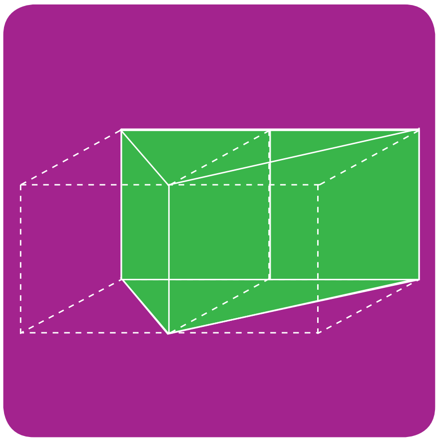
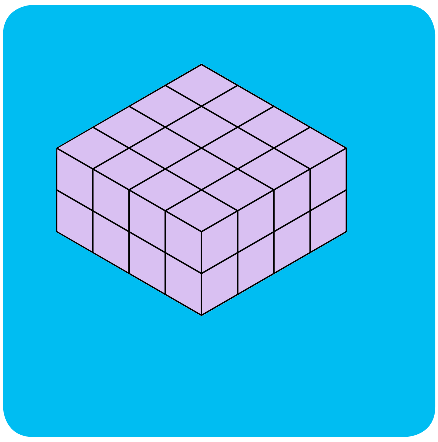
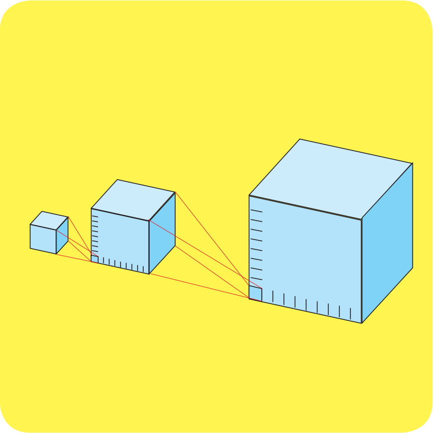
Unidad 8

Volumen de cubos y prismas rectangulares







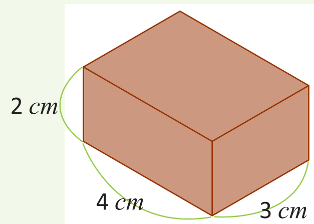
En esta unidad aprenderás a

- Calcular el volumen de cubos y prismas rectangulares
- Calcular el volumen de cuerpos geométricos compuestos
- Utilizar el centímetro cúbico y el metro cúbico como unidades de medida del volumen
- Utilizar la relación entre volumen y capacidad

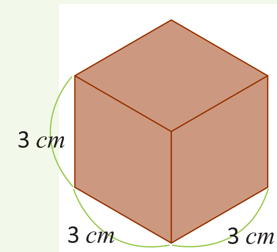
Volumen

Analiza

Juan y Ana compraron del mismo tipo de chocolate en las siguientes presentaciones. ¿Quién compró más chocolate?



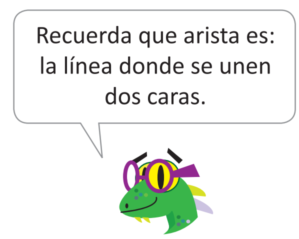
chocolate de Juan

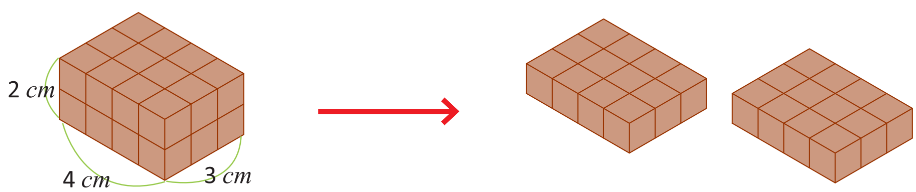


chocolate de Ana

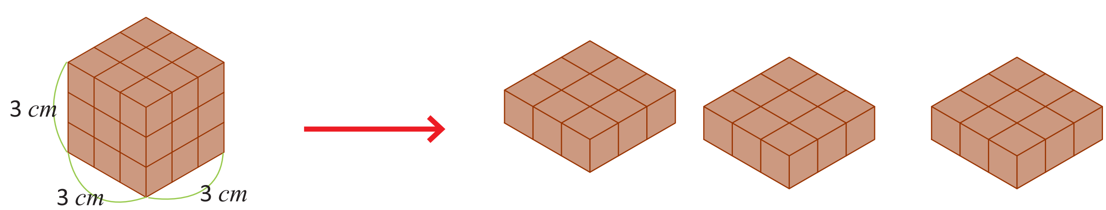
Soluciona

Corto en secciones de 1 *cm* y cuento el número de cubos con arista de 1 *cm* chocolates de Juan





Juan tiene 24 cubitos de arista 1 *cm*



Juan tiene 24 cubitos de arista de 1 *cm* y Ana tiene 27 cubitos de arista 1cm

R: Ana compró más chocolate que Juan.

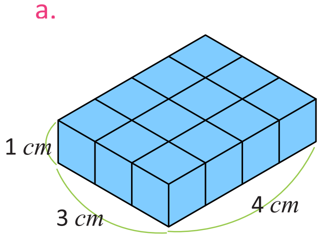
Comprende

- La medida del espacio que ocupa un cuerpo como los chocolates de Ana y Juan o cualquier otro, recibe el nombre de **volumen**.
- Para determinar el volumen de un cuerpo se puede contar el número de cubos de arista 1 *cm* que caben dentro de él.

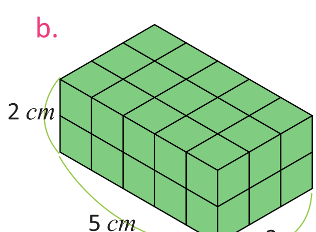
Resuelve

Encuentra el volumen de los siguientes cuerpos geométricos. ¿Cuántos cubos cuya arista es de 1 *cm* caben en cada cuerpo?

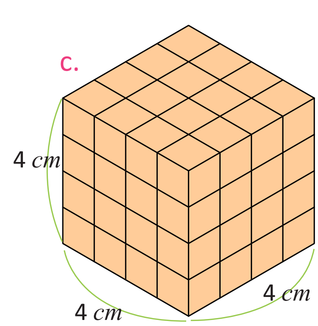
a.



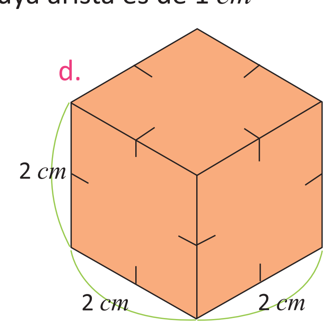
b.



c.



d.

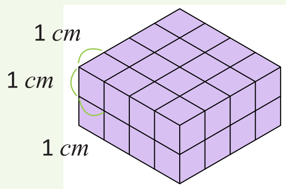


El centímetro cúbico

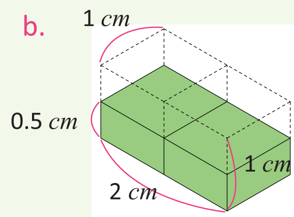
Analiza

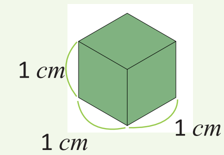
¿Cual es el volumen de los siguientes cuerpos?

a.



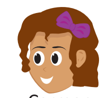
b.



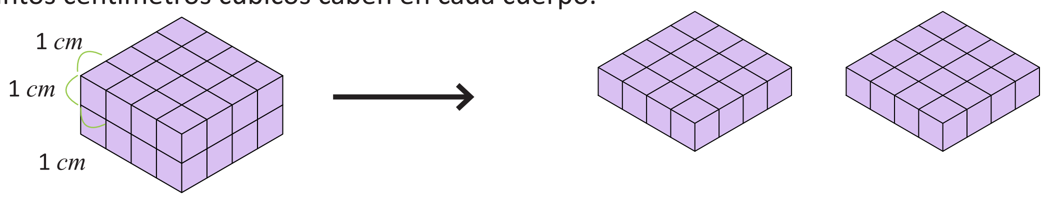


Soluciona

Cuento cuántos centímetros cúbicos caben en cada cuerpo.

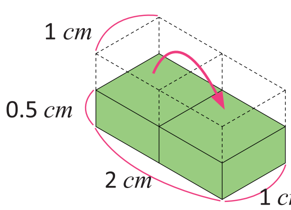


a.

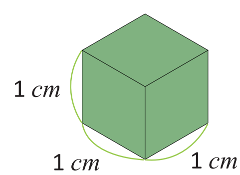


En este prisma rectangular caben 32 cubos de arista de 1 cm **R:** El volumen es 32 cubitos.

b. Pienso en como formar un cubo:



R: 1 cubito.



Este cuerpo se puede transformar en un cubo de arista de 1 cm

Comprende

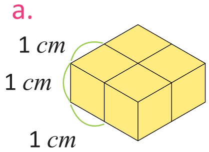
- Al volumen de un cubo con arista de 1 cm se le llama **"un centímetro cúbico"** y se escribe 1 cm^3
- El cm^3 es una unidad de medida del volumen.
- El volumen de un cuerpo puede encontrarse contando la cantidad de cubitos de volumen 1 cm^3 que caben en él.
- Si el cuerpo no está compuesto por cubos completos se pueden acomodar las partes para formar cubos de volumen 1 cm^3

  Entonces en a el volumen es 32 cm^3 y en b es 1 cm^3

Resuelve

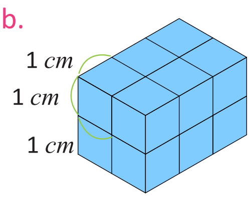
1. Encuentra el volumen de los siguientes cubos y prismas rectangulares.

a.

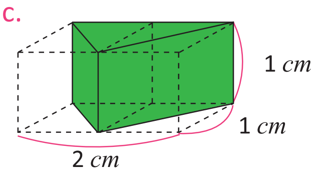


R: ______ cm^3

b.

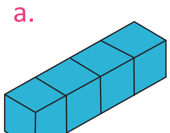


c.

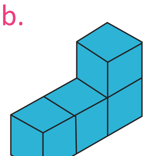


2. Encuentra el volumen de los siguientes cuerpos geométricos.

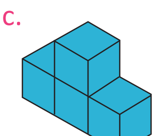
a.



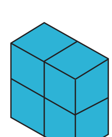
b.



c.



d.



Cuerpos geométricos con diferente forma, pueden tener el mismo volumen.

Fórmulas para calcular el volumen

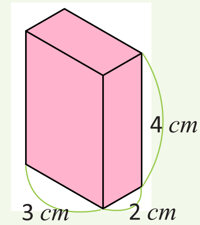
Analiza

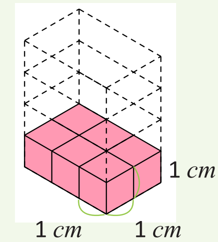
Piensa cómo calcular el volumen del siguiente prisma rectangular.

a. ¿Cuántos cubos de volumen 1 cm^3 caben en la primera capa?

b. ¿Cuántas capas hay?

c. ¿Cuál es el volumen del prisma rectangular?





Soluciona

a. En la primera capa caben 3 cubos a lo largo y 2 cubos a lo ancho. Entonces hay 3 × 2 = 6 cubos de arista 1 cm en la primera capa. **R:** 6 cubos.
b. La altura del prisma rectangular es 4 cm, entonces hay 4 capas. **R:** 4 capas.
c. Las longitudes del prisma rectangular son: Largo: 3 cm, ancho: 2 cm, altura: 4 cm
En la primera capa caben 6 cubitos y hay 4 capas. Entonces:

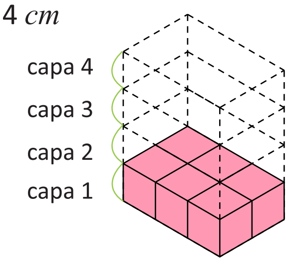

Carmen

PO: 3 × 2 × 4

3 × 2 × 4 = 24

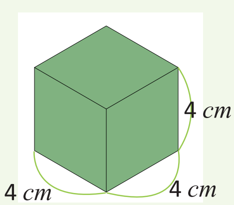
largo ancho altura

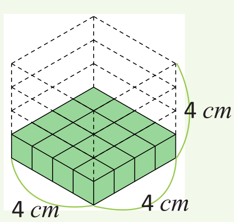
R: 24 cm^3



¿Qué pasaría?

¿Cuál es el volumen del siguiente cubo?





En la primera capa caben 4 × 4 = 16 cubos de volumen 1 cm^3 y hay 4 capas, entonces:

PO: 4 × 4 × 4

4 × 4 × 4 = 64

largo ancho altura

R: 64 cm^3

Comprende

- El volumen de un prisma rectangular se calcula con una fórmula que relaciona el largo, el ancho y la altura.

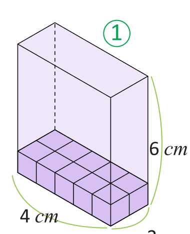
volumen del prisma rectangular = **largo × ancho × altura**

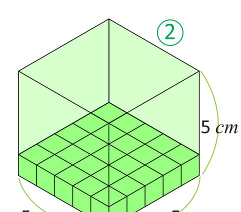
- El cubo también es un prisma rectangular, por lo que su volumen se calcula con esta misma fórmula; pero como las aristas son de igual longitud, la fórmula para encontrar su volumen se puede escribir así:

volumen del cubo = lado × lado × lado

Resuelve

1. Observa el primer prisma rectangular 1 y responde.
   a. ¿Cuántos cubos de volumen 1 cm^3 hay en la primera capa?
   b. ¿Cuántas capas hay?
   c. ¿Cuál es el volumen?
2. Responde las mismas preguntas del cubo 1 para el cubo 2
3. Un prisma rectangular tiene 12 cubos en la primera capa. ¿Cuál debe ser la longitud de la altura para que tenga un volumen de 60 cm^3?



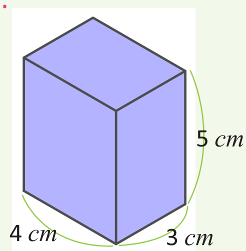


Cálculo del volumen

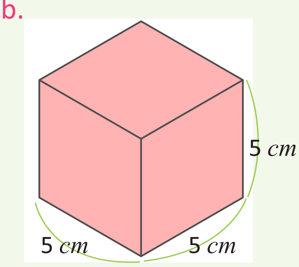
Analiza

Encuentra el volumen de los siguientes cuerpos geométricos.

a.



b.



Soluciona

Identifico el largo, ancho y alto; utilizo la fórmula.

a. **PO:** $4 \times 3 \times 5$

$4 \times 3 \times 5 = 60$

largo ancho altura

R: $60\ cm^3$

b. **PO:** $5 \times 5 \times 5$

$5 \times 5 \times 5 = 125$

lado lado lado

R: $125\ cm^3$

Comprende

Para calcular el volumen de prismas rectangulares y cubos se pueden utilizar directamente las fórmulas obtenidas en la clase anterior.

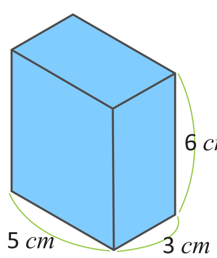
volumen del prisma rectangular = largo × ancho × altura

volumen del cubo = lado × lado × lado

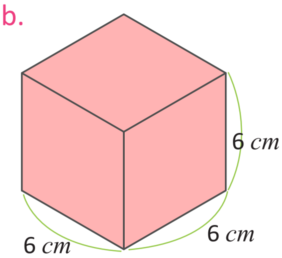
Resuelve

Calcula el volumen de los siguientes cubos y prismas rectangulares.

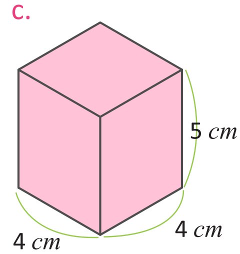
a.



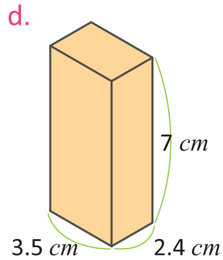
b.



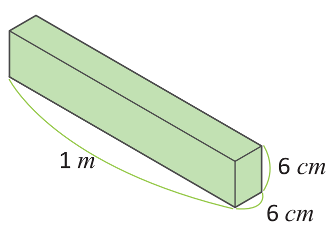
c.



d.



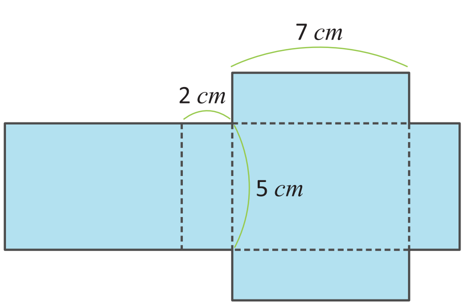
e.



1 m equivalente a 100 cm

★Desafíate

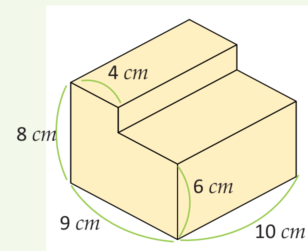
A continuación se muestra el patrón para formar un prisma rectangular, calcula el volumen identificando sus respectivas longitudes.



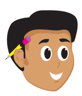
Volumen de cuerpos geométricos compuestos (descomponiendo)

Analiza

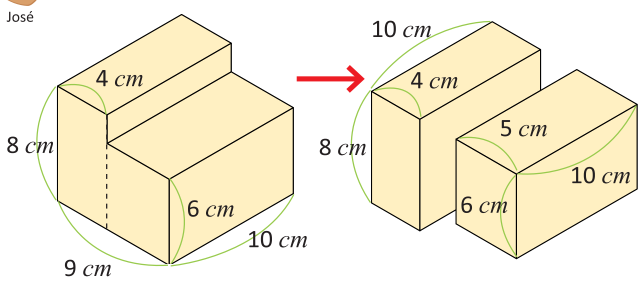
¿Cuál es el volumen del siguiente cuerpo geométrico?



Soluciona



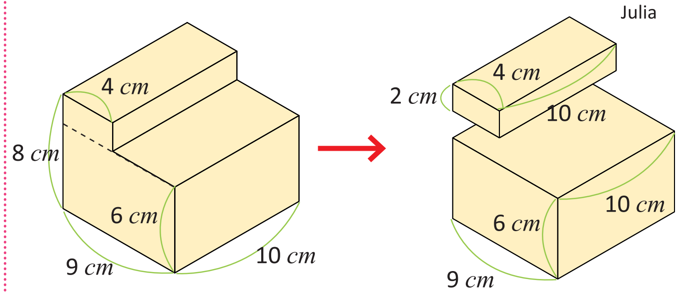
Descompongo en dos prismas rectangulares, en forma vertical



1. 10 × 4 × 8 = 320
2. 10 × 5 × 6 = 300
3. 320 + 300 = 620

R: 620 cm^3

Descompongo en dos prismas rectangulares en forma horizontal de la siguiente manera:



1. 10 × 4 × 2 = 80
2. 10 × 9 × 6 = 540
3. 80 + 540 = 620

R: 620 cm^3

Puede ser un solo **PO.**
PO: 10 × 4 × 8 + 10 × 5 × 6
10 × 4 × 8 + 10 × 5 × 6 = 320 + 300
= 620
R: 620 cm^3

Puede ser un solo **PO.**
PO: 10 × 4 × 2 + 10 × 9 × 6
10 × 4 × 2 + 10 × 9 × 6 = 80 + 540
= 620
R: 620 cm^3

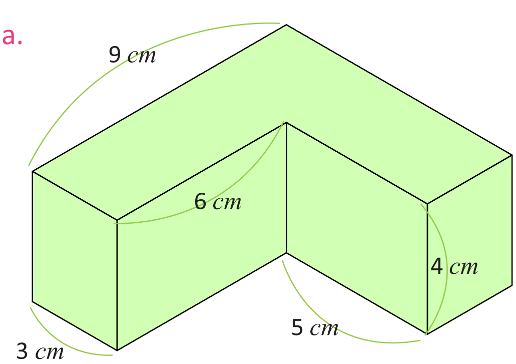
Comprende

Para calcular el volumen de cuerpos geométricos compuestos, se puede separar en prismas rectangulares o cubos y encontrar sus volúmenes. El volumen total es igual a la suma de los volúmenes.

