Unidad 2

Ángulos y polígonos

1 Competencias de la unidad

- Identificar y aplicar las características de polígonos para el trazo de los mismos utilizando instrumentos geométricos.
- Aplicar las propiedades relacionadas al perímetro, a la suma de ángulos internos de polígonos y a los ángulos suplementarios y opuestos por el vértice, al resolver situaciones problemáticas.

2 Secuencia y alcance

4.°	5.°	6.°
Unidad 2: Figuras y cuerpos geométricos	**Unidad 2: Ángulos y polígonos**	**Unidad 10: Traslaciones, simetrías y rotaciones**
• Ángulos • Triángulos • Cuadriláteros • Elementos de los cuerpos geométricos	• Polígonos regulares • Suma de ángulos internos de un polígono • Ángulos	• Traslación y simetría • Rotación y simetría puntual • Simetría respecto a un eje o a un punto

3 Plan de la unidad

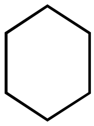
Lección	Clase	Título
1 Polígonos regulares	1	Polígonos
	2	Polígonos regulares e irregulares
	3	Centro de un polígono regular
	4	Construcción de pentágonos y hexágonos regulares
	5	Perímetro de polígonos
2 Suma de ángulos internos de un polígono	1	Suma de ángulos internos de un triángulo
	2	Suma de ángulos internos de un cuadrilátero
	3	Suma de ángulos internos de un polígono
3 Ángulos	1	Ángulos suplementarios
	2	Ángulos opuestos por el vértice
	3	Practica lo aprendido
	1	Prueba de la unidad

Total de clases **11**
+ prueba de la unidad

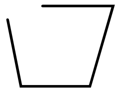
Lección 1

Polígonos regulares (5 clases)

En esta lección se busca que el estudiante en un primer momento conozca el concepto general de un polígono como la figura formada por 3 o más segmentos de líneas unidas entre sí.



polígono



no es polígono

También se presenta el nombre de los polígonos basándose en el número de lados. Aunque para nombrar polígonos se observa la cantidad de lados, el nombre de cada tipo de polígono proviene del griego que se basa en el número de ángulos, pero que en la actualidad por practicidad se refiere al número de lados.

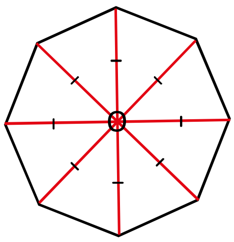
Posteriormente se clasifican los polígonos en regulares e irregulares. Un polígono es regular si cumple que:

- Todos sus lados son iguales.
- Todos sus ángulos son iguales.

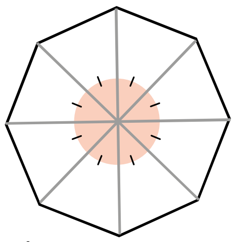
Los polígonos que solo cumplan uno de los criterios, es decir, que sus lados son iguales o que sus ángulos son iguales, no son regulares. Para verificar si un polígono es regular, los estudiantes deberán hacer uso de los instrumentos de geometría. Para los lados tienen dos alternativas, la primera de ellas es medirlos utilizando la regla y la segunda es usar el compás para compararlos. Para los ángulos los estudiantes deberán utilizar el transportador verificando si son iguales o no.

Luego se trabaja la construcción de un polígono regular a partir de un círculo, del cual se determina que:

- El centro del círculo también es el centro del polígono.
- Los segmentos que se trazan del centro a los vértices tienen la misma longitud.
- Los ángulos que se forman con dos segmentos que van del centro a los vértices y son consecutivos son iguales entre sí.



Segmentos con igual longitud.



Ángulos iguales.

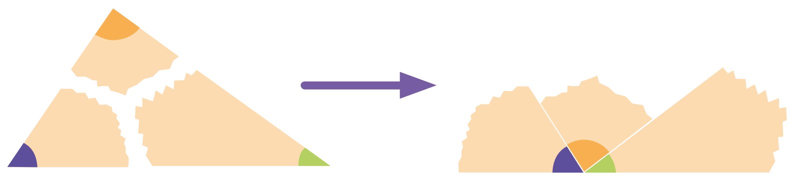
Aprovechando las características del centro de un polígono y su relación con el centro de un círculo, se trabaja la construcción de un polígono regular utilizando regla, compás y transportador.

Finalmente se presenta el cálculo del perímetro de un polígono generalizando la noción, pues la operación tiene tantos sumandos como los lados del polígono. Además, se presentan estrategias para el cálculo del perímetro de un polígono utilizando la multiplicación para abreviar los cálculos cuando el polígono posee algunos o todos sus lados iguales (polígonos regulares).

Suma de ángulos internos de un polígono (3 clases)

Esta lección busca que los estudiantes deduzcan la suma de los ángulos internos de determinadas figuras geométricas. En la primera clase, la figura que se presenta a los estudiantes es el triángulo, se recomienda que previo a esta clase se les solicite que lleven un triángulo de papel.

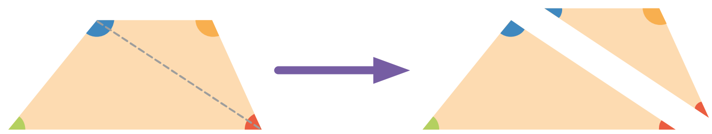
La actividad consiste en marcar los ángulos del triángulo y recortarlo para separar los tres ángulos. La idea de recortar el triángulo sacando sus ángulos es colocarlos de forma consecutiva e identificar el ángulo que forman los tres ángulos juntos.



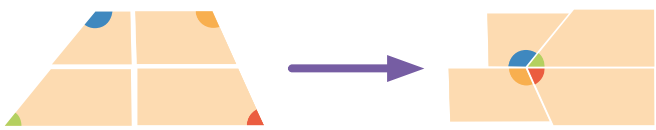
Sin importar la forma que tenga el triángulo de cada estudiante, el resultado siempre será el mismo, los ángulos internos de un triángulo suman 180°. Es importante evidenciar que a pesar de que los triángulos son distintos el resultado es el mismo. Con este resultado los estudiantes pueden determinar la medida de un ángulo que falte en un triángulo.

En la siguiente clase se presenta a los estudiantes la interrogante: ¿Cuánto suman los ángulos internos de un cuadrilátero? Para responder hay dos posibles caminos que los estudiantes pueden seguir:

1. A partir del resultado de la clase anterior, descomponiendo el cuadrilátero en dos triángulos, es decir, descomponiendo el cuadrilátero en figuras de las que conoce el resultado. Dado que el cuadrilátero se forma con dos triángulos los estudiantes pueden plantear 180° + 180° o 180° × 2, ambas son correctas.



2. Siguiendo la misma estrategia de la clase anterior, es decir, en el cuadrilátero de papel marcan los ángulos y lo recortan para separar los cuatro ángulos de la figura. Finalmente, se colocan de forma consecutiva y se obtiene que estos suman 360°.



De las dos formas que se presentan se prefiere la primera, pues se busca inducir en los estudiantes la idea de descomponer polígonos en figuras más simples como triángulos o cuadriláteros, es decir, a partir de aquellas figuras de las que se conozca la suma de los ángulos internos de sus ángulos. Esta forma de pensamiento se trabaja en la última clase de la lección en la que se pide la suma de los ángulos internos de polígonos cuando estos tienen 5 o más lados.

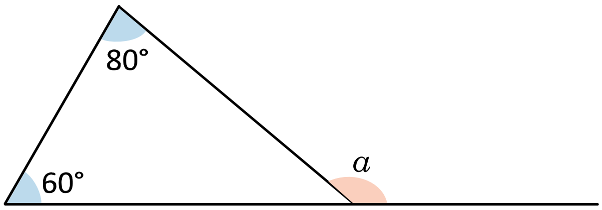
Lección 3

Ángulos (3 clases)

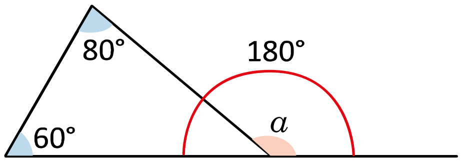
En esta lección se introducen los conceptos de ángulos suplementarios y ángulos opuestos por el vértice. Se espera que los estudiantes a partir de las clases de esta lección:

1. Calculen la medida del ángulo suplementario a uno dado.
2. Identifiquen y escriban la medida que corresponde al ángulo opuesto por el vértice.

Adicional a dichos conceptos aparece en una de las clases la siguiente propiedad:
La medida de un ángulo externo al triángulo que se forma al prolongar uno de los lados es igual a la suma de los otros dos.



Es decir, el ángulo a = 60° + 80°, para este caso.
Obteniendo dicho resultado a partir del siguiente razonamiento:



- El ángulo del triángulo del que no se conoce su medida y el ángulo a forman un ángulo de 180°.
- El ángulo del triángulo del que no se conoce su medida y los otros dos también forman un ángulo de 180°.
- Así que la medida del ángulo a coincide con la medida de los otros dos ángulos del triángulo.

Este resultado proporciona otro tipo de proceso que se puede realizar para calcular el ángulo suplementario al ángulo del triángulo, pues no se realiza la habitual resta, sino que se aprovecha la propiedad antes descrita para obtener el resultado en un solo proceso, sumando.

