a$

Propiedad asociativa
 $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$

a, b y c representan cualquier fracción.

¿Cómo las aplicarías en las siguientes multiplicaciones de fracciones?

(a) $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}$

(b) $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} \times \frac{1}{3}$

Soluciona

Compruebo la propiedad conmutativa en (a):



Carmen

$$\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{2 \times 4}{3 \times 5} = \frac{8}{15}$$

Y si cambio el orden:

$$\frac{4}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{4 \times 2}{5 \times 3} = \frac{8}{15}$$

¡La respuesta es la misma!

Para multiplicar tres fracciones como en (b) aplico la propiedad asociativa:

Asocio para multiplicar las primeras dos fracciones y el resultado lo multiplico con la tercera.

$$\begin{aligned} \frac{2}{3} \times \frac{4}{5} \times \frac{1}{3} &= \left(\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}\right) \times \frac{1}{3} \\ &= \left(\frac{2 \times 4}{3 \times 5}\right) \times \frac{1}{3} \\ &= \frac{8}{15} \times \frac{1}{3} \\ &= \frac{8}{45} \end{aligned}$$

La propiedad asociativa también dice que:

Puedo asociar para multiplicar las últimas dos fracciones y el resultado multiplicarlo con la primera:

$$\begin{aligned} \frac{2}{3} \times \frac{4}{5} \times \frac{1}{3} &= \frac{2}{3} \times \left(\frac{4}{5} \times \frac{1}{3}\right) \\ &= \frac{2}{3} \times \left(\frac{4 \times 1}{5 \times 3}\right) \\ &= \frac{2}{3} \times \frac{4}{15} \\ &= \frac{8}{45} \end{aligned}$$

También se pueden multiplicar tres (o más) fracciones, multiplicando todos los numeradores y todos los denominadores:

$$\begin{aligned} \frac{2}{3} \times \frac{4}{5} \times \frac{1}{3} &= \frac{2 \times 4 \times 1}{3 \times 5 \times 3} \\ &= \frac{8}{45} \end{aligned}$$



Comprende

- La propiedad conmutativa se interpreta de manera que al multiplicar dos fracciones no importa en qué orden se haga, el resultado no cambia.
- La propiedad asociativa se interpreta de forma general para multiplicar tres o más fracciones puedes ir multiplicando de dos en dos. (Al igual que en los números naturales, en las fracciones se pueden aplicar las propiedades conmutativa y asociativa).

Resuelve

1. Comprueba la propiedad conmutativa en las siguientes multiplicaciones:

a. $\frac{3}{5} \times \frac{7}{2}$

b. $\frac{3}{5} \times 4$

2. Aplica la propiedad asociativa en las siguientes multiplicaciones:

a. $\frac{2}{7} \times \frac{4}{5} \times \frac{1}{3}$

b. $\frac{3}{5} \times \frac{3}{2} \times \frac{1}{5}$

c. $\frac{5}{7} \times \frac{6}{5} \times \frac{1}{3}$

En c puedes simplificar numeradores con denominadores.

★Desafíate

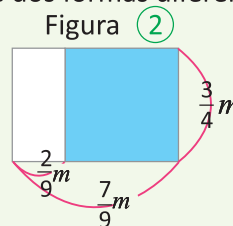
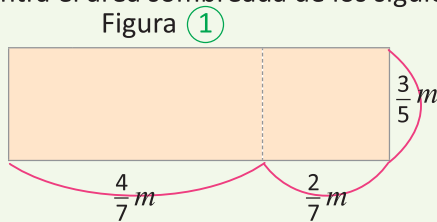
Realiza la siguiente multiplicación: $\frac{4}{5} \times \frac{3}{4} \times \frac{5}{6} \times \frac{3}{5}$



Propiedad distributiva aplicada a la suma

Analiza

Encuentra el área sombreada de los siguientes rectángulos de dos formas diferentes.