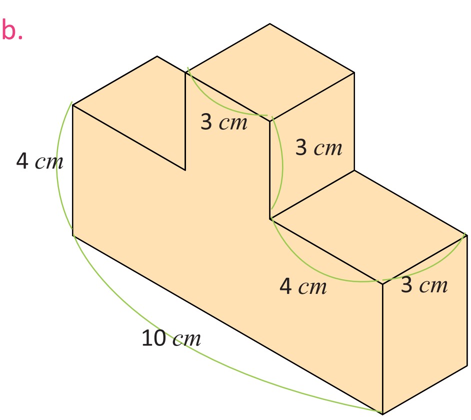
Resuelve

Calcula el volumen de los siguientes cuerpos geométricos compuestos.

a.



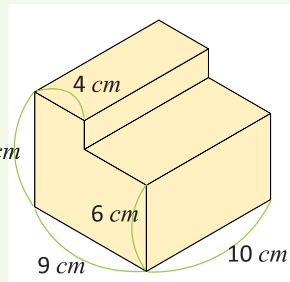
b.



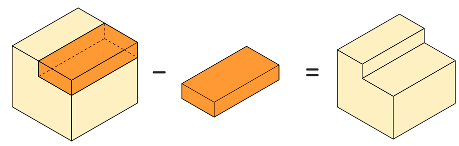
Volumen de cuerpos geométricos compuestos (completando)

Analiza

¿Cuál es el volumen del siguiente cuerpo geométrico?

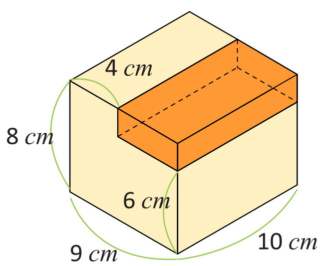


Puedes completar un prisma, calcular el volumen total y luego restar el volumen agregado.

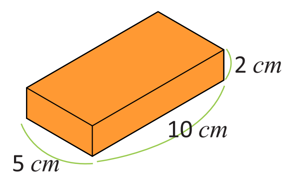


Soluciona

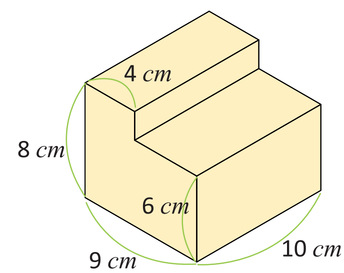
① Completo un cubo y calculo su volumen.



② Calculo el volumen agregado.



③ Al volumen del cubo resto el volumen agregado.



① $10 \times 9 \times 8 = 720$
② $10 \times 5 \times 2 = 100$
③ $720 - 100 = 620$ **R:** 620 cm^3

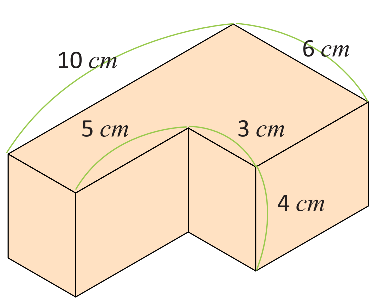
Puede ser un solo **PO.**
PO: $10 \times 9 \times 8 - 10 \times 5 \times 2$
$10 \times 9 \times 8 - 10 \times 5 \times 2 = 720 - 100$
$= 620$ **R:** 620 cm^3

Comprende

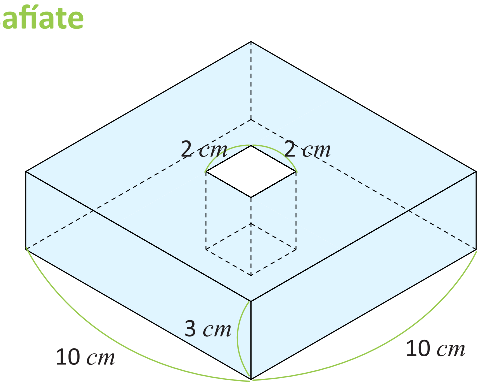
Para calcular el volumen de cuerpos geométricos compuestos, se puede:
① Completar un cubo o prisma rectangular y calcular su volumen.
② Calcular el volumen agregado.
③ Luego restar el volumen agregado al volumen del cubo o prisma completo.

Resuelve

Calcula el volumen de los siguientes cuerpos geométricos compuestos; completando un cubo o prisma rectangular.



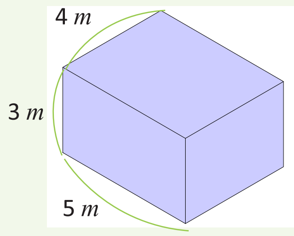
Desafíate



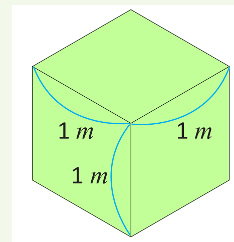
Volúmenes en metros cúbicos

Analiza

1. ¿Cuántos cubos de arista 1 m caben en el siguiente prisma rectangular?

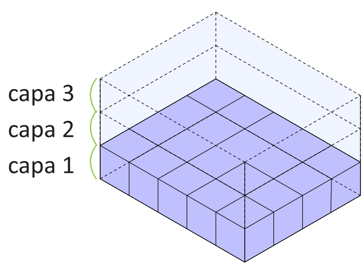


2. ¿Cuántos centímetros cúbicos caben en un cubo de arista 1 m?



Soluciona

En la primera capa hay 5 × 4 = 20 cubos de arista 1 m



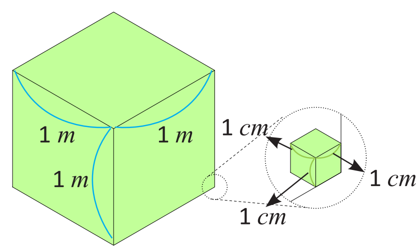
Como la altura es 3 m, caben 3 capas. Entonces en total hay:

PO: 5 × 4 × 3

5 × 4 × 3 = 60

R: 60 cubos.

Como la arista mide 1 m, y 1 m = 100 cm, encuentro el volumen del cubo utilizando la fórmula.



PO: 100 × 100 × 100

100 × 100 × 100 = 1,000,000

lado lado lado

R: 1,000,000 cm^3

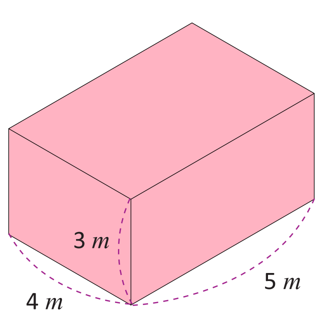
Comprende

- El volumen de un cubo con arista de 1 m se le llama "**un metro cúbico**" y se escribe 1 m^3
- Para calcular volúmenes grandes se utiliza el metro cúbico como unidad de medida.
- Además, se tiene la siguiente relación: 1 m^3 = 1,000,000 cm^3

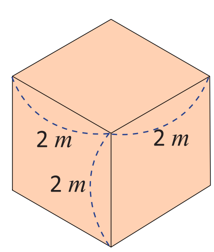
Resuelve

Calcula el volumen de los siguientes cuerpos geométricos en m^3 o cm^3, según la indicación.

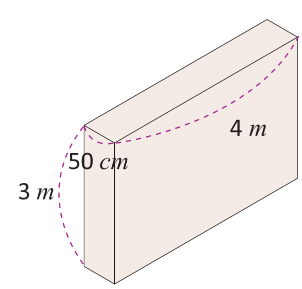
a. (m^3)



b. (m^3)



c. (cm^3 y m^3)



Relación entre volumen y capacidad

Recuerda

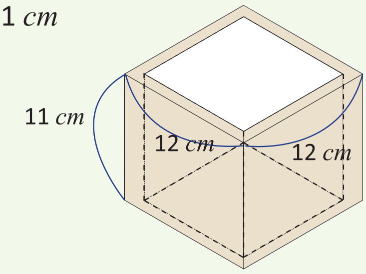
Completata: 1 l = ☐ ml

Analiza

Un depósito con forma de prisma rectangular, sin tapadera, tiene 12 cm de largo, 12 cm de ancho y 11 cm de alto, además sus paredes tienen un grosor de 1 cm

a. ¿Cuántos cm^3 de agua caben en su interior?

b. En el interior del recipiente cabe 1 litro de agua. ¿Qué relación hay entre el volumen y la capacidad del recipiente?



La capacidad se refiere a la cantidad de líquido que puede contener un cuerpo.

Soluciona


Carlos

a. Encuentro el volumen de agua que el depósito puede contener en el interior. Entonces calculo las longitudes descontando el grosor de las paredes:

largo: 12 − 2 = 10

ancho: 12 − 2 = 10

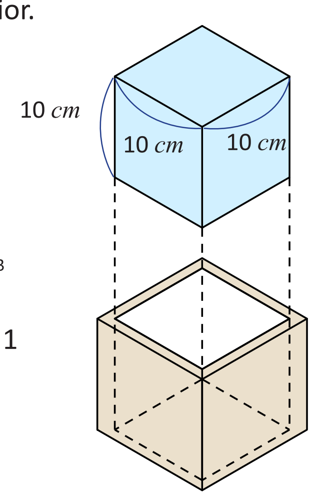
alto: 11 − 1 = 10

El volumen de agua que cabe en el interior es:

PO: 10 × 10 × 10

10 × 10 × 10 = 1,000

R: 1,000 cm^3



b. Como el volumen del depósito es 1,000 cm^3 y la capacidad del depósito es 1 litro entonces la relación que hay es la siguiente:

1,000 cm^3 =1 l

R: 1,000 cm^3 = 1 l

En este caso no se está calculando el volumen del depósito; sino el volumen que puede contener el depósito en su interior.

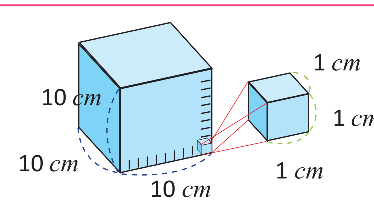
Comprende

- Relación entre volumen y capacidad:

  1,000 cm^3 = 1 l

- Como 1 l =1,000 ml, entonces:

  1 cm^3 =1 ml

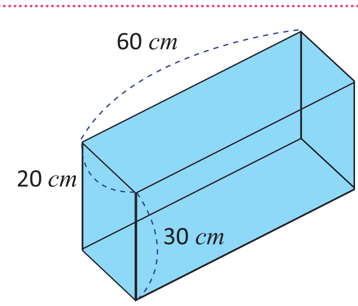


Resuelve

Dadas las longitudes interiores del depósito.

a. Calcula el volumen.

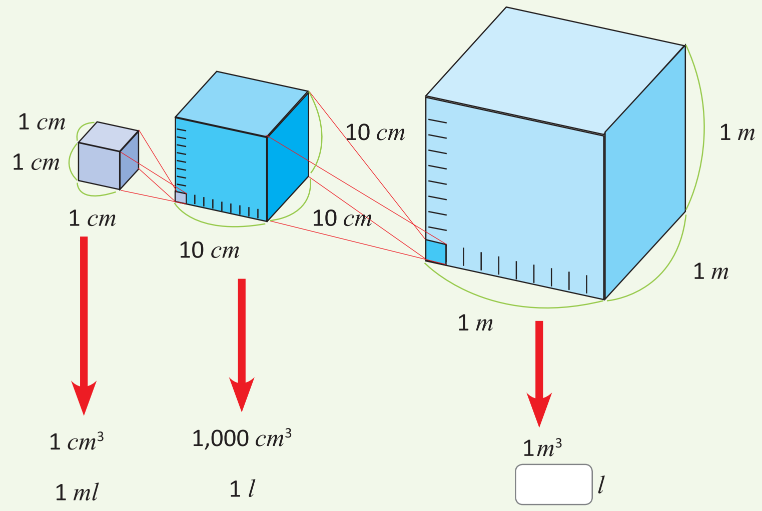
b. Calcula la capacidad en litros.



Equivalencias entre volumen y capacidad

Analiza

Observa la relación entre volumen y capacidad. ¿A cuántos litros equivale 1 m^3?



Soluciona

Calculo cuántos cubos de 1 l de capacidad caben en 1 m^3

A lo largo caben 10, a lo ancho caben 10, y a lo alto caben 10, entonces en total caben:

10 × 10 × 10 = 1,000

R: Caben 1,000 cubos de 1 l

¿Qué pasaría?

a. Una cisterna tiene un volumen de 12 m^3; ¿cuál es su capacidad en litros?
Como en 1 m^3 caben 1,000 l en 12 m^3 caben:

PO: 1,000 × 12

1,000 × 12 = 12,000

R: En 12 m^3 caben 12,000 l

b. Una pila tiene capacidad de 2,000 l; ¿cuál es su volumen en m^3?
Como cada 1,000 l equivalen a 1 m^3, en 2,000 l hay:

PO: 2,000 ÷ 1,000

2,000 ÷ 1,000 = 2

R: 2 m^3

Comprende

- 1 m^3=1,000 l
- Para convertir de m^3 a litros, se multiplica por 1,000 y para convertir de litros a m^3 se divide entre 1,000

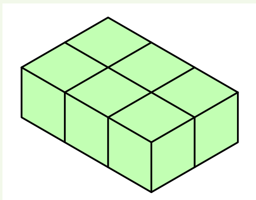
Resuelve

1. ¿Cuántos litros de agua caben en una cisterna de 15 m^3?
2. Un tanque tiene una capacidad de 21,000 l; ¿cuál es el volumen que puede contener?
3. Un tanque con capacidad de 28 m^3 contiene actualmente 17,000 litros. ¿Cuántos litros de agua hacen falta para llenar el tanque?

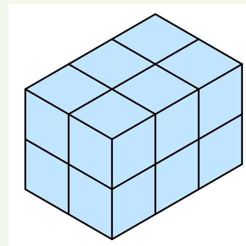
Aplica lo aprendido

1. Encuentra el volumen de los siguientes cubos y prismas rectangulares, el cubo más pequeño tiene arista 1 cm

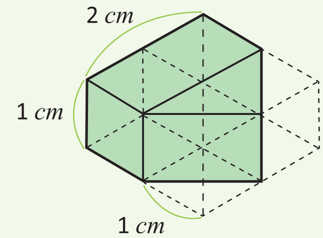
a.



b.

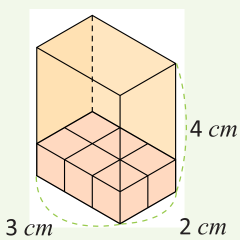


c.

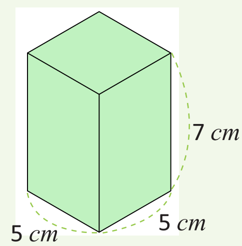


2. Calcula el volumen de los siguientes cuerpos utilizando la fórmula:

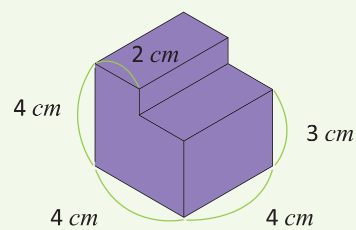
a.



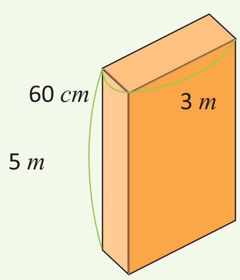
b.

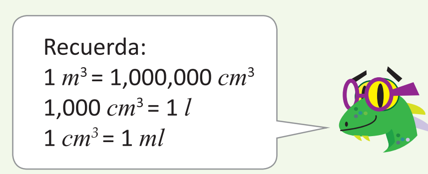


3. Calcula el volumen del siguiente cuerpo geométrico.
   a. Descomponiendo
   b. Completando

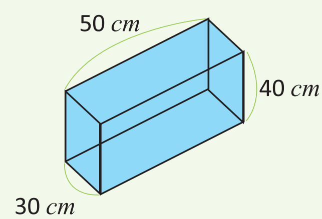


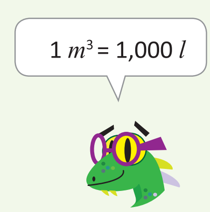
4. Encuentra el volumen del siguiente prisma rectangular en cm^3 o m^3 según se te indica.
   a. cm^3
   b. m^3





5. Una pila tiene las siguientes longitudes interiores. Realiza lo que se te pide en cada literal.
   a. Encuentra el volumen del interior de la pila.
   b. ¿Cuál es la capacidad de la pila en litros?
   c. Para llenar la pila se utilizará una cubeta de 10 litros de capacidad. ¿Con cuántas cubetas se llenará la pila?





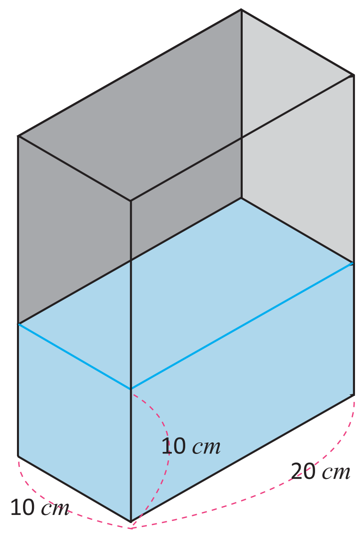
6. Un tanque tiene una capacidad de 35,000 litros. ¿Cuál es su volumen en m^3?

¿Sabías que...?

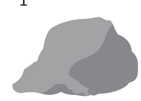
El volumen de distintos cuerpos

Todos los cuerpos tienen volumen. ¿Cómo se calcula el volumen de un cuerpo que no sea un cubo o un prisma rectangular?
Observa cómo se puede calcular el volumen de una piedra utilizando un recipiente con agua.

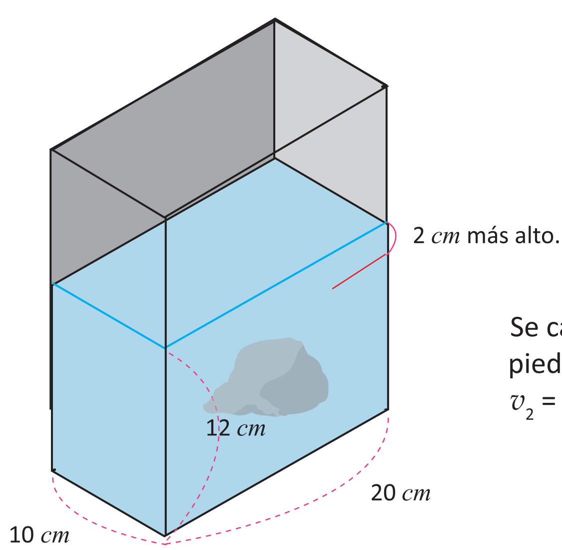
1. Se utiliza un recipiente cuyo volumen sea fácil de calcular. Por ejemplo un prisma rectangular.