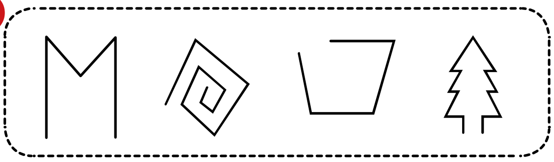
Lección 1 Polígonos regulares

1.1 Polígonos

Analiza

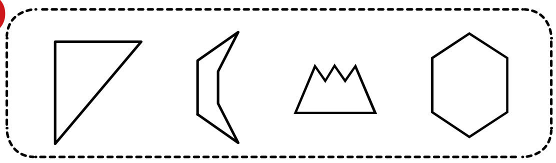
grupo A

1



grupo B

2



a. ¿Qué características tiene el grupo A?
b. ¿Qué características tiene el grupo B?

Soluciona

a. En el grupo A, el extremo de algunos segmentos de recta, no están unidos con otros.

b. En el grupo B todos los segmentos de recta están unidos entre sí.

Carmen

Comprende

Una figura formada por 3 o más segmentos de recta unidos entre sí, se llama **polígono**.

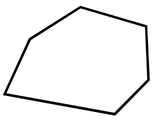
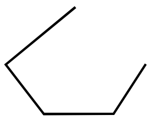
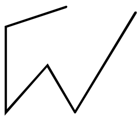
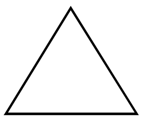
Los polígonos reciben su nombre con base al número de lados que poseen.

3

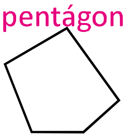
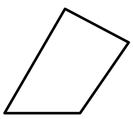
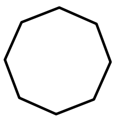
n.° de lados	Nombre
3	triángulo
4	cuadrilátero
5	pentágono
6	hexágono
7	heptágono
8	octágono

Resuelve

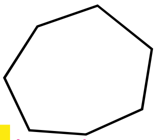
1. ¿Cuáles de las siguientes figuras son polígonos? a y d

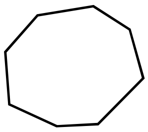
a.

b.

c.

d.


2. ¿Cuáles de los siguientes polígonos son pentágonos y cuáles son hexágonos?

a. pentágono

b.

c.

d. hexágono


3. Escribe el nombre de cada polígono.

a.

heptágono

b.

octágono

Indicador de logro:

1.1 Identifica y nombra polígonos de acuerdo al número de lados.

Propósito: En esta clase se trabajan dos aspectos:

- Identificar los trazos que forman un polígono.
- Identificar el nombre que corresponde a cada polígono en función del número de lados que lo componen.

Puntos importantes:

Para el desarrollo y aprendizaje de los dos aspectos anteriores se parte de la presentación de dos grupos y el análisis de los mismos. El análisis se basa en identificar los trazos que forman figuras cerradas, es decir, que todos los segmentos de recta están unidos entre sí.

1 contiene trazos que están formados con segmentos que no están unidos entre sí y 2 contiene los trazos que sí están unidos entre sí formando una figura cerrada; a partir de esta separación en las características de los grupos se introduce el término polígono, es decir, los trazos que están en 2 son polígonos.

En 3 además del término polígono, se presenta la forma de llamarlos de acuerdo a la cantidad de lados que los forman. Al identificar el número de lados del polígono puede orientar a los estudiantes a marcar o señalar el lado en que inician a contar, para evitar errores como contar más de una vez alguno de los lados o no contar algunos de ellos.

Sugerencia metodológica: En caso de tener tiempo al terminar la clase puede realizar alguna actividad práctica sobre el nombre de los polígonos a partir del número de lados que los forman. Por ejemplo, llevar palos de paletas y solicitar que formen un hexágono o heptágono, por lo que deberán considerar cuántos palitos deberán utilizar. También podría trabajar en grupos y proporcionar tarjetas con polígonos y que los estudiantes se pregunten entre sí el nombre de los polígonos.

Solución de problemas:

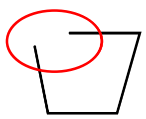
2. Para cada caso se cuentan los lados: a. tiene 5 lados, b. tiene 4 lados, c. tiene 8 lados y d. tiene 6 lados. Por lo que a. es pentágono y d. es un hexágono.

Fecha: **Clase:** 1.1

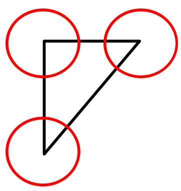
A a. Características del grupo A:

b. Características del grupo B:

S El extremo de algunos segmentos no están unidos.



Todos los segmentos están unidos.



R 1. ¿Cuáles son polígonos?
a y d

2. Escribe la letra que corresponde:
pentágono: a
hexágono: d

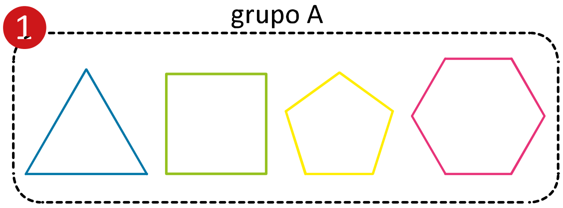
3. Escribe el nombre:
a. heptágono
b. octágono

Tarea: Página 26

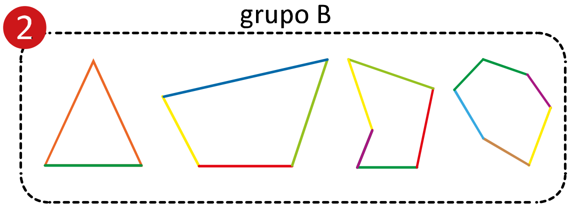
1.2 Polígonos regulares e irregulares

Analiza

1 grupo A



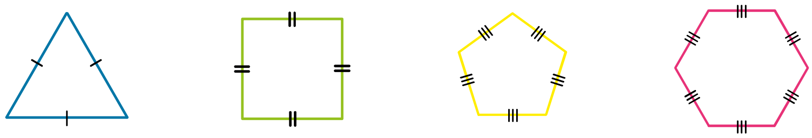
2 grupo B



a. ¿Qué características tienen los polígonos del grupo A?
b. ¿Qué características tienen los polígonos del grupo B?

Soluciona

a. Observo que cada polígono tiene todos sus lados iguales.



José

También en cada polígono mido los ángulos y obtengo que todos son iguales.

b. Los polígonos del grupo B tienen lados y ángulos diferentes.

Comprende

Se llama **polígono regular** cuando cumple que

3
- Todos sus lados son iguales.
- Todos sus ángulos son iguales.

Para nombrar polígonos regulares se escribe el nombre de acuerdo al número de lados y se agrega la palabra regular.

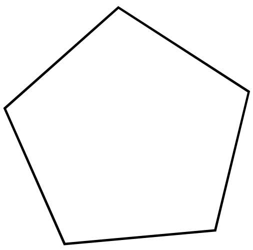
Ejemplo: Pentágono regular.

El triángulo equilátero es un polígono regular, ya que tiene sus tres lados y ángulos iguales.
También el cuadrado es un polígono regular, pues tiene sus cuatro lados y ángulos iguales.

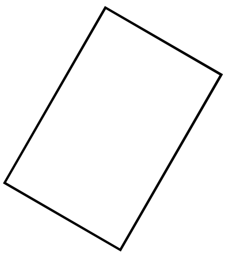
Resuelve

¿Cuáles de los siguientes polígonos son regulares? Puedes utilizar compás para medir los lados y transportador para medir los ángulos. a y c

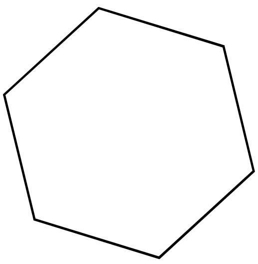
a.



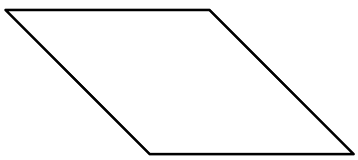
b.



c.



d.



Unidad 2

Indicador de logro:

1.2 Identifica polígonos regulares.

Propósito: En esta clase los estudiantes aprenderán sobre polígonos regulares, específicamente las condiciones que debe satisfacer un polígono para ser regular, las cuales son dos:

- Tener todos los lados iguales.
- Tener todos los ángulos iguales.

Puntos importantes:

Note que las figuras que se presentan, tanto en 1 como en 2, tienen la particularidad de que los lados que tienen la misma longitud son de un mismo color. Dicha característica se puede mencionar a los estudiantes a fin de optimizar el tiempo de la clase, evitando realizar algunas mediciones.

Dicha la condición de los colores de los lados de los polígonos, los estudiantes pueden observar que cada figura en 1 tiene la característica de que todos sus lados son iguales y que los polígonos en 2 no.

Para evidenciar la segunda característica que deben cumplir los polígonos regulares, puede preguntar cómo son los ángulos en cada grupo, sugiriendo que realicen las mediciones en al menos un polígono de cada grupo en 1 y 2.

A partir de lo anterior se introduce en 3 el concepto de polígono regular y las dos condiciones que debe cumplir un polígono para serlo. Ambas deben cumplirse, es decir, si cumple solo una de ellas, el polígono no es regular.

