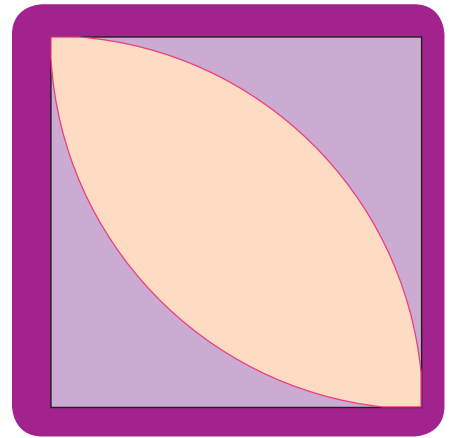
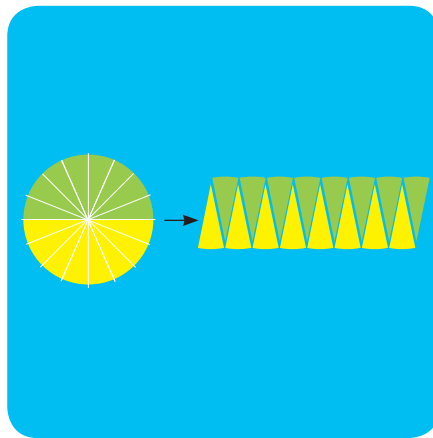


# Longitud de una circunferencia y área del círculo

$\pi$



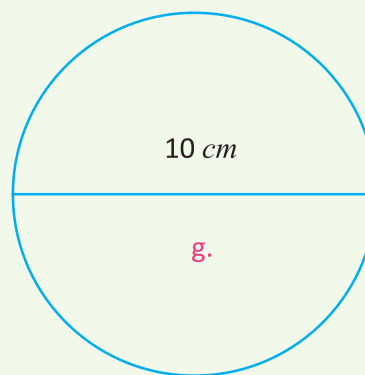
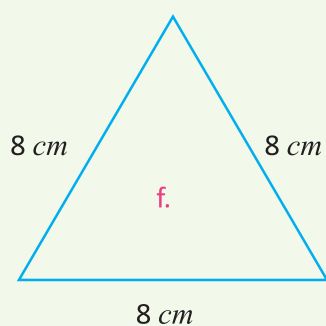
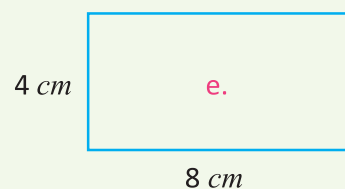
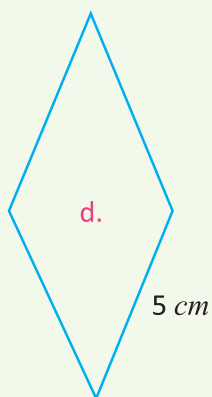
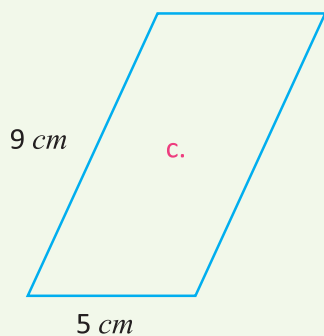
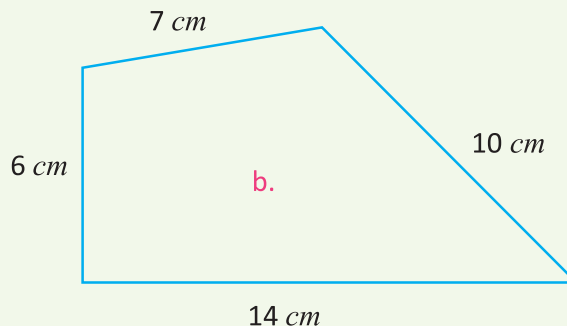
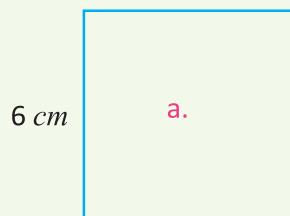
En esta unidad aprenderás a

- Calcular la longitud de una circunferencia dado su radio o su diámetro
- El significado de  $\pi$  y su uso
- Calcular el área de un círculo
- Calcular el área de regiones en figuras diversas



## Repaso de áreas y perímetros

1. Escribe el nombre de cada una de las figuras geométricas.
2. Tomando en cuenta la característica respecto a la longitud de sus lados, calcula el perímetro de las figuras a a la f.



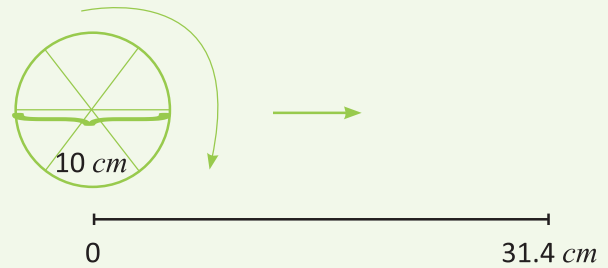
Al contorno de una figura geométrica se le conoce como perímetro, en el caso del contorno de un círculo, se le llama **circunferencia**.

En esta unidad aprenderás a calcular la medida de la circunferencia y el área de un círculo.

## Longitud de una circunferencia

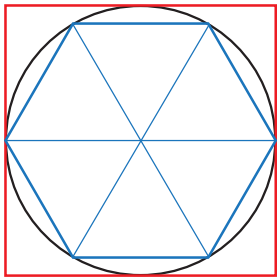
### Analiza

Carlos tiene un carrito de juguete y el diámetro de cada una de las ruedas es  $10\text{ cm}$ .  
 ¿Cómo es la relación entre el diámetro de la llanta y la distancia que recorre? Es decir cuántas veces es la distancia recorrida con respecto al diámetro.  
 Apóyate del perímetro de un hexágono y del cuadrado.

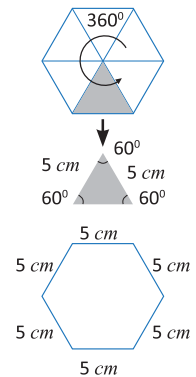


### Soluciona

Auxiliándote de dos figuras conocidas.



- ① En el hexágono observo que el ángulo que se forma en el centro es  $360^\circ$ . Por lo que cada ángulo formado en el centro mide  $60^\circ$
- ② Los ángulos opuestos a lados iguales tienen el mismo valor, así que los ángulos faltantes también miden  $60^\circ$  y además el lado faltante medirá  $5\text{ cm}$
- ③ El perímetro del hexágono mide  $5 \times 6 = 30$ , es decir  $30\text{ cm}$



- ④ La cantidad de veces que es el perímetro del hexágono con respecto al diámetro de la llanta es  $30 \div 10 = 3$  es decir el perímetro del hexágono es 3 veces el diámetro de la llanta.
- ⑤ Para el cuadrado el perímetro es  $40\text{ cm}$ , luego la cantidad de veces es  $40 \div 10 = 4$ , por lo que el perímetro del cuadrado es 4 veces el diámetro de la llanta.
- ⑥ Entonces: perímetro del hexágono  $<$  distancia recorrida  $<$  perímetro del cuadrado  
**R:** 3 veces el diámetro  $<$  distancia recorrida  $<$  4 veces el diámetro



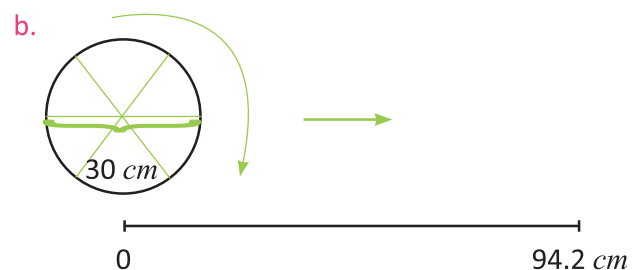
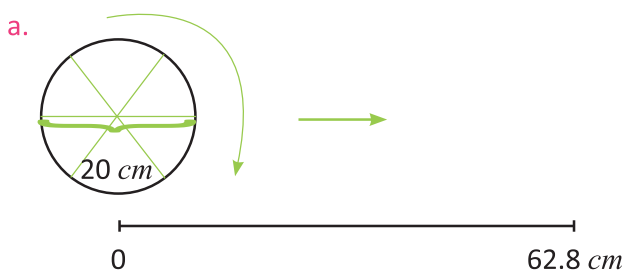
### Comprende

A la distancia que recorre la circunferencia en una vuelta, se le llama **longitud de la circunferencia** y cumple la siguiente relación con el diámetro.

$$3 \text{ veces el diámetro} < \text{longitud de la circunferencia} < 4 \text{ veces el diámetro}$$

### Resuelve

Realiza el mismo proceso para ruedas con  $20\text{ cm}$  y  $30\text{ cm}$  de diámetro, ¿se obtendrá la misma relación?



## Estimación de pi

### Analiza

Con una cinta métrica mide el diámetro y la longitud de la circunferencia de algunos objetos en forma circular. Completa la tabla.

objeto	longitud de la circunferencia (cm)	diámetro (cm)	longitud ÷ diámetro
taza			

¿Cuántas veces es la longitud de la circunferencia con respecto al diámetro?  
Redondea hasta las centésimas

### Soluciona

objeto	longitud de la circunferencia (cm)	diámetro (cm)	longitud ÷ diámetro
taza	22	7	$22 \div 7 = 3.14\bar{2}$



Carlos

Luego de completar la tabla observo que para todos los objetos la longitud de la circunferencia es aproximadamente 3.14 veces el diámetro. **R:** 3.14 veces.

### Comprende

El número que representa la cantidad de veces que es la longitud de la circunferencia respecto al diámetro, tiene un valor aproximado de 3.14, sin importar el tamaño de la circunferencia y se denota con la letra griega  $\pi$  y se lee “pi”.

