

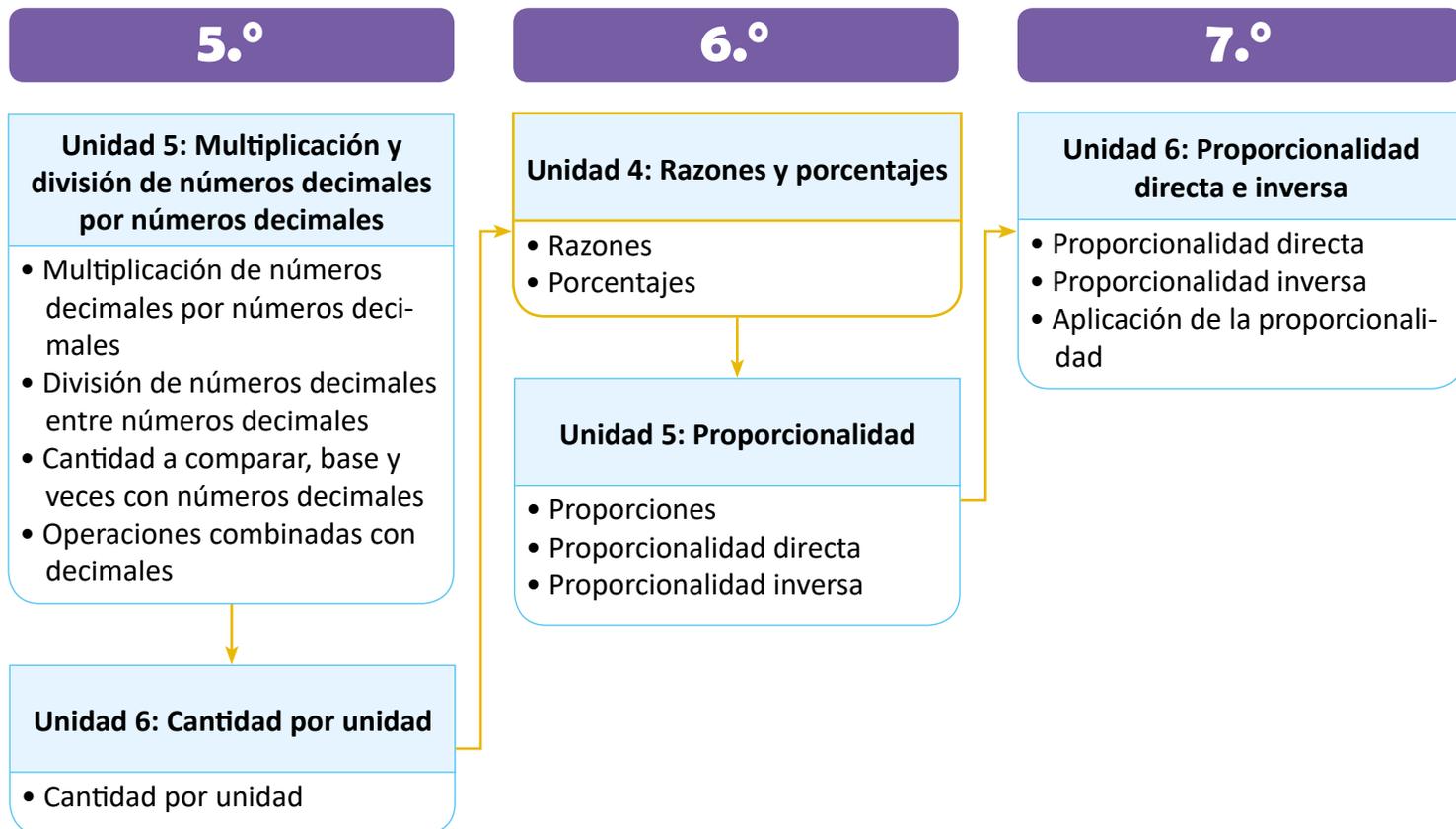
Unidad 4

Razones y porcentajes

1 Competencias de la unidad

- Utilizar las razones para expresar y resolver con seguridad situaciones del entorno.
- Resolver con interés problemas de la vida cotidiana, utilizando el cálculo de las cantidades correspondientes a distintos porcentajes.

2 Secuencia y alcance



3 Plan de la unidad

Lección	Clase	Título
1 Razones	1	Comparación entre cantidades: cantidad de veces
	2	Cálculo de la cantidad a comparar
	3	Cálculo de la cantidad base
	4	Razón y valor de razón
	5	Razón entre cantidades heterogéneas
	6	Antecedente y consecuente
	7	Cálculo del consecuente
	8	Practica lo aprendido

2 Porcentajes

- 1 Tanto por ciento o porcentaje
- 2 Relación entre razones y porcentajes
- 3 Porcentajes mayores al 100 %
- 4 Cálculo del antecedente usando porcentajes menores al 100 %
- 5 Cálculo del antecedente usando porcentajes mayores al 100 %
- 6 Cálculos de precios con IVA
- 7 Cálculo de precios con descuentos
- 8 Cálculo del consecuente usando porcentajes
- 9 Cálculo del porcentaje y del consecuente
- 10 Cálculo del consecuente usando porcentajes menores al 100 %
- 11 Practica lo aprendido
- 12 Practica lo aprendido

- 1 Prueba de la unidad 4

Total de clases
+ prueba de la unidad

20

Lección 1

Razones (8 clases)

En esta lección se introduce el concepto de razón usando la cantidad de veces, contenido estudiado en cuarto y quinto grado. En la primera clase se realiza un repaso de lo mencionado anteriormente con la intención de recordar cómo calcular la cantidad de veces y visualizar que esta puede ser un número natural o decimal (mayor o menor que 1); mientras que en las siguientes dos clases se recuerda cómo calcular la cantidad a comparar y la cantidad base, respectivamente.

Hasta la clase 1.4 se define formalmente el concepto de razón y valor de una razón (anteriormente se ha dicho que la cantidad de veces es una comparación entre cantidades, a través del cociente entre estas); el segundo tiene relación directa con la cantidad de veces cuando las cantidades que se comparan tienen la misma unidad (cm, km, horas, días, dólares, etc.). Además, se ve la necesidad de expresar el valor de una razón como fracción, cuando el cociente resulta ser un número decimal infinito.

En las siguientes clases se trabajan situaciones donde las cantidades a comparar se encuentran en diferentes unidades, interpretando el valor de la razón como cantidad por unidad. También se introducen los términos antecedente y consecuente; es importante que los estudiantes se acostumbren a identificarlos en una razón y a determinar cuál de ellos es la cantidad desconocida en los problemas abordados en las clases, ya que se continuarán usando tanto en la lección 2 como en la unidad 5.

En esta lección no se abordarán razones equivalentes pues este tema tiene relación directa con las proporciones, contenido a trabajar en la siguiente unidad. Sin embargo, para calcular el valor de una razón los estudiantes pueden utilizar simplificación para reducir los cálculos (en caso de escribir el valor de una razón como fracción).

Lección 2

Porcentajes (12 clases)

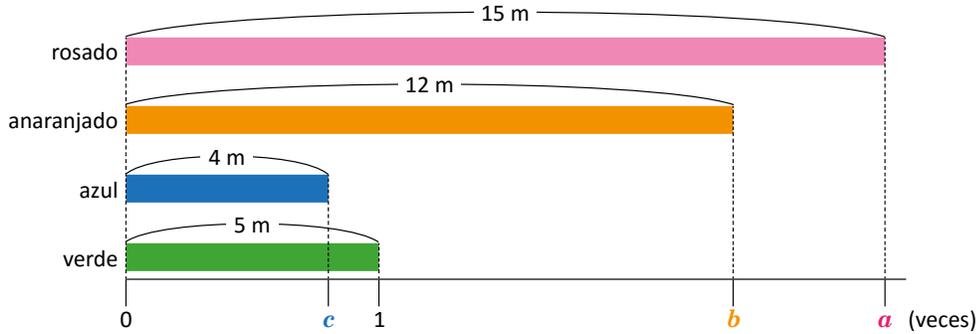
La lección inicia con el cálculo del porcentaje como el valor de la razón multiplicado por 100 y su respectiva interpretación: $m\%$ significa m de 100. También se hace la relación del valor de una razón con el porcentaje asociado a esta usando la doble recta numérica, y cómo obtener uno a partir del otro; este recurso se utiliza además para trabajar los porcentajes mayores al 100%, cuyo sentido surge de las situaciones donde el valor de la razón es mayor que 1 (esto ya se estudió en la lección 1).

A lo largo de la lección se resuelven situaciones donde la cantidad desconocida corresponde ya sea al antecedente o al consecuente de la razón asociada a un porcentaje, el porcentaje puede ser menor o mayor al 100%, y estar dado explícitamente o no. Es importante destacar que el abordaje del porcentaje en esta lección no involucra los conceptos de proporción, como tradicionalmente se trabaja (usando la llamada "regla de tres"), sino que se relaciona directamente con una razón y su valor.

1.1 Comparación entre cantidades: cantidad de veces

Analiza

Observa las cintas y la recta numérica.



- ¿Cuántas veces es el largo de la cinta rosada con respecto al largo de la cinta verde?
- ¿Cuántas veces es el largo de la cinta anaranjada con respecto al largo de la cinta verde?
- ¿Cuántas veces es el largo de la cinta azul comparado con el largo de la cinta verde?

Soluciona

- 1 a. PO: $15 \div 5$

$$15 \div 5 = 3$$

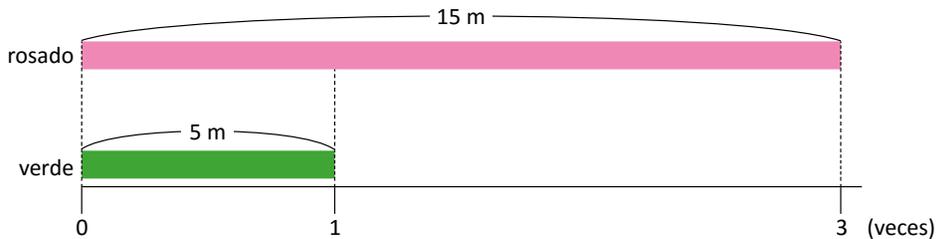
El largo de la cinta rosada es 3 veces el largo de la cinta verde.

R: 3 veces.



Julia

En el esquema, la cantidad de veces que es la cinta rosada con respecto a la cinta verde se ha representado con a . Entonces, a es igual a 3.



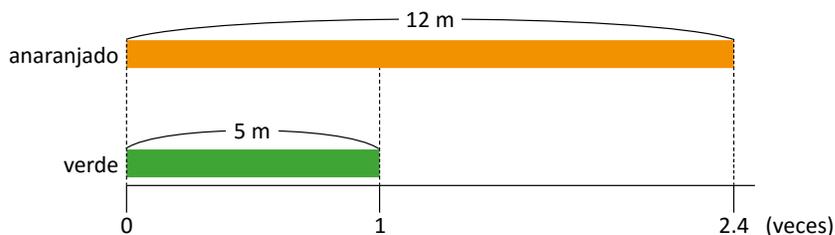
- b. PO: $12 \div 5$

$$12 \div 5 = 2.4$$

El largo de la cinta anaranjada es 2.4 veces el largo de la cinta verde.

R: 2.4 veces.

En el esquema, la cantidad de veces que es la cinta anaranjada con respecto a la cinta verde se ha representado con b . Entonces, b es igual a 2.4.



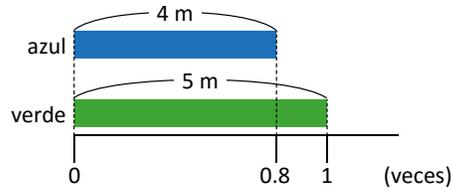
c. PO: $4 \div 5$

$$4 \div 5 = 0.8$$

El largo de la cinta azul es 0.8 veces el largo de la cinta verde.

R: 0.8 veces.

En el esquema, c es igual a 0.8.



Comprende

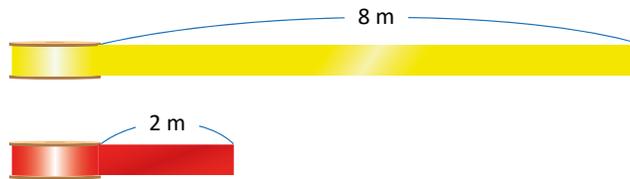
Una cantidad de veces también es una comparación entre cantidades, a través del cociente entre estas; puede ser un número natural, un número decimal o una fracción.

La cantidad de veces que es una cantidad con respecto a otra se calcula:

$$\text{cantidad de veces} = \text{cantidad a comparar} \div \text{cantidad base}$$

Resuelve

1. Marta tiene una cinta roja que mide 2 m y una amarilla que mide 8 m. Encuentra la cantidad de veces que es la cinta amarilla con respecto a la roja.



2. Antonio tiene 10 años y su papá tiene 42 años. ¿Cuántas veces es la edad del papá con respecto a la edad de Antonio?



3. En un torneo de fútbol, Jorge anotó 12 goles y Javier 9. Encuentra la cantidad de veces que es el número de goles de Javier con respecto al número de goles de Jorge.



Indicador de logro:

1.1 Calcula la cantidad de veces que es una cantidad respecto a otra.

Propósito: Recordar los conceptos de cantidad de veces, cantidad a comparar y cantidad base, y el cálculo de la cantidad de veces a partir de las otras dos.

Puntos importantes: Los conceptos "cantidad de veces", "cantidad a comparar" y "cantidad base" se han trabajado desde cuarto grado, y marcan la pauta para introducir el concepto de "razón". En esta clase se recuerda el procedimiento para calcular la cantidad de veces si se conoce la cantidad a comparar y la cantidad base.

En 1 se verifica que la cantidad de veces no siempre resultará en un número natural, sino también en un número decimal (como en el caso de b. y c.), y por ende en una fracción. En 2, la situación abordada en 1. es similar a la que se trabajó en el Analiza, pues se comparan longitudes; mientras que en los problemas 2. y 3. las cantidades a comparar están dadas en otras unidades (años para el caso de 2. y número de goles en 3.), pero siempre son homogéneas.

Sugerencia metodológica: En el Analiza, es importante utilizar la gráfica de cintas para visualizar la relación entre la cantidad a comparar y la cantidad base, y determinar intuitivamente si la cantidad de veces será un número mayor o menor que 1. También debe hacerse énfasis en la expresión "con respecto a" utilizada en todos los problemas para identificar quién es la cantidad a comparar y quién la cantidad base (no necesariamente la primera será mayor a la segunda).

Materiales: Cartel con la gráfica del Analiza o cintas de colores para representarla en la pizarra.

