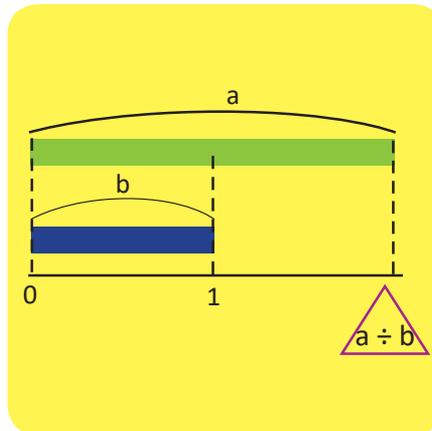


Unidad 4

Razones y porcentajes

$$a \div b \quad \frac{a}{b}$$
$$a : b \quad \frac{a}{b}$$



%

En esta unidad aprenderás a:

- Calcular la razón entre dos cantidades
- Calcular la cantidad a comparar y la cantidad de veces utilizando razones
- Utilizar diferentes notaciones para expresar razones
- Resolver problemas que involucran el cálculo de porcentajes
- Calcular la cantidad a comparar y la cantidad base utilizando porcentajes



Repaso de comparación de cantidades

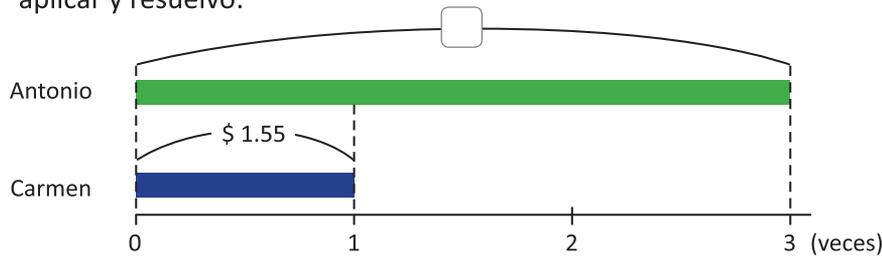
Analiza

Representa gráficamente las siguientes situaciones y resuelve:

- Carmen gasta \$1.55 en una tienda y su amigo Antonio gasta 3 veces lo que gasta Carmen. ¿Cuánto gasta Antonio?
- Para una fiesta de cumpleaños el año pasado se gastaron \$30.00, mientras que este año el gasto fue de \$45.00 ¿Cuántas veces es la cantidad que se gastó este año respecto a la cantidad del año pasado?
- Miguel pesa 75 kg y su peso es 2.5 veces el peso de su hermana. ¿Cuál es el peso de su hermana?

Soluciona

- Identifico el valor de cada cantidad y la cantidad desconocida; busco la fórmula que puedo aplicar y resuelvo:



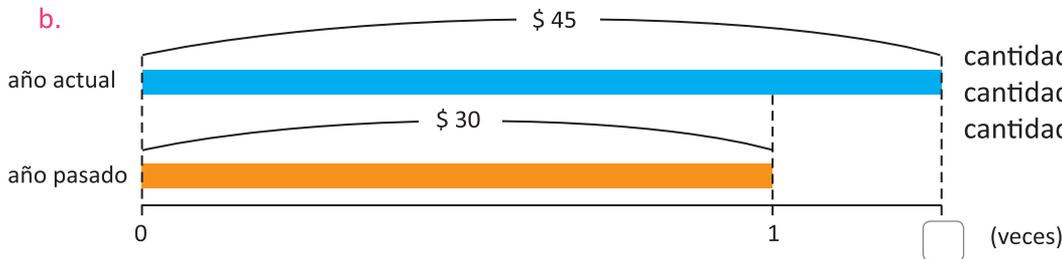
cantidad a comparar:
 cantidad base: \$1.55
 cantidad de veces: 3 veces

$$\text{cantidad a comparar} = \text{cantidad base} \times \text{cantidad de veces}$$

$$1.55 \times 3 = 4.65$$

R: \$4.65

b.



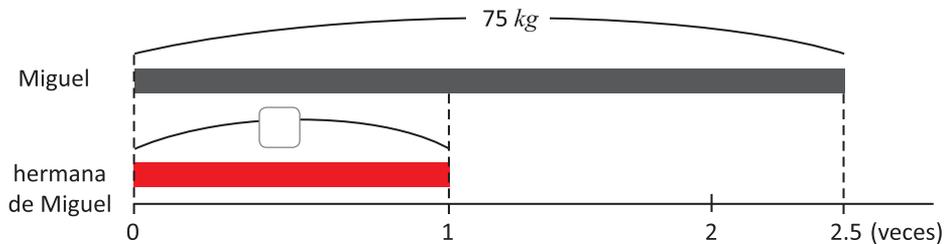
cantidad a comparar: \$45.00
 cantidad base: \$30.00
 cantidad de veces:

$$\text{cantidad de veces} = \text{cantidad a comparar} \div \text{cantidad base}$$

$$45 \div 30 = 1.5$$

R: 1.5 veces.

c.



cantidad a comparar: 75 kg
 cantidad base:
 cantidad de veces: 2.5 veces

$$\text{cantidad base} = \text{cantidad a comparar} \div \text{cantidad de veces}$$

$$75 \div 2.5 = 30$$

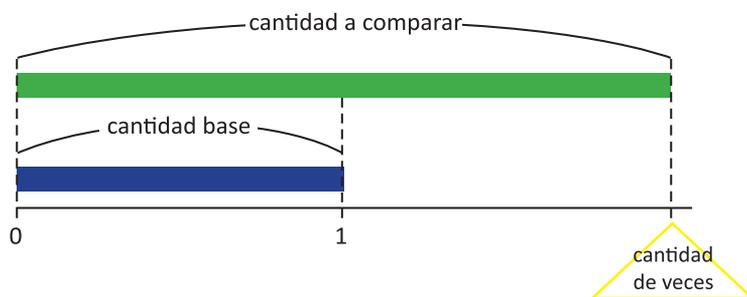
R: 30 kg



La cantidad base equivale a la cantidad de veces 1, por eso para encontrar la cantidad base se busca la cantidad que corresponde a 1 vez.

Comprende

Se puede calcular la cantidad a comparar, cantidad de veces y cantidad base apoyándose en la representación gráfica y utilizando las siguientes fórmulas:

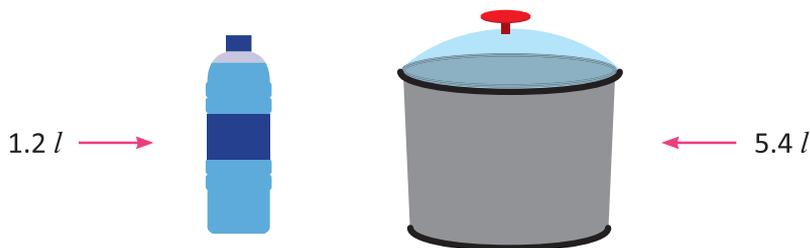


- **cantidad a comparar** = cantidad base \times cantidad de veces
- **cantidad de veces** = cantidad a comparar \div cantidad base
- **cantidad base** = cantidad a comparar \div cantidad de veces

Resuelve

Representa gráficamente las siguientes situaciones y resuelve:

- a. Juan tiene un depósito de 1.2 l y una olla de 5.4 l ¿Cuántas veces es la capacidad de la olla con respecto a la capacidad del depósito?



- b. Julio gastó \$24.00 este mes; esto es 1.2 veces lo que gastó el mes pasado. ¿Cuánto gastó Julio el mes pasado?



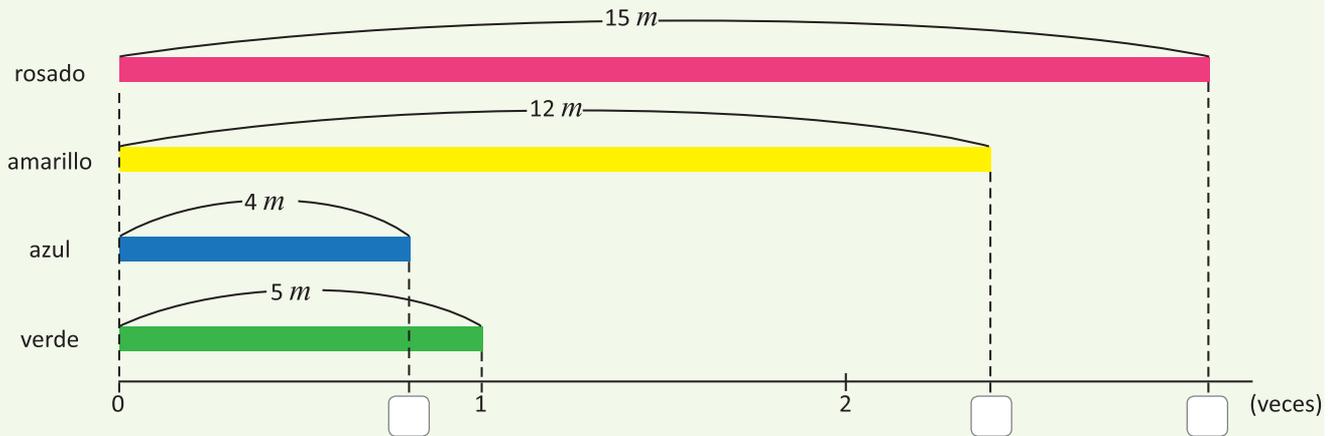
- c. Marta tiene un lazo de 15 m y Juan tiene un lazo de 2.3 veces esta longitud. ¿Cuánto mide el lazo de Juan?



Cálculo de razones

Analiza

Observa las cintas y la recta numérica.