Solución de problemas:

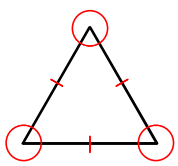
Para cada caso se deben medir que los lados con regla o compás y los ángulos con transportador, si uno de los dos aspectos no se cumple ya no es polígono regular.

a. Los lados y ángulos tienen la misma medida, sí es polígono regular.
b. Los lados no tienen la misma medida, no es polígono regular.
c. Los lados y ángulos tienen la misma medida, sí es polígono regular.
d. Los lados tienen la misma medida, pero no los ángulos, así que no es un polígono regular.

Fecha: **Clase:** 1.2

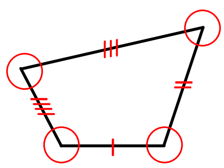
(A) a. Características del grupo A:

(S)
- Lados iguales.
- Ángulos iguales.



b. Características del grupo B:

- Lados diferentes.
- Ángulos diferentes



(R) ¿Cuáles son polígonos regulares?
a y c

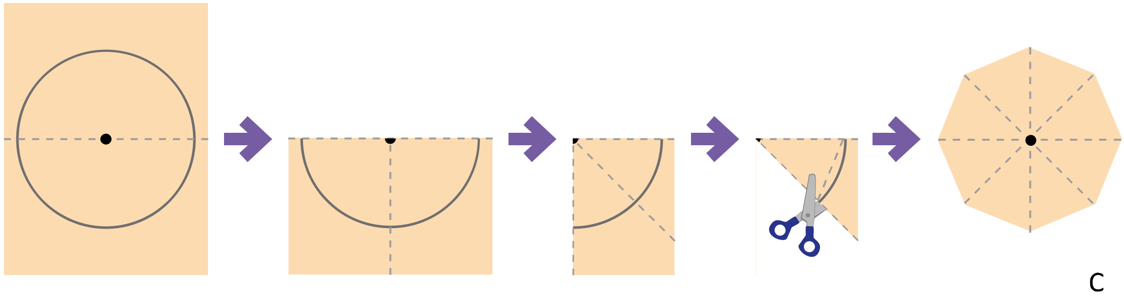
Tarea: Página 27

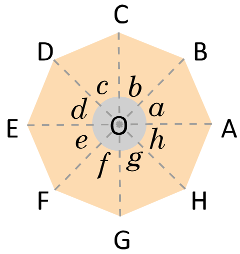
Unidad 2

1.3 Centro de un polígono regular

Analiza

Marta hizo octágonos regulares como adornos para decorar.
Para ello dibujó un círculo, luego dobló y recortó como se muestra:

1 



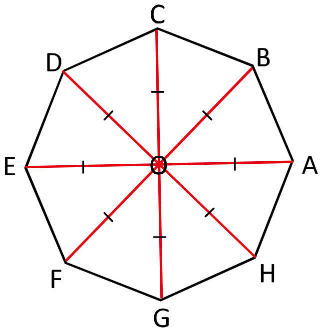
2
a. En el octágono, ¿qué representa el punto O?
b. ¿Qué característica tienen los segmentos OA, OB, OC, OD, OE, OF, OG y OH?
c. ¿Qué característica tienen los ángulos a, b, c, d, e, f, g y h?

Soluciona

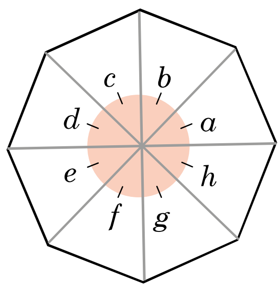
a. El punto O es el centro del círculo y del octágono regular.

b. Mido todos los segmentos del centro a los vértices y obtengo que son iguales.


Ana



c. Mido todos los ángulos y obtengo que son iguales.



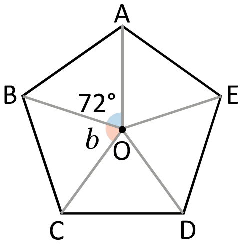
Comprende

3
En un polígono regular se cumple lo siguiente:
- Los segmentos entre el centro del polígono y cada uno de los vértices tienen igual longitud.
- Los ángulos con vértice en el centro del polígono regular tienen igual medida.

Resuelve

Observa el siguiente pentágono y hexágono regular. Completa lo que se te solicita:

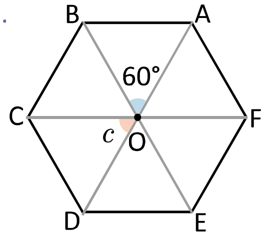
a.



Si el segmento OA = 4 cm, entonces el segmento OB = <u>4 cm</u>

El ángulo b = <u>72°</u>

b.



Si el segmento OF = 5 cm, entonces el segmento OC = <u>5 cm</u>

El ángulo c = <u>60°</u>

Indicador de logro:

1.3 Utiliza las propiedades del centro de un polígono regular.

Propósito: En los polígonos regulares es posible ubicar un punto, que llamaremos centro, y cumple algunas características, dos de ellas se estudiarán en esta clase, las cuales son:

- Los segmentos que se forman del centro del polígono a los vértices son iguales.
- Los ángulos que se forman con dos segmentos consecutivos con la característica, mencionada en el punto anterior, son iguales.

Puntos importantes:

En 1 se presenta a los estudiantes una situación en la que se crea un octágono regular a partir de un círculo, evidenciando de esta forma el centro del polígono regular. La primera de las preguntas busca que los estudiantes identifiquen que el punto O es el centro del polígono regular formado; es importante que los estudiantes lo tengan claro, pues las propiedades que se establecerán se cumplen únicamente si dicho punto es el centro del polígono regular.

La pregunta b., en 2, busca que los estudiantes observen y midan dichos segmentos de recta, para que por sí mismos puedan verificar que son iguales, obteniendo así la primera característica. También podrían llegar a dicha característica considerando que dichos segmentos son radios del círculo. Mientras que en c. se pretende que midan y descubran que los ángulos nombrados son también iguales entre sí. Algunos estudiantes podrían decir que son iguales analizando la cuarta figura que se muestra en 1.

En la sección Resuelve no se espera que los estudiantes utilicen regla y transportador para responder sobre la medida del segmento y ángulos solicitados, sino que, utilicen las propiedades presentadas en 3.

Solución de problemas:

a. OB = 4 cm

Por la primera propiedad del centro de un polígono regular se sabe que OA = OB y OA = 4 cm.

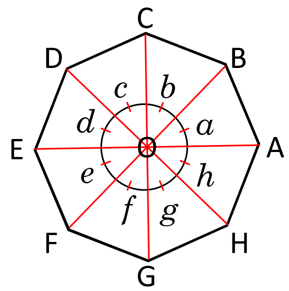
$b = 72°$

Por la segunda propiedad del centro del polígono regular se sabe que todos los ángulos con vértice en el centro del polígono son iguales.

Fecha:

Clase: 1.3

A a. ¿Qué representa O?
b. ¿Cómo son los segmentos?
c. ¿Cómo son los ángulos?



S a. Centro
b. Iguales
c. Iguales

R Completa:
a. OB = 4 cm
$b = 72°$

b. OC = 5 cm
$c = 60°$

Tarea: Página 28

Unidad 2

1.4 Construcción de pentágonos y hexágonos regulares

Analiza

¿Cómo se puede dibujar un pentágono regular y un hexágono regular?

Soluciona

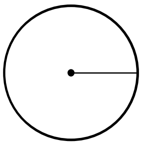
Para dibujar un pentágono regular:

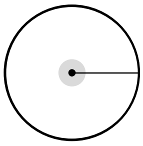
① Dibujo un círculo y marco un radio.

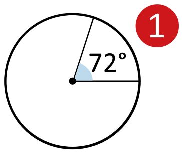
② Divido los 360° del círculo entre 5, para tener 5 ángulos iguales.
360 ÷ 5 = 72

③ Uso el trasportador para dibujar el ángulo de 72°.


Antonio



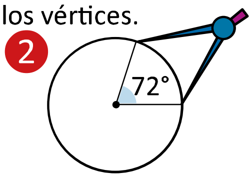


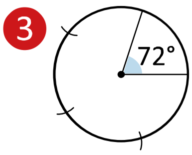


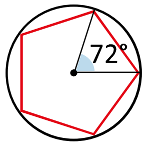
④ Uso el compás para copiar la longitud que hay entre los vértices.

⑤ Marco con el compás los otros vértices.

⑥ Uno los vértices que marqué.





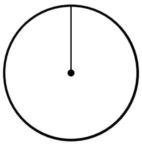


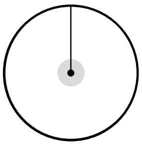
Para dibujar un hexágono regular:

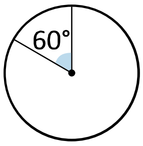
① Dibujo un círculo y marco un radio.

② Divido los 360° del círculo entre 6, para tener 6 ángulos iguales.
360 ÷ 6 = 60

③ Uso el trasportador para dibujar el ángulo de 60°.