Solución de problemas:

1. PO: $8 \div 2$

$$8 \div 2 = 4$$

R: 4 veces.

2. PO: $42 \div 10$

$$42 \div 10 = 4.2$$

R: 4.2 veces.

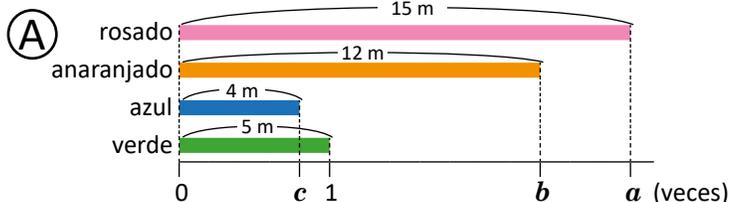
3. PO: $9 \div 12$

$$9 \div 12 = 0.75$$

R: 0.75 veces.

Fecha:

Clase: 1.1



- a. ¿Cuántas veces es el largo de la cinta rosada con respecto al de la verde?
- b. ¿Y el de la cinta anaranjada con respecto al de la verde?
- c. ¿Y el de la cinta azul comparado con el de la verde?

Ⓢ a. PO: $15 \div 5$
 $15 \div 5 = 3$
 R: 3 veces ($a = 3$).

b. PO: $12 \div 5$
 $12 \div 5 = 2.4$
 R: 2.4 veces ($b = 2.4$).

c. PO: $4 \div 5$
 $4 \div 5 = 0.8$
 R: 0.8 veces ($c = 0.8$).

Ⓡ 1. PO: $8 \div 2$
 $8 \div 2 = 4$
 R: 4 veces.

2. PO: $42 \div 10$
 $42 \div 10 = 4.2$
 R: 4.2 veces.

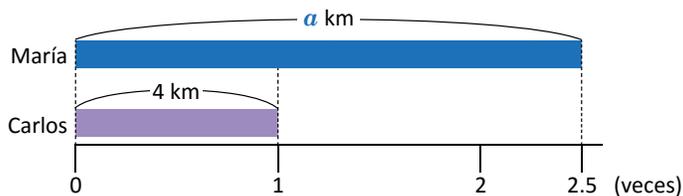
3. PO: $9 \div 12$
 $9 \div 12 = 0.75$
 R: 0.75 veces.

Tarea: página 70

1.2 Cálculo de la cantidad a comparar

Analiza

- 1 Carlos y María salieron a correr juntos. Carlos recorrió 4 km, mientras que María recorrió 2.5 veces lo que recorrió Carlos. ¿Cuántos kilómetros recorrió María?



Recuerda que:

$$\text{cantidad de veces} = \frac{\text{cantidad a comparar}}{\text{cantidad base}}$$

¿Cómo puedes calcular la cantidad a comparar, si solo conoces la cantidad base y la cantidad de veces?



Soluciona



Antonio

PO: 4×2.5

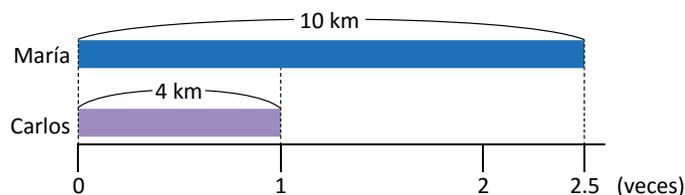
Efectúo la multiplicación, para encontrar la cantidad de kilómetros que recorrió María:

$$4 \times 2.5 = 10$$

Entonces, María recorrió 10 km.

R: 10 km

En el esquema, la cantidad de kilómetros recorridos por María se representa con a . Así, $a = 10$:



2

Puedo comprobar además que, al dividir la cantidad a comparar (10 km) entre la cantidad base (4 km) se obtiene la cantidad de veces (2.5).

Comprende

Cuando se conoce la cantidad base y la cantidad de veces, entonces la cantidad a comparar se calcula:

$$\text{cantidad a comparar} = \text{cantidad base} \times \text{cantidad de veces}$$

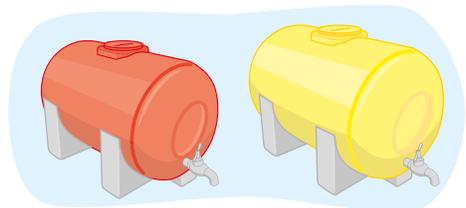
Resuelve

- 3 1. José pesa 45 kg, mientras que Marta pesa 0.8 veces lo que pesa José. ¿Cuánto pesa Marta?

Recuerda que la cantidad base puede ser mayor que la cantidad a comparar.



2. Un tanque rojo tiene capacidad de 300 litros; mientras que un tanque amarillo tiene 1.75 veces la capacidad del tanque rojo. ¿Cuál es la capacidad del tanque amarillo?



3. Carmen y Beatriz compitieron en salto largo. Carmen saltó 2 m y Beatriz saltó 0.75 veces lo que saltó Carmen. ¿Cuántos metros saltó Beatriz?

Indicador de logro:

1.2 Encuentra la cantidad a comparar, multiplicando la cantidad base por la cantidad de veces.

Propósito: Recordar cómo se calcula la cantidad a comparar cuando se conoce la cantidad base y la cantidad de veces.

Puntos importantes: En esta clase se recuerda la fórmula (estudiada en quinto grado) para calcular la cantidad a comparar, a partir de la cantidad base y la cantidad de veces. En ①, la gráfica ayuda a visualizar la relación entre las cantidades y determinar cuál es la cantidad desconocida. En ② debe hacerse énfasis en la comprobación de la solución para verificar si la respuesta obtenida es correcta. Para los problemas propuestos en ③ debe utilizarse la información del Comprende para calcular la cantidad a comparar; además, puede darse la indicación a los estudiantes que comprueben si su respuesta es correcta tal y como se realizó en la solución del problema inicial.

Sugerencia metodológica: Para los problemas en ③ los estudiantes pueden elaborar una gráfica de cinta si esto les ayuda a visualizar la relación entre las cantidades y cuál de ellas es la desconocida. Es importante que a la par del recurso gráfico se encuentre también la solución utilizando el algoritmo.

Materiales: Cartel con la gráfica del Analiza o cintas de colores para representarla en la pizarra.

Solución de problemas:

1. PO: 45×0.8

$$45 \times 0.8 = 36$$

R: 36 kg

2. PO: 300×1.75

$$300 \times 1.75 = 525$$

R: 525 litros.

3. PO: 2×0.75

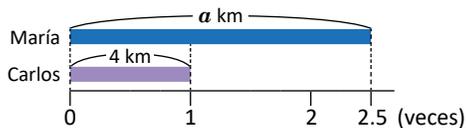
$$2 \times 0.75 = 1.5$$

R: 1.5 m

Fecha:

Clase: 1.2

Ⓐ Carlos recorrió 4 km, y María recorrió 2.5 veces lo que recorrió Carlos. ¿Cuántos kilómetros recorrió María?



Ⓢ PO: 4×2.5

Se efectúa la multiplicación, para encontrar la cantidad de kilómetros que recorrió María:

$$4 \times 2.5 = 10$$

Entonces, María recorrió 10 km.

R: 10 km ($a = 10$)

Ⓙ

1. PO: 45×0.8

$$45 \times 0.8 = 36$$

R: 36 kg

2. PO: 300×1.75

$$300 \times 1.75 = 525$$

R: 525 litros.

3. PO: 2×0.75

$$2 \times 0.75 = 1.5$$

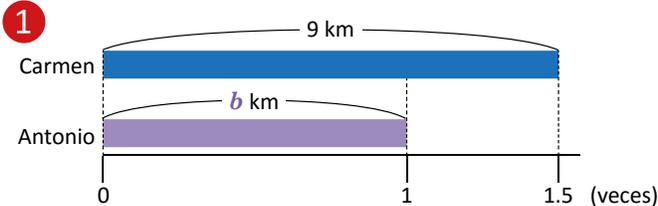
R: 1.5 m

Tarea: página 71

1.3 Cálculo de la cantidad base

Analiza

En cierto día, Carmen recorrió 1.5 veces lo que recorrió Antonio. Si Carmen recorrió 9 km, ¿cuántos kilómetros recorrió Antonio?



Si:
 $\text{cantidad a comparar} = \text{base} \times \text{cantidad de veces}$

¿Cómo puedes calcular la cantidad base, si solo conoces la cantidad a comparar y la cantidad de veces?



Soluciona



Ana

PO: $9 \div 1.5$

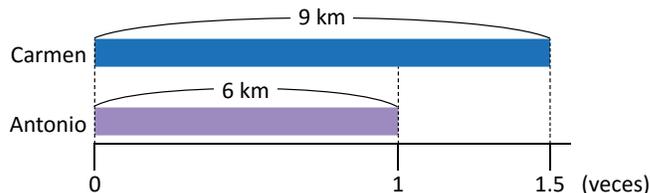
Efectúo la división, para encontrar la cantidad de kilómetros que recorrió Antonio:

$$9 \div 1.5 = 6$$

Entonces, Antonio recorrió 6 km.

R: 6 km

En el esquema, la cantidad de kilómetros recorridos por Antonio se representa con b . Así, $b = 6$:



2

Puedo comprobar además que, al dividir la cantidad a comparar (9 km) entre la cantidad base (6 km) se obtiene la cantidad de veces (1.5).

Comprende

Cuando se conoce la cantidad a comparar y la cantidad de veces, entonces la cantidad base se calcula:

$$\text{cantidad base} = \text{cantidad a comparar} \div \text{cantidad de veces}$$

Resuelve

- En una clase de natación, Marta nadó 3 veces lo que nadó Ana. Si Marta nadó 1.5 km, ¿cuántos kilómetros nadó Ana?
- En un salón, la cantidad de niños es 1.4 veces la cantidad de niñas. Si hay 21 niños, ¿cuántas niñas hay en el salón?
- En un rectángulo, la longitud del largo es 3.5 veces la del ancho. Si el largo mide 42 cm, ¿cuánto mide el ancho?
- En una reunión de padres de familia, la cantidad de hombres era 0.4 veces la cantidad de mujeres. Si asistieron 32 hombres, ¿cuántas mujeres asistieron?

Recuerda simplificar antes de realizar el cálculo.



Indicador de logro:

1.3 Encuentra la cantidad base, dividiendo la cantidad a comparar entre la cantidad de veces.

Propósito: Recordar cómo se calcula la cantidad base cuando se conoce la cantidad a comparar y la cantidad de veces.

Puntos importantes: En esta clase se recuerda la fórmula (estudiada en quinto grado) para calcular la cantidad base a partir de la cantidad a comparar y la cantidad de veces. Como en las clases anteriores, en 1 se visualiza con ayuda de la gráfica, la relación entre las cantidades para determinar cuál es la desconocida. Nuevamente, los estudiantes pueden determinar si la solución del problema inicial es correcta, dividiendo la cantidad a comparar entre la cantidad base y verificando si se obtiene la cantidad de veces, tal como se menciona en 2. Para los problemas propuestos en 3 debe utilizarse la información del Comprende para calcular la cantidad base.

Sugerencia metodológica: Para los problemas en 3 los estudiantes pueden elaborar una gráfica de cinta si esto les ayuda a visualizar la relación entre las cantidades y cuál de ellas es la desconocida. Es importante que a la par del recurso gráfico se encuentre también la solución utilizando el algoritmo.

Materiales: Cartel con la gráfica del Analiza o cintas de colores para representarla en la pizarra.

Solución de problemas:

1. **PO:** $1.5 \div 3$

$$1.5 \div 3 = 0.5$$

R: 0.5 km

2. **PO:** $21 \div 1.4$

$$21 \div 1.4 = 15$$

R: 15 niñas.

3. **PO:** $42 \div 3.5$

$$42 \div 3.5 = 12$$

R: 12 cm

4. **PO:** $32 \div 0.4$

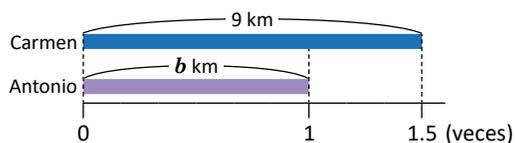
$$32 \div 0.4 = 80$$

R: 80 mujeres.

Fecha:

Clase: 1.3

(A) Carmen recorrió 1.5 veces lo que recorrió Antonio. Si Carmen recorrió 9 km, ¿cuántos recorrió Antonio?



(S) **PO:** $9 \div 1.5$

Se efectúa la división, para encontrar la cantidad de kilómetros que recorrió Antonio:

$$9 \div 1.5 = 6$$

Entonces, Antonio recorrió 6 km.

R: 6 km ($b = 6$).

(R)

1. **PO:** $1.5 \div 3$

$$1.5 \div 3 = 0.5$$

R: 0.5 km

2. **PO:** $21 \div 1.4$

$$21 \div 1.4 = 15$$

R: 15 niñas.

3. **PO:** $42 \div 3.5$

$$42 \div 3.5 = 12$$

R: 12 cm

4. **PO:** $32 \div 0.4$

$$32 \div 0.4 = 80$$

R: 80 mujeres.

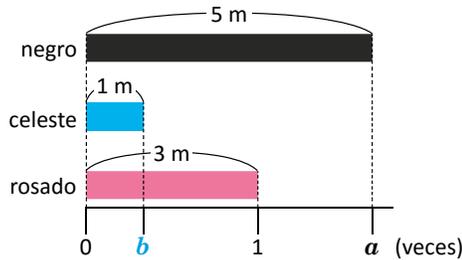
Tarea: página 72

1.4 Razón y valor de razón

Analiza

Observa las cintas y la recta numérica:

1



- ¿Cuántas veces es la cinta negra con respecto a la rosada?
- ¿Cuántas veces es la cinta celeste con respecto a la rosada?

Soluciona

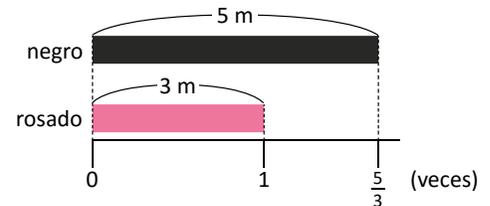
a. PO: $5 \div 3$ 2



Carlos

Si calculo el cociente obtengo: $5 \div 3 = 1.66666\dots$
Pero, la división $5 \div 3$ también la puedo escribir como $5 \times \frac{1}{3} = \frac{5}{3}$.

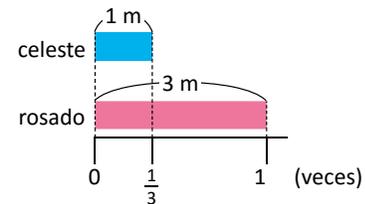
R: $\frac{5}{3}$ veces.



b. PO: $1 \div 3$

Similar al caso anterior: $1 \div 3 = 0.33333\dots$ Entonces, escribo la división $1 \div 3$ como $1 \times \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$.