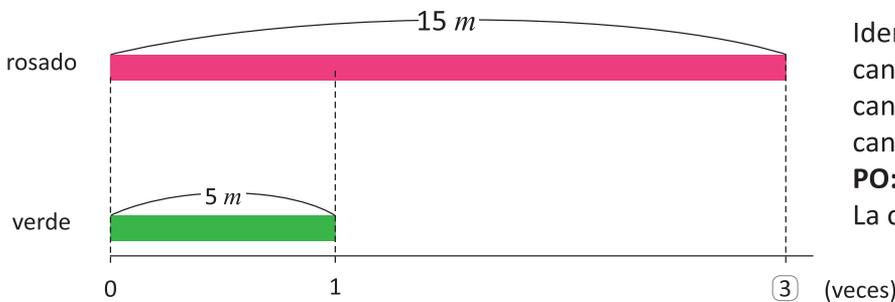
- ¿Cuántas veces es el largo de la cinta rosada con respecto al largo de la cinta verde?
- ¿Cuántas veces es el largo de la cinta amarilla con respecto al largo de la cinta verde?
- ¿Cuántas veces es el largo de la cinta azul comparado con el largo de la cinta verde?



Cuando se dice “cuántas veces es A con respecto a B” o “A comparado con B”, la cantidad que se escribe después de “respecto a” y “comparado con” es la cantidad base.

Soluciona

a.



Identifico las cantidades:

cantidad a comparar: 15 m

cantidad base: 5 m

cantidad de veces:

PO: $15 \div 5$

La cantidad de veces es $15 \div 5 = 3$

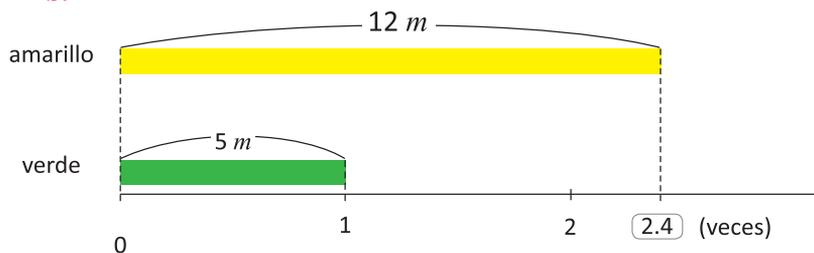


Julia

Por lo tanto el largo de la cinta rosada es 3 veces el largo de la cinta verde.

R: 3 veces.

b.



Identifico las cantidades:

cantidad a comparar: 12 m

cantidad base: 5 m

cantidad de veces:

PO: $12 \div 5$

La cantidad de veces es $12 \div 5 = 2.4$

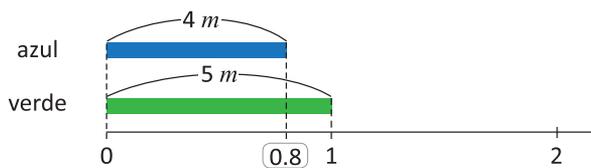


José

Por lo tanto el largo de la cinta amarilla es 2.4 veces el largo de la cinta verde.

R: 2.4 veces.

c.



Identifico las cantidades:
 cantidad a comparar: 4 m
 cantidad base: 5 m
 cantidad de veces:

PO: $4 \div 5$
 La cantidad de veces es $4 \div 5 = 0.8$

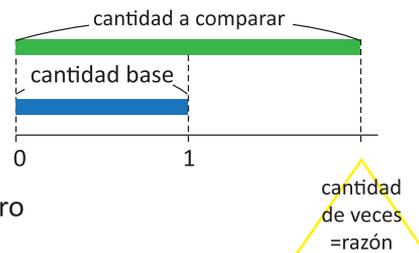
Por lo tanto el largo de la cinta azul es 0.8 veces el largo de la cinta verde. **R:** 0.8 veces.

Comprende

- Una cantidad de veces es el cociente entre dos cantidades y dado que, indica una comparación entre estas, también se le conoce como **razón**.
- Al igual que la cantidad de veces, una razón puede calcularse así:

$$\text{razón} = \text{cantidad a comparar} \div \text{cantidad base}$$

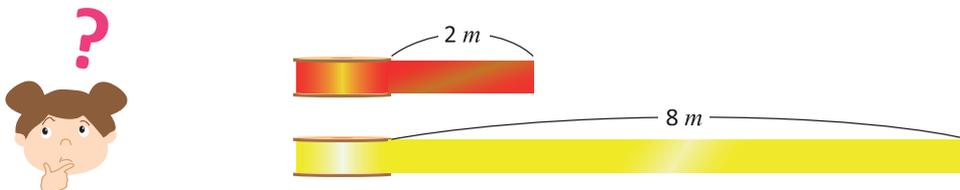
- Al calcular una razón se puede obtener un número natural, un número decimal o una fracción.



Resuelve

En los siguientes problemas identifica la cantidad a comparar, la cantidad base, escribe el **PO** para encontrar la razón y resuelve.

- a. Marta tiene una cinta roja que mide 2 m y una amarilla que mide 8 m. Encuentra la razón del largo de la cinta amarilla con respecto al largo de la cinta roja.



- b. Antonio tiene 12 años y su papá tiene 42 años. Encuentra la razón de la edad del papá comparada con la edad de Antonio.



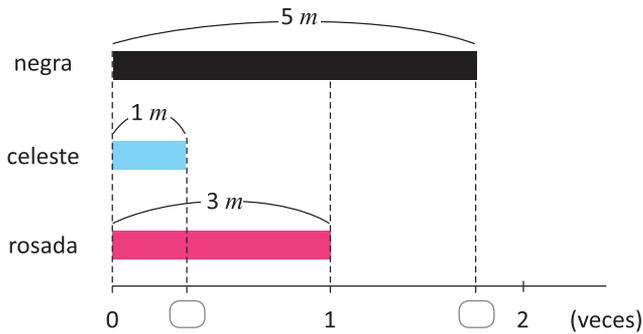
- c. En un torneo de fútbol, Jorge anotó 12 goles y Javier 9. Encuentra la razón entre la cantidad de goles que anotó Javier comparada con la cantidad que anotó Jorge.



Representación de razones con fracciones

Analiza

Observa las cintas y la recta numérica:



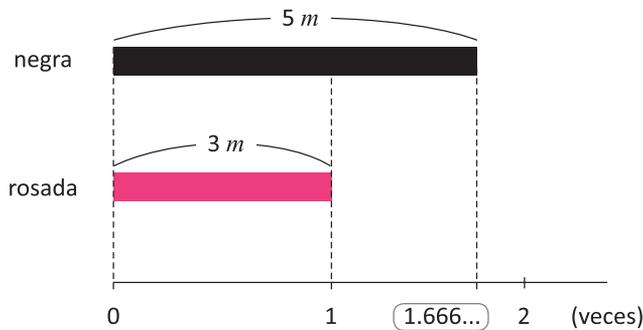
- ¿Cuál es la razón del largo de la cinta negra con respecto al largo de la cinta rosada?
- ¿Cuál es la razón del largo de la cinta celeste con respecto al largo de la cinta rosada?

Recuerda que:
razón = cantidad a comparar ÷ cantidad base



Soluciona

a.



Identifico las cantidades:

cantidad a comparar: 5 m

cantidad base: 3 m

razón (cantidad de veces):

PO: 5÷3

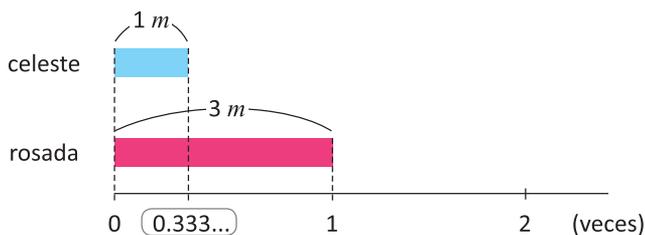
La cantidad de veces es $5 \div 3 = 1.666\dots$



Entonces el largo de la cinta negra es 1.6666... veces el largo de la cinta rosada.

R: 1.6666...

b.



Identifico las cantidades:

cantidad a comparar: 1 m

cantidad base: 3 m

razón (cantidad de veces):

PO: 1÷3

La cantidad de veces es $1 \div 3 = 0.333\dots$

Por lo tanto el largo de la cinta celeste es 0.33333... veces el largo de la cinta rosada.

R: 0.3333...

Los decimales se repiten sin parar, en este caso se puede redondear pero se pierde exactitud. Sin embargo, la razón (cantidad de veces) también se puede expresar con una fracción.



Comprende

Una razón también se puede expresar con una fracción. Por ejemplo en los literales anteriores:

a. $5 \div 3 = \frac{5}{3}$

b. $1 \div 3 = \frac{1}{3}$

Esto significa que:

a. 5 m de cinta negra corresponden a $\frac{5}{3}$ del largo de la cinta rosada.

b. 1 m de cinta celeste corresponde a $\frac{1}{3}$ del largo de la cinta rosada.

Resuelve

1. Expresa las siguientes razones como fracciones:

a. $5 \div 3$

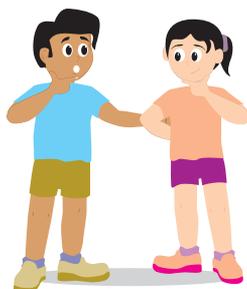
b. $7 \div 9$

c. $4 \div 7$

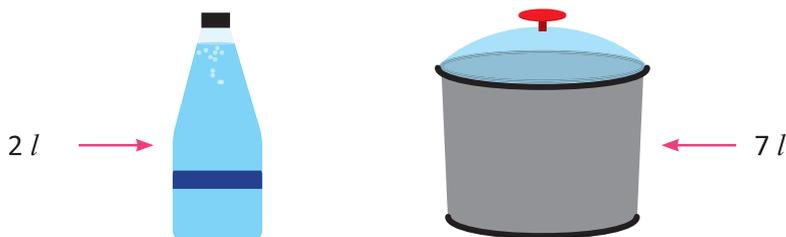
d. $5 \div 6$

2. Resuelve expresando la razón con una fracción.

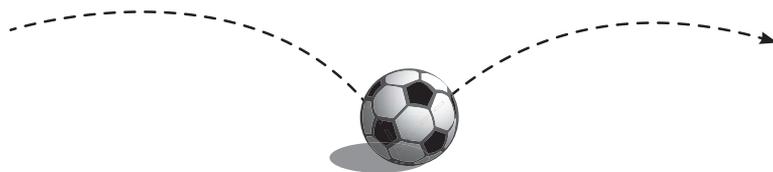
a. José ahorró \$8.00 y Julia \$3.00 ¿cuál es la razón del dinero ahorrado por José con respecto a lo ahorrado por Julia?



b. Un depósito tiene capacidad de 2 l y una olla tiene capacidad de 7 l ¿Cuál es la razón de la capacidad de la olla respecto a la capacidad del depósito?



c. Juan logra acertar 5 goles de cada 9 tiros libres. ¿Cuál es la razón de aciertos con relación al número de tiros libres?