Soluciona

Figura ①

Observo que se trata de un solo rectángulo de base $(\frac{4}{7} + \frac{2}{7})m$ y altura $\frac{3}{5}m$; por lo que el área es:

$$(\frac{4}{7} + \frac{2}{7}) \times \frac{3}{5} = \frac{6}{7} \times \frac{3}{5} = \frac{18}{35} \quad \text{R: } \frac{18}{35} m^2$$

Figura ②

Observo que se trata de un rectángulo cuya base es $(\frac{7}{9} - \frac{2}{9})m$ y altura $\frac{3}{4}m$ por lo que el área es:

$$(\frac{7}{9} - \frac{2}{9}) \times \frac{3}{4} = \frac{5}{9} \times \frac{3}{4} = \frac{5}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{5}{12}$$



R: $\frac{5}{12} m^2$

Figura ①

Encuentro el área de cada rectángulo por separado y luego las sumo. Las áreas son: $(\frac{4}{7} \times \frac{3}{5})m^2$ y $(\frac{2}{7} \times \frac{3}{5})m^2$

Sumando las áreas: $(\frac{4}{7} \times \frac{3}{5}) + (\frac{2}{7} \times \frac{3}{5}) = \frac{12}{35} + \frac{6}{35} = \frac{18}{35}$

R: $\frac{18}{35} m^2$

Figura ②

Encuentro las áreas individuales y luego las resto. Las áreas son: $(\frac{2}{9} \times \frac{3}{4})m^2$ y $(\frac{7}{9} \times \frac{3}{4})m^2$

Luego el área sombreada es:

$$(\frac{7}{9} \times \frac{3}{4}) - (\frac{2}{9} \times \frac{3}{4}) = \frac{21}{36} - \frac{6}{36} = \frac{15}{36} = \frac{5}{12} \quad \text{R: } \frac{5}{12} m^2$$

Comprende

La propiedad distributiva aplicada a la suma y a la resta para los números naturales y decimales también se cumple para fracciones, es decir, si \blacktriangle , \bullet , \blacksquare representan fracciones. Tenemos las siguientes equivalencias:

- Propiedad distributiva de la multiplicación sobre la suma:

$$(\blacksquare + \bullet) \times \blacktriangle = (\blacksquare \times \blacktriangle) + (\bullet \times \blacktriangle)$$

También la propiedad distributiva de la multiplicación sobre la suma, se presenta como:

$$a \times (b + c) = a \times b + a \times c$$

- Propiedad distributiva de la multiplicación sobre la resta:

$$(\blacksquare - \bullet) \times \blacktriangle = (\blacksquare \times \blacktriangle) - (\bullet \times \blacktriangle)$$

La propiedad distributiva de la multiplicación sobre la resta, se presenta como:

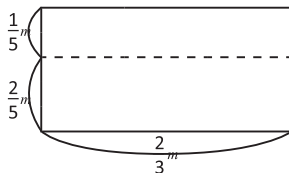
$$a \times (b - c) = a \times b - a \times c$$

Resuelve

1. Encuentra cuál de los siguientes pares de cálculos son iguales. Escribe de qué propiedad distributiva se trata:

- a. $(\frac{2}{3} + \frac{5}{3}) \times \frac{4}{5}$ b. $(\frac{5}{6} - \frac{1}{6}) \times \frac{2}{3}$ c. $(\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}) + (\frac{5}{3} \times \frac{4}{5})$ d. $(\frac{3}{7} + \frac{1}{2}) + (\frac{2}{7} + \frac{1}{2})$
 e. $(\frac{3}{7} + \frac{2}{7}) \times \frac{1}{2}$ f. $(\frac{3}{2} - \frac{2}{3}) \times \frac{1}{2}$ g. $\frac{3}{2} \times \frac{1}{2} - \frac{2}{3} \times \frac{1}{2}$ h. $\frac{2}{3} \times \frac{5}{6} - \frac{2}{3} \times \frac{1}{6}$

2. Encuentra el área del rectángulo de dos maneras distintas, guíate por las dos soluciones mostradas en clase:



Relación entre el multiplicador y el producto

Analiza

Cuando una cantidad se multiplica por un número menor a 1, ¿el resultado es menor o mayor que dicha cantidad?, ¿Y si se multiplica por un número mayor a 1? Analiza la siguiente situación:

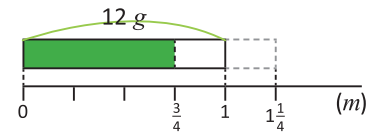
Un alambre de 1 m de longitud pesa 12 g, ¿cuántos gramos pesarían los alambres del mismo tipo, con las siguientes longitudes?

a. $1\frac{1}{4} m$ b. $1 m$ c. $\frac{3}{4} m$

PO: a. $12 \times 1\frac{1}{4}$ b. PO: 12×1 c. PO: $12 \times \frac{3}{4}$



Piensa con un gráfico:



Observa que:

Peso de alambre de 1 m \times nueva longitud = peso de alambre con nueva longitud.