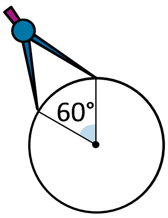


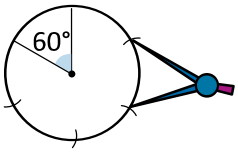


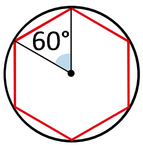
④ Uso el compás para copiar la longitud que hay entre los vértices.

⑤ Marco con el compás los otros vértices.

⑥ Uno los vértices que marqué.







Comprende

Para dibujar un polígono regular sigue los pasos: dibuja el círculo, divide 360° entre el número de lados, marca el primer ángulo con la medida que indica la división y con el compás marca los demás vértices.

Resuelve

Dibuja un octágono regular a partir de un círculo de radio 4 cm.

Indicador de logro:

1.4 Dibuja polígonos regulares utilizando regla, transportador y compás.

Propósito: En las clases anteriores se ha trabajado basándose en polígonos regulares dados, observando sus características y propiedades, y es hasta esta clase en la que los estudiantes aprenderán una técnica para dibujar polígonos regulares haciendo uso de los instrumentos de geometría.

Puntos importantes:

El contenido a desarrollar en esta clase está muy relacionado con lo visto en la clase anterior, sobre las propiedades del centro de un polígono regular, pues para dibujarlos se parte del trazo de un círculo y la formación de ángulos cuyo vértice es el centro del polígono regular.

Para dibujar, tanto el pentágono regular como el hexágono regular, se traza solo uno de los ángulos cuyo vértice está en el centro del polígono como se observa en 1 y luego solo se utiliza el compás para marcar segmentos que tengan la misma longitud que los dos puntos marcados en el círculo por el ángulo trazado, como se observa en 2 y 3, pues dichos segmentos serán los lados del polígono regular.

Algunos estudiantes podrían optar por seguir utilizando el transportador para marcar los otros ángulos, dicho proceso es correcto, pero es más tedioso que el presentado en la clase.

En esta clase se espera que los estudiantes dibujen un pentágono y un hexágono siguiendo los pasos que se presentan en el Libro de texto. Si los estudiantes tienen dificultad en alguno de los pasos, puede orientar de forma particular o general, según sea el caso, sobre el uso de los instrumentos.

Materiales: Compás, regla y transportador.

Solución de problemas:

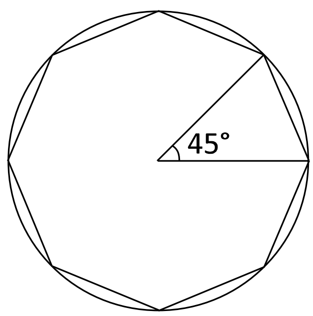
Dibujar un círculo, realizar la división 360° ÷ 8 = 45° y trazar un ángulo de 45° en el círculo.
Seguir los mismos pasos del Soluciona del 3 al 6.

Fecha: **Clase:** 1.4

A ¿Cómo se dibuja un polígono regular?

S
1. Dibuja un círculo.
2. Divide 360° entre el número de lados.
3. Traza el ángulo con la medida obtenida en 2.
4. Copia con el compás la longitud del primer segmento.
5. Marca con el compás los otros vértices.
6. Une los vértices.

R Dibujar el octágono.
360° ÷ 8 = 45°



Tarea: Página 29

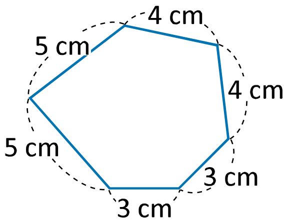
Lección 1

1.5 Perímetro de polígonos

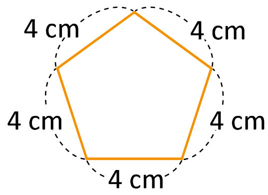
Analiza

Calcula el perímetro de cada uno de los siguientes polígonos.

a.



b.

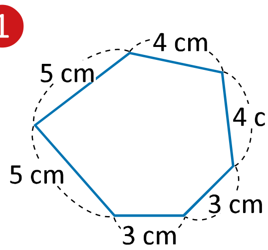


Soluciona

Sumo todos los lados del polígono:

a. **perímetro:** $3 + 3 + 4 + 4 + 5 + 5$

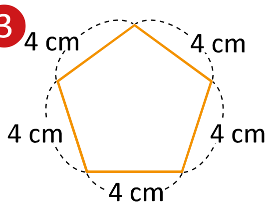
1



R: 24 cm

b. **perímetro:** $4 + 4 + 4 + 4 + 4$

3

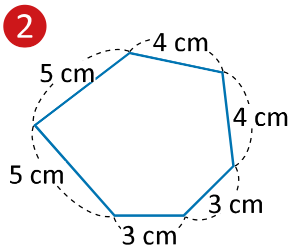


R: 20 cm

Utilizo la multiplicación para abreviar la suma:

a. **perímetro:** $3 \times 2 + 4 \times 2 + 5 \times 2$

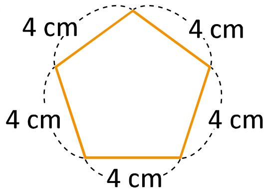
2



R: 24 cm

b. **perímetro:** 4×5

4



R: 20 cm

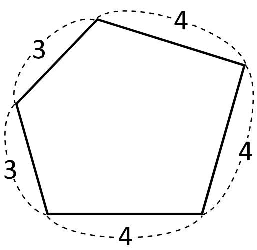
Comprende

- El perímetro de polígonos se obtiene sumando la longitud de todos sus lados.
- Si el polígono es regular el perímetro se calcula multiplicando la longitud del lado por el número de lados del polígono.

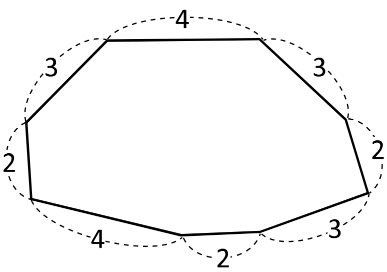
Resuelve

Calcula el perímetro de los siguientes polígonos. Las medidas están dadas en centímetros (cm).

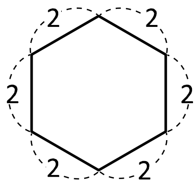
a. 18 cm



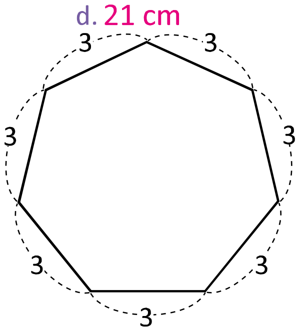
b. 23 cm



c. 12 cm



d. 21 cm



Indicador de logro:

1.5 Calcula el perímetro de polígonos.

Propósito: Presentar otras estrategias para el cálculo del perímetro de figuras, específicamente de polígonos, aprovechando las propiedades de estos para simplificar los cálculos.
En esta clase se trabaja el caso particular de los polígonos regulares, cuyo perímetro se puede calcular por medio de la multiplicación: medida del lado × número de lados.
En el caso de los polígonos irregulares se amplía la noción de sumar la medida de los lados y se explica que por el tipo de figura sobre la que se trabaja los sumandos a operar aumentan.

Puntos importantes:

1 presenta la noción que se introduce desde 3.er grado, que consiste en sumar la medida de todos los lados, en este caso por la cantidad de lados del polígono, apareciendo más sumandos en la operación. Mientras que 2 presenta una solución en la que interviene la multiplicación como una alternativa para simplificar la operación que se realiza en 1, escribiendo como multiplicación los sumandos que se repiten.

En 3 también se utiliza la suma para el cálculo del perímetro, pero en 4 se transforma a una multiplicación, dado que todos los lados son iguales, simplificando así el cálculo del perímetro.

De lo anterior, se evidencian diferentes estrategias para el cálculo del perímetro dependiendo de las características del polígono. Para el cálculo del perímetro, oriente a los estudiantes para que tachen o marquen los lados que ya han escrito o contado al momento de realizar las operaciones, a fin de evitar que se deje un lado sin contar o que se cuente más de una vez.

Solución de problemas:

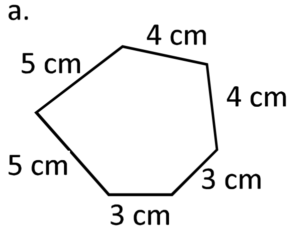
a. PO: 3 + 3 + 4 + 4 + 4 o PO: 3 × 2 + 4 × 3
b. PO: 2 + 3 + 4 + 3 + 2 + 3 + 2 + 4 o PO: 2 × 3 + 3 × 3 + 4 × 2
c. PO: 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 o PO: 2 × 6
d. PO: 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 o PO: 3 × 7

Los PO en negrita son la expresión que se desea que los estudiantes escriban, pues se aprovecha las características de los polígonos.

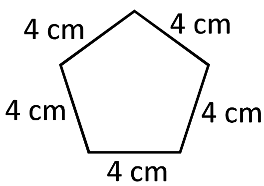
Fecha: **Clase:** 1.5

A Calcula el perímetro de las figuras.

a.



b.



