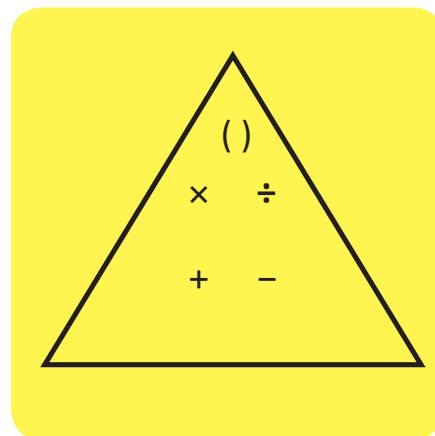
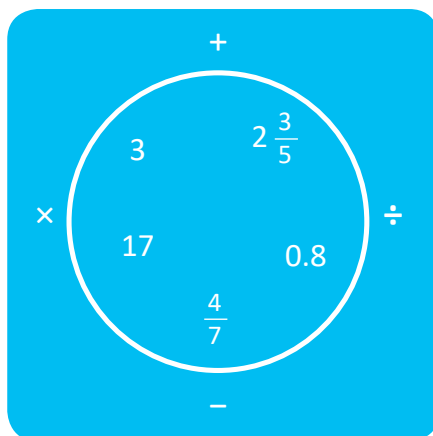


División de fracción entre fracción y operaciones combinadas

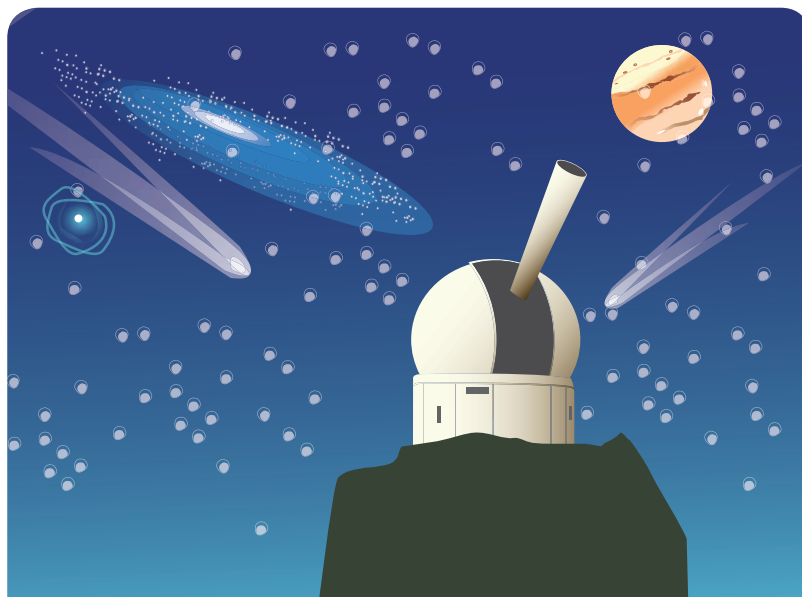
Unidad 3

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d}$$



En esta unidad aprenderás a

- Dividir fracciones entre números naturales
- Dividir fracciones entre fracciones
- Realizar operaciones combinadas con números naturales, fracciones, números decimales y números mixtos
- Desarrollar operaciones combinadas utilizando paréntesis



Clase de repaso

- Dos números son recíprocos si al multiplicarlos, el resultado es 1. Para hallar el recíproco de un número, si es una fracción, se intercambia numerador y denominador; si es un número natural, se escribe con denominador 1 y se procede como una fracción.

Ejemplos:

número	número recíproco	comprobación
$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{3}{2} \times \frac{2}{3} = 1$
$7 = \frac{7}{1}$	$\frac{1}{7}$	$7 \times \frac{1}{7} = \frac{1}{7} = 7$

- Cualquier número dividido entre 1 da como resultado el mismo número.

$$4 \div 1 = 4; 0.3 \div 1 = 0.3; \frac{2}{3} \div 1 = \frac{2}{3}; \text{etc.}$$

- La siguiente es una propiedad importante en la división: al multiplicar (o dividir) el dividendo y divisor por un mismo número, el resultado no cambia.

$12 \div 3 = 4$	$2,400 \div 300 = 8$
$\times 5$	$\div 100$
$60 \div 15 = 4$	$24 \div 3 = 8$

1. Encuentra el número recíproco en cada caso:

a. $\square \times \frac{5}{6} = 1$

b. $\frac{3}{4} \times \square = 1$

c. $\square \times \frac{6}{7} = 1$

d. $\frac{5}{7} \times \square = 1$

e. $\square \times \frac{1}{3} = 1$

f. $\frac{1}{4} \times \square = 1$

g. $\square \times 2 = 1$

h. $5 \times \square = 1$

i. $1 \frac{2}{3} \times \square = 1$

2. Efectúa las siguientes divisiones:

a. $8 \div 1 = \square$

b. $22 \div 1 = \square$

c. $\frac{1}{3} \div 1 = \square$

d. $\frac{2}{3} \div 1 = \square$

e. $\frac{5}{4} \div 1 = \square$

f. $3 \frac{4}{5} \div 1 = \square$

3. Escribe los datos faltantes para comprobar la propiedad de la división:

a. $6 \div 3 = 2$
 $\downarrow \times \square$ $\downarrow \times \square$ \uparrow
 $60 \div 30 = 1$

b. $45 \div 9 = 5$
 $\downarrow \times 2$ $\downarrow \times 2$ \uparrow
 $\square \div \square = \square$

c. $80 \div 8 = 10$
 $\downarrow \times \frac{1}{8}$ $\downarrow \times \frac{1}{8}$ \uparrow
 $\square \div \square = \square$

d. $63 \div 9 = 7$
 $\downarrow \times \frac{1}{9}$ $\downarrow \times \frac{1}{9}$ \uparrow
 $\square \div \square = \square$

e. $27 \div \square = \square$
 $\downarrow \times \square$ $\downarrow \times \square$ \uparrow
 $81 \div 9 = \square$

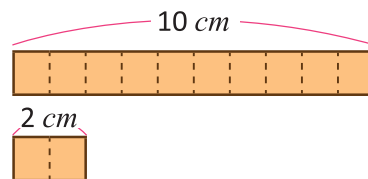
Observa que en las divisiones c y d, cada una se ha transformado en otra donde el divisor es 1



División de la unidad entre una fracción

Recuerda

Si tienes un listón de 10 cm y quieres cortarlo en listoncitos de 2 cm, ¿cuántos listoncitos obtendrás?, ¿qué operación realizaste para saberlo?

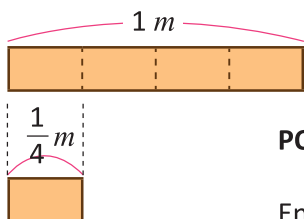


Analiza

Si tienes 2 listones de 1 m de longitud que quieres cortar en listoncitos de a. $\frac{1}{4} m$ y b. $\frac{1}{6} m$ respectivamente. ¿Cuántos obtendrás en cada caso?, Encuentra los **PO** y la respuesta.

Soluciona

a. Resuelvo gráficamente



PO: $1 \div \frac{1}{4}$

En 1 m cabe 4 veces $\frac{1}{4} m$

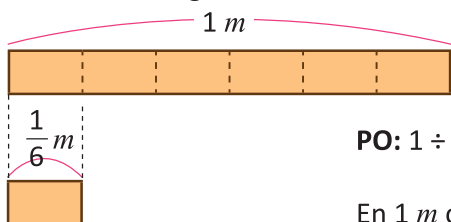
Resuelvo utilizando la propiedad de la división:

$$\begin{array}{r} 1 \div \frac{1}{4} = 4 \\ \downarrow \times 4 \quad \downarrow \times 4 \quad \uparrow \\ 4 \div 1 = 4 \end{array}$$



R: 4 listoncitos.

b. Resuelvo gráficamente:



PO: $1 \div \frac{1}{6}$

En 1 m cabe 6 veces $\frac{1}{6} m$

Resuelvo utilizando la propiedad de la división:

$$\begin{array}{r} 1 \div \frac{1}{6} = 6 \\ \downarrow \times 6 \quad \downarrow \times 6 \quad \uparrow \\ 6 \div 1 = 6 \end{array}$$

R: 6 listoncitos.

Comprende

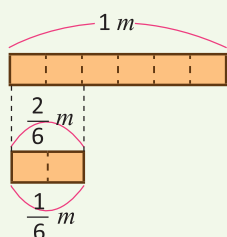
La fracción unitaria representa una de las partes iguales en que se ha dividido la unidad. De manera que cuando se divide la unidad entre una fracción unitaria, se obtiene la cantidad de esas partes iguales en que se había dividido la unidad, es decir:

$1 \div \frac{1}{d} = d$, d representa cualquier número natural.

Ejemplo: $1 \div \frac{1}{7} = 7$

¿Qué pasaría?

De 1 m, ¿cuántos listones de longitud $\frac{2}{6} m$ se pueden obtener?
Con gráfica:



PO: $1 \div \frac{2}{6}$

En 1 m cabe 3 veces $\frac{2}{6} m$

Con propiedad de la división

$$\begin{array}{r} 1 \div \frac{2}{6} = 3 \\ \downarrow \times 6 \quad \downarrow \times 6 \quad \uparrow \\ 6 \div 2 = 3 \end{array}$$

En general:

$$1 \div \frac{c}{d} = 1 \times \frac{d}{c} = \frac{d}{c}$$

R: 3 listoncitos.