Soluciona

a. $12 \times 1\frac{1}{4} = 12 \times \frac{5}{4}$
= 15

R: 15 g

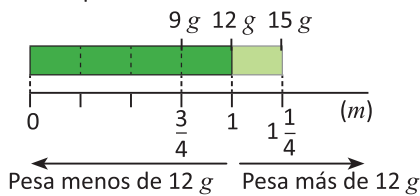
b. $12 \times 1 = 12$

R: 12 g

c. $12 \times \frac{3}{4} = 9$

R: 9 g

Observa que el alambre de $1\frac{1}{4} m$ pesa más de 12 g y el de $\frac{3}{4} m$ pesa menos de 12 g:



Observa que en $12 \times 1\frac{1}{4}$ el multiplicador es mayor a 1 y el resultado es **mayor** a 12 (multiplicando); y en $12 \times \frac{3}{4}$ el multiplicador es menor a 1 y el resultado es **menor** a 12 (multiplicando).



Comprende

En una multiplicación:

- Cuando el multiplicador es menor que 1, el resultado es menor que el multiplicando. Ejemplo: $60 \times \frac{2}{3} = 40$ y $40 < 60$
- Cuando el multiplicador es 1, el resultado es el multiplicando. Ejemplo: $60 \times 1 = 60$
- Cuando el multiplicador es mayor que 1, el resultado es mayor que el multiplicando. Ejemplo: $60 \times 1\frac{1}{3} = 80$ y $80 > 60$



$\text{multiplicador} < 1 \rightarrow \text{resultado} < \text{multiplicando}$
 $\text{multiplicador} > 1 \rightarrow \text{resultado} > \text{multiplicando}$

Multiplicar una cantidad por una fracción propia significa multiplicar por una cantidad de veces menor que 1, el resultado es menor que el multiplicando. Así también, multiplicar una cantidad por una fracción impropia significa multiplicar por una cantidad de veces mayor que 1, el resultado es mayor que el multiplicando.

Resuelve

1. ¿Estima cuáles de los siguientes productos son menores que 60?, ¿iguales que 60?, ¿mayores que 60? Compruébalo.

a. $60 \times \frac{1}{3}$ b. $60 \times \frac{5}{3}$ c. 60×1 d. $60 \times \frac{2}{5}$ e. $60 \times 2\frac{1}{2}$ f. $60 \times \frac{4}{4}$

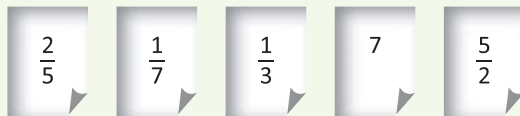
2. ¿Estima cuáles de los siguientes productos son menores a $\frac{4}{5}$?, ¿iguales a $\frac{4}{5}$?, ¿mayores a $\frac{4}{5}$? Compruébalo.

a. $\frac{4}{5} \times \frac{10}{7}$ b. $\frac{4}{5} \times \frac{2}{3}$ c. $\frac{4}{5} \times 1\frac{1}{3}$ d. $\frac{4}{5} \times 1$ e. $\frac{4}{5} \times 2$ f. $\frac{4}{5} \times \frac{3}{10}$

Números recíprocos

Analiza

Si se seleccionan dos de los siguientes números y se multiplican, ¿cuáles parejas dan como producto 1?



Soluciona



Antonio

$$\frac{5}{2} \times \frac{2}{5} = \frac{5 \times 2}{2 \times 5} = 1 \quad \text{y} \quad \frac{1}{7} \times 7 = \frac{1 \times 7}{7} = 1$$

R: $\frac{5}{2}$ y $\frac{2}{5}$ también $\frac{1}{7}$ y 7

Comprende

Cuando el producto de dos números es **1**, a estos números se les llama **recíprocos**. Se dice de cada uno que es el número recíproco del otro.