R: $\frac{1}{3}$ veces.



Comprende

En general, a la comparación entre dos cantidades utilizando el cociente entre ellas se le llama **razón**. Si se tienen dos cantidades a y b , la **razón entre a y b** (en ese orden) se representa como $a : b$.

Al número que resulta de calcular el cociente $a \div b$ se le llama **valor de la razón**, este puede ser un número natural, un número decimal o una fracción (si se escribe como $\frac{a}{b}$).

3

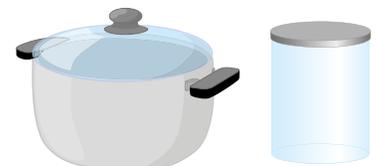
Cuando las cantidades que se comparan tienen la misma unidad, entonces el valor de la razón indica la cantidad de veces que es una respecto a la otra.



Resuelve

4. José ahorró \$8 y Julia \$3. Escribe la razón entre la cantidad ahorrada por José y la cantidad ahorrada por Julia, y calcula el valor de la razón. ¿Qué interpretación tiene este resultado, utilizando cantidad de veces?

2. Un depósito tiene capacidad de 2 litros, y una olla tiene capacidad de 7 litros. Escribe la razón entre la capacidad del depósito y la capacidad de la olla, luego calcula el valor de la razón. ¿Qué interpretación tiene este resultado, utilizando cantidad de veces?



Indicador de logro:

1.4 Encuentra la razón entre dos cantidades con resultado una fracción.

Propósito: Definir el concepto de razón y valor de la razón asociándolo con la cantidad de veces, y escribir el valor del valor de la razón usando fracciones.

Puntos importantes: En esta clase se introduce el concepto de razón. El problema inicial en ① se asemeja al trabajado en la clase 1.1; en esta ocasión, al calcular el cociente se obtiene un número decimal infinito y por tanto es conveniente escribirlo como una fracción, tal como se muestra en ②. Con el comentario del perico en ③ se relaciona la cantidad de veces con el valor de la razón: si las cantidades que se comparan están en la misma unidad entonces el valor de la razón es la cantidad de veces. Esta información será de utilidad en la resolución de los problemas en ④, pues los estudiantes no solo deben escribir la razón usando la notación $a : b$ y calcular el valor de la razón como fracción, sino también dar sentido a estos conceptos. Los valores de las razones trabajados en esta clase resultan ser fracciones irreducibles.

Materiales: Cartel con la gráfica del Analiza o cintas de colores para representarla en la pizarra.

Solución de problemas:

1. Razón $\rightarrow 8 : 3$

Valor de la razón $\rightarrow 8 \div 3 = \frac{8}{3}$ (se escribe de esta forma ya que $8 \div 3 = 2.66666\dots$)

Lo anterior significa que el dinero ahorrado por José es $\frac{8}{3}$ veces el dinero ahorrado por Julia.

2. Razón $\rightarrow 2 : 7$

Valor de la razón $\rightarrow 2 \div 7 = \frac{2}{7}$ (se escribe de esta forma ya que $2 \div 7 = 0.28571428\dots$)

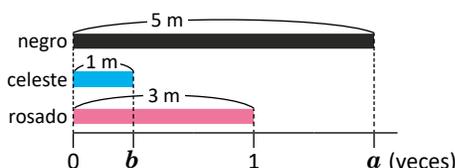
Lo anterior significa que la capacidad del depósito es $\frac{2}{7}$ veces la capacidad de la olla.

Fecha:

Clase: 1.4

Ⓐ

a. ¿Cuántas veces es la cinta negra con respecto a la rosada?



b. ¿Y la cinta celeste con respecto a la rosada?

Ⓒ

a. PO: $5 \div 3$

Pero $5 \div 3 = 1.6666\dots$, entonces se escribe como fracción, $5 \div 3 = \frac{5}{3}$.

R: $\frac{5}{3}$ veces.

b. PO: $1 \div 3$

Pero $1 \div 3 = 0.3333\dots$; entonces, se escribe como fracción, $1 \div 3 = \frac{1}{3}$.

R: $\frac{1}{3}$ veces.

Ⓓ

1. Razón $\rightarrow 8 : 3$

Valor de la razón $\rightarrow 8 \div 3 = \frac{8}{3}$

Significa que el dinero ahorrado por José es $\frac{8}{3}$ veces el dinero ahorrado por Julia.

Tarea: página 73

1.5 Razón entre cantidades heterogéneas

Analiza

En una carrera, Miguel recorrió 33 m en 6 segundos, mientras que Juan recorrió 51 m en 10 segundos.

- 1
 - a. ¿Cuántos metros recorrió cada uno en un segundo?
 - b. ¿Quién avanzaba más rápido?

Soluciona

- a. Para calcular la cantidad de metros que recorrió Miguel en 1 segundo, divido los 33 m entre los 6 segundos:



Carmen

$$33 \div 6 = 5.5$$

Miguel recorrió 5.5 m en 1 segundo. De forma similar, divido en el caso de Juan, los 51 m entre 10 segundos:

$$51 \div 10 = 5.1$$

Juan recorrió 5.1 m en 1 segundo.

- b. Del literal anterior, observo que Miguel avanzaba más rápido, porque recorrió más metros en 1 segundo.

R: Miguel avanzó más rápido.

Observa que se está comparando la distancia recorrida (en metros) y el tiempo que se tardaron en recorrerla (en segundos). Esto también representa una razón.



Comprende

- 2 Las cantidades que se comparan en una razón también pueden estar en diferentes unidades de medida. Cuando las unidades de la cantidad a y la cantidad b son diferentes, el valor de la razón $a : b$ indica cuántas unidades hay de la cantidad a por cada unidad de la cantidad b , es decir, cuántos elementos hay de a por cada unidad de b (cantidad por unidad).

Por ejemplo, si Miguel recorrió 33 m en 6 segundos entonces, la razón entre los metros recorridos y el tiempo es $33 : 6$, mientras que el valor de la razón es $33 \div 6 = 5.5$; esto indica que Miguel recorrió 5.5 metros por cada segundo.

Resuelve

1. Un automóvil recorre 298 km en 4 horas.
- 3
 - a. Escribe la razón entre los kilómetros que recorre y el tiempo en horas, y calcula el valor de la razón.
 - b. ¿Cómo se interpreta este resultado?
2. En un salón de clases hay 20 niñas y 10 niños.
 - a. Escribe la razón entre la cantidad de niñas y la cantidad de niños, y calcula el valor de la razón.
 - b. ¿Cómo se interpreta este resultado?



Indicador de logro:

1.5 Encuentra la razón y el valor de la razón entre dos cantidades heterogéneas.

Propósito: Interpretar la razón y el valor de la razón entre dos cantidades heterogéneas como cantidad por unidad.

Puntos importantes: En las clases anteriores, las unidades de las cantidades utilizadas han sido iguales (metros, kilómetros, años, kilogramos, etc.) y la razón se ha interpretado como "cantidad de veces". En esta clase se relaciona la razón con el concepto "cantidad por unidad" estudiado en quinto grado (unidad 6); de esa forma, el valor de la razón se interpreta como la cantidad de elementos que hay en cada unidad de medida.

En **1** se utiliza la rapidez (distancia recorrida \div tiempo) para introducir el cálculo de razones con cantidades heterogéneas, y determinar quién avanzó más rápido; este tema también se estudió en la unidad 6 de quinto grado. El ejemplo presentado en **2**, que relaciona el valor de la razón con la cantidad de metros recorridos en un segundo, servirá para que los estudiantes establezcan conclusiones similares en los problemas de **3**. Además, si bien en el problema 2. ambas cantidades están en las mismas unidades (se podría hablar en general de cantidad de estudiantes), la interpretación usando la cantidad por unidad y no la cantidad de veces, servirá más adelante, cuando se relacionen las razones con los porcentajes.

Solución de problemas:

1. a. Razón $\rightarrow 298 : 4$

Valor de la razón $\rightarrow 298 \div 4 = 74.5$

El valor de la razón también se puede escribir como fracción.

b. **R:** El automóvil recorre 74.5 km en 1 hora.

2. a. Razón $\rightarrow 20 : 10$

Valor de la razón $\rightarrow 20 \div 10 = 2$

El valor de la razón también se puede escribir como fracción.

b. **R:** Hay 2 niñas por cada niño.

Fecha:

Clase: 1.5

(A) Miguel recorrió 33 m en 6 segundos, y Juan recorrió 51 m en 10 segundos.

a. ¿Cuántos metros recorrió cada uno en un segundo?

b. ¿Quién avanzaba más rápido?

(S) a. Se divide la cantidad de metros recorridos entre la cantidad de segundos.

Miguel:

$33 \div 6 = 5.5 \rightarrow$ Miguel recorrió 5.5 m en 1 segundo

Juan:

$51 \div 10 = 5.1 \rightarrow$ Juan recorrió 5.1 m en 1 segundo

b. Miguel recorrió más metros en 1 segundo.

R: Miguel avanzó más rápido.

(R)

1. a. Razón $\rightarrow 298 : 4$

Valor de la razón $\rightarrow 298 \div 4 = 74.5$

b. **R:** El automóvil recorre 74.5 km en 1 hora.

2. a. Razón $\rightarrow 20 : 10$

Valor de la razón $\rightarrow 20 \div 10 = 2$

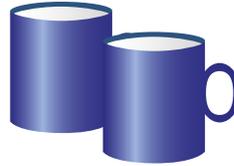
b. **R:** Hay 2 niñas por cada niño.

Tarea: página 74

1.6 Antecedente y consecuente

Analiza

- 1 En cierta receta para preparar limonada, la cantidad de limones y la cantidad de tazas de agua se encuentran a una razón de 3 : 2. Si se utilizan 6 tazas de agua, ¿cuántos limones se deben usar?



Soluciona



José

El valor de la razón es $\frac{3}{2}$ (o 1.5). Entonces, por cada taza de agua se necesitan $\frac{3}{2}$ limones. Y, para 6 tazas de agua, se

- 2 usarán $6 \times \frac{3}{2}$ limones:

$$6 \times \frac{3}{2} = 3 \times 3 = 9$$

R: 9 limones.

La razón 3 : 2 indica que, por cada 3 limones se utilizan 2 tazas de agua. Entonces:



Beatriz

- Para 6 limones se usan 4 tazas de agua (ambas cantidades aumentan el doble).
- Para 9 limones se usan 6 tazas de agua (ambas cantidades aumentan el triple).

R: 9 limones.

Comprende

En una razón $a : b$, a la cantidad a se le llama antecedente y a la cantidad b se le llama consecuente. Además, se cumple que:

$$\text{antecedente} = \text{consecuente} \times \text{valor de la razón}$$

3

Observa que, calcular el antecedente es similar a calcular la cantidad a comparar:

$$\text{cantidad a comparar} = \frac{\text{cantidad}}{\text{base}} \times \text{cantidad de veces}$$

En lugar de la cantidad base se escribe el consecuente, y en lugar de la cantidad de veces se escribe el valor de la razón.



Resuelve

- 4 1. En una rifa se colocan 20 papeles dentro de una bolsa. La cantidad de papeles premiados y el total de papeles colocados en la bolsa se encuentran a una razón de 1 : 4. ¿Cuántos papeles premiados hay?

2. Antonio practica baloncesto. Cierta día realizó 15 lanzamientos. Si la razón entre los tiros acertados y la cantidad total de lanzamientos fue 4 : 5, ¿cuántos tiros acertó?



3. Un restaurante estimó que la razón entre la cantidad de personas atendidas en una noche y la ganancia obtenida fue 1 : 10. Si la ganancia del restaurante fue de \$300 esa noche, ¿a cuántas personas atendieron?

Indicador de logro:

1.6 Calcula el antecedente a partir del valor de la razón y el consecuente.

Propósito: Identificar el antecedente y el consecuente en una razón, y encontrar el antecedente usando el consecuente y el valor de la razón.

Puntos importantes: En esta clase se introducen los términos antecedente y consecuente de una razón, los cuáles serán utilizados en lo que resta de la unidad y en la unidad 5 sobre proporcionalidad. A diferencia de los problemas trabajados anteriormente, en la situación presentada en ① se proporcionan la razón y el consecuente; el estudiante debe recordar la interpretación del valor de la razón como cantidad por unidad y resolver similar a como lo hace José en ②.

En ③, el comentario del armadillo muestra la relación entre el cálculo del antecedente y el de la cantidad a comparar visto en la clase 1.2; esta información puede utilizarse directamente en la resolución de 1. y 2. en ④, ya que las cantidades que se están comparando en ambos casos están en las mismas unidades. En 3. las cantidades tienen diferentes unidades (cantidad de personas y ganancia en dólares).

Solución de problemas:

1. La cantidad de papeles premiados es el antecedente de la razón 1 : 4

Consecuente → 20

Valor de la razón → $\frac{1}{4}$

$$\text{Antecedente} = \overset{5}{20} \times \frac{1}{\cancel{4}_1} = 5$$

R: 5 papeles premiados.

2. La cantidad de tiros acertados es el antecedente de la razón 4 : 5

Consecuente → 15

Valor de la razón → $\frac{4}{5}$

$$\text{Antecedente} = \overset{3}{15} \times \frac{4}{\cancel{5}_1} = 12$$

R: 12 tiros acertados.

3. La cantidad de personas atendidas es el antecedente de la razón 1 : 10

Consecuente → 300

Valor de la razón → $\frac{1}{10}$

$$\text{Antecedente} = \overset{30}{300} \times \frac{1}{\cancel{10}_1} = 30$$

R: 30 personas.

Fecha:

Clase: 1.6

Ⓐ En una receta, la cantidad de limones y la de tazas de agua se encuentra a una razón de 3 : 2. Si se utilizan 6 tazas de agua, ¿cuántos limones se deben usar?

Ⓢ El valor de la razón es $\frac{3}{2}$. Por cada taza de agua se necesitan $\frac{3}{2}$ limones. Para 6 tazas de agua se usarán $6 \times \frac{3}{2}$ limones,

$$\overset{3}{6} \times \frac{3}{\cancel{2}_1} = 3 \times 3 = 9$$

R: 9 limones.

Ⓖ 1. La cantidad de papeles premiados es el antecedente de la razón 1 : 4

Consecuente → 20

Valor de la razón → $\frac{1}{4}$

$$\text{Antecedente} = \overset{5}{20} \times \frac{1}{\cancel{4}_1} = 5$$

R: 5 papeles premiados.