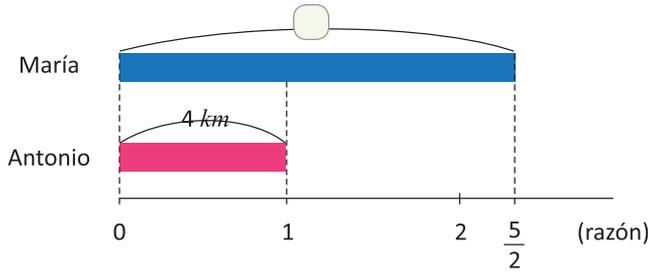
★Desafíate

La razón de goles con relación al número de tiros libres de un jugador es $\frac{5}{7}$, ¿cómo interpretas esta razón?

Cálculo de la cantidad a comparar

Analiza

Antonio y María salen a correr juntos. Antonio recorre 4 km mientras que María, recorre $\frac{5}{2}$ respecto a la cantidad de kilómetros que recorre Antonio. ¿Cuántos kilómetros recorre María?



Aunque no se diga $\frac{5}{2}$ veces, $\frac{5}{2}$ es una cantidad de veces, es decir una razón.



Soluciona

Identifico las cantidades:

cantidad a comparar:

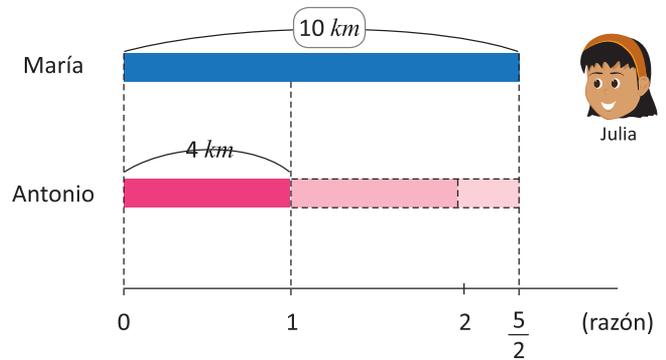
cantidad base: 4 km

razón (cantidad de veces): $\frac{5}{2}$

PO: $4 \times \frac{5}{2}$

la cantidad a comparar es $4 \times \frac{5}{2} = 4 \times \frac{5}{\cancel{2}^2} = 2 \times 5 = 10$

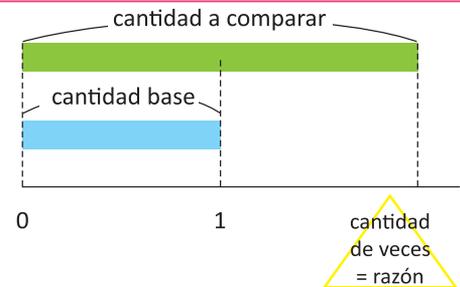
R: 10 km



Comprende

- En quinto grado se aprendió que:
cantidad a comparar = cantidad base × cantidad de veces
- Como a la cantidad de veces se le llama razón, también se puede encontrar la cantidad a comparar así:

cantidad a comparar = cantidad base × razón



Resuelve

En los siguientes problemas, identifica las cantidades, representa gráficamente y resuelve.

- El tanque rojo tiene una capacidad de 300 lt; mientras que el tanque amarillo tiene una capacidad de $\frac{5}{3}$ respecto a la capacidad del tanque rojo. ¿Cuál es la capacidad del tanque amarillo?
- Marta pesa 45 kg, mientras que Carlos pesa $\frac{4}{3}$ comparado con el peso de Marta. ¿Cuánto pesa Carlos?
- Mario dedica 6.5 horas a la semana para realizar sus tareas de Lenguaje y a Matemática dedica 1.2 veces lo que dedica a Lenguaje. ¿Cuál es el tiempo que Mario dedica para estudiar Matemática semanalmente?
- Carmen y Beatriz compitieron en salto largo. Carmen saltó 2 m y Beatriz saltó $\frac{3}{4}$ veces en relación al largo que saltó Carmen. ¿Cuántos metros saltó Beatriz?

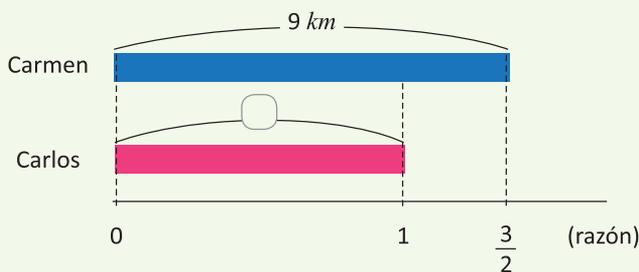
En d recuerda que la cantidad base puede ser mayor que la cantidad a comparar.



Cálculo de la cantidad base

Analiza

Carmen y Carlos corren todos los días. Un día Carmen corre 9 km y esto es $\frac{3}{2}$ con respecto a lo que corre Carlos cada día. ¿Cuántos kilómetros corrió Carlos ese día?



Los kilómetros recorridos por Carmen representan la cantidad a comparar y se desconoce la cantidad base.



Soluciona

Identifico las cantidades:

cantidad a comparar: 9 km

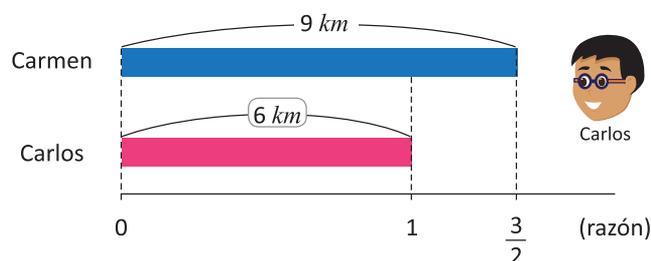
cantidad base:

razón (cantidad de veces): $\frac{3}{2}$

PO: $9 \div \frac{3}{2}$

La cantidad a comparar es $9 \div \frac{3}{2} = 9 \times \frac{2}{3} = 3 \times 2 = 6$

Por lo tanto, Carlos corrió 6 km **R: 6 km**



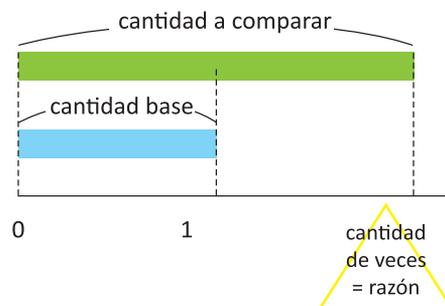
Comprende

- En quinto grado se aprendió que:

$$\text{cantidad base} = \text{cantidad a comparar} \div \text{cantidad de veces}$$

- Como a la cantidad de veces se le llama razón, también se puede encontrar la cantidad base así:

$$\text{cantidad base} = \text{cantidad a comparar} \div \text{razón}$$



Resuelve

En los siguientes problemas, identifica las cantidades, representa gráficamente y resuelve.

- Marta y Ana van a nadar juntas; Marta nada 1.5 km y esto es 3 veces lo que nada Ana. ¿Cuántos kilómetros nada Ana?
- En un salón hay 24 niños, esta cantidad es $\frac{4}{3}$ respecto a la cantidad de niñas. ¿Cuántas niñas hay en el salón?
- En un rectángulo, el largo mide 42 cm y esto es 3.5 veces la longitud del ancho, ¿cuánto mide el ancho?
- En una reunión de padres de familia asistieron 32 papás, esta cantidad es $\frac{2}{5}$ veces la cantidad de mamás, ¿cuántas mamás asistieron?

En d recuerda que la cantidad a comparar puede ser menor que la cantidad base.



Simplificación de razones

Analiza

Antonio y Juan practican baloncesto y son especialistas en lanzamientos de tres puntos. Antonio logra 12 canastas por cada 15 lanzamientos; mientras que Juan logra 20 canastas de cada 25 lanzamientos.

Para ambos niños expresa la razón entre canastas y lanzamientos con una fracción, ¿quién obtiene mejores resultados?



Cuando no se menciona “con respecto a” y solo se utiliza “y”, la cantidad base es la que va después del “y”. Recuerda además que la cantidad base puede ser mayor que la cantidad a comparar.

Soluciona

Encuentro la razón entre canastas y lanzamientos para cada niño y luego comparo.

Para Antonio:

cantidad a comparar: 12
cantidad base: 15

$$\text{razón: } 12 \div 15 = \frac{12}{15}$$



Esta fracción se puede simplificar, divido entre el Máximo Común Divisor para encontrar la fracción equivalente más simple.

$$\frac{12}{15} = \frac{4}{5} \text{ (ya que el MCD de 12 y 15 es 3)}$$

Entonces también puedo interpretar que Antonio consigue 4 canastas por cada 5 lanzamientos.

Para Juan:

cantidad a comparar: 20
cantidad base: 25

$$\text{razón: } 20 \div 25 = \frac{20}{25}$$



Esta fracción se puede simplificar, divido entre el Máximo Común Divisor para obtener la fracción equivalente más simple:

$$\frac{20}{25} = \frac{4}{5} \text{ (ya que el MCD de 20 y 25 es 5)}$$

Juan también realiza 4 canastas por cada 5 lanzamientos.

Aunque las razones parecen distintas, al expresarlas como fracciones se obtiene una fracción equivalente, Antonio y Juan logran 4 canastas por cada 5 lanzamientos.

R: Ambos tienen los mismos resultados.