$\frac{2}{5}$ es el número recíproco de $\frac{5}{2}$
y
 $\frac{5}{2}$ es el número recíproco de $\frac{2}{5}$

$\frac{5}{2}$ y $\frac{2}{5}$ son números recíprocos,
también lo son $\frac{1}{7}$ y 7



A los **números recíprocos** también se les llama **números inversos**.

Observa que los recíprocos de algunas fracciones son números naturales, por eso no hablamos de “fracciones recíprocas” sino de manera más general de “números recíprocos”.

Dado un número, su recíproco se encuentra intercambiando numerador con denominador, si es un número natural recuerda escribirlo con denominador 1:

$$\frac{a}{b} \times \frac{b}{a}$$

número dado número recíproco

Ejemplo:

a. $\frac{2}{3} \times \frac{3}{2}$
número dado número recíproco

$\frac{3}{2} \times \frac{2}{3}$
número dado número recíproco

b. $\frac{3}{1} \times \frac{1}{3}$

$\frac{1}{3} \times \frac{3}{1}$

Se puede comprobar que dos números son recíprocos, si al multiplicarlos el resultado es 1

Comprobación: $\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{3}{2} \times \frac{2}{3} = 1$

Resuelve

Encuentra el número recíproco de los siguientes números:

a. $\frac{5}{3}$ b. $\frac{2}{7}$ c. $\frac{5}{7}$

d. 6 e. 2 f. 7

g. $\frac{1}{5}$ h. $\frac{1}{3}$ i. $\frac{1}{4}$



En d, e y f recuerda colocarles denominador 1 para hallar su número recíproco; y en g, h e i observa que los números recíprocos de estas fracciones son números naturales.

Sabías que... la palabra “recíproco” significa que de **un lado existe una acción y el otro lado corresponde del mismo modo**. Su origen es del latín “reciprocus”.

Resuelve

1. Efectúa:

a. $\frac{3}{5} \times \frac{1}{4}$

b. $\frac{3}{5} \times \frac{3}{4}$

c. $\frac{8}{9} \times \frac{6}{7}$

d. $2\frac{1}{3} \times 1\frac{4}{5}$

e. $(\frac{2}{3} + \frac{1}{4}) \times \frac{5}{6}$

f. $\frac{2}{3} \times \frac{5}{6} + \frac{1}{4} \times \frac{5}{6}$

g. $2\frac{3}{5} \times \frac{25}{26}$

¿Son iguales e y f?
¿por qué?



2. Estima cuál de los siguientes productos es mayor, igual o menor que $\frac{6}{7}$ compruébalo.

a. $\frac{6}{7} \times 1$

b. $\frac{6}{7} \times \frac{4}{3}$

c. $\frac{6}{7} \times \frac{1}{3}$

3. Encuentra el número recíproco de los siguientes números, compruébalo:

a. $\frac{4}{7}$

b. $\frac{1}{8}$

c. $\frac{9}{5}$

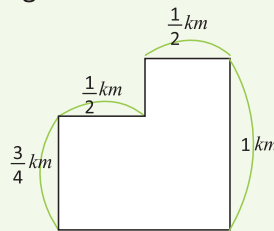
d. $2\frac{3}{5}$

4. Una receta para panecitos de chocolate y vainilla requiere $\frac{3}{4}$ taza de vainilla. Si preparamos $\frac{7}{6}$ de la receta, ¿cuánta vainilla necesitamos?

5. Juan avanza en su bicicleta $\frac{2}{5}$ km por minuto. Si le toma $3\frac{1}{2}$ minutos llegar desde su casa a la casa de su amigo, ¿a qué distancia se encuentran sus casas?

6. Para pintar $1 m^2$ de pared se necesitan $1\frac{1}{4}$ gal de pintura. ¿Cuántos galones de pintura se necesitan para pintar una pared de $5\frac{1}{2} m^2$?

7. Encuentra el área de la siguiente figura:



★Desafiate

1. El cabello de Cristina tiene un largo de $1 m$, ella cortó $\frac{2}{3} m$ del largo de su cabello y donó $\frac{3}{4}$ de lo que cortó a un taller de pelucas para niñas con cáncer. ¿Cuántos metros de su cabello donó Cristina?

2. El cuadrado de abajo tiene área $1 m^2$. La fracción sombreada con verde es el resultado de una multiplicación. Encuentra las fracciones que se han multiplicado y el resultado obtenido en metros cuadrados.