2. R: 12 tiros acertados.

3. R: 30 personas.

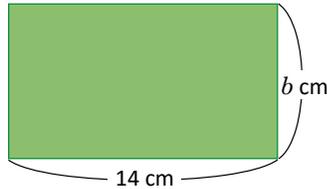
Tarea: página 75

1.7 Cálculo del consecuente

Analiza

Las longitudes del largo y ancho de un rectángulo se encuentran a una razón de 7 : 4. Si el largo mide 14 cm, ¿cuánto mide el ancho?

1



Soluciona



Mario

2

El valor de la razón es $\frac{7}{4}$ (o 1.75); o sea que el largo es $\frac{7}{4}$ veces el ancho. Divido entonces la longitud del largo entre $\frac{7}{4}$ y el resultado será la longitud del ancho:

$$14 \div \frac{7}{4} = 14 \times \frac{4}{7} = 2 \times 4 = 8$$

R: 8 cm

La razón 7 : 4 indica que, por cada 7 cm del largo se tienen 4 cm del ancho. Entonces:



Julia

- Para 14 cm del largo se tienen 8 cm de ancho (ambas cantidades aumentan el doble).

R: 8 cm

Comprende

En una razón se cumple que:

$$\text{consecuente} = \text{antecedente} \div \text{valor de la razón}$$

Calcular el consecuente es similar a calcular la cantidad base:

3

$$\text{cantidad base} = \text{cantidad a comparar} \div \text{cantidad de veces}$$

En lugar de la cantidad a comparar se escribe el antecedente; y en lugar de la cantidad de veces se escribe el valor de la razón.



Resuelve

1. En cada caso, calcula el consecuente:

4

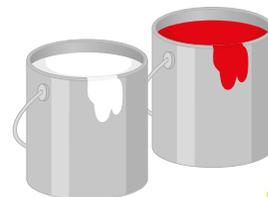
a. Antecedente = 1, valor de la razón = $\frac{1}{2}$

b. Antecedente = 6, valor de la razón = $\frac{3}{4}$

c. Antecedente = 10, valor de la razón = 2

d. Antecedente = 12, valor de la razón = $\frac{4}{3}$

2. Carlos preparó pintura rosada, donde la razón entre la cantidad de mililitros de pintura de color blanco y la de color rojo fue 4 : 5. Si utilizó 12 ml de color blanco, ¿cuántos utilizó de color rojo?



Indicador de logro:

1.7 Calcula el consecuente a partir del valor de la razón y el antecedente.

Propósito: Identificar el antecedente y el consecuente en una razón, y encontrar el consecuente usando el antecedente y el valor de la razón.

Puntos importantes: A diferencia de la clase anterior, en la situación presentada en 1 se proporcionan la razón y el antecedente de esta; nuevamente, el estudiante debe recordar la interpretación del valor de la razón como cantidad por unidad y resolver similar a como lo hace Mario en 2.

En 3, el comentario del armadillo muestra la relación entre el cálculo del consecuente y el de la cantidad base visto en la clase 1.3. En 1. de 4 debe utilizarse directamente la fórmula, pues no se presenta ninguna situación, mientras que en 2. es necesario identificar quién es el antecedente y calcular el valor de la razón.

Solución de problemas:

1. a. Consecuente = $1 \div \frac{1}{2} = 2$

R: 2

b. Consecuente = $6 \div \frac{3}{4} = 6 \times \frac{4}{3} = 8$

R: 8

c. Consecuente = $10 \div 2 = 5$

R: 5

d. Consecuente = $12 \div \frac{4}{3} = 12 \times \frac{3}{4} = 9$

R: 9

2. La cantidad de mililitros de pintura de color rojo es el consecuente de la razón 4 : 5

Antecedente → 12

Valor de la razón → $\frac{4}{5}$

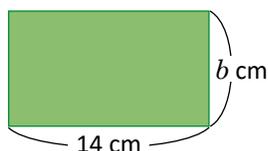
$$\text{Antecedente} = 12 \div \frac{4}{5} = 12 \times \frac{5}{4} = 15$$

R: 15 ml

Fecha:

Clase: 1.7

(A) Las longitudes del largo y ancho de un rectángulo se encuentran a una razón de 7 : 4. Si el largo mide 14 cm, ¿cuánto mide el ancho?



(S) El valor de la razón es $\frac{7}{4}$. El largo es $\frac{7}{4}$ veces el ancho. Se divide la longitud del largo entre $\frac{7}{4}$ para calcular el ancho:

$$14 \div \frac{7}{4} = 14 \times \frac{4}{7} = 2 \times 4 = 8$$

R: 8 cm

(R) 1. En cada caso, calcula el consecuente.

a. Consecuente = $1 \div \frac{1}{2} = 2$

R: 2

b. Consecuente = $6 \div \frac{3}{4} = 6 \times \frac{4}{3} = 8$

R: 8

c. Consecuente = $10 \div 2 = 5$

R: 5

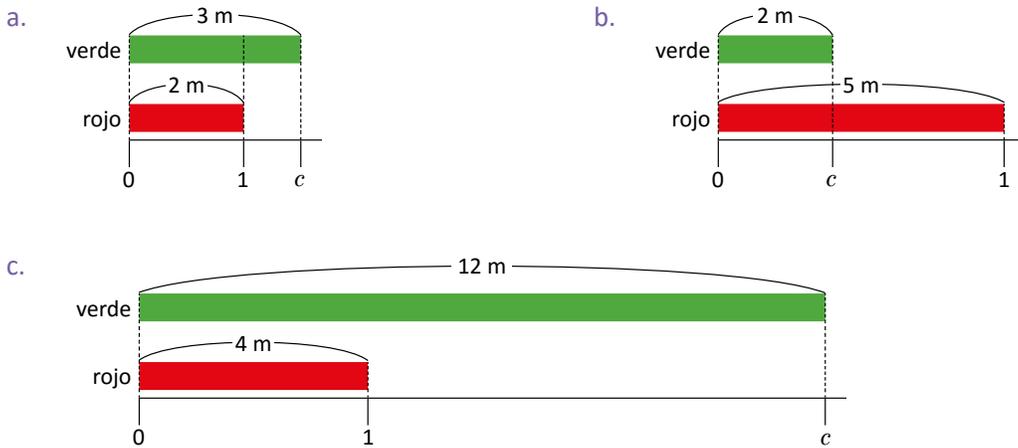
d. Consecuente = $12 \div \frac{4}{3} = 12 \times \frac{3}{4} = 9$

R: 9

Tarea: página 76

1.8 Practica lo aprendido

1. Escribe la razón entre la longitud de la cinta verde y la de la cinta roja. Luego, calcula el valor de la razón:



Resuelve los siguientes problemas:

- En la dieta salvadoreña, dos tortillas aportan 31 g de carbohidratos, 1 g de grasas, 3 g de proteínas y 150 calorías.
 - Escribe las razones y calcula el valor de las razones entre: la cantidad de carbohidratos y la cantidad de tortillas, la cantidad de grasas y la cantidad de tortillas.
 - ¿Cómo interpretas los resultados anteriores?
- Antonio ahorró \$15 y de estos gastó \$5. ¿Cuál es la razón y el valor de la razón entre el dinero gastado y el dinero ahorrado?, ¿cómo interpretas este resultado?
- La razón entre la longitud del largo y el ancho de un rectángulo es 3 : 2. Si el ancho mide 10 cm, ¿cuánto mide el largo?
- En un autobús, la razón entre la cantidad de asientos ocupados y la cantidad de desocupados es 6 : 5; si hay 24 asientos ocupados, ¿cuántos asientos desocupados hay?
- La razón entre la cantidad de calorías que quema una persona y el tiempo (en minutos) que dedica a correr es 10 : 1. Si una persona quemó 150 calorías, ¿cuántos minutos dedicó a correr?
- Cierto equipo de fútbol determinó que la razón entre el total de partidos de un campeonato y la cantidad de partidos en los que ganó fue 5 : 3. Si ganó 6 partidos, ¿cuántos partidos se realizaron durante el campeonato?

Indicador de logro:

1.8 Resuelve problemas sobre razones.

Solución de problemas:

1. a. Razón $\rightarrow 3 : 2$

$$\text{Valor de la razón} \rightarrow 3 \div 2 = 1.5 \left(\text{o } \frac{3}{2} \right)$$

c. Razón $12 : 4$

$$\text{Valor de la razón} \rightarrow 12 \div 4 = 3$$

2. a. Razón entre la cantidad de carbohidratos y la de tortillas $\rightarrow 31 : 2$

$$\text{Valor de la razón} \rightarrow 31 \div 2 = 15.5 \left(\text{o } \frac{31}{2} \right)$$

Razón entre la cantidad de grasas y la de tortillas $\rightarrow 1 : 2$

$$\text{Valor de la razón} \rightarrow 1 \div 2 = 0.5 \left(\text{o } \frac{1}{2} \right)$$

3. Razón $\rightarrow 5 : 15$

$$\text{Valor de la razón} \rightarrow 5 \div 15 = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$$

El valor de la razón indica que el dinero que gastó Antonio es la tercera parte de lo que ahorró.

5. Antecedente $\rightarrow 24$

$$\text{Valor de la razón} \rightarrow \frac{6}{5}$$

$$\text{Consecuente} = 24 \div \frac{6}{5} = 24 \times \frac{5}{6} = 4 \times 5 = 20$$

R: 20 asientos.

7. Consecuente $\rightarrow 6$

$$\text{Valor de la razón} \rightarrow \frac{5}{3}$$

$$\text{Antecedente} = 6 \times \frac{3}{5} = 2 \times 3 = 6$$

R: 10 partidos.

b. Razón $\rightarrow 2 : 5$

$$\text{Valor de la razón} \rightarrow 2 \div 5 = 0.4 \left(\text{o } \frac{2}{5} \right)$$

b. Sobre la cantidad de carbohidratos y la de tortillas: 1 tortilla aporta 15.5 g de carbohidratos.

Sobre la cantidad de grasas y la de tortillas: 1 tortilla aporta 0.5 g de grasas.

4. Consecuente $\rightarrow 10$

$$\text{Valor de la razón} \rightarrow \frac{3}{2}$$

$$\text{Antecedente} = 10 \times \frac{2}{3} = 5 \times 2 = 10$$

R: 15 cm

6. Antecedente $\rightarrow 150$

$$\text{Valor de la razón} \rightarrow 10$$

$$\text{Consecuente} = 150 \div 10 = 15$$

R: 15 minutos.

Anotaciones:

Lección 2 Porcentajes

2.1 Tanto por ciento o porcentaje

Analiza

La siguiente tabla contiene los apuntes del número de goles y la cantidad de intentos que hizo Juan en sus dos últimos entrenos de fútbol:

1

Entrenamiento	Goles	Intentos
primero	5	10
segundo	9	12



¿En cuál entrenamiento se puede decir que Juan tuvo más éxito?

Soluciona

Las razones entre el número de goles y el número de intentos son, para el primero 5 : 10, mientras que para el segundo es 9 : 12. Calculo los valores de las razones:

2

Primer entrenamiento
 $5 \div 10 = 0.5$

Segundo entrenamiento
 $9 \div 12 = 0.75$



En el primer entrenamiento, Juan tuvo éxito en la mitad de los intentos. En el segundo entrenamiento, tuvo éxito 0.75 veces la cantidad de intentos.

R: En el segundo entrenamiento.

Comprende

El **tanto por ciento o porcentaje** se obtiene multiplicando el valor de una razón por 100, es decir:
porcentaje = valor de razón \times 100

Al final del número que indica el porcentaje, se escribe el símbolo "%". Por ejemplo, si el valor de la razón entre el número de goles y el número de intentos (en el primer entrenamiento) se multiplica por 100, se obtiene:

$$\text{porcentaje} = 0.5 \times 100 = 50$$

3

Se escribe "50 %" y se lee "cincuenta por ciento". Este número indica que se aciertan 50 de cada 100 intentos.

Resuelve

1. La siguiente tabla contiene los resultados de Miguel en los dos últimos juegos de baloncesto.

4

Juego	Canastas	Lanzamientos
primero	12	16
segundo	9	15

- Encuentra el valor de la razón entre número de canastas y el total de lanzamientos.
- ¿Qué porcentaje de canastas obtuvo en cada juego?, ¿cómo se interpreta este resultado?

2. José anotó los resultados que obtuvo al jugar capirucho el lunes, martes y miércoles:

Día	Éxito	Intentos
lunes	8	20
martes	10	25
miércoles	8	16

- Entre lunes y miércoles, ¿qué día obtuvo mejores resultados? Explica usando porcentajes.
- Entre lunes y martes, ¿qué día obtuvo mejores resultados? Explica usando porcentajes.

Indicador de logro:

2.1 Calcula el porcentaje que representa una cantidad, encontrando el valor de la razón y multiplicando por 100.

Propósito: Introducir el concepto de tanto por ciento o porcentaje y calcularlo usando la razón y el valor de la razón entre dos cantidades.

Puntos importantes: La situación presentada en ① se asemeja a la trabajada en la clase 1.5, es decir, se proporcionan dos pares de cantidades a comparar y determinar, en este caso, en cuál entrenamiento Juan tuvo más éxito; los estudiantes deben identificar que para resolver el problema es necesario calcular las razones entre el número de goles y el número de intentos en cada caso (similar a como lo hace Antonio en ②). En ③ se debe hacer énfasis en la interpretación de un porcentaje (50 % indica 50 de 100) pues análisis similares deben realizarse en los problemas planteados en ④.

Sugerencia metodológica: Para la solución del problema inicial, en ①, debe indicarse a los estudiantes que expresen el valor de la razón como un número decimal; esto puede hacer más fácil la comparación de los valores en ambos casos y determinar cuál es el mayor. En esta lección se utilizará indistintamente la interpretación de la razón como cantidad de veces o cantidad por unidad, ambas definiciones son análogas y no deben representar dificultad para los estudiantes.

Solución de problemas:

1. a. En el primer juego, la razón es $12 : 16$ y su valor es $12 \div 16 = 0.75$
En el segundo juego, la razón es $9 : 15$ y su valor es $9 \div 15 = 0.6$
- b. Primer juego: $0.75 \times 100 = 75$; el porcentaje de canastas es 75 %, es decir, encesta 75 de 100 lanzamientos.
Segundo juego: $0.6 \times 100 = 60$; el porcentaje de canastas es 60 %, es decir, encesta 60 de 100 lanzamientos.
2. a. Para el lunes, la razón entre la cantidad de éxitos y la de intentos es $8 : 20$, su valor es 0.4, y su porcentaje es 40 %. Para el miércoles la razón es $8 : 16$, su valor es 0.5 y su porcentaje es 50 %. Entonces el miércoles obtuvo mejores resultados porque el porcentaje de éxito es mayor.
- b. **R:** Obtuvo los mismos resultados en ambos días, ya que el del martes también es 40 %.