Resuelve

1. Completa correctamente el algoritmo:

a. $1 \div \frac{1}{11} = \square$

b. $1 \div \frac{1}{15} = \square$

c. $1 \div \frac{1}{20} = 20$
 \square

d. $1 \div \frac{2}{\square} = 14$

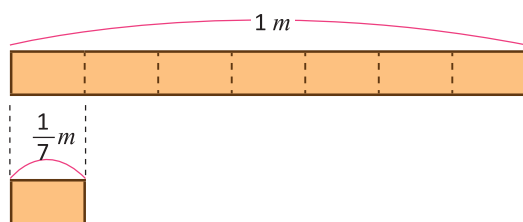
e. $1 \div \frac{2}{\square} = 35$

f. $1 \div \frac{2}{\square} = 100$

2. Encuentra la cantidad de listoncitos. Comprueba tus respuestas aplicando la propiedad y el algoritmo.

a. $\frac{1}{7} m$

Con gráfica:



Con la propiedad de la división:

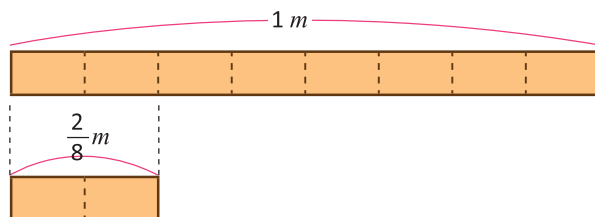
$$1 \div \frac{1}{7} = \square$$

$$\downarrow \times \square \quad \downarrow \times \square \quad \uparrow$$

$$\square \div \square = \square$$

b. $\frac{2}{8} m$

Con gráfica:



Con la propiedad de la división:

$$1 \div \frac{2}{8} = \square$$

$$\downarrow \times \square \quad \downarrow \times \square \quad \uparrow$$

$$\square \div \square = \square$$

c. $\frac{3}{9} m$

Con la propiedad de la división:

$$1 \div \frac{3}{9} = \square$$

$$\downarrow \times \square \quad \downarrow \times \square \quad \uparrow$$

$$\square \div \square = \square$$

3. De 1 kg de frijoles se quieren hacer bolsitas de $\frac{1}{5} kg$, ¿cuántas bolsitas obtendremos? Escribe el PO y encuentra la respuesta.

División de números naturales entre fracciones

Analiza

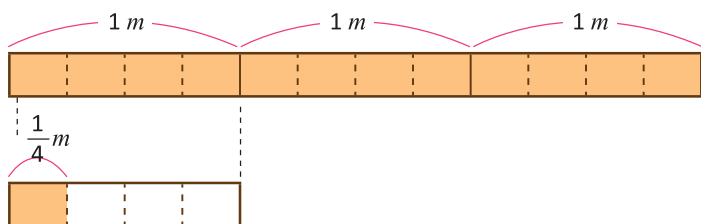
Anita tiene 2 listones, uno de 3 m que quiere cortar en listoncitos de $\frac{1}{4}$ m y otro de 4 m que quiere cortar en listoncitos de $\frac{2}{5}$ m
 ¿Cuántos listoncitos obtendrá en cada caso?

PO: a. $3 \div \frac{1}{4}$

b. $4 \div \frac{2}{5}$

Soluciona

a.



En 1 m cabe 4 veces $\frac{1}{4}$ m, y en 3 m hay 3 de esas 4 veces. O sea 3 x 4 veces.

Entonces;
 $3 \div \frac{1}{4} = 12$

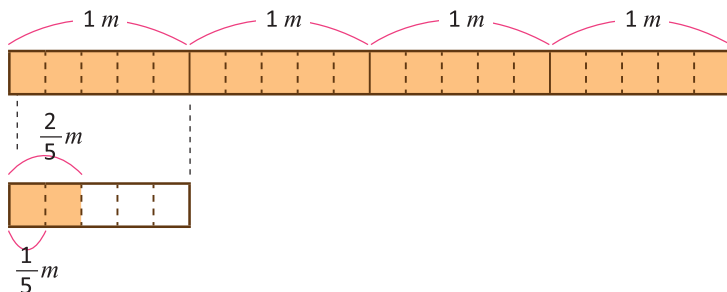
También haciendo el divisor un número natural:

$$\begin{array}{r} 3 \div \frac{1}{4} = 12 \\ \downarrow \times 4 \quad \downarrow \times 4 \quad \uparrow \\ 12 \div 1 = 12 \end{array}$$



R: 12 listoncitos.

b.



En 1 m hay 5 veces $\frac{1}{5}$ m por lo que en 4 m hay 5 x 4 veces, o sea 20 veces $\frac{1}{5}$ esto es equivalente a 10 veces $\frac{2}{5}$

Entonces, $4 \div \frac{2}{5} = \frac{4 \times 5}{2} = \frac{20}{2} = 10$

También haciendo el divisor un número natural:

$$\begin{array}{r} 4 \div \frac{2}{5} = 10 \\ \downarrow \times 5 \quad \downarrow \times 5 \quad \uparrow \\ 20 \div 2 = 10 \end{array}$$

R: 10 listoncitos.

Comprende

Se puede dividir entre fracciones aplicando la propiedad de la división para transformarlas a divisiones conocidas.

Si se transforma a un divisor 1, no es necesario operar divisiones. Por lo que conviene transformar todas las divisiones a una con divisor 1

En general: $a \div \frac{c}{d} = a \times \frac{d}{c} = \frac{a \times d}{c}$

¿Qué pasaría?

Calcular $4 \div \frac{2}{5}$

Transformándola a una división fácil de hacer, esto es, una división donde el divisor sea 1, multiplicando el dividendo y divisor por el recíproco.

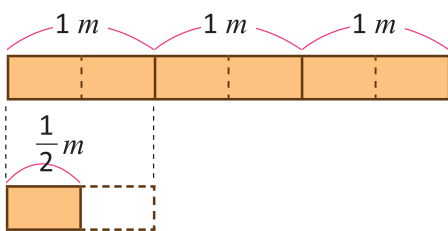
El proceso es el siguiente:

$$\begin{array}{r}
 4 \div \frac{2}{5} = 10 \\
 \downarrow \times \frac{5}{2} \quad \downarrow \times \frac{5}{2} \\
 4 \times \frac{5}{2} \div 1 = \square \\
 4 \times \frac{5}{2} = 10
 \end{array}$$

Resuelve

- Encuentra cuántos listoncitos obtendrá Anita en cada uno de los siguientes casos. Comprueba tus respuestas transformando a divisiones que puedas efectuar y aplicando el algoritmo.

- a. 3 m de listón cortados en listoncitos de $\frac{1}{2} m$



$$\begin{array}{r}
 3 \div \frac{1}{2} = \square \\
 \downarrow \times \square \quad \downarrow \times \square \quad \uparrow \\
 \square \div \square = \square
 \end{array}$$

- b. 2 m de listón cortados en listoncitos de $\frac{1}{4} m$

- c. 5 m de listón cortados en listoncitos de $\frac{1}{3} m$

- d. 4 m de listón cortados en listoncitos de $\frac{2}{3} m$

- e. 3 m de listón cortados en listoncitos de $\frac{3}{5} m$

- Con 7 l de jugo se hacen porciones de $\frac{1}{4} l$, ¿cuántas porciones se obtienen? Escribe el **PO** y encuentra tu respuesta.
- Con 4 gal de sorbete se hacen porciones de $\frac{2}{7} gal$, ¿cuántas porciones se obtienen? Escribe el **PO** y encuentra tu respuesta.

División de fracciones entre fracciones unitarias

Analiza

Resuelve lo siguiente:

- ¿Cuántos listoncitos de $\frac{1}{8} m$ se pueden obtener de $1 m$ de listón?
- ¿Cuántos listoncitos de $\frac{1}{8} m$ se pueden obtener de $\frac{1}{4} m$ de listón?
- ¿Cuántos listoncitos de $\frac{1}{8} m$ se pueden obtener de $\frac{3}{4} m$ de listón?

Escribe los **PO** y encuentra las respuestas.

Soluciona

a. PO: $1 \div \frac{1}{8}$

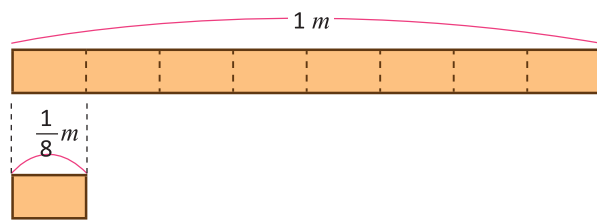


$$1 \div \frac{1}{8} = 8$$

$$\downarrow \times 8 \quad \downarrow \times 8$$

$$1 \times 8 \div 1 = \square$$

$$1 \times 8 = 8$$



En $1 m$ cabe 8 veces $\frac{1}{8} m$



R: 8 listoncitos.

b. PO: $\frac{1}{4} \div \frac{1}{8}$

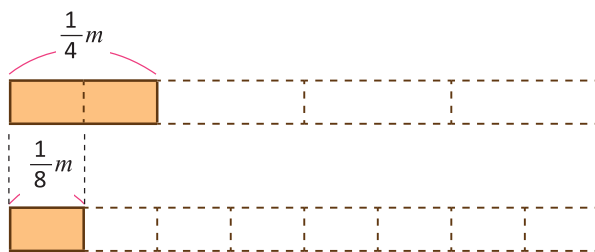
$$\frac{1}{4} \div \frac{1}{8} = 2$$

$$\downarrow \times 8 \quad \downarrow \times 8$$

$$\frac{1}{4} \times 8 \div \frac{1}{8} \times 8 = \square$$

$$\frac{1}{4} \times 8 \div 1 = \square$$

$$\frac{1}{4} \times 8 = 2$$



En $\frac{1}{4} m$ cabe 2 veces $\frac{1}{8} m$

R: 2 listoncitos.

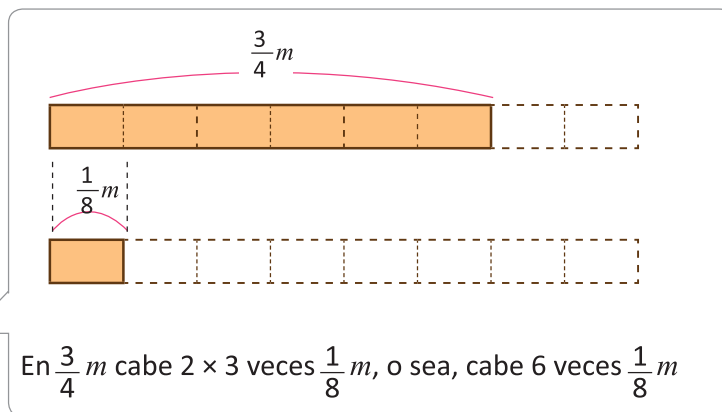
c. PO: $\frac{3}{4} \div \frac{1}{8}$

$$\frac{3}{4} \div \frac{1}{8} = 6$$

$$\downarrow \times 8 \quad \downarrow \times 8$$

$$\frac{3}{4} \times 8 \div 1 = \square$$

$$\frac{3}{4} \times 8 = 6$$



En $\frac{3}{4} m$ cabe 2×3 veces $\frac{1}{8} m$, o sea, cabe 6 veces $\frac{1}{8} m$

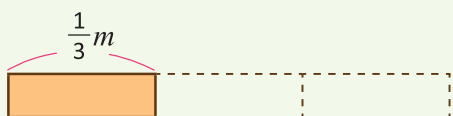
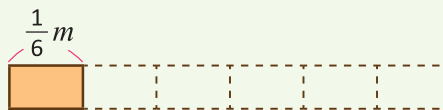


R: 6 listoncitos.