$\pi$  es la razón entre la longitud de cualquier circunferencia y su diámetro.

$$\text{longitud de la circunferencia} \div \text{diámetro} = 3.14 \text{ (aproximadamente)} \\ = \pi$$

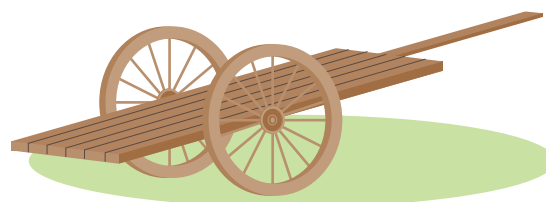


En realidad la razón *longitud de la circunferencia ÷ diámetro* contiene infinitas cifras decimales, por eso se ha utilizado con las dos primeras cifras; 3.14 en lugar de escribir el número con todas sus cifras lo representamos con  $\pi$ .  
Esta relación ha sido estudiada por más de 2,500 años; empezó a consolidarse en Grecia;  $\pi$  es un número muy importante en Matemática y en las Ciencias, ya que está presente en muchas fórmulas que explican cómo funciona el universo.

### Resuelve

1. Realiza la misma actividad midiendo otro objeto con un diámetro mucho más grande y observa si se cumple la relación.
2. Con los datos del diámetro y la longitud de la circunferencia de las ruedas de la carreta observa si se cumple la relación.

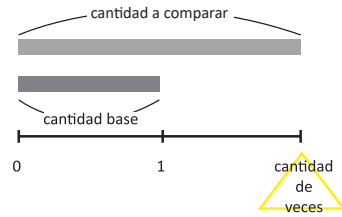
diámetro: 100 cm  
longitud: 314 cm



## Cálculo de la longitud de una circunferencia

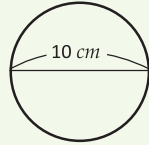
### Recuerda

¿Cuál es la fórmula para encontrar la cantidad a comparar?



### Analiza

Encuentra la longitud de la circunferencia, auxílate de la gráfica de cintas.

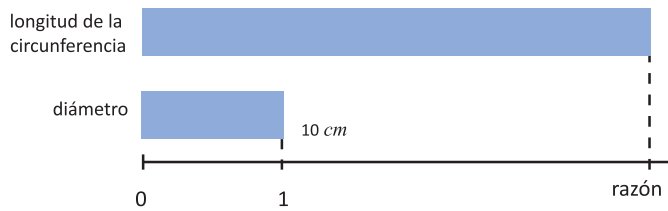


- a. Representácala utilizando 3.14
- b. Representácala utilizando  $\pi$

### Soluciona

Utilizo la gráfica para representar razones:

a.

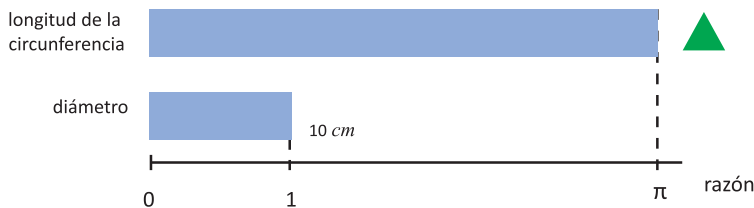


$longitud\ de\ la\ circunferencia = 10 \times 3.14 = 31.4$

R: 31.4 cm



b.



$longitud\ de\ la\ circunferencia = 10 \times \pi = 10\pi$

R:  $10\pi$  cm

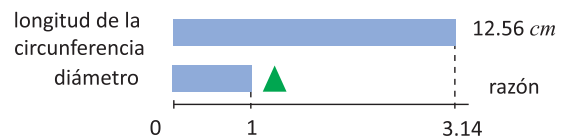
### Comprende

Para calcular la longitud de una circunferencia se utiliza:

- $longitud\ de\ la\ circunferencia = diámetro \times 3.14$
- $longitud\ de\ la\ circunferencia = diámetro \times \pi$

### Resuelve

1. Calcula la longitud de la circunferencia utilizando ambas representaciones con 3.14 y  $\pi$  si el diámetro mide 30 cm
2. En un parque de diversiones se encuentra una rueda de 10 m de radio, ¿cuál es la longitud que recorre una persona al subirse en ella? Utiliza  $\pi$
3. Respecto a la gráfica:
  - a. Plantea el PO para encontrar el diámetro utilizando
  - b. Encuentra el diámetro.



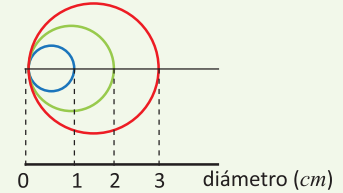
## Relación entre la longitud de una circunferencia y su diámetro

### Analiza

Observa la figura y resuelve:

- Si el diámetro lo represento como  $\blacktriangle$  *cm* y la longitud de la circunferencia como  $\blacksquare$  *cm*, expresa en un **PO** la relación entre el diámetro y la circunferencia; utiliza 3.14
- Completa la tabla con las medidas de la circunferencia, según el tamaño del diámetro.

diámetro ( <i>cm</i> )	1	2	3	4
longitud de la circunferencia ( <i>cm</i> )				



- ¿Son la circunferencia y el diámetro directamente proporcionales?

### Soluciona

- Conociendo el diámetro encuentro la longitud de la circunferencia multiplicando por 3.14, entonces el **PO** es:

$$\blacktriangle \times 3.14 = \blacksquare$$



- La tabla completa es:

diámetro ( $\blacktriangle$ <i>cm</i> )	1	2	3	4
longitud de la circunferencia ( $\blacksquare$ <i>cm</i> )	3.14	6.28	9.42	12.56

- Cuando el diámetro aumenta 1, 2, 3... veces la longitud de la circunferencia aumenta 1, 2, 3... veces y esa es una de las características de la proporcionalidad directa.

diámetro	1	2	3	4
longitud de la circunferencia ( <i>cm</i> )	3.14	6.28	9.42	12.56

$\times 2$     $\times 3$     $\times 2$   
 $\times 2$     $\times 3$     $\times 2$

### Comprende

Cuando el diámetro aumenta, la longitud de la circunferencia aumenta en la misma cantidad. Es decir que, la longitud de la circunferencia y el diámetro son directamente proporcionales.

### Resuelve

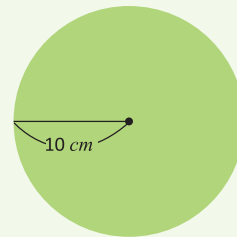
Utilizando la proporcionalidad directa encuentra lo que se te pide:

- Si el diámetro de una circunferencia mide 3 *cm* y el de otra mide 12 *cm*, ¿cuántas veces es la longitud de la circunferencia más grande con respecto a la pequeña? Guíate por el razonamiento de la tabla.
- Si la longitud de una circunferencia de 2 *cm* de diámetro es 6.28 *cm*, ¿cuál será la longitud de una circunferencia de 6 *cm* de diámetro?


## Estimación del área del círculo con cuadrados

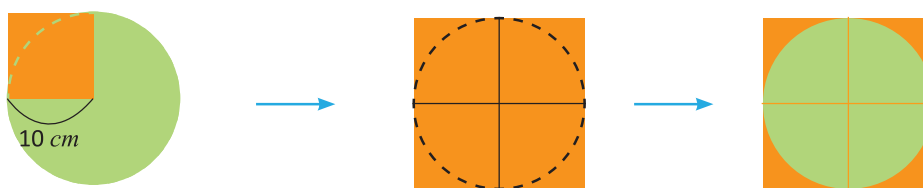
### Analiza

Se tiene un círculo de radio  $10\text{ cm}$   
 ¿De qué manera se puede estimar el área del círculo?, ¿cuánto es el área?

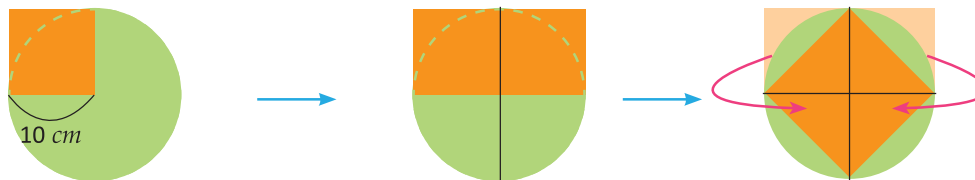


### Soluciona

Para encontrar el área aproximada del círculo de radio  $10\text{ cm}$ , utilizo  $10\text{ cm}$    
 Sobre el círculo sobrepongo 4 de estos cuadrados.  $10\text{ cm}$



Además, para saber cuántos cuadrados caben dentro del círculo, observo que 2 de estos cuadrados puedo partirlos por sus diagonales y ubicarlos de la siguiente manera:

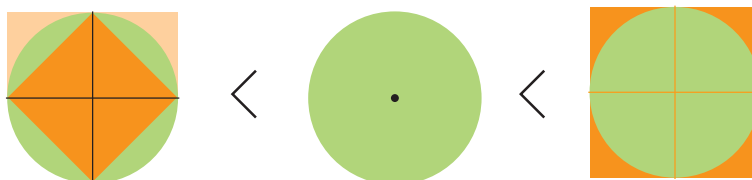


Por lo tanto el área del círculo de  $10\text{ cm}$  de radio es mayor que 2 veces el área del cuadrado de  $10\text{ cm}$  de lado y es menor que 4 veces el área del cuadrado de  $10\text{ cm}$  de lado.

**R:** El área del círculo está entre  $200\text{ cm}^2$  y  $400\text{ cm}^2$

### Comprende

El área del círculo es aproximadamente mayor que 2 veces el área del cuadrado cuyo lado es igual al radio de la circunferencia y es menor que 4 veces el área del cuadrado.