Se calcula el volumen de agua.
v_1 = 20 × 10 × 10 = 2,000 (cm^3)



2. Se introduce la piedra; la altura del agua se incrementará debido al volumen de la piedra.



Se calcula el volumen de agua con la piedra hundida.
v_2 = 20 × 10 × 12 = 2,400 (cm^3)

3. Se calcula el volumen de la piedra. El volumen de la piedra es la diferencia entre v_2 y v_1

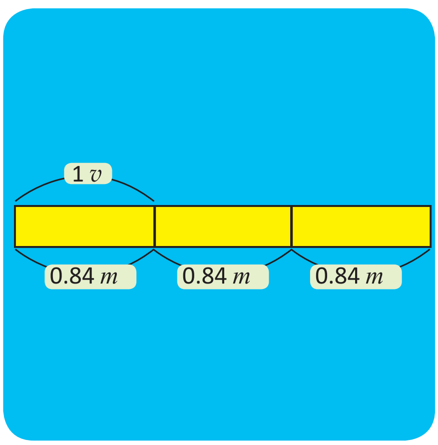
$v = v_2 - v_1$
v = 2,400–2,000
v = 400 (cm^3)

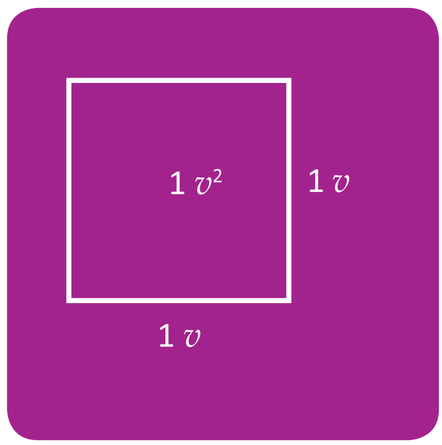
Para medir el volumen de un cuerpo irregular, se puede sumergir el cuerpo en un recipiente con agua. Luego se calcula la diferencia de volumen con y sin el cuerpo irregular sumergido.

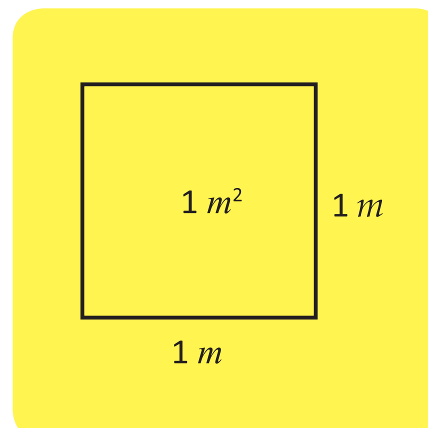
Calcula el volumen de otros cuerpos irregulares en tu casa.

Unidad 9

Conversión de otros sistemas al sistema internacional







En esta unidad aprenderás a

- Realizar conversiones entre varas y metros
- Realizar conversiones entre varas cuadradas y metros cuadrados

Conversión entre metros y varas

Recuerda

Completa:

a. 2 m =_____ cm b. 400 cm =_______ m

Analiza

Don Manuel necesita un cordel de 12 metros de largo, su sobrino Juan le presta uno de 20 varas. ¿Aun necesitará más cordel Don Manuel?

La vara fue una unidad de longitud utilizada en España y en consecuencia en las zonas de influencia colonial, la longitud variaba de acuerdo a la región de uso, la más reconocida en El Salvador es la vara de Burgo o vara de Castilla, que es equivalente a 0.8359 m
Para realizar conversiones se puede usar la siguiente aproximación:
1 *vara* = 0.8359 m ≈ 0.84 m

Soluciona

José

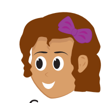
Don Manuel: 12 metros
Juan: 20 varas
Utilizo que 1 vara ≈ 0.84 m
convierto 20 varas a metros

$20\ v = \square\ m$

es decir, multiplico

$0.84 \times 20 = 16.8$

Entonces: 20 v = 16.8 m
Por lo tanto, el cordel que Juan le presta tiene 16.8 m y don Manuel necesita 12 m
R: El cordel es suficiente.



Carmen

Don Manuel: 12 metros
Juan: 20 varas
Utilizo que 1 v ≈ 0.84 m
convierto 12 m a varas
$12\ m = \square\ v$
es decir, dividido

$12 \div 0.84 \approx 14.285$

aproximo a 14.29 v
Entonces: 12 m = 14.29 v
Por lo tanto, el cordel que Juan le presta tiene 20 v y Don Manuel necesita 14.29 v
R: El cordel es suficiente.

Comprende

- La vara es una unidad de longitud y se representa por v
- 1 v es aproximadamente 0.84 m

1 v = 0.84 m

$$\begin{tikzcd} \boxed{\text{varas}} \arrow[r, bend left, "\times 0.84\ \square"] & \boxed{\text{metros}} \arrow[l, bend left, "\square\ \div 0.84"] \end{tikzcd}$$

Resuelve

1. Determina el valor que debe ir en cada cuadrito para que la igualdad sea válida.

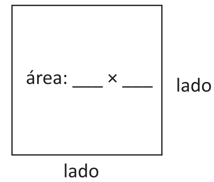
   a. $5\ v = \square\ m$ b. $100\ v = \square\ m$ c. $42\ m = \square\ v$ d. $840\ m = \square\ v$

2. Un lote rectangular tiene 15 varas de ancho y 20 varas de largo. ¿Cuántos metros mide el perímetro del terreno?

Conversión entre metros cuadrados y varas cuadradas

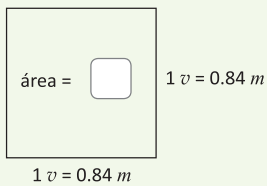
Recuerda

a. ¿Cómo se calcula el área de un cuadrado?
b. ¿Qué unidades haz utilizado para medir el área?



Analiza

1. Encuentra la relación entre varas cuadradas y metros cuadrados, calculando el área del siguiente cuadrado.

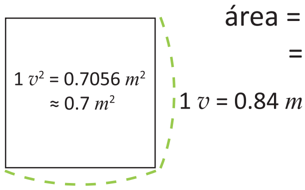


2. Un terreno de 2,000 v^2 en venta tendrá el rótulo con la cantidad de metros cuadrados. ¿Cuántos metros cuadrados deberán colocar en el rótulo?

Soluciona

1. Calculo el área:


Carlos



área = 0.84 × 0.84
= 0.7056

R: 1 v^2 = 0.7 m^2

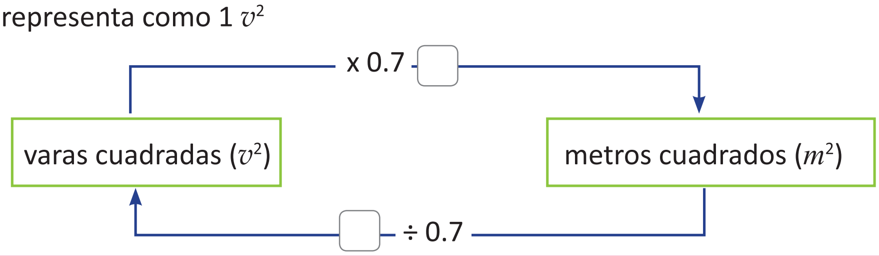
1 v^2 es el área de un cuadrado cuyo lado mide 1 v

2. Como 1 v^2 = 0.7 m^2. En 2,000 v^2 hay:
0.7 × 2,000 = 1,400
Por lo tanto: 2,000 v²= 1,400 m^2

R: El área del terreno es 1,400 m^2

Comprende

- La **vara cuadrada** es una unidad de medida de área.
- 1 vara cuadrada se representa como 1 v^2
- 1 v^2 = 0.7 m^2



Resuelve

1. Determina el valor que debe ir en cada cuadrito para que la igualdad sea válida.
a. 10 v^2 = ☐ m^2 b. 60 v^2 = ☐ m^2 c. 56 m^2 = ☐ v^2 d. 70 m^2 = ☐ v^2

2. Un terreno de 1,500 v^2 se vende por un precio de $12,600.00
a. ¿Cuál es el área del terreno en m^2?
b. ¿Cuál es el precio de cada m^2 de terreno?

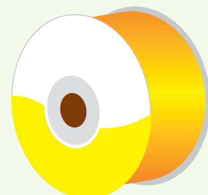
Aplica lo aprendido

1. Encuentra la medida de los rollos de listón, según se indica:

a. 25 varas

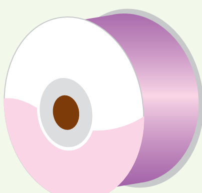
__________ m

b. 15 varas



__________ m

c. 63 metros



__________ v

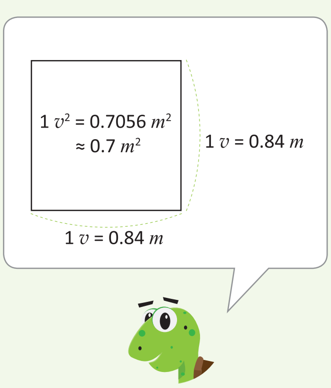
d. 126 metros

__________ v

2. Un agricultor repartió un terreno de 770 v^2 para la siembra, utilizó 350 v^2 para cultivar fresas y el resto para árboles frutales.

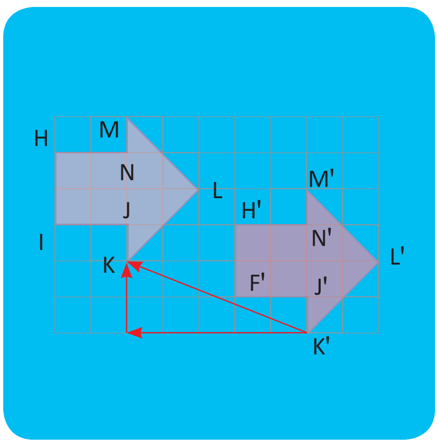
a. ¿Cuál es el área que corresponde a los árboles frutales en varas cuadradas?

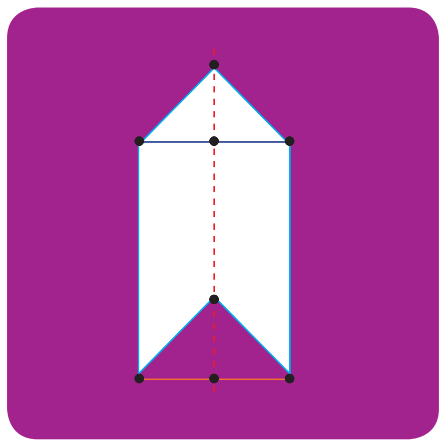
b. ¿Cuál es el área que corresponde a los árboles frutales en metros cuadrados?

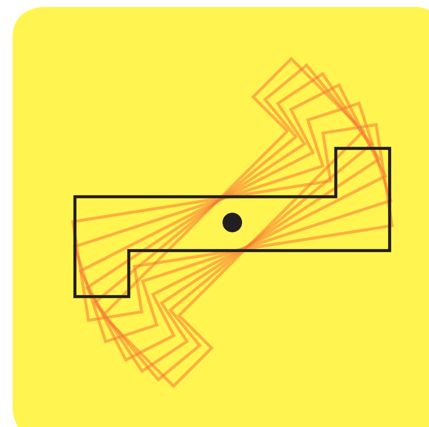


Unidad 10

Traslaciones, simetrías y rotaciones







En esta unidad aprenderás a

- Trasladar una figura
- Determinar si una figura es simétrica respecto a una recta
- Determinar si una figura posee simetría rotacional
- Caracterizar las figuras planas y polígonos regulares según el tipo de simetría que poseen

Traslación de figuras

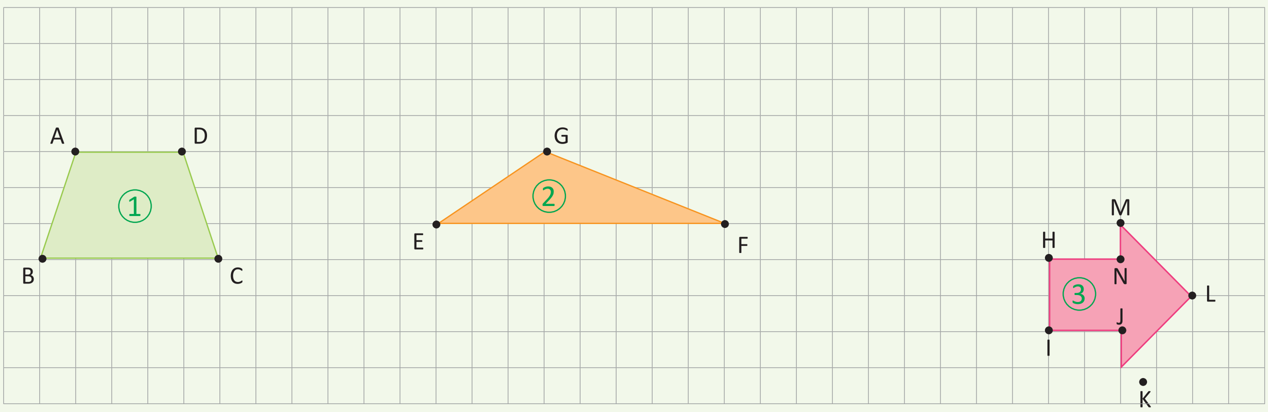
Analiza

Realiza lo que se indica para cada figura:

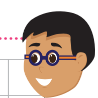
a. Traslada 6 espacios a la derecha ①

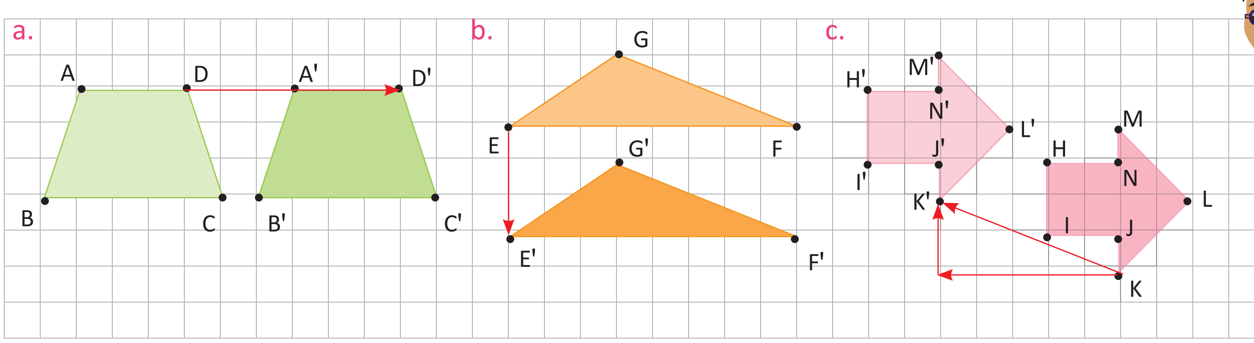
b. Traslada 3 espacios hacia abajo ②

c. Traslada 5 espacios hacia la izquierda y 2 hacia arriba ③



Soluciona


Carlos



Traslado las figuras, desplazando cada uno de sus vértices la cantidad de espacios en la dirección indicada, luego uno los puntos con un segmento de recta en el mismo orden de la figura original.

Comprende

La traslación es un movimiento que consiste en desplazar todos los puntos de una figura a una misma distancia de manera que la figura resultante tiene la misma forma y orientación.

Resuelve

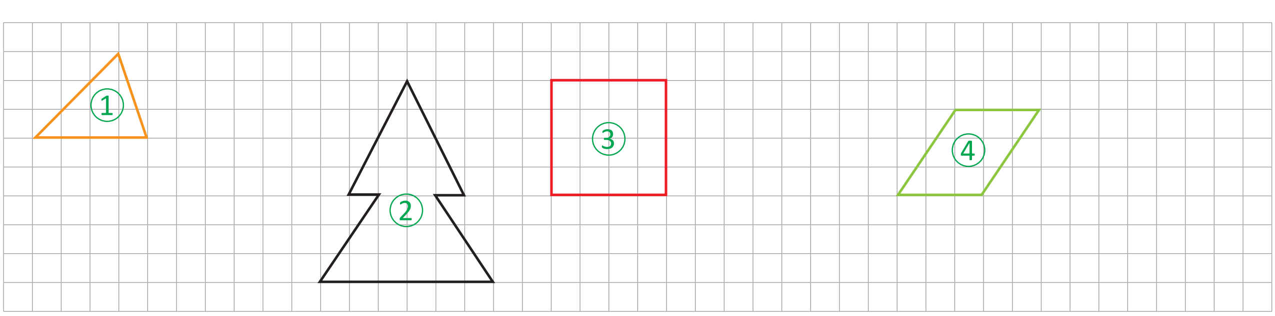
Traslada cada figura como se te indica:

a. Traslada 4 espacios hacia abajo ①

b. Traslada 5 espacios hacia la derecha y 2 hacia abajo ②

c. Traslada 7 espacios hacia la izquierda ③

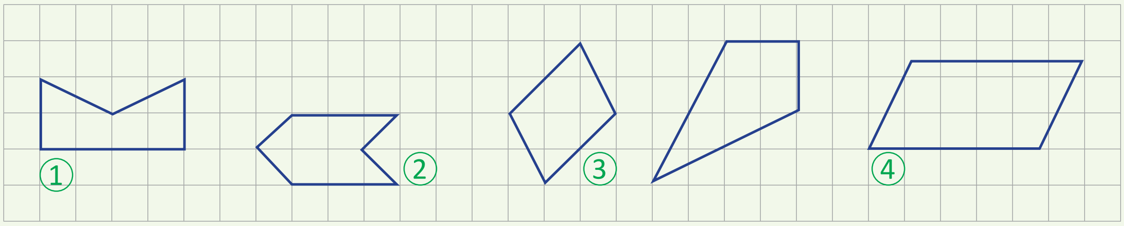
d. Traslada 3 espacios hacia la izquierda y 2 hacia arriba ④



Figuras simétricas

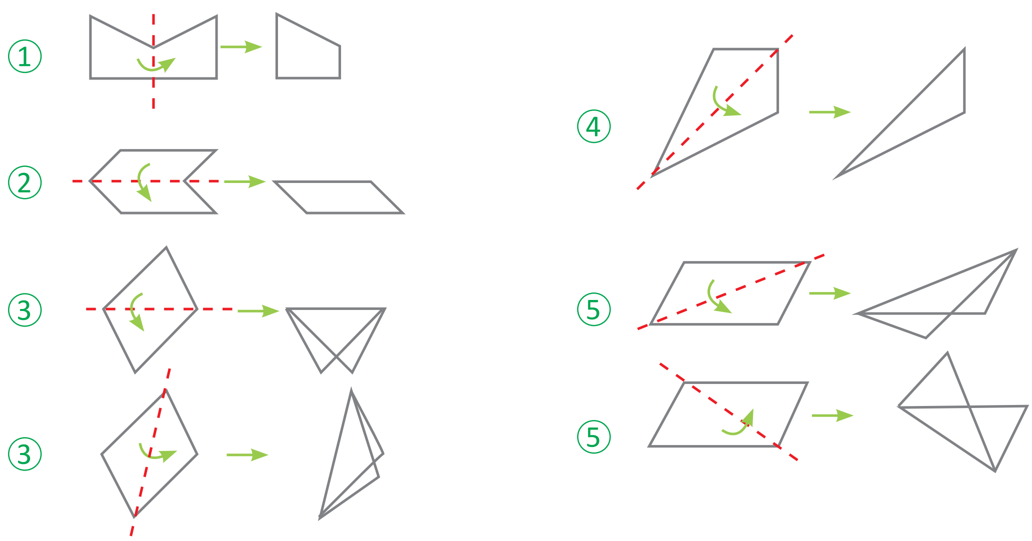
Analiza

¿Cuáles de las siguientes figuras pueden doblarse de tal manera que se sobrepongan exactamente?