¿Qué pasaría?

¿Cuántas veces cabe $\frac{1}{3}$ en $\frac{1}{6}$?

Homogenizando:



Pensar en cuántas veces cabe $\frac{2}{6}$ en $\frac{1}{6}$, es como pensar cuántas veces cabe 2 en 1, es decir $1 \div 2 = \frac{1}{2}$

Por lo que $\frac{2}{6}$ cabe $\frac{1}{2}$ vez en $\frac{1}{6}$. Entonces, $\frac{1}{6} \div \frac{1}{3} = \frac{1}{6} \times 3 = \frac{1}{2}$

Observa que el cociente puede resultar menor que 1

R: $\frac{1}{2}$ vez.

Comprende

Cuando se divide una cantidad entre una fracción unitaria $\frac{1}{8}$, se resume en multiplicar la cantidad por 8, que es justamente el recíproco del divisor, es decir:

$$\blacktriangle \div \frac{1}{8} = \blacktriangle \times 8; \quad \blacktriangle \longrightarrow \text{representa cualquier cantidad.}$$

La división equivale a multiplicar la cantidad por el recíproco del divisor.

En general se tiene:

$$\frac{a}{b} \div \frac{1}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{1} = \frac{a \times d}{b}$$

Resuelve

1. Completa y luego resuelve:

a. $4 \div \frac{1}{3} = 4 \times \square$

b. $3 \div \frac{1}{2} = 3 \times \square$

c. $5 \div \frac{1}{4} = 5 \times \square$

d. $\frac{1}{4} \div \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \times \square$

e. $\frac{3}{4} \div \frac{1}{5} = \frac{3}{4} \times \square$

2. Encuentra cuántos listoncitos se obtendrán en cada caso:

a. Si $\frac{1}{7} m$ de listón se cortan en listoncitos de $\frac{1}{14} m$

b. Si $2 m$ de listón se cortan en listoncitos de $\frac{1}{8} m$

c. Si $\frac{2}{3} m$ de listón se cortan en listoncitos de $\frac{1}{6} m$

3. Si $\frac{4}{5} l$ de jugo se reparten en porciones de $\frac{1}{10} l$ ¿Cuántas porciones se obtienen? Escribe el **PO** y encuentra la respuesta.

División de fracciones entre fracciones

Analiza

- ¿Cuántos listoncitos de $\frac{3}{8}m$ se pueden obtener de $\frac{3}{4}m$ de listón?
- ¿Cuántos listoncitos de $\frac{3}{10}m$ se pueden obtener de $\frac{4}{5}m$ de listón?

Escribe los **PO** y resuelve.

Transforma a divisiones donde el divisor sea 1



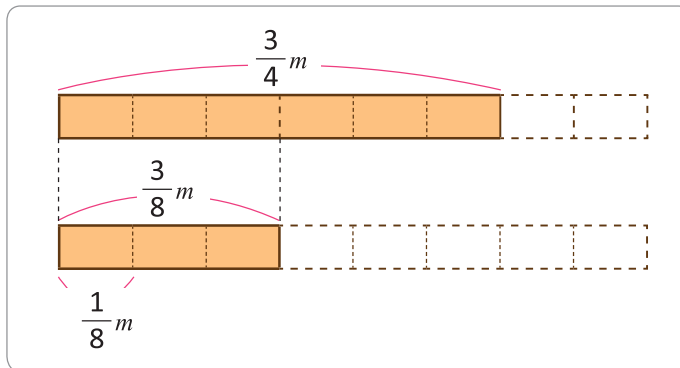
Soluciona

1. PO: $\frac{3}{4} \div \frac{3}{8}$

Convierto el divisor a 1



$$\begin{aligned} \frac{3}{4} \div \frac{3}{8} &= 2 \\ \frac{3}{4} \times \frac{8}{3} \div 1 &= \square \\ \frac{\cancel{3}^1 \times \cancel{8}_2}{4 \times \cancel{3}_1} &= 2 \end{aligned}$$



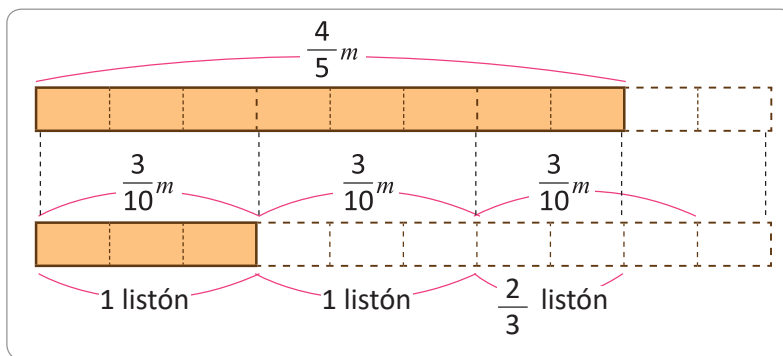
Dividir entre $\frac{3}{8}$ es igual a multiplicar por $\frac{8}{3}$

R: 2 listoncitos.

2. PO: $\frac{4}{5} \div \frac{3}{10}$

Convierto el divisor a 1

$$\begin{aligned} \frac{4}{5} \div \frac{3}{10} &= \frac{8}{3} (= 2 \frac{2}{3}) \\ \frac{4}{5} \times \frac{10}{3} \div 1 &= \square \\ \frac{4}{5} \times \frac{10}{3} &= \square \\ \frac{4 \times \cancel{10}^2}{\cancel{5}_1 \times 3} &= \frac{8}{3} (= 2 \frac{2}{3}) \end{aligned}$$



Dividir entre $\frac{3}{10}$ es igual a multiplicar por $\frac{10}{3}$

R: $\frac{8}{3} (= 2 \frac{2}{3})$ listoncitos.

Comprende

En resumen, para dividir dos fracciones, el dividendo se multiplica por el recíproco del divisor. Es decir:

El divisor se cambia por su número recíproco

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

a, b, c y d representan cualquier número natural.

Observa que al multiplicar el dividendo y el divisor por el recíproco del divisor, ocurren dos cosas:

- El divisor se transforma en 1 y cualquier división entre 1 da como resultado el dividendo.
- En el dividendo nos queda la multiplicación del dividendo original por el recíproco del divisor, de manera que para realizar la división, al final lo que hacemos es una multiplicación.



Resuelve

1. Efectúa las siguientes divisiones:

a.

$$\frac{3}{5} \div \frac{3}{10}$$

b.

$$\frac{3}{4} \div \frac{5}{8}$$

c.

$$\frac{3}{4} \div \frac{5}{7}$$

d.

$$\frac{6}{7} \div \frac{5}{3}$$

e.

$$\frac{4}{5} \div \frac{3}{8}$$

f.

$$\frac{3}{4} \div \frac{1}{5}$$

g.

$$\frac{4}{7} \div \frac{1}{3}$$

2. $\frac{4}{5}$ l de jugo se reparten en vasos de $\frac{2}{15}$ l, ¿cuántas porciones se obtienen? Escribe el **PO** y encuentra la respuesta.



Aplica lo aprendido

- I. Al dividir la unidad entre una fracción unitaria se obtiene el denominador de la fracción.
- II. Dividir un número natural entre una fracción unitaria es lo mismo que multiplicar el número natural por el denominador.
- III. Dividir un número natural entre una fracción es lo mismo que multiplicar por el recíproco de la fracción.
- IV. Dividir una fracción entre una fracción unitaria es lo mismo que multiplicar por el denominador.
- V. Dividir una fracción entre otra fracción es lo mismo que multiplicar por el recíproco.

Donde a, b, c, d representan cualquier número natural.

Ejemplo:

$$1 \div \frac{1}{d} = d \qquad 1 \div \frac{1}{2} = 2$$

$$a \div \frac{1}{d} = a \times d \qquad 3 \div \frac{1}{5} = 3 \times 5$$

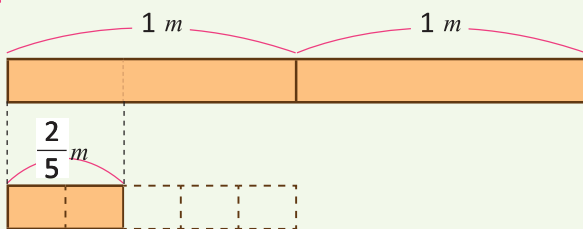
$$a \div \frac{c}{d} = \frac{a \times d}{c} \qquad 2 \div \frac{3}{7} = \frac{2 \times 7}{3}$$

$$\frac{a}{b} \div \frac{1}{d} = \frac{a \times d}{b} \qquad \frac{5}{3} \div \frac{1}{2} = \frac{5 \times 2}{3}$$

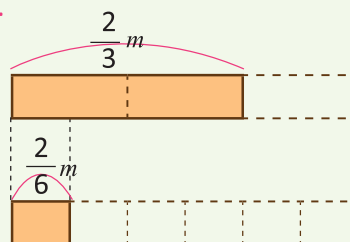
$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a \times d}{b \times c} \qquad \frac{7}{2} \div \frac{3}{5} = \frac{7 \times 5}{2 \times 3}$$

1. Escribe el **PO** y encuentra cuántos listoncitos pueden cortarse en cada caso. Utiliza el algoritmo general.

a.



b.



2. Para responder las preguntas, resuelve las divisiones en el tablero de la página siguiente. Busca el resultado que coincide con el número al lado de cada pregunta y responde con la información que le corresponde a la división.

R: 8 ¿Cuál es el nombre de nuestra galaxia?

R: $\frac{8}{5}$ ¿Cuál es la galaxia más cercana a la Vía Láctea?

R: 7 ¿Cuál es el nombre de la estrella más cercana al Sol?

R: $\frac{15}{2}$ ¿Cuál es el nombre del planeta más cercano al Sol?