### Resuelve

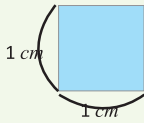
Estima entre qué valores se encuentra el área de un círculo cuyo radio es de  $5\text{ cm}$

- ① 2 veces el área del cuadrado es: \_\_\_\_\_  $\text{cm}^2$
- ② 4 veces el área del cuadrado es: \_\_\_\_\_  $\text{cm}^2$
- ③ Por lo tanto el área del círculo está entre ①  $\text{cm}^2$  y ②  $\text{cm}^2$

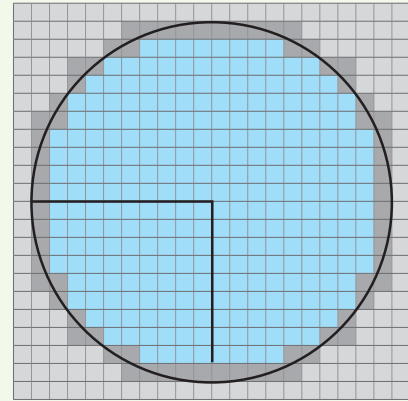
## Estimación del área de un círculo

### Analiza

- a. Utilizando cuadrillos de 1 *cm* de lado, estima el área del círculo de 10 *cm* de radio.

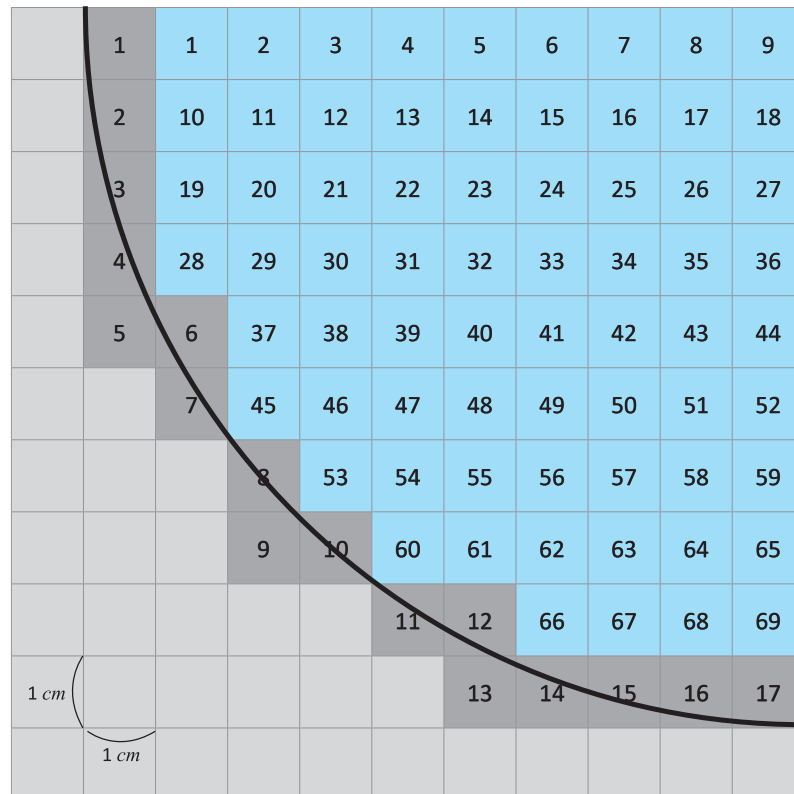


- b. Tomando en cuenta la nueva estimación, ¿cuántas veces es el área del círculo respecto al área del cuadrado de lado 10 *cm*?



### Soluciona

- a. Para hacerlo mas fácil yo trabajo con la cuarta parte, contando los cuadrillos uno a uno.



Los cuadrillos completos son los de color ■ en total hay 69 de ellos, es decir  $69 \text{ cm}^2$

Los cuadrillos incompletos son los de color ■ en total hay 17 de ellos, pero como son incompletos solo tomo la mitad de su área, es decir  $8.5 \text{ cm}^2$

En total el área aproximada de la cuarta parte del círculo es  $69 + 8.5 = 77.5$ , ósea  $77.5 \text{ cm}^2$

Por lo tanto el área aproximada del área del círculo es

$$77.5 \times 4 = 310$$

**R:** 310 *cm*

- b. Para la cantidad de veces hago

$$310 \div 100 = 3.1$$

**R:** 3.1 veces.

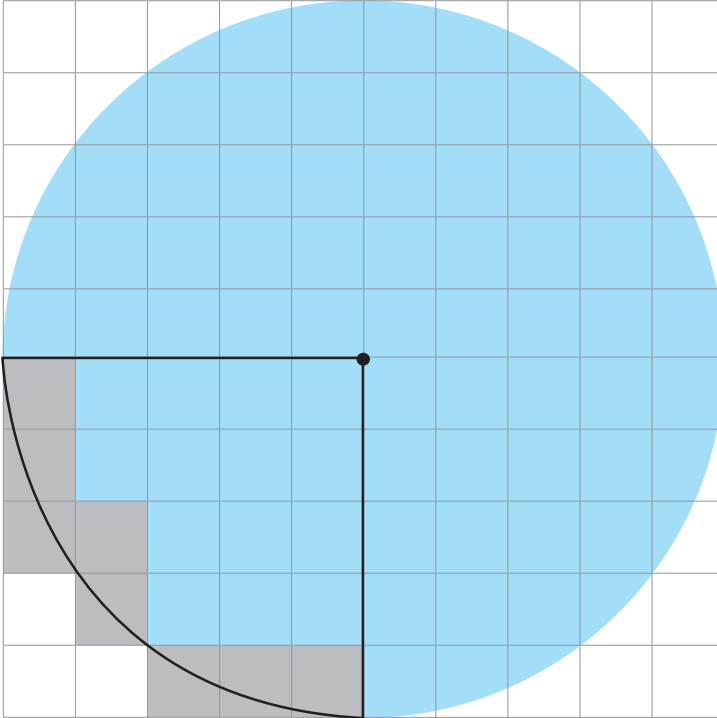


## Comprende

El área del círculo es siempre aproximadamente 3 veces el área del cuadrado, cuyo lado mide lo mismo que el radio de la circunferencia.

## Resuelve

Estima el área de un círculo con radio de 5 cm



- ① Hay \_\_\_\_\_ cuadritos celestes en  $\frac{1}{4}$  de círculo, es decir \_\_\_\_\_  $cm^2$
- ② Hay 8 cuadritos grises, en  $\frac{1}{4}$  de círculo, de esos tomo la mitad, es decir \_\_\_\_\_  $cm^2$
- ③ Luego el área de  $\frac{1}{4}$  de círculo es \_\_\_\_\_  $cm^2$
- ④ El área aproximada del círculo es ③  $\times 4$   $cm$ , es decir \_\_\_\_\_  $cm^2$

2. ¿Cuántas veces es el área del círculo respecto al área del cuadrado de lado de 5 cm?

### ¿Qué pasaría?

Calcula el área del círculo de radio de 10 cm, utilizando otra figura. Y responde cuántas veces es el área del círculo respecto al área del cuadrado.

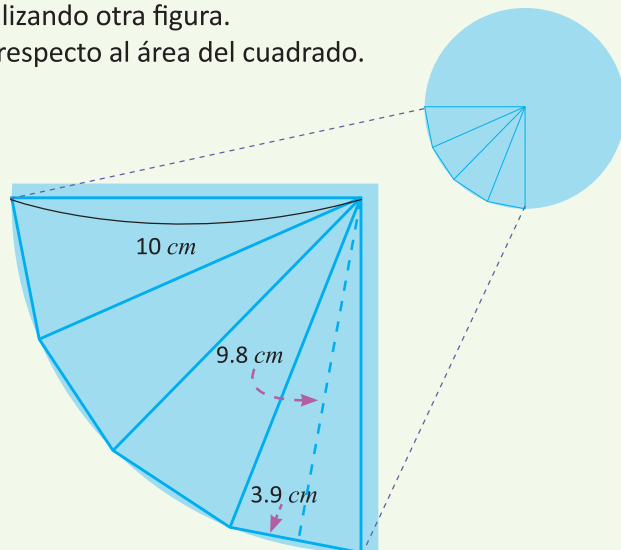
Utilizo un polígono regular que se divide en 16 partes iguales y encuentro el área de uno de los triángulos.

El área de cada uno de los triángulos es  $3.9 \times 9.8 \div 2 = 19.11$   
 En los 16 triángulos se tiene  $19.11 \times 16 = 305.76$

Aproximadamente:  
 306  $cm^2$

Para la cantidad de veces hago  $306 \div 100 = 3.06$

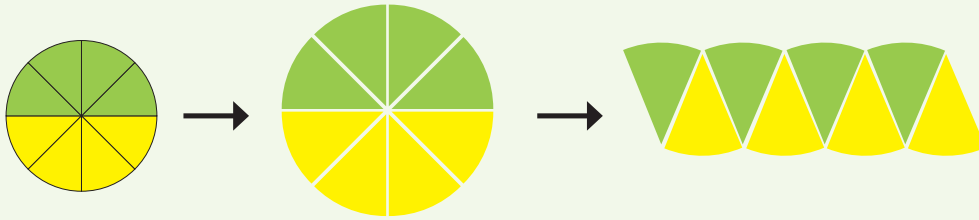
**R:** Aproximadamente 3 veces.



## Fórmula del área de un círculo

### Analiza

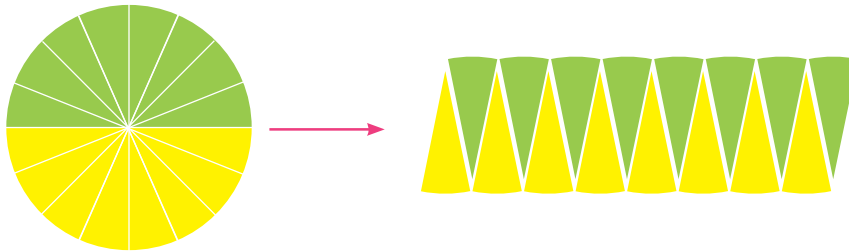
En un círculo se hacen 8 recortes tal como se muestra en la figura:



Si se hacen 16, 32 y 64 sectores circulares como los anteriores, ¿cómo podemos encontrar la fórmula del área del círculo, utilizando la fórmula del área de la figura formada?