Fecha:

Clase: 2.1

Ⓐ Número de goles y cantidad de intentos realizados por Juan en dos entrenos:

Entrenamiento	Goles	Intentos
primero	5	10
segundo	9	12

¿En cuál entrenamiento Juan tuvo más éxito?

Ⓒ

Primer entrenamiento	Segundo entrenamiento
Razón → $5 : 10$	Razón → $9 : 12$
Valor de razón → $5 \div 10 = 0.5$	Valor de razón → $9 \div 12 = 0.75$

R: En el segundo entrenamiento.

Ⓓ

1. a. En el primer juego, la razón es $12 : 16$ y su valor es $12 \div 16 = 0.75$
En el segundo juego, la razón es $9 : 15$ y su valor es $9 \div 15 = 0.6$
- b. Primer juego: $0.75 \times 100 = 75$; el porcentaje de canastas es 75 %, es decir, encesta 75 de 100 lanzamientos.
Segundo juego: $0.6 \times 100 = 60$; el porcentaje de canastas es 60 %, es decir, encesta 60 de 100 lanzamientos.

Tarea: página 78

2.2 Relación entre razones y porcentajes

Recuerda

Efectúa:

1 a. $0.01 \times 100 = 1$

b. $0.2 \times 100 = 20$

Analiza

- 2 En el salón de clases de Marta hay un total de 20 alumnos, de los cuales 7 son niños. ¿Cuál es el porcentaje de niños en este salón?

Soluciona

La razón entre la cantidad de niños y el total de alumnos es 7 : 20. Calculo el valor de la razón, y luego obtengo el porcentaje:

$$\text{Valor de la razón: } 7 \div 20 = 0.35$$

$$\text{Porcentaje: } 0.35 \times 100 = 35$$



Carmen

El valor de la razón, 0.35, es equivalente al 35 %.

R: 35% de los alumnos en el salón de clases son niños.

Comprende

En general:

- 3
- Al multiplicar por 100 el valor de razón, se obtiene el porcentaje:
porcentaje = valor de razón \times 100
 - Al dividir entre 100 el porcentaje, se obtiene el valor de la razón:
valor de razón = porcentaje \div 100

Resuelve

- 4
- Encuentra el porcentaje que representan los siguientes valores de razones:
a. 0.01 b. 0.07
c. 0.75 d. 1
 - Encuentra el valor de la razón que corresponde a cada uno de los siguientes porcentajes:
a. 5 % b. 9 %
c. 12 % d. 54 %
 - El área total de un centro escolar es 1,200 m², y el área de la cancha es 252 m².
a. ¿Cuál es el valor de la razón entre el área de la cancha y el área total del centro escolar?
b. ¿Qué porcentaje del terreno ocupa la cancha?

¿Sabías que...?

Es muy usual utilizar los porcentajes cuando las cantidades que se comparan son muy grandes. Por ejemplo, según las Proyecciones de la Dirección General de Estadísticas y Censos, se espera que en el año 2020 la población salvadoreña sea de 6,601,409 habitantes, de los cuales 3,520,577 sean mujeres.

Al calcular el valor de la razón entre el número de mujeres y la población total se obtiene, aproximadamente 0.53; mientras que el porcentaje correspondiente es 53 %. Por lo tanto, se espera que de la población estimada para el 2020, el 53 % sean mujeres, es decir, 53 de cada 100 personas salvadoreñas en el año 2020 serán mujeres.

Indicador de logro:

2.2 Encuentra el porcentaje que corresponde a una razón determinada y viceversa.

Propósito: Calcular el porcentaje correspondiente al valor de una razón y viceversa.

Puntos importantes: Las operaciones en ① servirán para recordar el procedimiento de la multiplicación de un decimal por 100 (se usará a partir de esta clase cuando se calcule el porcentaje asociado a una razón). Para la solución del problema inicial en ②, los estudiantes deben utilizar el algoritmo visto en la clase 2.1 sobre el cálculo del porcentaje. En ③ se consolida la relación entre el valor de una razón y el porcentaje asociado a este, y cómo calcular una a partir de la otra. Finalmente en ④, para los problemas en 1. y 2. deben aplicarse directamente los algoritmos en cada caso, mientras que para 3. el procedimiento es similar a cuando se resolvió el problema inicial, es decir, se calcula el valor de la razón y luego el porcentaje.

Sugerencia metodológica: Como el objetivo de ① es recordar lo que ocurre cuando un decimal se multiplica por 100 (se mueve el punto decimal dos espacios hacia la derecha), puede indicarse directamente a los estudiantes cómo resolver cada ejercicio. En los problemas planteados tanto en ② como en ③ se debe recordar la importancia del orden de las cantidades cuando se escribe la razón y se calcula su valor; por ejemplo, si se pide calcular "el valor de la razón entre el área de la cancha (252 m²) y el área total del centro escolar (1,200 m²)" entonces la división correspondiente es $252 \div 1,200$. Si no se tiene cuidado con lo anterior se obtendrá un porcentaje mayor al 100 % y causar confusión al estudiante.

Solución de problemas:

- | | | | |
|--|--|--------------------------------------|-------------------------------------|
| 1. a. $0.01 \times 100 = 1$
R: 1 % | b. $0.07 \times 100 = 7$
R: 7 % | c. $0.75 \times 100 = 75$
R: 75 % | d. $1 \times 100 = 100$
R: 100 % |
| 2. a. $5 \div 100 = 0.05$
R: 0.05 | b. $9 \div 100 = 0.09$
R: 0.09 | c. $12 \div 100 = 0.12$
R: 0.12 | d. $54 \div 100 = 0.54$
R: 0.54 |
| 3. a. Valor de la razón $\rightarrow 252 \div 1,200 = 0.21$
R: 0.21 | b. Porcentaje: $0.21 \times 100 = 21$
R: 21 % | | |

Fecha:

Clase: 2.2

Ⓡ

Efectúa:

a. $0.01 \times 100 = 1$

b. $0.2 \times 100 = 20$

Ⓐ

En el salón de clases hay 20 alumnos, y 7 son niños. ¿Cuál es el porcentaje de niños en este salón?

Ⓢ

Razón $\rightarrow 7 : 20$

Valor de la razón $\rightarrow 7 \div 20 = 0.35$

Entonces,

porcentaje = $0.35 \times 100 = 35$

R: 35 % de los alumnos en el salón de clases son niños.

Ⓡ

1. Encuentra el porcentaje:

a. $0.01 \times 100 = 1$

b. $0.07 \times 100 = 7$

R: 1 %

R: 7 %

c. $0.75 \times 100 = 75$

d. $1 \times 100 = 100$

R: 75 %

R: 100 %

2. Encuentra el valor de la razón:

a. $5 \div 100 = 0.05$

b. $9 \div 100 = 0.09$

R: 0.05

R: 0.09

c. $12 \div 100 = 0.12$

d. $54 \div 100 = 0.54$

R: 0.12

R: 0.54

Tarea: página 79

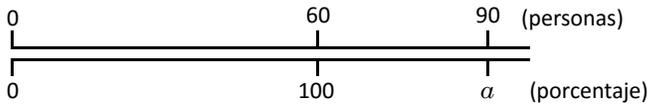
Lección 2

2.3 Porcentajes mayores al 100 %

Analiza

Un restaurante tiene capacidad para atender a 60 personas. Si el sábado atendieron a 90 personas, ¿qué porcentaje de personas con respecto a la capacidad del restaurante atendieron?

1



En este caso, el antecedente es mayor que el consecuente. Por tanto, el porcentaje será mayor al 100 %



Soluciona

Calculo el valor de la razón de la cantidad de personas atendidas y la capacidad del restaurante, y su respectivo porcentaje:



Carlos

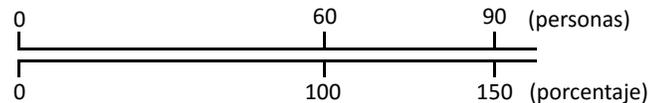
$$\text{Valor de la razón} = 90 \div 60 = 1.5$$

$$\text{Porcentaje} = 1.5 \times 100 = 150$$

Entonces, el porcentaje de personas atendidas en el restaurante fue del 150 %.

R: 150 %

En el gráfico, el porcentaje se ha representado como a ; entonces, $a = 150$.

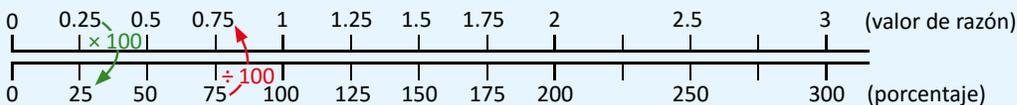


Comprende

Cuando el antecedente es mayor que el consecuente, el porcentaje que se obtiene es mayor al 100 %.

2

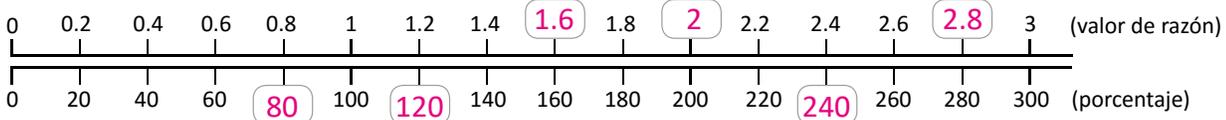
Esto se debe a que el valor de la razón es mayor que 1. La siguiente gráfica muestra algunas relaciones entre el valor de la razón y el porcentaje correspondiente:



Resuelve

3

1. Completa los recuadros de razón o porcentajes faltantes en el gráfico:



2. Se recomienda que un adulto beba 2 litros de agua diariamente. Si María consume 2.5 litros, ¿qué porcentaje de agua consume respecto a la cantidad sugerida?

3. La Organización Mundial de la Salud (OMS) recomienda a los niños un consumo máximo de 4 g de sal diarios; si un niño consume 6 g diarios podría enfermarse. ¿Qué porcentaje de sal respecto a la cantidad recomendada puede hacer enfermar a un niño?



Organización Mundial de la Salud

Indicador de logro:

2.3 Calcula porcentajes mayores al 100 % en ejercicios y problemas.

Propósito: Relacionar valores de razones mayores que 1 con porcentajes mayores al 100 %.

Puntos importantes: En la lección 1 de la unidad se trabajaron situaciones donde el antecedente era mayor que el consecuente, y por tanto el valor de la razón era mayor que 1; estas situaciones se relacionan con porcentajes mayores al 100 %. En el problema inicial en ①, los estudiantes deben identificar que el antecedente de la razón es la cantidad de personas atendidas el sábado y el consecuente es la capacidad del restaurante (la gráfica de doble recta numérica sirve para visualizar la relación entre las cantidades y estimar que el porcentaje será mayor al 100 %), y calcular el porcentaje de la misma forma en que se ha venido realizando. En ② se utiliza la gráfica de doble recta numérica para relacionar el valor de una razón con el porcentaje y consolidar el cálculo de ellos: el valor de la razón se multiplica por 100 para obtener el porcentaje, y el porcentaje se divide entre 100 para obtener el valor de la razón. En 1. de ③ debe usarse la multiplicación o división por 100 para completar los espacios; mientras que en 2. y 3. debe calcularse el porcentaje aplicando el algoritmo.

Sugerencia metodológica: Si los estudiantes tienen dificultad para identificar el antecedente y el consecuente en el problema inicial en ①, se debe analizar la pregunta en el enunciado; como se calculará el porcentaje de personas que atendieron **con respecto** a la capacidad del restaurante, entonces las 90 personas atendidas es el antecedente y la capacidad de 60 personas que tiene el restaurante es el consecuente.

Solución de problemas:

2. Razón → 2.5 : 2

Valor de razón → $2.5 \div 2 = 1.25$

Porcentaje = $1.25 \times 100 = 125$

R: 125 %

3. Razón → 6 : 4

Valor de razón → $6 \div 4 = 1.5$

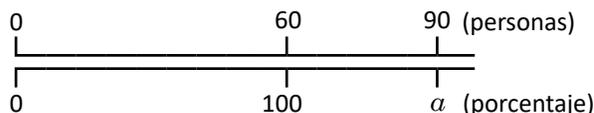
Porcentaje = $1.5 \times 100 = 150$

R: 150 %

Fecha:

Clase: 2.3

Ⓐ ¿Qué porcentaje de personas con respecto a la capacidad del restaurante atendieron?



Ⓢ Antecedente → 90
 Consecuente → 60
 Razón → 90 : 60
 Valor de la razón → $90 \div 60 = 1.5$
 Porcentaje = $1.5 \times 100 = 150$

R: 150 % (entonces, $\alpha = 150$)

Ⓙ 1. En orden de izquierda a derecha:
 Porcentaje: 80, 120, 240
 Valor de razón: 1.6, 2, 2.8

2. Razón → 2.5 : 2
 Valor de razón → $2.5 \div 2 = 1.25$
 Porcentaje = $1.25 \times 100 = 125$

R: 125 %

Tarea: página 80

Lección 2

2.4 Cálculo del antecedente usando porcentajes menores al 100 %

Recuerda

1. ¿Cómo se calcula el antecedente utilizando el consecuente y el valor de la razón?
 - a. 35 %
 $35 \div 100 = 0.35$
 - b. 100 %
 $100 \div 100 = 1$

Analiza

2. María prepara 200 ml de refresco de naranja. Si el 35 % del contenido del refresco es zumo de naranja, ¿a cuántos mililitros de zumo equivale? Representa la cantidad de mililitros de zumo como α .

La cantidad total de refresco (200 ml) corresponde al 100 %, y la cantidad desconocida de zumo de naranja (α ml) corresponde al 35 % del total de refresco.



Soluciona



Calculo el valor de la razón, que es igual a dividir el porcentaje entre 100:

$$\text{Valor de la razón} = 35 \div 100 = 0.35$$

3. Este número corresponde al valor de la razón $\alpha : 200$; y como:

$$\text{antecedente} = \text{consecuente} \times \text{valor de razón}$$

entonces,

$$\alpha = 200 \times 0.35 = 70$$

R: 70 ml

35 % de zumo de naranja significa que, si fuesen 100 ml de refresco entonces 35 ml serían de zumo de naranja. Al aumentar el refresco al doble (200 ml) la cantidad de zumo de naranja también aumenta al doble, o sea, 70 ml.