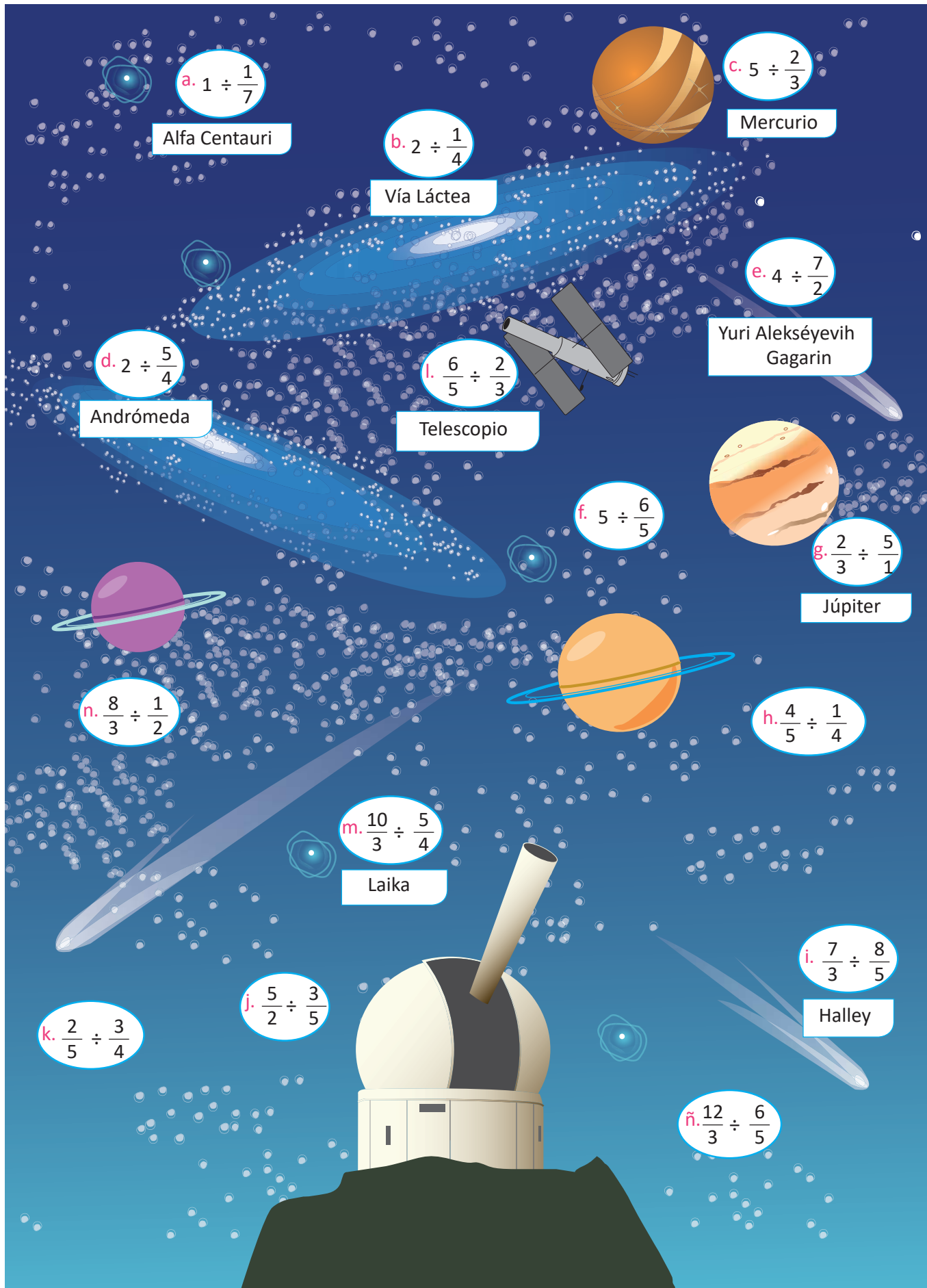
R: $\frac{9}{5}$ ¿Qué instrumento se utiliza para observar el espacio?

R: $\frac{8}{7}$ ¿Cuál es el nombre del primer hombre que viajó al espacio exterior?

R: $\frac{8}{3}$ ¿Cuál es el nombre del primer animal que tripuló una nave espacial?

R: $\frac{2}{5}$ ¿Cuál es el nombre del planeta más grande de nuestro sistema solar?

R: $\frac{35}{24}$ ¿Cuál es el nombre de un cometa que órbita el Sol?



a. $1 \div \frac{1}{7}$

Alfa Centauri

c. $5 \div \frac{2}{3}$

Mercurio

b. $2 \div \frac{1}{4}$

Vía Láctea

e. $4 \div \frac{7}{2}$

Yuri Alekséyevih Gagarin

d. $2 \div \frac{5}{4}$

Andrómeda

l. $\frac{6}{5} \div \frac{2}{3}$

Telescopio

f. $5 \div \frac{6}{5}$

g. $\frac{2}{3} \div \frac{5}{1}$

Júpiter

n. $\frac{8}{3} \div \frac{1}{2}$

h. $\frac{4}{5} \div \frac{1}{4}$

m. $\frac{10}{3} \div \frac{5}{4}$

Laika

i. $\frac{7}{3} \div \frac{8}{5}$

Halley

k. $\frac{2}{5} \div \frac{3}{4}$

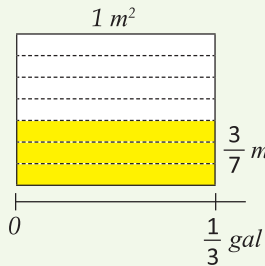
j. $\frac{5}{2} \div \frac{3}{5}$

ñ. $\frac{12}{3} \div \frac{6}{5}$

Aplicación de la división de fracciones entre fracciones unitarias

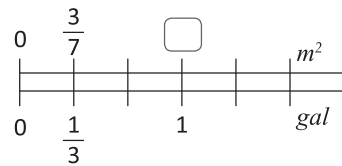
Analiza

Julia usa $\frac{1}{3}$ gal para pintar $\frac{3}{7} m^2$ de un muro.
¿Cuántos metros cuadrados pintará con 1 gal?



PO: $\frac{3}{7} \div \frac{1}{3} ?$

¿Cómo se puede calcular $\frac{3}{7} \div \frac{1}{3} ?$



Piensa cuánto pintaría con 1 gal si:

- Usa 2 gal para pintar $\frac{3}{7} m^2$ $\longrightarrow 2 \text{ gal} : \div 2$
- Usa 3 gal para pintar $\frac{3}{7} m^2$ $\longrightarrow 3 \text{ gal} : \div 3$
- Usa $\frac{1}{3}$ gal para pintar $\frac{3}{7} m^2$ $\longrightarrow \frac{1}{3} \text{ gal}:$

Por lo tanto, $\frac{3}{7} m^2$ también hay que dividirlo entre $\frac{1}{3}$

Observa que:
área pintada \div cantidad de pintura usada (gal) = área que se pinta con 1 gal

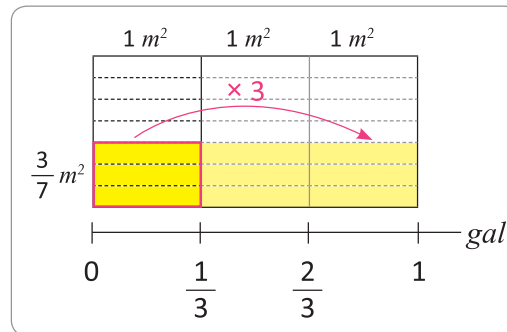


Soluciona

Lo que pinta con 1 gal es lo que pinta con $\frac{1}{3}$ gal multiplicado por 3, ya que en 1 gal hay 3 veces $\frac{1}{3}$ gal:

$$\begin{aligned} \frac{3}{7} \times 3 &= \frac{3 \times 3}{7} \\ &= \frac{9}{7} \left(= 1 \frac{2}{7} \right) \end{aligned}$$

R: $\frac{9}{7} m^2$ o $1 \frac{2}{7} m^2$



Con doble recta numérica:

Para conocer cuántos metros cuadrados se pintan con 1 gal, se dividen $\frac{7}{3}$ gal entre $\frac{1}{3}$
Para convertirlo en 1 gal:

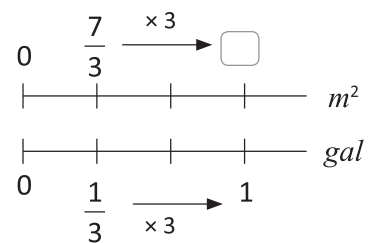
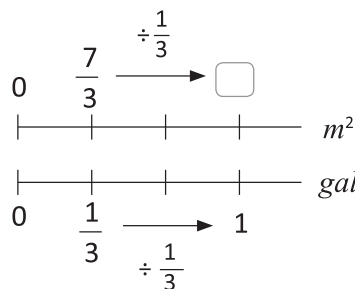
$$\begin{aligned} \frac{3}{7} \div \frac{1}{3} &= \frac{3}{7} \times \frac{3}{1} \\ &= \frac{3 \times 3}{7 \times 1} \\ &= \frac{9}{7} \left(= 1 \frac{2}{7} \right) \end{aligned}$$



R: $\frac{9}{7} \left(= 1 \frac{2}{7} \right) m^2$



Ambas son operaciones equivalentes; es decir:



Comprende

Dividir entre una fracción es equivalente a multiplicar por el recíproco.

$$\text{Es decir: } \frac{a}{b} \div \frac{1}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{1} = \frac{a \times d}{b} \longleftrightarrow \frac{a}{b} \div \frac{1}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{1} = \frac{a \times d}{b \times 1} = \frac{a \times d}{b}$$

Resuelve

1. Efectúa:

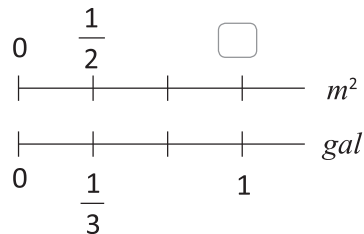
a. $\frac{3}{7} \div \frac{1}{2}$

b. $\frac{4}{5} \div \frac{1}{3}$

c. $\frac{2}{3} \div \frac{1}{4}$

2. ¿Cuántos metros cuadrados pintará Julia con 1 gal en los siguientes casos? Escribe el **PO** y responde:

a. Si con $\frac{1}{3}$ gal pinta $\frac{1}{2}$ m² de muro.

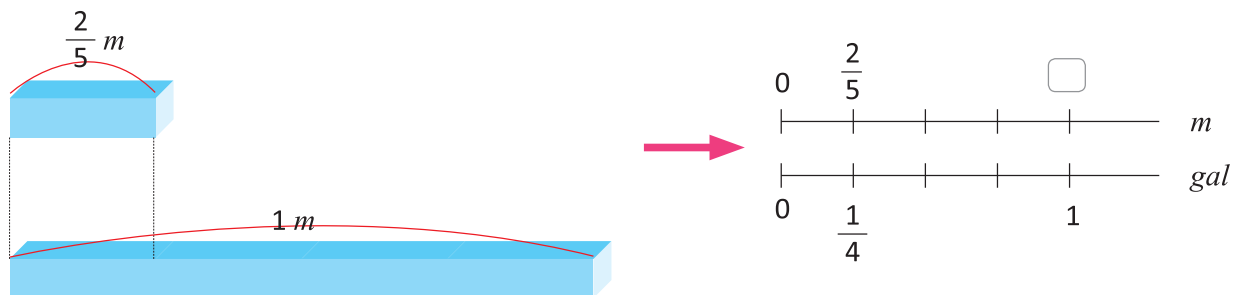


b. Si con $\frac{1}{4}$ gal pinta $\frac{2}{7}$ m² de muro.

c. Si con $\frac{1}{5}$ gal pinta $\frac{2}{3}$ m² de muro.

d. Si con $\frac{1}{4}$ gal pinta $\frac{2}{3}$ m² de muro.