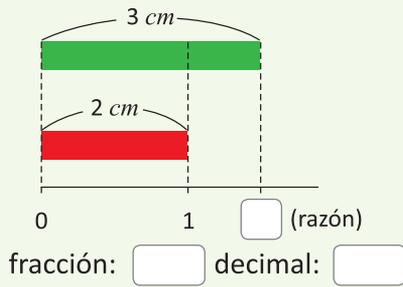
Cuando se simplifica una fracción que corresponde a una razón, se obtiene una fracción equivalente que corresponde a una razón equivalente.



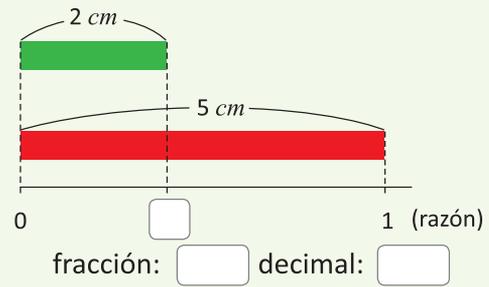
Aplica lo aprendido

1. Encuentra la razón como fracción y como número decimal de la longitud de la cinta verde con respecto a la longitud de la cinta roja.

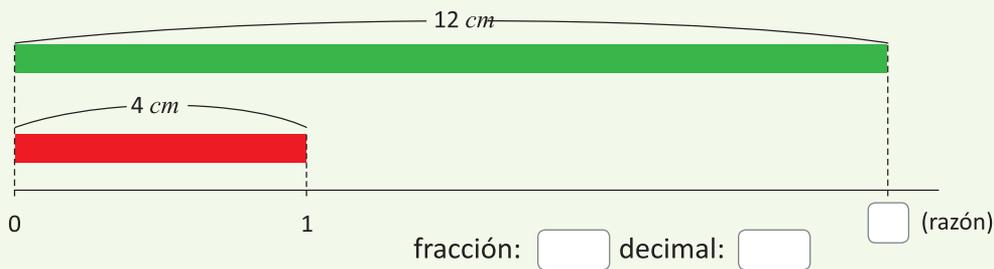
a.



b.

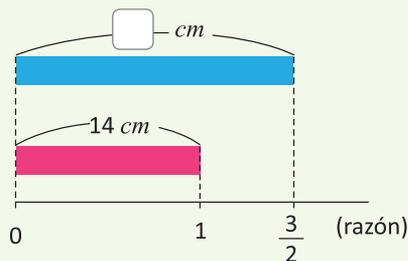


c.

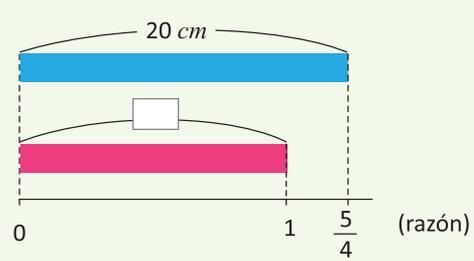


2. Calcula la cantidad desconocida, identifica si es la cantidad base o la cantidad a comparar.

a.



b.



3. Expresa la razón como una fracción:

- a. Antonio ahorró \$15.00 y de estos gastó \$5.00, ¿cuál es la razón del dinero gastado respecto al dinero ahorrado?
 b. En un salón hay 10 niños y 15 niñas. ¿Cuál es la razón entre niños y niñas?

4. Un rectángulo mide 10 cm de largo y su ancho es $\frac{3}{2}$ veces su largo. ¿Cuánto mide el ancho?

5. En un autobús hay 24 asientos ocupados y esto es $\frac{6}{5}$ respecto al número de asientos desocupados. ¿Cuántos asientos desocupados hay?



6. Carlos está entrenando para el campeonato de baloncesto, él desea encestar 6 de cada 7 lanzamientos. En el último entreno Carlos logró encestar 18 de 21 lanzamientos. ¿Logra Carlos cumplir su objetivo?, ¿por qué?

7. En las siguientes situaciones expresa la razón utilizando “:”, luego represéntala con una fracción y encuentra la razón más simple.

- a. Un equipo de fútbol gana 6 de los 10 partidos del campeonato. ¿Cuál es la razón entre partidos ganados y el total de partidos?
 b. Jugando al capirucho Ana tiene éxito en 8 de cada 24 intentos. ¿Cuál es la razón entre los intentos con éxito y el total de intentos?

Tanto por ciento o porcentaje

Analiza

La siguiente tabla contiene los apuntes del número de goles y la cantidad de intentos que hizo Juan en sus dos últimos entrenos.

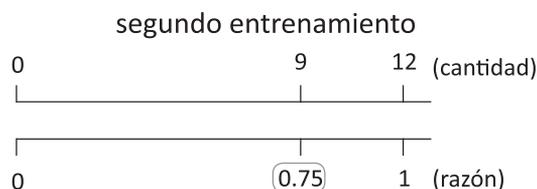
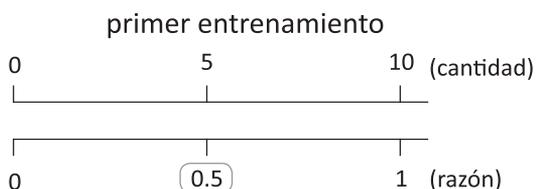
entrenamiento	goles	intentos
primero	5	10
segundo	9	12



¿En cuál entrenamiento se puede decir que Juan tuvo más éxito?

Soluciona

Encuentro la razón entre goles e intentos.



razón: $5 \div 10 = 0.5$

razón: $9 \div 12 = 0.75$

En el primer entrenamiento Juan tuvo éxito en la mitad de los intentos. En el segundo entreno tuvo éxito 0.75 veces la cantidad de intentos.

R: En el segundo entrenamiento.

Otra manera de expresar los resultados de Juan es utilizando porcentajes.

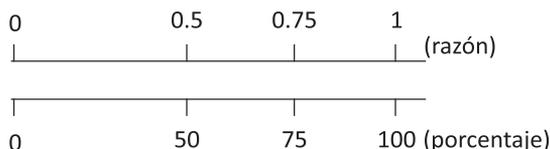


Comprende

- Cuando se comparan cantidades la cantidad base corresponde a la razón 1
- El valor de razón 0.5 representa la mitad de la cantidad base. Esto también se puede expresar como 50% y se lee “cincuenta por ciento”. Esta expresión se llama **tanto por ciento o porcentaje**. El porcentaje se obtiene cuando se considera la cantidad base como 100; se puede calcular el porcentaje así:



porcentaje = razón × 100



Como $0.75 \times 100 = 75$ el valor de razón 0.75 corresponde al 75% y se lee “setenta y cinco por ciento”. Entonces, si fueran 100 intentos se puede tener 75 aciertos.



Resuelve

1. La siguiente tabla contiene los resultados de Miguel en los dos últimos juegos de baloncesto.

juego	canastas	lanzamientos
primero	12	16
segundo	9	15

- a. Encuentra la razón del número de canastas respecto al total de lanzamientos.
b. ¿Qué porcentaje de canastas obtuvo en cada juego?
2. José anotó los resultados que obtuvo al jugar capirucho el lunes, martes y miércoles. Explica utilizando porcentajes.

día	éxito	intentos
lunes	8	20
martes	10	25
miércoles	8	16

- a. Entre lunes y miércoles, ¿qué día obtuvo mejores resultados?
b. Entre lunes y martes, ¿qué día obtuvo mejores resultados?

¿Sabías que...?

Los porcentajes tienen la ventaja de expresar información de forma más sencilla.

Por ejemplo, para expresar que según las Proyecciones de la Dirección General de Estadísticas y Censos se espera que en el año 2020 la población salvadoreña sea de 6,601,409 habitantes, de los cuales se proyecta que 3,520,577 sean mujeres; es más fácil expresarlo en términos de porcentajes, redondeando la razón a las centésimas, así:

$$\text{razón: } 3,520,577 \div 6,601,409 = 0.5333 \dots \approx 0.53$$

$$\text{porcentaje: } 0.53 \times 100 = 53\%$$

Por lo tanto, de la población estimada para el 2020 se espera que el 53% sean mujeres.

El 53% también se puede interpretar como 53 de cada 100, entonces 53 de cada 100 personas salvadoreñas en el año 2020 se estima que serán mujeres.

porcentaje	razón	interpretación
53 %	$\frac{53}{100}$	53 de cada 100

Relación entre razones y porcentajes

Recuerda

Calcula:

a. 0.01×100

b. 0.2×100

Analiza

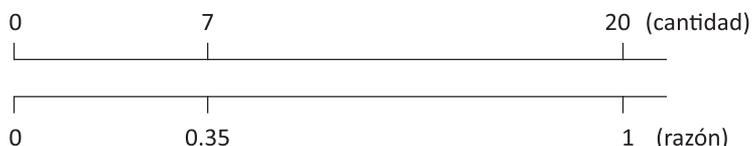
En el salón de clases de Marta hay un total de 20 alumnos, de los cuales 7 son niños. ¿Cuál es el porcentaje de niños en este salón?

Soluciona

Encuentro la razón de niños respecto al total y luego obtengo el porcentaje:

razón: $7 \div 20 = 0.35$

porcentaje: $0.35 \times 100 = 35$



La cantidad a comparar es el número de niños y la cantidad base el total de alumnos.



La razón 0.35 es equivalente al 35%

R: 35% de los alumnos en el salón de clases son niños.