Soluciona

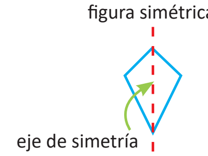
Dibujo y recorto las figuras en una hoja, realizo el doblez para comprobar si se sobreponen exactamente.



En las figuras ①,② y ④ se puede trazar una recta que divide la figura en dos partes que se sobreponen de forma exacta, en cambio en las figuras ③ y ⑤ no se puede trazar.

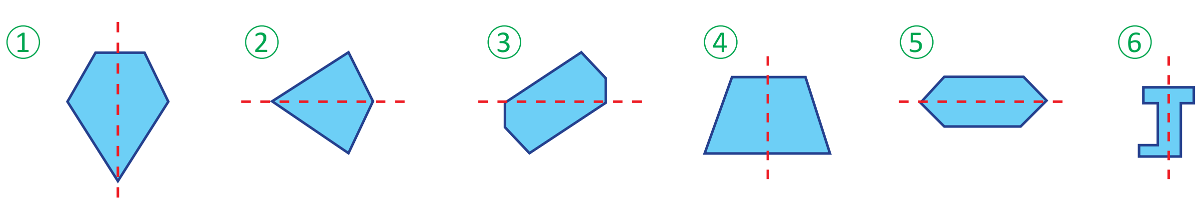
Comprende

La figura que se puede dividir en dos partes que se sobreponen de forma exacta por una línea se llama **figura simétrica**. Esta línea recibe el nombre de **eje de simetría**.



Resuelve

La línea punteada indica un eje de simetría, determina cuál de las siguientes figuras son simétricas con respecto al eje indicado.

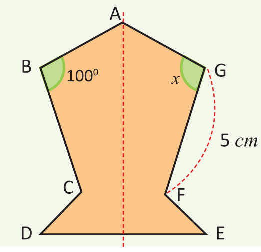


Vértices, lados y ángulos correspondientes

Analiza

Observa la siguiente figura simétrica, analiza las partes que se sobreponen cuando se dobla por el eje de simetría.

a. ¿Cuál es el vértice que se sobrepone al vértice B?
b. ¿Cuál es el lado que se sobrepone al lado BC?
c. ¿Cuánto mide el lado BC?
d. ¿Cuánto mide el ángulo x?



Soluciona

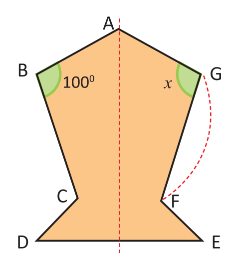
a. El vértice que se sobrepone al vértice B es el vértice G.
b. El lado que se sobrepone sobre el lado BC es el lado GF.
c. Al doblar por el eje de simetría el lado GF se sobrepone sobre el lado BC, entonces estos lados tienen la misma longitud, por lo tanto el lado BC mide 5 cm
d. El ángulo x es el ángulo que se sobrepone al ángulo cuya medida es 100°, por lo tanto el ángulo x mide 100°


Ana

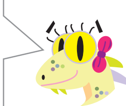
Comprende

Al doblar una figura simétrica por su eje:

- Los vértices que se sobreponen se llaman **vértices correspondientes**.
- Los lados que se sobreponen se llaman **lados correspondientes**.
- Los ángulos que se sobreponen se llaman **ángulos correspondientes**.
- En cada lado de la figura hay muchos puntos, cada punto tiene su punto correspondiente.
- Los lados correspondientes tienen la misma longitud y los ángulos correspondientes tienen la misma medida.

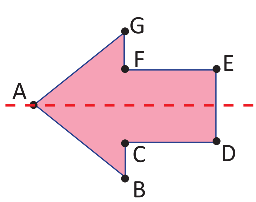


G es el vértice correspondiente al vértice B o bien, B es el vértice correspondiente a G. CD es el lado correspondiente al lado FE y viceversa.



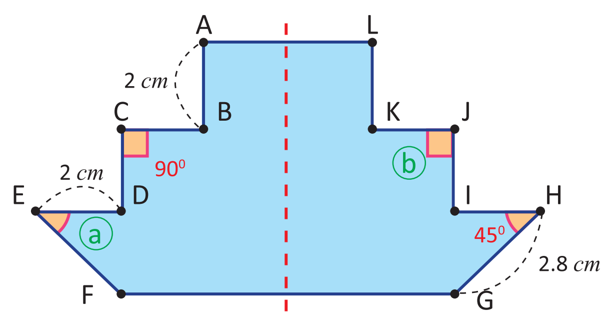
Resuelve

1. Observa la siguiente figura simétrica y encuentra lo que se te pide:



a. Los vértices correspondientes a los vértices G, F y D.
b. Los lados correspondientes a los lados AG y CD.

2. Encuentra la medida de los siguientes lados y ángulos explicando tu respuesta.
   a. La longitud del lado KL.
   b. La longitud del lado HI.
   c. La longitud del lado EF.
   d. La medida del ángulo a
   e. La medida del ángulo b

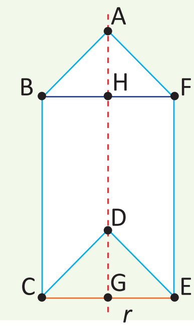


Características de las figuras simétricas

Analiza

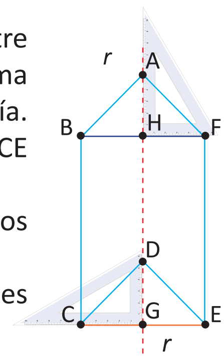
Observa la siguiente figura simétrica con respecto al eje r.

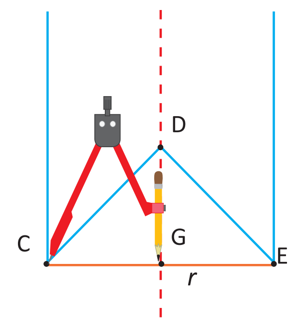
a. ¿Qué relación hay entre los vértices B y F y los vértices C y E?
b. ¿Cómo son los segmentos BF y CE en relación al eje de simetría?
c. Mide los segmentos BH y FH, ¿cómo son sus longitudes?
d. Mide los segmentos CG y EG, ¿cómo son sus longitudes?



Soluciona

a. B y F son vértices correspondientes, C y E también son vértices correspondientes.
b. Utilizo una escuadra para medir los ángulos que se forman entre el segmento BF y el eje r, y entre el segmento CE y el eje r, se forma un ángulo de 90° es decir, BF es perpendicular al eje de simetría. Entre el segmento CE y el eje r se forma un ángulo de 90°, CE es perpendicular al eje de simetría.
c. Utilizo un compás para comparar las longitudes de los segmentos. Las longitudes de BH y FH son iguales.
d. Utilizo un compás para comparar las longitudes, las longitudes de los segmentos CG y EG son iguales.



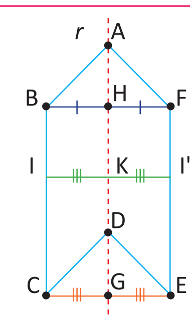


Comprende

En una figura simétrica:

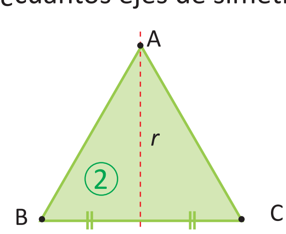
- La línea que conecta dos puntos correspondientes corta el eje de simetría perpendicularmente.
- La longitud desde esta intersección a los dos puntos correspondientes es la misma.

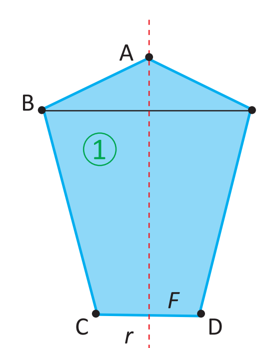
Los segmentos BH y FH tienen igual longitud porque B y F son vértices correspondientes.
También IK e I'K tienen igual longitud por que I e I' son puntos correspondientes.



Resuelve

1. La figura 1 es una figura simétrica con respecto al eje r, analiza y contesta:
   a. ¿Cómo se intersecan el eje de simetría y el segmento BE?
   b. ¿Qué otro segmento tiene la misma longitud que CF?
2. El siguiente triángulo equilátero 2 es una figura simétrica respecto al eje r. Incluyendo el eje r ¿cuántos ejes de simetría tiene?



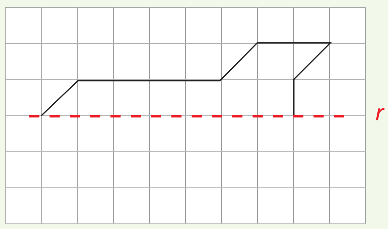


Construcción de figuras simétricas

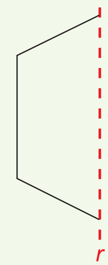
Analiza

¿Cómo se completan las siguientes figuras para obtener una figura simétrica con respecto al eje indicado?

a.



b.

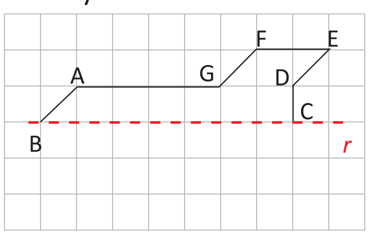


Soluciona

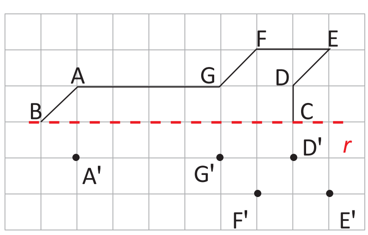
a.

José

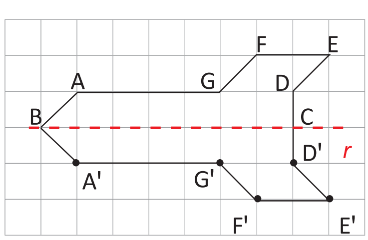
① Marco y nombro los vértices.



② Dibujo los vértices correspondientes contando los cuadritos de distancia desde cada vértice hasta el eje de simetría.



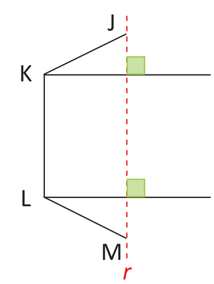
③ Trazo los lados uniendo los vértices en el mismo orden que la figura original.



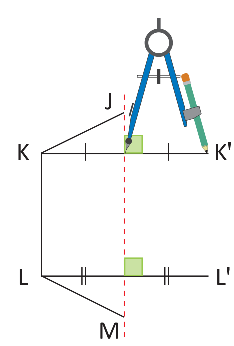
b.

① Marco y nombro los vértices.

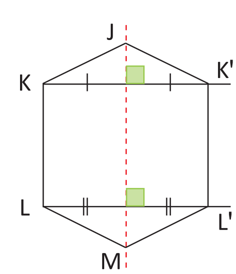
② Dibujo los vértices correspondientes, para ello trazo rectas perpendiculares desde cada vértice al eje de simetría.



③ Ubico los vértices correspondientes, para ello mido la distancia desde el eje de simetría hasta cada vértice, a esta misma distancia del eje pero del lado derecho, marco los vértices correspondientes sobre las perpendiculares del paso anterior.



④ Uno los vértices respetando el orden de la figura original.



Comprende

Para construir una figura simétrica dada una parte de la figura y un eje de simetría:

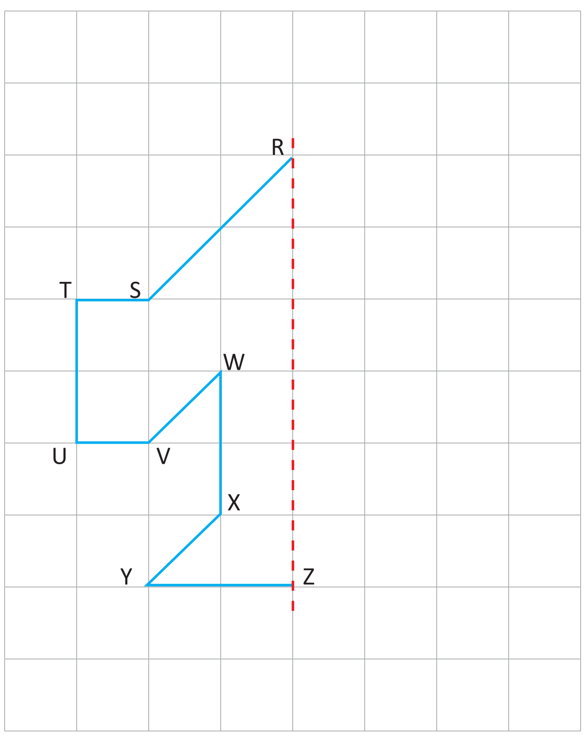
1. Se nombran los vértices.
2. Se trazan perpendiculares al eje de simetría que pasan por el vértice y se prolongan.
3. Se ubican los vértices correspondientes a igual distancia, desde el eje de simetría al vértice.
4. Se trazan los lados correspondientes uniendo los vértices en el orden que están en el original.

Si se cuenta con una cuadrícula se omite el paso (2) ya que en la cuadrícula las líneas se cortan perpendicularmente.

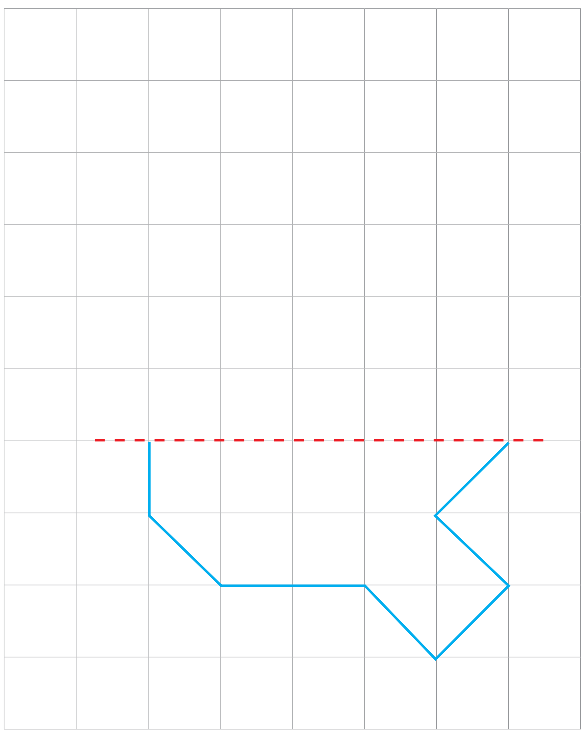
Resuelve

Completa la figura para que sea simétrica respecto al eje indicado en color rojo.

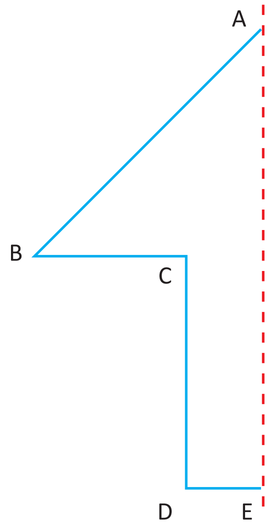
a.



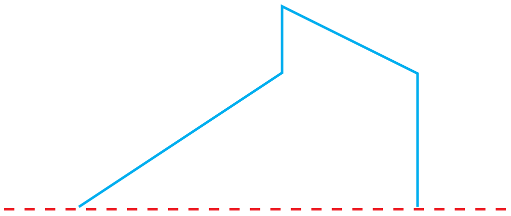
b.



c.

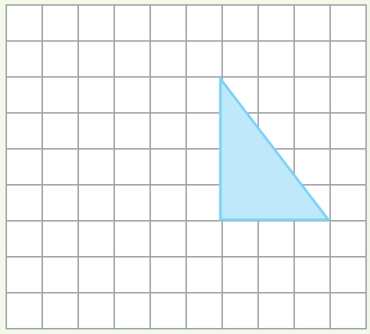


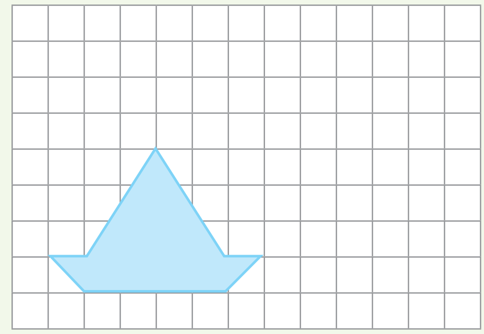
d.



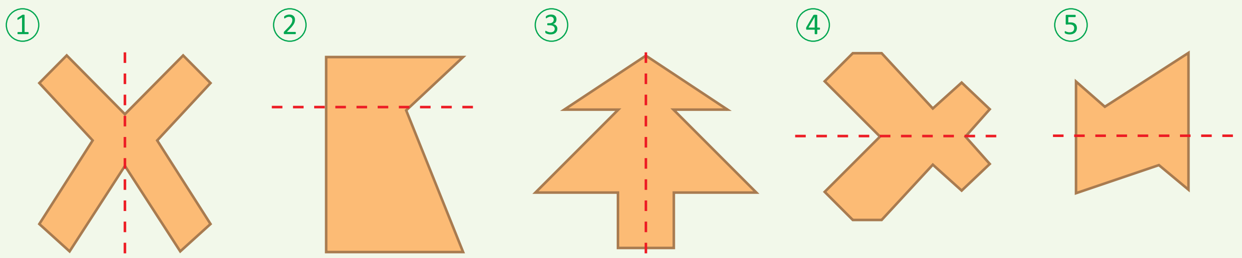
Aplica lo aprendido

1. Para cada figura realiza lo que se te indica.
   a. Traslada 5 espacios a la izquierda y 3 hacia abajo.
   b. Traslada 6 espacios a la derecha y 2 hacia arriba.