3. Una barra de metal de $\frac{1}{4}$ m de longitud pesa $\frac{1}{4}$ kg ¿cuánto pesa una barra del mismo tipo de 1 m de longitud? Escribe el **PO** y responde.



Aplicación de la división de fracciones

Analiza

Supón ahora que Alejandra usa $\frac{2}{3}$ gal para pintar $\frac{3}{7}$ m² del muro.

¿Cuántos metros cuadrados pintará con 1 gal? Escribe el **PO**.

Recuerda que:
 área pintada ÷ cantidad de pintura usada (gal) = área que puede pintarse con 1 gal.

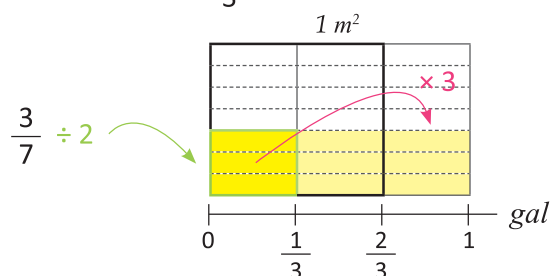


Soluciona

PO: $\frac{3}{7} \div \frac{2}{3}$

Encuentro lo que pinta con $\frac{1}{3}$ gal y lo multiplico por 3, ya que en 1 gal hay 3 veces $\frac{1}{3}$ gal:

Lo que pinta con $\frac{1}{3}$ gal:



Lo que pinta con 1 gal: Luego:

$$\left(\frac{3}{7} \div 2\right) \times 3 \qquad \frac{3}{7} \div \frac{2}{3} = \left(\frac{3}{7} \div 2\right) \times 3$$

$$= \frac{3}{7 \times 2} \times 3$$

$$= \frac{3 \times 3}{7 \times 2}$$

$$= \frac{9}{14}$$

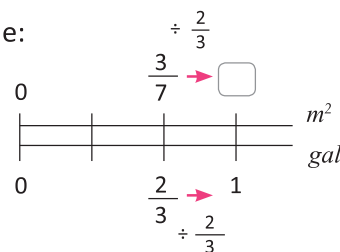
R: $= \frac{9}{14}$ m²



Antonio

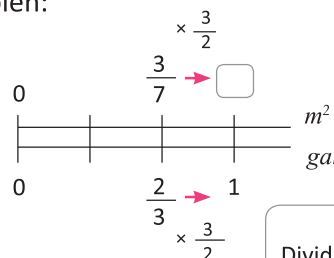
PO: $\frac{3}{7} \div \frac{2}{3}$

Observo que:



Carmen

También:



Luego:

$$\frac{3}{7} \div \frac{2}{3} = \frac{3}{7} \times \frac{3}{2}$$

$$= \frac{3 \times 3}{7 \times 2}$$

$$= \frac{9}{14} \qquad \mathbf{R:} = \frac{9}{14} \text{ m}^2$$

Recuerda:
 Dividir entre una fracción es igual a multiplicar por su recíproco.



Comprende

Sin importar el proceso que se realice, para resolver la división entre fracciones todos pueden resumirse a utilizar el algoritmo. $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{a \times d}{b \times c}$

Resuelve

1. Efectúa:

a. $\frac{3}{5} \div \frac{2}{3}$

b. $\frac{3}{7} \div \frac{4}{5}$

c. $\frac{4}{7} \div \frac{5}{8}$

2. ¿Cuántos metros cuadrados pintará Alejandra con 1 gal en los siguientes casos? Escribe el **PO** y responde:

a. Si con $\frac{2}{3}$ gal pinta $\frac{1}{2}$ m² de muro.

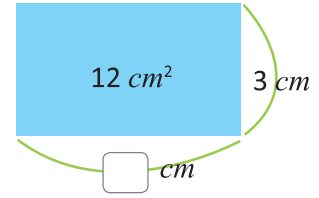
b. Si con $\frac{3}{4}$ gal pinta $\frac{1}{7}$ m² de muro.

Simplificación de divisiones de fracciones

Recuerda

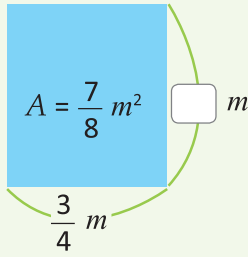
Observa la figura y responde:

- a. ¿Cuál es el **PO** para calcular el área del rectángulo?
- b. ¿Cuánto mide la base del rectángulo?



Analiza

Un rectángulo tiene $\frac{7}{8} m^2$ de área. Si se sabe que la base mide $\frac{3}{4} m$, ¿cuánto mide la altura?



PO: $\frac{7}{8} \div \frac{3}{4}$



A rectángulo = *base* × *altura*

En este caso sabemos que:

$$A \text{ rectángulo} = \frac{7}{8} m^2$$

$$base = \frac{3}{4} m$$

entonces buscamos el valor de la altura de tal manera que multiplicada por $\frac{3}{4}$ dé como resultado $\frac{7}{8}$

Es decir,

$$\frac{7}{8} = \frac{3}{4} \times \text{altura}$$

De manera que: $altura = \frac{7}{8} \div \frac{3}{4}$

Soluciona

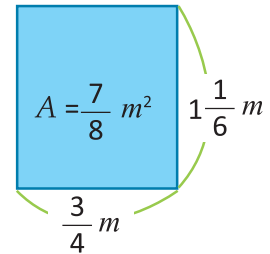
Utilizo lo que aprendí la clase anterior:

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$



Antonio

$$\begin{aligned} \frac{7}{8} \div \frac{3}{4} &= \frac{7}{\cancel{8}^2} \times \frac{\cancel{4}^1}{3} \\ &= \frac{7}{2} \times \frac{1}{3} \\ &= \frac{7 \times 1}{2 \times 3} \\ &= \frac{7}{6} \left(= 1 \frac{1}{6} \right) \end{aligned}$$



R: $= \frac{7}{6} \left(= 1 \frac{1}{6} \right) m$

Comprende

Recuerda que para evitar realizar cálculos con números grandes es mejor simplificar antes de multiplicar.

Resuelve

1. Realiza las siguientes divisiones:

a. $\frac{4}{9} \div \frac{6}{7}$

b. $\frac{1}{4} \div \frac{7}{8}$

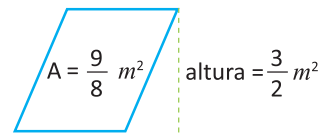
c. $\frac{9}{10} \div \frac{6}{5}$

d. $\frac{6}{5} \div \frac{8}{15}$

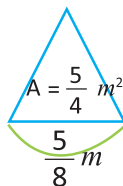
e. $2 \div \frac{4}{7}$

f. $5 \div \frac{15}{16}$

2. Un paralelogramo tiene $\frac{9}{8} m^2$ de área y su altura mide $\frac{3}{2} m$, ¿cuánto mide su base?



3. Un triángulo tiene $\frac{5}{4} m^2$ de área y su base mide $\frac{5}{8} m$, ¿cuánto mide su altura?



altura =

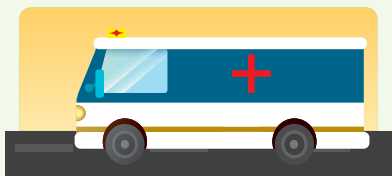
área del triángulo = $\frac{1}{2} \times base \times altura$



División con números mixtos

Analiza

Una ambulancia tiene que atender una emergencia a $3\frac{3}{5}$ km de distancia del hospital. Si recorre $\frac{2}{5}$ km por minuto, ¿cuántos minutos tardará en llegar?



PO: $3\frac{3}{5} \div \frac{2}{5}$

¿Cómo se puede calcular $3\frac{3}{5} \div \frac{2}{5}$?

Si calculas cuántos $\frac{2}{5}$ km hay en $3\frac{3}{5}$ km, eso te dará los minutos que tardará en llegar la ambulancia.



Soluciona

Para hacer la división, convierto el número mixto en fracción impropia:

$$\begin{aligned}
 3\frac{3}{5} \div \frac{2}{5} &= \frac{18}{5} \div \frac{2}{5} && \text{¡Simplifico la multiplicación!} \\
 &= \frac{\overset{9}{\cancel{18}}}{\underset{1}{\cancel{5}}} \times \frac{\cancel{5}^1}{\underset{2}{\cancel{2}}^1} \\
 &= \frac{9}{1} \times \frac{1}{1} \\
 &= 9
 \end{aligned}$$

R: 9 minutos.



Julia

Comprende

Para dividir con números mixtos:

- ① Se convierten los números mixtos a fracciones impropias.
- ② Se cambia el divisor por su número recíproco y el signo de división por el de multiplicación como indica el algoritmo.
- ③ Si es posible simplificar, se simplifica.
- ④ Realiza la multiplicación.
(Si el resultado es una fracción impropia, puedes convertirla a número mixto)

Ejemplo:

$$\begin{aligned}
 2\frac{2}{3} \div 2\frac{2}{5} &= \frac{8}{3} \div \frac{12}{5} \\
 &= \frac{\overset{2}{\cancel{8}}}{\underset{3}{\cancel{3}}} \times \frac{\underset{5}{\cancel{5}}}{\underset{12}{\cancel{12}}^3} \\
 &= \frac{2}{3} \times \frac{5}{3} \\
 &= \frac{2 \times 5}{3 \times 3} \\
 &= \frac{10}{9} \left(= 1\frac{1}{9} \right)
 \end{aligned}$$

Resuelve

1. Realiza las siguientes divisiones:

a. $2\frac{1}{2} \div \frac{1}{3}$

b. $3\frac{4}{7} \div 2\frac{1}{7}$

c. $7 \div 2\frac{4}{5}$

¡Ten cuidado cuando identifiques el dividendo y el divisor!



