



# Unidad 1

Divisibilidad, múltiplos y divisores

## En esta unidad aprenderás a:

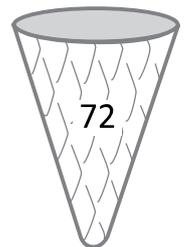
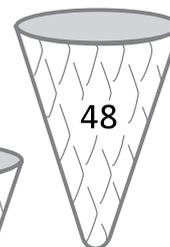
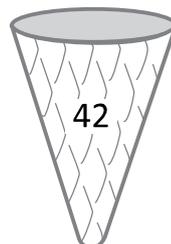
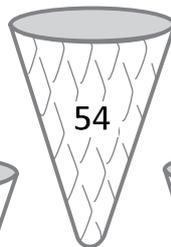
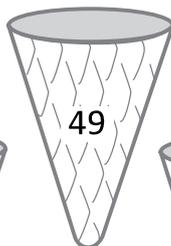
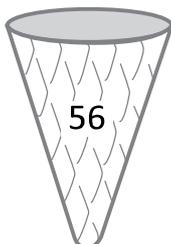
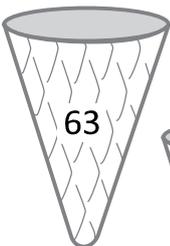
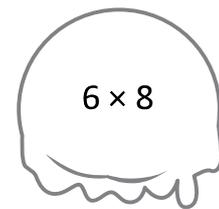
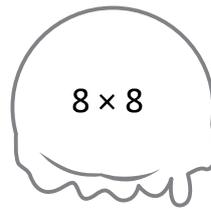
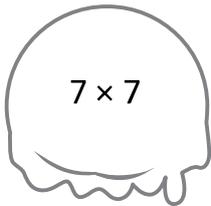
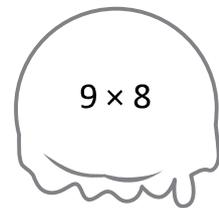
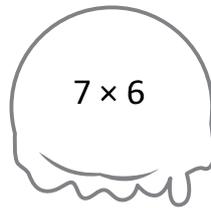
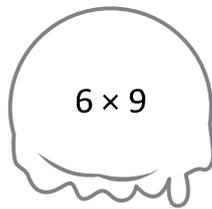
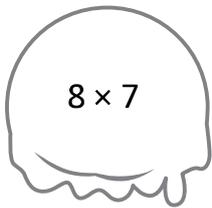
- Identificar cuándo un número es divisible por otro
- Encontrar el mínimo común múltiplo y el máximo común divisor de dos números
- Resolver problemas de la vida cotidiana utilizando el mínimo común múltiplo y máximo común divisor
- Establecer equivalencias entre los múltiplos de tiempo (años)
- Convertir números naturales a numeración maya y viceversa

## 1.1 Practica lo aprendido

1. Completa la tabla de multiplicaciones.

×	2	8	4	9	1	6	0	7	3	5
0										
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										

2. Une con una línea la bola de helado correspondiente a cada cono.



## 1.2 Números pares e impares

### Recuerda

Completa los espacios realizando las multiplicaciones.

×	2	8	4	9	1	6	0	7	3	5
6										

### Comprende

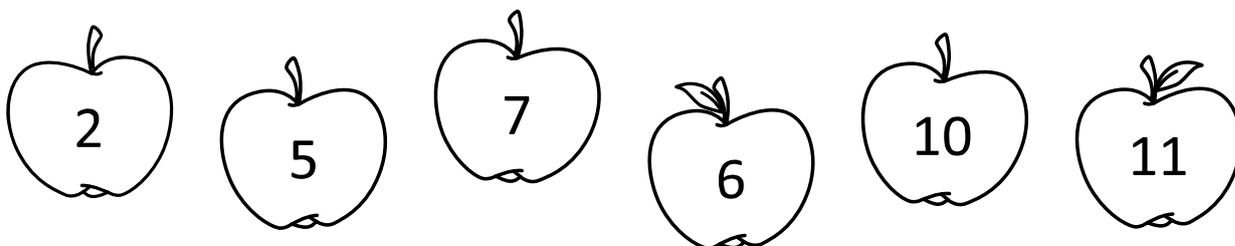
Los números naturales se dividen en 2 tipos:

**Números pares:** Números naturales o cero que al dividirse entre 2, el residuo es 0.

**Números impares:** Números naturales que al dividirse entre 2, el residuo es diferente de 0.

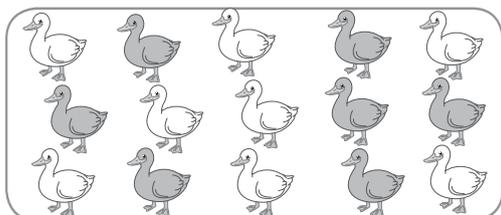
### Resuelve

1. Colorea de rojo los números pares y con verde los números impares.



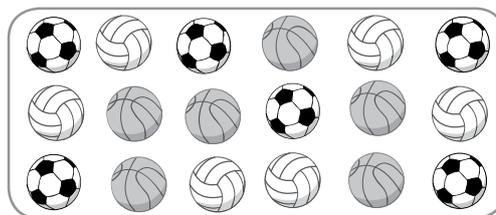
2. Cuenta y escribe la cantidad total en cada conjunto y determina si el número es par o impar.

a.



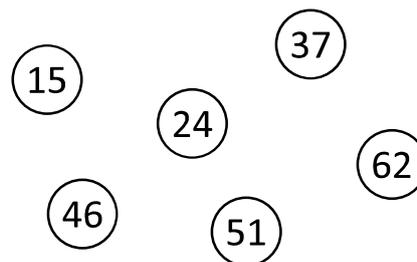
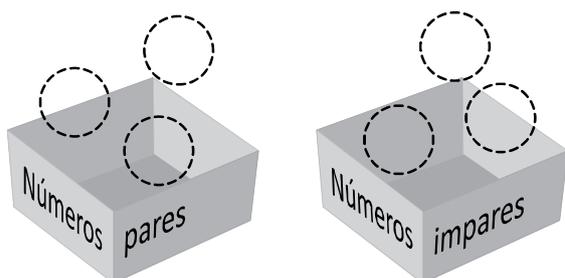
Hay \_\_\_\_\_.  Par  Impar

b.



Hay \_\_\_\_\_.  Par  Impar

3. Coloca los números en la caja que corresponda.



Firma de un familiar: \_\_\_\_\_

## 1.3 Divisibilidad por 2

### Recuerda

1. Completa los espacios realizando las multiplicaciones.

×	2	7	4	5	1	6	0	8	3	9
2										

2. Colorea la casilla de par o impar según corresponda.

a.

27	
par	impar

b.

54	
par	impar

### Comprende

Se dice que un número natural es **divisible** por otro número natural si al dividirlos, el residuo es 0.

- Los números pares son divisibles por 2, ya que al dividirlos entre 2 el residuo es 0.
- Los números impares no son divisibles por 2, ya que al dividirlos entre 2 el residuo no es 0.

#### Ejemplo:

32 es divisible por 2.  
45 no es divisible por 2.

Un número es divisible por 2 si la cifra de las unidades es 0, 2, 4, 6 u 8.



### Resuelve

Colorea con un mismo color las casillas que contienen números divisibles por 2.

5	3	4	10	16	1	7
13	14	20	9	22	28	15
21	17	32	38	44	11	29
35	41	63	56	37	43	67
26	34	55	60	59	36	24
46	73	68	74	86	71	42
83	52	72	90	94	66	97

## 1.4 Divisibilidad por 3, 5 y 10

### Recuerda

Une cada número con las características que cumple, presentadas en la fila de abajo.

	31		28
	•		•
•	•	•	•
par	impar	divisible por 2	no divisible por 2

### Comprende

Un número es divisible por:

- 3, si al dividir por 3 el residuo es 0.
- 5, si al dividir por 5 el residuo es 0.
- 10, si al dividir por 10 el residuo es 0.

Un número es divisible por:

- 3, si la suma de sus cifras es divisible por 3.
- 5, si la cifra de las unidades es 0 o 5.
- 10, si la cifra de las unidades es 0.



### Resuelve

Colorea de rojo los múltiplos de 3, de amarillo los múltiplos de 5 y de azul los múltiplos de 10.

74	41	71
67	642	107
47	15	53
85	140	105
7	45	8
37	25	19
23	17	83

Algunos números pueden ser divisibles por diferentes números. Por ejemplo, ser divisibles por 3 y por 5, o también ser divisibles por 5 y por 10, por lo que deberás colorear la región con ambos colores.