S a. PO: 3 + 3 + 4 + 4 + 5 + 5
24 cm

PO: 3 × 2 + 4 × 2 + 5 × 2
24 cm

b. PO: 4 + 4 + 4 + 4 + 4
20 cm

PO: 4 × 5
20 cm

R Calcula el perímetro.
a. PO: 3 + 3 + 4 + 4 + 4
Otra forma: 3 × 2 + 4 × 3
R: 18 cm.

b. 23 cm.

c. PO: 2 × 6
12

d. 21 cm

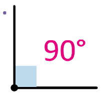
Tarea: Página 30

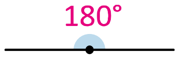
Lección 2 Suma de ángulos internos de un polígono

2.1 Suma de ángulos internos de un triángulo

Recuerda

Escribe la medida de los siguientes ángulos:

a.  90°

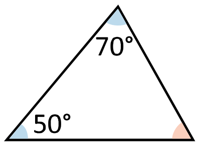
b.  180°

c. 360°

Analiza

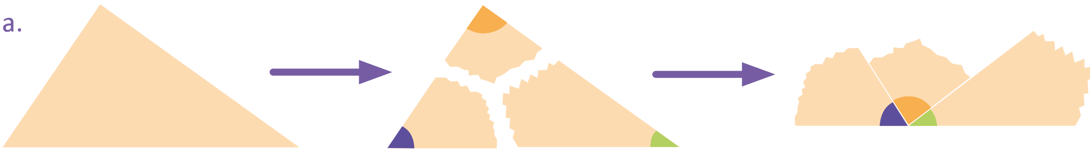
a. ¿Cuánto suman los ángulos internos de un triángulo?

b. A partir del resultado del literal a. ¿Cómo se puede calcular la medida del ángulo que falta en el siguiente triángulo?



Soluciona

1 a.



Dibujo un triángulo. → Coloreo los ángulos y corto en tres partes. → Uno los vértices y veo que se forma un ángulo de 180°.

La suma de los ángulos internos de un triángulo es 180°.

Sin importar el tipo de triángulo que dibujes, la suma de los ángulos internos dará 180°.

2 b. En el literal a. se obtuvo que la suma de los ángulos internos es 180°, por lo que puedo restar a 180° la medida de los ángulos que conozco.

PO: 180° – 70° – 50°

Al realizar la operación se obtiene 60, por lo que la medida del ángulo faltante es 60°.

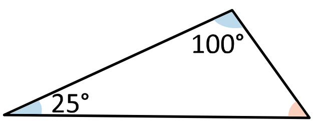
Comprende

- La suma de los ángulos internos de un triángulo es 180°.
- En un triángulo en el que se conocen las medidas de dos ángulos, es posible calcular la medida del ángulo que se desconoce restando de 180 los ángulos dados.

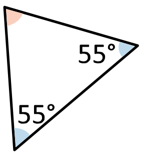
Resuelve

Calcula la medida del ángulo desconocido en cada uno de los siguientes triángulos:

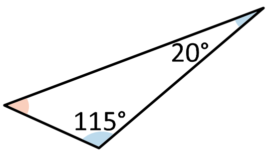
a. 55°



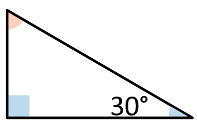
b. 70°



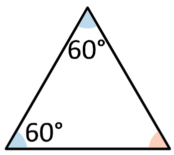
c. 45°



d. 60°



e. 60°



Unidad 2

Indicador de logro:

2.1 Calcula la medida del ángulo que falta en un triángulo, a partir de la propiedad de la suma de sus ángulos internos.

Propósito: Evidenciar que cualquier triángulo cumple que la suma de sus ángulos es 180°, para que los estudiantes, a partir de dicho resultado, sean capaces de calcular la medida del ángulo que se desconoce en un triángulo del que se conocen dos de sus ángulos.

Puntos importantes:

En esta clase no se espera que los estudiantes midan con el transportador el ángulo sobre el que se pregunta, sino que utilicen el hecho de que la suma de los ángulos de un triángulo siempre es 180°, es decir, que obtengan la medida mediante cálculos.

En 1 se muestra el proceso que se realiza para evidenciar que los ángulos del triángulo suman 180°. Es importante no confundir el triángulo que se presenta en 1, con el triángulo al que se hace referencia en 2, pues son diferentes. En 2 se pregunta sobre la forma de obtener la medida del ángulo que falta en el triángulo presentado, estableciendo la operación a realizar para ello.

Sugerencia metodológica:

Para 1 se recomienda solicitar a los estudiantes, previo a la clase, que lleven un triángulo de papel, de la forma y las dimensiones que deseen. El día que se desarrolle la clase, indicar que marquen con lápiz los ángulos de su triángulo y que corten como se muestra en el segundo paso de 1, no es necesario que utilicen tijeras, pueden realizarlo con las manos pero con mucho cuidado. Finalmente, indicar que unan los ángulos que marcaron y preguntar por la medida del ángulo que se forma. Enfatice que los triángulos que llevaron no son iguales entre sí, pero que siempre cumplen que la suma de los ángulos es 180°.

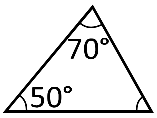
Solución de problemas:

a. PO: 180° – 25° – 100° R: 55°
b. PO: 180° – 55° – 55° R: 70°
c. PO: 180° – 115° – 20° R: 45°
d. PO: 180° – 90° – 30° R: 60°
e. PO:180° – 60° – 60° R: 60°

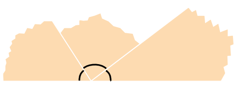
Fecha: **Clase:** 2.1

Re Escribe la medida:
a. 90° b. 180° c. 360°

A a. ¿Cuánto suman los ángulos de un triángulo?
b. ¿Cuánto mide el ángulo que falta?



S a. 180°



b. PO: 180° – 70° – 50°
R: 60°

R Calcula la medida del ángulo que falta.
a. PO: 180° – 100° – 25°
R: 55°
b. 70°
c. 45°
d. 60°
e. 60°

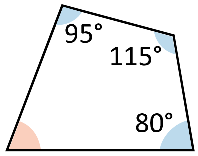
Tarea: Página 31

2.2 Suma de ángulos internos de un cuadrilátero

Analiza

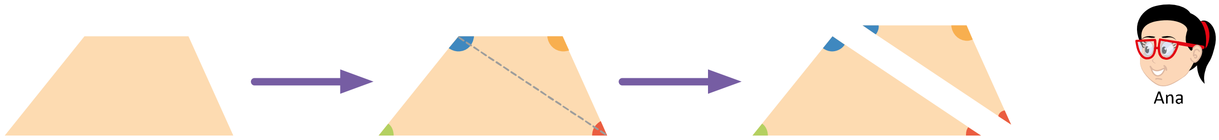
a. ¿Cuánto suman los ángulos internos de un cuadrilátero?

b. A partir del resultado del literal a. ¿Cómo se puede calcular la medida del ángulo que falta en el siguiente cuadrilátero?



Soluciona

1 a.



Dibujo un cuadrilátero.

Divido el cuadrilátero en dos triángulos.

Como la suma de los ángulos internos de un triángulo es 180°, la suma de los ángulos internos del cuadrilátero es:

180° × 2 = 360°

La suma de los ángulos internos de un cuadrilátero es 360°.

2 b. En el literal a. se obtuvo que la suma de los ángulos internos es 360°, por lo que puedo restar a 360° la medida de los ángulos que conozco.

PO: 360° – 95° – 115° – 80°

Al realizar la operación se obtiene 70, por lo que la medida del ángulo faltante es 70°.

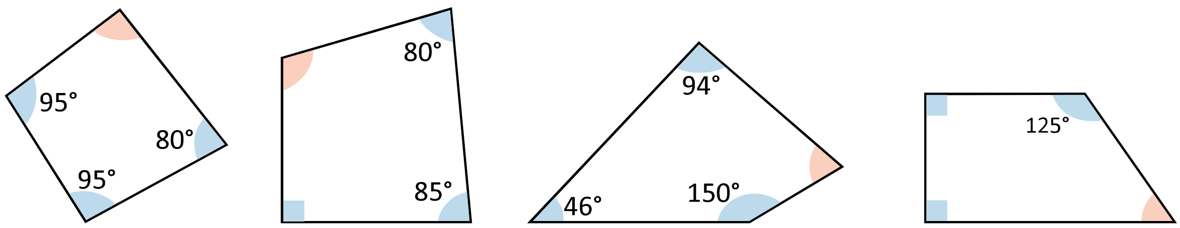
Comprende

- La suma de los ángulos internos de un cuadrilátero es 360°.
- En un cuadrilátero en el que se conocen las medidas de tres ángulos, es posible calcular la medida del ángulo que se desconoce restando a 360 los ángulos dados.

Resuelve

Calcula la medida del ángulo desconocido en cada uno de los siguientes cuadriláteros:

a. 90° b. 105° c. 70° d. 55°



Indicador de logro:

2.2 Calcula la medida del ángulo que falta en un cuadrilátero, a partir de la propiedad de la suma de sus ángulos internos.

Propósito: Evidenciar que cualquier cuadrilátero cumple que la suma de sus ángulos es 360°.
A partir de dicho resultado los estudiantes deben ser capaces de calcular la medida del ángulo que se desconoce en cuadriláteros del que se conocen tres de sus ángulos.