2. Se quieren repartir los $1\frac{1}{3}$ l de una botella de perfume en frascos de $\frac{1}{9}$ l de capacidad, ¿cuántos frascos se pueden llenar? Escribe el **PO** y responde.

3. Una maestra de piano tiene $4\frac{1}{3}$ h disponibles para dar clases en una noche. Cada lección dura $1\frac{1}{3}$ h ¿Cuántas lecciones puede programar en una noche? Escribe el **PO** y responde.

4. ¿Cuántos dólares vale un metro de alambre, si $5\frac{2}{3}$ m valen $8\frac{1}{2}$ dólares? Escribe el **PO** y responde.

Relación de entre el divisor y el cociente

Analiza

Cuando una cantidad se divide entre un número menor que 1, ¿el resultado es menor o mayor que el dividendo?, ¿y si se divide entre un número mayor que 1?

Analiza la siguiente situación:

$1\frac{1}{3} m$ de un alambre de cobre delgado pesa 12 g y $\frac{1}{3} m$ de un alambre de cobre más grueso, pesa también 12 g. ¿Cuántos gramos pesa 1 m de cada uno de estos alambres?

Observa que: peso de alambre (g) ÷ longitud del alambre (m) = peso de 1 m de alambre.



alambre delgado:

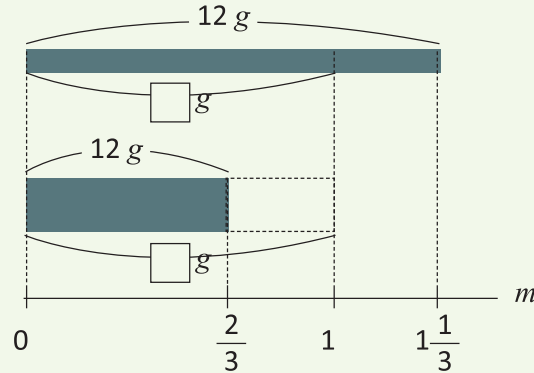
$$\text{PO: } 12 \div 1\frac{2}{3}$$

alambre grueso:

$$\text{PO: } 12 \div \frac{2}{3}$$

alambre delgado

alambre grueso



Soluciona

Para el alambre delgado:

$$\begin{aligned} 12 \div 1\frac{1}{3} &= 12 \div \frac{4}{3} \\ &= 12 \times \frac{3}{4} \\ &= \frac{12 \times 3}{4} \\ &= 3 \times 3 \\ &= 9 \end{aligned}$$

R: 9 g

Para el alambre grueso:

$$\begin{aligned} 12 \div \frac{2}{3} &= 12 \times \frac{3}{2} \\ &= \frac{12 \times 3}{2} \\ &= 6 \times 3 \\ &= 18 \end{aligned}$$

R: 18 g

Observa que en la división $12 \div 1\frac{1}{3}$, el divisor es mayor que 1 y el resultado es **menor** que 12; y que en la división $12 \div \frac{2}{3}$ el divisor es menor que 1 y el resultado es **mayor** que 12



Comprende

En una división se tiene que:

divisor < 1 → cociente > dividendo

- Cuando el divisor es menor que 1, el resultado es mayor que el dividendo.

Ejemplo: $40 \div \frac{1}{4} = 160$ y $160 > 40$

divisor > 1 → cociente < dividendo

- Cuando el divisor es mayor que 1, el resultado es menor que el dividendo.

Ejemplo: $40 \div 1\frac{2}{3} = 24$ y $24 < 40$

Resuelve

1. Estima cuáles de los siguientes cocientes son menores a 60?, y cuáles son mayores. Compruébalo.

a. $60 \div \frac{1}{3}$

b. $60 \div \frac{5}{3}$

c. $60 \div \frac{2}{5}$

d. $60 \div 2\frac{1}{2}$

e. $60 \div \frac{3}{4}$

2. Estima cuáles de los siguientes cocientes son menores a $\frac{4}{5}$ y cuáles son mayores. Compruébalo.

a. $\frac{4}{5} \div \frac{10}{7}$

b. $\frac{4}{5} \div \frac{2}{3}$

c. $\frac{4}{5} \div 1\frac{1}{3}$

d. $\frac{4}{5} \div 2$

e. $\frac{4}{5} \div \frac{3}{10}$

Aplica lo aprendido

1. Efectúa:

a. $3 \div \frac{1}{5}$

b. $4 \div \frac{2}{3}$

c. $\frac{3}{7} \div \frac{1}{5}$

d. $\frac{5}{8} \div \frac{10}{11}$

e. $1 \frac{1}{6} \div \frac{5}{14}$

f. $1 \frac{7}{9} \div 1 \frac{1}{3}$

2. ¿Los siguientes cocientes son mayores a 20? ¿Cuáles son menores a 20? Compruébalo.

a. $20 \div \frac{2}{3}$

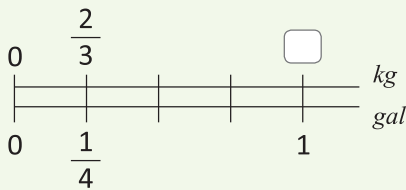
b. $20 \div \frac{10}{3}$

c. $20 \div \frac{5}{6}$

En cada uno de los siguientes problemas escribe el **PO** y encuentra la respuesta.

3. Andrés compró 5 lb de clavos y los quiere repartir en grupos de $\frac{1}{3}$ lb cada uno. ¿Cuántos grupos de $\frac{1}{3}$ lb obtendrá?

4. Un depósito con $\frac{1}{4}$ gal de frijoles pesa $\frac{2}{3}$ kg. ¿Cuánto pesará si se deposita 1 gal de frijoles.

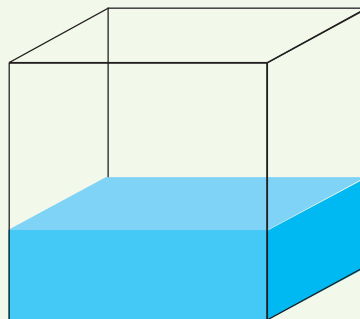
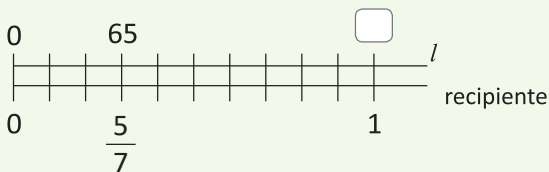


5. Si un vehículo gasta $\frac{1}{8}$ gal de combustible para recorrer $1 \frac{1}{2}$ km, ¿cuántos galones de combustible gasta para recorrer 1 km?

6. Se regaron $2 \frac{4}{5}$ l de agua en $\frac{7}{4}$ m² de jardín, ¿cuántos litros de agua se regaron en 1 m²?

★Desafiate

$\frac{5}{7}$ de un recipiente con forma de prisma se llenan con 65 l de agua. ¿Con cuántos litros de agua se llena el recipiente completo?



Suma o resta de fracciones y números decimales

Recuerda

Convierte 0.45 a fracción.

Analiza

Carlos y Antonio recorren primero $\frac{1}{4} km$ y luego $0.2 km$. ¿Cuántos kilómetros recorren en total?

PO: $\frac{1}{4} + 0.2$



Para hacer la suma convierte todo a un mismo tipo, fracción o número decimal.



Soluciona

Convierto el número decimal a fracción y luego sumo las dos fracciones:

① Convirtiendo a fracción $0.2 = \frac{1}{5}$

② luego:

$$\begin{aligned} \frac{1}{4} + 0.2 &= \frac{1}{4} + \frac{1}{5} \\ &= \frac{5}{20} + \frac{4}{20} && \text{homogenizando} \\ &= \frac{9}{20} && \mathbf{R: \frac{9}{20} km} \end{aligned}$$



José

Convierto la fracción a número decimal y luego sumo los dos números decimales:

① Convirtiendo a fracción $\frac{1}{4} = 1 \div 4 = 0.25$

② luego:

$$\begin{aligned} \frac{1}{4} + 0.2 &= 0.25 + 0.2 \\ &= 0.45 \\ &\mathbf{R: 0.45 km} \end{aligned}$$



Carmen

Comprende

Para sumar o restar fracciones con números decimales se puede convertir todo a fracción.

A esto se le llama **homogenizar cantidades**.

Ejemplo a efectuar: $\frac{3}{4} - 0.65$

① $0.65 = \frac{65}{100} = \frac{13}{20}$

② $\frac{3}{4} - 0.65 = \frac{3}{4} - \frac{13}{20}$
 $= \frac{15}{20} - \frac{13}{20}$
 $= \frac{2}{20}$
 $= \frac{1}{10}$

Resuelve

1. Efectúa:

a. $0.6 + \frac{2}{5}$ b. $\frac{2}{5} - 0.25$ c. $1.8 - 1\frac{1}{2}$ d. $0.75 + 2\frac{1}{4}$ e. $\frac{5}{4} - 1.2$ f. $2.12 - 2\frac{1}{10}$

2. Marina bebió $0.4 l$ de jugo, luego bebió $\frac{3}{5} l$ de jugo. ¿Cuántos litros de jugo bebió en total?

3. Andrés tiene una botella de $1\frac{1}{2} l$ de agua llena y bebe $0.85 l$, ¿cuántos litros de agua le quedan en la botella?

Aplicación de suma o resta de fracciones y números decimales

Analiza

Si Antonio y José recorren primero 0.7 km y luego $\frac{1}{3} \text{ km}$, ¿cuántos kilómetros recorrerán en total?

Escribe el **PO**.

Al igual que en la clase anterior, para hacer la suma convierte todo a un mismo tipo: fracción o decimal.



Soluciona

PO: $0.7 + \frac{1}{3}$

① Como: $0.7 = \frac{7}{10}$



Como $\frac{1}{3} = 1 \div 3 = 0.3333\dots$ ¡El tres se repite sin parar!

Si redondeo perderé exactitud en la respuesta.

Por lo que es mejor convertir el número decimal a fracción.

② Entonces:

$$0.7 + \frac{1}{3} = \frac{7}{10} + \frac{1}{3}$$

$$= \frac{21}{30} + \frac{10}{30}$$

$$= \frac{31}{30} \left(= 1\frac{1}{30} \right)$$

Comprende

Cuando operamos con fracciones conservamos los resultados exactos de las operaciones.



Recuerda que cuando redondeamos perdemos exactitud en la respuesta.