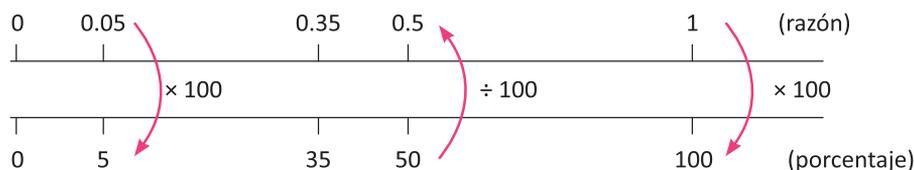
Comprende

- Para pasar de razón a porcentaje se multiplica por 100

porcentaje = razón \times 100

- Para pasar de porcentaje a razón se divide entre 100

razón = porcentaje \div 100



La cantidad base corresponde a la razón 1 y esta razón es equivalente al 100%



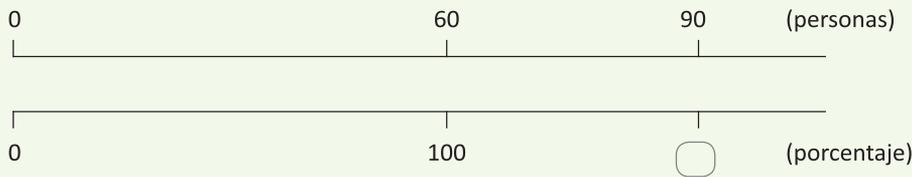
Resuelve

- Encuentra el porcentaje que representan las siguientes razones:
 - a. 0.01 b. 0.07 c. 0.75 d. 0.5 e. 1
- Encuentra la razón que corresponde a cada uno de los siguientes porcentajes.
 - a. 5% b. 9% c. 12% d. 54% e. 80%
- El área total de un centro escolar es $1,200 \text{ m}^2$, y el área de la cancha es 252 m^2
 - a. ¿Cuál es la razón del área de la cancha respecto al área total?
 - b. ¿Cuál es el porcentaje de terreno que ocupa la cancha?

Porcentajes mayores al 100%

Analiza

Un restaurante tiene capacidad para atender a 60 personas. El sábado atendieron a 90, ¿qué porcentaje de personas con respecto a la capacidad del restaurante atendieron?



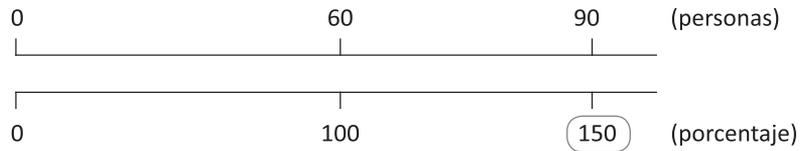
En este caso la cantidad a comparar es mayor que la cantidad base por lo que, el porcentaje será mayor al 100%



Soluciona

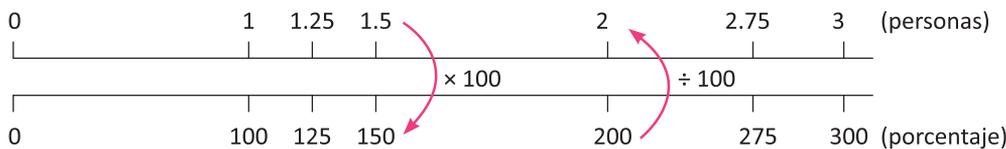
Identifico las cantidades:
 cantidad a comparar: 90 personas
 cantidad base: 60 personas
 razón: $90 \div 60 = 1.5$
 porcentaje: $1.5 \times 100 = 150$

R: el porcentaje de personas atendidas en el restaurante el sábado con respecto a la capacidad del restaurante es el 150%



Comprende

Cuando la cantidad a comparar es mayor que la cantidad base, el porcentaje que se obtiene es mayor al 100%, esto se debe a que el valor de razón es mayor que 1

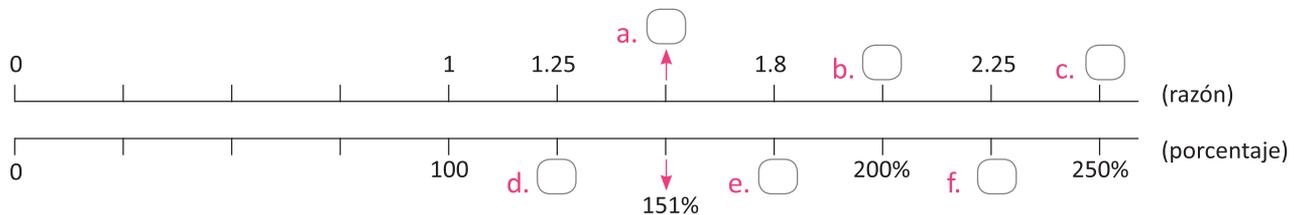


Observa algunas relaciones entre valores de razón y porcentajes, mayores a 1 y al 100% respectivamente.



Resuelve

1. Completa los valores de razón o porcentajes faltantes en el gráfico.



- El promedio de agua que debe beber un adulto es de 2 litros diarios. María consume 2.5 litros. ¿Qué porcentaje de agua consume María respecto a la cantidad recomendada?
- La OMS (Organización Mundial de la Salud) recomienda a los niños un consumo máximo de 4 g de sal diarios. Si un niño consume 6 g diarios se puede enfermar. ¿Qué porcentaje de sal respecto a la cantidad recomendada puede hacer enfermar a un niño?

Cálculo de la cantidad a comparar con porcentaje menor al 100 %

Recuerda

- ¿Cómo se calcula la cantidad a comparar utilizando la cantidad base y la razón?
- Encuentra la razón correspondiente a:
 - 35%
 - 100%

Analiza

María prepara un refresco de 200 ml con sabor a naranja, de manera que el 35% de su contenido es zumo de naranja. ¿Cuánto es la cantidad de zumo de naranja?



La pregunta es equivalente a ¿cuánto es el 35% de 200 ml? Piensa ¿cuál es la cantidad base?, ¿cuál es la cantidad a comparar?

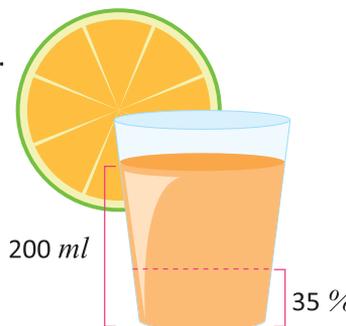


Soluciona

- Estimo antes de calcular:
 35% es menor que 50%, es decir es menor que la mitad.
 35% de 200 ml es menor que la mitad de 200 ml, es decir menor que 100 ml



35% de 200 ml, nos indica que es un porcentaje de la cantidad total de jugo. Es decir, la cantidad total es la cantidad base, la cual corresponde al 100%. Lo que se desconoce es la cantidad a comparar. Entonces:



- cantidad a comparar:
 cantidad base: 200 ml
 porcentaje de la cantidad a comparar: 35%
 razón (porcentaje ÷ 100): $35 \div 100 = 0.35$

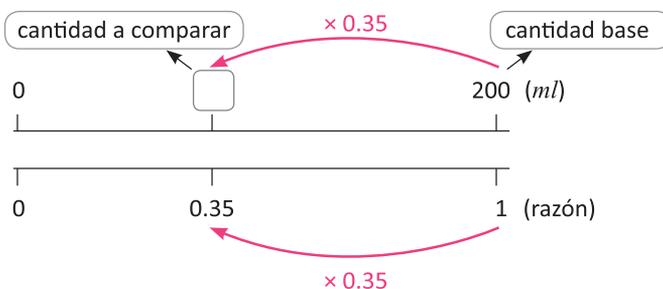
Cantidad a comparar = cantidad base \times razón

$$\begin{aligned} \square &= 200 \times 0.35 \\ \square &= 70 \text{ ml} \end{aligned}$$

70 ml es menor que 100 ml ¡estoy bien!

R: 70 ml

También puedes utilizar el gráfico de doble recta numérica:



$1 \times 0.35 = 0.35$, por lo tanto:

$$\begin{aligned} \square &= 200 \times 0.35 \\ \square &= 70 \end{aligned}$$

Hago lo mismo que la fórmula. **R: 70 ml**



Comprende

- Calcular el valor correspondiente al porcentaje dado de una cantidad es equivalente a calcular la cantidad a comparar.
- Cuando se conoce la cantidad base y el porcentaje de la cantidad a comparar, y se quiere encontrar la cantidad a comparar se pueden seguir los siguientes pasos:

- ① Convertir el porcentaje a razón:
 $razón = porcentaje \div 100$
- ② Encontrar la cantidad a comparar:
 $cantidad\ a\ comparar = cantidad\ base \times razón$

Por ejemplo:
20% de \$60.00
\$60.00 es la cantidad base
razón: $20 \div 100 = 0.2$
cantidad a comparar:
 $60 \times 0.2 = 12 (\$)$
El 20% de \$60 es \$12.00



Resuelve

1. Calcula:
a. 20% de 80 l b. 90% de 120 l

Recuerda estimar antes de calcular.



2. De una sección de 30 alumnos el 80% de los estudiantes aprobaron la asignatura de Matemática. ¿Cuántos alumnos pasaron la materia?



3. En un estacionamiento hay 80 vehículos, de los cuales el 5% son verdes. ¿Cuántos vehículos verdes hay en el estacionamiento?



4. En un municipio con 4,200 habitantes, el 60% de ellos está contento con la gestión municipal. ¿Cuántos habitantes están satisfechos?



Representación gráfica de aumentos y disminuciones de porcentajes

Analiza

- Un detergente en polvo usualmente contiene 400 g pero en oferta contiene un 10% más de su contenido normal. ¿Cuánto es el porcentaje del contenido en oferta comparado con el contenido normal?
- El precio normal de una camiseta es \$15.00, al pagar se aplica un descuento del 20% de su precio normal. ¿Cuánto es el porcentaje del precio con descuento comparado con el precio normal?