Compruebo calculando cuánto es (en porcentaje) 70 ml de 200 ml:

$$\text{Valor de la razón} = 70 \div 200 = 0.35$$

$$\text{Porcentaje} = 0.35 \times 100 = 35$$

R: 70 ml

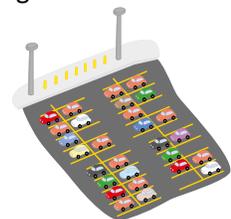
Comprende

En general:

- Calcular el valor correspondiente al porcentaje de una cantidad es equivalente a calcular el antecedente de la razón.
- Cuando se conoce el consecuente y el porcentaje, y se quiere encontrar el antecedente, se pueden seguir los siguientes pasos:
 - ① Encontrar el valor de la razón a partir del porcentaje: $\text{valor de razón} = \text{porcentaje} \div 100$.
 - ② Encontrar el antecedente: $\text{antecedente} = \text{consecuente} \times \text{valor de razón}$.

Resuelve

1. Calcula:
 - a. 20 % de 80 litros.
 - b. 90 % de 120 litros.
2. De una sección de 30 alumnos, el 80 % de los estudiantes aprobaron la asignatura de Matemática. ¿Cuántos alumnos aprobaron la materia?
3. En un estacionamiento hay 80 vehículos de los cuales, el 5 % son verdes. ¿Cuántos vehículos verdes hay en el estacionamiento?



Indicador de logro:

2.4 Calcula el antecedente de una razón cuando el porcentaje es menor al 100 %.

Propósito: Encontrar el antecedente de una razón a partir del consecuente y el porcentaje asociado al valor de la razón.

Puntos importantes: En ① se recuerdan el algoritmo para calcular el antecedente a partir del consecuente y el valor de la razón (antecedente = consecuente \times valor de la razón, clase 1.6) y cómo calcular el valor de la razón que corresponde a un porcentaje (valor de razón = porcentaje \div 100, clase 2.2). En ②, a diferencia de las clases anteriores se proporciona el porcentaje que representa una cantidad respecto a otra; para resolver este tipo de problemas no es necesario recurrir a la conocida "regla de tres"; sino relacionar los porcentajes con el cálculo de razones e identificar qué cantidades están dadas (si el antecedente o el consecuente). Los estudiantes deben resolver de forma similar a Julia (ver ③) dado que es el proceso más general y factible para todos los casos. En ④, los estudiantes deben aplicar los pasos descritos en el Comprende.

Sugerencia metodológica: Como en los problemas de la lección 1, una posible dificultad para los estudiantes es identificar si las cantidades dadas en los enunciados corresponden al antecedente o al consecuente. Puede indicarse lo siguiente: "cuando se tiene el porcentaje que representa una cantidad a con respecto a otra cantidad b , entonces la cantidad a es el antecedente y b el consecuente".

Solución de problemas:

1. a. Valor de razón = $20 \div 100 = 0.2$
Antecedente = $80 \times 0.2 = 16$
R: 16 litros.

b. Valor de razón = $90 \div 100 = 0.9$
Antecedente = $120 \times 0.9 = 108$
R: 108 litros.

2. Valor de razón = $80 \div 100 = 0.8$
Antecedente = $30 \times 0.8 = 24$
R: 24 alumnos.

3. Valor de razón = $5 \div 100 = 0.05$
Antecedente = $80 \times 0.05 = 4$
R: 4 vehículos.

Fecha:**Clase:** 2.4

- Ⓡ 1. antecedente = consecuente \times razón
2. a. 35 % $\rightarrow 35 \div 100 = 0.35$
b. 100 % $\rightarrow 100 \div 100 = 1$

Ⓐ ¿Cuánto es 35 % de 200 ml? Representa la cantidad correspondiente al 35 % como α .

Ⓢ Valor de la razón = $35 \div 100 = 0.35$
Este valor es el correspondiente a la razón $\alpha : 200$;
entonces:

$$\alpha = 200 \times 0.35 = 70$$

R: 70 ml

- Ⓡ 1. a. Valor de razón = $20 \div 100 = 0.2$
Antecedente = $80 \times 0.2 = 16$
R: 16 litros.

b. Valor de razón = $90 \div 100 = 0.9$
Antecedente = $120 \times 0.9 = 108$
R: 108 litros.

2. R: 24 alumnos.

3. R: 4 vehículos.

Tarea: página 81

Lección 2

2.5 Cálculo del antecedente usando porcentajes mayores al 100 %

Analiza

Los padres de Marta deben abonar \$250 mensuales para la cuota de una casa. Si además se tiene que pagar un 4 % de interés fijo sobre la cuota, ¿cuánto deben pagar cada mes?

Soluciona

1 El 100 % de la cuota es \$250; "4 % sobre la cuota" indica que se agrega el 4 % de \$250. Entonces, debo calcular el pago de cada mes, incluyendo el interés sobre la cuota.

① El porcentaje total es: $100 \% + 4 \% = 104 \%$

Utilizo lo de la clase anterior:

② Calculo el valor de la razón (porcentaje \div 100): $104 \div 100 = 1.04$

③ Calculo el 104 % de 250 (consecuente \times valor de razón): $250 \times 1.04 = 260$

Los padres de Marta deben pagar cada mes \$260, que corresponde a la cuota mensual más el 4 % de interés fijo sobre la cuota.

R: \$260 mensuales.



Beatriz

Comprende

2 En situaciones que involucran incrementos al porcentaje, y se quiere encontrar el antecedente de la razón, se realiza lo siguiente:

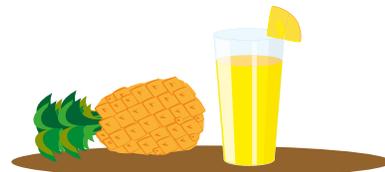
① Encontrar el porcentaje total: $100 \% +$ porcentaje de incremento.

② Calcular el valor de la razón: porcentaje \div 100.

③ Calcular el antecedente: antecedente = consecuente \times valor de la razón.

Resuelve

3 1. Un jugo de piña que normalmente contiene 800 ml está en oferta, con un 20 % más del contenido normal. ¿Cuántos mililitros de jugo contiene cuando está en oferta?



2. Una pequeña imprenta desea comprar un lote de papel que cuesta \$720; como desea importarlo desde otro país debe pagar un impuesto del 5 % por derechos arancelarios de importación, adicional al precio original. ¿Cuántos dólares debe pagar la imprenta por el lote de papel, incluyendo los impuestos?

3. En un restaurante se paga el 9 % del consumo en calidad de propina. Si alguien consume \$30, ¿cuánto deberá pagar incluyendo la propina?



Indicador de logro:

2.5 Calcula el antecedente de una razón cuando su porcentaje es mayor al 100 %.

Propósito: Encontrar el antecedente de una razón cuando hay un incremento en el porcentaje respecto al consecuente de la razón.

Puntos importantes: Para resolver los problemas de esta clase debe agregarse un paso más antes de utilizar lo aprendido en la clase anterior, tal como lo hace Beatriz en ①. Como el pago de cada mes representa el 104 % con respecto a la cantidad mensual a abonar (\$250) entonces el valor de la razón se calcula usando ese porcentaje y el procedimiento de la clase anterior. En ② se consolida el proceso para calcular la cantidad (antecedente) correspondiente a un porcentaje mayor al 100 % (los pasos ② y ③ coinciden con los estudiados en la clase 2.4). Para ③ debe utilizarse lo descrito en el Comprende.

Sugerencia metodológica: En esta clase debe hacerse énfasis en las expresiones "tanto por ciento sobre...", "tanto por ciento más...", "tanto por ciento adicional...", etc.", pues indican que el porcentaje aumenta, tal y como lo indica el paso ② en la sección Comprende. Debe recordarse que, como en la clase anterior, la cantidad dada corresponde al consecuente y la desconocida al antecedente.

Solución de problemas:

1. ① Porcentaje total = $100\% + 20\% = 120\%$
 ② Valor de la razón = $120 \div 100 = 1.2$
 ③ Antecedente = $800 \times 1.2 = 960$

R: 960 ml

2. ① Porcentaje total = $100\% + 5\% = 105\%$
 ② Valor de la razón = $105 \div 100 = 1.05$
 ③ Antecedente = $720 \times 1.05 = 756$

R: \$756

3. ① Porcentaje total = $100\% + 9\% = 109\%$
 ② Valor de la razón = $109 \div 100 = 1.09$
 ③ Antecedente = $30 \times 1.09 = 32.7$

R: \$32.70

Fecha:

Clase: 2.5

(A) Los padres de Marta debe pagar \$250 mensuales más 4 % de interés fijo sobre la cuota. ¿Cuánto deben pagar cada mes?

(S) El 100 % de la cuota es \$250; "4 % sobre la cuota" indica que se agrega el 4 % de \$250.

- ① El porcentaje total es: $100\% + 4\% = 104\%$
 ② El valor de la razón es: $104 \div 100 = 1.04$
 ③ El 104 % de 250 se calcula realizando:
 $250 \times 1.04 = 260$

R: \$260

(R)

1. ① Porcentaje total = $100\% + 20\% = 120\%$
 ② Valor de la razón = $120 \div 100 = 1.2$
 ③ Antecedente = $800 \times 1.2 = 960$

R: 960 ml

2. ① Porcentaje total = $100\% + 5\% = 105\%$
 ② Valor de la razón = $105 \div 100 = 1.05$
 ③ Antecedente = $720 \times 1.05 = 756$

R: \$756

Tarea: página 82

Lección 2

2.6 Cálculo de precios con IVA

Analiza

El papá de Julia comprará un juego de comedor que cuesta \$160 dólares. El vendedor le dijo que este precio no incluye IVA, que es el 13 % del precio original. ¿Cuánto le costará el juego de comedor con el IVA incluido?

Observa que:

- El precio del juego de comedor sin IVA corresponde al 100 %.
- El precio del comedor con IVA incluido corresponde al 113 %.



Soluciona



Antonio

En este caso hay un incremento del 13% al precio del comedor. Aplico los pasos aprendidos en la clase anterior:

- 1 $\text{Porcentaje total} = 100\% + 13\% = 113\%$
- 2 $\text{Valor de la razón} = 113 \div 100 = 1.13$
- 3 $\text{Antecedente} = 160 \times 1.13 = 180.8$

R: \$180.80

Encuentro la cantidad de dinero que pagaré de IVA y lo sumo a los \$160 (precio original del comedor):



Carmen

- 1 $\text{Cantidad de dinero que corresponde al 13\%:}$
 $\text{valor de razón} = 13 \div 100 = 0.13$
 $\text{antecedente} = 160 \times 0.13 = 20.8$
- 2 $\text{Sumo la cantidad correspondiente al IVA}$
 $(\$20.80) \text{ al precio original:}$

$$160 + 20.8 = 180.8$$

R: \$180.80

Comprende

El Impuesto al Valor Agregado (IVA) es un impuesto que se paga al momento de realizar una compra. En El Salvador, el IVA corresponde al 13 % sobre el precio original, y puede calcularse de dos maneras:

2

Primera forma:

- 1 Calcular el valor de la razón correspondiente al 113 % (este porcentaje se encontró sumándole al 100 % el 13 % de IVA).
- 2 Calcular el nuevo precio, multiplicando el precio original por el valor de la razón).

Segunda forma:

- 1 Calcular el 13 % del precio original.
- 2 Sumar, al precio original, la cantidad encontrada en el paso 1.

En la primera forma, el valor de la razón correspondiente al 113 % es 1.13; entonces, puedes realizar un solo paso multiplicando el precio original por 1.13.



Resuelve

- 3 Calcula el precio de los siguientes artículos incluyendo el IVA, utilizando las dos maneras mostradas.

- a. Una computadora que cuesta \$525.
- b. Un ventilador que cuesta \$30.
- c. Un televisor que cuesta \$449.



Indicador de logro:

2.6 Calcula el precio de un producto considerando el Impuesto al Valor Agregado (IVA).

Propósito: Encontrar el precio de un artículo al incluirle el Impuesto al Valor Agregado (IVA).

Puntos importantes: El contenido de esta clase es una situación particular de lo desarrollado en la clase 2.5 donde el porcentaje de incremento está fijo para todos los problemas (13 %). En ①, la solución de Antonio es la que se espera realicen los estudiantes, pues se aplica lo visto en la clase anterior. En ② se retoman los dos procedimientos posibles para resolver el problema inicial (el de Antonio y el de Carmen). Para resolver las situaciones planteadas en ③ los estudiantes pueden utilizar cualquiera de las dos formas descritas en ②, lo importante es asegurar que comprenden el proceso y lo aplican correctamente.

Sugerencia metodológica: En la situación del problema inicial (ver ①) se puede comentar a los estudiantes que el IVA es el principal medio de recaudación de fondos de un país; con el que se cubren los gastos en las escuelas públicas, los hospitales nacionales, el alumbrado público, etc. Además, los estudiantes deben tener claro que este impuesto siempre es el 13 % sobre el precio original, es decir, forzosamente el precio original corresponde al 100 %. Lo anterior indica que en la primera forma presentada en ② se puede omitir el paso ①, sabiendo que el nuevo precio resulta de multiplicar el precio original por 1.13

Solución de problemas:

a. Primera forma:

- ① Valor de la razón = $113 \div 100 = 1.13$
- ② Nuevo precio = $525 \times 1.13 = 593.25$

R: \$593.25

Segunda forma:

- ① 13 % del precio original: $525 \times 0.13 = 68.25$
- ② Nuevo precio = $525 + 68.25 = 593.25$

R: \$593.25

b. Primera forma:

- ① Valor de la razón = 1.13
- ② Nuevo precio = $30 \times 1.13 = 33.9$

R: \$33.90

c. Primera forma:

- ① Valor de la razón = 1.13
- ② Nuevo precio = $449 \times 1.13 = 507.37$

R: \$507.37

Fecha:

Clase: 2.6

(A) Un juego de comedor cuesta \$160 dólares sin IVA. ¿Cuánto le costará el juego de comedor con el IVA (13 %) incluido?

(S) Primera forma:

- ① Porcentaje total = $100 \% + 13 \% = 113 \%$
- ② Valor de la razón = $113 \div 100 = 1.13$
- ③ Antecedente = $160 \times 1.13 = 180.8$

R: \$180.80

Segunda forma:

- ① Cantidad de dinero que corresponde al 13 %:
valor de razón = $13 \div 100 = 0.13$
antecedente = $160 \times 0.13 = 20.8$

② Se suma la cantidad correspondiente al IVA (\$20.80) al precio original:

$$160 + 20.8 = 180.8$$

R: \$180.80

(R) a. Primera forma:

- ① Valor de la razón = $113 \div 100 = 1.13$
- ② Nuevo precio = $525 \times 1.13 = 593.25$

R: \$593.25

Segunda forma:

- ① 13 % del precio original: $525 \times 0.13 = 68.25$
- ② Nuevo precio = $525 + 68.25 = 593.25$

R: \$593.25

Tarea: página 83

Lección 2

2.7 Cálculo de precios con descuentos

Analiza

María compró una mochila con el 25 % de descuento. Si el precio normal era de \$8, ¿cuánto pagó María por la mochila?