Puntos importantes:

Al igual que en la clase anterior, no se espera que los estudiantes midan con el transportador el ángulo del que se desconoce la medida, sino que utilicen el hecho de que la suma de los ángulos internos de un cuadrilátero siempre es 360°.

En 1 se muestra la estrategia de dividir el cuadrilátero en dos triángulos y se aprovecha el contenido de la clase anterior, para evidenciar que los ángulos del cuadrilátero suman 360°. Algunos estudiantes podrían proponer algo análogo a la clase anterior, marcando los ángulos del cuadrilátero y cortando para unir los ángulos. El cuadrilátero que se presenta en 1 es diferente al que se hace referencia en 2. En 2 se establece la operación a realizar a partir del hecho de que la suma de los ángulos del cuadrilátero es 360°, esto se mostró en 1.

Sugerencia metodológica:

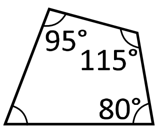
Para el desarrollo de 1 solicite a los estudiantes con anticipación un cuadrilátero de papel. Al desarrollar la clase indique que corten el cuadrilátero por cualquiera de sus diagonales, formando así dos triángulos. Pregunte a los estudiantes cuánto suman los ángulos de cada triángulo (contenido de la clase anterior) y cuánto suman en total los ángulos de los dos triángulos que forman el cuadrilátero. Enfatizace que aunque los cuadriláteros son diferentes siempre se obtiene el mismo resultado.

Solución de problemas:

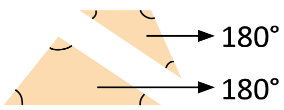
a. PO: 360° – 95° – 95° – 80° R: 90°
b. PO: 360° – 90° – 85° – 80° R: 105°
c. PO: 360° – 46° – 150° – 94° R: 70°
d. PO: 360° – 90° – 90° – 125° R: 55°

Fecha: **Clase:** 2.2

A a. ¿Cuánto suman los ángulos de un cuadrilátero?
b. ¿Cuánto mide el ángulo que falta?



S a. 360°



b. PO: 360° – 95° – 115° – 80°
R: 70°

R Calcula la medida del ángulo que falta.
a. PO: 360° – 95° – 95° – 80°
R: 90°
b. 105°
c. 70°
d. 55°

Tarea: Página 32

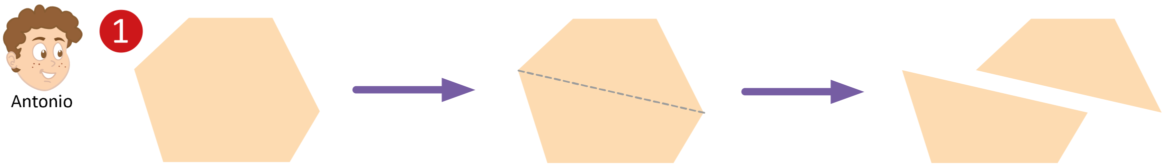
Lección 2

2.3 Suma de ángulos internos de un polígono

Analiza

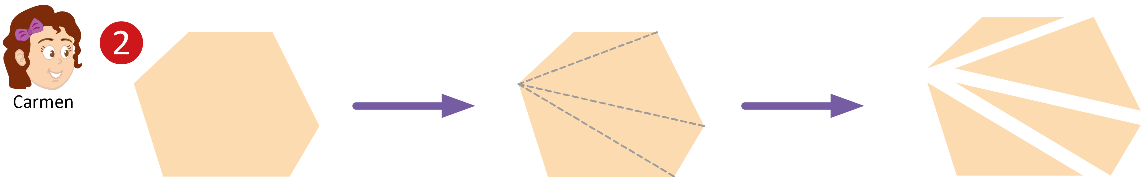
Encuentra la suma de los ángulos internos de un hexágono.

Soluciona



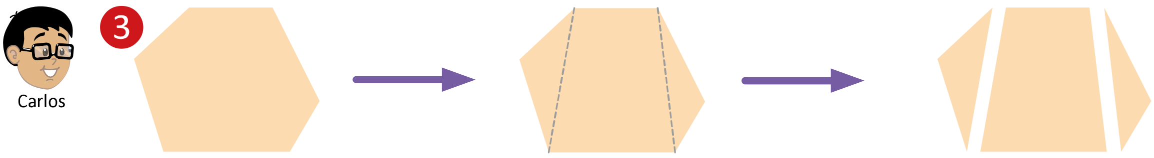
Dibujo un hexágono. | Divido en cuadriláteros. | La suma de los ángulos internos del hexágono es 2 veces la suma de los ángulos internos de un cuadrilátero:

$360° \times 2 = 720°$



Dibujo un hexágono. | Divido en triángulos. | La suma de los ángulos internos del hexágono es 4 veces la suma de los ángulos internos del triángulo:

$180° \times 4 = 720°$



Dibujo un hexágono. | Divido en 1 cuadrilátero y 2 triángulos. | La suma de los ángulos internos del hexágono es 2 veces la suma de los ángulos internos de un triángulo, más la suma de los ángulos internos del cuadrilátero:

$180° \times 2 + 360° = 720°$

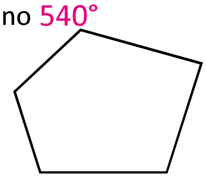
Comprende

Para encontrar la suma de los ángulos internos de un polígono se puede dividir el polígono en triángulos y cuadriláteros.

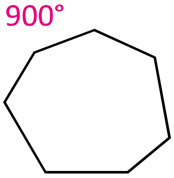
Resuelve

Calcula la suma de los ángulos internos de los siguientes polígonos:

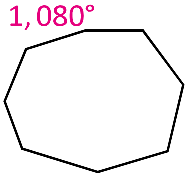
a. Pentágono 540°



b. Heptágono 900°



c. Octágono 1, 080°



★ Desafíate

Calcula el valor de cada ángulo interno del pentágono regular. 108°

Indicador de logro:

2.3 Calcula la suma de los ángulos internos de polígonos de más de cuatro lados.

Propósito: Que los estudiantes deduzcan cuánto suman los ángulos internos de los polígonos estudiados en esta unidad (pentágono, hexágono, heptágono y octágono) a partir de la descomposición del polígono en triángulos o cuadriláteros, pues en estos casos sí se conoce cuánto suman los ángulos internos.

Puntos importantes:

La sección Analiza y Soluciona se dedican al análisis del hexágono, por la diversidad de posibilidades que ofrece esta figura, dejando el pentágono para la ejercitación.

En 1 se muestra la descomposición del hexágono únicamente en cuadriláteros, formándose 2, por lo que se obtiene que los ángulos del hexágono son 360° × 2 = 720°. Mientras que la descomposición que se muestra en 2 se hizo formando únicamente triángulos, obteniéndose 4, así que 180° × 4 = 720° es la suma de los ángulos internos del hexágono. La última forma de descomposición que se muestra en 3 consiste en dividir el hexágono en diferentes piezas, para este caso en particular se divide en dos triángulos y un cuadrilátero.

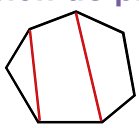
Algunos estudiantes podrían considerar hacer un proceso análogo a lo realizado en la clase 2.1, marcando los ángulos del polígono, cortándolos y uniéndolos para identificar el ángulo que se forma, sin embargo, en el caso de los polígonos de más de 4 lados, la suma de dichos ángulos superan los 360° por lo que esa opción se vuelve confusa.

Es importante aclarar a los estudiantes que pueden dividir los polígonos en triángulos, cuadriláteros o ambos tipos de figuras.

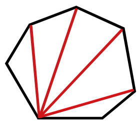
Unidad 2

Solución de problemas:

b.

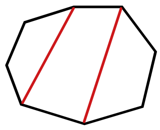


PO: 180° + 360° × 2

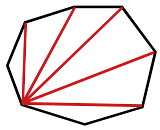


PO: 180° × 5

c.



PO: 360° × 3

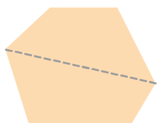


PO: 180° × 6

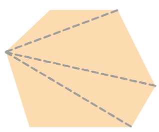
Fecha: **Clase:** 2.3

Ⓐ ¿Cuánto suman los ángulos de un hexágono?

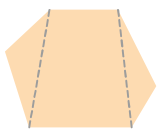
Ⓢ



2 cuadriláteros
360° × 2 = 720°



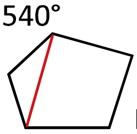
4 triángulos
180° × 4 = 720°



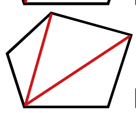
2 triángulos
1 cuadrilátero
180° × 2 + 360° = 720°

Ⓡ Calcula la suma de los ángulos:

a. 540°



PO: 180° + 360°



PO: 180° × 3

b. 900°

c. 1,080°

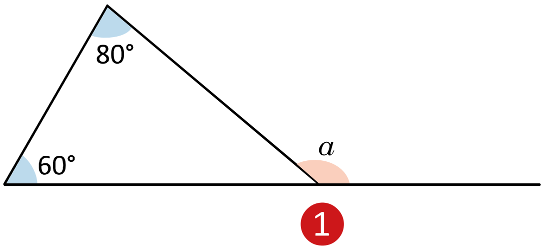
Tarea: Página 33

Lección 3 Ángulos

3.1 Ángulos suplementarios

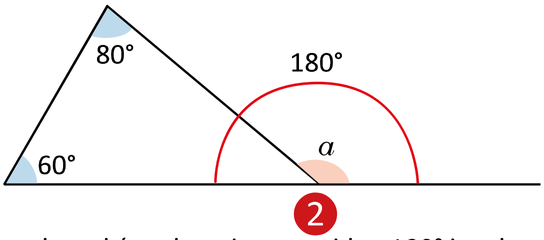
Analiza

Sin calcular la medida del ángulo interior que falta en el triángulo, ¿cuál es la medida del ángulo a?



Soluciona

Analizo la recta horizontal:



Tengo un ángulo del triángulo y el ángulo a, juntos miden 180° igual que la suma de los ángulos internos del triángulo, por lo que a tiene la medida de los otros dos ángulos del triángulo, es decir, 60° + 80°.

R: 140°

Comprende

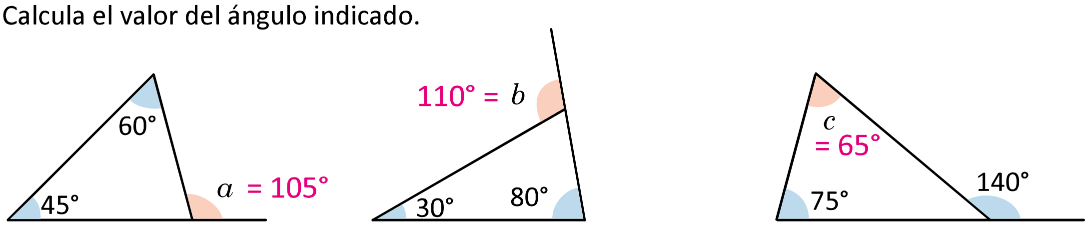
El ángulo exterior al triángulo que se forma al prolongar uno de los lados, cumple que es igual a la suma de los otros dos ángulos.

3

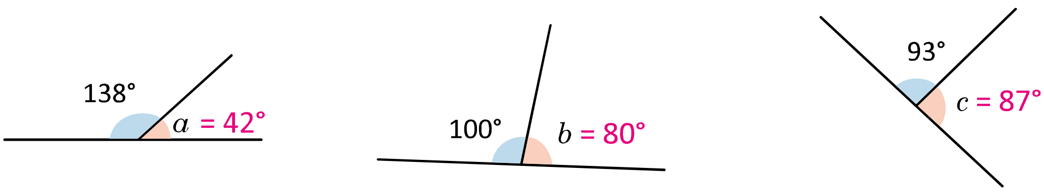
Dos ángulos que suman 180° se llaman **ángulos suplementarios**.
Ejemplo: El ángulo del triángulo del que se desconoce la medida y el ángulo a son ángulos suplementarios.

Resuelve

1. Calcula el valor del ángulo indicado.



2. Calcula la medida del ángulo suplementario al ángulo dado.



Indicador de logro:

3.1 Calcula la medida del ángulo suplementario de un ángulo o del ángulo exterior en triángulos.

Propósito: En esta clase se introducirá el concepto de ángulo suplementario y la forma de calcularlo a partir de sus características.
Además surge la propiedad de que la medida de un ángulo exterior del triángulo es igual a la suma de los otros dos ángulos del mismo.

Puntos importantes:

La clase parte de la presentación de un triángulo; en este se ha marcado un ángulo exterior prolongando uno de los lados, como se observa en 1. Se espera que los estudiantes puedan determinar la medida del ángulo solicitado utilizando la propiedad de la suma de los ángulos internos de un triángulo.

En 2 se muestra una de las formas de utilizar dicha propiedad:

- El ángulo del triángulo del que no se conoce su medida y el ángulo a forman un ángulo de 180°.
- El ángulo del triángulo del que no se conoce su medida y los otros dos también forman un ángulo de 180°.
- Así que la medida del ángulo a coincide con la medida de los otros dos ángulos del triángulo.

Es así como se obtiene el primer aspecto esencial de la clase, la propiedad de que la medida del ángulo exterior de un triángulo es igual a la suma de los otros dos ángulos, que se describe en 3. El segundo aspecto esencial es la presentación del concepto de ángulo suplementario.

Solución de problemas:

1. El ángulo exterior se calcula sumando los dos ángulos internos que se conocen.

$a = 45° + 60°$
$= 105°$

$b = 30° + 80°$
$= 110°$

$75° + c = 140°$
$= 140° - 75°$
$= 65°$

2. Se pide calcular el ángulo suplementario del ángulo dado.

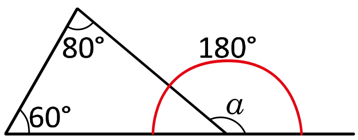
$a = 180° - 138°$
$= 42°$

$b = 180° - 100°$
$= 80°$

$c = 180° - 93°$
$= 87$

Fecha: **Clase:** 3.1

Ⓐ Sin calcular la medida del ángulo que falta en el triángulo. ¿Cuál es la medida de a?



Ⓢ El ángulo desconocido y a forman 180°.
El ángulo desconocido y los otros dos forman 180°.

Así que:
a es igual a la suma de los otros dos.

Ⓡ 1. Calcula la medida del ángulo.

$a = 45° + 60°$
$= 105°$
$b = 110°$
$c = 65°$

2. Calcula la medida del ángulo.

$a = 42°$
$b = 80°$
$c = 87°$

Tarea: Página 34

Unidad 2

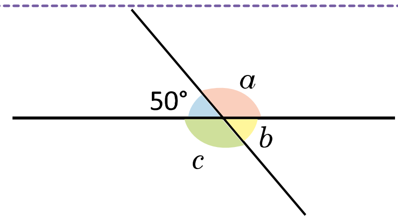
3.2 Ángulos opuestos por el vértice

Analiza

Al intersecar dos líneas rectas se forman cuatro ángulos.

a. Determina la medida de los ángulos faltantes.

b. ¿Qué característica tienen los ángulos a y c?

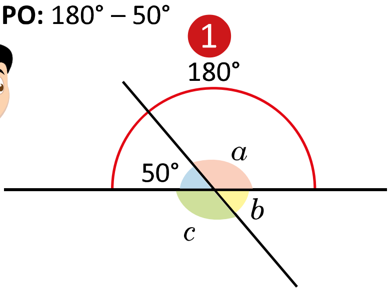


Soluciona

a. A partir de la recta horizontal. Observo que a es el ángulo suplementario de 50°.

PO: 180° – 50°

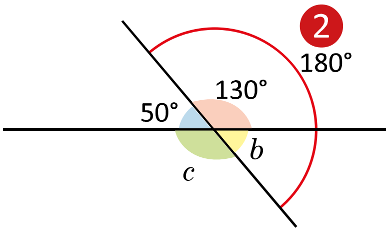

José



R: El ángulo a mide 130°.

A partir de la recta inclinada. Observo que b es el ángulo suplementario de a.

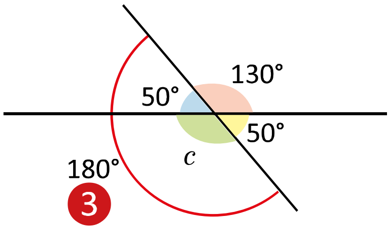
PO: 180° – 130°



R: El ángulo b mide 50°.

A partir de la recta inclinada. Observo que c es el ángulo suplementario de 50°.

PO: 180° – 50°



R: El ángulo c mide 130°.

b. Los ángulos a y c tienen la misma medida.

Comprende

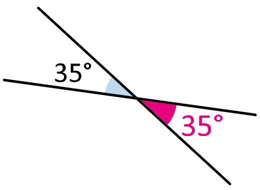
- Los ángulos no consecutivos que se forman al intersecar dos rectas se llaman **ángulos opuestos por el vértice**.
- Dos ángulos opuestos por el vértice tienen la misma medida.

Ejemplo: Los ángulos a y c son opuestos por el vértice y tienen la misma medida, 130°.

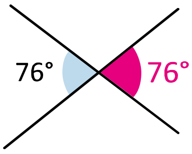
Resuelve

A partir del ángulo dado, colorea su ángulo opuesto por el vértice y escribe la medida de dicho ángulo.

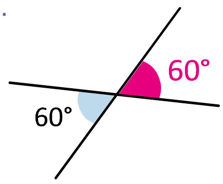
a.



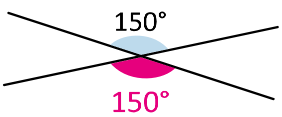
b.



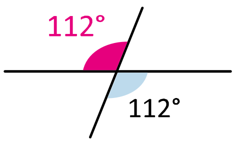
c.



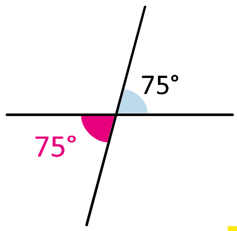
d.



e.



f.



Indicador de logro:

3.2 Determina la medida del ángulo opuesto por el vértice de un ángulo dado.

Propósito: Esta clase busca que los estudiantes determinen la característica que tienen los ángulos opuestos por el vértice entre líneas rectas que se intersecan, es decir, que descubran que los ángulos opuestos por el vértice son iguales.