Soluciona

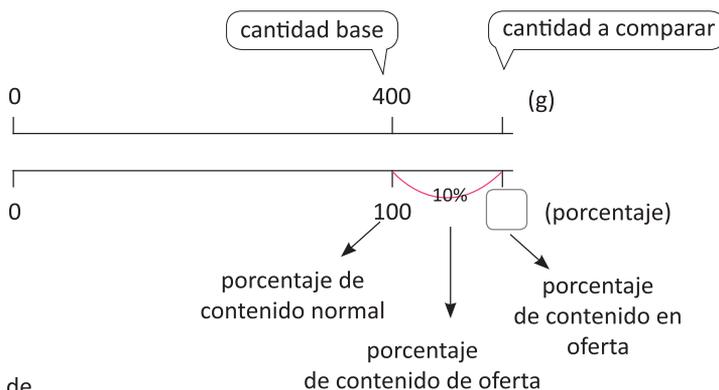
- “10% de su contenido normal” indica un porcentaje sobre el contenido normal, por lo que el contenido normal es la cantidad base. La cantidad base siempre corresponde al 100%. El contenido en oferta es la cantidad a comparar, su porcentaje correspondiente es:



Julia

PO: 100% + 10%

$$\begin{array}{ccccccc}
 100\% & + & 10\% & = & 110\% \\
 \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\
 \text{porcentaje de} & & \text{porcentaje de} & & \text{porcentaje de} \\
 \text{contenido normal} & & \text{contenido de} & & \text{contenido en} \\
 & & \text{oferta navideña} & & \text{oferta}
 \end{array}$$



R: 110%

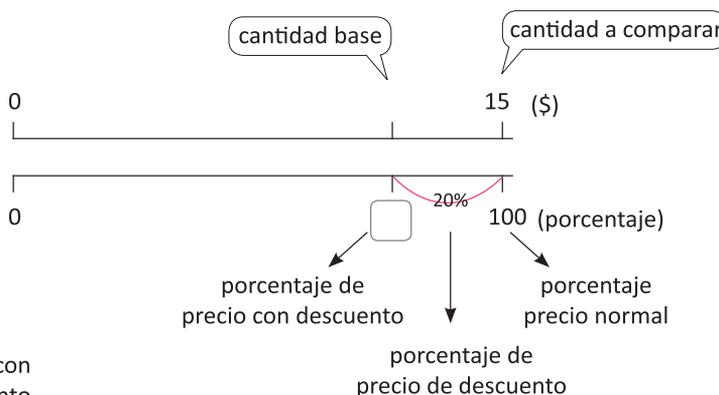
Porcentaje de contenido **de** oferta es el porcentaje que se agrega como oferta. Porcentaje de contenido **en** oferta es el porcentaje total cuando ya se incluye el porcentaje de oferta.



- “20% de su precio normal” indica un porcentaje sobre el precio normal, por lo que el precio normal es la cantidad base. La cual corresponde al 100%. El precio al aplicar el descuento es la cantidad a comparar, su porcentaje correspondiente es:

PO: 100% - 20%

$$\begin{array}{ccccccc}
 100\% & - & 20\% & = & 80\% \\
 \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\
 \text{precio normal} & & \text{descuento} & & \text{precio con} \\
 & & & & \text{descuento}
 \end{array}$$



R: 80%

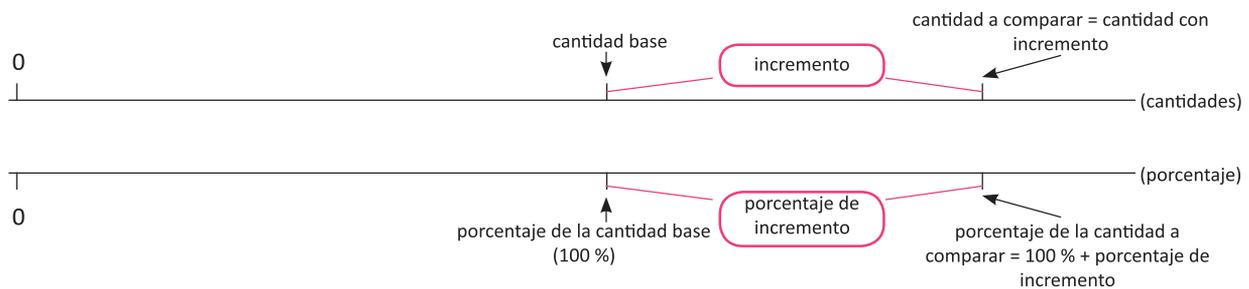
Porcentaje de precio **de** descuento es el porcentaje que se ofrece como descuento. Porcentaje de precio **con** descuento es el porcentaje total cuando ya se incluye el porcentaje de descuento.



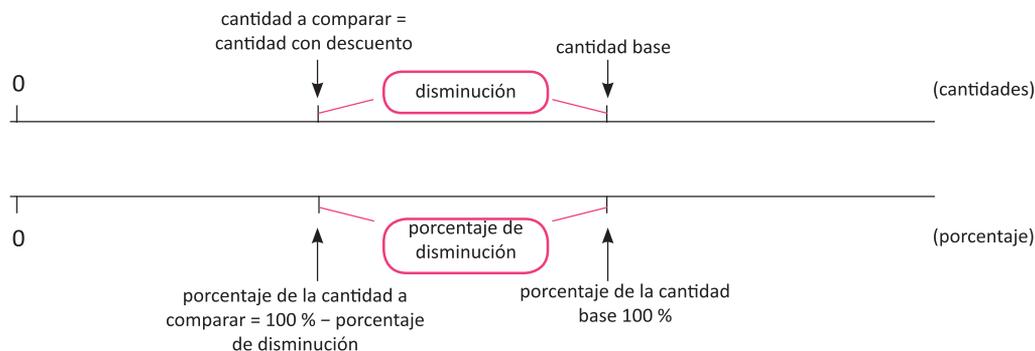
Comprende

En situaciones que involucran incrementos y disminuciones:

- Cuando hay incremento: *porcentaje de la cantidad a comparar* = $100\% + \text{porcentaje de incremento}$.



- Cuando hay disminución: *porcentajes de la cantidad a comparar* = $100\% - \text{porcentaje de disminución}$.

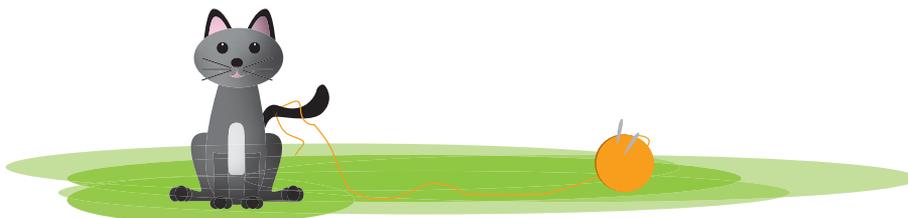


Resuelve

1. Un trabajador gana un salario de \$300.00 dólares su jefe le comunica que le aumentará un 15% respecto al salario actual. ¿Si el salario actual es el 100% ¿Cuanto será, en porcentaje, el nuevo salario?



2. Una pila contiene 2,500 l de agua, debido a una fuga se pierde el 25% de su contenido. ¿Cuánto es el porcentaje de agua de la pila después de la fuga comparado con el contenido inicial?
3. Un gatito al nacer pesa 105 g, luego de una semana el gato pesa un 60% más de su peso al nacer. ¿Cuál es el porcentaje del peso del gatito después de una semana, respecto a su peso al nacer?

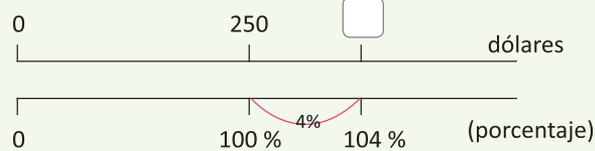


4. Una computadora cuesta normalmente \$465.00, pero al comprarla Juan obtuvo un 15% de descuento. ¿Cuál fue el porcentaje de la cantidad que pagó Juan respecto al precio normal?

Cálculo de la cantidad a comparar con un porcentaje mayor al 100 %

Analiza

Los padres de Marta deben abonar \$250.00 mensuales para la cuota de una casa, si además se tiene que pagar un 4% de interés fijo sobre la cuota. ¿Cuánto deben pagar cada mes?



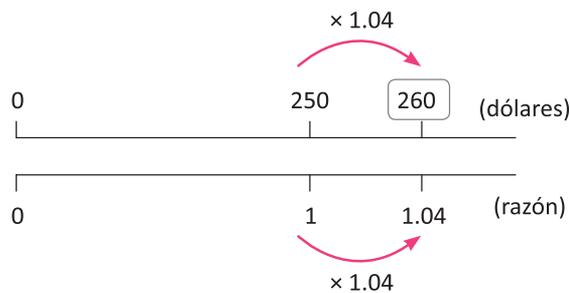
Soluciona

“4% sobre la cuota” significa que la cuota es la cantidad base.

El pago de cada mes incluyendo el interés es la cantidad a comparar.

- ① Como hay un incremento del 4%, el porcentaje de la cantidad a comparar es:
 $100\% + 4\% = 104\%$
- ② Encuentro la razón (porcentaje ÷ 100):
 $104 \div 100 = 1.04$
- ③ Calculo la cantidad a comparar:
 $250 \times 1.04 = 260$

R: \$260.00



También se puede resolver utilizando la gráfica de doble recta numérica. Observa que tanto con la fórmula como con la gráfica de doble recta numérica se usa el mismo **PO**, **cantidad a comparar = cantidad base × razón**



Comprende

Cuando existe un porcentaje de incremento a la cantidad base y se quiere encontrar la cantidad a comparar se puede:

- ① Encontrar el porcentaje de la cantidad a comparar: $100\% + \text{porcentaje de incremento}$
- ② Calcular la razón: $\text{razón} = \text{porcentaje} \div 100$
- ③ Calcular la cantidad a comparar: **cantidad a comparar = cantidad base × razón**

Resuelve

Para cada literal, encuentra el porcentaje de la cantidad a comparar y responde a la pregunta.

- a. Un jugo de piña que normalmente contiene 800 ml está en oferta y contiene un 20% más del contenido normal. ¿Cuántos mililitros de jugo contiene cuando está en oferta?



- b. Una pequeña imprenta desea comprar un lote de papel que cuesta \$720.00, como desea importarlo desde otro país debe pagar 5% de derechos arancelarios de importación, adicional al precio original. ¿Cuántos dólares; debe pagar la imprenta por el lote de papel incluyendo los impuestos?

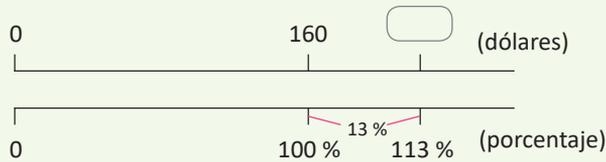
- c. En un restaurante se paga el 9% del consumo en calidad de propina. Si alguien consume \$30.00, dólares ¿cuánto deberá pagar incluyendo la propina?