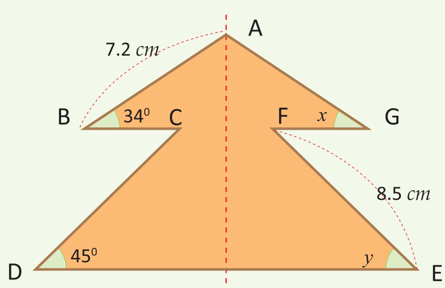




2. Determina cuáles de las siguientes figuras son simétricas respecto al eje que se muestra.

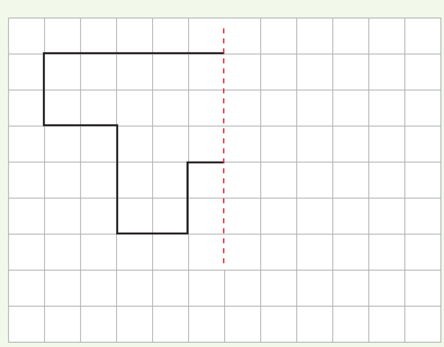


3. A continuación se muestra una figura simétrica, encuentra lo que se te pide:



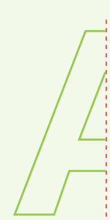
   a. El lado correspondiente al lado AB:______
   b. La longitud del lado AG:________________
   c. La longitud del lado CD:________________
   d. La medida del ángulo x:________________
   e. La medida del ángulo y:________________

4. Completa la figura para que sea simétrica respecto al eje señalado.



Desafíate

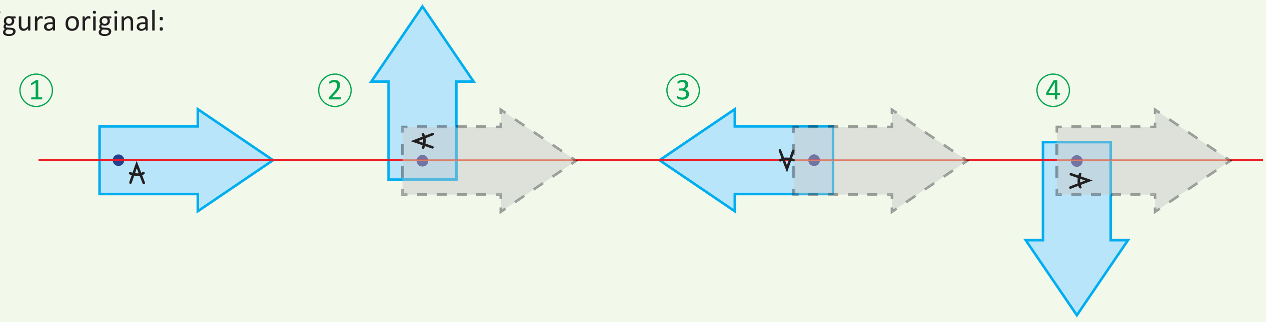
Completa la figura para que sea simétrica respecto al eje indicado.



Rotación

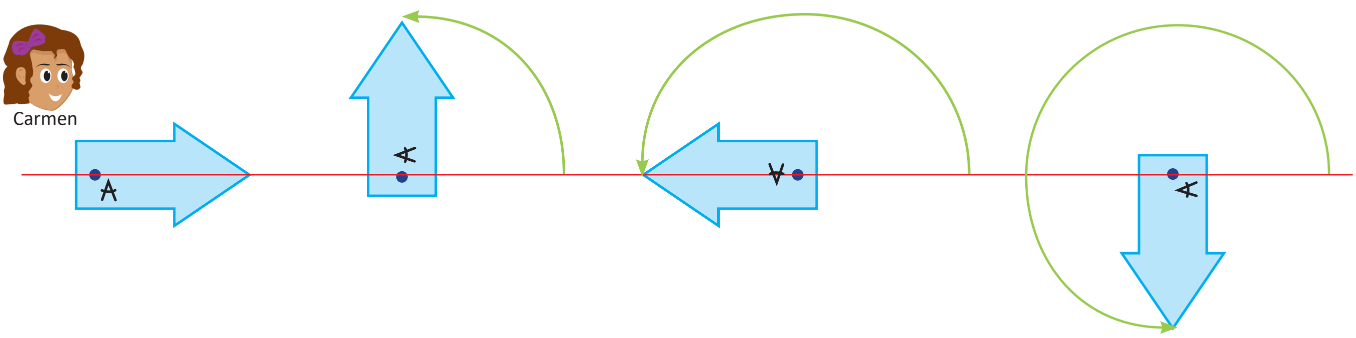
Analiza

Explica cómo se va construyendo la siguiente secuencia.
Figura original:



Soluciona

Observo que en la secuencia se va girando respecto a un punto fijo, y se gira de la siguiente manera:
① Figura original ② Giro de 90° ③ Giro de 180° ④ Giro de 270°



Comprende

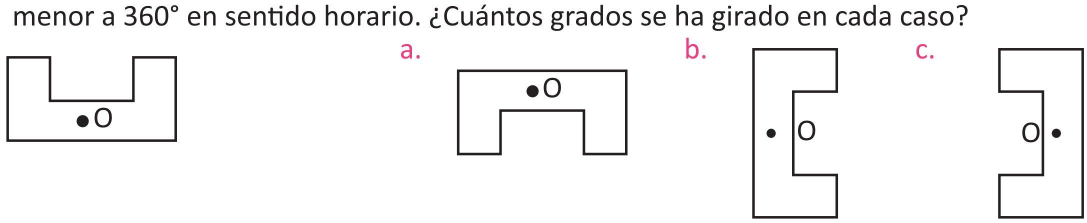
- El movimiento que se utilizó para construir la secuencia se llama **rotación** o **giro**. La rotación consiste en que todos los puntos de una figura se mueven alrededor de un punto fijo, llamado **centro de rotación**, un determinado ángulo, al cual se le llama **ángulo de rotación**.

- Para indicar el ángulo de rotación se debe indicar el sentido que puede ser horario o anti horario. Un giro de 180° equivale a girar la figura media vuelta alrededor del centro de rotación y un giro de 360° equivale a una vuelta completa, por lo que la figura vuelve a la posición original.

Resuelve

1. Se gira la figura original y se obtiene la figura de la derecha. ¿Cuántos grados se ha girado?
   Figura original:

2. Las siguientes figuras se obtuvieron al girar la figura original respecto al punto O, un ángulo de rotación menor a 360° en sentido horario. ¿Cuántos grados se ha girado en cada caso?

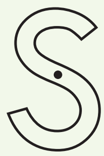


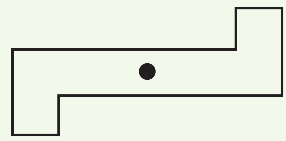
Simetría rotacional

Analiza

Observa las siguientes figuras y responde:

1. ¿Son figuras simétricas respecto a un eje?
2. ¿Cuántos grados se debe girar cada figura respecto al punto marcado para que se vea igual que la figura original sin haber dado una vuelta completa?

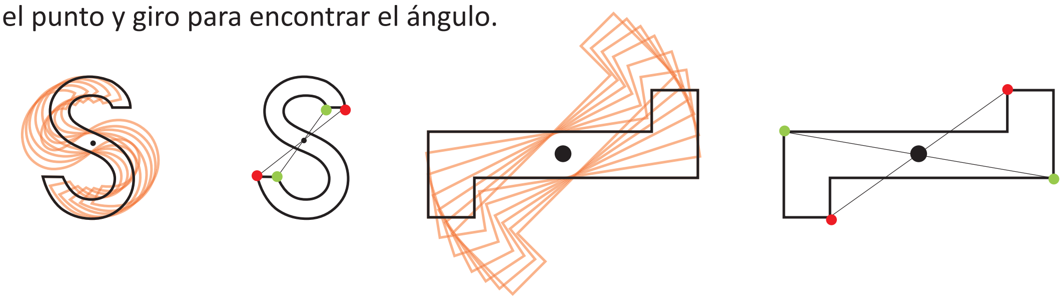
Ⓐ


Ⓑ


Soluciona

1. Las figuras Ⓐ y Ⓑ no son simétricas respecto a un eje.
2. Calco las figuras, las recorto y las coloc o sobre las figuras originales, coloco la punta del lápiz sobre el punto y giro para encontrar el ángulo.


Julia



Al rotar 180° respecto al punto marcado las figuras vuelven a coincidir, es decir se sobreponen, identifico algunos puntos de la figura para comprobar que la figura se ve igual al girar 180°

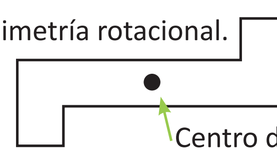
R: 180°

Comprende

- Cuando al girar una figura 180° alrededor de un punto esta se sobrepone exactamente sobre la figura original, se dice que la figura posee **simetría rotacional** o **simetría puntual**.
- El punto fijo sobre el cual se gira se llama **centro de simetría**.

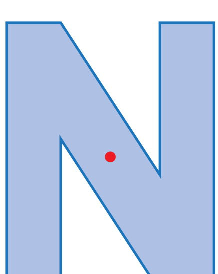
En el caso de las figuras simétricas, la figura se sobrepone al doblar por un eje.
En el caso de las figuras con simetría rotacional, la figura se sobrepone al rotar respecto a un punto.

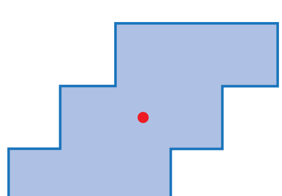
Figura con simetría rotacional.

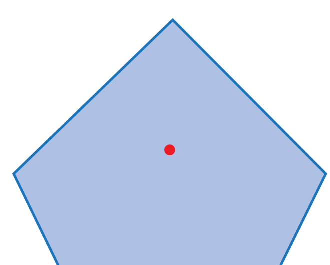


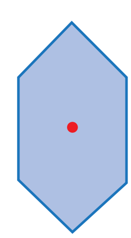
Resuelve

Determina si las siguientes figuras poseen simetría rotacional respecto al punto señalado en rojo.

a.


b.


c.


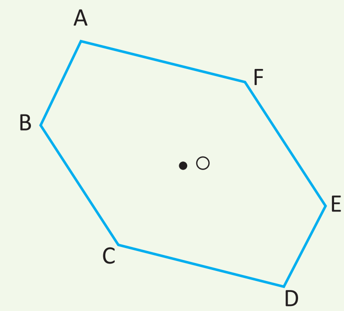
d.


Vértices, lados y ángulos correspondientes

Analiza

La figura de la derecha es una figura con simetría rotacional respecto al punto O, estudiemos los lados y vértices que se sobreponen al girar 180° respecto al punto O.

a. ¿Qué vértice se sobrepone al vértice A?
b. ¿Qué lado se sobre pone al lado AB?

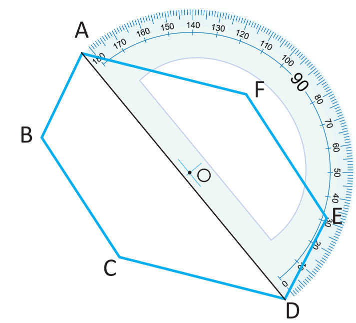


Soluciona

a. Encuentro el vértice que se sobrepone al vértice A utilizando un transportador.

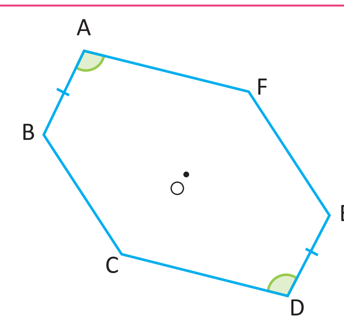
El vértice que se sobrepone al vértice A al girar 180° respecto al punto O es el vértice D.

b. El lado que se sobrepone al lado AB al girar 180° respecto a O es el lado DE.



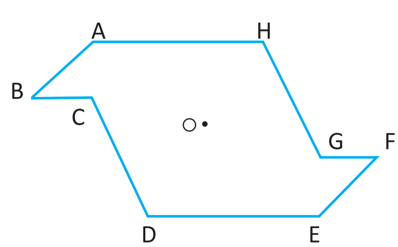
Comprende

Cuando una figura se gira 180° alrededor del eje de simetría.
- Los vértices se denominan vértices correspondientes (A y D).
- Los lados se denominan lados correspondientes (AB y DE).
- Los ángulos se denominan, ángulos correspondientes (ángulo A y ángulo D).



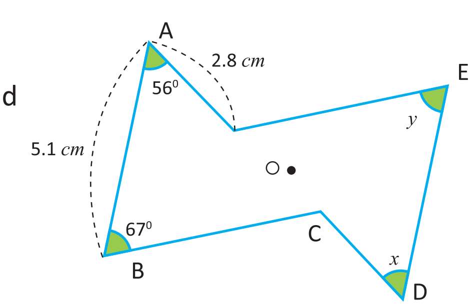
Resuelve

1. La siguiente figura posee simetría rotacional, encuentra lo que se te pide:



a. El vértice correspondiente al vértice A.
b. El vértice correspondiente al vértice D.
c. El vértice correspondiente al vértice F.

2. En la siguiente figura con simetría rotacional encuentra la longitud de los siguientes lados y ángulos.
   a. La longitud del lado ED.
   b. La longitud del lado CD.
   c. La medida del ángulo x
   d. La medida del ángulo y



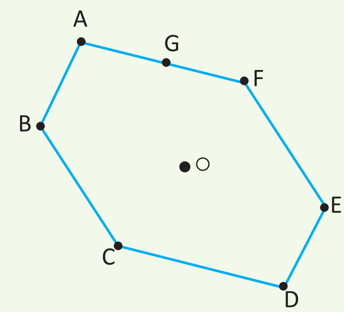
Características de figuras con simetría rotacional

Analiza

Estudiemos las características de una figura con simetría puntual.

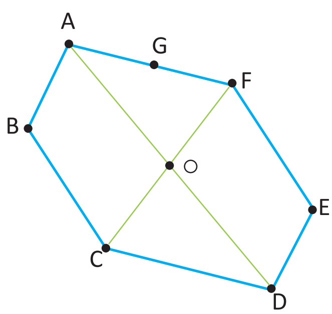
a. Traza la recta que une los puntos correspondientes A y D, y traza la recta que une los puntos correspondientes C y F. ¿Dónde se cortaron las rectas?

b. Compara la longitud de los segmentos que van desde el centro de simetría O a los vértices correspondientes C y F, ¿cómo son?



Soluciona

a. Trazo la recta que une los puntos correspondientes A y D, y la recta que une C y F.



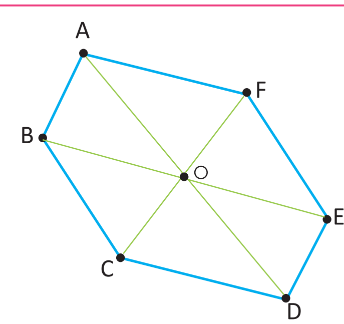
R: Las rectas se cortan en el centro de simetría O.

b. Comparo las longitudes utilizando el compás, las longitudes de los segmentos OC y OF son iguales.

Comprende

En una figura con simetría rotacional, se cumple:

- El segmento que une dos puntos correspondientes pasa por el centro de simetría.
- La longitud desde el centro de simetría hasta los dos puntos correspondientes es la misma.

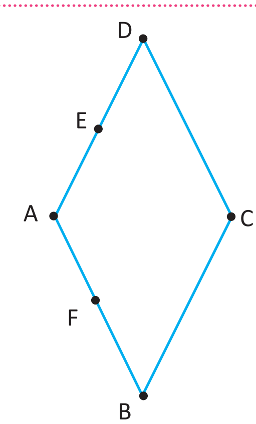


Resuelve

El rombo es una figura con simetría puntual.

a. Encuentra el centro de simetría. ¿Cómo lo encontraste?

b. Encuentra los puntos correspondientes a los puntos E y F.

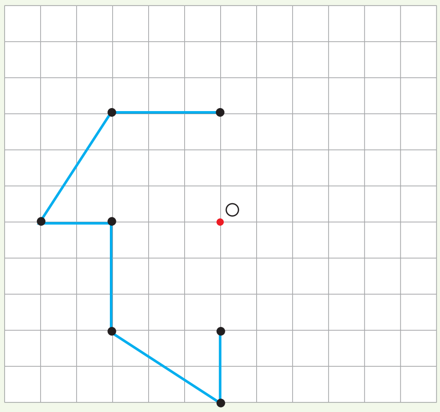


Construcción de figuras con simetría rotacional

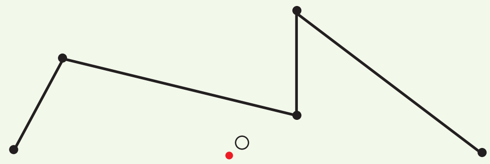
Analiza

Completa las figuras para que tengan simetría rotacional y el punto O sea el centro de simetría.

a.



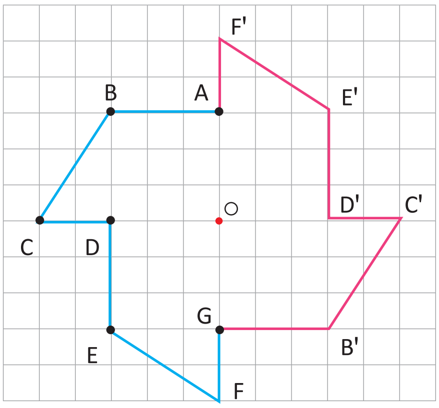
b.



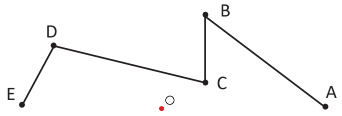
Soluciona

① Nombro los vértices y encuentro los vértices correspondientes.

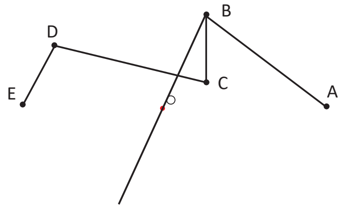
② Utilizo la cuadrícula para ubicar cada vértice correspondiente a la misma distancia del punto O, que la distancia de O al vértice.



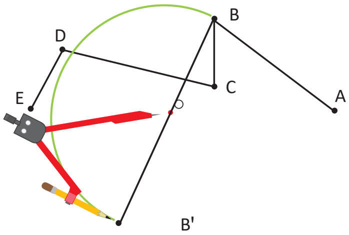
b. Sigo los siguientes pasos:



① Nombro los vértices.

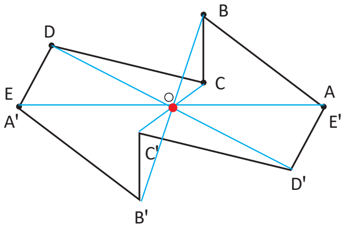


② Para cada vértice trazo una recta que parte del vértice y pasa por el centro de simetría.



③ Encuentro la distancia de O al vértice, a esta misma distancia del punto O marco el vértice correspondiente sobre la recta que tracé.

④ Trazo los lados uniendo los vértices correspondientes en el mismo orden que en la figura original.



Comprende

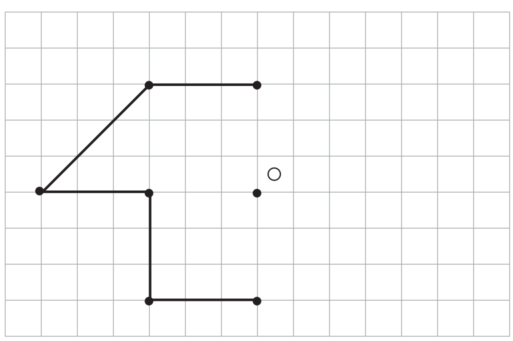
Al completar una figura que tenga simetría rotacional respecto a un centro de simetría:

1. Se nombran los vértices.
2. Para cada vértice se traza una recta que pase por el vértice y por el centro de simetría "O".
3. Se mide la distancia del punto O y al vértice, a esa misma distancia se coloca el vértice correspondiente.
4. Se trazan los lados correspondientes, uniendo los vértices en el mismo orden que la original.