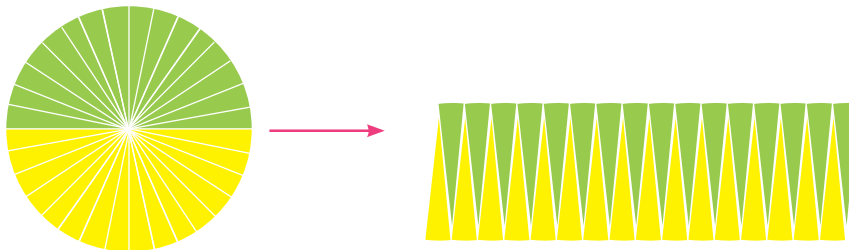
### Soluciona

Para 16 sectores:

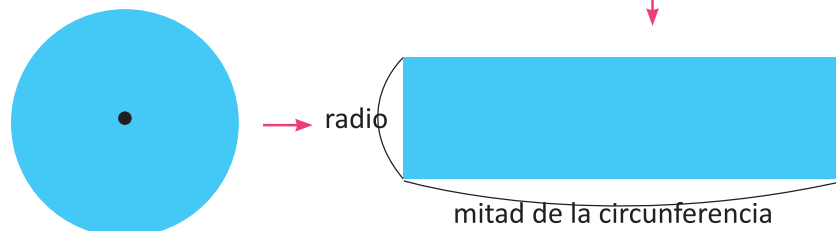
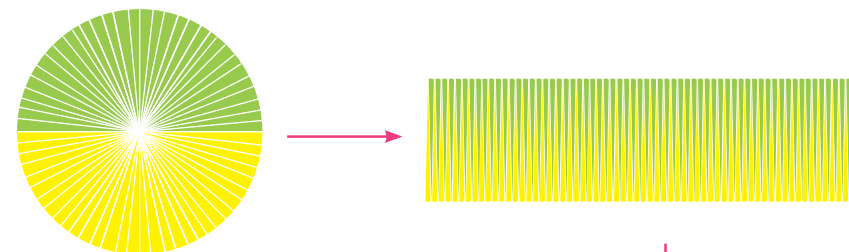


Antonio

Para 32 sectores:



Para 64 sectores:



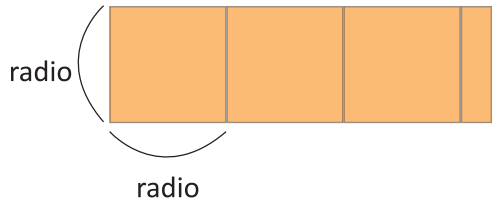
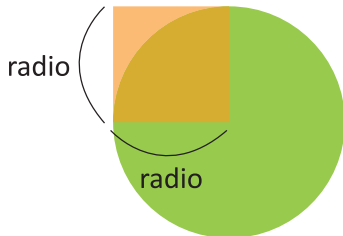
El área del rectángulo =

$base \times altura$

El área del círculo =

= *mitad de lo longitud de la circunferencia*  $\times$  radio  
 =  $(radio \times 3.14) \times radio$   
 =  $radio \times radio \times 3.14$

longitud de la circunferencia  
 = diámetro  $\times$  3.14  
 = radio  $\times$  2  $\times$  3.14  
 Entonces la mitad de la circunferencia:  
 = diámetro  $(radio \times 2 \times 3.14) \div 2$   
 = radio  $\times$  3.14



R. El área del círculo es aproximadamente 3.14 veces que el área del cuadrado cuyo lado es la misma longitud del radio.

**Comprende**

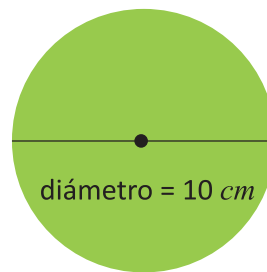
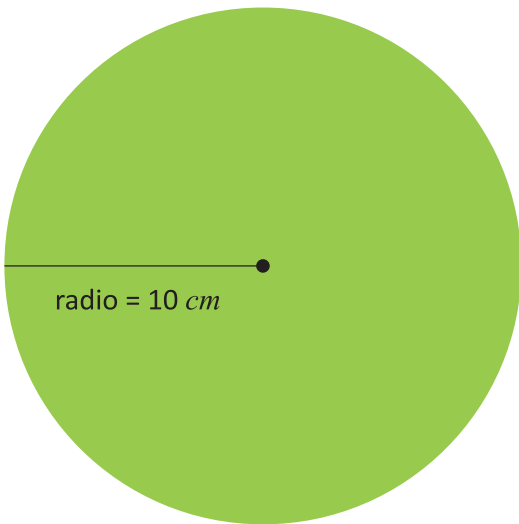
La fórmula del **área del círculo** =  $radio \times radio \times 3.14$   
 =  $radio \times radio \times \pi$  (cuando se utiliza  $\pi$ )

**Resuelve**

Encuentra el área de los círculos utilizando las dos formas, con 3.14 y  $\pi$

a. radio = 10 cm

b. diámetro = 10 cm



## ¿Sabías que...?

También se puede encontrar la fórmula del área de un círculo utilizando la fórmula del área de un triángulo, tal como se muestra en la siguiente construcción.



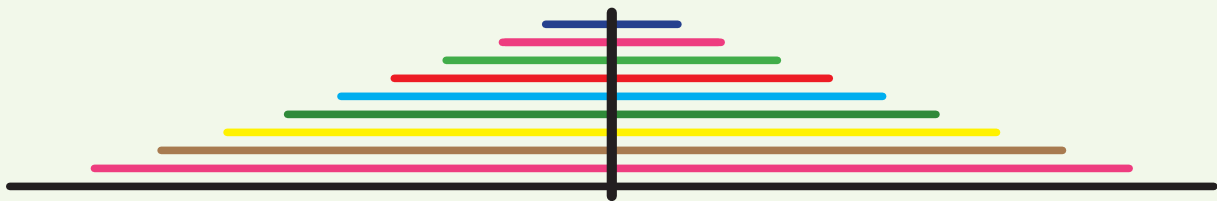
Se identifica con negro la circunferencia y el radio.

Recuerda que la longitud de la circunferencia es:  
 $radio \times 2 \times 3.14$



Cortando hasta el centro de la circunferencia y separando

Observa que se forma un triángulo, donde la base es la longitud de la circunferencia, y la altura es el radio.



Luego el área de la circunferencia es la misma que la del triángulo:

$$\begin{aligned} &= \text{base} \times \text{altura} \div 2 \\ &= \text{longitud de la circunferencia} \times \text{radio} \div 2 \\ &= (\text{radio} \times 2 \times 3.14) \times \text{radio} \div 2 \\ &= \text{radio} \times \text{radio} \times 3.14 \end{aligned}$$

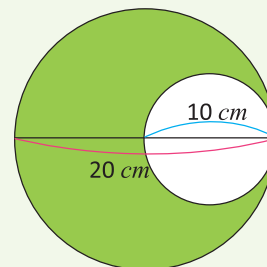
Cuando utilizamos  $\pi = \text{radio} \times \text{radio} \times \pi$

## Cálculo de áreas con círculos

### Analiza

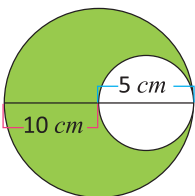
Encuentra el valor del área coloreada de verde del siguiente círculo.

- Escribe el PO
- Encuentra el área A



### Soluciona

Para encontrar el área coloreada: resto al área del círculo grande la del pequeño, para ello debo tener la medida de los radios de cada círculo.



$$\begin{aligned}
 \text{a. PO: } A &= 10 \times 10 \times 3.14 - 5 \times 5 \times 3.14 \\
 \text{b. } A_{\text{coloreada}} &= 10 \times 10 \times 3.14 - 5 \times 5 \times 3.14 \\
 &= 100 \times 3.14 - 25 \times 3.14 \\
 &= (100 - 25) \times 3.14 \\
 &= 75 \times 3.14 \\
 &= 235.5
 \end{aligned}$$

Observa que en la línea 3, usar la propiedad distributiva de la resta sobre la multiplicación facilita los cálculos.



R:  $235.5 \text{ cm}^2$

También lo calculo utilizando  $\pi$

$$\begin{aligned}
 \text{a. PO: } &10 \times 10 \times \pi - 5 \times 5 \times \pi \\
 \text{b. } A_{\text{coloreada}} &= 10 \times 10 \times \pi - 5 \times 5 \times \pi \\
 &= 100\pi - 25\pi \\
 &= (100 - 25)\pi \\
 &= 75\pi
 \end{aligned}$$



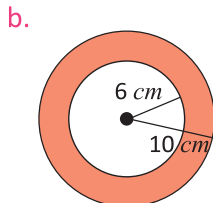
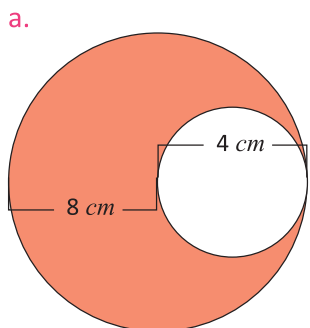
R:  $75\pi \text{ cm}^2$

### Comprende

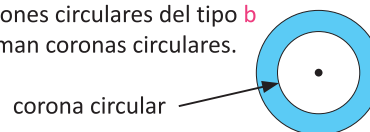
Para calcular el área de una región circular es importante identificar las figuras involucradas, cuyas áreas se pueden calcular y luego se restan como corresponda.

### Resuelve

Encuentra el valor del área coloreada en los siguientes círculos utiliza 3.14 y  $\pi$ , al escribir la respuesta.