Cálculo de precios con IVA

Analiza

El papá de Julia comprará un juego de comedor que cuesta \$160.00 dólares. El vendedor le dijo que este precio no incluye IVA, que es el 13% del precio original. ¿Cuánto le costará el juego de comedor con el IVA incluido?



Observa que:

- El precio del juego de comedor sin IVA corresponde al 100% (cantidad base).
- El precio del comedor con IVA incluido corresponde al 113% (cantidad a comparar).



Soluciona

En este caso hay un incremento del 13% a la cantidad base, aplico los pasos aprendidos en la clase anterior:

- 1 Encuentro el porcentaje que pagará el papá de Julia por el comedor. Como el IVA es del 13%, el porcentaje a pagar será:

$$100\% + 13\% = 113\%$$

El papá de Julia pagará el 113% del precio normal.

- 2 Calculo la razón: $113 \div 100 = 1.13$
- 3 Encuentro la cantidad a comparar:
 $160 \times 1.13 = 180.8$
R: \$180.8 dólares.



Encuentro la cantidad de dinero que pagará de IVA y lo sumo a los \$160.00 que es la cantidad base.

- 1 Calculo la cantidad correspondiente al IVA

$$13\% \text{ de } \$160.00$$

$$\text{razón: } 13 \div 100 = 0.13$$

$$\text{cantidad a comparar: } 160 \times 0.13 = 20.8$$

la cantidad correspondiente al IVA es \$20.8

- 2 Al precio normal le sumo el precio que corresponde al IVA

$$160 + 20.80 = 180.8$$

R: \$180.8 dólares.



Comprende

Para calcular el precio de un producto agregando el IVA (13%), se tienen dos maneras:

- manera **A**
- 1 Encontrar el porcentaje de la cantidad a comparar: $100\% + 13\% = 113\%$
 - 2 Calcular la razón correspondiente al 113%
 - 3 Encontrar el precio incluyendo el IVA multiplicando el precio original por razón.

manera **B**

- 1 Calcular la cantidad a aumentar es decir el 13% de la cantidad base.
- 2 Sumar a la cantidad original la cantidad encontrada en el paso 1



Estas dos maneras de calcular, también se pueden aplicar para otros incrementos distintos del IVA.

Resuelve

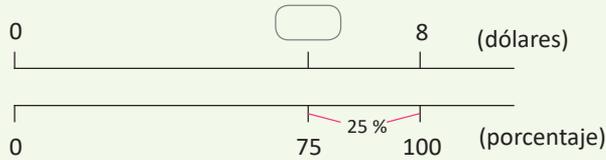
Calcula el precio de los siguientes artículos incluyendo el IVA, utilizando las dos maneras mostradas.

- a. Una computadora que cuesta \$525.00
- b. Un ventilador que cuesta \$30.00

Cálculo de precios con descuentos

Analiza

María compró una mochila con el 25% de descuento. El precio normal era de \$8.00 dólares, ¿cuánto pagó María por la mochila?



El porcentaje de descuento es 25%
El porcentaje del precio con descuento es: $100\% - \text{porcentaje de descuento}$.



Soluciona

- ① Encuentro el porcentaje que pagó María. Como la cartera tenía 25% de descuento, el porcentaje que pagó fue:
 $100\% - 25\% = 75\%$
María pagó el 75% del precio normal. Calculo el porcentaje.
 $75\% \text{ de } \$8.00$
- ② razón: $75 \div 100 = 0.75$
- ③ cantidad a comparar: $8 \times 0.75 = 6$
R: \$6.00 dólares.



Calculo el descuento:

25% de \$8.00

- ① razón: $25 \div 100 = 0.25$
- ② cantidad a comparar: $8 \times 0.25 = 2$
la cartera tiene un descuento de \$2.00
- ③ Al precio normal le resto el descuento:
 $\$8.00 - \$2.00 = \$6.00$
R: \$6.00 dólares.



Comprende

Para encontrar precios luego de aplicar descuentos se tienen dos maneras:

manera **A**

- ① Calcular el porcentaje del precio con descuento:
 $100\% - \text{porcentaje de descuento}$.
- ② Calcular la razón correspondiente al porcentaje del precio con descuento.
- ③ Encontrar el precio con descuento multiplicando la razón por el precio original.

manera **B**

- ① Calcular la razón correspondiente al descuento.
- ② Calcular el descuento.
- ③ Restar el descuento al precio normal.

Resuelve

En la tienda de ropa "LA GANGA" la ropa tiene descuento. Encuentra el precio de las siguientes prendas al aplicarles el descuento que se indica.

- a. Vestido para dama.
Precio normal: \$20.00
25% de descuento.



- b. Suéter para caballero.
Precio normal: \$15.00
20% de descuento.



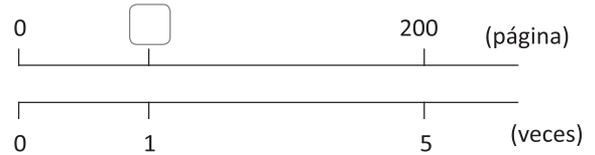
- c. Camisa para niño.
Precio normal: \$5.00
5% de descuento.



Cálculo de la cantidad base

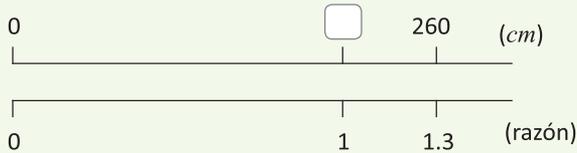
Recuerda

Julia leyó 200 páginas de un libro en vacaciones. Esta cantidad es 5 veces la cantidad de páginas que leyó José. ¿Cuántas páginas leyó José?



Analiza

Una jirafa de un mes de vida mide 260 cm, esta estatura corresponde al 130% de su estatura justo al nacer. ¿Cuál fue la estatura de la jirafa inmediatamente después del nacimiento?



Observa que:

- La estatura de la jirafa al nacer corresponde al 100% (cantidad base).
- La estatura de la jirafa después de un mes, la cual es 260 cm corresponde al 130% (cantidad a comparar).

Soluciona



Identifico las cantidades:

cantidad a comparar: 260 cm

cantidad base:

porcentaje de la cantidad a comparar: 130%

① razón (Porcentaje ÷ 100): $130 \div 100 = 1.3$

Utilizo la fórmula para calcular la cantidad base:

② **cantidad base = cantidad a comparar ÷ razón**

$$= 260 \div 1.3$$

$$= 200$$

R: 200 cm

También puedes completar el gráfico observando que $1 \times 1.3 = 1.3$, por lo tanto:

$$\square \times 1.3 = 260$$

Entonces 1.3 veces la cantidad base es 260, por lo que:

$$\square = 260 \div 1.3$$

$$\square = 200$$


Comprende

Cuando existe un porcentaje de incremento a la cantidad base, y se quiere encontrar la cantidad base, se puede:

① Calcular la razón: $\text{razón} = \text{porcentaje} \div 100$

② Calcular la cantidad base: **cantidad base = cantidad a comparar ÷ razón**

Resuelve

1. Un televisor cuesta \$678.00 con IVA incluido. ¿Cuál es el precio del televisor sin incluir el IVA?



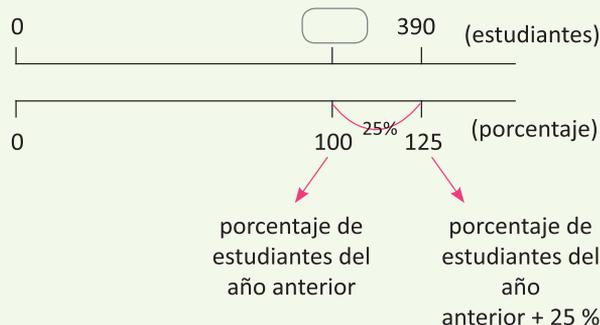
Observa que los \$678.00 corresponden al 113%

2. Marta pesa 60 kilogramos y esto corresponde al 120% de lo que pesaba hace un año. ¿Cuánto pesaba Marta hace un año?

Cálculo de la cantidad base con porcentaje de diferencia conocido

Analiza

Este año en la escuela de Ana, hay 390 estudiantes. Esta cantidad es 25% más que la cantidad de estudiantes del año anterior. ¿Cuántos estudiantes habían el año anterior?



Soluciona

“25% más que la cantidad de estudiantes del año pasado” indica que la cantidad de estudiantes del año pasado es la cantidad base (corresponde al 100%).

- ① Es decir, este año se tiene 100% más 25% respecto al año pasado:

$$100\% + 25\% = 125\%$$

La cantidad de estudiantes de este año es 390 corresponde a 125% del año pasado (cantidad a comparar)

Identifico las cantidades:

cantidad a comparar: 390 estudiantes

cantidad base:

- ② Razón (Porcentaje ÷ 100): $125 \div 100 = 1.25$

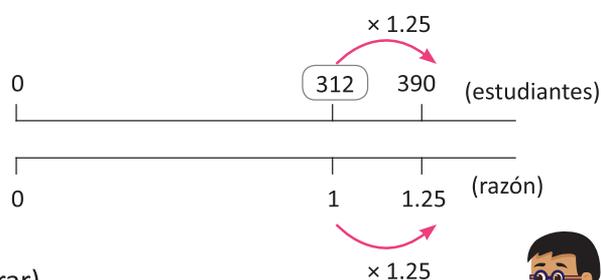
- ③ Utilizo la fórmula para calcular la cantidad base:

cantidad base = cantidad a comparar ÷ razón

$$\text{input} = 390 \div 1.25$$

$$\text{input} = 312$$

R: 312 estudiantes.