Firma de un familiar: \_\_\_\_\_

## 2.1 Múltiplos de un número

### Recuerda

Completa colocando un número que cumpla cada frase.

a.  es divisible por 2.

b.  es divisible por 5.

c.  es divisible por 3.

d.  es divisible por 10.

### Comprende

- El número  $\blacksquare$  es múltiplo de  $\bullet$ , ya que es el resultado de multiplicar  $\bullet$  por un número natural  $\blacktriangle$ , es decir:

$$\bullet \times \blacktriangle = \blacksquare$$

$\blacksquare$  es múltiplo de  $\bullet$

#### Ejemplos:

Los números como 3, 6, 9... son múltiplos de 3, ya que se obtienen de multiplicar 3 por números naturales:  $3 \times 1 = 3$ ,  $3 \times 2 = 6$ ,  $3 \times 3 = 9$  ...

Los números como 4, 8, 12... son múltiplos de 4, ya que se obtienen de multiplicar 4 por números naturales:  $4 \times 1 = 4$ ,  $4 \times 2 = 8$ ,  $4 \times 3 = 12$  ...

- El cero es múltiplo de cualquier número, ya que  $0 \times \blacktriangle = 0$ ; donde  $\blacktriangle$  es cualquier número natural.

### Resuelve

Encierra los números que son múltiplos de:

- 3 con color rojo.
- 7 con color verde.
- 8 con color café
- 11 con color azul.
- 12 con color amarillo.
- 21 con color morado.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80

## 2.2 Múltiplos comunes de dos números

### Recuerda

1. Subraya los números que son divisibles por 3.

a. 13

b. 21

c. 31

d. 42

e. 54

2. Escribe múltiplos de 8 en los espacios.

8 —  —  —  —

### Comprende

Los múltiplos de números que coinciden se llaman **múltiplos comunes**.

Para obtener los múltiplos comunes de números:

① Escribe los múltiplos de cada número.

② Escribe los múltiplos que coinciden.

**Ejemplo:** Determina los múltiplos comunes de 4 y 5.

Múltiplos de 4: 4, 8, 12, 16, **20**, 24, 28, 32, 36, **40**, 44, 48, 52, 56, **60**, 64...

① Múltiplos de 5: 5, 10, 15, **20**, 25, 30, 35, **40**, 45, 50, 55, **60**, 65...

② Los múltiplos comunes de 4 y 5 son 20, 40, 60...

### Resuelve

1. De la cuadrícula de la clase anterior observa y escribe los múltiplos comunes de:

a. 8 y 12: \_\_\_\_\_

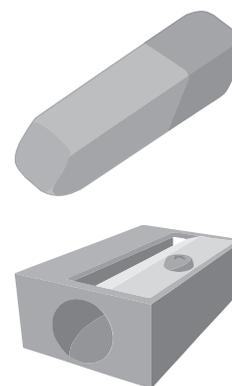
b. 7 y 21: \_\_\_\_\_

c. 3 y 11: \_\_\_\_\_

2. En una librería se venden sacapuntas en paquetes de 5 unidades y borradores en paquetes de 3 unidades. Si se desea comprar igual número de sacapuntas y borradores, ¿qué cantidades es posible comprar? Escribe 2 cantidades.

múltiplos de 5: \_\_\_\_\_

múltiplos de 3: \_\_\_\_\_



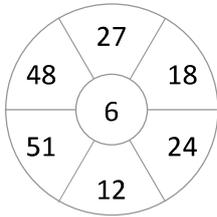
Firma de un familiar: \_\_\_\_\_

## 2.3 Mínimo común múltiplo

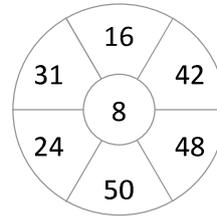
### Recuerda

1. Colorea las casillas de los múltiplos del número del centro.

a.



b.



2. Escribe dos múltiplos comunes de 6 y 8:

\_\_\_\_\_

### Comprende

El menor de los múltiplos comunes se llama **mínimo común múltiplo** y su abreviatura es **mcm**.

Para obtener el mcm de dos números:

1. Escribe los múltiplos de cada número.
2. Identifica y escribe los múltiplos comunes.
3. Identifica y escribe el menor de los múltiplos comunes.