Una región circular es una porción de área dentro de un círculo que puede ser de formas muy variadas, como lo son a y b. Las regiones circulares del tipo b se llaman coronas circulares.



corona circular

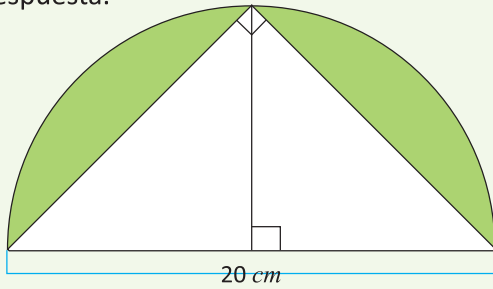
Observa que el centro de ambos círculos es el mismo.



## Cálculo de áreas de regiones diversas

### Analiza

Piensa en cómo calcular el área de la región coloreada de verde, utilizando 3.14 y  $\pi$  para expresar la respuesta.



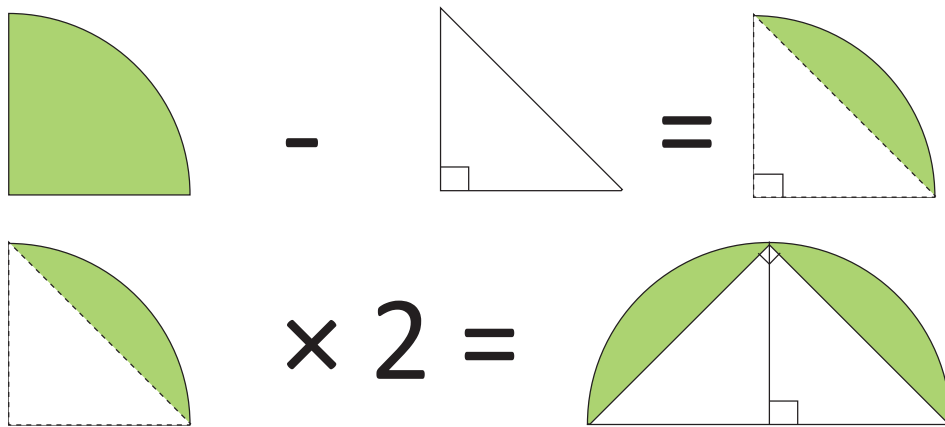
Como en la clase anterior, identifica las figuras que aparecen, recuerda cómo se calculan sus áreas y luego piensa en cómo obtener la que se te pide.



### Soluciona

#### Solución 1

Calcule el área coloreada dividiendo el círculo en cuartos:



De manera que utilizando 3.14

$$\begin{aligned}
 A_{\text{coloreada}} &= \left( \begin{array}{l} \text{área de cuarto} \\ \text{de círculo} \end{array} - \begin{array}{l} \text{área de triángulo} \\ \text{pequeño} \end{array} \right) \times 2 \\
 &= (10 \times 10 \times 3.14 \div 4 - 10 \times 10 \div 2) \times 2 \\
 &= (314 \div 4 - 100 \div 2) \times 2 \\
 &= (78.5 - 50) \times 2 \\
 &= 28.5 \times 2 \\
 &= 57
 \end{aligned}$$

R:  $57 \text{ cm}^2$

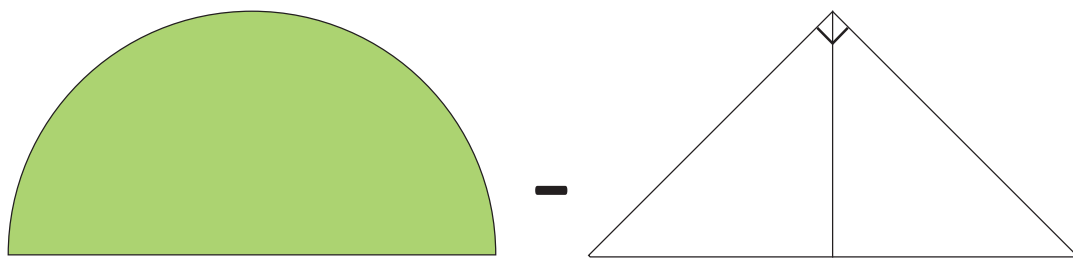
Utilizando  $\pi$

$$\begin{aligned}
 A_{\text{coloreada}} &= \left( \begin{array}{l} \text{área de cuarto} \\ \text{de círculo} \end{array} - \begin{array}{l} \text{área de triángulo} \\ \text{pequeño} \end{array} \right) \times 2 \\
 &= (10 \times 10 \times \pi \div 4 - 10 \times 10 \div 2) \times 2 \\
 &= (100 \pi \div 4 - 100 \div 2) \times 2 \\
 &= (25 \pi - 50) \times 2 \\
 &= 50 \pi \times 2 - 50 \times 2 \\
 &= 50 \pi - 100
 \end{aligned}$$

R:  $(50 \pi - 1000) \text{ cm}^2$

**Solución 2**

Trabajo con la mitad del círculo:



Utilizando 3.14

$$\begin{aligned}
 A_{\text{coloreada}} &= \text{área de la mitad del círculo} - \text{área de triángulo} \\
 &= 10 \times 10 \times 3.14 \div 2 - 20 \times 10 \div 2 \\
 &= 314 \div 2 - 200 \div 2 \\
 &= 157 - 100 \\
 &= 57 \\
 \mathbf{R: 57 \text{ cm}^2}
 \end{aligned}$$

Observa que aunque una forma puede parecer más rápida que la otra, ambas son válidas y todo depende de cómo visualices la situación.



Utilizando  $\pi$

$$\begin{aligned}
 A_{\text{coloreada}} &= \text{área de la mitad del círculo} - \text{área de triángulo} \\
 &= 10 \times 10 \times \pi \div 2 - 20 \times 10 \div 2 \\
 &= 100 \pi \div 2 - 200 \div 2 \\
 &= 50 \pi - 100 \\
 \mathbf{R: (50 \pi - 100) \text{ cm}^2}
 \end{aligned}$$

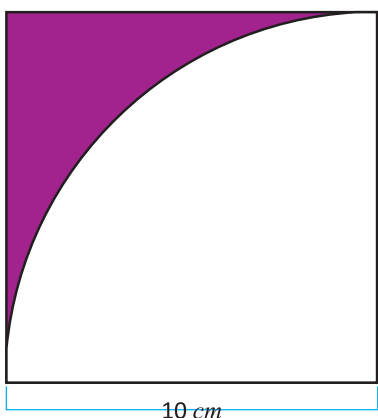
**Comprende**

Para calcular el área de figuras diversas, puedes encontrar cada área por separado y luego restar si es necesario.

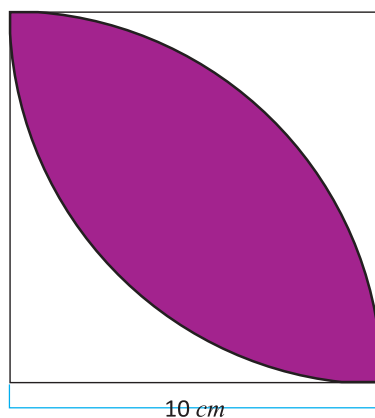
**Resuelve**

Calcula el valor del área coloreada en las figuras, utiliza 3.14 y  $\pi$  en la respuesta.

a.

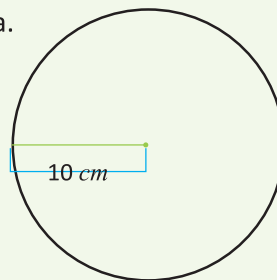


b. Utiliza el resultado encontrado en a

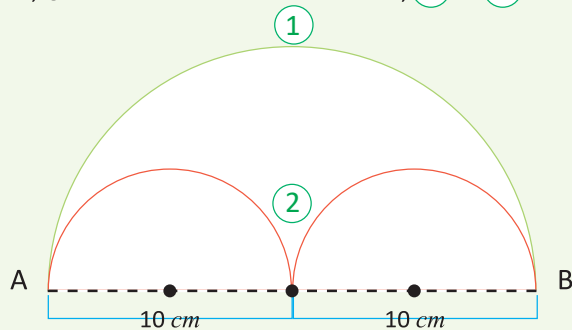


## Aplica lo aprendido

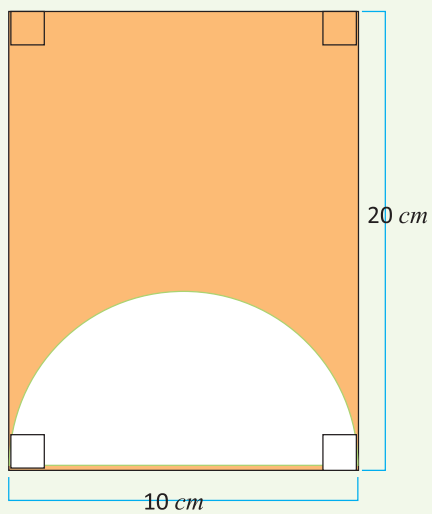
1. Calcula la longitud de la circunferencia, utiliza  $\pi$  en la respuesta.



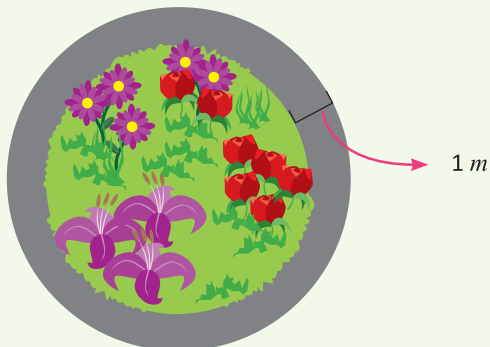
2. Para llegar del punto A al B; ¿cuál es el camino más corto, ① o ②?



3. Calcula el área de las regiones coloreadas en las siguientes figuras, utiliza 3.14



4. La familia de Beatriz tiene un jardín, de flores, con forma circular, que mide 3 m de radio. Ellos construirán una acera alrededor del jardín cuyo ancho mide 1 m ¿cuánto es el área de la acera? Utiliza  $\pi$

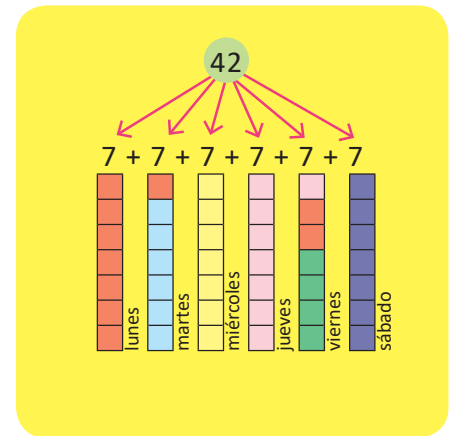
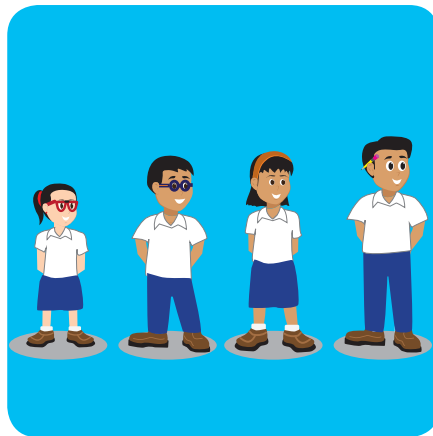




# Unidad 7

## Análisis de datos

fruta	frecuencia
jocote	4
papaya	4
mango	5
níspero	5
paterna	3



En esta unidad aprenderás a:

- Encontrar la moda de un conjunto de datos
- Encontrar la mediana de un conjunto
- Calcular la media de un conjunto de datos



## Moda de datos cualitativos

### Analiza

La profesora de sexto grado desea regalarle fruta a sus alumnos, preguntó a cada uno cuál es su fruta preferida. Las respuestas fueron: jocotes, papaya, mango, níspero, mango, jocotes, anona, papaya, mango, nance, jocotes, mango, piña, sandía, jocotes, marañón, piña, papaya, níspero, papaya, mango.

Si regala la fruta que más prefieren, ¿qué fruta debería regalar?

- Elabora una tabla.
- Identifica la fruta preferida.



### Soluciona

Elaboro una tabla, ubico el tipo de fruta y frecuencia.

a.



fruta	frecuencia	fruta	frecuencia
jocote	4	nance	1
papaya	4	piña	2
mango	5	sandía	1
níspero	2	marañón	1
anona	1		

- b. Observo la tabla, la fruta que más prefieren los niños es el mango, por lo que debería regalar mango.

**R:** Mango.

### Comprende

Al dato que más veces aparece dentro de un conjunto se le llama: **moda**.

Como en el caso de las frutas, el mango es la fruta que más se repite, entonces la moda es el mango.

#### ¿Qué pasaría?

La profesora hizo la misma encuesta en otro grado, las respuestas se muestran en la tabla. ¿Cuál es la moda?

Los datos que más veces aparecen son mango y níspero, ambos se repiten cinco veces.

**R:** Mango y níspero.

Cuando hay dos modas el conjunto de datos es **bimodal**.

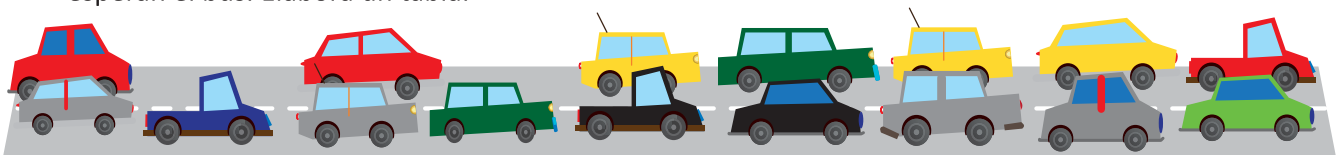
fruta	frecuencia
jocote	4
papaya	4
mango	5
níspero	5
paterna	3

### Resuelve

- En una venta de helados durante una semana anotaron cuántos se vendieron y el sabor de cada uno, los datos se muestran en la tabla siguiente. ¿Cuál es la moda? Observa la tabla.

sabor	frecuencia
fresa	30
chocolate	60
vainilla	59
chicle	40

- Julia y Antonio juegan a observar y contar los colores de los autos que pasan por la calle, mientras esperan el bus. Elabora un tabla.



¿Cuál es la moda?

## Moda de datos cuantitativos

### Analiza

En la unidad de salud se investiga la edad de los niños que consultan, para saber qué tipo de suplemento vitamínico se necesita más.

Los datos recolectados un día cualquiera fueron; 2, 1, 0, 4, 2, 0, 1, 3, 5, 3, 2, 4, 1, 1, 2, 1, 0, 2, 3, 2, 1, 2, 2  
¿Cuál es la moda?

### Soluciona

Escribiendo los datos en una tabla, observo que la edad de los niños que más se repite es 2, ya que hay ocho niños con esa edad. Luego la moda es 2 años.

**R:** 2 años.

edad de los niños	frecuencia
0	3
1	6
2	8
3	3
4	2
5	1



Carlos

### Comprende

Cuando los datos son números, la moda es el dato con mayor frecuencia.

#### ¿Qué pasaría?

Si la edad de los niños hubiese sido 0, 2, 1, 4, 3, 5, 6, ¿cuál sería la moda?

Como todos los datos aparecen solo una vez.

**R:** No hay moda y se dice que el conjunto de datos es **amodal**.

### Resuelve

Para cada uno de los siguientes problemas, encuentra la moda.

- Se le pregunta a un grupo de estudiantes la cantidad de libros que ha leído cada uno, sus respuestas son: 2, 7, 1, 4, 10, 3, 4, 1, 2, 20, 10, 12, 2, 1, 2
- La temperatura en San Salvador durante 14 días fue de: 21 °C, 24 °C, 26 °C, 18 °C, 29 °C, 24 °C, 20 °C, 26 °C, 25 °C, 24 °C, 23 °C, 20 °C, 24 °C, 24 °C.

viernes



sábado



domingo



lunes



- Antes de pasar consulta en la unidad de salud miden la estatura de los pacientes, las estaturas de un grupo fueron: 0.70 m, 1.5 m, 1.8 m, 1.5 m, 1.2 m, 1.6 m, 0.8 m, 1.5 m, 1.6 m
- Los precios del galón de gasolina especial, tomados cada dos semanas fueron: \$2.81, \$2.70, \$2.77, \$2.74, \$2.64, \$2.65, \$2.81

## Mediana de datos impares

### Analiza

Las edades de 7 niños son: 12, 14, 15, 16, 10, 13, 9  
¿Cuál edad queda justo en el medio, después de ordenarlas?

### Soluciona



Ordenando las edades de menor a mayor:



Observa que, si se ordenan de mayor a menor, el centro siempre corresponde a los 13 años.



R: La edad justo al centro es de 13 años.

### Comprende

Cuando se tiene una cantidad impar de datos y se ordenan de menor a mayor, o de mayor a menor, el **valor** que queda en el centro se llama **mediana**.

No olvides que siempre debes ordenar los datos.

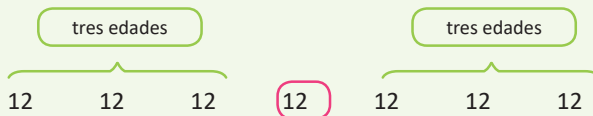
Para encontrar la mediana:

- ① Ordenar los datos.
- ② Encuentra el dato que ocupa la posición central.



### ¿Qué pasaría?

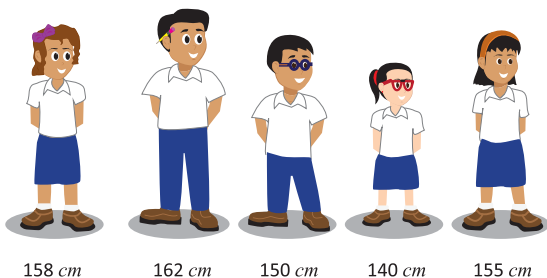
Si los 7 niños tuvieran 12 años ¿cuál será la mediana?



R: La mediana es 12 años.

### Resuelve

1. Para el Acto Cívico los niños deben formarse en una fila por orden de estatura. Encuentra la mediana de las estaturas.



2. Un jugo es vendido en recipientes de diferentes tamaños, 200 ml, 335 ml, 250 ml, 406 ml, 500 ml, 750 ml, 1000 ml  
¿Qué cantidad de mililitros es la mediana?



## Encontremos la mediana

### Analiza

Durante la clase de Educación Física, 6 niños participan en una carrera de obstáculos durante 15 minutos, la distancia que recorrió cada niño fue: 100 m, 150 m, 150 m, 90 m, 170 m y 108 m. ¿Cuál sería la mediana de las distancias recorridas?



Encuentra el valor que está entre las dos distancias de las posiciones centrales.



### Soluciona

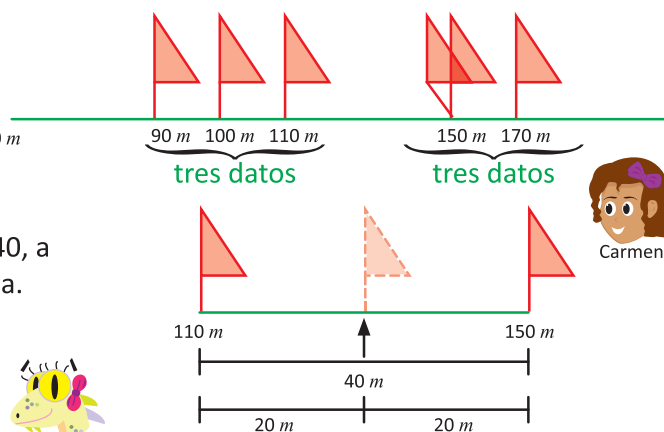
Haciendo un dibujo, ordeno de menor a mayor las distancias. Como la cantidad de datos es par, no hay un dato en el centro.

Para encontrar el valor que está entre las distancias centrales:

La distancia entre 110 m y 150 m es,  $150 - 110 = 40$ , a la mitad de esa distancia, se encuentra la mediana. Luego el valor de la mediana es  $110 + 20 = 130$

R: La mediana es 130 m

También puede hacerse  $150 - 20 = 130$



### Comprende

Cuando la cantidad de datos sea par, entonces al ordenar los datos de menor a mayor o de mayor a menor, la mediana será el valor que se encuentra entre los dos datos centrales.

Para encontrar la mediana:

- ① Ordena los datos.
- ② Encuentra el dato que ocupa la posición central.

Si la cantidad de datos es par, entonces encuentra el valor que está entre esos datos.



#### ¿Qué pasaría?

Si las edades de 6 estudiantes de sexto grado son: 11, 12, 11, 12, 13, 12, ¿cuál es la mediana? Ordenando las edades 11, 11, 12, 12, 12, 13 en este caso, la cantidad de datos es par, pero los dos datos en el centro son ambos 12, así que la mediana es 12

### Resuelve

1. En los intramuros el árbitro escribió la cantidad de goles que se anotaron cada día. Encuentra la mediana.

cantidad de goles	10	6	12	5	7	4	9	9
-------------------	----	---	----	---	---	---	---	---

2. Para la entrega de uniformes escolares, se les pregunta a los niños qué tallas de zapatos utilizan, las respuestas son: 33, 32, 31, 36, 33, 31, 34, 35, 36, 30. Encuentra la mediana.

3. Encuentra la mediana de los datos siguientes: 14, 15, 12, 11, 18 y 17

## La media

### Analiza

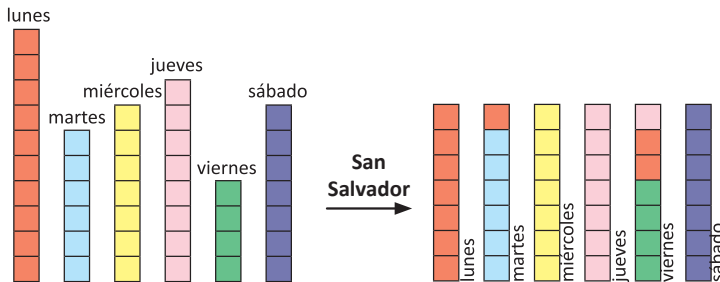
Para un almacén que vende cocinas, se muestra la siguiente tabla con la cantidad que se vendió los seis días de una semana.

Si se hubiese vendido la misma cantidad cada día, ¿cuántas cocinas se hubieran vendido?

San Salvador						
día	lun	mar	miérc	jue	vie	sab
cocinas	10	6	7	8	4	7

### Soluciona

Si cada  es una cocina obtengo



Al repartir equitativamente la cantidad de cocinas entre todos los días, resultan 7 cocinas cada día.

**R:** 7 cocinas.

### Comprende

Al número que resulta de repartir cantidades en partes iguales, se le llama **media**.

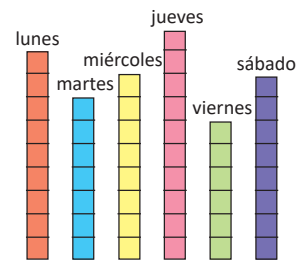
### Resuelve

Para cada una de las siguientes situaciones encuentra la media.

- Si en el almacén de venta de cocinas, en la sucursal de Santa Ana, se vendió durante seis días la cantidad de cocinas mostradas en la tabla siguiente:

- ¿Cuál es la media de cocinas vendidas en la semana por dicha sucursal?

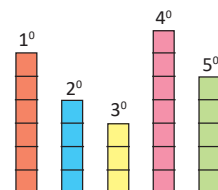
Santa Ana						
día	lun	mar	miérc	jue	vie	sáb
cocinas	9	7	8	10	6	8



- ¿Entre la sucursal de Santa Ana y San Salvador cuál vende más cocinas por día?

- En un torneo de fútbol, se quiere saber la media de los goles anotados.

partido	1°	2°	3°	4°	5°
goles	6	4	3	7	5



### ★Desafiate

La cantidad de litros de jugo vendido en una tienda, durante una semana, se muestra a continuación. Calcula la cantidad media de jugo vendido.

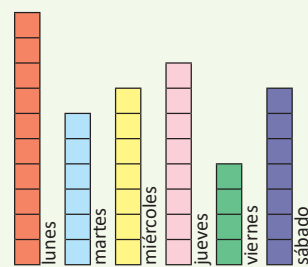
día	dom	lun	mar	miérc	jue	vie	sáb
litros de jugo	7	3	7	10	5	6	4

## Fórmula de la media

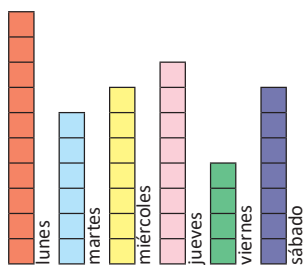
### Analiza

Para el problema de la clase anterior, ¿cómo puedes encontrar la media sin tener que dibujar la gráfica, sólo realizando cálculos? Escribe el **PO**.

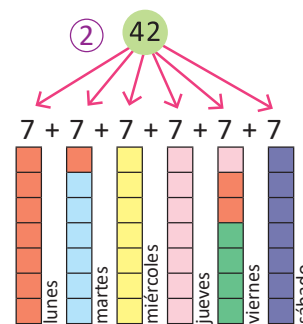
Apóyate en la gráfica de la sucursal de cocinas de San Salvador, analiza el procedimiento que realices.



### Soluciona



Observo que el procedimiento que realizo es equivalente a saber cuántas cocinas se han vendido en total y luego esa cantidad dividirla entre los 6 días.



①  $10 + 6 + 7 + 8 + 4 + 7 = 42$

③ Por lo que para encontrar la media sólo realizando cálculos sería:

**PO:**  $(10 + 6 + 7 + 6 + 4 + 7) \div 6 = 7$

**R:** 7 cocinas.

### Comprende

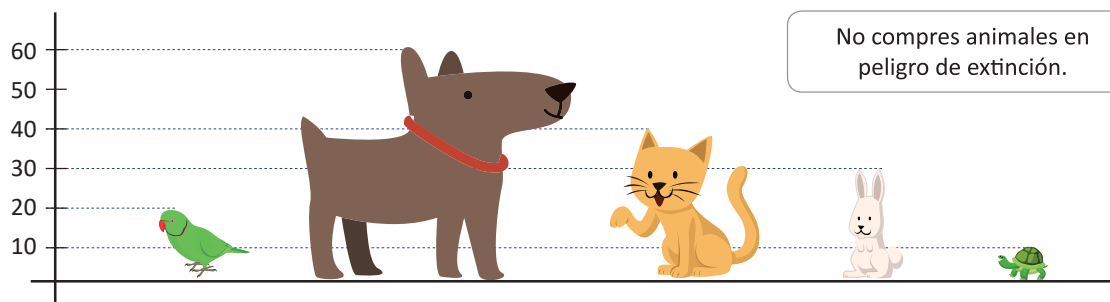
Cuando queremos encontrar la media se puede utilizar la fórmula:

$$\text{suma de los datos} \div \text{la cantidad de datos} = \text{media}$$

### Resuelve

1. Encuentra la media de los siguientes puntos logrados por cuatro jugadores: 10, 20, 30, 40

2. Encuentra la estatura media de las siguientes mascotas:



3. Una persona que viaja en bus desde San Pedro Perulapán hacia San Salvador siempre a la misma hora, decidió anotar el tiempo que se tardaba en el recorrido, los datos fueron: 80 min, 65 min, 75 min, 80 min, 50 min, 65 min y 40 min. Calcula la media.

Escribe solamente el **PO**.

## Cálculo del valor total de los datos conociendo la media

### Analiza

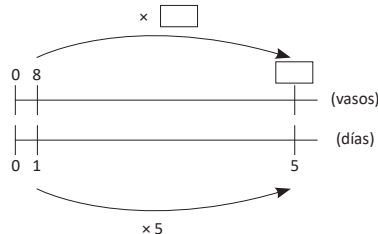
La media de vasos de agua que Marta bebe durante 5 días es 8, ¿cuántos vasos de agua bebió en total?

### Soluciona

Observo que la media diaria de vasos de agua sea 8, significa que al repartir en cantidades iguales de vasos, a cada día le correspondieron 8 vasos.



Carmen



Por lo que la cantidad total de vasos de agua que tomó en 5 días es:  $8 \times 5 = 40$

R: 40 vasos.

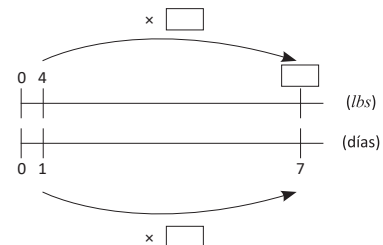
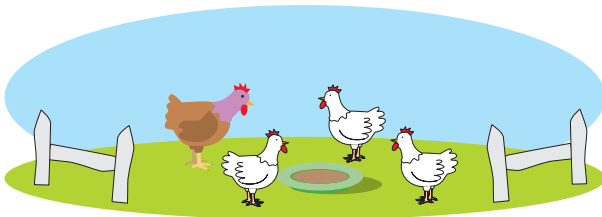
### Comprende

Para calcular la suma total de los datos conociendo la media se utiliza la fórmula:

$$\text{media} \times \text{cantidad de datos} = \text{valor total de los datos}$$

### Resuelve

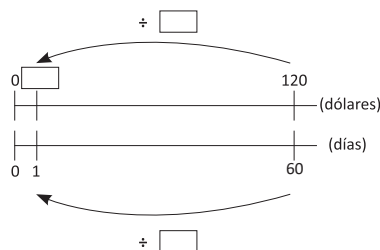
1. La media diaria de libras de maíz que comen las gallinas de Carlos es 4, ¿cuál es el total de libras de maíz que consumen en 7 días?