Ejemplo:
Efectuar $\frac{1}{6} - 0.1$

① $\frac{1}{6} - 0.1$ Así que es mejor convertir todo a fracción:

② $\frac{1}{6} - 0.1 = \frac{1}{6} - \frac{1}{10}$

$$= \frac{5}{30} - \frac{3}{30}$$

$$= \frac{2}{30}$$

$$= \frac{1}{15}$$

Resuelve

1. Efectúa las siguientes operaciones:

a. $\frac{5}{6} + 0.5$

b. $\frac{4}{9} + 2.5$

c. $\frac{6}{7} - 0.5$

d. $1.2 + \frac{1}{3}$

e. $1.25 - \frac{7}{6}$

f. $3.5 - \frac{4}{9}$

2. Marina bebió $\frac{2}{9} \text{ l}$ de jugo, luego bebió 0.5 l de jugo, ¿cuántos litros de jugo bebió en total?

3. Andrés tiene una botella de 1.6 l de agua llena y bebe $1\frac{1}{3} \text{ l}$, ¿cuántos litros de agua le quedan en la botella?

Sumas y restas con fracciones, decimales y números mixtos

Analiza

José y Carlos irán a su centro escolar a pintar de blanco una pared del salón. Para ello José lleva 0.95 gal de pintura y Carlos lleva $\frac{5}{6}$ gal

En total gastaron 1.1 gal de pintura. ¿Cuánta pintura les sobró?

Convierte todo a fracción.



PO: $0.95 + \frac{5}{6} - 1.1$ ¿Cómo se puede calcular $0.95 + \frac{5}{6} - 1.1$?

Soluciona

Como $\frac{5}{6} = 0.8333...$ ¡El tres se repite sin parar! Así que para no perder exactitud convierto todo a fracción.

$$\textcircled{1} \quad 0.95 = \frac{95}{100} = \frac{19}{20} \quad \text{y} \quad 1.1 = \frac{11}{10}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \quad \text{Entonces } 0.95 + \frac{5}{6} - 1.1 &= \frac{19}{20} + \frac{5}{6} - \frac{11}{10} \quad \text{el mcm de 20, 6 y 10 es 60} \\ &= \frac{57}{60} + \frac{50}{60} - \frac{66}{60} \\ &= \frac{41}{60} \end{aligned}$$

R: $\frac{41}{60}$ gal



Julia

Comprende

Las operaciones de suma y resta tienen el mismo grado de importancia. Así que cuando en un cálculo aparezcan sumas y restas, estas se deben realizar en el orden en que aparezcan, de izquierda a derecha.

Ejemplo:

$$\begin{aligned} 1 \frac{1}{10} - \frac{2}{3} + \frac{1}{5} - 0.3 &= \frac{11}{10} - \frac{2}{3} + \frac{1}{5} - \frac{3}{10} \\ &= \frac{33}{30} - \frac{20}{30} + \frac{6}{30} - \frac{9}{30} \\ &= \frac{10}{30} \\ &= \frac{1}{3} \end{aligned}$$

Resuelve

Efectúa las siguientes operaciones:

a. $\frac{3}{4} + 0.5 - \frac{2}{3}$

b. $1 \frac{1}{2} - 0.8 - \frac{1}{4}$

c. $1.2 + 1 \frac{1}{3} - \frac{11}{15}$

d. $\frac{5}{7} - 0.25 + 0.5 - \frac{1}{4}$

★Desafiate

Marina deposita en su bolsa de mercado las compras y esta soporta un máximo de 15.5 lb:

- 2.5 lb de papas.
- 1.75 lb de arroz.
- $\frac{5}{4}$ lb de leche en polvo.

¿Cuánto peso puede depositar todavía en su bolsa?

Multiplicación o división de fracciones y números decimales

Analiza

Encuentra el resultado de las siguientes operaciones:

a. $\frac{3}{4} \times 0.8$

b. $0.9 \div \frac{3}{4}$

c. $0.6 \times 1\frac{1}{4} \times 3$

Convierte todo a fracción.
En el literal **c** multiplica los tres numeradores y los tres denominadores.



Soluciona

a. $\frac{3}{4} \times 0.8$

Convierto el decimal a fracción y luego multiplico las dos fracciones:

① $0.8 = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$, así que:

③ $\frac{3}{4} \times 0.8 = \frac{3}{4} \times \frac{4}{5}$

④ $= \frac{3}{5}$

R: $\frac{3}{5}$

b. $0.9 \div \frac{3}{4}$

Convierto el decimal a fracción y aplico el algoritmo de la división:

① $0.9 = \frac{9}{10}$, así que:

② $0.9 \div \frac{3}{4} = \frac{9}{10} \div \frac{3}{4}$

$= \frac{9}{10} \times \frac{4}{3}$ ③

$= \frac{6}{5} \left(= 1\frac{1}{5} \right)$ ④

R: $= \frac{6}{5} \left(= 1\frac{1}{5} \right)$

c. $0.6 \times 1\frac{1}{4} \times 3$

Convierto todo a fracción y multiplico los tres numeradores y los tres denominadores:

① $0.6 = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$, $1\frac{1}{4} = \frac{5}{4}$; así que:

$0.6 \times 1\frac{1}{4} \times 3 = \frac{3}{5} \times \frac{5}{4} \times 3$

$= \frac{3 \times 5 \times 3}{5 \times 4}$ ③

$= \frac{9}{4} \times 3$ ④

R: $\frac{9}{4} \left(2\frac{1}{4} \right)$



Antonio

Comprende

En operaciones combinadas con multiplicación y división, sigue los siguientes pasos:

- ① Convertir números decimales y mixtos a fracciones propias o impropias.
- ② Convertir divisiones a multiplicaciones, sustituyendo los divisores por sus recíprocos.
- ③ Simplificar si se puede.
- ④ Multiplicar numeradores por numeradores y denominadores con denominadores.

Resuelve

1. Efectúa las siguientes operaciones:

a. $0.2 \times \frac{5}{8}$

b. $\frac{3}{5} \div 1.5$

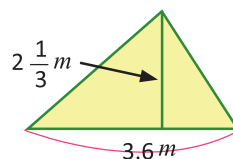
c. $3\frac{1}{3} \times 1.7$

d. $0.4 \div 2\frac{2}{3}$

e. $2\frac{4}{5} \div 0.07$

2. En cada uno de los siguientes problemas escribe el **PO** y encuentra la respuesta:

- a. Un galón de gasolina tiene un costo de \$3.5 dólares. Si Marcos quiere comprar $\frac{2}{5}$ gal de gasolina, ¿cuánto pagará?
- b. El timbre de la escuela de Felipe se atrasa $\frac{3}{4}$ min cada día. ¿Cuántos días deberán pasar para que el atraso sea de 37.5 min?
- c. Encuentra el valor del área del siguiente triángulo:



Combinación de multiplicación y división

Analiza

Encuentra el resultado de:

$$\frac{3}{10} \times 7 \div 0.6$$

Soluciona

Lo hago en tres pasos:

- ① Convertir los números naturales y decimales en fracciones:



Carmen

$$7 = \frac{7}{1}$$

$$0.6 = \frac{6}{10} \left(= \frac{3}{5} \right)$$

Así que:

$$\frac{3}{10} \times 7 \div 0.6 = \frac{3}{10} \times \frac{7}{1} \div \frac{6}{10}$$

- ② Convertir la división en multiplicación cambiando el divisor por su número recíproco:

$$\frac{3}{10} \times \frac{7}{1} \div \frac{6}{10} = \frac{3}{10} \times \frac{7}{1} \times \frac{10}{6}$$

- ③ Efectuar las multiplicaciones simplificando lo que se puede:

$$\frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{\cancel{10}^1} \times \frac{7}{1} \times \frac{\overset{1}{\cancel{10}}}{\cancel{6}^2} = \frac{7}{2} \left(= 3 \frac{1}{2} \right)$$

$$\text{R: } \frac{7}{2} \left(= 3 \frac{1}{2} \right)$$

Comprende

En operaciones combinadas de tres números con multiplicación y división:

- Se convierten los números a fracciones. Luego se realiza el cálculo igual que el de la clase anterior.
- La fracción después del signo de división se sustituye por su recíproco, para que la división se convierta en multiplicación.

De manera general:

$$\square \div \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \square \times \frac{b}{a} \times \frac{d}{c}$$

Aunque se divide más de una vez, todas las divisiones pueden convertirse en multiplicaciones, sustituyendo los divisores por sus recíprocos.

Ejemplo:

$$\frac{2}{9} \div \frac{11}{6} \div 0.4 = \frac{2}{9} \div \frac{11}{6} \div \frac{4}{10}$$

$$= \frac{\overset{1}{\cancel{2}}}{\cancel{9}^3} \times \frac{\overset{1}{\cancel{6}}}{\cancel{11}^2} \times \frac{10}{\cancel{4}^1}$$

$$= \frac{1 \times 1 \times 10}{3 \times 11 \times 1}$$

$$= \frac{10}{33}$$

Resuelve

1. Efectúa las siguientes operaciones:

a. $5 \times 0.1 \div \frac{1}{5}$

b. $3.5 \div \frac{3}{5} \times 1.2$

c. $4.5 \div 1.8 \times \frac{5}{6}$

d. $\frac{3}{2} \div \frac{4}{5} \times 1.2$

2. Realiza las siguientes operaciones:

a. $\frac{3}{8} \times \frac{4}{5} \div \frac{3}{5}$

b. $\frac{3}{4} \div \frac{2}{3} \times \frac{1}{5}$

c. $\frac{3}{4} \div 6 \times \frac{4}{7}$

d. $2 \frac{2}{5} \div \frac{3}{4} \div \frac{6}{7}$

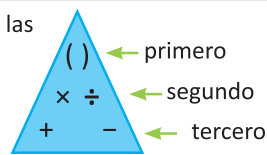
Combinación de sumas y restas con multiplicación y división

Analiza

Encuentra el resultado de:

$$0.6 - 1\frac{2}{3} \div 5 + 3$$

Recuerda el orden de las operaciones



Soluciona

- ① Convierto los números naturales, decimales y mixtos a fracción:

$$0.6 = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}, \quad 1\frac{2}{3} = \frac{5}{3}, \quad 5 = \frac{5}{1}$$

Luego:

$$0.6 - 1\frac{2}{3} \div 5 + 3 = \frac{3}{5} - \frac{5}{3} \div \frac{5}{1} + 3$$

No convierto el 3 pues no participa en ninguna multiplicación o división.