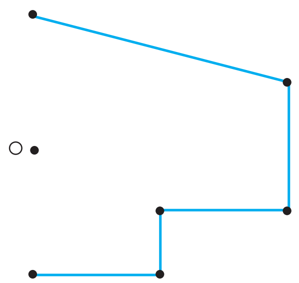
Resuelve

Completa las figuras para que tengan simetría puntual y el punto O sea el centro de simetría.

a.



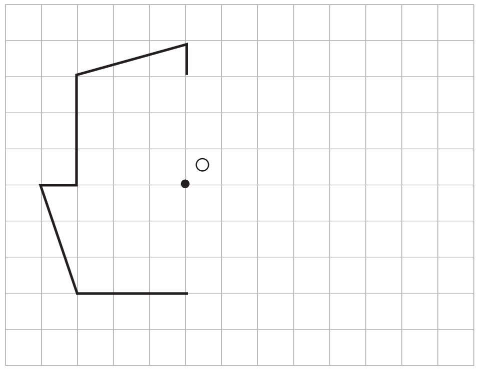
b.



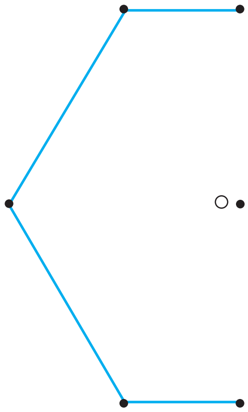
Desafíate

Completa las figuras para que tengan simetría puntual y el punto O sea el centro de simetría.

a.

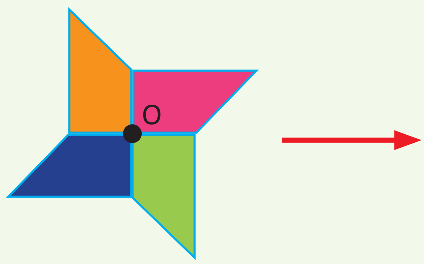


b.



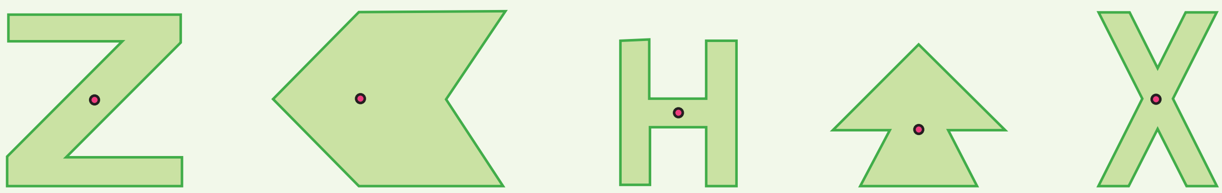
Aplica lo aprendido

1. Se gira la figura original en sentido horario respecto al punto O y se obtiene la figura de la derecha, ¿cuántos grados se ha girado?

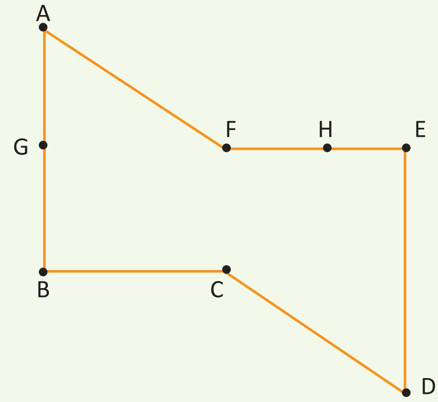


2. Determina si las siguientes figuras poseen simetría rotacional respecto al punto señalado en rojo.

a. b. c. d. e.

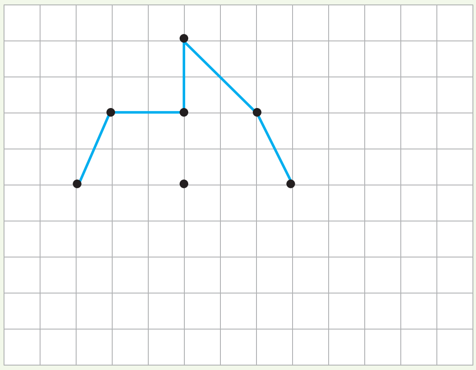


3. La siguiente figura posee simetría rotacional. Calca en tu cuaderno y luego:
   a. Dibuja el centro de simetría.
   b. Dibuja los puntos correspondientes a los puntos G y H.

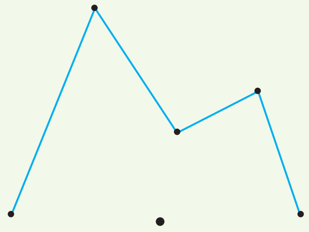


4. Calca las figuras y completa para dibujar una figura con simetría rotacional respecto al punto señalado.

a.



b.



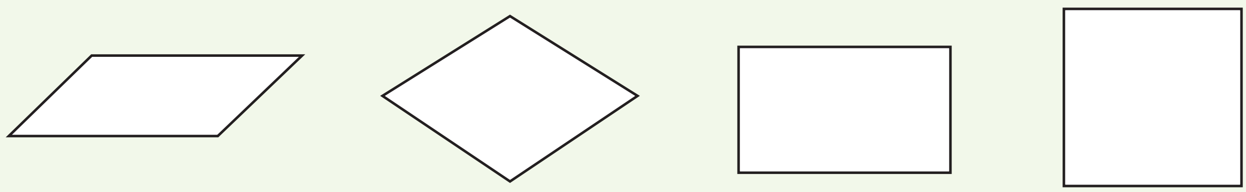
Simetría de figuras planas

Analiza

Piensa si las siguientes figuras planas tienen simetría respecto a un eje o si tienen simetría respecto a un punto.

a. ¿Cuáles de las figuras tienen simetría respecto a un eje? Dibuja los ejes de simetría.
b. ¿En cuáles de las figuras los ejes de simetría coinciden con las diagonales?
c. ¿Cuáles de las figuras tienen simetría respecto a un punto? Dibuja el centro de simetría.
d. Completa la tabla marcando con un cheque (✓) si la figura posee este tipo de simetría y con una equis si no la posee (x), además escribe el número de ejes de simetría.

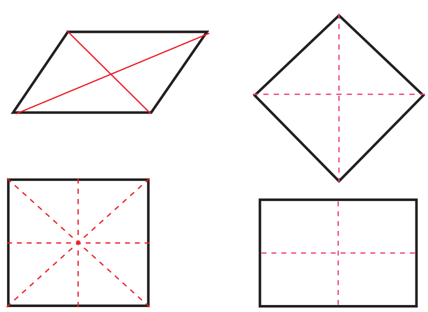
	Simetría respecto a un eje	Número de ejes simetría	Simetría rotacional
paralelogramo			
rombo			
rectángulo			
cuadrado			



Soluciona

Ana

a. El rombo, el rectángulo y el cuadrado poseen simetría respecto a un eje.
b. El rombo y el cuadrado cumplen que, los ejes de simetría coinciden con sus diagonales.
c. El paralelogramos, el rombo, el rectángulo y el cuadrado poseen simetría rotacional.
d. Encuentro los ejes de simetría y centros de simetría y completo la tabla:



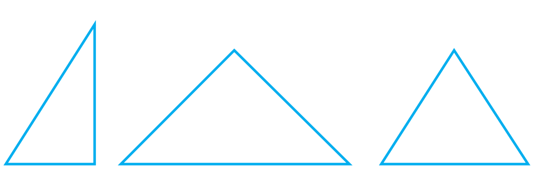
	Simetría respecto a un eje	Número de ejes simetría	Simetría rotacional
paralelogramo	✗	0	✓
rombo	✓	2	✓
rectángulo	✓	2	✓
cuadrado	✓	4	✓

Comprende

Además de las características estudiadas sobre las figuras planas en los grados anteriores, las figuras planas también se caracterizan por el tipo de simetría que poseen.
Una figura plana puede poseer simetría respecto a uno o varios ejes y a la vez poseer simetría rotacional.

Resuelve

Igual que las figuras anteriores estudia los tipos de simetría de las siguientes figuras planas y completa la tabla.



	Simetría respecto a un eje	Número de ejes simetría	Simetría rotacional
triángulo rectángulo			
triángulo isósceles			
triángulo equilátero			

Simetría de polígonos regulares

Analiza

Para los siguientes polígonos determina:

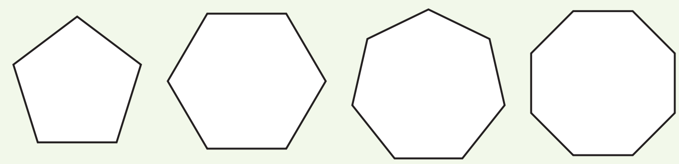
a. ¿Qué polígonos regulares tienen simetría respecto a un eje? Dibuja los ejes de simetría.

b. ¿Cuáles de los polígonos regulares tienen simetría respecto a un punto? Dibuja el centro de simetría

c. Completa la tabla marcando con un cheque (✓) si la figura posee este tipo de simetría y con una equis si no la posee(✗), además escribe el número de ejes de simetría.

d. ¿Qué relación hay entre el número de lados del polígono regular y el tipo de simetría que posee?¿Y qué relación hay entre el número de lados y el número de ejes de simetría?

	Simetría respecto a un eje	Número de ejes simetría	Simetría rotacional
cuadrado			
pentágono regular			
hexágono regular			
heptágono regular			
octágono regular			



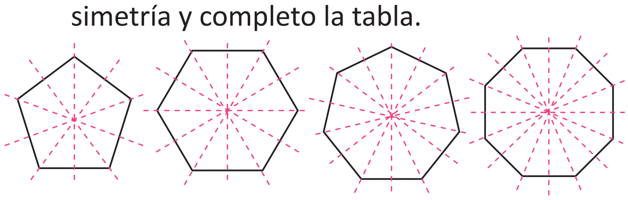
Soluciona

Antonio

a. El pentágono regular, hexágono regular, heptágono regular y el octágono regular poseen simetría respecto a un eje.

b. Los cuatro polígonos regulares tienen simetría rotacional.

c. Encuentro los ejes de simetría y los centros de simetría y completo la tabla.



	Simetría respecto a un eje	Número de ejes simetría	Simetría rotacional
cuadrado	✓	4	✓
pentágono regular	✓	5	✗
hexágono regular	✓	6	✓
heptágono regular	✓	7	✗
octágono regular	✓	8	✓

d. Observo que todos los polígonos regulares tienen simetría respecto a un eje y si el número de lados es par, el polígono tiene simetría puntual, además el número de ejes de simetría coincide con el número de lados.

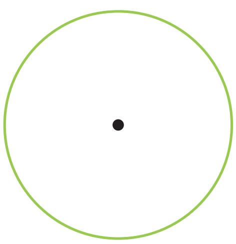
Comprende

- Todos los polígonos regulares tienen simetría respecto a un eje.
- La cantidad de ejes de simetría es igual al número de lados.
- Si el número de lados es par, el polígono regular tiene simetría puntual.

Resuelve

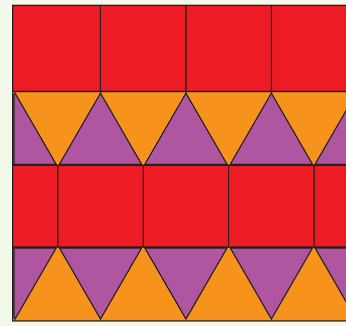
1. Responde las siguientes preguntas sobre el nonágono regular (9 lados).
   a. ¿Posee simetría respecto a un eje?
   b. ¿Cuántos ejes de simetría tiene?
   c. ¿Posee simetría rotacional?

2. Analiza el círculo y contesta:
   a. ¿Posee simetría respecto a un eje?
   b. ¿Cuántos ejes de simetría tiene un círculo?
   c. ¿Posee simetría respecto a un punto?
   d. ¿Cuál es el centro de simetría?



¿Sabías que...?

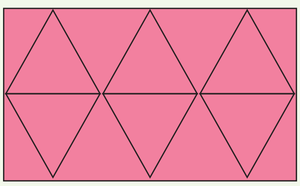
Teselaciones



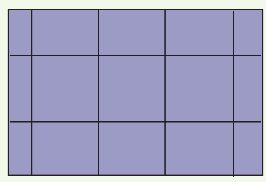
Una teselación o teselado es un recubrimiento de una región dada, usando un conjunto de figuras, sin dejar huecos ni sobreponer ninguna de ellas.

Las teselaciones se crean usando movimientos (traslaciones, simetrías, rotaciones, etc.) sobre una figura inicial, es decir, copias idénticas de una o diversas piezas con las cuales se componen figuras para recubrir completamente una superficie.

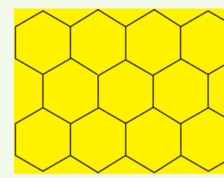
Teselados regulares: Se construyen utilizando un polígono regular.



triángulos

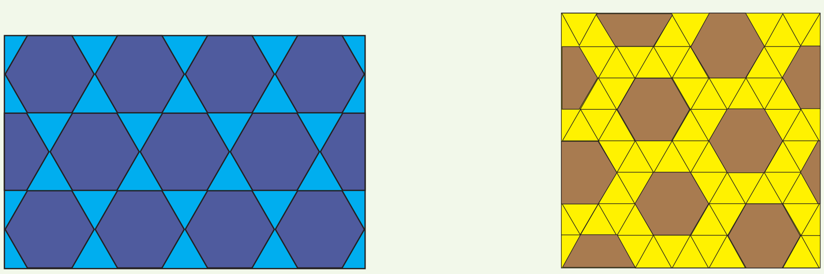


cuadrados



hexágonos

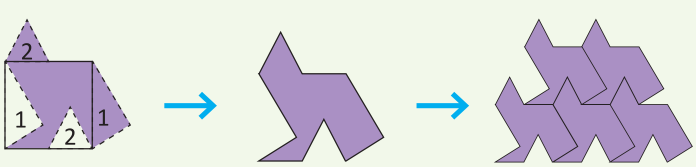
Teselados semirregulares: Se construye utilizando dos o más polígonos regulares.



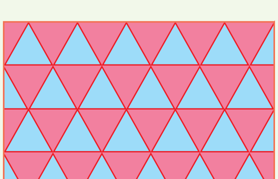
triángulos y hexágonos

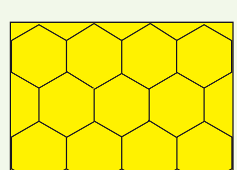
Teselados irregulares: Son aquellos formados por polígonos no regulares.

Algunas teselaciones se construyen con figuras que se desprenden de un polígono regular. Consiste en cortar en uno de los lados del polígono algún tipo de figura (como se muestra a continuación), la cual mediante traslaciones, rotaciones y simetrías se ubica en el lado opuesto al corte, dando origen a la tesela o patrón.



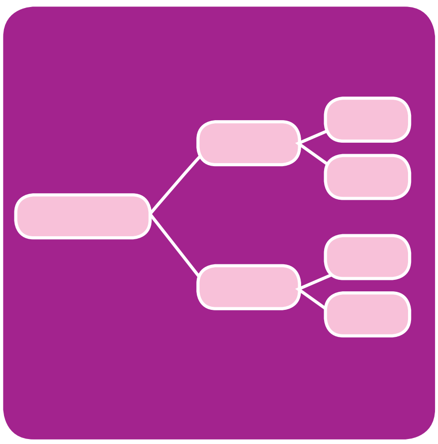
Identifica los movimientos (traslaciones, rotaciones y simetrías) aplicados para la construcción de las siguientes teselaciones.

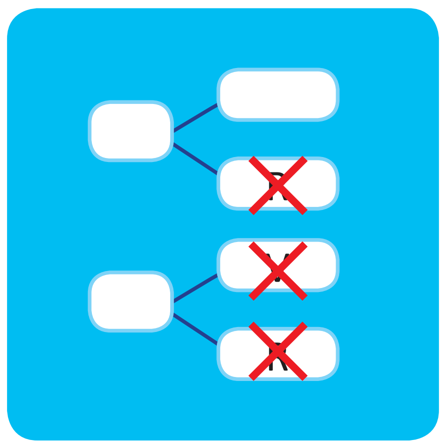


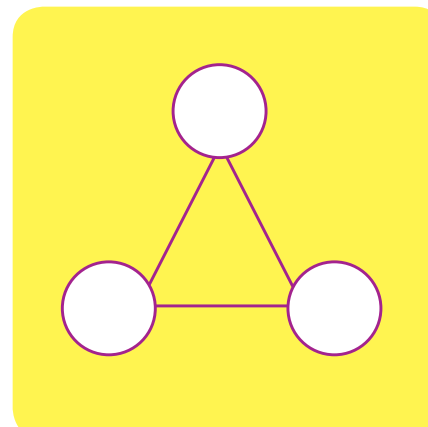


Unidad 11

Formas de contar y ordenar objetos







En esta unidad aprenderás a

- Elaborar un diagrama de árbol
- Encontrar todas las posibles maneras de ordenar un grupo de objetos
- Determinar por conteo la cantidad de formas para seleccionar objetos
- Calcular probabilidades

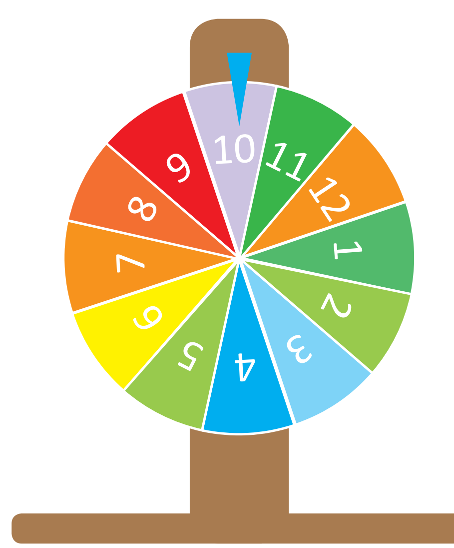


Diagrama de árbol

Analiza

En una carrera de costales participan Ana, Carlos, José y Marta. Si Ana llega en primer lugar, ¿cuales son los diferentes maneras en el orden de llegada de los demás?

Soluciona

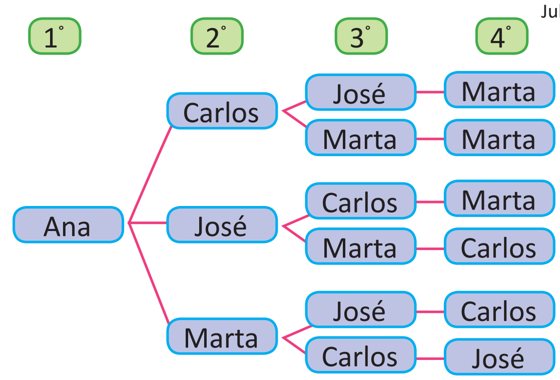
a. Elaboro una tabla y encuentro las diferentes maneras el en que pueden llegar.

1°	2°	3°	4°
Ana	Carlos	José	Marta
Ana	Carlos	Marta	José
Ana	José	Carlos	Marta
Ana	José	Marta	Carlos
Ana	Marta	José	Carlos
Ana	Marta	Carlos	José

R: 6 formas.

b. Dibujo un **Diagrama de árbol** para organizar el orden de llegada.

Julia



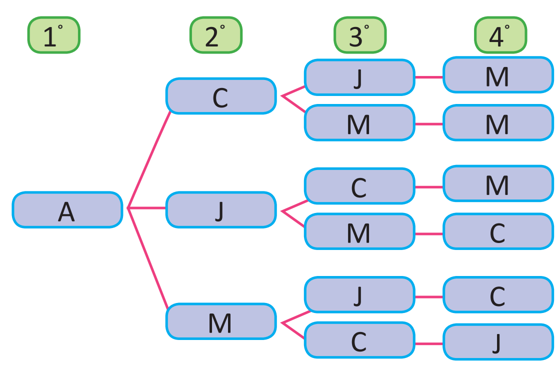
R: 6 maneras en el orden de llegada.

Compara los métodos e identifica sus diferencias.
¿Cuál procedimiento te parece mejor?, ¿en cuál solución escribes menos?

Comprende

Para ordenar elementos; realizar una tabla o dibujar el diagrama de árbol ayuda a tener menos errores y contar todas las formas.
Sin embargo, el diagrama de árbol es la forma más rápida ya que se escriben menos palabras.

Ejemplo:
También puede elaborarse el diagrama de árbol utilizando únicamente las iniciales de los nombres.



Resuelve

Para los intramuros de la escuela se necesita: un capitán y un suplente por equipo, se realizaron votaciones y los propuestos a elegir serán: Ana, Beatriz, Carlos y José. ¿De cuántas formas pueden quedar elegidos el capitán y el suplente? Si Beatriz es capitán, haz una tabla y dibuja el diagrama de árbol.

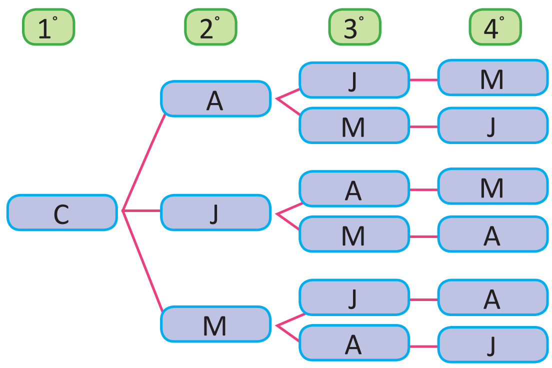
Elaboración de diagramas de árbol

Analiza

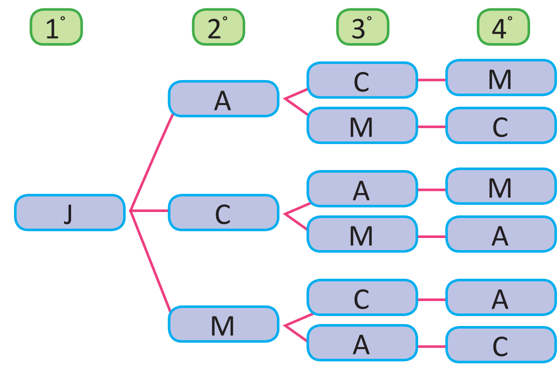
Si en la competencia de sacos, de la clase anterior, cualquiera puede ganarla; ¿cuántas son las diferentes maneras en el orden de llegada que tienen los niños?

Soluciona

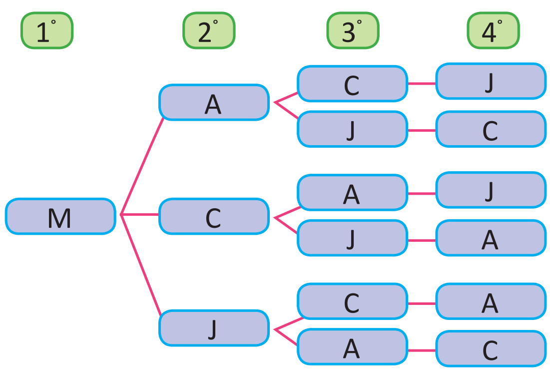
En la clase anterior trabajé cuando Ana llegó en primer lugar, ahora dibujo los diagramas de árbol de cuando los otros 3 niños pueden llegar en primer lugar.



R: 6 formas.



R: 6 formas.



R: 6 formas.

Como por cada niño resultan 6 formas y son 4 niños, en total se tienen 24 maneras.
R: 24 maneras.

Comprende

Utilizando el diagrama de árbol se puede encontrar todas las formas de ordenar. A esas formas de ordenar las llamamos **casos posibles**.

Resuelve

Para los siguientes ejercicios dibuja el diagrama de árbol y responde lo que se te pide.

1. Con las letras de la palabra SOL, ¿cuántas palabras diferentes pueden formarse? No importa si no tienen sentido.
2. En un estudio fotográfico desean retratar a tres mascotas; un perro, un gato y un conejo. Si se colocan en línea, ¿de cuántas formas se pueden ordenar las mascotas para fotografiarlas?

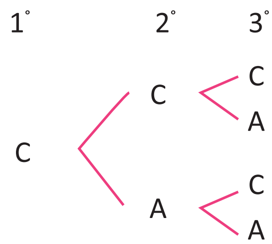
Aplicación del diagrama de árbol

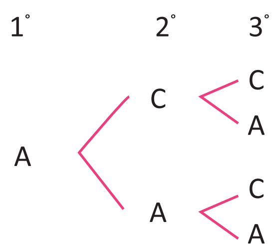
Analiza

Se tiene una moneda de $25 centavos de dólar y se lanza tres veces. ¿De cuántas formas puede caer? Es decir, ¿cuáles son los casos posibles?

Soluciona

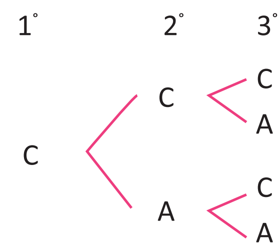
Dibujo el diagrama de árbol completo y utilizo C si cae cara y A si cae águila.





R: 8 casos posibles.

Puedo dibujar solo un diagrama de árbol, para cuando cae cara, ya que resulta la misma cantidad para cuando sea águila.



En total resultan
4 × 2 = 8
R: 8 casos posibles.

Comprende

Para conocer el total de casos posibles, no es necesario dibujar todos los diagramas de árbol, basta con multiplicar la cantidad de casos posibles que hay en un árbol por la cantidad de árboles que se forman.

cantidad de casos posibles en un árbol x cantidad de árboles= total de casos posibles

Resuelve

¿ Cuántos números de dos cifras pueden formarse?

1	2	3	4

a. ¿Dibuja el diagrama de árbol cuando el primer número es 1?
b. ¿Encuentra el total de casos posibles sin dibujar todos los diagramas de árbol?

Desafíate

Con los números de las tarjetas

0	1	2	3

¿cuántos números de dos cifras se pueden formar?

Formas de seleccionar objetos

Analiza

Mario pintará la casa de su perro, buscando en la bodega encontró tres galones de pintura rojo, azul y verde; pero no le gustan esos colores, así que decide elegir dos para mezclarlos y hacer un nuevo color. Encuentra todos los casos posibles de mezclar dos de esos colores. ¿Cuántos son?

Soluciona

Utilizo el diagrama de árbol.

R < V, A

V < A, ~~R~~

A < ~~V~~, ~~R~~

rojo → R
verde → V
azul → A

Como seleccionar rojo y verde es lo mismo que verde y rojo, elimino las opciones repetidas.

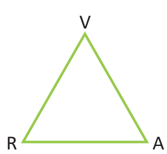
R: 3 casos posibles.

Elaboro una lista para seleccionar las pinturas y elimino las mezclas que se repiten.

R — V
R — A
V — A
V — R
A — V
A — R

R: 3 casos posibles.

Otra forma es trazando líneas que unan dos de las pinturas a combinar y luego contamos cuántas líneas se forman. A estas figuras se les llama **Grafos** y relaciona objetos dos a dos.



Elaborando una tabla de doble entrada. Las casillas centrales están vacías pues sería la mezcla del mismo color; además en la parte inferior y superior de la diagonal se repiten las combinaciones, por lo que solo se toma en cuenta la parte superior.

	R	V	A
R		✓	✓
V	x		✓
A	x	x	

Comprende

Cuando **no importa el orden**, se eliminan algunas formas, ya que se está realizando una **selección,** no una ordenación.

Aunque se eliminan algunas formas, siempre se llama a esas formas casos posibles.

Resuelve

1. Para vacaciones Mario desea visitar a sus abuelos, su tía y su hermano mayor, pero sus papás le dicen que solo puede hacer dos de las visitas. ¿Cuáles son los casos posibles que tiene para visitar?

2. En una tienda se venden bombones de fresa, uva, naranja y sandía. Si se compran solo dos bombones, ¿cuántos casos posibles tiene para elegir los dos sabores?

Probabilidad

Analiza

Si se lanza una moneda, una vez:

a. ¿Cuáles son los casos posibles?

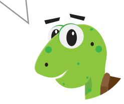
b. Si deseo que resulte águila, ¿cuántos casos posibles cumplen con esa condición?

c. Expresa con un número la posibilidad de que resulte águila.

Soluciona

a. Los casos posibles son 2; que corresponden a cara y águila.
R: 2 casos posibles.

Observa que cara y águila tienen la misma cantidad de casos posibles.



Julia

b. Como debe resultar águila, dentro de los casos posibles solo hay 1 caso.
R: 1 caso posible.

c. Como es 1 de los 2 casos posibles entonces lo expreso como $\frac{1}{2}$

R: $\frac{1}{2}$

Comprende

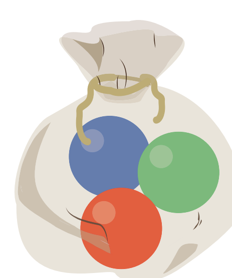
El número que expresa la posibilidad de que ocurra uno de los casos posibles se le llama **probabilidad**.
Para calcular la probabilidad:

$$\frac{\text{casos que cumplen la condición}}{\text{todos los casos posibles}} = \text{probabilidad}$$

1. Se encuentran todos los casos posibles.
2. Se cuentan los casos que cumplen con la condición.
3. Se aplica la fórmula de la probabilidad.

Resuelve

En una bolsa se tienen pelotas de tres colores: azul, verde y rojo, si se extrae una con los ojos cerrados.



- ¿Cuál es la probabilidad de extraer una pelota azul?

  a. ¿Cuántos casos posibles hay?
  b. ¿Cuántos cumplen con la condición de ser azul?
  c. Utiliza la fórmula para calcular la probabilidad.

- Si se agrega otra pelota azul, ¿cuál es la nueva probabilidad de extraer una pelota azul?

  a. ¿Cuántos casos posibles hay?
  b. ¿Cuántos cumplen con la condición de ser azul?
  c. Utiliza la fórmula para calcular la probabilidad.

Observa que si se agrega una pelota azul, la cantidad de casos posibles aumenta.

Aplica lo aprendido

1. Antonio pronto tendrá una hermanita, a sus padres les gustan cuatro nombres: Azucena, Blanca, Celina y Diana, de los cuales deben elegir dos para nombrar a la niña.

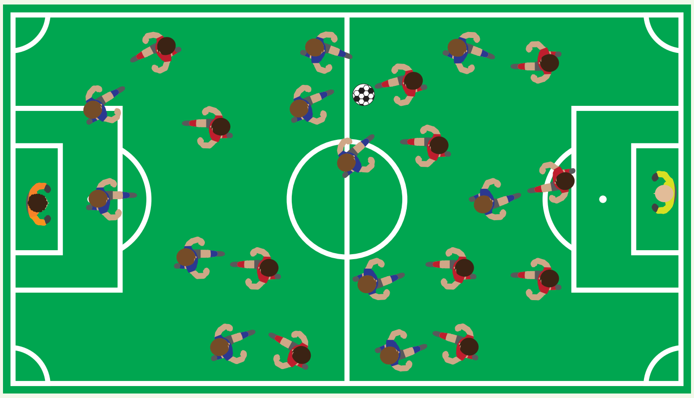
   a. Dibuja el diagrama de árbol con todas las opciones de los nombres que pueden elegir.

   b. ¿Cuántos son los casos posibles?

   c. Sin dibujar todos los árboles, ¿cómo se puede conocer la cantidad de casos posibles.

Observa que Blanca Azucena y Azucena Blanca son nombres diferentes.

2. Una escuela tiene tres equipos de fútbol: Escarlatas, Fantásticos y Guerreros. Si juegan todos contra todos, ¿cuántos partidos se jugarán en total? Utiliza cualquiera de los métodos aprendidos en clase y no olvides descartar aquellas formas que se repiten.



3. Se lanza un dado una vez:

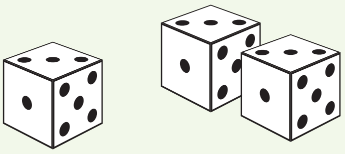
   a. ¿Cuántos casos posibles hay?

   b. ¿Cuántos casos cumplen la condición de ser 6?

   c. Utiliza la fórmula para calcular la probabilidad de obtener un 6

   d. ¿Cuántos casos cumplen la condición de ser impar?

   e. Utiliza la fórmula para calcular la probabilidad de obtener un número impar.

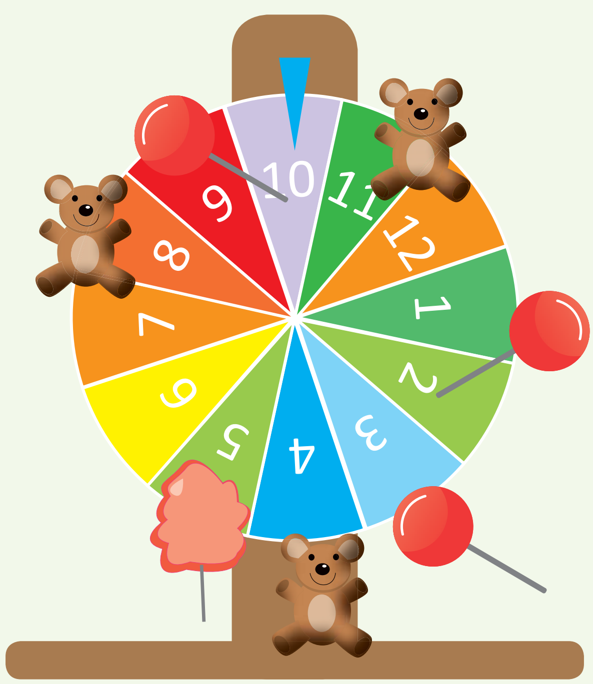


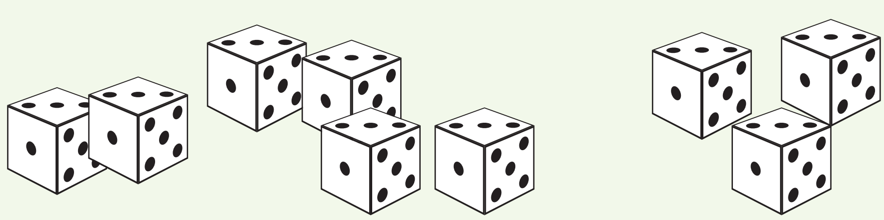
¿Sabías que...?

El mundo se rige por múltiples situaciones en las que se involucra el azar. Los eventos que incluyen al ser humano o a los fenómenos naturales que caracterizan al mundo actual y a su dinámica social, no pueden ser predeterminados; es decir, no se puede saber de antemano qué resultado dentro de los posibles va a suceder.

El cálculo de probabilidades inició lentamente en el campo de las Matemáticas.
El primer documento conocido donde se analizan los juegos de azar en forma sistemática fue escrito por Gerolamo Cardano “Liber de ludo aleae”, alrededor de 1521. Galileo Galilei, se interesó por lo juegos de azar y escribió un folleto titulado “Sopra le scopere dei dadi” publicado en 1718

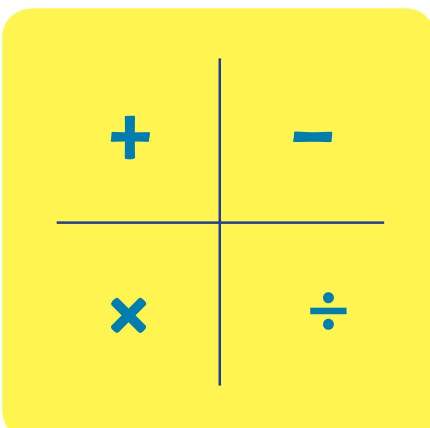
El cálculo de probabilidades surge para resolver problemas de juegos de azar, los cuáles tienen una antigüedad de más de 40,000 años.
En las pirámides de Egipto se han encontrado pinturas que muestran juegos de azar de la época de 3.500 A.C.
Una de las primeras aplicaciones de la probabilidad fue en las ciencias actuales, que comprenden el estudio de seguros de vida, fondos de pensiones y problemas relacionados.
Otro uso importante de la probabilidad está en la Estadística, como en Finanzas, Economía, Biología, Psicología y las Ciencias Sociales en general.
El cálculo de probabilidades también se emplea en el estudio de problemas de aglomeración (problemas de tráfico), en el control de calidad de productos manufacturados.

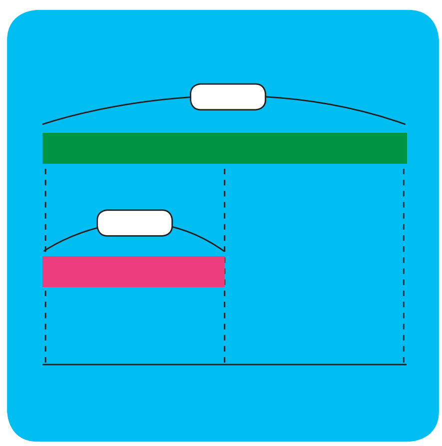
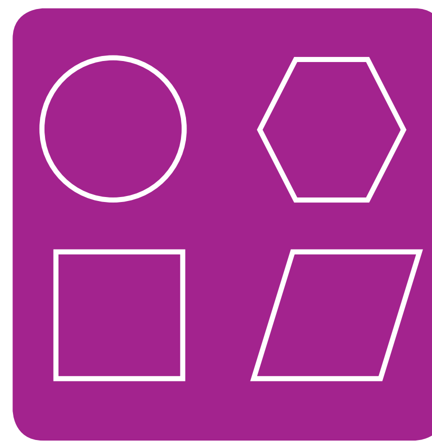




Unidad 12

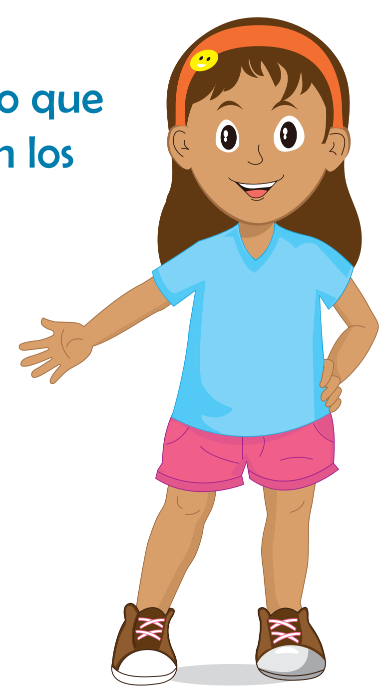
Conceptos básicos



En esta unidad:

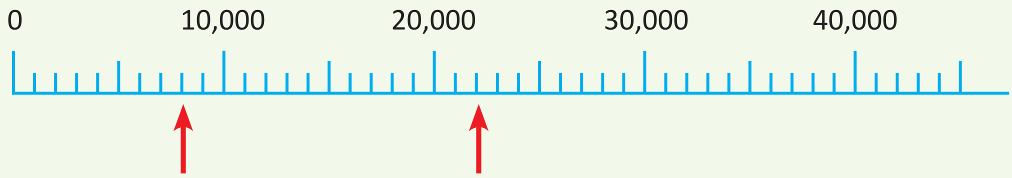
Realizarás un repaso de los contenidos básicos estudiados a lo largo de primero y segundo ciclo que te ayudarán a enfrentar con mejor preparación los nuevos retos de tercer ciclo.



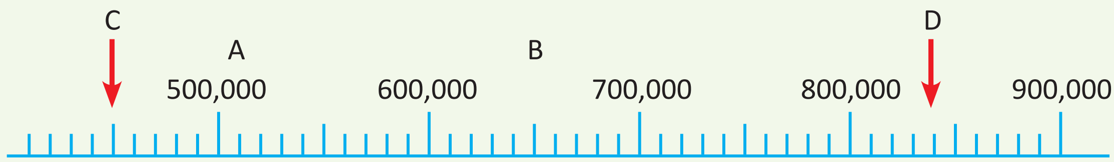
Clase de repaso

1. En las siguientes rectas numéricas, identifica los números que están señalados.

a.



b.



2. Coloca el símbolo “>”, “<” o “=” en cada casilla, según corresponda:

a. 548, 781 ☐ 547,871 b. 9,874 ☐ 87,403

3. Calcula el resultado de las siguientes operaciones:

a. 54, 024 + 125, 782 b. 100, 000 – 542

4. Calcula el resultado de las siguientes multiplicaciones:

a. 2,354 × 6 b. 321 × 10 c. 423 × 100

5. Calcula el cociente de las siguientes divisiones y el residuo si lo hay:

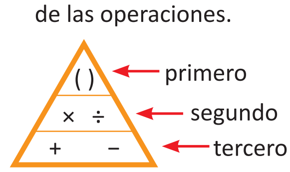
a. 79 ÷ 5 b. 80 ÷ 4 c. 53 ÷ 8 d. 353 ÷ 8 e. 96 ÷ 24

6. Resuelve las siguientes operaciones combinadas:

a. (18 − 4) ÷ 2 b. 6 × 7 − 3 × 4 c. 3 × (4 + 8) × 5

d. 42 ÷ 6 − 35 ÷ 5 e. 36 ÷ (1 + 2) × 4

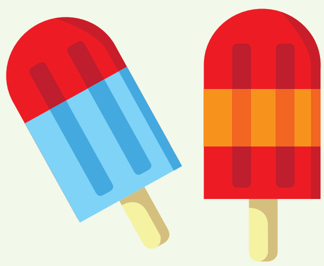
Ten en cuenta el orden de las operaciones.



7. Encuentra el mínimo común múltiplo de los siguientes números 12 y 20

8. Encuentra el máximo común divisor de los siguientes números 24 y 60

9. Marta comprará paletas y galletas. Las paletas vienen en paquetes de 6 unidades y las galletas en paquetes de 8 unidades. Ella quiere comprar la misma cantidad de paletas y galletas. ¿Cuántas galletas comprará como mínimo?



10. Escribe el número que hace falta:

a. 0.6 es ☐ veces 0.1   b. 0.28 es ☐ veces 0.01

11. Realiza las siguientes operaciones de números decimales.

a. 0.45 + 1.46   c. 6.45 + 1.2   d. 5.23 − 1.94   e. 7 − 3.52

12. Calcula:

a. 2.43 × 10   b. 4.81 × 100   c.62.3 ÷ 10   e. 42.1 ÷ 100

13. Realiza las siguientes multiplicaciones:

a. 2.7 × 3   b. 3.1 × 421   c. 1.34 × 7   d. 2.5 × 50

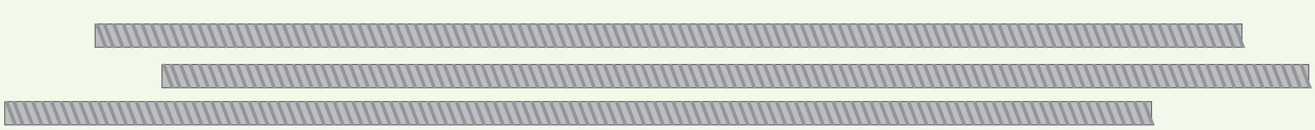
e. 4.2 × 1.3   f. 1.2 × 0.3   g. 0.3 × 0.6

14. Realiza las siguientes divisiones:

a. 9.3 ÷ 3   b. 8.24 ÷ 4   c. 10 ÷ 0.2   d. 80 ÷ 3.2

e. 7.2 ÷ 2.4   f. 7.68 ÷ 1.2   g. 3 ÷ 4

15. Una varilla de hierro mide 3 metros y pesa 2.4 libras. ¿Cuánto pesa 1 metro de esta varilla? Plantea un **PO** y resuelve:



16. Realiza las siguientes sumas, expresa el resultado como fracción propia más simple o número mixto.

a. $\frac{5}{7} + \frac{4}{7}$

b. $2\frac{1}{9} + 1\frac{4}{9}$

c. $\frac{4}{11} + 2\frac{5}{11}$

d. $4\frac{5}{7} + 2\frac{4}{7}$

e. $2\frac{3}{5} + 4\frac{2}{5}$

f. $\frac{4}{3} + \frac{5}{6}$

17. Realiza las siguientes restas, expresa el resultado como fracción propia más simple o número mixto.

a. $\frac{15}{7} - \frac{2}{7}$

b. $6\frac{5}{9} - 2\frac{1}{9}$

c. $4\frac{3}{5} - 3$

d. $\frac{1}{4} - \frac{1}{6}$

e. $\frac{7}{6} - \frac{3}{10}$

f. $2\frac{3}{4} - 1\frac{1}{2}$

g. $3\frac{3}{5} - 1\frac{2}{3}$

18. Efectúa, expresa el resultado como fracción propia más simple o número mixto:

a. $\frac{3}{5} \times 4$

b. $1\frac{1}{4} \times 3$

c. $\frac{10}{3} \times \frac{3}{5}$

d. $\frac{6}{7} \div 2$

e. $1 \div \frac{1}{4}$

f. $\frac{3}{7} \div \frac{1}{3}$

19. Completa los espacios en blanco aplicando las propiedades de los números:

a. $0.8 + 0.4 = \square + 0.8$

b. $\frac{1}{2} \times \frac{3}{5} = \frac{3}{5} \times \square$

c. $(198 + 82) + 16 = 198 + (\square + 16)$

d. $(1.3 \times 2.5) \times 4 = 1.3 \times (\square \times 4)$

e. $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right) \times 6 = \frac{1}{2} \times \square + \frac{1}{4} \times \square$

f. $(12 - 6) \div 3 = 12 \div \square - 6 \div \square$

Clase de repaso

1. Para cada uno de los siguientes problemas escribe el **PO** y resuelve identificando la cantidad a comparar, la cantidad base y la cantidad de veces.
   a. Antonio ahorró $36 dólares y esto es 4 veces comparado con la cantidad que ahorró María. ¿Cuántos ahorró María?

   b. Juan compró 3 plantas y su mamá compró 5 veces esta cantidad de plantas. ¿Cuántas plantas compró la mamá de Juan?

   c. María corrió 200 m y Marta corrió 800 m ¿cuántas veces es la distancia recorrida por Marta comparada con la distancia recorrida por María?

   d. Mario tiene una cinta de 6 m y su amiga María una cinta de 8 m; ¿cuántas veces es la longitud de la cinta de Mario comparado con la longitud de la cinta de María?

   e. Un rectángulo mide 10 cm de largo, esto es 2.5 veces comparado con la longitud del ancho. ¿Cuántos centímetros mide el ancho?

   f. Juan lee 10 páginas por día, mientras que su amiga Beatriz lee 1.5 veces con respecto a la cantidad de páginas que lee Juan. ¿Cuántas páginas lee Beatriz?

2. Compara los salones de 5º y 6º grado. ¿Cuál está más lleno?

	5^0	6^0
número de alumnos	10	16
área (m^2)	32	48

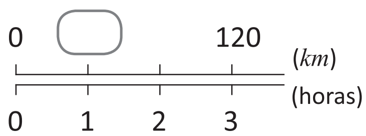
Puedes comparar el número de metros cuadrados por alumno.

3. Don Carlos sembró maíz en dos parcelas diferentes y obtuvo los siguientes datos. ¿Cuál parcela fue más productiva?

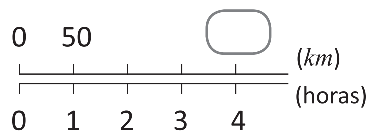
	parcela A	parcela B
número de matas	2,000	2,400
área (m^2)	500	800

4. Determina la rapidez, distancia o tiempo según sea el caso.

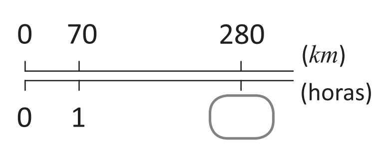
auto A
¿Cuál es la rapidez de un auto que recorre 120 *km* en 3 horas?



auto B
¿Cuál es la distancia de un auto que viaja con una rapidez de 50 *km/h* durante 4 horas?



auto C
¿Cuánto tiempo tarda un auto en recorrer 280 *km* con una rapidez de 70 *m/h*?



5. Identifica el tipo de proporcionalidad (directa, inversa o ninguna).

a. El número de tickets que se compran para una rifa y su costo:

números de tickets	1	2	3	4	...
costo ($)	2	4	6	8	...

b. El número de trabajadores y el tiempo que tardan en pintar una casa.

números de trabajadores	1	3	6	12	...
número de días	12	6	4	1	...

c. El número de mangos de Julia y Marta al repartirse 10 mangos:

mangos de julia	1	2	3	4	...
mangos de marta	9	8	7	6	...

d. El número de niños y la cantidad de jugo que les corresponde a cada uno al repartir 800 *ml*

números de niños	1	2	4	8	...
cantidad de jugo (*ml*)	800	400	200	100	...

6. Al pesar 20 tornillos del mismo tipo pesan 60 *g*, ¿cuánto pesarán 40 tornillos?

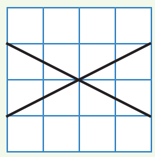
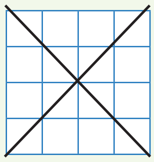
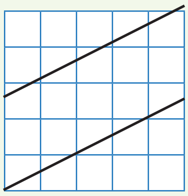
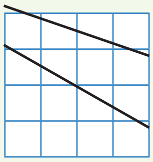
números de tornillos	20	40
peso (*g*)	60	☐

7. Hay vino en 4 toneles de 200 litros cada uno. Se quiere envasar esta cantidad de vino usando 16 toneles iguales y llenos completamente. ¿Cuál debe ser la capacidad de esos nuevos toneles?

números de toneles	4	16
capacidad (*l*)	200	☐

Clase de repaso

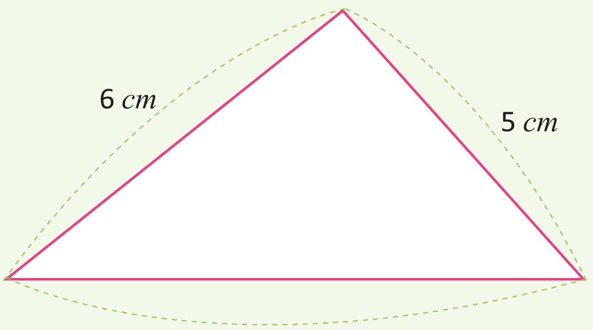
1. Identifica en cuáles de los literales se observan rectas paralelas y en cuáles perpendiculares.

a.  b.  c.  d. 

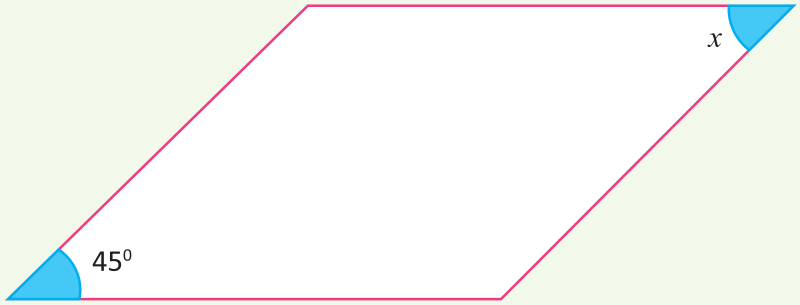
2. Identifica las figuras geométricas que cumplen con las características dadas.

características \ figura	trapecio	paralelogramo	rombo	rectángulo	cuadrado
2 pares de lados opuestos paralelos.					
4 lados de igual longitud.					
4 ángulos rectos.					
La longitud de 2 diagonales es la misma.					
Las diagonales se cortan perpendicularmente.					

3. Calcula el perímetro de la siguiente figura.

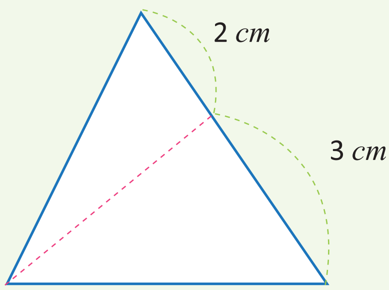


4. Encuentra el valor del ángulo x en el paralelogramo. Justifica tu respuesta.

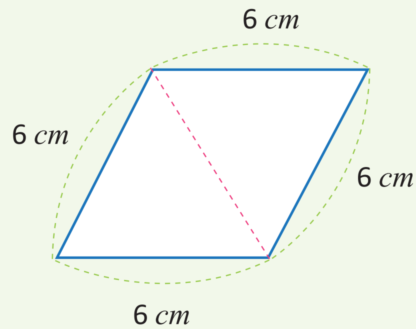


5. Identifica cuál de las siguientes figuras es simétrica con respecto al eje indicado.

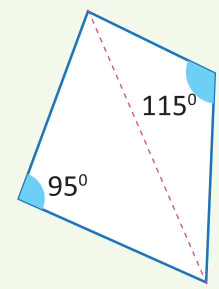
a.



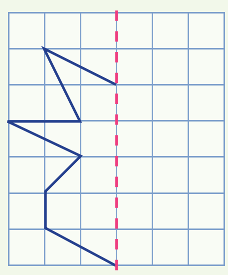
b.



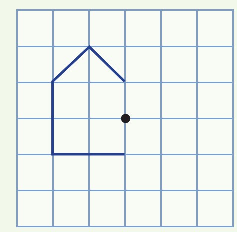
c.



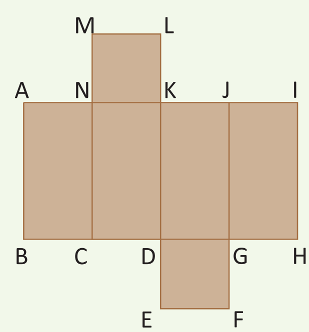
6. Completa la figura para que sea simétrica, respecto al eje indicado.



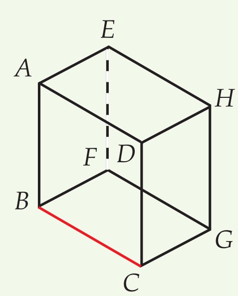
7. Completa la figuras para que tengan simetría puntual y el punto O sea el centro de simetría.



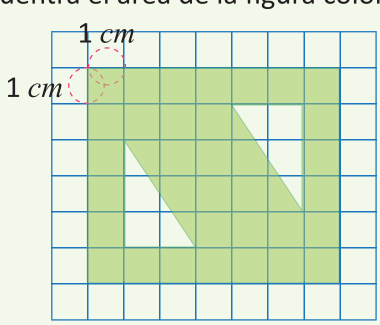
8. Al armar el patrón que se muestra, responde:
   a. ¿Con cuál lado quedará unido el lado IJ?
   b. ¿Con cuál lado quedará unido el lado EF?
   c. ¿Con cuál lado quedará unido el lado CD?



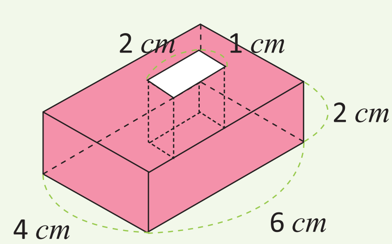
9. Observa las figuras y responde:
   a. ¿Con qué caras es perpendicular la arista AB?
   b. ¿Con qué aristas es perpendicular la arista BC?



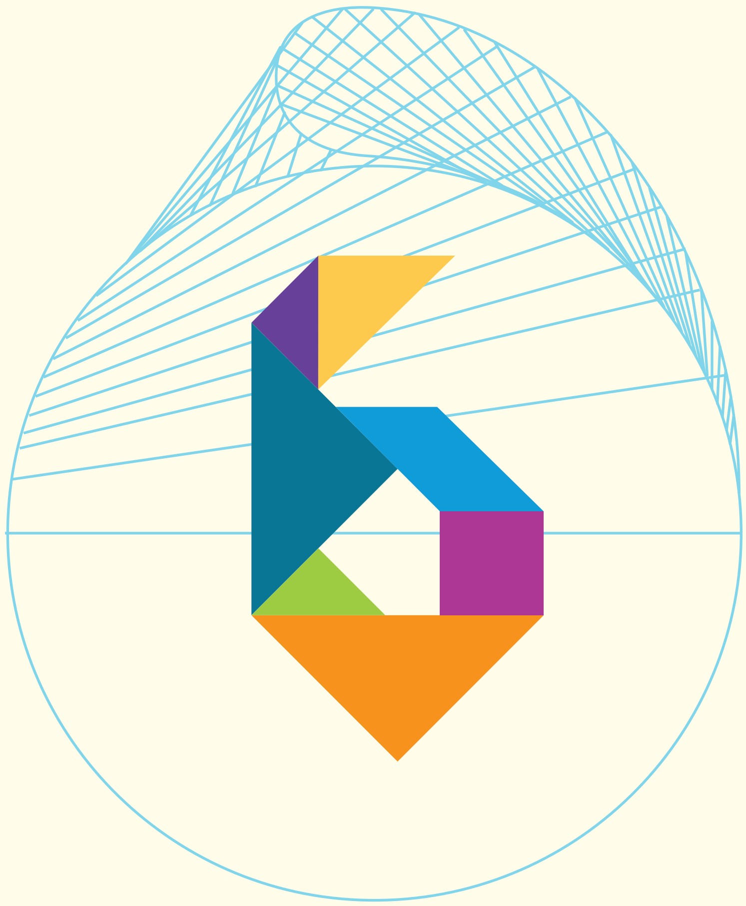
10. Encuentra el área de la figura coloreada.



11. Calcula el volumen del cuerpo geométrico compuesto.



MINISTERIO DE EDUCACIÓN
GOBIERNO DE EL SALVADOR



EL SALVADOR
Grande como su gente

JICA

Matemática 6