Carlos

También se puede resolver utilizando la gráfica de doble recta numérica. Observa que tanto con la fórmula como con la gráfica de doble recta numérica se usa el mismo PO, **cantidad base = cantidad a comparar ÷ razón**



Comprende

Cuando se conoce el porcentaje de diferencia entre dos cantidades, y se quiere determinar la cantidad base, se puede:

- ① Encontrar el porcentaje de la cantidad a comparar: 100% más el porcentaje de diferencia.
- ② Calcular la razón: $\text{razón} = \text{porcentaje de la cantidad a comparar} \div 100$
- ③ Calcular la cantidad base: $\text{cantidad base} = \text{cantidad a comparar} \div \text{razón}$

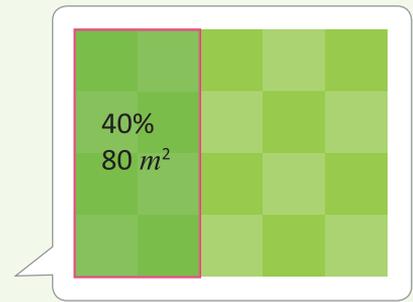
Resuelve

1. La estatura de José es 156 cm y su estatura es 20% más que la estatura de su hermana Julia. ¿Cuántos centímetros es la estatura de Julia?
2. El salario de don Juan es \$440.00 después de recibir un aumento del 10% de su salario anterior. ¿Cuántos dólares recibía en su salario anterior?
3. Un perrito pesa 168 g una semana después de haber nacido, esta cantidad es un 60% más que el peso del perrito al nacer. ¿Cuántos gramos pesaba al nacer?

Cálculo de la cantidad base con la cantidad a comparar menor al 100 %

Analiza

El propietario de un terreno decide venderlo en parcelas para obtener mayores ganancias. Hasta el momento ha vendido una parcela de 80 m^2 que representa el 40% del total del terreno. ¿Cuál es el área total del terreno?



Soluciona

Identifico las cantidades:
 cantidad a comparar: 80 m^2
 cantidad base:
 porcentaje de la cantidad a comparar: 40%
 razón (porcentaje \div 100): $40 \div 100 = 0.4$
 La cantidad desconocida es la cantidad base, la cual corresponde al 100%, aplico la fórmula para encontrar la cantidad base:

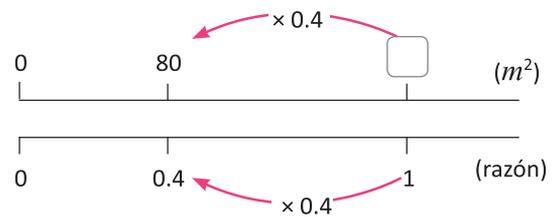
$$\text{cantidad base} = \text{cantidad a comparar} \div \text{razón}$$

$$\begin{aligned} \square &= 80 \div 0.4 \\ \square &= 200 \\ \text{R: } &200 \text{ m}^2 \end{aligned}$$



Al dividir entre un número menor que 1, el cociente resulta mayor que el dividendo.

Utilizo el gráfico de doble recta numérica:



Observo que $1 \times 0.4 = 0.4$

Entonces: $\times 0.4 = 80$

$$\square = 80 \div 0.4$$

$$\square = 200$$



R: 200 m^2

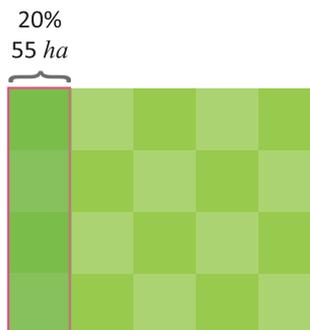
Comprende

Aunque el porcentaje de la cantidad a comparar sea menor al 100%, la cantidad base siempre se calcula con la fórmula:

$$\text{cantidad base} = \text{cantidad a comparar} \div \text{razón}$$

Resuelve

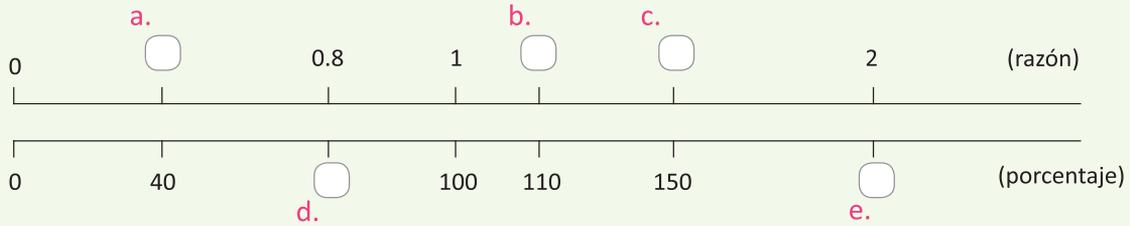
- Un agricultor planta 55 ha de maíz que representan el 20% de su terreno. ¿De cuántas hectáreas es el terreno?



- Una señora ahorra \$56.00 que representa el 10% de su salario mensual. ¿De cuánto es su salario mensual?

Aplica lo aprendido

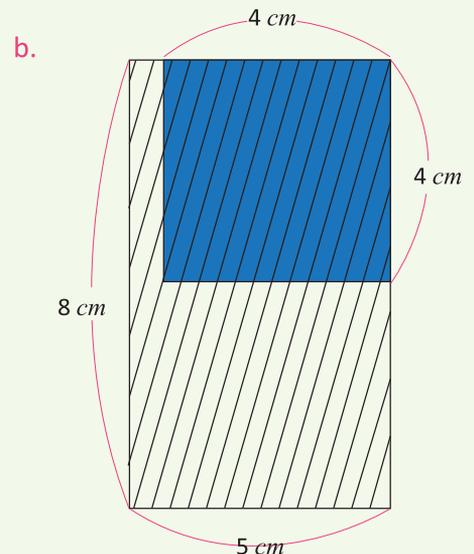
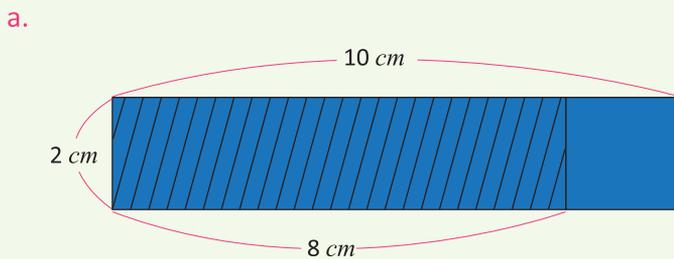
- En el examen de Matemática Marta acertó en 8 de un total de 10 preguntas.
 - ¿Cuál es la razón de las respuestas acertadas respecto al total?
 - ¿Cuál es el porcentaje de respuestas correctas?
- En una sala del cine se ocupan 42 butacas de las 120 disponibles. ¿Cuál es el porcentaje de butacas ocupadas? Estima antes de calcular.
- Completa los valores de razón y porcentajes faltantes.



- Un balneario tiene capacidad para atender a 250 personas. Un día de vacación recibieron a 300 personas.
 - ¿Cuál es la razón de personas que asistieron ese día comparado con la capacidad del balneario?
 - ¿Cuál es el porcentaje de personas que asistieron ese día respecto a la capacidad del balneario?
- En el vivero de don Juan hay 420 plantas, de las cuales el 25% son rosas. ¿Cuántas rosas hay en el vivero? Estima antes de calcular.
- Mientras espera la descarga de una carpeta de fotografías en la computadora, Juan observa que hasta el momento se ha descargado el 30% de 50 megabytes. ¿Cuántos megabytes se han descargado hasta ese momento? Estima antes de calcular.

★Desafiate

Para cada uno de los siguientes literales, calcula el porcentaje que representa el área del rectángulo rayado respecto al área del rectángulo de color azul.



Recuerda para encontrar el área de un rectángulo se multiplica el ancho por la altura.



Aplica lo aprendido

- Encuentra el porcentaje que se te solicita en cada literal:
 - Una bolsa de gomitas contiene normalmente 500 g pero en oferta contiene un 20% más de su contenido normal. ¿Cuánto es el porcentaje del contenido en oferta comparado al contenido normal?
 - Una pila se llena con 2,250 litros, pero debido a una fuga pierde el 25% de su contenido. ¿Qué porcentaje de su capacidad contiene la pila después de la fuga?

Apóyate en la gráfica.



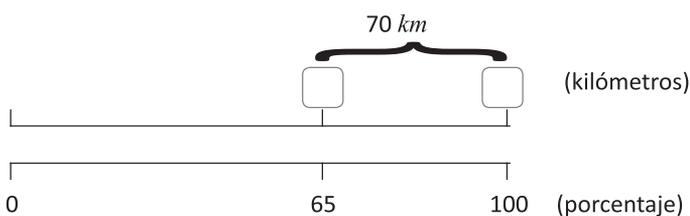
- Un oso pardo (que vive en las montañas de Cantabria, España) al cabo de unos meses de nacer alcanza el 150% de su peso inicial. Se sabe que el peso al nacer de ese tipo de osos es de 350 gramos, aproximadamente. ¿A cuántos gramos equivale el 150% de su peso?



- Una camisa que cuesta \$40.00, está en oferta con el 15% de descuento. ¿Cuántos dólares cuesta la camisa al aplicarle el descuento?
- Al final del año Juan logró ahorrar \$70.00, y esto representa un 140% de lo planificado. ¿Cuántos dólares había planificado ahorrar?
- Juan vendió un televisor a \$240.00, esta cantidad es un 20% más que el precio por el cual él adquirió el televisor. ¿Cuántos dólares pagó Juan al adquirir el televisor?
- Cuando un oso grizzly (subespecie del oso pardo que habita en Norteamérica) hiberna, su frecuencia cardíaca desciende a 10 latidos por minuto, que es un 20% de su valor normal. ¿Cuál es la frecuencia cardíaca normal del oso grizzly? Estima antes de calcular.

★Desafiate

- El papá de Ana es albañil y está construyendo un muro, para ello necesita 8 bolsas de cemento, cada bolsa cuesta \$5.00 sin IVA, ¿cuánto deberá pagar por las 8 bolsas después de agregar el 13% de IVA?
- Un tren ha cubierto el 65% de su recorrido. Si aún le quedan 70 km de viaje, ¿de cuántos kilómetros es el recorrido total?



¿Cuántos kilómetros corresponden a cada 1%?