2. La cantidad media de kilómetros que recorre cada día Miguel es de 5, ¿cuántos kilómetros recorre en 30 días?
3. Dos hermanos ahorran la cantidad media de \$0.75 diarios, ¿cuánto dinero ahorraron en 10 días?

### ★Desafíate

Dos hermanos ahorran \$120.00 en 60 días, ¿cuál es la media de dinero diario que ahorraron?





## Cálculo de la media cuando alguno de los datos es cero

### Analiza

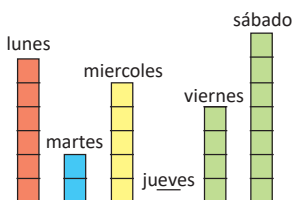
En un almacén de ventas de computadoras, en una semana determinada se venden las cantidades siguientes:

día	lun	mar	miérc	jue	vie	sáb
computadoras	6	2	5	0	4	7

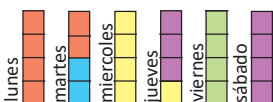
¿cuál es la media de computadoras vendidas?

### Soluciona

Elaboro un gráfico para apoyarme.



Luego de repartir:



R: 4 computadoras.

Utilizo la formula de la media.

$$(6 + 2 + 5 + 0 + 4 + 7) \div 6 = 4$$

R: 4 computadoras.



Carlos

Observa que aunque uno de los datos es cero, siempre se toma en cuenta en la cantidad de datos.

Si no se tomara en cuenta se tendría  $(6 + 2 + 5 + 4 + 7) \div 5 = 4.8$

Y aunque la media puede resultar un número decimal, el procedimiento no es correcto.



### Comprende

Cuando uno o varios de los datos son cero, el cálculo de la media es el mismo y siempre se toman en cuenta para realizar las operaciones.

Ejemplo: la cantidad de computadoras vendidas de lunes a sábado fue, 0, 0, 0, 0, 5, 4. Calcula la media de computadoras vendidas.

$$(0 + 0 + 0 + 0 + 5 + 4) \div 6 = 1.5$$

R: 1.5

Aunque no se venden 1.5 computadoras cuando se calcula la media es correcto decir 1.5 computadoras.



### Resuelve

Para cada uno de los siguientes problemas calcula la media.

1. Cinco niños juegan tiro al blanco, la cantidad de aciertos de los niños fue: 4, 6, 7, 3, 0
2. Un meteorólogo registra la temperatura en grados centígrados de algunas ciudades del mundo, las cuáles fueron: 23, 16, 0, 30, 4, 2
3. En un torneo de futbol un día determinado se jugaron 5 partidos, la cantidad de goles anotados en cada partido fue: 3, 0, 5, 0, 2



## Aplicación de la media

### Analiza

Julia realizó 5 tareas de Matemática en el trimestre, la profesora le dice que obtuvo una media de 9 puntos. Cuatro de esas notas obtenidas son: 8, 9, 8 y 10  
¿Cómo puede hacer Julia para conocer la nota de la tarea 5?

### Soluciona

Como la media es 9, significa que a cada actividad le corresponden 9 puntos.



① Total de puntos  $9 \times 5 = 45$

② Repartiendo el total  
 $8 + 9 + 8 + 10 + \Delta = 45$   
 donde  $\Delta$  es la nota desconocida.

③ Encontrando la nota  
 $35 + \Delta = 45$   
 $\Delta = 45 - 35$   
 $\Delta = 10$   
**R: 10 puntos.**

### Comprende

En algunos casos no se tiene el valor de todos los datos, pero conociendo la media, pueden calcularse datos que se desconocen.

Pasos:

- ① Calcular el valor total de los datos.
- ② Restar el valor de los datos que se conocen.

### Resuelve

1. La edad promedio de 5 integrantes de una familia es de 16 años, si la madre tiene 30, el padre 32, el primer hijo 9 y el segundo 6, ¿cuántos años tiene el hijo menor?
2. En un torneo de ajedrez, 4 de las partidas tuvieron un tiempo medio de 45 min, si los tiempos que se tardaron tres de ellas fueron, 60 min, 40 min y 55 min, ¿cuánto se tardaron en la cuarta partida?
3. Para hacer pupusas de queso se compraron 5 ingredientes y se realizó un gasto medio de \$1.70, si se sabe que se gastó \$2.40 en harina de maíz, \$2.10 en queso, \$0.50 en repollo y \$2.00 en tomates, ¿cuánto se gastó en frijoles?

El primer programa creado para jugar al ajedrez lo realizó Alan Turing en 1951. Sin embargo, las computadoras no estaban preparadas para su uso, así que él mismo hacía los cálculos y jugaba de acuerdo a ellos.



## Cálculo de nuevas medias

### Analiza

En 5 días de trabajo, una costurera confecciona una cantidad media de 8 vestidos diarios. Pero el viernes elabora 10 vestidos más, ¿cuál será la cantidad media de prendas elaboradas?

### Soluciona

Observo que, como elabora una cantidad media de 8 vestidos, entonces:

① Total de prendas fue:  $8 \times 5 = 40$

Como además elabora 10 camisas, el total de prendas fue:

② Nuevo total de prendas:  $40 + 10 = 50$

Ya que se quiere la cantidad media de prendas elaboradas hago:

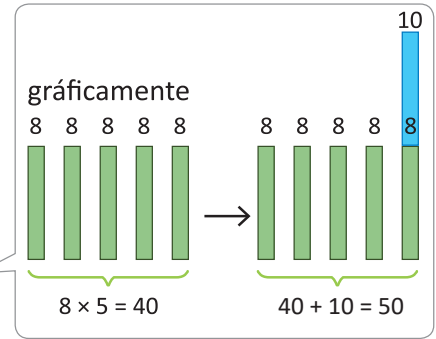
③  $50 \div 5 = 10$

Por lo que la nueva media de prendas es 10

**R:** 10 prendas.



Carlos



### ¿Qué pasaría?

En 5 días de trabajo, una costurera confecciona una cantidad media de 8 vestidos diarios. Si además en una determinada semana trabaja un día extra y elabora 2 chaquetas, ¿cuál es la cantidad media de prendas en esa semana de trabajo?

① total de prendas:  $8 \times 5 = 40$

② nuevo total de prendas:  $40 + 2 = 42$

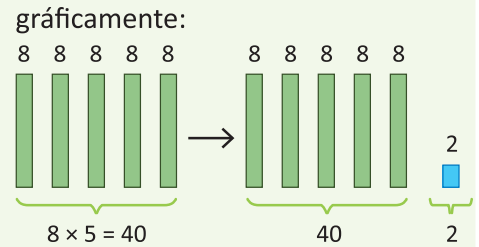
③ nuevo total de días:  $5 + 1 = 6$

④ nueva media  $42 \div 6 = 7$

**R:** 7 vestidos.



Observa que como se aumentó un día, es decir un dato, se aumentó en uno el divisor.



### Comprende

En algunos casos no se tiene el valor de todos los datos, pero conociendo la media, pueden calcularse nuevas medias y datos que se desconocen.

### Resuelve

- José participa en un proyecto de reforestación con árboles frutales, la cantidad media de árboles plantados mensualmente por José de febrero a Julio es 12
  - Si José además en el último mes planta 6 árboles más, ¿cuál es la media de árboles plantados en ese periodo de tiempo?
  - Si en lugar de plantar ceibas decide plantar 26 árboles en agosto, ¿cuál es la cantidad media de árboles plantados en ese periodo de tiempo?
- La cantidad media de dinero que pagó una familia, por el servicio de energía eléctrica durante siete meses fue de \$12.00, si en el octavo mes pagaron \$20.00. Calcula la nueva media.

### ★Desafiate

La media de 6 números es 5, y la media de otros 4 números es 5, ¿cuál será la media de estos 10 números?

## Aplica lo aprendido

### 1. Encuentra la moda:

Julia y Juan hicieron una encuesta con sus amigos, ellos preguntaron qué profesión desearían tener cuando sean grandes. Sus amigos respondieron: matemático, médico, físico, estadístico, biólogo, químico, matemático, profesor, estadístico, físico, estadístico.



### 2. Encuentra la mediana.

- El tiempo que se tardaron seis amigos en resolver una multiplicación de dos fracciones mixtas fue:  $10 \text{ min}$ ,  $7 \text{ min}$ ,  $12 \text{ min}$ ,  $8 \text{ min}$ ,  $10 \text{ min}$
- Las áreas en kilómetros cuadrados de los departamentos de El Salvador son: Cuscatlán  $756 \text{ km}^2$ , La Libertad  $1,653 \text{ km}^2$ , La Unión  $2,074 \text{ km}^2$ , Morazán  $1,447 \text{ km}^2$ , San Vicente  $1,184 \text{ km}^2$ , Sonsonate  $1,226 \text{ km}^2$

Encuentra la mediana de las áreas de los departamentos.

### 3. Utilizando la fórmula de la media resuelve los siguientes problemas.

- La cantidad de cuadros vendidos en una galería de arte durante siete días fue de 5, 8, 10, 6, 7, 9 y 4. Encuentra la media de cuadros vendidos.
- La cantidad de inasistencias en un aula, durante una semana, se muestra en la siguiente tabla. Si se sabe que la media de inasistencias es de 5 personas, calcula el dato faltante en la tabla.

día	lunes	martes	miércoles	jueves	viernes
inasistencias	4	8	3	<input type="text"/>	6

- Durante la clase de Matemática se hicieron 5 evaluaciones, en ellas Antonio obtuvo una media de 7 puntos, si realiza una actividad extra en la cual obtuvo 10 puntos, ¿cuál será la nueva media de sus notas?

### ★Desafíate

Calcula la media de watts utilizados en los 6 meses.