1

El precio, aplicándole el descuento, es igual al 75 % del precio original.



Soluciona



Mario

- ① Como la mochila tenía el 25 % de descuento, entonces María solo canceló el 100 % - 25 % del precio original, o sea, el 75 %.

2

- ② El 75 % corresponde a un valor de razón de 0.75 ($75 \div 100$).

- ③ Precio a cancelar: $8 \times 0.75 = 6$

R: \$6

- ① Calculo el 25 % de \$8, multiplicando por 0.25 (valor de razón correspondiente al 25 %):

$$8 \times 0.25 = 2$$

- ② Resto de la cantidad original, el valor correspondiente al descuento:

$$8 - 2 = 6$$

R: \$6



Ana

Comprende

Para encontrar el precio luego de aplicar descuentos, se pueden realizar dos procedimientos:

Primera forma:

- ① Calcular el porcentaje del precio con descuento:
 $100\% - \text{porcentaje de descuento}$
- ② Calcular el valor de la razón correspondiente al porcentaje encontrado en ①.
- ③ Encontrar el precio con descuento, multiplicando el valor de la razón por el precio original.

Segunda forma:

- ① Calcular el valor de la razón correspondiente al porcentaje de descuento.
- ② Calcular la cantidad correspondiente al descuento.
- ③ Restar la cantidad encontrada en ② del precio original.

Resuelve

En la tienda de ropa "LA GANGA" la ropa tiene descuento. Encuentra el precio de las siguientes prendas al aplicarles el descuento que se indica:

3

- a. Vestido para niña
Precio normal: \$20
30 % de descuento



- b. Suéter para caballero
Precio normal: \$15
20 % de descuento



- c. Camisa para niño
Precio normal: \$5
5 % de descuento



Indicador de logro:

2.7 Calcula el precio de un artículo que posee un porcentaje de descuento.

Propósito: Encontrar el precio de un artículo (antecedente) cuando se le aplica un descuento.

Puntos importantes: En las dos clases anteriores ha sido necesario aumentar el descuento con base en cierto porcentaje, resultando una cantidad mayor al 100 %; en esta clase, el 100 % se disminuye debido a un descuento, resultando así una cantidad menor al 100 %. En ①, los estudiantes deben visualizar que para la situación planteada deben restar el porcentaje de descuento del 100 % (la tortuga proporciona una pista para ello); además, se espera que la mayoría resuelva como lo hizo Mario en ②, pues se utiliza lo visto en clases anteriores. Para los problemas en ③, los estudiantes pueden utilizar cualquiera de las dos formas descritas en el Comprende, pero se debe asegurar que entienden el proceso y lo aplican correctamente.

Solución de problemas:

a. Primera forma:

- ① Porcentaje: $100\% - 30\% = 70\%$
- ② Valor de la razón = $70 \div 100 = 0.7$
- ③ Precio con descuento = $20 \times 0.7 = 14$

R: \$14

Segunda forma:

- ① Valor de la razón correspondiente al 30 %: 0.3
- ② Cantidad correspondiente al 30 %: $20 \times 0.3 = 6$
- ③ Precio con descuento = $20 - 6 = 14$

R: \$14

b. Primera forma:

- ① Porcentaje: $100\% - 20\% = 80\%$
- ② Valor de la razón = $80 \div 100 = 0.8$
- ③ Precio con descuento = $15 \times 0.8 = 12$

R: \$12

Segunda forma:

- ① Valor de la razón correspondiente al 20 %: 0.2
- ② Cantidad correspondiente al 20 %: $15 \times 0.2 = 3$
- ③ Precio con descuento = $15 - 3 = 12$

R: \$12

c. R: \$4.75

Fecha:

Clase: 2.7

(A) María compró una mochila con el 25 % de descuento. Si el precio normal era de \$8, ¿cuánto pagó María por la mochila?

(S) Primera forma:

- ① Porcentaje de descuento: $100\% - 25\% = 75\%$
- ② Valor de la razón = $75 \div 100 = 0.75$
- ③ Precio con descuento = $8 \times 0.75 = 6$

R: \$6

Segunda forma:

- ① Se calcula el 25 % de \$8: $8 \times 0.25 = 2$
- ② Se resta del precio original, el valor correspondiente al descuento: $8 - 2 = 6$

R: \$6

(R)

a. Primera forma:

- ① Porcentaje: $100\% - 30\% = 70\%$
- ② Valor de la razón = $70 \div 100 = 0.7$
- ③ Precio con descuento = $20 \times 0.7 = 14$

R: \$14

Segunda forma:

- ① Valor de la razón correspondiente al 30 %:
0.3
- ② Cantidad correspondiente al 30 %:
 $20 \times 0.3 = 6$
- ③ Precio con descuento = $20 - 6 = 14$

R: \$14

Tarea: página 84

Lección 2

2.8 Cálculo del consecuente usando porcentajes

Recuerda

- 1 Julia leyó 200 páginas de un libro en vacaciones. Esta cantidad es 5 veces la cantidad de páginas que leyó José. ¿Cuántas páginas leyó José? **R: 40 páginas**

Analiza

- 2 Una jirafa de un mes de vida mide 260 cm; esta estatura corresponde al 130 % de su estatura justo al nacer. ¿Cuál fue la estatura de la jirafa inmediatamente después del nacimiento? Representa esta cantidad como b cm.

Observa que:

- La estatura de la jirafa al nacer corresponde al 100 % (consecuente, b cm).
- La estatura de la jirafa después de un mes, la cual es 260 cm, corresponde al 130 % (antecedente).



Soluciona

- 3 Calculo el valor de la razón, que es igual a dividir el porcentaje entre 100:



Carlos

$$\text{valor de la razón} = 130 \div 100 = 1.3$$

Este número corresponde al valor de la razón $260 : b$; y como:

$$\text{consecuente} = \text{antecedente} \div \text{valor de razón}$$

entonces,

$$b = 260 \div 1.3 = 200$$

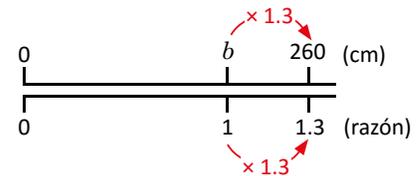
R: 200 cm

¿Sabías que...?

En la gráfica de doble recta numérica, para que la razón aumente de 1 a 1.3, se efectúa 1×1.3 ; entonces, para que los centímetros aumenten de b a 260 debe efectuarse $b \times 1.3$, y:

$$b \times 1.3 = 260$$

1.3 veces b es igual a 260, por lo que $b = 260 \div 1.3 = 200$



Comprende

Cuando se conoce la cantidad cuyo porcentaje es mayor al 100 % (antecedente) y se desea encontrar la cantidad original (consecuente), se realiza lo siguiente:

- 1 Calcular el valor de la razón: **valor de la razón = porcentaje \div 100**
- 2 Calcular el consecuente, que es la cantidad original: **consecuente = antecedente \div valor de la razón**

Resuelve

- 4 1. Un televisor cuesta \$678 con IVA incluido. ¿Cuál es el precio del televisor sin incluir el IVA?

Observa que los \$678 corresponden al 113 %



2. Marta pesa 60 kg y esto corresponde al 120 % de lo que pesaba hace un año. ¿Cuánto pesaba Marta hace un año?

Indicador de logro:

2.8 Calcula el consecuente cuando se conoce el antecedente correspondiente a un porcentaje mayor al 100 %

Propósito: Encontrar el consecuente de una razón a partir del antecedente y el porcentaje, cuando este es mayor al 100 %.

Puntos importantes: En esta y las siguientes dos clases se resolverán problemas donde los datos proporcionados corresponden al antecedente y el porcentaje, y la cantidad desconocida es el consecuente. En ① se recuerda cómo calcular el consecuente a partir del antecedente y el valor de la razón, algoritmo estudiado en la lección 1 (consecuente = antecedente \div valor de la razón). Esta información se utilizará para resolver el problema inicial en ②, el comentario del armadillo proporciona una pista para visualizar quién es la cantidad desconocida (se espera que los estudiantes resuelvan de forma similar a la que realizó Carlos en ③). En ④ deben aplicarse los pasos descritos en el Comprende.

Sugerencia metodológica: Nuevamente se debe indicar a los estudiantes que cuando se tiene el porcentaje que representa una cantidad a con respecto a otra cantidad b , entonces la cantidad a es el antecedente y b el consecuente, para que identifiquen que ahora la cantidad desconocida es el consecuente de la razón. En 1. de ④ debe recordar que el IVA corresponde a un aumento del 13 % sobre el precio original de un artículo.

Solución de problemas:

1. Los \$678 corresponden al 113 %, ya que el IVA es 13 % sobre el precio original.

① Valor de la razón = $113 \div 100 = 1.13$

② Consecuente = $678 \div 1.13 = 600$

R: \$600

2. ① Valor de la razón = $120 \div 100 = 1.2$

② Consecuente = $60 \div 1.20 = 50$

R: 50 kg

Fecha:

Clase: 2.8

(Re) Julia leyó 200 páginas de un libro, esto es 5 veces lo que leyó José. ¿Cuántas páginas leyó José?

consecuente = $200 \div 5 = 40$ R: 40 páginas.

(A) Una jirafa de un mes de vida mide 260 cm; esto es 130 % de su estatura justo al nacer. ¿Cuál fue la estatura (b cm) de la jirafa después del nacimiento?

(S) Se calcula el valor de la razón $260 : b$ usando el porcentaje:

valor de la razón = $130 \div 100 = 1.3$

Como b es el consecuente:

$b = 260 \div 1.3 = 200$

R: 200 cm

(R) 1. Los \$678 corresponden al 113 %, ya que el IVA es 13 % sobre el precio original.

① Valor de la razón = $113 \div 100 = 1.13$

② Consecuente = $678 \div 1.13 = 600$

R: \$600

2. ① Valor de la razón = $120 \div 100 = 1.2$

② Consecuente = $60 \div 1.20 = 50$

R: 50 kg

Tarea: página 85

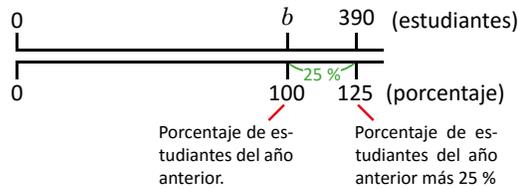
Lección 2

2.9 Cálculo del porcentaje y del consecuente

Analiza

- 1 Este año en la escuela de Ana hay 390 estudiantes. Si esta cantidad es 25 % más que la cantidad de estudiantes del año anterior, ¿cuántos estudiantes habían el año pasado? Representa el número de estudiantes del año pasado como b .

Observa el siguiente gráfico:



Soluciona



“25 % más que la cantidad de estudiantes del año pasado” indica que el número de estudiantes del año pasado (b estudiantes) representa el 100 %. En este año hay 100 % + 25 % = 125 % de estudiantes respecto al año pasado.

- 2 Los 390 estudiantes de este año corresponden al 125 %, y el valor de la razón $390 : b$ es igual a:
- $$125 \div 100 = 1.25$$

Aplico lo visto en la clase anterior, **consecuente = antecedente \div valor de la razón**:

$$b = 390 \div 1.25 = 312$$

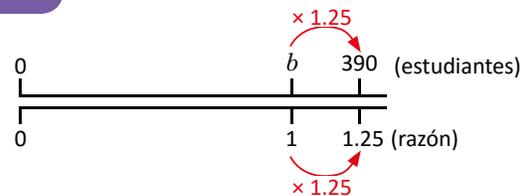
R: 312 estudiantes.

¿Sabías que...?

Para que la razón aumente de 1 a 1.25, se efectúa 1×1.25 ; entonces, para que la cantidad de estudiantes aumente de b a 390 debe efectuarse $b \times 1.25$, y:

$$b \times 1.25 = 390$$

1.25 veces b es igual a 390, por lo que $b = 390 \div 1.25 = 312$



Comprende

En los problemas donde el porcentaje aumenta, se conoce la cantidad correspondiente a ese aumento (antecedente) y se desconoce la cantidad original (consecuente), se realiza lo siguiente:

- 1 Encontrar el porcentaje total correspondiente al aumento: 100 % + porcentaje de aumento.
- 2 Calcular el valor de la razón: porcentaje total \div 100
- 3 Calcular la cantidad original (consecuente): **consecuente = antecedente \div valor de la razón**

Resuelve

- 3
1. La estatura de José es 156 cm, 20 % más que la estatura de su hermana Julia. ¿Cuál es la estatura de Julia en centímetros?
 2. Después de recibir un aumento del 10 % a su salario anterior, el salario de don Juan es \$440. ¿Cuál era el salario anterior?
 3. Un perrito pesa 168 g una semana después de haber nacido, esta cantidad es un 60 % más, que el peso del perrito al nacer. ¿Cuántos gramos pesaba al nacer?

Indicador de logro:

2.9 Calcula el consecuente de una razón cuando se conoce el antecedente y el porcentaje que ha incrementado el antecedente respecto al consecuente.

Propósito: Encontrar el consecuente de una razón si se conoce el aumento, en términos de porcentajes, del antecedente respecto al consecuente.

Puntos importantes: A diferencia de la clase anterior, en el problema inicial en ① no se presenta de manera explícita el porcentaje, sino que se compara la cantidad de estudiantes que hay en la escuela de Ana este año (antecedente) con respecto a la del año pasado (consecuente) usando la expresión "25 % más"; en el comentario del perico se observa de manera gráfica la relación entre las cantidades y el porcentaje de incremento. De esta forma los estudiantes, antes de aplicar lo visto en la clase anterior, deben realizar la suma $100\% + 25\%$ tal como lo hace Julia en ②. Para los problemas en ③ debe utilizarse lo descrito en el Comprende.

Solución de problemas:

1. ① Porcentaje total: $100\% + 20\% = 120\%$
- ② Valor de la razón: $120 \div 100 = 1.2$
- ③ Consecuente = $156 \div 1.2 = 130$

R: 130 cm

2. ① Porcentaje total: $100\% + 10\% = 110\%$
- ② Valor de la razón: $110 \div 100 = 1.1$
- ③ Consecuente = $440 \div 1.1 = 400$

R: \$400

3. ① Porcentaje total: $100\% + 60\% = 160\%$
- ② Valor de la razón: $160 \div 100 = 1.6$
- ③ Consecuente = $168 \div 1.6 = 105$

R: 105 g

Anotaciones:

Fecha:

Clase: 2.9

Ⓐ Este año hay 390 estudiantes, esto es 25 % más que la cantidad del año anterior. ¿Cuántos estudiantes habían el año pasado?