Puntos importantes:

Se espera que los estudiantes apliquen el contenido de la clase anterior, pues como se observa en 1, el ángulo a es el ángulo suplementario de 50° así como también lo es el ángulo c como se evidencia en 3. Mientras que en 2 se muestra cómo el ángulo b es el ángulo suplementario del ángulo a.

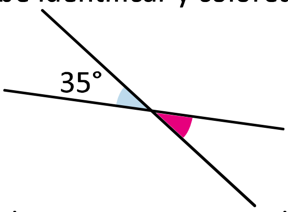
La segunda pregunta del Analiza busca que los estudiantes identifiquen aspectos como:
① Que los ángulos a y c son opuestos por el vértice.
② Que dichos ángulos tienen la misma medida.

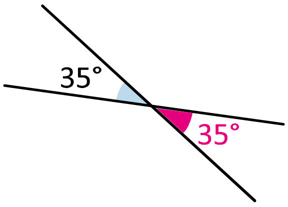
Se puede confirmar lo que se presenta en el Comprende retomando el ángulo inicial de 50° y el ángulo b, pues estos también son opuestos por el vértice y se verifica que dichos ángulos cumplen ser iguales.

Para los ejercicios de la sección Resuelve no se espera que los estudiantes utilicen el transportador, solo que apliquen las características de los ángulos opuestos.

Solución de problemas:

Se debe identificar y colorear el ángulo opuesto. Posteriormente colocar la medida a partir del dado.

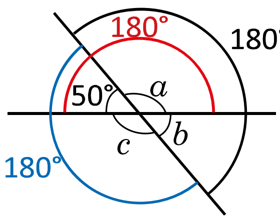
a. ①


②


Estos dos procesos para cada uno de los literales.

Fecha: **Clase:** 3.2

Ⓐ a. Escribe las medidas de los ángulos que faltan.
b. Escribe las características de los ángulos a y c.



Ⓢ a = 180° – 50° = 130° b = 180° – 130° = 50° c = 180° – 50° = 130°

b. Los ángulos a y c son iguales.

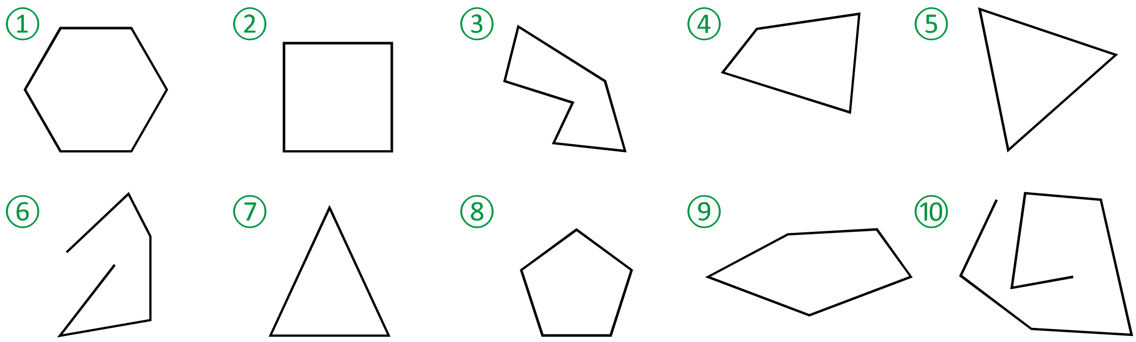
Ⓡ Colorea y escribe el ángulo opuesto.
a. 35°
b. 76°
c. 60°
d. 150°
e. 112°
f. 75°

Tarea: Página 35

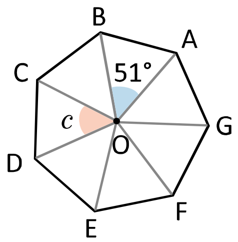
Unidad 2

3.3 Practica lo aprendido

1. Responde:
   a. ¿Cuáles son polígonos? ①, ②, ③, ④, ⑤, ⑦, ⑧, ⑨
   b. ¿Cuáles son polígonos regulares? ①, ②, ⑤, ⑧
   c. ¿Cuál es un hexágono regular? ①



2. Observa el siguiente heptágono regular y completa lo que se te solicita:



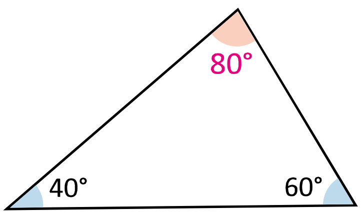
Si el segmento OA = 6 cm, entonces el segmento OB = 6 cm

El ángulo c = 51°

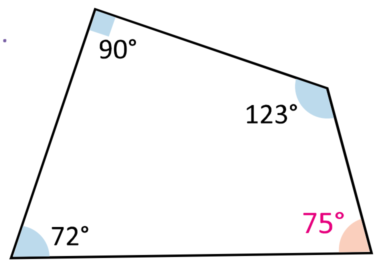
3. Construye un pentágono regular a partir de un círculo de radio 5 cm.

4. Calcula la medida del ángulo que falta.

a.

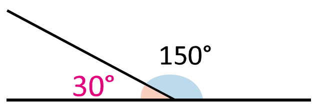


b.

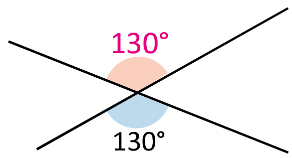


5. Determina la medida del ángulo indicado.

a.

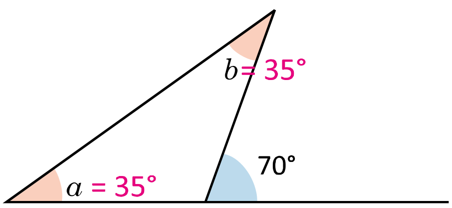


b.



Desafíate

Determina la medida de los ángulos a y b, donde a y b tienen la misma medida.

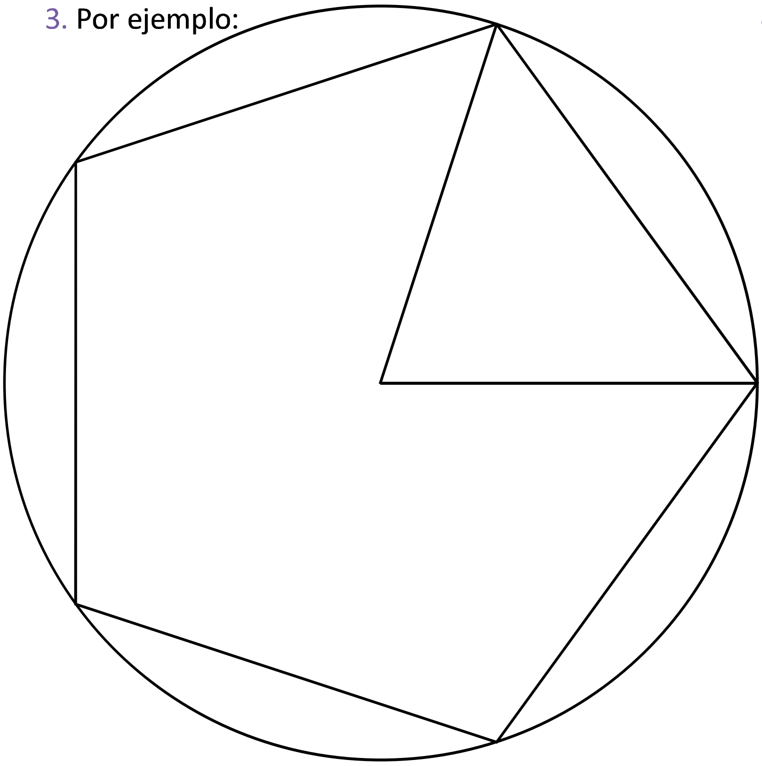


Indicador de logro:

3.3 Identifica polígonos y aplica sus propiedades para resolver diversas situaciones.

Solución de problemas:

3. Por ejemplo:



4. a. Usando la propiedad de la suma de los ángulos internos de un triángulo (clase 2.1).

PO: 180° – 40° – 60°
= 140° – 60°
= 80°

b. Usando la propiedad de la suma de los ángulos internos de un cuadrilátero (clase 2.2).

PO: 360° – 72° – 90° – 123°
= 288° – 90° – 123°
= 198° – 123°
= 75°

5. a. Se calculará el ángulo suplementario al ángulo 150° (clase 3.1).

PO: 180° – 150°
= 30°

b. Se identifica que el ángulo solicitado es el opuesto por el vértice de 130°, por lo que la respuesta es 130° (clase 3.2).

Desafíate

De la clase 3.1 se sabe que:

$a + b = 70°$

El enunciado del problema indica que $a = b$.
Entonces buscamos dos ángulos iguales que suman 70°.

Los estudiantes pueden hacerlo por prueba y error, hasta determinar que $a = b = 35°$.

Puntos importantes:

Para responder lo que se pregunta en 1b. y 1c., los estudiantes deberán verificar los dos aspectos que se mencionaron en la clase 1.2:

- Verificar que la medida de los lados es igual usando la regla o compás.
- Verificar que la medida de los ángulos es igual usando transportador.