- ② Cambio la división a multiplicación, sustituyendo el divisor por su número recíproco:

$$\frac{3}{5} - \frac{5}{3} \div \frac{5}{1} + 3 = \frac{3}{5} - \frac{5}{3} \times \frac{1}{5} + 3$$



Carlos

- ③ Realizo la multiplicación:

$$\frac{3}{5} - \overset{1}{\cancel{5}} \times \frac{1}{\underset{1}{\cancel{5}}} + 3 = \frac{3}{5} - \frac{1}{3} + 3$$

- ④ Realizo la suma:

$$\begin{aligned} \frac{3}{5} - \frac{1}{3} + 3 &= \frac{9}{15} - \frac{5}{15} + 3 \\ \text{R: } 3\frac{4}{15} &= \frac{4}{15} + 3 = 3\frac{4}{15} \end{aligned}$$

Comprende

Los pasos para realizar operaciones combinadas de suma, resta, multiplicación y división son:

- ① Convertir los números naturales, decimales y mixtos a fracción.
- ② Si hay división convertir a multiplicación.
- ③ Realizar las multiplicaciones.
- ④ Por último, realizar las sumas y restas de izquierda a derecha.

Ejemplo:

$$\begin{aligned} \frac{3}{4} \div 1.5 \times 4 + 1\frac{2}{3} &= \frac{3}{4} \div \frac{3}{2} \times \frac{4}{1} + 1\frac{2}{3} \\ &= \overset{1}{\cancel{3}} \times \frac{2}{\underset{1}{\cancel{3}}} \times \frac{\overset{1}{\cancel{4}}}{1} + 1\frac{2}{3} \\ &= \frac{2}{1} + 1\frac{2}{3} \\ &= 2 + 1\frac{2}{3} = 3\frac{2}{3} \end{aligned}$$



En el paso ① se omite convertir a fracción aquellos números naturales que no participan en ninguna multiplicación o división. En el paso ④ será necesario convertir los números naturales a fracción sólo si hay restas que realizar.

Resuelve

Efectúa las siguientes operaciones:

a. $8 + \frac{1}{3} \times 0.3$

b. $5.4 - \frac{1}{2} \times 4$

c. $\frac{4}{5} \div 0.75 + 3$

d. $1.3 \div 2\frac{1}{2} - \frac{1}{2}$

e. $25 \times 0.1 + 1\frac{1}{5}$

f. $1.25 \times 1\frac{2}{5} \div \frac{3}{4} - 1$

Operaciones con paréntesis

Analiza

Encuentra el resultado de:

$$\frac{1}{4} \div \left(1\frac{2}{5} - 0.7 \right) \times 3$$

Lo primero es escribir todos los números como fracción. Luego, se hace la operación dentro del paréntesis aunque no sea la de mayor jerarquía.



Soluciona

$$\frac{1}{4} \div \left(1\frac{2}{5} - 0.7 \right) \times 3 = \frac{1}{4} \div \left(\frac{7}{5} - \frac{7}{10} \right) \times \frac{3}{1} \longrightarrow \text{Escribo cada número como fracción.}$$



$$= \frac{1}{4} \div \left(\frac{14}{10} - \frac{7}{10} \right) \times \frac{3}{1} \longrightarrow \text{Opero lo que está dentro del paréntesis.}$$

$$= \frac{1}{4} \div \frac{7}{10} \times \frac{3}{1} \longrightarrow \text{Quito los paréntesis cuando tengo el resultado de lo de adentro.}$$

$$= \frac{1}{\cancel{4}^2} \times \frac{\overset{5}{10}}{7} \times \frac{3}{1} \longrightarrow \text{Convierto la división a multiplicación cambiando el divisor por su número recíproco y simplifico.}$$

$$= \frac{15}{14} \left(= 1\frac{1}{14} \right)$$

Comprende

Cuando hay paréntesis en una operación se siguen los siguientes pasos:

- ① Convertir todos los numerales a fracción, se omite convertir aquellos números naturales que no participan en ninguna multiplicación, ni división.
- ② Realizar la operación dentro del paréntesis. Cuando se tiene el resultado, los paréntesis se quitan.
- ③ Si hay división convertir a multiplicación.
- ④ Realizar las multiplicaciones.
- ⑤ Realizar las sumas y restas (las de fuera del paréntesis, si las hay) en el orden que aparecen, de izquierda a derecha. Si en este paso hay números naturales, convertirlos a fracción solo si hay restas que realizar.

Ejemplo:

$$\begin{aligned} 0.3 + \left(1\frac{1}{4} - 1 \right) \div \frac{2}{5} &= \frac{3}{10} + \left(\frac{1}{4} \right) \div \frac{2}{5} \\ &= \frac{3}{10} + \frac{1}{4} \div \frac{2}{5} \\ &= \frac{3}{10} + \frac{1}{4} \times \frac{5}{2} \\ &= \frac{3}{10} + \frac{5}{8} \\ &= \frac{37}{40} \end{aligned}$$

Resuelve

Efectúa las siguientes operaciones:

a. $\frac{5}{9} \div \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{3} \right) \times 3\frac{3}{5}$

b. $\frac{1}{6} \div \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{6} \right) \div \frac{1}{3}$

c. $0.7 \times \frac{1}{7} \div \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{10} \right)$

d. $2.5 \div \left(1 - \frac{2}{3} \right) \times 0.4$

e. $1 + \left(0.75 - \frac{1}{6} \right) \div \frac{2}{7} + 1.5$

f. $1\frac{1}{2} + 0.3 \div \left(\frac{3}{4} + 1.5 \right) - \frac{5}{6} + 2$

Operaciones con varios paréntesis

Analiza

¿Cuáles son los pasos para operar cuando hay más de un paréntesis?

Encuentra el resultado de:

$$7 - \left(1 \frac{2}{5} + 0.3 \right) \div \left(\frac{4}{5} - 0.5 \right)$$

Realiza la operación dentro de cada uno de los dos paréntesis.



Soluciona

$$\begin{aligned}
 7 - \left(1 \frac{2}{5} + 0.3 \right) \div \left(\frac{4}{5} - 0.5 \right) &= 7 - \left(\frac{7}{5} + \frac{3}{10} \right) \div \left(\frac{4}{5} - \frac{5}{10} \right) \rightarrow \text{Escribo cada número como fracción, excepto el 7, porque no participa en ninguna multiplicación o división.} \\
 &= 7 - \left(\frac{14}{10} + \frac{3}{10} \right) \div \left(\frac{8}{10} - \frac{5}{10} \right) \rightarrow \text{Opero lo que está dentro de cada paréntesis.} \\
 &= 7 - \frac{17}{10} \div \frac{3}{10} \rightarrow \text{Quito los paréntesis cuando tengo la respuesta de cada uno.} \\
 &= 7 - \frac{17}{\cancel{10}} \times \frac{\cancel{10}^1}{3} \rightarrow \text{Cambio la división a multiplicación, simplifico cuando se puede y multiplico.} \\
 &= 7 - \frac{17}{3} \rightarrow \text{Coloco el resultado de la multiplicación.} \\
 &= 7 - 5 \frac{2}{3} \rightarrow \text{Para restar convierto la fracción impropia a número mixto.} \\
 &= 6 \frac{3}{3} - 5 \frac{2}{3} \rightarrow \text{Convierto una unidad de 7 en tercios para poder restar unidades con unidades y fracciones con fracciones.} \\
 &= 1 \frac{1}{3}
 \end{aligned}$$



José

Observa que como la operación final es una resta, si fue necesario convertir el 7 a fracción.



Comprende

Cuando hay paréntesis en una operación los pasos a seguir son:

- ① Convertir los números a fracción. Omite convertir a fracción los números naturales que no participan en ninguna multiplicación, ni división.
- ② Realizar la operación dentro de los paréntesis.
- ③ Si hay división convertir a multiplicación.
- ④ Realizar las multiplicaciones.
- ⑤ Por último, realizar las sumas y restas (las de fuera del paréntesis, si las hay) en el orden que aparecen.

Los números naturales que están dentro de los paréntesis y participan solo en sumas, no es necesario convertirlos a fracción. Esto último también aplica en el paso ⑤



Resuelve

1. Efectúa las siguientes operaciones:

a. $\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{6} \right) \times \left(\frac{2}{3} - \frac{2}{5} \right)$ b. $\left(\frac{19}{27} - \frac{5}{9} \right) \div \left(1 + \frac{1}{3} \right) + 3 \frac{2}{9}$ c. $\left(3 - \frac{5}{6} \right) \div \left(2 \frac{1}{3} - 1 \frac{1}{2} \right)$

d. $\left(1 \frac{1}{2} + 0.5 \right) \div \left(\frac{5}{4} + 1.75 \right) - \frac{1}{6} + 2$ e. $\left(0.5 - \frac{1}{3} \right) \div \left(1 \frac{7}{8} - 1.25 \right)$

Aplica lo aprendido

1. Resuelve los siguientes ejercicios de multiplicación y división:

a. $\frac{3}{10} + 0.7$

b. $0.3 + \frac{2}{3}$

c. $\frac{1}{5} - 0.15 + 1.05$

d. $\frac{4}{5} \times 0.25$

e. $\frac{1}{2} \times 4 \div 0.2$

f. $\frac{2}{3} \div \frac{7}{9} + \frac{2}{5}$

g. $\frac{3}{4} \div \frac{1}{2} \div \frac{2}{3}$

h. $\frac{4}{5} \div 1\frac{1}{7} - 0.4 + 2$

i. $\frac{4}{3} \times \left(\frac{7}{10} - \frac{2}{5} \right)$

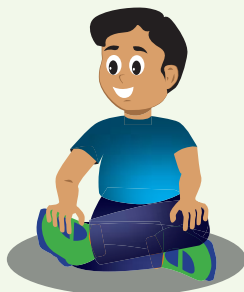
j. $\left(2\frac{1}{2} - \frac{3}{2} \right) \div \left(2.3 + \frac{2}{5} \right)$

2. Resuelve los siguientes problemas.

- a. Para una excursión Carmen lleva $\frac{3}{4}$ l de agua y Miguel lleva 0.5 l, ¿cuántos litros de agua llevan en total?



- b. José compró 5 bolsas de queso cada una con $2\frac{1}{4}$ lb, del total le regaló 0.75 lb de queso a su abuelita. ¿Cuántas libras de queso le quedaron? Escribe la operación en un solo PO.



★Desafiate

La semana anterior Víctor, con 1 gal de pintura, pintó $3\frac{4}{7}$ m² de una pared; esta semana compró 2.5 gal para continuar pintando y al final utilizó $1\frac{1}{7}$ gal más de pintura. ¿Cuántos m² pinto en total? Exprésalo en un mismo PO y resuelve.