Ⓔ "25 % más" indica que este año hay $100\% + 25\% = 125\%$ de estudiantes respecto al año pasado. Se calcula el valor de la razón $390 : b$ usando el porcentaje:

$$125 \div 100 = 1.25$$

Usando lo de la clase anterior:

$$b = 390 \div 1.25 = 312$$

R: 312

Ⓕ

1. ① Porcentaje total: $100\% + 20\% = 120\%$
- ② Valor de la razón: $120 \div 100 = 1.2$
- ③ Consecuente = $156 \div 1.2 = 130$

R: 130 cm

2. ① Porcentaje total: $100\% + 10\% = 110\%$
- ② Valor de la razón: $110 \div 100 = 1.1$
- ③ Consecuente = $440 \div 1.1 = 400$

R: \$400

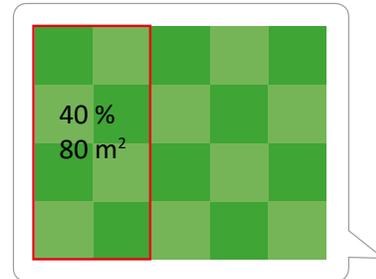
Tarea: página 86

Lección 2

2.10 Cálculo del consecuente usando porcentajes menores al 100 %

Analiza

- 1 El propietario de un terreno decide venderlo en parcelas para obtener mayores ganancias. Hasta el momento ha vendido una parcela de 80 m^2 , que representa el 40 % del total del terreno. ¿Cuál es el área total del terreno? Representa el área total como $b \text{ m}^2$.



Soluciona



El valor de la razón $80 : b$ es igual a:
 $40 \div 100 = 0.4$

- 2 Para calcular la cantidad b utilizo:
consecuente = antecedente \div valor de la razón

$$b = 80 \div 0.4 = 200$$

R: 200 m^2



Recuerda que el antecedente puede ser mayor que el consecuente.

El área total ($b \text{ m}^2$) representa al 100 %. Como $100 \% = 40 \% + 40 \% + 20 \%$, entonces puedo encontrar b sumando las áreas correspondientes al 40 % y 20 %.



- $40 \% \rightarrow 80 \text{ m}^2$
- $20 \% \rightarrow 40 \text{ m}^2$ (es la mitad de lo que representa el 40 %)

$$b = 80 + 80 + 40 = 200$$

R: 200 m^2

Comprende

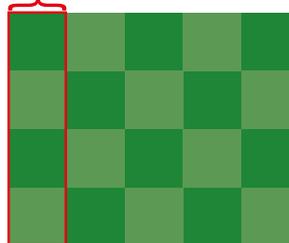
Aunque el porcentaje sea menor al 100 %, el consecuente siempre se calcula con la fórmula:

$$\text{consecuente} = \text{antecedente} \div \text{valor de la razón}$$

Resuelve

- 3 1. Un agricultor planta 55 ha de maíz que representan el 20 % de su terreno. ¿De cuántas hectáreas es el terreno?

20 %
55 ha



2. Una señora ahorra \$56, que representa el 10 % de su salario mensual. ¿De cuánto es su salario mensual?

Indicador de logro:

2.10 Calcula el consecuente de una razón cuando se conoce el antecedente correspondiente a un porcentaje menor al 100 %.

Propósito: Encontrar el consecuente de una razón si se conoce el aumento, en términos de porcentajes, del antecedente respecto al consecuente.

Puntos importantes: En el problema inicial de ① la cantidad proporcionada (80 m^2) es el antecedente; aunque el porcentaje correspondiente a este sea menor que 100 % se debe recordar a los estudiantes que en una razón el antecedente puede ser mayor al consecuente, y por tanto el porcentaje será menor al 100 % (la tortuga presenta de manera visual la relación entre las áreas). Se espera que los estudiantes resuelvan de forma similar a como lo hizo José en ②, pues se aplica lo visto en las clases anteriores. Para los problemas en ③ debe utilizarse lo descrito en el Comprende, donde se reafirma que el proceso para calcular el consecuente es el mismo.

Sugerencia metodológica: Analizar detalladamente el problema inicial y generar preguntas para que los estudiantes identifiquen quiénes son el antecedente y el consecuente, y cuál de ellos es la cantidad desconocida. Sin importar sus medidas, la forma de calcular el consecuente se mantiene.

Si los estudiantes tienen dudas sobre si el procedimiento que han realizado es correcto, pueden verificar su respuesta multiplicándola por el valor de la razón equivalente al porcentaje y comparando si ese resultado es igual al dado en el enunciado del problema.

Solución de problemas:

1. ① Valor de la razón = $20 \div 100 = 0.2$

② Consecuente = $55 \div 0.2 = 275$

R: 275 ha

2. ① Valor de la razón = $10 \div 100 = 0.1$

② Consecuente = $56 \div 0.1 = 560$

R: \$560

Fecha:

Clase: 2.10

Ⓐ El propietario de un terreno ha vendido una parcela de 80 m^2 , que representa el 40 % del total del terreno. ¿Cuál es el área total del terreno?

Ⓘ

① Se calcula el valor de la razón $80 : b$ a partir del porcentaje: $40 \div 100 = 0.4$

② Se calcula el consecuente (b) usando el antecedente (80) y el valor de la razón (0.4): $80 \div 0.4 = 200$

R: 200 m^2

Ⓡ 1. ① Valor de la razón = $20 \div 100 = 0.2$
② Consecuente = $55 \div 0.2 = 275$

R: 275 ha

2. ① Valor de la razón = $10 \div 100 = 0.1$
② Consecuente = $56 \div 0.1 = 560$

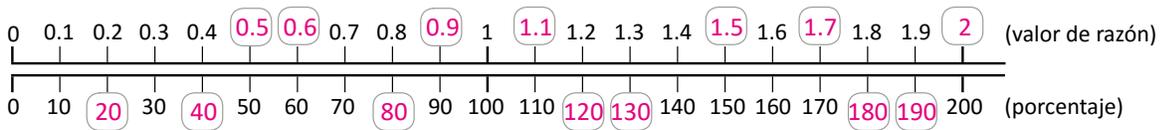
R: \$560

Tarea: página 87

Lección 2

2.11 Practica lo aprendido

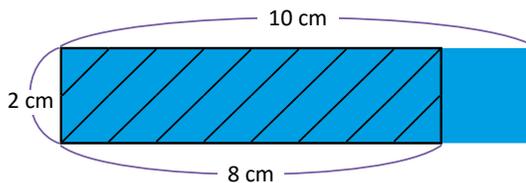
1. En el examen de Matemática, Marta acertó en 8 de un total de 10 preguntas. ¿Cuál es el porcentaje de respuestas correctas?
2. En una sala del cine, se ocupan 42 butacas de las 120 disponibles. ¿Cuál es el porcentaje de butacas ocupadas?
3. Completa los valores de razón y porcentajes faltantes:



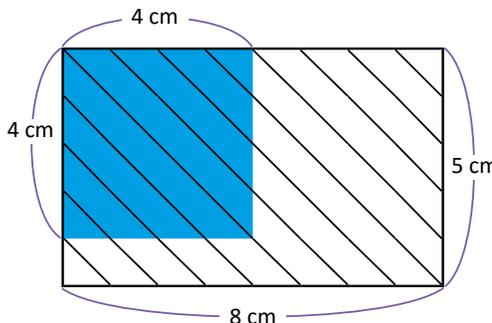
4. Un balneario atendió a 250 personas el 5 de agosto, y a 300 personas el 6 de agosto.
 - a. Calcula el valor de la razón entre la cantidad de personas que atendieron el 6 de agosto y las que atendieron el 5.
 - b. ¿Cuál es el porcentaje de personas que asistieron el 6 respecto a las que asistieron el 5?
5. En el vivero de don Juan hay 420 plantas de las cuales, el 25 % son rosas. ¿Cuántas rosas hay en el vivero?
6. Mientras espera la descarga de una carpeta de fotografías en su computadora, Juan observa que hasta el momento, se ha descargado el 30 % de 50 megabytes. ¿Cuántos megabytes se han descargado hasta ese momento?

★Desafiate

1. Calcula el porcentaje que representa el área del rectángulo sombreado con líneas, respecto al área del rectángulo de color azul.



2. Calcula el porcentaje que representa el área del rectángulo sombreado con líneas, respecto al área del cuadrado de color azul.



Indicador de logro:

2.11 Resuelve problemas sobre porcentajes.

Solución de problemas:

1. Razón $\rightarrow 8 : 10$

Valor de la razón $\rightarrow 8 \div 10 = 0.8$

Entonces,

porcentaje = $0.8 \times 100 = 80$

R: 80 %

2. Razón $\rightarrow 42 : 120$

Valor de la razón $\rightarrow 42 \div 120 = 0.35$

Entonces,

porcentaje = $0.35 \times 100 = 35$

R: 35 %

4. a. Razón $\rightarrow 300 : 250$

Valor de la razón $\rightarrow 300 \div 250 = 1.2$

R: 1.2

b. Se multiplica el valor de la razón por 100:

porcentaje = $1.2 \times 100 = 120$

R: 120 %

5. Valor de razón = $25 \div 100 = 0.25$

Antecedente = $420 \times 0.25 = 105$

R: 105 rosas.

6. Valor de razón = $30 \div 100 = 0.3$

Antecedente = $50 \times 0.3 = 15$

R: 15 megabytes.

★Desafiate

1. Área del rectángulo sombreado con líneas:

$8 \times 2 = 16; 16 \text{ cm}^2$

Área del rectángulo de color azul:

$10 \times 2 = 20; 20 \text{ cm}^2$

La razón entre las áreas del rectángulo sombreado con líneas y el de color azul es $16 : 20$, su valor es:

$16 \div 20 = 0.8$

Entonces,

porcentaje = $0.8 \times 100 = 80$

R: 80 %

2. Área del rectángulo sombreado con líneas:

$8 \times 5 = 40; 40 \text{ cm}^2$

Área del cuadrado de color azul:

$4 \times 4 = 16; 16 \text{ cm}^2$

La razón entre las áreas del rectángulo sombreado con líneas y el cuadrado de color azul es $40 : 16$, su valor es:

$40 \div 16 = 2.5$

Entonces,

porcentaje = $2.5 \times 100 = 250$

R: 250 %

Anotaciones:

2.12 Practica lo aprendido

1. Un oso pardo (que vive en las montañas de Cantabria, España) al cabo de unos meses de nacer alcanza el 150 % de su peso inicial. Se sabe que el peso al nacer de ese tipo de osos es de 350 gramos, aproximadamente. ¿A cuántos gramos equivale el 150 % de su peso?



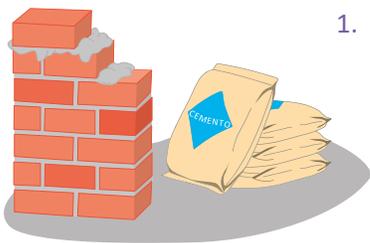
2. Una camisa que cuesta \$40 está en oferta con el 15 % de descuento. ¿Cuántos dólares cuesta la camisa al aplicarle el descuento?
3. Al final del año, Juan logró ahorrar \$70 y esto representa un 140 % de lo planificado. ¿Cuántos dólares había planificado ahorrar?

4. Ana vendió un televisor a \$240, esta cantidad es un 20 % más que el precio por el cual ella adquirió el televisor. ¿Cuántos dólares pagó Ana al adquirir el televisor?

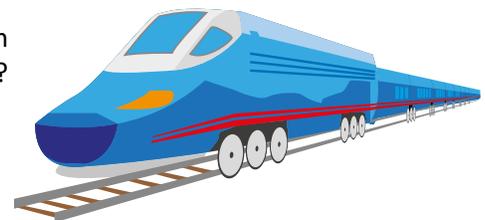


5. Cuando un oso grizzly (subespecie del oso pardo que habita en Norteamérica) hiberna, su frecuencia cardíaca desciende a 10 latidos por minuto, que es un 20 % de su valor normal. ¿Cuál es la frecuencia cardíaca normal del oso grizzly?

★Desafiate



1. Antonio está construyendo un muro para el cual necesita 8 bolsas de cemento. Si cada bolsa cuesta \$5 sin IVA, ¿cuánto deberá pagar por las 8 bolsas después de agregar el 13 % de IVA?
2. Un tren ha cubierto el 65 % de su recorrido. Si aún le quedan 70 km de viaje, ¿de cuántos kilómetros es el recorrido total?



Indicador de logro:

2.12 Resuelve problemas sobre porcentajes.

Solución de problemas:

1. Valor de razón = $150 \div 100 = 1.5$

Antecedente = $350 \times 1.5 = 525$

R: 525 g

3. ① Valor de la razón = $140 \div 100 = 1.4$

② Consecuente = $70 \div 1.4 = 50$

R: \$50

5. ① Valor de la razón = $20 \div 100 = 0.2$

② Consecuente = $10 \div 0.2 = 50$

R: 50 latidos por minuto

2. ① Porcentaje: $100 \% - 15 \% = 85 \%$

② Valor de la razón = $85 \div 100 = 0.85$

③ Precio con descuento = $40 \times 0.85 = 34$

R: \$34

4. ① Porcentaje total: $100 \% + 20 \% = 120 \%$

② Valor de la razón: $120 \div 100 = 1.2$

③ Consecuente = $240 \div 1.2 = 200$

R: \$200

★Desafiate

1. Forma 1

Se calcula el precio con IVA de 1 bolsa de cemento

Valor de la razón: 1.13

Precio con IVA: $5 \times 1.13 = 5.65$

Para calcular el total a pagar por las 8 bolsas, se realiza, se multiplica lo anterior por 8:

$5.65 \times 8 = 45.2$

R: \$45.20

Forma 2

Se calcula el total a pagar por las 8 bolsas, sin incluir el IVA, para ello se realiza:

$5 \times 8 = 40$; \$40

Se calcula el precio con IVA de las 8 bolsas

Valor de la razón: 1.13

Precio con IVA: $40 \times 1.13 = 45.2$

R: \$45.20

2. Si el tren ha cubierto el 65 % de su recorrido, aún le falta recorrer $100 \% - 65 \% = 35 \%$ de este. Entonces, los 70 km representan el 35 % del recorrido total (y es el antecedente).

Valor de la razón: $35 \div 100 = 0.35$

Consecuente: $70 \div 0.35 = 200$

R: 200 km

Anotaciones:
