

Unidad 1

Operaciones con fracciones

1 Competencias de la unidad

Multiplicar y dividir fracciones interpretando gráficamente la operación y el procedimiento a realizar, para resolver con seguridad problemas de la vida cotidiana.

2 Secuencia y alcance

5.º

Unidad 10: Fracciones

- Fracciones equivalentes
- Suma de fracciones heterogéneas
- Resta de fracciones heterogéneas
- Expresión de fracciones como números decimales
- Operaciones combinadas

6.º

Unidad 1: Operaciones con fracciones

- Multiplicación de fracciones y números mixtos por números naturales
- División de fracciones y números mixtos entre números naturales
- Multiplicación de fracciones por fracciones

Unidad 3: División de fracciones y operaciones combinadas

- División de fracción con fracción
- Operaciones combinadas

7.º

Unidad 3: Multiplicación y división de números positivos, negativos y el cero

- Multiplicación y división de números positivos, negativos y el cero
- Operaciones combinadas
- Números primos y compuestos

3 Plan de la unidad

Lección	Clase	Título
1 Multiplicación de fracciones y números mixtos por números naturales	1	Practica lo aprendido
	2	Introducción a la multiplicación de fracciones con números naturales
	3	Multiplicación de fracciones con números naturales
	4	Interpretación de las gráficas de doble recta numérica
	5	Multiplicación de números mixtos por números naturales
	6	Simplificación de multiplicación de fracciones por números naturales

2 División de fracciones y números mixtos entre números naturales	1	Introducción a la división de fracciones entre números naturales
	2	División de fracciones entre números naturales
	3	División de números mixtos entre números naturales
	4	Simplificación de divisiones
	5	Practica lo aprendido

3

Multiplicación de fracciones

- 1 Multiplicación por fracciones unitarias
- 2 Multiplicación con fracciones
- 3 Algoritmo de la multiplicación
- 4 Simplificación de multiplicación de fracciones
- 5 Multiplicación con números mixtos
- 6 Propiedades conmutativa y asociativa en fracciones
- 7 Aplicaciones de las propiedades conmutativa y asociativa
- 8 Propiedad distributiva
- 9 Relación entre el multiplicador y el producto
- 10 Números recíprocos
- 11 Practica lo aprendido

- 1 Prueba de la unidad 1

Total de clases
+ prueba de la unidad

22

4 Puntos esenciales de cada lección

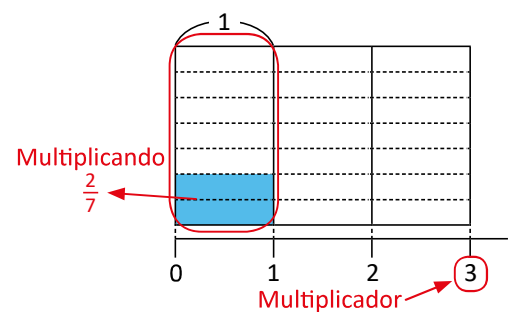
Lección 1

Multiplicación de fracciones y números mixtos por números naturales (6 clases)

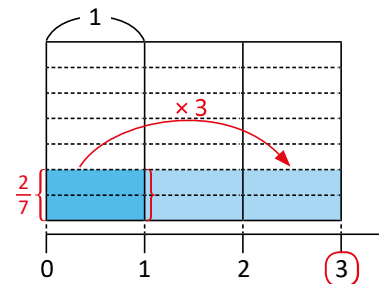
En la primera clase se hace un repaso de conceptos estudiados en 4.º y 5.º grado: la representación gráfica de una fracción, cómo obtener fracciones equivalentes por simplificación (se utilizará esto al momento de realizar multiplicaciones) y la conversión de fracciones impropias a números mixtos y viceversa.

En la introducción a la multiplicación de fracciones por números naturales y la obtención del algoritmo se utilizan gráficas de áreas para visualizar lo ya conocido sobre la operación: significa tener el multiplicando repetido tantas veces como indique el multiplicador. Aunque se utiliza el recurso para la interpretación, no es el objetivo de la lección elaborarlo, sino comprender el proceso y la lógica de la construcción. Por ejemplo, para la multiplicación $\frac{2}{7} \times 3$:

- ① Se dibujan tantas columnas (iguales) como indique la cantidad del multiplicador y se divide cada una en tantas partes (iguales) como indique el denominador del multiplicando; la fracción del multiplicando se representa en la primera columna y el multiplicador en la recta numérica.



- ② Se colorea la fracción del multiplicando en cada columna, hasta llegar al multiplicador. Entonces, $\frac{2}{7} \times 3 = \frac{6}{7}$ (sería como realizar $\frac{2}{7} + \frac{2}{7} + \frac{2}{7}$).

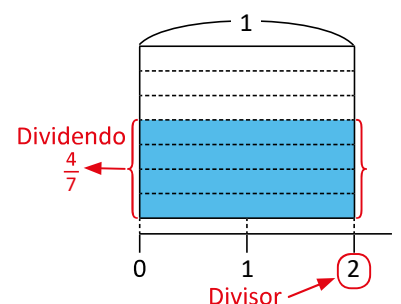


Lección 2

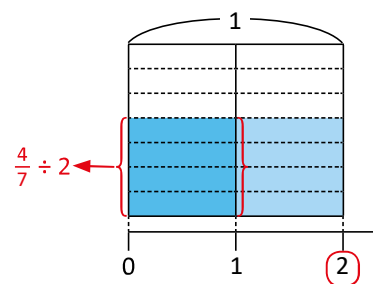
División de fracciones y números mixtos entre números naturales (5 clases)

La lección tiene dos finalidades: la primera, introducir la operación de división de fracciones que se retomará posteriormente en la unidad 3, y la segunda, relacionar la operación de división de una fracción entre un número natural con la multiplicación de fracciones que se abordará en la lección 3. Nuevamente se utiliza el recurso gráfico para hacer la interpretación de la operación, obtener el resultado de forma intuitiva y luego generalizar con el algoritmo. Por ejemplo, para calcular $\frac{4}{7} \div 2$:

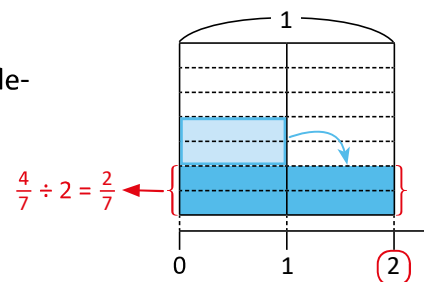
- ① Se dibuja una columna y se representa en ella el dividendo, mientras que el divisor se representa en la recta numérica. El ancho de la columna es igual a la cantidad del divisor.



- ② Se divide la columna verticalmente en tantas partes (iguales) como lo indique el divisor y se toman las que queden coloreadas en la primera columna.



- ③ Si es posible, se distribuyen estas partes (las tomadas en ②) para completar. Entonces, $\frac{4}{7} \div 2 = \frac{2}{7}$.



Lección 3

Multiplicación de fracciones (11 clases)

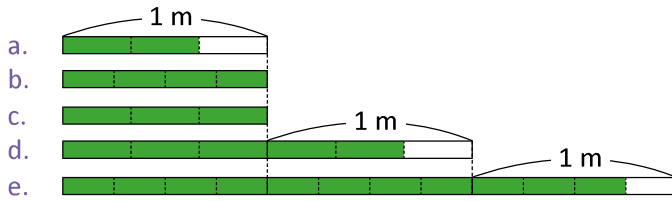
La finalidad de la lección es presentar y aplicar el algoritmo para la multiplicación de fracciones. Se comienzan trabajando multiplicaciones de fracciones por fracciones unitarias, para relacionarlas con la división entre un número natural estudiado en la lección 2. Antes de trabajar con el algoritmo como tal, se desarrolla la operación utilizando la multiplicación por fracción unitaria y la división entre número natural, para que el estudiante verifique la igualdad entre esta forma de calcular y la que resulta de multiplicar los numeradores y los denominadores.

Luego de la generalización de la multiplicación de fracciones se estudian las propiedades conmutativa, asociativa y distributiva, y su aplicación en la simplificación de multiplicaciones con hasta tres factores. La comprensión de la propiedad distributiva es fundamental, pues se seguirá trabajando en séptimo grado con los números positivos, negativos y el cero, y en noveno grado cuando se estudia factor común. Finalmente, se hacen análisis sobre la magnitud del producto a partir del valor del multiplicando y la obtención del número recíproco.

Lección 1 Multiplicación de fracciones y números mixtos por números naturales

1.1 Practica lo aprendido

1. Escribe en cada literal la fracción que está representada en los gráficos:



2. Son fracciones equivalentes aquellas que, aunque parezcan distintas, tienen el mismo valor. Dada una fracción, se pueden encontrar fracciones equivalentes a ella por simplificación, al dividir el numerador y denominador por un mismo número. Por ejemplo:

$$\frac{10}{20} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

$\begin{matrix} \div 2 & \div 5 \\ \div 2 & \div 5 \end{matrix}$

Encuentra tres fracciones equivalentes por simplificación:

a. $\frac{24}{36}$

b. $\frac{60}{90}$

3. Simplifica las siguientes fracciones hasta su mínima expresión:

a. $\frac{20}{6}$

b. $\frac{15}{10}$

c. $\frac{30}{50}$

Simplificar una fracción hasta su mínima expresión es escribirla con el menor numerador y denominador posible.



4. Para convertir fracciones impropias a números mixtos se realiza lo siguiente:

- ① Se divide el numerador de la fracción impropia entre su denominador; el cociente será el número natural del número mixto y el residuo es el numerador de la fracción propia.
- ② El denominador de la fracción impropia es el mismo que el de la fracción propia del número mixto.

Por ejemplo, $\frac{27}{4}$:

$$27 \div 4 = 6, \text{ residuo } 3 \rightarrow \frac{27}{4} = 6\frac{3}{4}$$

$$\rightarrow \frac{27}{4} = 6\frac{3}{4}$$

Para convertir números mixtos a fracciones impropias se realiza lo siguiente:

- ① Se multiplica el denominador por el número natural y se suma el numerador; el resultado será el numerador de la fracción impropia.
- ② El denominador de la fracción propia en el número mixto es el denominador de la fracción impropia.

Por ejemplo, $1\frac{3}{5}$:

$$5 \times 1 + 3 = 8 \rightarrow 1\frac{3}{5} = \frac{8}{5}$$

$$\rightarrow 1\frac{3}{5} = \frac{8}{5}$$

Convierte las siguientes fracciones impropias en números mixtos, o viceversa:

a. $\frac{7}{4}$

b. $1\frac{1}{3}$

c. $\frac{3}{2}$

d. $1\frac{2}{3}$

Indicador de logro:

1.1 Resuelve problemas sobre representación y simplificación de fracciones, y conversión de fracciones impropias a números mixtos, y viceversa.

Solución de problemas:

1. a. $\frac{2}{3}$ b. $\frac{4}{4}$ o 1 c. $\frac{3}{3}$ o 1 d. $\frac{5}{3}$ o $1\frac{2}{3}$ e. $\frac{11}{4}$ o $2\frac{3}{4}$

2. a. $\frac{24}{36} = \frac{12}{18}$; $\frac{12}{18} = \frac{6}{9}$; $\frac{6}{9} = \frac{2}{3}$; entonces, tres fracciones equivalentes a $\frac{24}{36}$ son $\frac{12}{18}$, $\frac{6}{9}$ y $\frac{2}{3}$.

b. $\frac{60}{90} = \frac{30}{45}$; $\frac{30}{45} = \frac{10}{15}$; $\frac{10}{15} = \frac{2}{3}$; entonces, tres fracciones equivalentes a $\frac{60}{90}$ son $\frac{30}{45}$, $\frac{10}{15}$ y $\frac{2}{3}$.

3. a. $\frac{20}{6} = \frac{10}{3}$

b. $\frac{15}{10} = \frac{3}{2}$

c. Forma 1: haciendo divisiones sucesivas.

$\frac{30}{50} = \frac{15}{25} = \frac{3}{5}$

Forma 2: dividiendo el numerador y el denominador entre su MCD, que es 10:

$\frac{30}{50} = \frac{3}{5}$

4. a. Para convertir $\frac{7}{4}$ en número mixto:

- ① Dividir el numerador (7) entre el denominador (4):
 $7 \div 4 = 1$, residuo 3

- ② El número natural del número mixto es 1, su numerador es 3 y su denominador es 4: $\frac{7}{4} = 1\frac{3}{4}$.

b. Para convertir $1\frac{1}{3}$ en fracción impropia:

- ① Multiplicar el denominador (3) por el número natural (1), y sumarle el numerador (1):
 $3 \times 1 + 1 = 4$

- ② El numerador de la fracción impropia es 4 y su denominador es 3: $1\frac{1}{3} = \frac{4}{3}$.

- c. ① Dividir 3 entre 2:
 $3 \div 2 = 1$, residuo 1

② $\frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$

- d. ① Multiplicar 3 por 1 y sumarle 2:
 $3 \times 1 + 2 = 5$

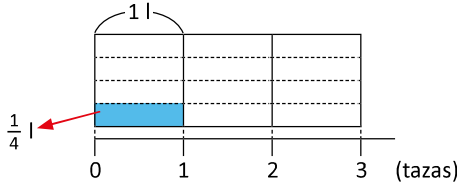
② $1\frac{2}{3} = \frac{5}{3}$

Lección 1

1.2 Introducción a la multiplicación de fracciones con números naturales

Analiza

- 1 La taza es una unidad de capacidad para cantidades menores que un litro. Si una taza equivale a $\frac{1}{4}$ litros, ¿a cuántos litros equivalen 3 tazas?
 PO: $\frac{1}{4} \times 3$



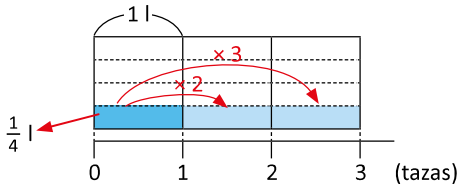
Observa que:

cantidad de litros en una taza \times cantidad de tazas = equivalencia en litros

¿Cómo se puede calcular $\frac{1}{4} \times 3$?

Soluciona

La multiplicación $\frac{1}{4} \times 3$ significa tener $\frac{1}{4}$ repetido 3 veces.

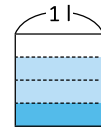


En el gráfico observo que:

$$\frac{1}{4} \times 3 = \frac{3}{4}$$

R: $\frac{3}{4}$ litros.

La abreviatura de litro es l; 3 tazas contienen menos de un litro:



Comprende

Para multiplicar una fracción por un número natural:

- ① Se multiplica el numerador por el número natural.
- ② Se deja el mismo denominador.

Lo anterior se presenta en el siguiente esquema:

$$\frac{\triangle}{\square} \times \bullet = \frac{\triangle \times \bullet}{\square}$$

$\triangle, \square, \bullet$ representan cualquier número natural.

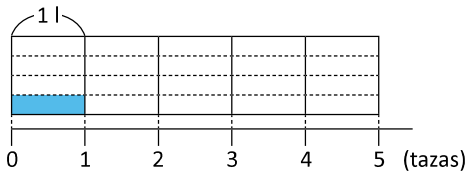
Por ejemplo, $\frac{3}{7} \times 2$:

$$\frac{3}{7} \times 2 = \frac{3 \times 2}{7} = \frac{6}{7}$$

Resuelve

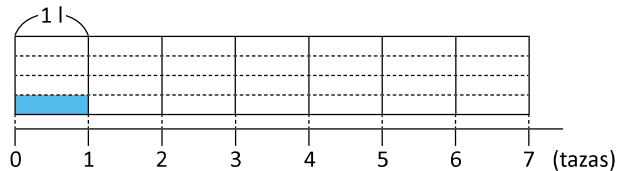
- 2 1. Encuentra la equivalencia en litros de las siguientes medidas en tazas. Utiliza el gráfico y el esquema para verificar que obtienes la misma respuesta:

a. 5 tazas



$$\frac{1}{4} \times 5 = \frac{\triangle \times \circ}{\square} =$$

b. 7 tazas



$$\frac{1}{4} \times 7 = \frac{\triangle \times \circ}{\square} =$$

2. Efectúa (utiliza el procedimiento descrito en la sección Comprende):

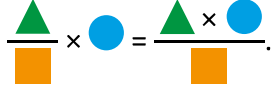
a. $\frac{2}{9} \times 4$

b. $\frac{3}{10} \times 3$

c. $\frac{4}{15} \times 2$

Indicador de logro:

1.2 Multiplica fracciones propias por números naturales con ayuda de representaciones gráficas.

Propósito: Utilizar el gráfico de áreas para deducir y comprobar el algoritmo de la multiplicación de una fracción por un número natural, representado con el siguiente esquema .

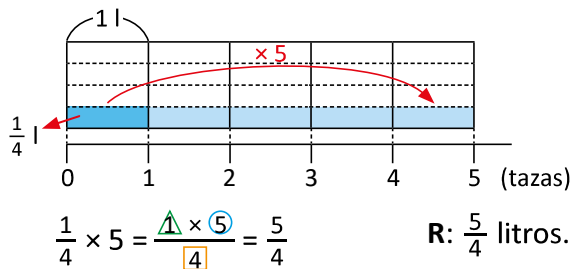
Puntos importantes: En la situación abordada en **1**, se proporciona el **PO** para interpretar la información del problema usando la cantidad de veces; el gráfico de áreas facilita la obtención del resultado, pues se visualiza que $\frac{1}{4} \times 3$ equivale a repetir $\frac{1}{4}$ tres veces.

En **2**, **1a.** y **1b.** poseen el gráfico para dar sentido a la operación y relacionarlo con el algoritmo (puede resolverse en el libro y trabajar el algoritmo en el cuaderno); mientras que en **2.** no deben de construirse los gráficos, solamente utilizar el algoritmo. Los resultados de todas las multiplicaciones trabajadas en esta clase son fracciones irreducibles, es decir, no se pueden simplificar (se abordará en la clase 1.6).

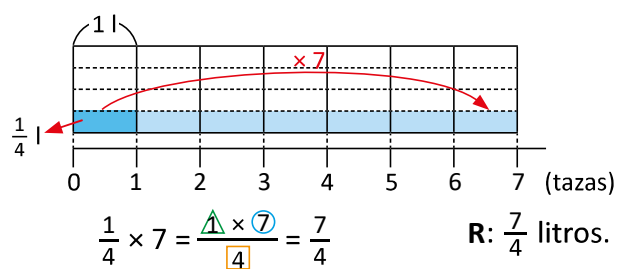
Materiales: Carteles con los gráficos del Analiza y del literal **1a.** del Resuelve.

Solución de problemas:

1. a.



b.



2. a. $\frac{2}{9} \times 4 = \frac{2 \times 4}{9} = \frac{8}{9}$

b. $\frac{3}{10} \times 3 = \frac{3 \times 3}{10} = \frac{9}{10}$

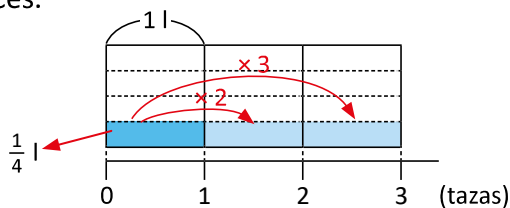
c. $\frac{4}{15} \times 2 = \frac{4 \times 2}{15} = \frac{8}{15}$

Fecha:

Clase: 1.2

(A) ¿Cómo se puede calcular $\frac{1}{4} \times 3$?

(S) La multiplicación $\frac{1}{4} \times 3$ significa tener $\frac{1}{4}$ repetido 3 veces.

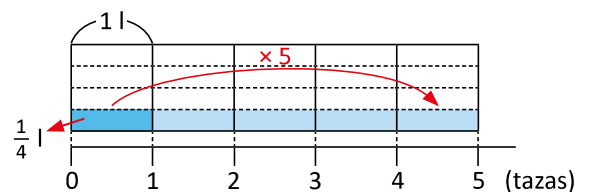


En el gráfico observo que:

$\frac{1}{4} \times 3 = \frac{3}{4}$

R: $\frac{3}{4}$ litros.

(R) 1. Encontrar las equivalencias en litros:
a. $\frac{1}{4} \times 5$ significa tener $\frac{1}{4}$ repetido 5 veces:



Usando el algoritmo:

$\frac{1}{4} \times 5 = \frac{1 \times 5}{4} = \frac{5}{4}$.

R: $\frac{5}{4}$ litros.

Tarea: página 9

Lección 1

1.3 Multiplicación de fracciones con números naturales

Analiza

La botella también es una unidad de capacidad para cantidades menores que un litro. Si una botella equivale a $\frac{3}{4}$ litros, ¿a cuántos litros equivalen 3 botellas? Escribe el **PO** y calcula el resultado.



Soluciona

1



Carlos

PO: $\frac{3}{4} \times 3$

Aplico lo aprendido en la clase anterior:

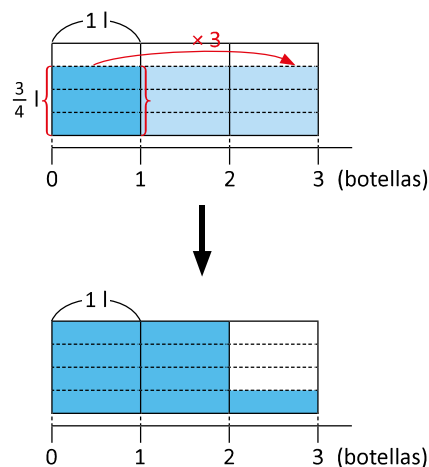
$$\begin{aligned} \frac{3}{4} \times 3 &= \frac{3 \times 3}{4} \\ &= \frac{9}{4} \end{aligned}$$

Como $\frac{9}{4}$ es una fracción impropia, la convierto en número mixto:

$$\frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$$

R: $\frac{9}{4}$ ($= 2\frac{1}{4}$) litros.

Gráficamente, puedo realizar $\frac{3}{4} \times 3$ y verificar que es igual a $\frac{9}{4}$ o $2\frac{1}{4}$:



Observa que el resultado de $\frac{3}{4} \times 3$ nos dice cuánto es $\frac{3}{4}$ litros repetido 3 veces. Así que, tres cuartas partes, repetidas tres veces es $\frac{9}{4}$, o sea, $2\frac{1}{4}$.



Comprende

Si el resultado de una multiplicación es una fracción impropia, entonces este se puede convertir a número mixto.

Ejemplo:

$$\frac{4}{7} \times 5 = \frac{4 \times 5}{7} = \frac{20}{7} (= 2\frac{6}{7})$$

Resuelve

2

1. Efectúa las siguientes multiplicaciones:

a. $\frac{1}{3} \times 4$

b. $\frac{2}{3} \times 7$

c. $\frac{3}{10} \times 7$

d. $\frac{2}{5} \times 3$

e. $\frac{7}{5} \times 4$

f. $\frac{3}{2} \times 5$

En e y f los multiplicandos son fracciones impropias, pero el procedimiento es el mismo que con fracciones propias.



2. Una receta para panecillos de chocolate y avena requiere $\frac{3}{4}$ tazas de avena. Si preparamos 5 de estas recetas, ¿cuántas tazas de avena necesitamos?

3. Camila dedica cada tarde $\frac{3}{4}$ de hora para hacer sus tareas. ¿Cuántas horas dedicará para hacer sus tareas en 7 días?



Indicador de logro:

1.3 Multiplica fracciones propias e impropias por números naturales aplicando el algoritmo.

Propósito: Fortalecer el uso del algoritmo de la multiplicación de una fracción por un número natural.

Puntos importantes: En **1**, debe priorizarse la aplicación del algoritmo al efectuar la operación; el gráfico se coloca como un recurso para apoyar y verificar el resultado. Además, los resultados de las multiplicaciones de los ejercicios en **2** son fracciones irreducibles, y aunque sean impropias los estudiantes pueden escribir cualquiera de las dos formas como respuesta (impropia o número mixto).

Solución de problemas:

1. a. $\frac{1}{3} \times 4 = \frac{1 \times 4}{3} = \frac{4}{3} (= 1\frac{1}{3})$

b. $\frac{2}{3} \times 7 = \frac{2 \times 7}{3} = \frac{14}{3} (= 4\frac{2}{3})$

c. $\frac{3}{10} \times 7 = \frac{3 \times 7}{10} = \frac{21}{10} (= 2\frac{1}{10})$

d. $\frac{2}{5} \times 3 = \frac{2 \times 3}{5} = \frac{6}{5} (= 1\frac{1}{5})$

e. $\frac{7}{5} \times 4 = \frac{7 \times 4}{5} = \frac{28}{5} (= 5\frac{3}{5})$

f. $\frac{3}{2} \times 5 = \frac{3 \times 5}{2} = \frac{15}{2} (= 7\frac{1}{2})$

2. PO: $\frac{3}{4} \times 5$

$$\frac{3}{4} \times 5 = \frac{3 \times 5}{4} = \frac{15}{4} (= 3\frac{3}{4})$$

3. PO: $\frac{3}{4} \times 7$

$$\frac{3}{4} \times 7 = \frac{3 \times 7}{4} = \frac{21}{4} (= 5\frac{1}{4})$$

R: $\frac{15}{4} (= 3\frac{3}{4})$ tazas de avena.

R: $\frac{21}{4} (= 5\frac{1}{4})$ horas.

Fecha:

Clase: 1.3

(A) Si una botella equivale a $\frac{3}{4}$ litros, ¿a cuántos litros equivalen 3 botellas?

(S) PO: $\frac{3}{4} \times 3$

Aplicando lo visto en la clase anterior:

$$\begin{aligned} \frac{3}{4} \times 3 &= \frac{3 \times 3}{4} \\ &= \frac{9}{4} \end{aligned}$$

Si se convierte a número mixto: $9 \div 4 = 2$, residuo 1; entonces $\frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$.

R: $\frac{9}{4}$ o $2\frac{1}{4}$ litros.

(R) 1. Efectúa:

a. $\frac{1}{3} \times 4 = \frac{1 \times 4}{3} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$

R: $\frac{4}{3}$ o $1\frac{1}{3}$

b. $\frac{2}{3} \times 7 = \frac{2 \times 7}{3} = \frac{14}{3} = 4\frac{2}{3}$

R: $\frac{14}{3}$ o $4\frac{2}{3}$

c. R: $\frac{21}{10}$ o $2\frac{1}{10}$

d. R: $\frac{6}{5}$ o $1\frac{1}{5}$

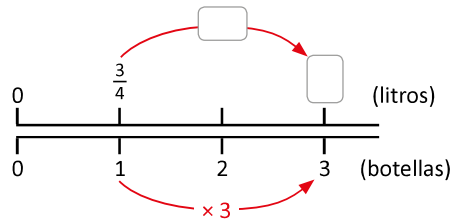
Tarea: página 10

Lección 1

1.4 Interpretación de las gráficas de doble recta numérica

Analiza

Interpreta la información de la siguiente gráfica, con relación al producto $\frac{3}{4} \times 3$:

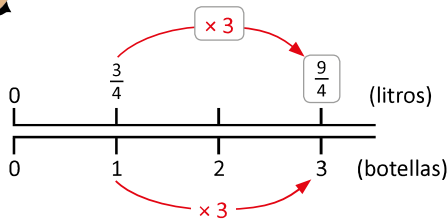


Soluciona

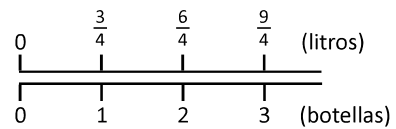
- 1 La gráfica muestra la relación que existe entre la cantidad de botellas (línea de abajo) y su equivalencia en litros (línea de arriba). Observo lo siguiente: 1 botella equivale a $\frac{3}{4}$ litros; si la cantidad de botellas se multiplica por 3 entonces la cantidad de litros también se multiplica por 3.



El gráfico completo es:



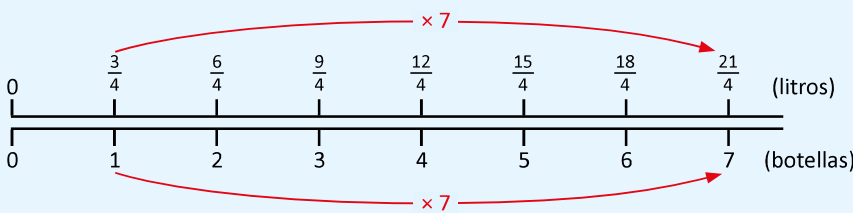
La escala de medida en las líneas no es la misma: en la línea de botellas se cuenta de 1 en 1; como 1 botella equivale a $\frac{3}{4}$ litros entonces, en la línea de litros se cuenta de $\frac{3}{4}$ en $\frac{3}{4}$.



Comprende

Las gráficas de doble recta numérica se usan para representar la relación entre dos cantidades que varían. Mientras una aumenta de 1 en 1, la otra puede aumentar en una cantidad diferente.

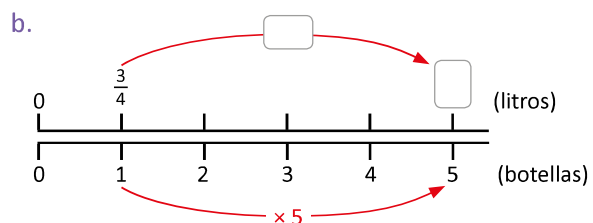
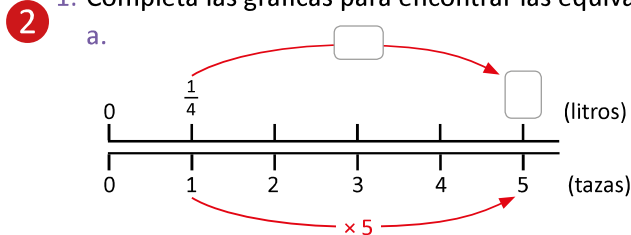
Por ejemplo, 7 botellas equivalen a $\frac{3}{4} \times 7$ litros; usando la gráfica de doble recta numérica:



Las botellas aumentan de 1 en 1; mientras que los litros de $\frac{3}{4}$ en $\frac{3}{4}$. Luego, contamos 7 veces $\frac{3}{4}$. Así, 7 botellas equivalen a $\frac{21}{4}$ litros.

Resuelve

1. Completa las gráficas para encontrar las equivalencias de tazas o botellas a litros, según sea el caso:



2. ¿Cómo encontrarías el resultado de $\frac{2}{5} \times 2$ usando la gráfica de doble recta numérica?

Indicador de logro:

1.4 Resuelve multiplicaciones de fracciones por números naturales utilizando gráficas de doble recta numérica.

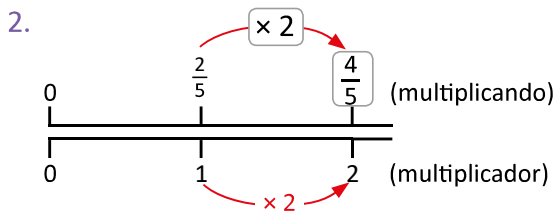
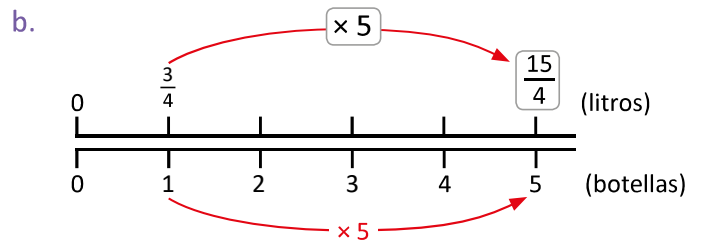
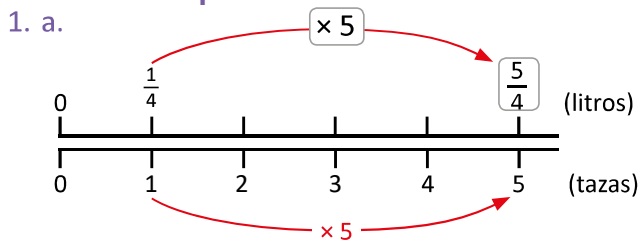
Propósito: Utilizar la gráfica de doble recta numérica para encontrar el resultado de multiplicaciones de fracciones por números naturales.

Puntos importantes: La gráfica de doble recta numérica en la multiplicación se emplea para visualizar mejor la operación y la relación entre las dos cantidades involucradas (si una se duplica, la otra también lo hará). En **1** debe recordarse que el multiplicando se coloca en la recta numérica superior y el multiplicador en la inferior; además, se alinea 1 botella con $\frac{3}{4}$ litros.

En **2**, los problemas deben resolverse sin utilizar el algoritmo sino la gráfica para encontrar los resultados de forma directa; para ello, los resultados de las multiplicaciones son fracciones irreducibles. Es opcional si el estudiante escribe las fracciones impropias como números mixtos.

Materiales: Cartel con la gráfica del Análisis y del literal 1a. del Resuelve.

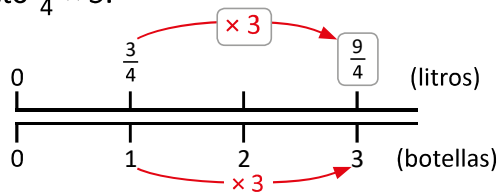
Solución de problemas:



Fecha:

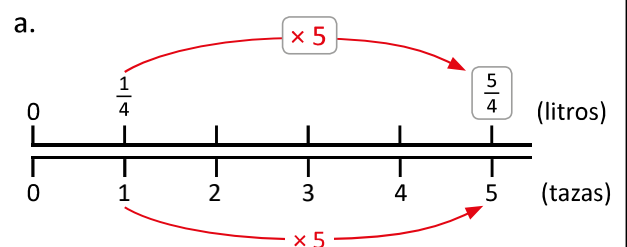
Clase: 1.4

(A) Interpreta la información de la gráfica con relación al producto $\frac{3}{4} \times 3$:



(S) Línea de abajo: cantidad de botellas.
 Línea de arriba: equivalencia en litros de cierta cantidad de botellas.
 Si la cantidad de botellas se multiplica por 3, entonces también lo hace la cantidad de litros, resultando en $\frac{9}{4}$.

(R) 1. Completa las gráficas para encontrar las equivalencias:



Tarea: página 11

Lección 1

1.5 Multiplicación de números mixtos por números naturales

Analiza

- 1 El galón es una unidad de capacidad para cantidades mayores que un litro. Si un galón equivale a $3\frac{3}{4}$ litros, ¿a cuántos litros equivalen 5 galones?

PO: $3\frac{3}{4} \times 5$

¿Cómo se puede calcular el resultado de $3\frac{3}{4} \times 5$?



Soluciona



Antonio

Convierto el número mixto a fracción impropia:

$$3\frac{3}{4} = \frac{15}{4}$$

- 2 Luego, multiplico:

$$\begin{aligned} 3\frac{3}{4} \times 5 &= \frac{15}{4} \times 5 \\ &= \frac{15 \times 5}{4} \\ &= \frac{75}{4} \left(= 18\frac{3}{4} \right) \end{aligned}$$

R: $\frac{75}{4}$ ($= 18\frac{3}{4}$) litros.

Como $3\frac{3}{4} = 3 + \frac{3}{4}$, entonces, en cinco galones hay 5 veces 3 litros, y 5 veces $\frac{3}{4}$ litros. En total, la cantidad de litros en cinco galones es $3 \times 5 + \frac{3}{4} \times 5$. Calculo el resultado de lo anterior:

$$\begin{aligned} 3 \times 5 + \frac{3}{4} \times 5 &= 15 + \frac{3 \times 5}{4} \\ &= 15 + \frac{15}{4} \\ &= 15 + 3\frac{3}{4} \\ &= 18\frac{3}{4} \end{aligned}$$



Carmen

R: $18\frac{3}{4}$ litros.

Comprende

Para multiplicar números mixtos con números naturales se realiza lo siguiente:

- ① Se convierte el número mixto en fracción impropia.
- ② Se multiplica la fracción impropia por el número natural.
- ③ Si el resultado es otra fracción impropia, se puede convertir a número mixto.

Por ejemplo, $1\frac{1}{4} \times 3$:

$$\begin{aligned} 1\frac{1}{4} \times 3 &= \frac{5}{4} \times 3 \\ &= \frac{5 \times 3}{4} \\ &= \frac{15}{4} \left(= 3\frac{3}{4} \right) \end{aligned}$$

Resuelve

- 3 1. Efectúa:

a. $1\frac{1}{3} \times 2$

b. $1\frac{2}{5} \times 3$

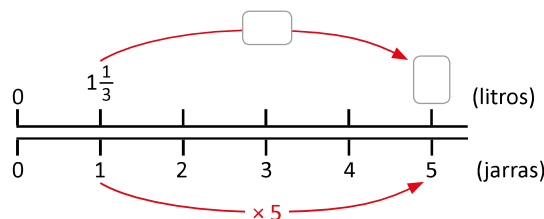
c. $2\frac{1}{4} \times 5$

d. $2\frac{1}{5} \times 3$

e. $3\frac{2}{5} \times 4$

f. $4\frac{3}{4} \times 3$

2. Se necesitan $1\frac{1}{3}$ litros de jugo para llenar una jarra. ¿Cuántos litros de jugo se necesitarán para llenar 5 jarras?



Indicador de logro:

1.5 Multiplica números mixtos por números naturales y expresa el resultado como número mixto.

Propósito: Efectuar multiplicaciones de números mixtos por números naturales, convirtiendo el número mixto a fracción impropia.

Puntos importantes: En ① se presenta el PO para centrarse en la interpretación del problema y notar que en esta ocasión hay un número mixto involucrado.

En ②, aunque la solución de Carmen presenta una forma alternativa de multiplicar por separado la parte entera y la parte fraccionaria del número mixto, no es el punto central de la clase y puede dejarse solo como lectura, si ningún estudiante resuelve similar. Los resultados de las multiplicaciones en ③ son fracciones irreducibles.

Solución de problemas:

1. a. $1\frac{1}{3} \times 2 = \frac{4}{3} \times 2 = \frac{4 \times 2}{3} = \frac{8}{3} (= 2\frac{2}{3})$

b. $1\frac{2}{5} \times 3 = \frac{7}{5} \times 3 = \frac{7 \times 3}{5} = \frac{21}{5} (= 4\frac{1}{5})$

c. $2\frac{1}{4} \times 5 = \frac{9}{4} \times 5 = \frac{9 \times 5}{4} = \frac{45}{4} (= 11\frac{1}{4})$

d. $2\frac{1}{5} \times 3 = \frac{11}{5} \times 3 = \frac{11 \times 3}{5} = \frac{33}{5} (= 6\frac{3}{5})$

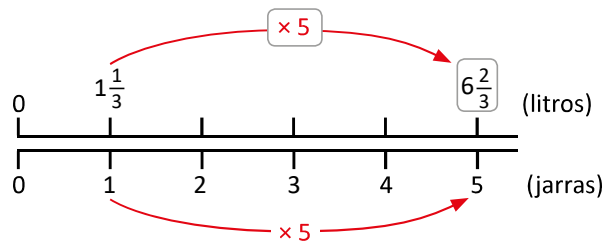
e. $3\frac{2}{5} \times 4 = \frac{17}{5} \times 4 = \frac{17 \times 4}{5} = \frac{68}{5} (= 13\frac{3}{5})$

f. $4\frac{3}{4} \times 3 = \frac{19}{4} \times 3 = \frac{19 \times 3}{4} = \frac{57}{4} (= 14\frac{1}{4})$

2. PO: $1\frac{1}{3} \times 5$

$1\frac{1}{3} \times 5 = \frac{4}{3} \times 5 = \frac{4 \times 5}{3} = \frac{20}{3} (= 6\frac{2}{3})$

R: $\frac{20}{3} (= 6\frac{2}{3})$ litros



Fecha:

Clase: 1.5

Ⓐ ¿Cómo se puede calcular $3\frac{3}{4} \times 5$?

Ⓢ Se convierte el número mixto a fracción impropia:

$3\frac{3}{4} = \frac{15}{4}$

Entonces:

$3\frac{3}{4} \times 5 = \frac{15}{4} \times 5$
 $= \frac{15 \times 5}{4}$
 $= \frac{75}{4} (= 18\frac{3}{4})$

R: $\frac{75}{4} (= 18\frac{3}{4})$ litros.

Ⓙ 1. Efectúa:

a. $1\frac{1}{3} \times 2 = \frac{4}{3} \times 2$
 $= \frac{4 \times 2}{3}$
 $= \frac{8}{3} (= 2\frac{2}{3})$

b. $1\frac{2}{5} \times 3 = \frac{7}{5} \times 3$
 $= \frac{7 \times 3}{5}$
 $= \frac{21}{5} (= 4\frac{1}{5})$

R: $\frac{8}{3}$ o $2\frac{2}{3}$

R: $\frac{21}{5}$ o $4\frac{1}{5}$

c. R: $\frac{45}{4}$ o $11\frac{1}{4}$

d. R: $\frac{33}{5}$ o $6\frac{3}{5}$

Tarea: página 12

Lección 1

1.6 Simplificación de multiplicación de fracciones por números naturales

Analiza

Simplifica hasta su mínima expresión la siguiente multiplicación:

$$\frac{5}{12} \times 9$$

Soluciona



Realizo primero la multiplicación; luego, simplifico el resultado:

$$\frac{5}{12} \times 9 = \frac{5 \times 9}{12}$$

$$= \frac{45}{12}$$

Divido el numerador y denominador entre 3, ya que el MCD de 45 y 12 es 3.

$$= \frac{15}{4} \left(= 3\frac{3}{4} \right)$$

R: $\frac{15}{4} \left(= 3\frac{3}{4} \right)$

Antes de realizar la multiplicación, me enfoco en los números 9 y 12, y simplifico, dividiendo ambos entre su MCD que es 3:



$$\frac{5}{12} \times 9 = \frac{5 \times \overset{3}{\cancel{9}}}{\underset{4}{\cancel{12}}}$$

¡Simplifico antes de multiplicar!

$$= \frac{5 \times 3}{4}$$

$$= \frac{15}{4} \left(= 3\frac{3}{4} \right)$$

R: $\frac{15}{4} \left(= 3\frac{3}{4} \right)$

Comprende

Simplificar antes de efectuar la multiplicación evita realizar cálculos más grandes. Se seleccionan parejas de números, uno en el numerador y otro en el denominador, y se dividen ambos entre su MCD. El resultado del cálculo debe estar en su mínima expresión.

Por ejemplo:

$$\begin{aligned} \frac{5}{12} \times 8 &= \frac{5 \times \overset{2}{\cancel{8}}}{\underset{3}{\cancel{12}}} \text{ el MCD de 8 y 12 es 4} \\ &= \frac{5 \times 2}{3} \\ &= \frac{10}{3} \left(= 3\frac{1}{3} \right) \end{aligned}$$



Recuerda que, para simplificar también puedes dividir numerador y denominador por un mismo valor tantas veces hasta que ya no sea posible.

Resuelve

1. Efectúa (simplifica antes de realizar el cálculo):

2 a. $\frac{1}{6} \times 3$

b. $\frac{5}{18} \times 9$

c. $\frac{5}{12} \times 18$

d. $\frac{7}{24} \times 20$

e. $\frac{3}{5} \times 5$

f. $\frac{7}{10} \times 10$

Cuando resuelvas e y f recuerda que:
 $\frac{3}{1} = 3$ y $\frac{5}{1} = 5$



2. Si Olivia toma $\frac{3}{4}$ litros de leche cada día, ¿cuántos litros de leche beberá en 14 días?

3. Un apicultor recolecta $\frac{8}{5}$ kg de miel por cada panal de abejas. ¿Cuántos kilogramos recolectará por 10 panales?



Las abejas necesitan celdas adecuadas a la anatomía de sus cuerpos y que les permita optimizar el espacio. Por tal razón, sus panales están conformados por celdas hexagonales, y más aún, son hexágonos regulares; esto con el fin de maximizar la superficie útil.

Fuente: *api-cultura.com*



Indicador de logro:

1.6 Efectúa multiplicaciones de fracciones por números naturales simplificando en el proceso de cálculo.

Propósito: Simplificar durante el proceso de la multiplicación de una fracción por un número natural para facilitar el cálculo del resultado de la operación.

Puntos importantes: En ①, la solución de Beatriz es el eje central de la clase; con la solución de José se pretende comparar ambas y notar que, efectivamente, los cálculos resultan más fáciles si se simplifica antes de multiplicar; es esencial, por tanto, que los estudiantes resuelvan de forma similar a Beatriz.

En ②, las multiplicaciones en cada numeral deben resolverse simplificando antes de realizar el cálculo para verificar el alcance del indicador de logro.

Solución de problemas:

1. a. $\frac{1}{6} \times 3 = \frac{1 \times \overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{2}{\cancel{6}}} = \frac{1 \times 1}{2} = \frac{1}{2}$
 El MCD de 3 y 6 es 3

b. $\frac{5}{18} \times 9 = \frac{5 \times \overset{1}{\cancel{9}}}{\underset{2}{\cancel{18}}} = \frac{5 \times 1}{2} = \frac{5}{2} (= 2\frac{1}{2})$
 El MCD de 9 y 18 es 9

c. $\frac{5}{12} \times 18 = \frac{5 \times \overset{3}{\cancel{18}}}{\underset{2}{\cancel{12}}} = \frac{5 \times 3}{2} = \frac{15}{2} (= 7\frac{1}{2})$

d. $\frac{7}{24} \times 20 = \frac{7 \times \overset{5}{\cancel{20}}}{\underset{6}{\cancel{24}}} = \frac{7 \times 5}{6} = \frac{35}{6} (= 5\frac{5}{6})$

e. $\frac{3}{5} \times 5 = \frac{3 \times \overset{1}{\cancel{5}}}{\underset{1}{\cancel{5}}} = \frac{3 \times 1}{1} = 3$

f. $\frac{7}{10} \times 10 = \frac{7 \times \overset{1}{\cancel{10}}}{\underset{1}{\cancel{10}}} = \frac{7 \times 1}{1} = 7$

2. PO: $\frac{3}{4} \times 14$
 $\frac{3}{4} \times 14 = \frac{3 \times \overset{7}{\cancel{14}}}{\underset{2}{\cancel{4}}} = \frac{3 \times 7}{2} = \frac{21}{2} (= 10\frac{1}{2})$

3. PO: $\frac{8}{5} \times 10$
 $\frac{8}{5} \times 10 = \frac{8 \times \overset{2}{\cancel{10}}}{\underset{1}{\cancel{5}}} = \frac{8 \times 2}{1} = 16$

R: $\frac{21}{2} (= 21\frac{1}{2})$ litros.

R: 16 kg

Fecha:

Clase: 1.6

Ⓐ Simplifica hasta su mínima expresión la siguiente multiplicación:

$$\frac{5}{12} \times 9$$

Ⓒ Forma 1

$$\frac{5}{12} \times 9 = \frac{5 \times 9}{12}$$

$$= \frac{\overset{15}{45}}{\underset{4}{12}} \quad \text{MCD de 45 y 12 es 3}$$

$$= \frac{15}{4} (= 3\frac{3}{4})$$

Forma 2

$$\frac{5}{12} \times 9 = \frac{5 \times \overset{3}{\cancel{9}}}{\underset{4}{\cancel{12}}} \quad \text{MCD de 9 y 12 es 3}$$

$$= \frac{5 \times 3}{4}$$

$$= \frac{15}{4} (= 3\frac{3}{4})$$

En ambas formas el resultado es $\frac{15}{4}$, pero los cálculos son más fáciles en la segunda.

Ⓙ 1. Efectúa:

a. $\frac{1}{6} \times 3 = \frac{1 \times \overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{2}{\cancel{6}}} = \frac{1 \times 1}{2} = \frac{1}{2}$

b. $\frac{5}{18} \times 9 = \frac{5 \times \overset{1}{\cancel{9}}}{\underset{2}{\cancel{18}}} = \frac{5 \times 1}{2} = \frac{5}{2} (= 2\frac{1}{2})$

R: $\frac{1}{2}$

R: $\frac{5}{2}$ o $2\frac{1}{2}$

c. R: $\frac{15}{2}$ o $7\frac{1}{2}$

d. R: $\frac{35}{6}$ o $5\frac{5}{6}$

Tarea: página 13

Lección 2 División de fracciones y números mixtos entre números naturales

2.1 Introducción a la división de fracciones entre números naturales

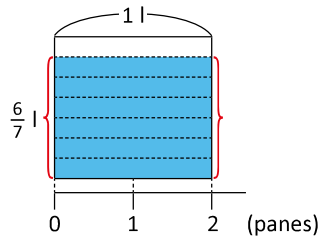
Recuerda

- 1 Dos jarras iguales se llenaron con 6 litros de jugo. ¿Con cuántos litros se llena cada jarra?, ¿qué operación utilizas para calcularlos? $6 \div 2 = 3$ **R: 3 litros, se utiliza la división**

Analiza

- 2 Si para elaborar dos panes se utilizaron $\frac{6}{7}$ litros de agua, ¿cuántos litros de agua se necesitan para elaborar un pan?

PO: $\frac{6}{7} \div 2$

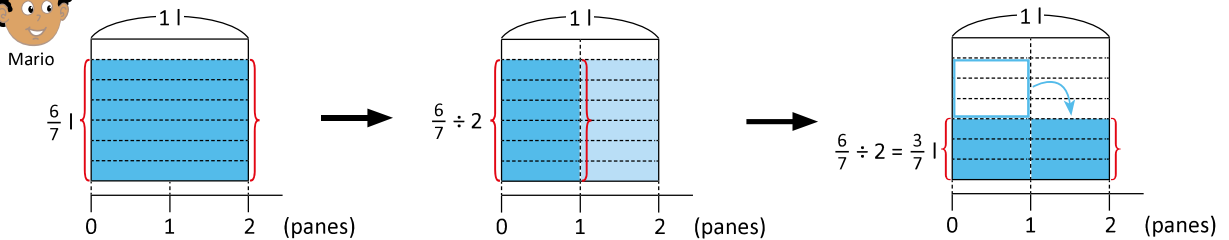


¿Cómo se puede calcular el resultado de $\frac{6}{7} \div 2$?

Soluciona



La división $\frac{6}{7} \div 2$ significa repartir los $\frac{6}{7}$ litros en dos partes iguales.



Del gráfico deduzco lo siguiente:

$$\frac{6}{7} \div 2 = \frac{6 \div 2}{7} = \frac{3}{7}$$

R: $\frac{3}{7}$ litros.

Comprende

Cuando se divide una fracción entre un número natural, si es posible, se divide el numerador entre el divisor y se deja el mismo denominador.

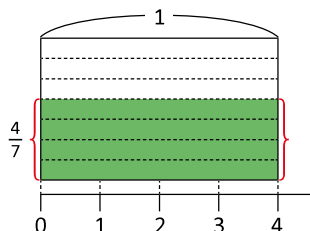
Por ejemplo, $\frac{4}{5} \div 2$:

$$\frac{4}{5} \div 2 = \frac{4 \div 2}{5} = \frac{2}{5}$$

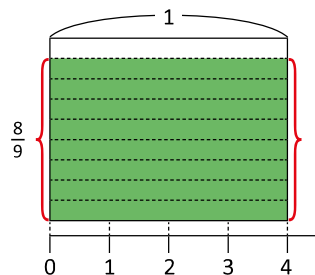
Resuelve

- 3 Encuentra el resultado de las siguientes divisiones, tanto de forma gráfica como aplicando lo descrito en la parte del Comprende:

a. $\frac{4}{7} \div 4$



b. $\frac{8}{9} \div 4$



Indicador de logro:

2.1 Divide fracciones propias entre números naturales utilizando representaciones con áreas.

Propósito: Utilizar la gráfica de áreas para deducir y comprobar el resultado de la división de una fracción entre un número natural, cuando el numerador de la fracción es múltiplo del número natural.

Puntos importantes: En **1**, el cociente corresponde a la cantidad en cada jarra. En **2**, se proporciona el **PO** para centrarse en la interpretación de la información del problema; el gráfico de áreas facilita la obtención del resultado, pues se visualiza que $\frac{6}{7} \div 2$ equivale a repartir $\frac{6}{7}$ en dos partes iguales.

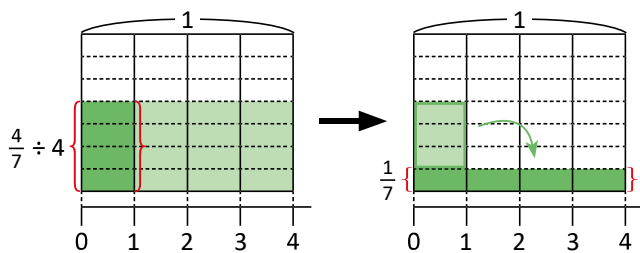
En **3**, ambos literales poseen el gráfico para dar sentido a la operación y relacionarlo con lo descrito en el Comprende.

Sugerencia metodológica: Aunque en el plan de pizarra se encuentra el gráfico, luego de realizar la división esta puede irse desarrollando paso a paso.

Materiales: Cartel con el gráfico del Analiza y del literal 1a. del Resuelve.

Solución de problemas:

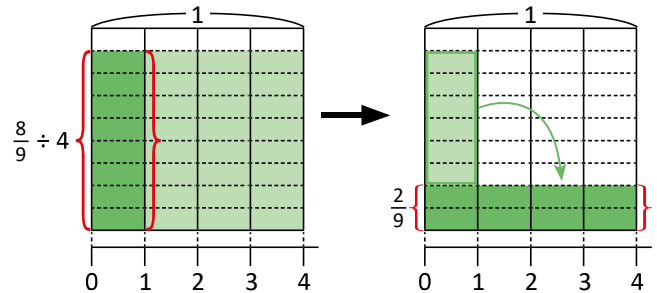
a. Se divide el gráfico en 4 partes iguales:



Usando lo descrito en el Comprende:

$$\frac{4}{7} \div 4 = \frac{4 \div 4}{7} = \frac{1}{7}$$

b. Se divide el gráfico en 4 partes iguales:



Usando lo descrito en el Comprende:

$$\frac{8}{9} \div 4 = \frac{8 \div 4}{9} = \frac{2}{9}$$

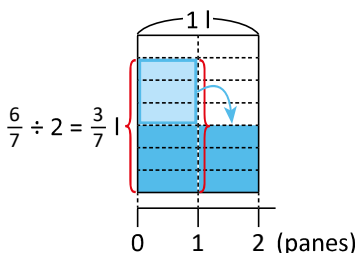
Fecha:

Clase: 2.1

(Re) Dos jarras iguales se llenaron con 6 litros de jugo. ¿Con cuántos litros se llena cada jarra?
 $6 \div 2 = 3$ **R:** 3 litros, se utiliza la división.

(A) ¿Cómo se puede calcular el resultado de $\frac{6}{7} \div 2$?

(S) La división $\frac{6}{7} \div 2$ significa repartir los $\frac{6}{7}$ litros en dos partes iguales.

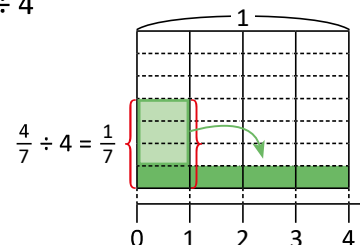


$$\frac{6}{7} \div 2 = \frac{6 \div 2}{7} = \frac{3}{7}$$

R: $\frac{3}{7}$ litros.

(R) Encuentra el resultado de las siguientes divisiones:

a. $\frac{4}{7} \div 4$



Usando lo descrito en el Comprende:

$$\frac{4}{7} \div 4 = \frac{4 \div 4}{7} = \frac{1}{7}$$

Tarea: página 14

Indicador de logro:

2.2 Divide fracciones entre números naturales aplicando el algoritmo.

Propósito: Deducir y aplicar el algoritmo de la división de una fracción entre un número natural.

Puntos importantes: En ①, aunque se presenta la solución con el gráfico, la clase se centra en la utilización del algoritmo. En ②, los problemas deben resolverse aplicando el algoritmo descrito en el Comprende.

Solución de problemas:

1. a. $\frac{3}{5} \div 2 = \frac{3}{5 \times 2} = \frac{3}{10}$

b. $\frac{3}{7} \div 4 = \frac{3}{7 \times 4} = \frac{3}{28}$

c. $\frac{2}{7} \div 3 = \frac{2}{7 \times 3} = \frac{2}{21}$

d. $\frac{3}{5} \div 5 = \frac{3}{5 \times 5} = \frac{3}{25}$

e. $\frac{5}{6} \div 7 = \frac{5}{6 \times 7} = \frac{5}{42}$

f. $\frac{4}{9} \div 11 = \frac{4}{9 \times 11} = \frac{4}{99}$

2. PO: $\frac{2}{5} \div 3$

$$\frac{2}{5} \div 3 = \frac{2}{5 \times 3} = \frac{2}{15}$$

R: $\frac{2}{15}$ litros.

3. PO: $\frac{3}{4} \div 5$

$$\frac{3}{4} \div 5 = \frac{3}{4 \times 5} = \frac{3}{20}$$

R: $\frac{3}{20}$ qq

Fecha:

Clase: 2.2

Ⓡ Verifica si son equivalentes:

a. $\frac{3}{4}$ y $\frac{6}{8}$ ✓ Sí lo son, se encuentran amplificando. b. $\frac{9}{12}$ y $\frac{12}{16}$ ✓ Sí lo son, al simplificar resulta la misma fracción.

Ⓐ Calcula el resultado de: $\frac{3}{4} \div 2$

Ⓢ Amplifico $\frac{3}{4} : \frac{3 \times 2}{4 \times 2} = \frac{6}{8}$

Utilizo el procedimiento de la clase anterior:

$$\begin{aligned} \frac{3}{4} \div 2 &= \frac{6}{8} \div 2 \\ &= \frac{6 \div 2}{8} \\ &= \frac{3}{8} \end{aligned}$$

R: $\frac{3}{8}$

Ⓡ 1. Efectúa:

a. $\frac{3}{5} \div 2 = \frac{3}{5 \times 2} = \frac{3}{10}$

R: $\frac{3}{10}$

c. R: $\frac{2}{21}$

e. R: $\frac{5}{42}$

b. $\frac{3}{7} \div 4 = \frac{3}{7 \times 4} = \frac{3}{28}$

R: $\frac{3}{28}$

d. R: $\frac{3}{25}$

f. R: $\frac{4}{99}$

Tarea: página 15

Lección 2

2.3 División de números mixtos entre números naturales

Recuerda

$$\text{Efectúa: } \frac{2}{3} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6} + \frac{1}{6} = \frac{4+1}{6} = \frac{5}{6}$$

Analiza

- 1 Carlos tiene $2\frac{1}{2}$ litros de jugo de naranja y los reparte en 3 recipientes. Si en cada recipiente coloca la misma cantidad de jugo, ¿cuántos litros de jugo hay en cada uno?

$$\text{PO: } 2\frac{1}{2} \div 3$$

¿Cómo se puede calcular $2\frac{1}{2} \div 3$?

Soluciona

- 2 Primero, escribo el número mixto (dividendo) como fracción impropia:

$$2\frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$



Antonio

Ahora, utilizo lo que aprendí en la clase anterior, es decir, dejo el mismo numerador y multiplico el denominador por el número natural:

$$\begin{aligned} 2\frac{1}{2} \div 3 &= \frac{5}{2} \div 3 \\ &= \frac{5}{2 \times 3} \\ &= \frac{5}{6} \end{aligned}$$

R: $\frac{5}{6}$ litros.

Comprende

Para dividir números mixtos entre números naturales:

- 1 Se convierte el número mixto en fracción impropia.
- 2 Se divide la fracción impropia entre el número natural usando el mismo procedimiento de la clase anterior, es decir, se deja el numerador y se multiplica el denominador por el número natural (si el resultado es fracción impropia, se puede convertir a número mixto).

Por ejemplo, $3\frac{2}{5} \div 2$:

$$\begin{aligned} 3\frac{2}{5} \div 2 &= \frac{17}{5} \div 2 \\ &= \frac{17}{5 \times 2} \\ &= \frac{17}{10} \left(= 1\frac{7}{10} \right) \end{aligned}$$

Resuelve

- 3 1. Efectúa:

a. $2\frac{1}{5} \div 3$

b. $3\frac{1}{4} \div 4$

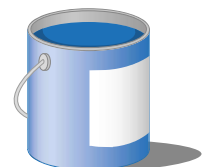
c. $4\frac{2}{3} \div 5$

d. $3\frac{1}{5} \div 3$

e. $4\frac{3}{7} \div 5$

f. $5\frac{2}{3} \div 4$

2. Si con $1\frac{1}{4}$ gal se pintó una pared de 40 m^2 , ¿cuánta pintura se utiliza para 1 m^2 ?



Indicador de logro:

2.3 Divide números mixtos entre números naturales.

Propósito: Convertir números mixtos a fracciones impropias para efectuar la división entre un número natural.

Puntos importantes: Se proporciona el **PO** en **1** para interpretar la información y notar que en este caso el dividendo es un número mixto. En **2**, el estudiante debe tener en claro que para utilizar el algoritmo de la clase anterior, primero debe convertir el número mixto a fracción impropia.

En **3**, los resultados de las divisiones son fracciones irreducibles, convertir las impropias a números mixtos es opcional para el estudiante.

Solución de problemas:

1. a. $2\frac{1}{5} \div 3 = \frac{11}{5} \div 3 = \frac{11}{5 \times 3} = \frac{11}{15}$

b. $3\frac{1}{4} \div 4 = \frac{13}{4} \div 4 = \frac{13}{4 \times 4} = \frac{13}{16}$

c. $4\frac{2}{3} \div 5 = \frac{14}{3} \div 5 = \frac{14}{3 \times 5} = \frac{14}{15}$

d. $3\frac{1}{5} \div 3 = \frac{16}{5} \div 3 = \frac{16}{5 \times 3} = \frac{16}{15} (= 1\frac{1}{15})$

e. $4\frac{3}{7} \div 5 = \frac{31}{7} \div 5 = \frac{31}{7 \times 5} = \frac{31}{35}$

f. $5\frac{2}{3} \div 4 = \frac{17}{3} \div 4 = \frac{17}{3 \times 4} = \frac{17}{12} (= 1\frac{5}{12})$

2. **PO:** $1\frac{1}{4} \div 40$

$$1\frac{1}{4} \div 40 = \frac{5}{4} \div 40 = \frac{5}{4 \times 40} = \frac{5}{160} = \frac{1}{32}$$

R: $\frac{1}{32}$ gal

Fecha:

Clase: 2.3

(Re) Efectúa: $\frac{2}{3} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6} + \frac{1}{6} = \frac{4+1}{6} = \frac{5}{6}$

(A) ¿Cómo se puede calcular $2\frac{1}{2} \div 3$?

(S) Escribo el número mixto (dividendo) como fracción impropia: $2\frac{1}{2} = \frac{5}{2}$.

Utilizo lo que aprendí en la clase anterior:

$$\begin{aligned} 2\frac{1}{2} \div 3 &= \frac{5}{2} \div 3 \\ &= \frac{5}{2 \times 3} \\ &= \frac{5}{6} \end{aligned}$$

R: $\frac{5}{6}$ litros.

(R) 1. Efectúa:

a. $2\frac{1}{5} \div 3 = \frac{11}{5} \div 3$
 $= \frac{11}{5 \times 3}$
 $= \frac{11}{15}$

b. $3\frac{1}{4} \div 4 = \frac{13}{4} \div 4$
 $= \frac{13}{4 \times 4}$
 $= \frac{13}{16}$

R: $\frac{11}{15}$

R: $\frac{13}{16}$

c. R: $\frac{14}{15}$

d. R: $\frac{16}{15}$ o $1\frac{1}{15}$

e. R: $\frac{31}{35}$

f. R: $\frac{17}{12}$ o $1\frac{5}{12}$

Tarea: página 16

2.4 Simplificación de divisiones

Recuerda

1 Efectúa (simplifica la respuesta hasta su mínima expresión): $\frac{7}{10} \times 15$ **R:** $\frac{21}{2} (= 10\frac{1}{2})$

Analiza

Efectúa (simplifica hasta su mínima expresión): $\frac{4}{5} \div 12$

Soluciona



Realizo primero la división, luego simplifico el resultado:

$$\frac{4}{5} \div 12 = \frac{4}{5 \times 12}$$

$$= \frac{\overset{1}{\cancel{4}}}{\underset{15}{\cancel{60}}} \quad \text{Divido el numerador y denominador entre 4, ya que el MCD de 4 y 60 es 4.}$$

$$= \frac{1}{15}$$

¡Simplifico la respuesta final!

Antes de realizar la multiplicación, me enfoco en los números 4 y 12, y simplifico, dividiendo ambos entre su MCD que es 4:



$$\frac{4}{5} \div 12 = \frac{\overset{1}{\cancel{4}}}{5 \times \underset{3}{\cancel{12}}} \quad \text{2}$$

$$= \frac{1}{5 \times 3}$$

$$= \frac{1}{15}$$

¡Al igual que la multiplicación, simplifico antes de multiplicar!

Comprende

Simplificar una división antes de multiplicar es útil ya que se evitan cálculos más grandes. Para hacerlo, se divide el numerador y el número natural entre su MCD.

Por ejemplo, $\frac{3}{4} \div 9$:

$$\frac{3}{4} \div 9 = \frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{4 \times \underset{3}{\cancel{9}}}$$

$$= \frac{1}{4 \times 3}$$

$$= \frac{1}{12}$$



Algunas divisiones con números mixtos también se pueden simplificar al convertir el número mixto a fracción impropia. Por ejemplo:

$$2\frac{4}{5} \div 6 = \frac{14}{5} \div 6$$

$$= \frac{\overset{7}{\cancel{14}}}{5 \times \underset{3}{\cancel{6}}}$$

$$= \frac{7}{5 \times 3}$$

$$= \frac{7}{15}$$

Resuelve

1. Efectúa:

- 3
- | | | |
|---------------------------|---------------------------|---------------------------|
| a. $\frac{2}{5} \div 8$ | b. $\frac{12}{13} \div 6$ | c. $\frac{6}{7} \div 3$ |
| d. $\frac{18}{11} \div 9$ | e. $\frac{24}{7} \div 6$ | f. $\frac{22}{7} \div 11$ |

2. Si $\frac{16}{5}$ lb de comida para perro se distribuyen equitativamente en 4 bolsas, ¿cuántas libras hay en cada bolsa?

3. Si $3\frac{3}{4}$ qq de maíz se dividen en 5 partes iguales, ¿cuántos quintales hay en cada parte?



Indicador de logro:

2.4 Efectúa divisiones de fracciones entre un número natural, simplificando en el proceso de cálculo.

Propósito: Simplificar durante el proceso de la división de una fracción por un número natural, para facilitar el cálculo del resultado de la operación.

Puntos importantes: Recordar el proceso de simplificación en la multiplicación planteada en 1 servirá para que los estudiantes resuelvan el Análisis de forma similar a como lo hace Ana en 2, lo cual es el eje central de la clase. Por tanto, en 3 se espera que los estudiantes simplifiquen antes de realizar cada una de las multiplicaciones, y hacer más fáciles los cálculos; en 3. deben tener el cuidado de convertir el número mixto a fracción impropia.

Solución de problemas:

1. a. $\frac{2}{5} \div 8 = \frac{\overset{1}{\cancel{2}}}{5 \times \underset{4}{\cancel{8}}} = \frac{1}{5 \times 4} = \frac{1}{20}$
 El MCD de 2 y 8 es 2

b. $\frac{12}{13} \div 6 = \frac{\overset{2}{\cancel{12}}}{13 \times \underset{1}{\cancel{6}}} = \frac{2}{13 \times 1} = \frac{2}{13}$
 El MCD de 12 y 6 es 6

c. $\frac{6}{7} \div 3 = \frac{\overset{2}{\cancel{6}}}{7 \times \underset{1}{\cancel{3}}} = \frac{2}{7 \times 1} = \frac{2}{7}$

d. $\frac{18}{11} \div 9 = \frac{\overset{2}{\cancel{18}}}{11 \times \underset{1}{\cancel{9}}} = \frac{2}{11 \times 1} = \frac{2}{11}$

e. $\frac{24}{7} \div 6 = \frac{\overset{4}{\cancel{24}}}{7 \times \underset{1}{\cancel{6}}} = \frac{4}{7 \times 1} = \frac{4}{7}$

f. $\frac{22}{7} \div 11 = \frac{\overset{2}{\cancel{22}}}{7 \times \underset{1}{\cancel{11}}} = \frac{2}{7 \times 1} = \frac{2}{7}$

2. PO: $\frac{16}{5} \div 4$
 $\frac{16}{5} \div 4 = \frac{\overset{4}{\cancel{16}}}{5 \times \underset{1}{\cancel{4}}} = \frac{4}{5 \times 1} = \frac{4}{5}$

3. PO: $3\frac{3}{4} \div 5$
 $3\frac{3}{4} \div 5 = \frac{15}{4} \div 5 = \frac{\overset{3}{\cancel{15}}}{4 \times \underset{1}{\cancel{5}}} = \frac{3}{4 \times 1} = \frac{3}{4}$

R: $\frac{4}{5}$ lb.

R: $\frac{3}{4}$ qq.

Fecha:

Clase: 2.4

(Re) Efectúa (simplifica la respuesta):

$$\frac{7}{10} \times 15 = \frac{7 \times \overset{3}{\cancel{15}}}{\underset{2}{\cancel{10}}} = \frac{7 \times 3}{2} = \frac{21}{2} (= 10\frac{1}{2})$$

(A) Efectúa (simplifica): $\frac{4}{5} \div 12$

(S) Forma 1

$$\frac{4}{5} \div 12 = \frac{4}{5 \times 12}$$

$$= \frac{\overset{1}{\cancel{4}}}{\underset{15}{\cancel{60}}} \text{ MCD de 4 y 60 es 4}$$

$$= \frac{1}{15}$$

Forma 2

$$\frac{4}{5} \div 12 = \frac{\overset{1}{\cancel{4}}}{5 \times \underset{3}{\cancel{12}}} \text{ MCD de 4 y 12 es 4}$$

$$= \frac{1}{5 \times 3}$$

$$= \frac{1}{15}$$

En ambas formas el resultado es $\frac{1}{15}$.

(R) 1. Efectúa:

a. $\frac{2}{5} \div 8 = \frac{\overset{2}{\cancel{2}}}{5 \times \underset{4}{\cancel{8}}}$
 $= \frac{1}{5 \times 4}$
 $= \frac{1}{20}$

R: $\frac{1}{20}$

c. R: $\frac{2}{7}$

e. R: $\frac{4}{7}$

b. $\frac{12}{13} \div 6 = \frac{\overset{2}{\cancel{12}}}{13 \times \underset{1}{\cancel{6}}}$
 $= \frac{2}{13 \times 1}$
 $= \frac{2}{13}$

R: $\frac{2}{13}$

d. R: $\frac{2}{11}$

f. R: $\frac{2}{7}$

Tarea: página 17

Lección 2

2.5 Practica lo aprendido

En resumen, en esta lección hemos aprendido que:

En la multiplicación, se multiplica el numerador por el número natural; mientras que, en la división, se multiplica el denominador por el número natural. Si es posible simplificar, hazlo antes de multiplicar.



1. Efectúa (simplifica donde sea posible):

a. $\frac{2}{9} \times 4$

b. $\frac{4}{5} \times 3$

c. $3\frac{1}{4} \times 2$

d. $\frac{3}{8} \times 10$

e. $\frac{4}{5} \div 3$

f. $\frac{1}{7} \div 10$

g. $\frac{1}{10} \div 6$

h. $\frac{6}{7} \div 2$

i. $\frac{5}{8} \div 4$

2. David practica piano $1\frac{1}{3}$ horas cada día. ¿Cuántas horas practicará en 5 días?

Uno de los pianistas más reconocidos de la historia fue **Ludwin Van Beethoven**. Aunque su vida estuvo marcada por una terrible sordera, algunos de sus trabajos más importantes los compuso cuando prácticamente era incapaz de escuchar.

Fuente: www.biography.com



3. Se reparten equitativamente $11\frac{2}{3}$ quintales de maíz en 10 recipientes. ¿Cuántos quintales hay en cada recipiente?

4. En la fábrica Camisal utilizaron $8\frac{3}{4}$ yardas de tela para fabricar 5 camisas iguales. ¿Cuántas yardas utilizaron para cada camisa?

★ Desafiate

1. Julia trabajó $\frac{3}{4}$ horas cada día, durante 2 días, en su proyecto de Ciencias. Mario trabajó $\frac{1}{4}$ de hora cada día, durante 6 días, en el mismo proyecto. ¿Quién de ellos trabajó más tiempo en su proyecto?

El **tornillo de Arquímedes** posee más de 2,000 años de antigüedad. Históricamente ha sido utilizado para el riego y el drenaje de agua en las minas. Al girar el mecanismo, el agua asciende por medio del tornillo por el otro extremo.

Fuente: www.historyybiografias.com



2. Al final de una jornada de ciclismo entre 5 compañeros, el equipo consumió 15 botellas de agua de $\frac{3}{4}$ litros cada botella. Suponiendo que todos bebieron la misma cantidad de agua, ¿cuántos litros bebió cada uno?

Indicador de logro:

2.5 Resuelve problemas sobre multiplicación o división de fracciones y números naturales.

Solución de problemas:

1. a. $\frac{2}{9} \times 4 = \frac{2 \times 4}{9} = \frac{8}{9}$

b. $\frac{4}{5} \times 3 = \frac{4 \times 3}{5} = \frac{12}{5} \left(= 2\frac{2}{5} \right)$

c. $3\frac{1}{4} \times 2 = \frac{13}{4} \times 2 = \frac{13 \times \cancel{2}^1}{\cancel{4}_2} = \frac{13 \times 1}{2} = \frac{13}{2} \left(= 6\frac{1}{2} \right)$

d. $\frac{3}{8} \times 10 = \frac{3 \times \cancel{10}^5}{\cancel{8}_4} = \frac{3 \times 5}{4} = \frac{15}{4} \left(= 3\frac{3}{4} \right)$

e. $\frac{4}{5} \div 3 = \frac{4}{5 \times 3} = \frac{4}{15}$

f. $\frac{1}{7} \div 10 = \frac{1}{7 \times 10} = \frac{1}{70}$

g. $\frac{1}{10} \div 6 = \frac{1}{10 \times 6} = \frac{1}{60}$

h. $\frac{6}{7} \div 2 = \frac{\cancel{6}^3}{7 \times \cancel{2}_1} = \frac{3}{7 \times 1} = \frac{3}{7}$

i. $\frac{5}{8} \div 4 = \frac{5}{8 \times 4} = \frac{5}{32}$

2. PO: $1\frac{1}{3} \times 5$

$$1\frac{1}{3} \times 5 = \frac{4}{3} \times 5 = \frac{4 \times 5}{3} = \frac{20}{3} \left(= 6\frac{2}{3} \right)$$

R: $\frac{20}{3} \left(= 6\frac{2}{3} \right)$ horas.

3. PO: $11\frac{2}{3} \div 10$

$$11\frac{2}{3} \div 10 = \frac{35}{3} \div 10 = \frac{\cancel{35}^7}{3 \times \cancel{10}_2} = \frac{7}{3 \times 2} = \frac{7}{6} \left(= 1\frac{1}{6} \right)$$

R: $\frac{7}{6} \left(= 1\frac{1}{6} \right)$ quintales.

4. PO: $8\frac{3}{4} \div 5$

$$8\frac{3}{4} \div 5 = \frac{35}{4} \div 5 = \frac{\cancel{35}^7}{4 \times \cancel{5}_1} = \frac{7}{4 \times 1} = \frac{7}{4} \left(= 1\frac{3}{4} \right)$$

R: $\frac{7}{4} \left(= 1\frac{3}{4} \right)$ yardas.

 ★ **Desafíate**

1. Cantidad de horas que trabajó Julia: $\frac{3}{4} \times 2$

$$\frac{3}{4} \times 2 = \frac{3 \times \cancel{2}^1}{\cancel{4}_2} = \frac{3 \times 1}{2} = \frac{3}{2}$$

 En total, Julia trabajó $\frac{3}{2}$ horas.

Cantidad de horas que trabajó Mario: $\frac{1}{4} \times 6$

$$\frac{1}{4} \times 6 = \frac{1 \times \cancel{6}^3}{\cancel{4}_2} = \frac{1 \times 3}{2} = \frac{3}{2}$$

 En total, Mario trabajó $\frac{3}{2}$ horas.

R: Ambos trabajaron la misma cantidad de tiempo.

2. Cantidad total de litros de agua consumidos por los 5 compañeros: $\frac{3}{4} \times 15$

$$\frac{3}{4} \times 15 = \frac{3 \times 15}{4} = \frac{45}{4}$$

 El equipo consumió $\frac{45}{4}$ litros de agua.

 Litros de agua bebidos por cada uno: $\frac{45}{4} \div 5$

$$\frac{45}{4} \div 5 = \frac{\cancel{45}^9}{4 \times \cancel{5}_1} = \frac{9}{4 \times 1} = \frac{9}{4} \left(= 2\frac{1}{4} \right)$$

R: $\frac{9}{4} \left(= 2\frac{1}{4} \right)$ litros de agua.

Lección 3 Multiplicación de fracciones

3.1 Multiplicación por fracciones unitarias

Recuerda

Se llaman fracciones unitarias a aquellas cuyo numerador es 1; por ejemplo: $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, etc. Escribe otros ejemplos de fracciones unitarias.

Analiza

Si una botella equivale a $\frac{3}{4}$ litros, ¿cuántos litros hay en $\frac{1}{2}$ botella?

1 PO: $\frac{3}{4} \times \frac{1}{2}$

¿Cómo se puede calcular $\frac{3}{4} \times \frac{1}{2}$?

Piensa: ¿cómo sería calcular la cantidad de litros en 2 botellas y en 3 botellas? ¿Cómo sería entonces para $\frac{1}{2}$ botella?

2 botellas: $\frac{3}{4} \times 2$, es decir, $\frac{3}{4}$ repetido 2 veces.

3 botellas: $\frac{3}{4} \times 3$, es decir, $\frac{3}{4}$ repetido 3 veces.

$\frac{1}{2}$ botella: $\frac{3}{4} \times \frac{1}{2}$, es decir, $\frac{3}{4}$ repetido $\frac{1}{2}$ veces.

Además:

$$\begin{array}{l} \text{cantidad de litros} \\ \text{en una botella} \end{array} \times \begin{array}{l} \text{cantidad} \\ \text{de botellas} \end{array} = \begin{array}{l} \text{equivalencia} \\ \text{en litros} \end{array}$$



Soluciona



La cantidad de litros en media botella la puedo encontrar también dividiendo entre 2 la cantidad de litros en 1 botella, es decir:

$$\frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{4} \div 2$$

¡Esta operación la aprendí en clases anteriores! Efectúo la división de una fracción por un número natural:

$$\begin{aligned} \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} &= \frac{3}{4} \div 2 \\ &= \frac{3}{4 \times 2} \\ &= \frac{3}{8} \end{aligned}$$

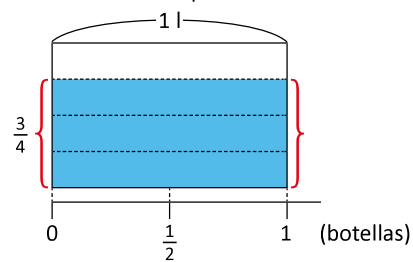
R: $\frac{3}{8}$ litros.

2

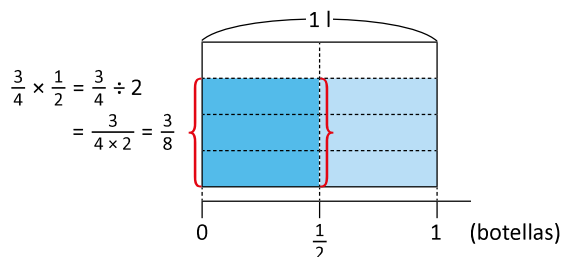
La multiplicación $\frac{3}{4} \times \frac{1}{2}$ significa tener $\frac{3}{4}$ repetido $\frac{1}{2}$ veces. Esto equivale a calcular $\frac{1}{2}$ de $\frac{3}{4}$, es decir, la mitad de $\frac{3}{4}$.



Represento gráficamente $\frac{3}{4}$ l:



Lo divido en 2 partes iguales:



Después de dividir en 2 partes iguales, 1 litro quedará dividido en $4 \times 2 = 8$ partes.

R: $\frac{3}{8}$ litros.

Lección 3

Comprende

Una multiplicación por una fracción unitaria equivale a una división entre número natural, donde el denominador de la fracción unitaria es el divisor.

$$\frac{\triangle}{\square} \times \frac{1}{\bullet} = \frac{\triangle}{\square} \div \bullet = \frac{\triangle}{\square \times \bullet}$$

$\triangle, \square, \bullet$ representan cualquier número natural.

Por ejemplo:

$$\begin{aligned} \frac{2}{5} \times \frac{1}{9} &= \frac{2}{5} \div 9 \\ &= \frac{2}{5 \times 9} \\ &= \frac{2}{45} \end{aligned}$$

Resuelve

- 3
- Completa aplicando la equivalencia de multiplicación por fracción unitaria y división entre número natural, y luego efectúa:
 - $\frac{2}{5} \times \frac{1}{7} = \frac{2}{5} \div \square$
 - $\frac{3}{4} \times \frac{1}{5} = \frac{3}{4} \square 5$
 - $\frac{8}{9} \times \frac{1}{3} = \frac{8}{9} \div \square$
 - $\frac{7}{11} \times \frac{1}{2} = \frac{7}{11} \square 2$
 - Calcula cuántos litros hay en las siguientes cantidades:
 - $\frac{1}{3}$ botellas
 - $\frac{1}{5}$ botellas
 - $\frac{1}{7}$ botellas
 - $\frac{1}{11}$ botellas

¿Sabías que...?

Historia de las fracciones

El origen de las fracciones o quebrados es muy remoto, ya eran conocidas por los babilonios, egipcios y griegos. Los egipcios resolvían problemas de la vida diaria mediante operaciones con fracciones. Entre ellas la distribución del pan, el sistema de construcción de pirámides y las medidas utilizadas para estudiar la tierra. Esto lo comprobamos en numerosas inscripciones antiguas como el Papiro de Ahmes.



En el siglo VI después de Cristo fueron los hindúes quienes establecieron las reglas de las operaciones con fracciones. En esa época, Aryabhata se preocupó de estas leyes y después lo hizo Bramagupta en el siglo VII.

Las reglas que utilizamos en la actualidad para trabajar con fracciones, fueron obra de Mahavira (en el siglo IX) y Bháskara (en el siglo XII).

El nombre de fracción se lo debemos a Juan de Luna, que tradujo al latín, en el siglo XII, el libro de aritmética de "Al-Juarizmi". Él empleó la palabra "fractio" para traducir la palabra árabe "al-Kasr", que significa quebrar, romper.

Las fracciones se conocen también con el nombre de "quebrados". El origen de las fracciones apunta a la necesidad de contar, de medir y de repartir, entre otras.

Fuente: <https://sites.google.com/site/cienciasnaturalesljbj>

Indicador de logro:

3.1 Multiplica fracciones por fracciones unitarias.

Propósito: Deducir y aplicar el algoritmo de la multiplicación de fracciones, cuando el multiplicador es una fracción unitaria.

Puntos importantes: En ①, se coloca el **PO** para que el estudiante se centre en la interpretación de la información del problema; adicionalmente, el perico muestra una pista para justificar el por qué del **PO**. En ②, Antonio presenta una solución alternativa usando el gráfico de áreas, pero es importante que los estudiantes comprendan y realicen la solución similar a Carmen.

En ③, los estudiantes deben utilizar el algoritmo descrito en el Comprende para resolver cada multiplicación, cuyo resultado es una fracción irreducible; en 1. se tiene la particularidad de colocar explícitamente la relación entre la multiplicación por una fracción unitaria y la división entre un número natural.

Solución de problemas:

$$\begin{aligned} 1. \text{ a. } \frac{2}{5} \times \frac{1}{7} &= \frac{2}{5} \div \boxed{7} \\ &= \frac{2}{5 \times 7} \\ &= \frac{2}{35} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b. } \frac{3}{4} \times \frac{1}{5} &= \frac{3}{4} \div \boxed{5} \\ &= \frac{3}{4 \times 5} \\ &= \frac{3}{20} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c. } \frac{8}{9} \times \frac{1}{3} &= \frac{8}{9} \div \boxed{3} \\ &= \frac{8}{9 \times 3} \\ &= \frac{8}{27} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d. } \frac{7}{11} \times \frac{1}{2} &= \frac{7}{11} \div \boxed{2} \\ &= \frac{7}{11 \times 2} \\ &= \frac{7}{22} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. \text{ a. } \frac{3}{4} \times \frac{1}{3} &= \frac{3}{4} \div 3 \\ &= \frac{3}{4 \times 3} \\ &= \frac{3}{12} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b. } \frac{3}{4} \times \frac{1}{5} &= \frac{3}{4} \div 5 \\ &= \frac{3}{4 \times 5} \\ &= \frac{3}{20} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c. } \frac{3}{4} \times \frac{1}{7} &= \frac{3}{4} \div 7 \\ &= \frac{3}{4 \times 7} \\ &= \frac{3}{28} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d. } \frac{3}{4} \times \frac{1}{11} &= \frac{3}{4} \div 11 \\ &= \frac{3}{4 \times 11} \\ &= \frac{3}{44} \end{aligned}$$

R: $\frac{3}{12}$ litros.

R: $\frac{3}{20}$ litros.

R: $\frac{3}{28}$ litros.

R: $\frac{3}{44}$ litros.

Fecha:

Clase: 3.1

Ⓡ Escribe otros ejemplos de fracciones unitarias:
 $\frac{1}{5}, \frac{1}{9}, \frac{1}{10}, \frac{1}{17}$, etc.

Ⓐ ¿Cómo se puede calcular $\frac{3}{4} \times \frac{1}{2}$?

Ⓢ La cantidad de litros en media botella la puedo encontrar dividiendo entre 2 la cantidad de litros en 1 botella:

$$\begin{aligned} \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} &= \frac{3}{4} \div 2 \\ &= \frac{3}{4 \times 2} \\ &= \frac{3}{8} \end{aligned}$$

R: $\frac{3}{8}$ litros.

Ⓡ 1. Completa y luego efectúa:

$$\begin{aligned} 1. \text{ a. } \frac{2}{5} \times \frac{1}{7} &= \frac{2}{5} \div \boxed{7} \\ &= \frac{2}{5 \times 7} \\ &= \frac{2}{35} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b. } \frac{3}{4} \times \frac{1}{5} &= \frac{3}{4} \div \boxed{5} \\ &= \frac{3}{4 \times 5} \\ &= \frac{3}{20} \end{aligned}$$

R: $\frac{2}{35}$

R: $\frac{3}{20}$

c. R: $\frac{8}{27}$

d. R: $\frac{7}{22}$

Tarea: página 19

Lección 3

3.2 Multiplicación con fracciones

Analiza

¿Cuántos litros hay en $\frac{5}{7}$ botellas?

1 PO: $\frac{3}{4} \times \frac{5}{7}$

¿Cómo se puede calcular $\frac{3}{4} \times \frac{5}{7}$?

En la clase anterior aprendimos que:

$$\begin{aligned} \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} &= \frac{3}{4} \div 2 \\ &= \frac{3}{4 \times 2} \\ &= \frac{3}{8} \end{aligned}$$



Soluciona



$\frac{3}{4} \times \frac{5}{7}$ significa tener $\frac{3}{4}$ repetido $\frac{5}{7}$ veces. Esto equivale a calcular $\frac{5}{7}$ de $\frac{3}{4}$.

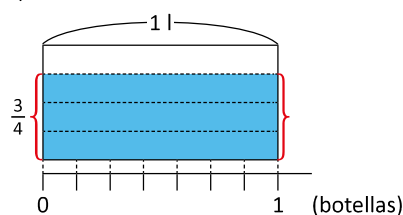
En $\frac{5}{7}$ hay 5 veces $\frac{1}{7}$, es decir, $\frac{1}{7} \times 5$; calculo primero $\frac{1}{7}$ de $\frac{3}{4}$ y luego multiplico por 5:

2

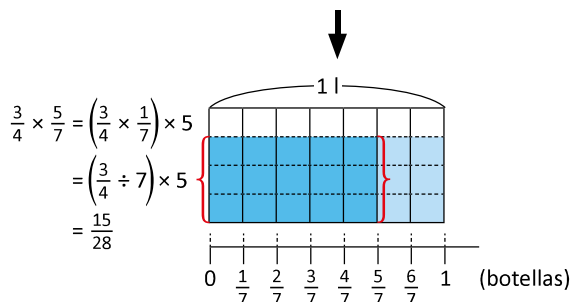
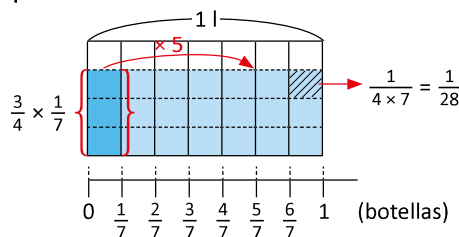
$$\begin{aligned} \frac{3}{4} \times \frac{5}{7} &= \left(\frac{3}{4} \times \frac{1}{7}\right) \times 5 \\ &= \left(\frac{3}{4} \div 7\right) \times 5 \\ &= \frac{3}{4 \times 7} \times 5 \\ &= \frac{3}{28} \times 5 \\ &= \frac{15}{28} \end{aligned}$$

R: $\frac{15}{28}$ litros.

Gráficamente, $\frac{3}{4}$ lo represento así:



Divido $\frac{3}{4}$ en 7 partes para calcular $\frac{3}{4} \times \frac{1}{7}$; luego, multiplico por 5:



Comprende

Multiplicar una fracción por otra fracción se puede interpretar como calcular una fracción de otra fracción y, para calcular el resultado, se reescribe la multiplicación de la siguiente forma:

$$\frac{\triangle}{\square} \times \frac{\diamond}{\circ} = \left(\frac{\triangle}{\square} \times \frac{1}{\circ}\right) \times \diamond$$

$\triangle, \square, \diamond, \circ$ representan cualquier número natural.

Resuelve

3 Efectúa:

a. $\frac{4}{5} \times \frac{3}{7} = \left(\frac{\triangle}{\square} \times \frac{1}{\circ}\right) \times \diamond =$

c. $\frac{1}{7} \times \frac{2}{3}$

b. $\frac{4}{9} \times \frac{2}{5} = \left(\frac{\triangle}{\square} \times \frac{1}{\circ}\right) \times \diamond =$

d. $\frac{6}{7} \times \frac{2}{7}$

Indicador de logro:

3.2 Efectúa la multiplicación de dos fracciones, escribiendo el multiplicador como producto de una fracción unitaria y número natural.

Propósito: Resolver multiplicaciones de fracciones utilizando la equivalencia entre la división entre un número natural y la multiplicación por una fracción unitaria.

Puntos importantes: En ①, se proporciona el PO para centrar la solución en el cálculo de la multiplicación. En ②, aunque se presenta la solución usando el gráfico de áreas, el objetivo principal es realizar el procedimiento algorítmico de la operación.

En ③, las multiplicaciones deben resolverse usando lo descrito en el Comprende, pues en esta clase no se pretende que los estudiantes resuelvan multiplicando numeradores y denominadores (respectivamente); ese procedimiento se estudiará en la clase 3.3; además, a los literales a. y b. se les coloca el esquema para que los estudiantes identifiquen los números que deben ir en cada parte.

Solución de problemas:

$$\begin{aligned} \text{a. } \frac{4}{5} \times \frac{3}{7} &= \left(\frac{4}{5} \times \frac{1}{7} \right) \times \diamond 3 \\ &= \left(\frac{4}{5} \div 7 \right) \times 3 \\ &= \frac{4}{5 \times 7} \times 3 \\ &= \frac{4}{35} \times 3 \\ &= \frac{12}{35} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b. } \frac{4}{9} \times \frac{2}{5} &= \left(\frac{4}{9} \times \frac{1}{5} \right) \times \diamond 2 \\ &= \left(\frac{4}{9} \div 5 \right) \times 2 \\ &= \frac{4}{9 \times 5} \times 2 \\ &= \frac{4}{45} \times 2 \\ &= \frac{8}{45} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c. } \frac{1}{7} \times \frac{2}{3} &= \left(\frac{1}{7} \times \frac{1}{3} \right) \times 2 \\ &= \left(\frac{1}{7} \div 3 \right) \times 2 \\ &= \frac{1}{7 \times 3} \times 2 \\ &= \frac{1}{21} \times 2 \\ &= \frac{2}{21} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d. } \frac{6}{7} \times \frac{2}{7} &= \left(\frac{6}{7} \times \frac{1}{7} \right) \times 2 \\ &= \left(\frac{6}{7} \div 7 \right) \times 2 \\ &= \frac{6}{7 \times 7} \times 2 \\ &= \frac{6}{49} \times 2 \\ &= \frac{12}{49} \end{aligned}$$

Anotaciones:

Fecha:

Clase: 3.2

Ⓐ ¿Cómo se puede calcular $\frac{3}{4} \times \frac{5}{7}$?

Ⓢ $\frac{3}{4} \times \frac{5}{7}$ significa tener $\frac{3}{4}$ repetido $\frac{5}{7}$ veces, y en $\frac{5}{7}$ hay 5 veces $\frac{1}{7}$; calculo primero $\frac{1}{7}$ de $\frac{3}{4}$ y luego multiplico por 5:

$$\begin{aligned} \frac{3}{4} \times \frac{5}{7} &= \left(\frac{3}{4} \times \frac{1}{7} \right) \times 5 \\ &= \left(\frac{3}{4} \div 7 \right) \times 5 \\ &= \frac{3}{4 \times 7} \times 5 \\ &= \frac{3}{28} \times 5 \\ &= \frac{15}{28} \end{aligned}$$

R: $\frac{15}{28}$ litros.

Ⓙ Efectúa:

$$\begin{aligned} \text{a. } \frac{4}{5} \times \frac{3}{7} &= \left(\frac{4}{5} \times \frac{1}{7} \right) \times \diamond 3 \\ &= \left(\frac{4}{5} \div 7 \right) \times 3 \\ &= \frac{4}{5 \times 7} \times 3 \\ &= \frac{4}{35} \times 3 \\ &= \frac{12}{35} \end{aligned}$$

b. R: $\frac{8}{45}$

c. R: $\frac{2}{21}$

d. R: $\frac{12}{49}$

Tarea: página 20

3.3 Algoritmo de la multiplicación

Analiza

- 1 El resultado de la multiplicación $\frac{3}{4} \times \frac{5}{7}$ es $\frac{15}{28}$ (lo calculaste en la clase anterior). Realiza lo siguiente:
- Encuentra la fracción cuyo numerador es igual al producto de los numeradores de $\frac{3}{4}$ y $\frac{5}{7}$, y cuyo denominador es igual al producto de los denominadores de $\frac{3}{4}$ y $\frac{5}{7}$.
 - ¿Es la fracción que encontraste en a. igual al resultado de $\frac{3}{4} \times \frac{5}{7}$? ¿Qué puedes concluir sobre el procedimiento para multiplicar fracciones?

Soluciona

- a. Multiplico los numeradores de $\frac{3}{4}$ y $\frac{5}{7}$:

$$3 \times 5 = 15$$

Multiplico los denominadores de $\frac{3}{4}$ y $\frac{5}{7}$:

$$4 \times 7 = 28$$

Entonces, la fracción buscada es $\frac{15}{28}$.

- b. Sí, es igual la fracción encontrada en a. con el resultado de $\frac{3}{4} \times \frac{5}{7}$. Esto quiere decir que para multiplicar fracciones debo multiplicar los numeradores y multiplicar los denominadores, o sea:

$$\begin{aligned} \frac{3}{4} \times \frac{5}{7} &= \frac{3 \times 5}{4 \times 7} \\ &= \frac{15}{28} \end{aligned}$$



Julia

Comprende

En resumen, para multiplicar una fracción por otra fracción:

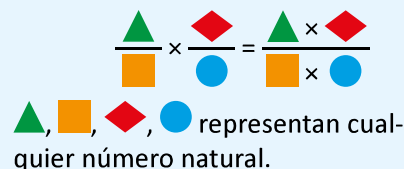
- Se multiplican los numeradores.
- Se multiplican los denominadores.

Si el resultado es una fracción impropia, puede convertirse a número mixto.

Por ejemplo, $\frac{2}{3} \times \frac{2}{5}$:

$$\begin{aligned} \frac{2}{3} \times \frac{2}{5} &= \frac{2 \times 2}{3 \times 5} \\ &= \frac{4}{15} \end{aligned}$$

Para multiplicar números naturales por fracciones, multiplica el número natural por el numerador y deja el mismo denominador.



También, siempre que aparezcan números naturales en una multiplicación con fracciones, puedes escribir un 1 como denominador al número natural y multiplicar como si fuesen dos fracciones. Por ejemplo:

$$\begin{aligned} \frac{3}{5} \times 4 &= \frac{3}{5} \times \frac{4}{1} \\ &= \frac{3 \times 4}{5} \\ &= \frac{12}{5} \end{aligned}$$

Resuelve

- 2 Efectúa:

a. $\frac{3}{5} \times \frac{2}{7}$

b. $\frac{3}{4} \times \frac{5}{8}$

c. $\frac{5}{6} \times \frac{1}{2}$

d. $\frac{1}{3} \times \frac{2}{5}$

e. $\frac{2}{9} \times \frac{8}{3}$

f. $\frac{7}{5} \times \frac{3}{4}$

g. $\frac{5}{7} \times 3$

h. $5 \times \frac{8}{3}$

Indicador de logro:

3.3 Multiplica fracciones aplicando el algoritmo.

Propósito: Comprobar y aplicar el algoritmo de la multiplicación de fracciones.

Puntos importantes: La deducción del algoritmo de la multiplicación de fracciones puede resultar complicado para los estudiantes; debido a eso, en ① se colocan las indicaciones para que los estudiantes lo comprueben de una forma explícita y comparen su resultado con el de la clase anterior, llegando a la conclusión que para multiplicar fracciones deben multiplicar numeradores y denominadores respectivamente.

En ②, los estudiantes deben utilizar el algoritmo mostrado en el Comprende; en el literal h. recordar que un número natural se puede escribir como fracción donde el denominador es 1. Los resultados de todas las multiplicaciones son fracciones irreducibles, la conversión de las impropias a número mixto es opcional.

Solución de problemas:

$$\begin{aligned} \text{a. } \frac{3}{5} \times \frac{2}{7} &= \frac{3 \times 2}{5 \times 7} \\ &= \frac{6}{35} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b. } \frac{3}{4} \times \frac{5}{8} &= \frac{3 \times 5}{4 \times 8} \\ &= \frac{15}{32} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c. } \frac{5}{6} \times \frac{1}{2} &= \frac{5 \times 1}{6 \times 2} \\ &= \frac{5}{12} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d. } \frac{1}{3} \times \frac{2}{5} &= \frac{1 \times 2}{3 \times 5} \\ &= \frac{2}{15} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e. } \frac{2}{9} \times \frac{8}{3} &= \frac{2 \times 8}{9 \times 3} \\ &= \frac{16}{27} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{f. } \frac{7}{5} \times \frac{3}{4} &= \frac{7 \times 3}{5 \times 4} \\ &= \frac{21}{20} \left(= 1 \frac{1}{20} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{g. } \frac{5}{7} \times 3 &= \frac{5 \times 3}{7} \\ &= \frac{15}{7} \left(= 2 \frac{1}{7} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{h. } 5 \times \frac{8}{3} &= \frac{5 \times 8}{3} \\ &= \frac{40}{3} \left(= 13 \frac{1}{3} \right) \end{aligned}$$

Anotaciones:

Fecha:

Clase: 3.3

- Ⓐ Con las fracciones $\frac{3}{4}$ y $\frac{5}{7}$ realiza lo siguiente:
- Encuentra la fracción cuyo numerador y denominador es igual al producto de los numeradores y de los denominadores (respectivamente).
 - ¿Es la fracción que encontraste en a. igual al resultado de $\frac{3}{4} \times \frac{5}{7}$? ¿Qué puedes concluir sobre el procedimiento para multiplicar fracciones?
- Ⓒ a. Multiplico los numeradores: $3 \times 5 = 15$.
Multiplico los denominadores: $4 \times 7 = 28$.
Entonces, la fracción buscada es $\frac{15}{28}$.
- b. Sí, para multiplicar fracciones debo multiplicar los numeradores y los denominadores:

$$\frac{3}{4} \times \frac{5}{7} = \frac{3 \times 5}{4 \times 7} = \frac{15}{28}$$

Ⓓ Efectúa:

$$\begin{aligned} \text{a. } \frac{3}{5} \times \frac{2}{7} &= \frac{3 \times 2}{5 \times 7} \\ &= \frac{6}{35} \end{aligned}$$

R: $\frac{6}{35}$

$$\begin{aligned} \text{b. } \frac{3}{4} \times \frac{5}{8} &= \frac{3 \times 5}{4 \times 8} \\ &= \frac{15}{32} \end{aligned}$$

R: $\frac{15}{32}$

c. R: $\frac{5}{12}$

d. R: $\frac{2}{15}$

e. R: $\frac{16}{27}$

f. R: $\frac{21}{20} \left(= 1 \frac{1}{20} \right)$

g. $\frac{15}{7} \left(= 2 \frac{1}{7} \right)$

h. R: $\frac{40}{3} \left(= 13 \frac{1}{3} \right)$

Tarea: página 21

3.4 Simplificación de multiplicación de fracciones

Recuerda

¿Cuáles son los pasos para multiplicar fracciones? **Multiplicar numeradores con numeradores, y denominadores con denominadores.**

Analiza

Calcula el resultado de la siguiente multiplicación (recuerda simplificar):

$$\frac{10}{9} \times \frac{3}{5}$$

Soluciona

1 Realizo la multiplicación y simplifico el resultado:



Ana

$$\begin{aligned} \frac{10}{9} \times \frac{3}{5} &= \frac{10 \times 3}{9 \times 5} \\ &= \frac{\overset{2}{30}}{\underset{3}{45}} \\ &= \frac{2}{3} \end{aligned}$$

El MCD de 30 y 45 es 15

Simplifico antes de multiplicar; el MCD de 10 y 5 es 5, mientras que el de 3 y 9 es 3:



Carlos

$$\begin{aligned} \frac{10}{9} \times \frac{3}{5} &= \frac{\overset{2}{\cancel{10}} \times \overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{3}{\cancel{9}} \times \underset{1}{\cancel{5}}} \\ &= \frac{2 \times 1}{3 \times 1} \\ &= \frac{2}{3} \end{aligned}$$

Comprende

Cuando sea posible, es mejor simplificar antes de multiplicar. Puede simplificarse cualquier numerador con cualquier denominador.

2 ¿Qué pasaría?

También puedes simplificar de la siguiente forma:

$$\frac{\overset{2}{\cancel{10}}}{\underset{3}{\cancel{9}}} \times \frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{1}{\cancel{5}}} = \frac{2}{3} \times \frac{1}{1} = \frac{2}{3}$$

Resuelve

1. Efectúa (simplifica antes de realizar el cálculo):

a. $\frac{4}{21} \times \frac{7}{10}$

b. $\frac{7}{24} \times \frac{4}{7}$

c. $\frac{12}{35} \times \frac{14}{15}$

d. $\frac{5}{9} \times \frac{7}{15}$

e. $\frac{3}{8} \times \frac{6}{7}$

f. $\frac{11}{7} \times \frac{49}{44}$

2. Si 1 botella equivale a $\frac{3}{4}$ litros, ¿a cuántos litros equivalen $\frac{8}{9}$ botellas?

★ Desafiate

Utiliza la información del “¿Qué pasaría?” para completar el esquema con los números adecuados:

3

$$\frac{\square}{5} \times \frac{3}{\square} = \frac{\square}{5} \times \frac{3}{\square} = \frac{3}{10}$$

Indicador de logro:

3.4 Efectúa multiplicaciones de fracciones simplificando en el proceso de cálculo.

Propósito: Simplificar durante el proceso de la multiplicación de fracciones para facilitar el cálculo del resultado de la operación.

Puntos importantes: En **1**, la solución de Ana muestra la aplicación del algoritmo y la simplificación del resultado, sin embargo, en esta clase los estudiantes deben resolver de forma similar a Carlos para reducir las cantidades y facilitar los cálculos; puede recordarse la simplificación de la multiplicación de fracciones por números naturales. El proceso de simplificación mostrado en **2** es muy utilizado cuando se multiplican fracciones ya que agiliza el procedimiento; es necesario que se desarrolle con los estudiantes pues será retomado en la clase 3.7 (también pueden simplificarse de esta forma en todo lo siguiente).

En **3**, los recuadros deben completarse de derecha a izquierda; en ese orden, para los últimos dos las posibilidades son infinitas pues solo hay que asegurar que el número colocado en el denominador sea el doble del que se coloca en el numerador.

Solución de problemas:

$$1. a. \frac{4}{21} \times \frac{7}{10} = \frac{\overset{2}{\cancel{4}} \times \overset{1}{\cancel{7}}}{\underset{3}{\cancel{21}} \times \underset{5}{\cancel{10}}} = \frac{2 \times 1}{3 \times 5} = \frac{2}{15}$$

$$b. \frac{7}{24} \times \frac{4}{7} = \frac{\overset{1}{\cancel{7}} \times \overset{1}{\cancel{4}}}{\underset{6}{\cancel{24}} \times \underset{1}{\cancel{7}}} = \frac{1 \times 1}{6 \times 1} = \frac{1}{6}$$

$$c. \frac{12}{35} \times \frac{14}{15} = \frac{\overset{4}{\cancel{12}} \times \overset{2}{\cancel{14}}}{\underset{5}{\cancel{35}} \times \underset{5}{\cancel{15}}} = \frac{4 \times 2}{5 \times 5} = \frac{8}{25}$$

$$d. \frac{\overset{1}{\cancel{5}}}{9} \times \frac{7}{\underset{3}{\cancel{15}}} = \frac{1}{9} \times \frac{7}{3} = \frac{1 \times 7}{9 \times 3} = \frac{7}{27}$$

$$e. \frac{3}{\underset{4}{\cancel{8}}} \times \frac{\overset{3}{\cancel{6}}}{7} = \frac{3}{4} \times \frac{3}{7} = \frac{3 \times 3}{4 \times 7} = \frac{9}{28}$$

$$f. \frac{\overset{1}{\cancel{11}}}{7} \times \frac{\overset{7}{\cancel{49}}}{\underset{4}{\cancel{44}}} = \frac{1}{1} \times \frac{7}{4} = \frac{7}{4} \left(= 1\frac{3}{4} \right)$$

2. PO: $\frac{3}{4} \times \frac{8}{9}$
R: $\frac{2}{3}$ litros.

★ Desafíate

$$\frac{\textcircled{2}}{5} \times \frac{3}{\textcircled{4}} = \frac{\textcircled{1}}{5} \times \frac{3}{\textcircled{2}} = \frac{3}{10}$$

Fecha:

Clase: 3.4

(Re) ¿Cuáles son los pasos para multiplicar fracciones?
R: multiplicar numeradores con numeradores, y denominadores con denominadores.

(A) Calcula el resultado de $\frac{10}{9} \times \frac{3}{5}$ (simplifica).

(S) Forma 1

$$\frac{10}{9} \times \frac{3}{5} = \frac{10 \times 3}{9 \times 5} = \frac{\overset{2}{\cancel{10}} \times \overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{3}{\cancel{9}} \times \underset{5}{\cancel{5}}} = \frac{2 \times 1}{3 \times 5} = \frac{2}{15}$$

Forma 2

$$\frac{10}{9} \times \frac{3}{5} = \frac{\overset{2}{\cancel{10}} \times \overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{3}{\cancel{9}} \times \underset{5}{\cancel{5}}} = \frac{2 \times 1}{3 \times 5} = \frac{2}{15}$$

En ambas formas el resultado es $\frac{2}{15}$.

(Q) También puedes simplificar de la siguiente forma:

$$\frac{\overset{2}{\cancel{10}}}{\underset{3}{\cancel{9}}} \times \frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{5}{\cancel{5}}} = \frac{2}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{2}{15}$$

(R) 1. Efectúa:

$$a. \frac{4}{21} \times \frac{7}{10} = \frac{\overset{2}{\cancel{4}} \times \overset{1}{\cancel{7}}}{\underset{3}{\cancel{21}} \times \underset{5}{\cancel{10}}} = \frac{2 \times 1}{3 \times 5} = \frac{2}{15}$$

R: $\frac{2}{15}$

b. R: $\frac{1}{6}$ c. R: $\frac{8}{25}$
d. R: $\frac{7}{27}$ e. R: $\frac{9}{28}$

f. R: $\frac{7}{4} \left(= 1\frac{3}{4} \right)$

Tarea: página 22

Lección 3

3.5 Multiplicación con números mixtos

Recuerda

1 Efectúa:

$$2\frac{1}{3} \times 4 = \frac{7}{3} \times 4 = \frac{7 \times 4}{3} = \frac{28}{3} \left(= 9\frac{1}{3} \right)$$

Analiza

Realiza la siguiente multiplicación:

$$1\frac{2}{3} \times 2\frac{3}{4}$$

Soluciona

2 Convierto los números mixtos a fracciones impropias y multiplico:

$$1\frac{2}{3} = \frac{5}{3} \quad \text{y} \quad 2\frac{3}{4} = \frac{11}{4}$$



Beatriz

Luego:

$$\begin{aligned} 1\frac{2}{3} \times 2\frac{3}{4} &= \frac{5}{3} \times \frac{11}{4} \\ &= \frac{5 \times 11}{3 \times 4} \\ &= \frac{55}{12} \\ &= 4\frac{7}{12} \end{aligned}$$

Comprende

Para multiplicar con números mixtos:

- 1 Se convierten los números mixtos en fracciones impropias.
- 2 Si es posible simplificar, se simplifica.
- 3 Se multiplica numerador por numerador y denominador por denominador. Si el resultado es una fracción impropia, se puede convertir a número mixto.

Por ejemplo:

$$\begin{aligned} \frac{2}{5} \times 5\frac{1}{4} &= \frac{2}{5} \times \frac{21}{4} \\ &= \frac{1}{5} \times \frac{21}{2} \\ &= \frac{1 \times 21}{5 \times 2} \\ &= \frac{21}{10} \left(= 2\frac{1}{10} \right) \end{aligned}$$

Resuelve

1. Realiza las siguientes multiplicaciones:

3 a. $1\frac{2}{5} \times 2\frac{2}{3}$

b. $2\frac{1}{2} \times 1\frac{2}{3}$

c. $1\frac{1}{6} \times \frac{3}{7}$

d. $\frac{3}{4} \times 2\frac{4}{5}$

e. $2\frac{6}{7} \times 4$

f. $6 \times 2\frac{1}{9}$

2. Si se necesitan $1\frac{1}{3}$ tazas con leche para preparar un vaso de licuado de guineo, ¿cuántas tazas con leche se necesitan para preparar 2 vasos y medio?

Indicador de logro:

3.5 Efectúa multiplicaciones de números mixtos.

Propósito: Realizar multiplicaciones con números mixtos, convirtiéndolos a fracciones impropias y aplicando el algoritmo de la multiplicación de fracciones.

Puntos importantes: Es necesario que los estudiantes resuelvan el ejercicio planteado en ① para que no presenten mayor dificultad en el Análisis y su solución sea parecida a la presentada por Beatriz en ②. En la resolución de los ejercicios de ③ los estudiantes deben aplicar todo lo visto hasta esta clase: conversión de números mixtos a fracción impropia para multiplicar, números mixtos por números naturales, simplificación, etc.

Solución de problemas:

$$\begin{aligned} 1. \text{ a. } 1\frac{2}{5} \times 2\frac{2}{3} &= \frac{7}{5} \times \frac{8}{3} \\ &= \frac{7 \times 8}{5 \times 3} \\ &= \frac{56}{15} \left(= 3\frac{11}{15} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b. } 2\frac{1}{2} \times 1\frac{2}{3} &= \frac{5}{2} \times \frac{5}{3} \\ &= \frac{5 \times 5}{2 \times 3} \\ &= \frac{25}{6} \left(= 4\frac{1}{6} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c. } 1\frac{1}{6} \times \frac{3}{7} &= \frac{7}{6} \times \frac{3}{7} \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{1}{1} \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d. } \frac{3}{4} \times 2\frac{4}{5} &= \frac{3}{4} \times \frac{14}{5} \\ &= \frac{3}{2} \times \frac{7}{5} \\ &= \frac{3 \times 7}{2 \times 5} \\ &= \frac{21}{10} \left(= 2\frac{1}{10} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e. } 2\frac{6}{7} \times 4 &= \frac{20}{7} \times 4 \\ &= \frac{20 \times 4}{7} \\ &= \frac{80}{7} \left(= 11\frac{3}{7} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{f. } 6 \times 2\frac{1}{9} &= \frac{6}{1} \times \frac{19}{9} \\ &= \frac{2}{1} \times \frac{19}{3} \\ &= \frac{2 \times 19}{1 \times 3} \\ &= \frac{38}{3} \left(= 12\frac{2}{3} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. \text{ PO: } 1\frac{1}{3} \times 2\frac{1}{2} &= \frac{4}{3} \times \frac{5}{2} = \frac{2}{3} \times \frac{5}{1} = \frac{2 \times 5}{3 \times 1} = \frac{10}{3} \left(= 3\frac{1}{3} \right) \end{aligned}$$

$$\text{R: } \frac{10}{3} \left(= 3\frac{1}{3} \right) \text{ tazas.}$$

Fecha:

Clase: 3.5

Ⓡ Efectúa: $2\frac{1}{3} \times 4 = \frac{7}{3} \times 4 = \frac{7 \times 4}{3} = \frac{28}{3} \left(= 9\frac{1}{3} \right)$

Ⓐ Realiza la multiplicación $1\frac{2}{3} \times 2\frac{3}{4}$.

Ⓢ Convierto los números mixtos a fracciones impropias y multiplico:

$$\begin{aligned} 1\frac{2}{3} \times 2\frac{3}{4} &= \frac{5}{3} \times \frac{11}{4} \\ &= \frac{5 \times 11}{3 \times 4} \\ &= \frac{55}{12} \\ &= 4\frac{7}{12} \end{aligned}$$

Ⓡ 1. Efectúa:

$$\begin{aligned} \text{a. } 1\frac{2}{5} \times 2\frac{2}{3} &= \frac{7}{5} \times \frac{8}{3} \\ &= \frac{7 \times 8}{5 \times 3} \\ &= \frac{56}{15} \left(= 3\frac{11}{15} \right) \end{aligned}$$

$$\text{b. R: } \frac{25}{6} \left(= 4\frac{1}{6} \right) \quad \text{c. R: } \frac{1}{2}$$

$$\text{d. R: } \frac{21}{10} \left(= 2\frac{1}{10} \right) \quad \text{e. R: } \frac{80}{7} \left(= 11\frac{3}{7} \right)$$

$$\text{f. R: } \frac{38}{3} \left(= 12\frac{2}{3} \right)$$

Tarea: página 23

3.6 Propiedades conmutativa y asociativa en fracciones

Analiza

En cada literal, calcula los resultados de las multiplicaciones y verifica que son iguales:

1 a. $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}$ y $\frac{4}{5} \times \frac{2}{3}$ b. $(\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}) \times \frac{1}{3}$ y $\frac{2}{3} \times (\frac{4}{5} \times \frac{1}{3})$

Soluciona

a. Realizo ambas multiplicaciones:



$$\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{2 \times 4}{3 \times 5} = \frac{8}{15}$$

$$\frac{4}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{4 \times 2}{5 \times 3} = \frac{8}{15}$$

¡El resultado es el mismo! Es decir:

$$\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{4}{5} \times \frac{2}{3}$$

b. Calculo el resultado de ambas multiplicaciones:

$$\begin{aligned} (\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}) \times \frac{1}{3} &= \frac{8}{15} \times \frac{1}{3} \\ &= \frac{8 \times 1}{15 \times 3} \\ &= \frac{8}{45} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{2}{3} \times (\frac{4}{5} \times \frac{1}{3}) &= \frac{2}{3} \times \frac{4}{15} \\ &= \frac{2 \times 4}{3 \times 15} \\ &= \frac{8}{45} \end{aligned}$$

¡Obtuve el mismo resultado! Es decir:

$$(\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}) \times \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \times (\frac{4}{5} \times \frac{1}{3})$$

Comprende

- Propiedad conmutativa: al multiplicar dos fracciones, no importa en qué orden se haga, el resultado es el mismo. Es decir, si \blacktriangle y \blacksquare representan fracciones entonces:

$$\blacktriangle \times \blacksquare = \blacksquare \times \blacktriangle$$

- Propiedad asociativa: para multiplicar tres o más fracciones se puede ir multiplicando de dos en dos. Es decir, si \blacktriangle , \blacksquare y \bullet representan fracciones, entonces:

$$(\blacktriangle \times \blacksquare) \times \bullet = \blacktriangle \times (\blacksquare \times \bullet)$$

Resuelve

1. Comprueba la propiedad conmutativa en las siguientes multiplicaciones:

2 a. $\frac{3}{5} \times \frac{7}{2}$ b. $\frac{3}{5} \times 4$

2. Comprueba la propiedad asociativa en las siguientes multiplicaciones:

a. $\frac{2}{7} \times \frac{4}{5} \times \frac{1}{3}$ b. $\frac{3}{5} \times \frac{3}{2} \times \frac{1}{5}$ c. $\frac{5}{7} \times \frac{6}{5} \times \frac{1}{3}$

★ Desafiate

Realiza la siguiente multiplicación:

3
$$\frac{4}{5} \times \frac{3}{4} \times \frac{5}{6} \times \frac{3}{5}$$

Indicador de logro:

3.6 Comprueba la propiedad conmutativa y la asociativa del producto de fracciones

Propósito: Verificar el cumplimiento de la propiedad conmutativa y la propiedad asociativa de la multiplicación cuando los factores son fracciones.

Puntos importantes: En esta clase no se pretende dar una demostración formal de las propiedades; el trabajo se centra en que el estudiante verifique cada una de ellas tomando ciertos casos particulares, como por ejemplo en ① (es importante su conocimiento pues se retomarán en séptimo grado, cuando se estudien los números positivos, negativos y el cero).

En ②, ambos numerales deben desarrollarse de forma similar al Soluciona, pues la indicación es comprobar las propiedades conmutativa y asociativa en cada caso. El objetivo en ③ es que los estudiantes utilicen la propiedad asociativa para "agrupar parejas de factores" que se pueden simplificar y facilitar de esa forma los cálculos.

Solución de problemas:

1. a. $\frac{3}{5} \times \frac{7}{2} = \frac{3 \times 7}{5 \times 2} = \frac{21}{10} (= 2\frac{1}{10})$

$$\frac{7}{2} \times \frac{3}{5} = \frac{7 \times 3}{2 \times 5} = \frac{21}{10} (= 2\frac{1}{10})$$

El resultado es el mismo.

2. a. $(\frac{2}{7} \times \frac{4}{5}) \times \frac{1}{3} = \frac{2 \times 4}{7 \times 5} \times \frac{1}{3} = \frac{8}{35} \times \frac{1}{3} = \frac{8 \times 1}{35 \times 3} = \frac{8}{105}$

$$\frac{2}{7} \times (\frac{4}{5} \times \frac{1}{3}) = \frac{2}{7} \times \frac{4 \times 1}{5 \times 3} = \frac{2}{7} \times \frac{4}{15} = \frac{2 \times 4}{7 \times 15} = \frac{8}{105}$$

El resultado es el mismo.

b. $\frac{3}{5} \times 4 = \frac{3 \times 4}{5} = \frac{12}{5} (= 2\frac{2}{5})$

$$\frac{4}{1} \times \frac{3}{5} = \frac{4 \times 3}{1 \times 5} = \frac{12}{5} (= 2\frac{2}{5})$$

El resultado es el mismo.

b. El resultado es $\frac{9}{50}$ al realizar la comprobación.

c. El resultado es $\frac{2}{7}$ al realizar la comprobación.

★ Desafíate

$$\left(\frac{\overset{1}{\cancel{4}}}{5} \times \frac{3}{\underset{1}{\cancel{4}}}\right) \times \left(\frac{\overset{1}{\cancel{2}}}{6} \times \frac{2}{\underset{1}{\cancel{2}}}\right) = \left(\frac{1}{5} \times \frac{3}{1}\right) \times \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{1}\right) = \frac{3}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{3 \times 1}{5 \times 2} = \frac{3}{10}$$

Fecha:

Clase: 3.6

Ⓐ Calcula los resultados de las multiplicaciones y verifica que son iguales:

a. $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}$ y $\frac{4}{5} \times \frac{2}{3}$ b. $(\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}) \times \frac{1}{3}$ y $\frac{2}{3} \times (\frac{4}{5} \times \frac{1}{3})$

Ⓒ a. $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{2 \times 4}{3 \times 5} = \frac{8}{15}$ $\frac{4}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{4 \times 2}{5 \times 3} = \frac{8}{15}$

El resultado es el mismo, $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{4}{5} \times \frac{2}{3}$.

b. $(\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}) \times \frac{1}{3} = \frac{2 \times 4}{3 \times 5} \times \frac{1}{3} = \frac{8}{15} \times \frac{1}{3} = \frac{8 \times 1}{15 \times 3} = \frac{8}{45}$

$$\frac{2}{3} \times (\frac{4}{5} \times \frac{1}{3}) = \frac{2}{3} \times \frac{4 \times 1}{5 \times 3} = \frac{2}{3} \times \frac{4}{15} = \frac{2 \times 4}{3 \times 15} = \frac{8}{45}$$

El resultado es el mismo, $(\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}) \times \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \times (\frac{4}{5} \times \frac{1}{3})$.

Ⓓ 1. Comprueba la propiedad conmutativa:

a. $\frac{3}{5} \times \frac{7}{2} = \frac{3 \times 7}{5 \times 2} = \frac{21}{10} (= 2\frac{1}{10})$

$$\frac{7}{2} \times \frac{3}{5} = \frac{7 \times 3}{2 \times 5} = \frac{21}{10} (= 2\frac{1}{10})$$

El resultado es el mismo.

b. El resultado es $\frac{12}{5}$ en ambos casos.

2. a. El resultado es $\frac{8}{105}$ en ambos casos.

b. El resultado es $\frac{9}{50}$ en ambos casos.

c. El resultado es $\frac{2}{7}$ en ambos casos.

Tarea: página 24

3.7 Aplicaciones de las propiedades conmutativa y asociativa

Analiza

Utiliza las propiedades conmutativa y asociativa para simplificar y calcular el resultado de cada multiplicación:

a. $\frac{3}{4} \times \frac{1}{5} \times \frac{8}{15}$

b. $\frac{4}{11} \times \frac{7}{15} \times \frac{9}{8}$

Soluciona

1



Carlos

a. Utilizo la propiedad conmutativa para cambiar el orden de las fracciones $\frac{1}{5}$ y $\frac{8}{15}$:

$$\frac{3}{4} \times \frac{1}{5} \times \frac{8}{15} = \frac{3}{4} \times \frac{8}{15} \times \frac{1}{5}$$

Utilizo la propiedad asociativa para calcular el resultado de $\frac{3}{4} \times \frac{8}{15}$ (simplifico antes):

$$\begin{aligned} \frac{3}{4} \times \frac{1}{5} \times \frac{8}{15} &= \left(\frac{\cancel{3}}{4} \times \frac{\cancel{8}}{15} \right) \times \frac{1}{5} \\ &= \left(\frac{1}{1} \times \frac{2}{5} \right) \times \frac{1}{5} \\ &= \frac{2}{5} \times \frac{1}{5} \\ &= \frac{2}{25} \end{aligned}$$

El MCD de 3 y 15 es 3; mientras que el de 4 y 8 es 4.

b. Simplifico $\frac{7}{15}$ y $\frac{9}{8}$ (el MCD de 15 y 9 es 3):

$$\frac{4}{11} \times \frac{7}{\cancel{15}_5} \times \frac{\cancel{9}^3}{8} = \frac{4}{11} \times \frac{7}{5} \times \frac{3}{8}$$

Ahora, puedo simplificar $\frac{4}{11}$ y $\frac{3}{8}$. Si aplico la propiedad conmutativa y asociativa entonces obtendré el mismo resultado que si hago lo siguiente:

$$\frac{\cancel{4}^1}{11} \times \frac{7}{5} \times \frac{3}{\cancel{8}_2} = \frac{1}{11} \times \frac{7}{5} \times \frac{3}{2}$$

¡Puedo simplificar cualquier pareja de numerador y denominador! Ahora, calculo el producto:

$$\begin{aligned} \frac{1}{11} \times \frac{7}{5} \times \frac{3}{2} &= \frac{1 \times 7 \times 3}{11 \times 5 \times 2} \\ &= \frac{21}{110} \end{aligned}$$

Comprende

Las propiedades conmutativa y asociativa se utilizan en las multiplicaciones de tres o más fracciones. El cálculo puede realizarse de las siguientes formas:

- Cambiar el orden de las fracciones y asociar de manera conveniente para evitar realizar cálculos muy grandes y simplificar antes de multiplicar.
- Simplificar las parejas de números (numerador con denominador) para reducir las fracciones a su mínima expresión. Luego, efectuar el producto de los numeradores y el de los denominadores.

Resuelve

2 Aplica las propiedades conmutativa y asociativa para calcular el resultado de:

a. $\frac{3}{4} \times \frac{1}{7} \times \frac{8}{21}$

b. $\frac{10}{27} \times \frac{4}{11} \times \frac{3}{5}$

c. $\frac{4}{15} \times \frac{5}{6} \times \frac{3}{2}$

d. $8 \times \frac{1}{10} \times \frac{7}{6}$

Indicador de logro:

3.7 Utiliza la propiedad conmutativa y la propiedad asociativa para simplificar multiplicaciones de fracciones.

Propósito: Aplicar las propiedades conmutativa y asociativa en la multiplicaciones de fracciones con tres o más factores para simplificar y facilitar los cálculos.

Puntos importantes: Es habitual utilizar la forma de simplificar las fracciones en un producto como en los ejercicios a. y b. presentados en ①, sin embargo puede no ser algo intuitivo para los estudiantes; es importante recalcar que esta manera de realizar el proceso se justifica por la veracidad de las propiedades conmutativa y asociativa para la multiplicación.

En ②, los ejercicios de todos los literales deben resolverse usando lo descrito en el Comprende (en la Solución de problemas se han utilizado las formas de simplificar mostradas en ①).

Solución de problemas:

$$\begin{aligned} \text{a. } \frac{3}{4} \times \frac{1}{7} \times \frac{8}{21} &= \left(\frac{\cancel{3}^1}{\cancel{4}_1} \times \frac{\cancel{8}^2}{\cancel{21}_7} \right) \times \frac{1}{7} \\ &= \frac{1}{1} \times \frac{2}{7} \times \frac{1}{7} \\ &= \frac{2}{7} \times \frac{1}{7} \\ &= \frac{2 \times 1}{7 \times 7} \\ &= \frac{2}{49} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b. } \frac{10}{27} \times \frac{4}{11} \times \frac{3}{5} &= \left(\frac{\cancel{10}^2}{\cancel{27}_9} \times \frac{\cancel{3}^1}{\cancel{5}_1} \right) \times \frac{4}{11} \\ &= \frac{2}{9} \times \frac{1}{1} \times \frac{4}{11} \\ &= \frac{2}{9} \times \frac{4}{11} \\ &= \frac{2 \times 4}{9 \times 11} \\ &= \frac{8}{99} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c. } \frac{\cancel{4}^2}{\cancel{15}_3} \times \frac{\cancel{5}^1}{\cancel{6}_2} \times \frac{\cancel{3}^1}{\cancel{2}_1} &= \frac{\cancel{4}^1}{3} \times \frac{\cancel{5}^1}{\cancel{2}_1} \times \frac{1}{1} \\ &= \frac{1}{3} \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{1} \\ &= \frac{1}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d. } \frac{\cancel{8}^4}{1} \times \frac{1}{\cancel{10}_5} \times \frac{7}{6} &= \frac{\cancel{4}^2}{1} \times \frac{1}{5} \times \frac{7}{\cancel{6}_3} \\ &= \frac{2}{1} \times \frac{1}{5} \times \frac{7}{3} \\ &= \frac{2 \times 1 \times 7}{1 \times 5 \times 3} \\ &= \frac{14}{15} \end{aligned}$$

Fecha:

Clase: 3.7

Ⓐ Utiliza las propiedades conmutativa y asociativa para simplificar y calcular el resultado de:

$$\text{a. } \frac{3}{4} \times \frac{1}{5} \times \frac{8}{15}$$

$$\text{b. } \frac{4}{11} \times \frac{7}{15} \times \frac{9}{8}$$

Ⓢ

$$\text{a. } \frac{3}{4} \times \frac{1}{5} \times \frac{8}{15} = \left(\frac{\cancel{3}^1}{\cancel{4}_1} \times \frac{\cancel{8}^2}{\cancel{15}_5} \right) \times \frac{1}{5} = \left(\frac{1}{1} \times \frac{2}{5} \right) \times \frac{1}{5} = \frac{2}{5} \times \frac{1}{5} = \frac{2}{25}$$

R: $\frac{2}{25}$

$$\text{b. } \frac{4}{11} \times \frac{7}{\cancel{15}_5} \times \frac{\cancel{9}^3}{8} = \frac{\cancel{4}^1}{11} \times \frac{7}{5} \times \frac{\cancel{3}^1}{\cancel{8}_2} = \frac{1}{11} \times \frac{7}{5} \times \frac{3}{2} = \frac{1 \times 7 \times 3}{11 \times 5 \times 2} = \frac{21}{110}$$

R: $\frac{21}{110}$

Ⓙ Aplica las propiedades conmutativa y asociativa:

$$\begin{aligned} \text{a. } \frac{3}{4} \times \frac{1}{7} \times \frac{8}{21} &= \left(\frac{\cancel{3}^1}{\cancel{4}_1} \times \frac{\cancel{8}^2}{\cancel{21}_7} \right) \times \frac{1}{7} \\ &= \frac{1}{1} \times \frac{2}{7} \times \frac{1}{7} \\ &= \frac{2}{7} \times \frac{1}{7} \\ &= \frac{2 \times 1}{7 \times 7} \\ &= \frac{2}{49} \end{aligned}$$

b. R: $\frac{8}{99}$

c. R: $\frac{1}{3}$

d. R: $\frac{14}{15}$

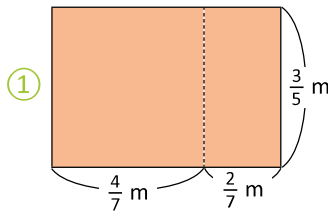
Tarea: página 25

3.8 Propiedad distributiva

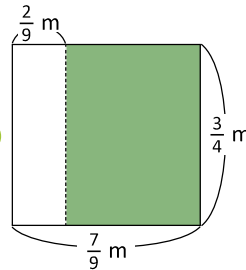
Analiza

Encuentra el área sombreada de los siguientes rectángulos de dos formas diferentes:

1



2



Soluciona



Mario

En el rectángulo ①, observo que el largo mide $(\frac{4}{7} + \frac{2}{7})$ m y el ancho $\frac{3}{5}$ m. Entonces, su área es:

$$\left(\frac{4}{7} + \frac{2}{7}\right) \times \frac{3}{5} = \frac{6}{7} \times \frac{3}{5} = \frac{18}{35}$$

R: $\frac{18}{35} \text{ m}^2$

También puedo encontrar el área de cada rectángulo por separado, y luego sumarlos. Las áreas son:

$$\left(\frac{4}{7} \times \frac{3}{5}\right) \text{ m}^2 \quad \text{y} \quad \left(\frac{2}{7} \times \frac{3}{5}\right) \text{ m}^2$$

Sumo ambas:

$$\frac{4}{7} \times \frac{3}{5} + \frac{2}{7} \times \frac{3}{5} = \frac{12}{35} + \frac{6}{35} = \frac{18}{35}$$

R: $\frac{18}{35} \text{ m}^2$ ¡El resultado es el mismo!

En el rectángulo ②, observo que el largo mide $(\frac{7}{9} - \frac{2}{9})$ m y el ancho $\frac{3}{4}$ m. Entonces, su área es:

$$\left(\frac{7}{9} - \frac{2}{9}\right) \times \frac{3}{4} = \frac{5}{9} \times \frac{3}{4} = \frac{5}{12}$$

R: $\frac{5}{12} \text{ m}^2$

También puedo encontrar el área, calculando el área total y restándole la del rectángulo blanco. Las áreas son:

$$\left(\frac{7}{9} \times \frac{3}{4}\right) \text{ m}^2 \quad \text{y} \quad \left(\frac{2}{9} \times \frac{3}{4}\right) \text{ m}^2$$

Realizo la resta:

$$\frac{7}{9} \times \frac{3}{4} - \frac{2}{9} \times \frac{3}{4} = \frac{7}{12} - \frac{2}{12} = \frac{5}{12}$$

R: $\frac{5}{12} \text{ m}^2$ ¡Obtuve el mismo resultado!



Julia

Comprende

Propiedad distributiva: Si \blacktriangle , \blacksquare y \bullet representan fracciones se tienen las siguientes igualdades:

- Propiedad distributiva de la multiplicación sobre la suma:

$$(\blacksquare + \bullet) \times \blacktriangle = \blacksquare \times \blacktriangle + \bullet \times \blacktriangle$$

$$\blacktriangle \times (\blacksquare + \bullet) = \blacktriangle \times \blacksquare + \blacktriangle \times \bullet$$

- Propiedad distributiva de la multiplicación sobre la resta:

$$(\blacksquare - \bullet) \times \blacktriangle = \blacksquare \times \blacktriangle - \bullet \times \blacktriangle$$

$$\blacktriangle \times (\blacksquare - \bullet) = \blacktriangle \times \blacksquare - \blacktriangle \times \bullet$$

Resuelve

Encuentra las parejas de cálculos que sean iguales:

3

a. $(\frac{2}{3} + \frac{5}{3}) \times \frac{4}{5}$

b. $\frac{2}{3} \times (\frac{5}{6} - \frac{1}{6})$

c. $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} + \frac{5}{3} \times \frac{4}{5}$

d. $\frac{1}{2} \times \frac{3}{2} - \frac{1}{2} \times \frac{2}{3}$

e. $(\frac{3}{7} + \frac{2}{7}) \times \frac{1}{2}$

f. $\frac{1}{2} \times (\frac{3}{2} - \frac{2}{3})$

g. $\frac{3}{7} \times \frac{1}{2} + \frac{2}{7} \times \frac{1}{2}$

h. $\frac{2}{3} \times \frac{5}{6} - \frac{2}{3} \times \frac{1}{6}$

Indicador de logro:

3.8 Determina operaciones con resultados iguales usando la propiedad distributiva de la multiplicación sobre la suma o la resta.

Propósito: Identificar la aplicación de la propiedad distributiva en operaciones que incluyen sumas (o restas) y multiplicaciones.

Puntos importantes: Los rectángulos en ① sirven para que el estudiante compruebe "intuitivamente" que las operaciones para calcular el área en cada caso son iguales. El proceso algebraico mostrado en cada caso en ② comprueba que aún cuando la forma de calcular las áreas son diferentes, el resultado se mantiene y se establece de esa forma la igualdad entre los procesos.

En ③, los estudiantes no deben efectuar los cálculos, sino identificar directamente las parejas de operaciones que son iguales con base en lo descrito en el Comprende.

Materiales: Cartel con los rectángulos del Analiza.

Solución de problemas:

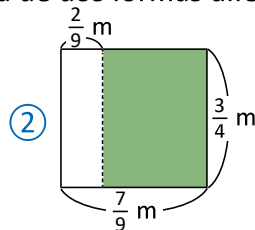
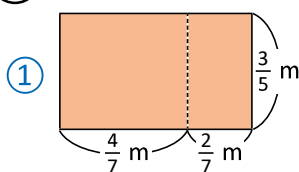
Parejas de cálculos que son iguales: a. y c., b. y h., d. y f., e. y g.

Anotaciones:

Fecha:

Clase: 3.8

Ⓐ Cálcula el área sombreada de dos formas diferentes:



Ⓢ Para ①

Forma 1:

$$\left(\frac{4}{7} + \frac{2}{7}\right) \times \frac{3}{5} = \frac{6}{7} \times \frac{3}{5} = \frac{18}{35}$$

Forma 2:

$$\frac{4}{7} \times \frac{3}{5} + \frac{2}{7} \times \frac{3}{5} = \frac{12}{35} + \frac{6}{35} = \frac{18}{35} \quad \mathbf{R: \frac{18}{35} \text{ m}^2}$$

Para ②

Forma 1

$$\left(\frac{7}{9} - \frac{2}{9}\right) \times \frac{3}{4} = \frac{5}{9} \times \frac{3}{4} = \frac{5}{12}$$

Forma 2

$$\frac{7}{9} \times \frac{3}{4} - \frac{2}{9} \times \frac{3}{4} = \frac{7}{12} - \frac{2}{12} = \frac{5}{12} \quad \mathbf{R: \frac{5}{12} \text{ m}^2}$$

Ⓡ Encuentra las parejas de cálculos que sean iguales:

a. y c., pues $\left(\frac{2}{3} + \frac{5}{3}\right) \times \frac{4}{5} = \frac{2}{3} \times \frac{4}{5} + \frac{5}{3} \times \frac{4}{5}$

Tarea: página 26

3.9 Relación entre el multiplicador y el producto

Analiza

- 1 Un alambre de 1 m de longitud pesa 12 g. Encuentra cuál de los siguientes alambres pesa más de 12 g, exactamente 12 g, y menos de 12 g:

a. $1\frac{1}{4}$ m

b. 1 m

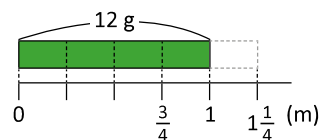
c. $\frac{3}{4}$ m

PO: $12 \times 1\frac{1}{4}$

PO: 12×1

PO: $12 \times \frac{3}{4}$

Piensa con un gráfico:



Observa que:

Peso de alambre de 1 m \times nueva longitud = peso de alambre con nueva longitud.



Soluciona



a. $12 \times 1\frac{1}{4} = 12 \times \frac{5}{4} = 3 \times 5 = 15$

R: 15 g

b. $12 \times 1 = 12$

R: 12 g

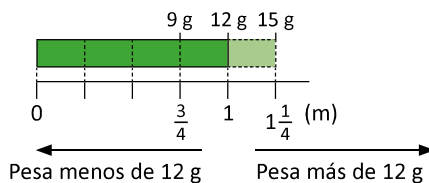
c. $12 \times \frac{3}{4} = 3 \times 3 = 9$

R: 9 g

Observa que, en $12 \times 1\frac{1}{4}$, el multiplicador es mayor a 1 y el resultado es **mayor** a 12 (multiplicando); mientras que en $12 \times \frac{3}{4}$, el multiplicador es menor a 1 y el resultado es **menor** a 12 (multiplicando).



Observo lo siguiente: el alambre de $1\frac{1}{4}$ m pesa más que 12 g, y el de $\frac{3}{4}$ m pesa menos que 12 g. Sin necesidad de hacer la multiplicación, puedo verificar lo anterior con la gráfica:



multiplicador $< 1 \rightarrow$ resultado $<$ multiplicando
multiplicador $> 1 \rightarrow$ resultado $>$ multiplicando

Comprende

En una multiplicación:

- Cuando el multiplicador es menor que 1, el resultado es menor que el multiplicando. Por ejemplo: $60 \times \frac{2}{3} = 40$ y $40 < 60$
- Cuando el multiplicador es igual a 1, el resultado es igual al multiplicando. Por ejemplo: $60 \times 1 = 60$
- Cuando el multiplicador es mayor que 1, el resultado es mayor que el multiplicando. Por ejemplo: $60 \times 1\frac{1}{3} = 80$ y $80 > 60$



Resuelve

- 2 1. Estima cuáles de los siguientes productos son menores que 60, iguales que 60 y mayores que 60:

a. $60 \times \frac{1}{3}$

b. $60 \times \frac{5}{3}$

c. 60×1

d. $60 \times \frac{2}{5}$

e. $60 \times 2\frac{1}{2}$

f. $60 \times \frac{4}{4}$

2. Estima cuáles de los siguientes productos son menores a $\frac{4}{5}$, iguales a $\frac{4}{5}$ y mayores a $\frac{4}{5}$:

a. $\frac{4}{5} \times \frac{10}{7}$

b. $\frac{4}{5} \times \frac{2}{3}$

c. $\frac{4}{5} \times 1\frac{1}{3}$

d. $\frac{4}{5} \times 1$

e. $\frac{4}{5} \times 2$

f. $\frac{4}{5} \times \frac{3}{10}$

Indicador de logro:

3.9 Determina si el resultado de una multiplicación de fracciones es menor, mayor o igual que el multiplicando.

Propósito: Comparar las magnitudes del resultado de multiplicación y del multiplicando, cuando el multiplicador es una fracción propia, impropia o un número mixto.

Puntos importantes: La solución del problema en ① también puede obtenerse de manera intuitiva utilizando la pista proporcionada por el perico, donde muestra un gráfico con la relación entre la longitud de los alambres y su peso. En ② no deben calcularse los productos como en el Soluciona, sino utilizar la información del Comprende para estimar cada uno de los resultados; por tanto, es necesario que los estudiantes argumenten sus respuestas.

Materiales: (opcional) Cartel con la pista proporcionada por el perico en el Analiza.

Solución de problemas:

1. a. Menor que 60, porque $\frac{1}{3} < 1$.
- b. Mayor que 60, porque $\frac{5}{3} > 1$.
- c. Igual que 60.
- d. Menor que 60, porque $\frac{2}{5} < 1$.
- e. Mayor que 60, porque $2\frac{1}{2} > 1$.
- f. Igual que 60, porque $\frac{4}{4} = 1$.

2. a. Mayor que $\frac{4}{5}$, porque $\frac{10}{7} > 1$.
- b. Menor que $\frac{4}{5}$, porque $\frac{2}{3} < 1$.
- c. Mayor que $\frac{4}{5}$, porque $1\frac{1}{3} > 1$.
- d. Igual que $\frac{4}{5}$.
- e. Mayor que $\frac{4}{5}$, porque $2 > 1$.
- f. Menor que $\frac{4}{5}$, porque $\frac{3}{10} < 1$.

Fecha:

Clase: 3.9

Ⓐ Un alambre de 1 m de longitud pesa 12 g. ¿Cuál de los siguientes alambres pesa más de 12 g, exactamente 12 g, y menos de 12 g?

- a. $1\frac{1}{4}$ m b. 1 m c. $\frac{3}{4}$ m

Ⓒ

$12 \times 1\frac{1}{4} = \overset{3}{\cancel{12}} \times \frac{\overset{5}{\cancel{4}}}{1} = 3 \times 5 = 15$	$12 \times 1 = 12$	$\overset{3}{\cancel{12}} \times \frac{\overset{3}{\cancel{4}}}{1} = 3 \times 3 = 9$
R: 15 g	R: 12 g	R: 9 g

Ⓓ

1. a. Menor que 60, porque $\frac{1}{3} < 1$.
- b. Mayor que 60, porque $\frac{5}{3} > 1$.
- c. Igual que 60.
- d. Menor que 60, porque $\frac{2}{5} < 1$.
- e. Mayor que 60, porque $2\frac{1}{2} > 1$.
- f. Igual que 60, porque $\frac{4}{4} = 1$.

Tarea: página 27

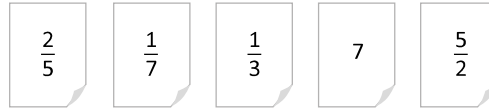
Lección 3

3.10 Números recíprocos

Analiza

Si se seleccionan dos de los siguientes números y se multiplican, ¿cuáles parejas dan como producto 1?

1



Soluciona



José

Multiplico $\frac{2}{5}$ con $\frac{5}{2}$, y $\frac{1}{7}$ con 7 (puedo simplificar):

$$\frac{\overset{1}{2}}{\underset{5}{5}} \times \frac{\overset{1}{5}}{\underset{2}{2}} = 1 \times 1 = 1 \quad \text{y} \quad \frac{\overset{1}{1}}{\underset{7}{7}} \times \frac{\overset{1}{7}}{\underset{1}{1}} = 1 \times 1 = 1$$

R: $\frac{2}{5}$ y $\frac{5}{2}$; también $\frac{1}{7}$ y 7.

Comprende

Cuando el producto de dos números es 1, a estos números se les llama **recíprocos**. Se dice de cada uno que es el número recíproco del otro. Por ejemplo:

$\frac{2}{5}$ es el número recíproco de $\frac{5}{2}$; y $\frac{5}{2}$ es el número recíproco de $\frac{2}{5}$.

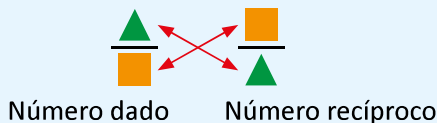
$\frac{1}{7}$ es el número recíproco de 7; y 7 es el número recíproco de $\frac{1}{7}$.

Observa que, los recíprocos de algunas fracciones son números naturales. Por eso, no hablamos de "fracciones recíprocas" sino, de manera más general, de "números recíprocos".



A los **números recíprocos** también se les llama **números inversos**.

Dado un número, su recíproco se encuentra intercambiando numerador con denominador. Si es un número natural, recuerda escribirlo con denominador 1:



Se puede comprobar que dos números son recíprocos, si al multiplicarlos el resultado es 1.

Ejemplo:

a. $\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = 1$
Número dado Número recíproco

b. $\frac{3}{1} \times \frac{1}{3} = 1$

$\frac{3}{2} \times \frac{2}{3} = 1$
Número dado Número recíproco

$\frac{1}{3} \times \frac{3}{1} = 1$

Comprobación: $\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{3}{2} \times \frac{2}{3} = 1$

Resuelve

Encuentra el número recíproco de los siguientes números:

2

- a. $\frac{5}{3}$ b. $\frac{2}{7}$ c. $\frac{5}{7}$
d. 6 e. 2 f. 7
g. $\frac{1}{5}$ h. $\frac{1}{3}$ i. $\frac{1}{4}$

En d, e y f, recuerda colocarles denominador 1 para hallar su número recíproco; y en g, h e i, observa que los números recíprocos de estas fracciones son números naturales.



Indicador de logro:

3.10 Encuentra el recíproco de un número.

Propósito: Introducir el concepto de número recíproco y el proceso para determinarlo.

Puntos importantes: En ①, no es necesario que los estudiantes realicen todas las combinaciones posibles para determinar en cuáles se obtiene como resultado 1; se espera que puedan identificarlas a simple vista y luego comprueben efectuando el producto.

En ②, debe utilizarse lo descrito en el Comprende sobre intercambiar el numerador con el denominador para encontrar el número recíproco; además, los estudiantes deben verificar que efectivamente es el recíproco, realizando la multiplicación y verificando que el resultado es 1.

Solución de problemas:

a. Al intercambiar el numerador con el denominador se obtiene $\frac{3}{5}$. Se comprueba realizando la multiplicación:

$$\text{R: } \frac{3}{5} \quad \frac{\overset{1}{\cancel{2}}}{\underset{1}{\cancel{2}}} \times \frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{1}{\cancel{5}}} = 1$$

b. Al intercambiar el numerador con el denominador se obtiene $\frac{7}{2}$. Se comprueba realizando la multiplicación:

$$\text{R: } \frac{7}{2} \quad \frac{\overset{1}{\cancel{2}}}{\underset{1}{\cancel{7}}} \times \frac{\overset{1}{\cancel{7}}}{\underset{1}{\cancel{2}}} = 1$$

c. Al intercambiar el numerador con el denominador se obtiene $\frac{7}{5}$. Se comprueba realizando la multiplicación:

$$\text{R: } \frac{7}{5} \quad \frac{\overset{1}{\cancel{5}}}{\underset{1}{\cancel{7}}} \times \frac{\overset{1}{\cancel{7}}}{\underset{1}{\cancel{5}}} = 1$$

d. R: $\frac{1}{6}$

e. R: $\frac{1}{2}$

f. R: $\frac{1}{7}$

g. R: 5

h. R: 3

i. R: 4

Anotaciones:

Fecha:

Clase: 3.10

Ⓐ Si se seleccionan dos de los siguientes números y se multiplican, ¿cuáles parejas dan como producto 1?

$$\frac{2}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{3}, 7, \frac{5}{2}$$

Ⓢ Multiplico $\frac{2}{5}$ con $\frac{5}{2}$, y $\frac{1}{7}$ con 7 (puedo simplificar):

$$\frac{\overset{1}{\cancel{2}}}{\underset{1}{\cancel{5}}} \times \frac{\overset{1}{\cancel{5}}}{\underset{1}{\cancel{2}}} = 1 \times 1 = 1 \quad \text{y} \quad \frac{\overset{1}{\cancel{1}}}{\underset{1}{\cancel{7}}} \times \frac{\overset{1}{\cancel{7}}}{\underset{1}{\cancel{1}}} = 1 \times 1 = 1$$

R: $\frac{2}{5}$ y $\frac{5}{2}$; también $\frac{1}{7}$ y 7.

Ⓙ Encuentra el número recíproco de los siguientes números:

a. $\frac{5}{3}$; al intercambiar el numerador con el denominador se obtiene $\frac{3}{5}$. Se comprueba realizando la multiplicación:

$$\frac{\overset{1}{\cancel{5}}}{\underset{1}{\cancel{3}}} \times \frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{1}{\cancel{5}}} = 1$$

R: $\frac{3}{5}$

b. R: $\frac{7}{2}$ c. R: $\frac{7}{5}$ d. R: $\frac{1}{6}$ e. R: $\frac{1}{2}$

f. R: $\frac{1}{7}$ g. R: 5 h. R: 3 i. R: 4

Tarea: página 28

3.11 Practica lo aprendido

1. Efectúa:

a. $\frac{3}{5} \times \frac{1}{4}$

b. $\frac{3}{5} \times \frac{3}{4}$

c. $\frac{8}{9} \times \frac{6}{7}$

d. $2\frac{1}{3} \times 1\frac{4}{5}$

e. $2\frac{3}{5} \times \frac{25}{26}$

f. $\left(\frac{3}{4} \times \frac{5}{6}\right) + \left(\frac{1}{4} \times \frac{5}{6}\right)$

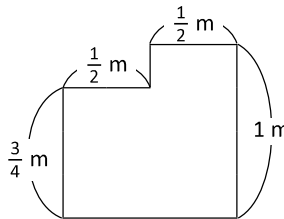
g. $\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{2}\right) \times \frac{5}{6}$

h. $\left(\frac{1}{7} \times \frac{6}{11}\right) + \left(\frac{1}{7} \times \frac{8}{11}\right)$

2. Una receta para panecitos de chocolate y vainilla requiere $\frac{3}{4}$ taza de vainilla. Si preparamos $\frac{7}{6}$ de la receta, ¿cuánta vainilla necesitamos?

3. Juan avanza en su bicicleta $\frac{2}{5}$ km por minuto. Si le toma $3\frac{1}{2}$ minutos llegar desde su casa a la casa de su amigo, ¿a qué distancia se encuentran sus casas?

4. Encuentra el área de la siguiente figura:



5. Estima cuál de los siguientes productos es mayor, igual o menor que $\frac{6}{7}$:

a. $\frac{6}{7} \times 1$

b. $\frac{6}{7} \times \frac{4}{3}$

c. $\frac{6}{7} \times \frac{1}{3}$

6. Encuentra el número recíproco de los siguientes números y compruébalo:

a. $\frac{4}{7}$

b. $\frac{1}{8}$

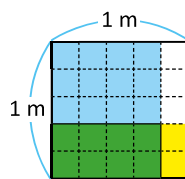
c. $\frac{9}{5}$

d. $2\frac{3}{5}$

★ Desafiate

1. El cabello de Cristina tiene un largo de 60 cm, ella cortó $\frac{2}{3}$ del largo de su cabello y donó $\frac{3}{4}$ de lo que cortó a un taller de pelucas para niñas con cáncer. ¿Cuántos centímetros de su cabello donó Cristina?

2. El cuadrado de abajo tiene área 1 m². Encuentra las fracciones que deben multiplicarse para obtener las áreas sombreadas, y su respectivo resultado en metros cuadrados:



Indicador de logro:

3.11 Resuelve problemas sobre multiplicación de fracciones.

Solución de problemas:

1. a. $\frac{3}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{3 \times 1}{5 \times 4}$
 $= \frac{3}{20}$

b. $\frac{3}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{3 \times 3}{5 \times 4}$
 $= \frac{9}{20}$

c. $\frac{8}{9} \times \frac{2}{7} = \frac{8}{3} \times \frac{2}{7}$
 $= \frac{8 \times 2}{3 \times 7}$
 $= \frac{16}{21}$

d. $2\frac{1}{3} \times 1\frac{4}{5} = \frac{7}{3} \times \frac{9}{5}$
 $= \frac{7}{1} \times \frac{3}{5}$
 $= \frac{7 \times 3}{1 \times 5}$
 $= \frac{21}{5} (= 4\frac{1}{5})$

e. $2\frac{3}{5} \times \frac{25}{26} = \frac{13}{5} \times \frac{25}{26}$
 $= \frac{1}{1} \times \frac{5}{2}$
 $= \frac{5}{2} (= 2\frac{1}{2})$

f. $(\frac{3}{4} \times \frac{5}{6}) + (\frac{1}{4} \times \frac{5}{6}) = (\frac{3}{4} + \frac{1}{4}) \times \frac{5}{6}$
 $= \frac{4}{4} \times \frac{5}{6}$
 $= \frac{5}{6}$

g. R: $\frac{35}{36}$

h. R: $\frac{2}{11}$

2. PO: $\frac{3}{4} \times \frac{7}{6}$

$$\frac{3}{4} \times \frac{7}{6} = \frac{1}{4} \times \frac{7}{2} = \frac{1 \times 7}{4 \times 2} = \frac{7}{8}$$

R: $\frac{7}{8}$ tazas de vainilla.

3. PO: $\frac{2}{5} \times 3\frac{1}{2}$

$$\frac{2}{5} \times 3\frac{1}{2} = \frac{2}{5} \times \frac{7}{2} = \frac{1}{5} \times \frac{7}{1} = \frac{7}{5} (= 1\frac{2}{5})$$

R: $\frac{7}{5} (= 1\frac{2}{5})$ km.

4. PO: $(\frac{1}{2} \times \frac{3}{4}) + (\frac{1}{2} \times 1)$

$$(\frac{1}{2} \times \frac{3}{4}) + (\frac{1}{2} \times 1) = \frac{1}{2} \times (\frac{3}{4} + 1) = \frac{1}{2} \times (\frac{3}{4} + \frac{4}{4}) = \frac{1}{2} \times \frac{7}{4} = \frac{7}{8}$$

R: $\frac{7}{8}$ m².

5. a. Igual que $\frac{6}{7}$.

b. Mayor que $\frac{6}{7}$, porque $\frac{4}{3} > 1$.

c. Menor que $\frac{6}{7}$, porque $\frac{1}{3} < 1$.

6. a. R: $\frac{7}{4}$

b. R: 8

c. R: $\frac{5}{9}$

d. R: $\frac{5}{13}$

★ Desafíate

1. Longitud del cabello que se cortó: $60 \times \frac{2}{3}$ cm

$$60 \times \frac{2}{3} = 20 \times \frac{2}{1} = 40 \text{ cm}$$

Longitud del cabello que donó: $40 \times \frac{3}{4}$ cm

$$40 \times \frac{3}{4} = 10 \times \frac{3}{1} = 30 \text{ cm}$$

R: 30 cm

2. Área celeste: $\frac{3}{5} \times \frac{4}{5} = \frac{12}{25}$ cm²

Área verde: $\frac{2}{5} \times \frac{4}{5} = \frac{8}{25}$ cm²

Área amarilla: $\frac{2}{5} \times \frac{1}{5} = \frac{2}{25}$ cm²