Cuando se encuentra el primer múltiplo común, no es necesario encontrar otros porque ese es el mcm.



**Ejemplo:** Determina el mcm de 4 y 5.

1. Múltiplos de 4: 4, 8, 12, 16, **20**, 24, 28, 32, 36, **40**, 44, 48, 52, 56, **60**, 64...  
Múltiplos de 5: 5, 10, 15, **20**, 25, 30, 35, **40**, 45, 50, 55, **60**, 65...
2. Múltiplos comunes de 4 y 5 son: 20, 40, 60...
3. El mcm de 4 y 5 es 20.

### Resuelve

1. Apóyate del numeral 1 del Resuelve de la clase anterior para determinar el mcm de:

a. 8 y 12: \_\_\_\_\_

b. 7 y 21: \_\_\_\_\_

c. 3 y 11: \_\_\_\_\_

2. En un supermercado venden paquetes de diademas de 4 unidades y paquetes de colas de 6 unidades. Si se desea comprar la misma cantidad de diademas y colas, ¿cuál es la cantidad mínima que se puede comprar de cada una de ellas?

múltiplos de 4: \_\_\_\_\_

múltiplos de 6: \_\_\_\_\_

## 2.4 Autoevaluación de lo aprendido

Resuelve y marca con una "x" la casilla que consideres adecuada de acuerdo a lo que aprendiste. Sé consciente con lo que respondas.

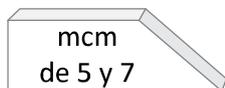
Ítem	Sí	Podría mejorar	No	Comentario
1. Escribo 5 números pares mayores que 50.				
2. Escribo 5 números impares mayores que 50.				
3. ¿365 es divisible por 3? Explico:				
4. Escribo los primeros 5 múltiplos de 9.				
5. Escribo 2 múltiplos comunes de 3 y 9.				
6. Los múltiplos de 6 y 8 son: De 6: 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54 ... De 8: 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72 ... ¿El mcm de 6 y 8 es 48? Explico:				
7. Resuelvo: Luis riega un cultivo de maíz cada 4 días y su papá cada 6 días. Si hoy coinciden regando, ¿en cuántos días volverán a coincidir?				

Firma de un familiar: \_\_\_\_\_

### 3.1 Divisores de un número

#### Recuerda

Une con una línea la pieza de la izquierda con la pieza correspondiente de la derecha.



múltiplos de 5: \_\_\_\_\_

múltiplos de 7: \_\_\_\_\_

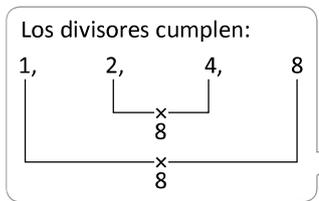
#### Comprende

- El **divisor** de un número es aquel que lo puede dividir de manera exacta, es decir, el residuo es 0.
- El número 1 es divisor de cualquier número, pues al dividir cualquier número entre 1 el residuo es 0.
- Para obtener los divisores de un número se pueden buscar dos números naturales que al ser multiplicados resulte dicho número.

**Ejemplo:** Los divisores de 8 son 1, 2, 4 y 8, ya que:

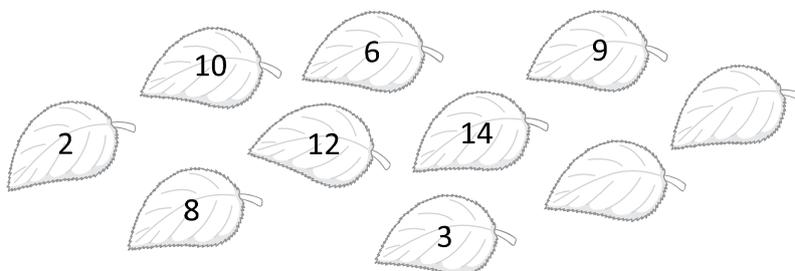
$$1 \times 8 = 8$$

$$2 \times 4 = 8$$



#### Resuelve

1. Colorea las hojas que contienen divisores de 18 y escribe los divisores que faltan.



2. Encierra los divisores del número dado.

a. 6: 1, 2, 3, 4, 5, 6

b. 16: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16

c. 24: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24

3. Escribe los divisores de los números dados.

a. 7: \_\_\_\_\_

b. 10: \_\_\_\_\_

### 3.2 Divisores comunes de dos números

#### Recuerda

Completa los espacios colocando los divisores de 14.

□ — □ — □ — □

#### Comprende

Los divisores que coinciden se llaman **divisores comunes**.

Para obtener los divisores comunes de números:

- ① Escribe los divisores de cada número.
- ② Identifica y escribe los divisores que coinciden.

**Ejemplo:** Determina los divisores comunes de 4 y 12.

Divisores de 4:      ①, ②, ④

①

Divisores de 12:      ①, ②, 3, ④, 6, 12

- ② Los divisores comunes de 4 y 12 son 1, 2 y 4.

Nota que los divisores de 4 también son divisores de 12.



#### Resuelve

1. De la clase anterior observa y escribe los divisores comunes de:

a. 16 y 24: \_\_\_\_\_

b. 6 y 18: \_\_\_\_\_

c. 7 y 10: \_\_\_\_\_

2. Se tienen 14 rosas y 21 margaritas para plantar en filas. Si se plantan de manera que cada fila tenga el mismo número de flores y sean del mismo tipo, ¿cuáles son las cantidades posibles de flores para cada fila?

divisores de 14: \_\_\_\_\_

divisores de 21: \_\_\_\_\_



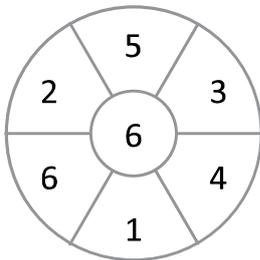
Firma de un familiar: \_\_\_\_\_

### 3.3 Máximo común divisor

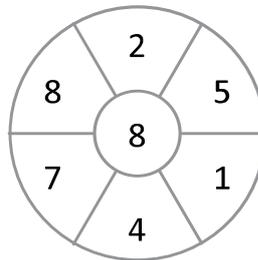
#### Recuerda

1. Colorea las casillas de los divisores del número del centro.

a.



b.



2. Escribe dos divisores comunes de 6 y 8: \_\_\_\_\_

#### Comprende

El mayor de los divisores comunes se llama **máximo común divisor** y su abreviatura es **MCD**.

Para obtener el MCD:

- ① Escribe los divisores de cada número.
- ② Identifica y escribe los divisores comunes.
- ③ Identifica y escribe el mayor de los divisores comunes.

**Ejemplo:** Determina el MCD de 4 y 12.

Divisores de 4:            ①, ②, ④

①

Divisores de 12:        ①, ②, 3, ④, 6, 12

② Los divisores comunes de 4 y 12 son 1, 2 y 4.

③ El MCD de 4 y 12 es 4.

#### Resuelve

1. Apóyate de los divisores comunes de los números de la clase anterior para determinar el MCD de:

a. 16 y 24: \_\_\_\_\_

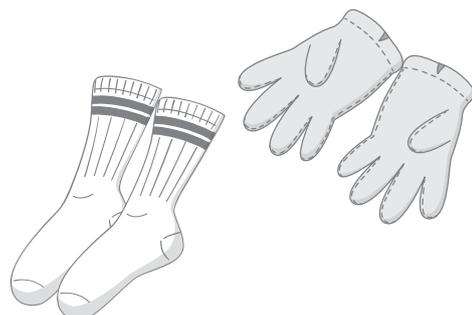
b. 6 y 18: \_\_\_\_\_

c. 7 y 10: \_\_\_\_\_

2. Se tienen 32 calcetines y 8 guantes. Si se desean ordenar en cajas de manera que se coloque la misma cantidad en cada caja, ¿cuál es el mayor número de cajas que se pueden utilizar?

divisores de 32: \_\_\_\_\_

divisores de 8: \_\_\_\_\_



### 3.4 Relación entre múltiplos y divisores

#### Recuerda

1. Colorea el recuadro que contiene todos los divisores comunes de 10 y 15.

1	5
10	15

1
5

1	2
5	3

2. El MCD de 10 y 15 es \_\_\_\_\_.

#### Comprende

Si un número ■ es **múltiplo** de otro número ●, se tiene que ● es **divisor** de ■.

#### Resuelve

1. Encierra la casilla del múltiplo o divisor según corresponda en cada caso.

a. 49 es 

múltiplo
divisor

 de 7.

b. 8 es 

múltiplo
divisor

 de 32.

c. 81 es 

múltiplo
divisor

 de 9.

d. 32 es 

múltiplo
divisor

 de 8.

e. 9 es 

múltiplo
divisor

 de 81.

f. 7 es 

múltiplo
divisor

 de 49.

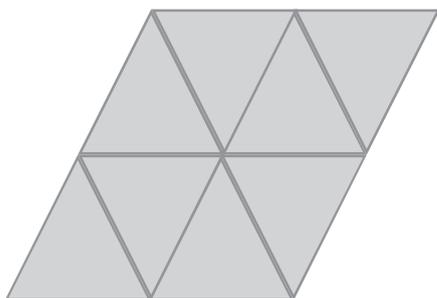
2. Completa las siguientes frases, colocando "múltiplo" o "divisor".

a. Como 21 es \_\_\_\_\_ de 7, entonces 7 es divisor de 21.

b. Como 35 es múltiplo de 5, entonces 5 es \_\_\_\_\_ de 35.

#### ★ Desafíate

Completa los espacios colocando "múltiplo" o "divisor", según corresponda.



a. es \_\_\_\_\_ de .

b. es \_\_\_\_\_ de .

Firma de un familiar: \_\_\_\_\_

### 3.5 Autoevaluación de lo aprendido

Resuelve y marca con una "x" la casilla que consideres adecuada de acuerdo a lo que aprendiste.  
Sé consciente con lo que respondas.

Ítem	Sí	Podría mejorar	No	Comentario
1. Para cualquier número, ¿cuál es el menor y mayor divisor? Explico.				
2. Escribo los divisores comunes de 20 y 24.				
3. Los divisores de 9 y 36 son: De 9: 1, 3, 9. De 36: 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18. ¿El MCD de 9 y 36 es 3? Explico				
4. Resuelvo: Se van a repartir equitativamente 24 cuadernos y 18 lápices. ¿Cuál es la mayor cantidad de niños entre los que se pueden repartir?				
5. Completo:  Si 8 es divisor de 32, entonces 32 es _____ de 8.				

## 4.1 Múltiplos del año

### Recuerda

Encuentra un par de números que completen correctamente la frase.

\_\_\_\_\_ es divisor de \_\_\_\_\_, entonces \_\_\_\_\_ es múltiplo de \_\_\_\_\_.

### Comprende

Las unidades de tiempo en que se agrupan períodos largos de años son:

- 1 lustro = 5 años
- 1 década = 10 años
- 1 siglo = 100 años
- 1 milenio = 1,000 años

El lustro también recibe el nombre de quinquenio.



Para obtener la cantidad de lustros, décadas, siglos o milenios en una determinada cantidad de años, divide la cantidad de años entre 5, 10, 100 o 1,000, según corresponda.

### Resuelve

1. Une con una línea cada opción de la izquierda con una de la derecha.

2 décadas equivalen a ● ● 200 años

1 lustro es igual a ● ● 5 años

2 siglos corresponden a ● ● 10 años

1 década es la formación de ● ● 20 años

2. Completa:

a. 6 lustros equivalen a \_\_\_\_\_ décadas.

b. 1 siglo equivale a \_\_\_\_\_ décadas.

c. 50 décadas equivalen a \_\_\_\_\_ siglos.

d. 4 siglos equivalen a \_\_\_\_\_ lustros.

e. 300 años equivalen a \_\_\_\_\_ décadas.

Firma de un familiar: \_\_\_\_\_

## 4.2 Numeración maya

### Recuerda

Une el período de tiempo con su respectiva equivalencia.

lustro	siglo	década	milenio
•	•	•	•
•	•	•	•
1,000 años	10 años	5 años	100 años

### Comprende

En numeración maya se utilizan dos símbolos:

- El punto • que equivale a 1.
- La barra — que equivale a 5.

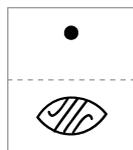
Los números naturales se escriben en forma horizontal, mientras que los números mayas en forma vertical de abajo hacia arriba.

**Ejemplo:** Representación del 20.

horizontal

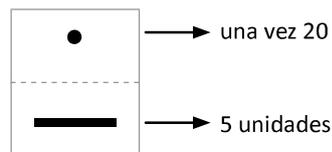
D	U
2	0

vertical



En el sistema de numeración maya también es importante la posición en que se colocan los símbolos.

**Ejemplo:** Representación del 25.



Aunque se parece al 6, la posición en que se colocan los símbolos determina el número que forman.



### Resuelve

1. Escribe el número natural que corresponde en cada caso.

a. \_\_\_\_\_



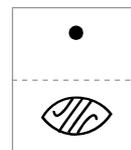
b. \_\_\_\_\_



c. \_\_\_\_\_



d. \_\_\_\_\_



2. Escribe en numeración maya los siguientes números.

a. 3

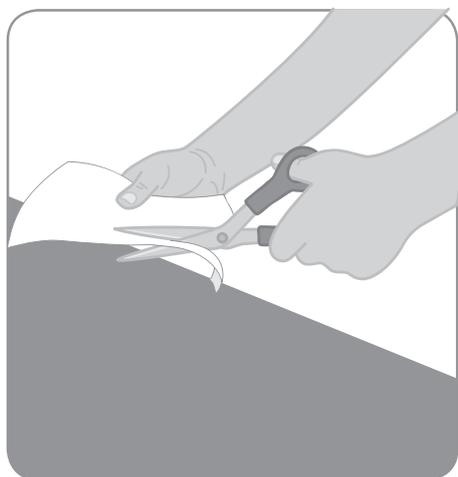
b. 9

c. 16

d. 22

**Problemas de aplicación**

1. Para hacer un juego con tarjetas, Francisco quiere cortar una cartulina iris de 50 cm de largo y 65 cm de ancho en cuadrados iguales de forma que sean del mayor tamaño posible, sin que sobre ningún trozo de cartulina. ¿Cuánto medirá el lado de cada cuadrado?



**¿Sabías que...?**

Euclides, un famoso matemático griego, logró reunir muchos conocimientos matemáticos de su época, entre los datos curiosos aparece el método de resolución del Máximo Común Divisor, que hoy llamamos de divisiones sucesivas y que es útil de aplicar cuando las cantidades son mayores.

El método consiste en dividir el mayor número entre el menor.

Si la división es exacta, el menor número es el MCD.

Si la división es inexacta, se va dividiendo el divisor entre el residuo y el último divisor es el MCD.

**Ejemplo:** Determinar el MCD de 2, 227 y 2, 125.

Divido el mayor número entre el menor  
 $2,227 \div 2,125$  y se obtiene como residuo 102.

2,227	2,125		
102			

Divido el divisor anterior entre el residuo  
 $2,125 \div 102$  y se obtiene como residuo 85.

2,227	2,125	102	
102	85		

Divido el divisor anterior entre el residuo  
 $102 \div 85$  y se obtiene como residuo 17.

2,227	2,125	102	85	
102	85	17		

Divido el divisor anterior entre el residuo  
 $85 \div 17$  y se obtiene como residuo 0.

2,227	2,125	102	85	17
102	85	17	0	

El MCD de 2, 227 y 2, 125 es el último residuo diferente de 0, es decir, 17.

2. Una familia se prepara para ir a la playa y planean comprar toallas. ¿Con qué cantidad menor a 40 dólares se puede comprar un número igual de toallas de 4, 6 y 9 dólares? ¿Cuántas toallas de cada precio se comprarán?



### ¿Sabías que...?

Euclides también incluyó en su libro “Elementos” un método para la resolución del Mínimo Común Múltiplo de dos números.

Él propuso la siguiente regla:

El producto de dos números dividido entre el MCD de ambos números, da el Mínimo Común Múltiplo.

Este procedimiento resulta más trabajoso, pues requiere conocer previamente el MCD de los números sobre los que se busca determinar el mcm.

**Ejemplo:** Determinar el mcm de 2,227 y 2,125.

Si aprovechamos el resultado obtenido en la sección anterior, tenemos que el MCD de 2,227 y 2,125 es 17. Por lo que el mcm se calcula con la expresión:

$$(2,227 \times 2,125) \div 17$$

Nótese que los números a operar son mayores y el cálculo de la operación se complica, a pesar de tener previamente el MCD de los números.

Al realizar las operaciones se obtiene que  $(2,227 \times 2,125) \div 17 = 278,375$

Así que el mcm de 2,227 y 2,125 es 278,375.