Unidad 6

Longitud de una circunferencia y área del círculo

1 Competencias de la unidad

- Calcular longitudes de circunferencias y áreas de círculos deduciendo sus respectivas fórmulas, para dar solución a situaciones problemáticas del entorno.

2 Secuencia y alcance

6.°	7.°
Unidad 6: Longitud de una circunferencia y área del círculo	**Unidad 8: Figuras planas y construcción de cuerpos geométricos**
• Longitud de la circunferencia • Área del círculo	• Movimiento de figuras en el plano • Círculos, segmentos y ángulos • Planos, cuerpos geométricos, área total del prisma, pirámide y cilindro

3 Plan de la unidad

Lección	Clase	Título
1 Longitud de la circunferencia	1	Practica lo aprendido
	2	Relación entre la longitud de la circunferencia y el diámetro
	3	Cálculo de la longitud de una circunferencia
2 Área del círculo	1	Comparación del área del círculo con el área de cuadrados
	2	Fórmula del área del círculo
	3	Cálculo de áreas con círculos
	4	Cálculo de áreas de regiones diversas
	5	Practica lo aprendido
	1	Prueba de la unidad 6
	2	Prueba del segundo trimestre

8 Total de clases
+ prueba de la unidad
+ prueba de trimestre

4 Puntos esenciales de cada lección

Lección 1

Longitud de la circunferencia (3 clases)

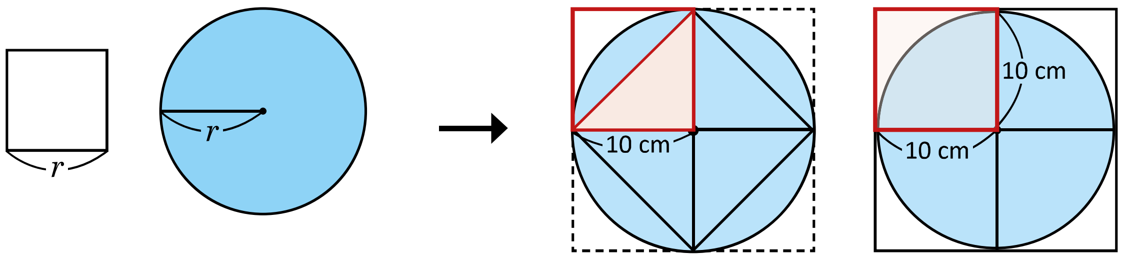
La primera clase, se inicia recordando el cálculo del perímetro de figuras ya conocidas como triángulos y cuadriláteros y se finaliza presentando la necesidad de calcular el "perímetro de un círculo", que se definirá como longitud de una circunferencia. Una vez se ha recordado el concepto de perímetro, se establece una relación entre la longitud de la circunferencia y su diámetro (**longitud de la circunferencia ÷ diámetro** = π), introduciendo así el número π con un valor aproximado de 3.14.

A partir de la definición de π, como el cociente entre la longitud de la circunferencia y su diámetro, en la clase 1.3, se establece la relación para determinar la longitud de la circunferencia cuando se conoce la longitud del diámetro (**longitud de la circunferencia = diámetro × 3.14**). Es importante que el estudiante descubra que la longitud de la circunferencia es proporcional a la longitud de su diámetro, obsérvese que 3.14 se convierte en una constante.

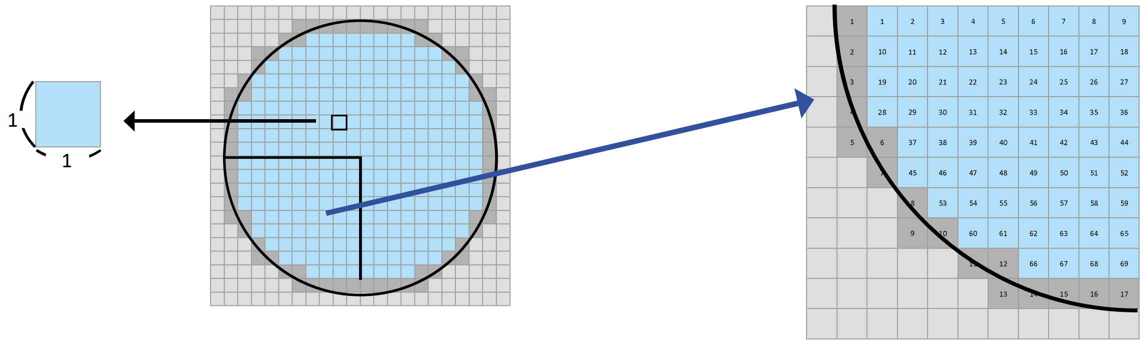
Lección 2

Área del círculo (5 clases)

Para introducir el área de un círculo, se inicia estableciendo una comparación con áreas ya conocidas como la del cuadrado. Se toma un cuadrado de lado igual al radio del círculo, esto para que el estudiante pueda hacer una estimación del área del círculo.
Concluyendo con la primera estimación, el área del círculo es aproximadamente mayor que 2 veces el área del cuadrado, cuyo lado es igual al radio de la circunferencia y es menor que 4 veces el área del cuadrado.

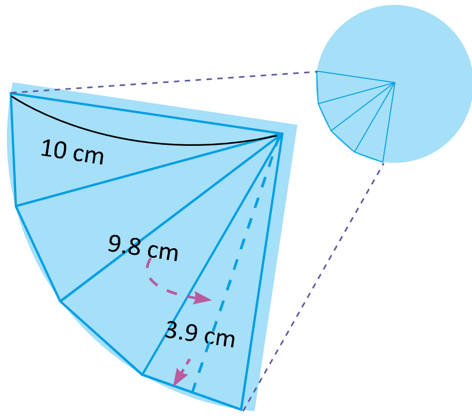


Una vez se ha establecido la primera estimación, se presentan otras dos formas de estimar el área del círculo. La primera es cuadriculando el círculo, para ello se toma la cuarta parte de un círculo de 10 cm de radio, se cuentan los cuadrados completos y luego los incompletos (de estos se toma únicamente la mitad), luego se suman los resultados. De este cálculo se concluye que el área del círculo es aproximadamente 3 veces el área del cuadrado de lado igual al radio del círculo (ver figura en la página siguiente).

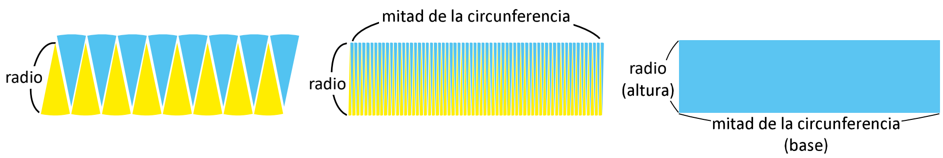


La segunda es dividiendo el circulo en 16 partes iguales a partir de 8 diámetros, generando así 16 triángulos; luego se determina el área del círculo a partir del área de los triángulos, para ello nuevamente se toma la cuarta parte del círculo, tal como se muestra en la figura.

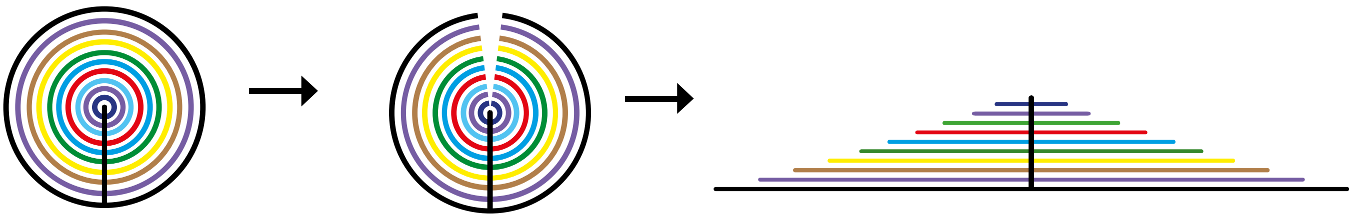
En los 16 triángulos se tiene: 19.11 × 16 = 305.76
Aproximadamente: 306 cm^2
Al comparar con el área del cuadrado de 10 cm de lado, se obtiene 306 ÷ 100 = 3.06, que nuevamente es aproximadamente 3 veces el área del cuadrado.



En la clase 2.2, se introduce la fórmula del área del círculo a partir del área de un rectángulo, para aprovechar las fórmulas del cálculo de áreas conocidas, para ello se hace una descomposición del círculo en tantos sectores circulares como sea posible, de tal forma que la figura que se genere se aproxime a un rectángulo; tal como se muestra en la figura a continuación:



Finalmente se utiliza la fórmula deducida para calcular áreas de regiones que involucran figuras circulares; pero también en el apartado ¿Sabías que?, se muestra otra forma de deducir la fórmula para el cálculo del área del círculo a partir del área de un triángulo, tal como se muestra en la secuencia de imágenes.

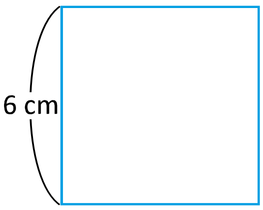


Lección 1 Longitud de la circunferencia

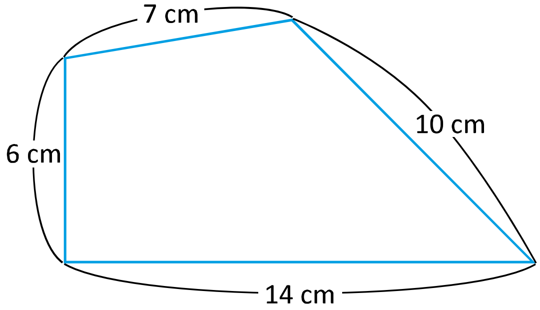
1.1 Practica lo aprendido

Calcula el perímetro de las siguientes figuras.

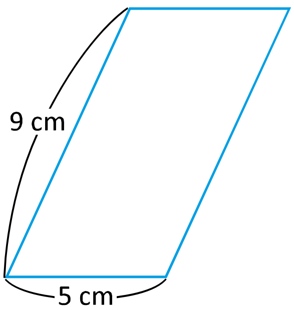
a. Cuadrado



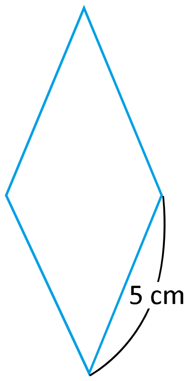
b. Cuadrilátero



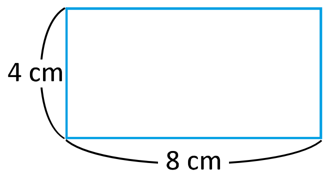
c. Paralelogramo



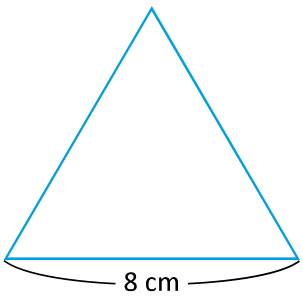
d. Rombo



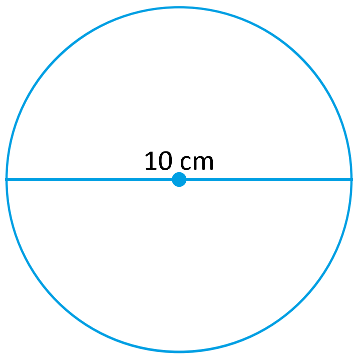
e. Rectángulo



f. Triángulo equilátero



g. Circunferencia



Al contorno de una figura geométrica se le conoce como perímetro, en el caso del contorno de un círculo, se le llama **circunferencia**.
En esta unidad aprenderás a calcular la medida de la circunferencia y el área de un círculo.

Indicador de logro:

1.1 Resuelve problemas sobre el cálculo del perímetro de cuadriláteros y triángulos.

Solución de problemas:

a. **PO**: 6 + 6 + 6 + 6 o **PO:** 6 × 4
6 + 6 + 6 + 6 = 24 o 6 × 4 = 24
Perímetro del cuadrado = 24 cm

b. **PO:** 6 + 7 + 10 + 14 = 37
6 + 7 + 10 + 14 = 37
Perímetro del cuadrilátero = 37 cm

c. **PO:** 9 + 5 + 9 + 5 o **PO:** 9 × 2 + 5 × 2
9 + 5 + 9 + 5 = 28 o 9 × 2 + 5 × 2 = 28
Perímetro del paralelogramo = 28 cm

d. **PO:** 5 + 5 + 5 + 5 o **PO:** 5 × 4
5 + 5 + 5 + 5 = 20 o 5 × 4 = 20
Perímetro del rombo = 20 cm

e. **PO:** 4 + 8 + 4 + 8 o **PO:** 4 × 2 + 8 × 2
4 + 8 + 4 + 8 = 24 o 4 × 2 + 8 × 2 = 24
Perímetro del rectángulo = 24 cm

f. **PO:** 8 + 8 + 8 o **PO:** 8 × 3
8 + 8 + 8 = 24 o 8 × 3 = 24
Perímetro del triángulo equilátero = 24 cm

En el caso donde se proponen dos opciones, buscar la manera que los estudiantes llegen a la expresión quepermita utilizar las características de los polígonos.

g. La circunferencia no tiene lados definidos como los polígonos, en este caso los estudiantes pueden utilizar distintas estrategias, por ejemplo:

- Pueden tomar una cinta o pedazo de lana para medir el borde de la circunferencia y luego con una regla medir la longitud de la cinta o lana.

Anotaciones:

____

____

____

____

____

____

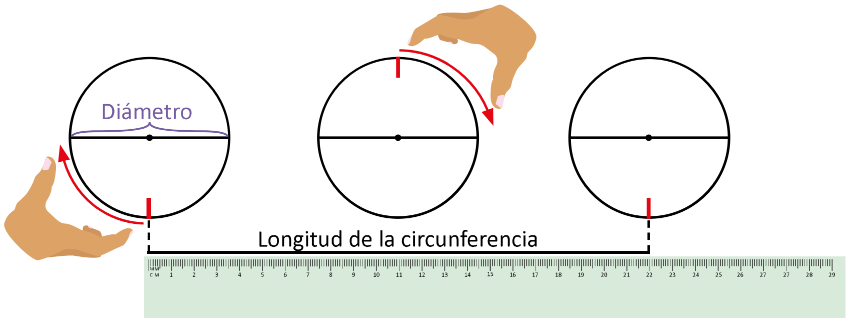
____

Lección 1

1.2 Relación entre la longitud de la circunferencia y el diámetro

Analiza

Para estimar la longitud de una circunferencia se realiza lo siguiente:



Para cada objeto en la siguiente tabla, calcula el cociente entre su longitud y su diámetro:

1

Objeto	Longitud de la circunferencia (cm)	Diámetro (cm)	**Longitud ÷ Diámetro** (aproximación)
base de una taza	25	8	
tirro	33.1	10.5	
tazón	46.8	14.9	

¿Cuántas veces (aproximadamente) es la longitud de la circunferencia con respecto al diámetro?

Soluciona

Carlos

Objeto	Longitud de la circunferencia (cm)	Diámetro (cm)	**Longitud ÷ Diámetro** (aproximación)
base de una taza	25	8	25 ÷ 8 = 3.13
tirro	33.1	10.5	33.1 ÷ 10.5 = 3.15
tazón	46.8	14.9	46.8 ÷ 14.9 = 3.14

Luego de completar la tabla observo que la longitud de la circunferencia es aproximadamente 3.14 veces el diámetro.

R: 3.14 veces.

Comprende

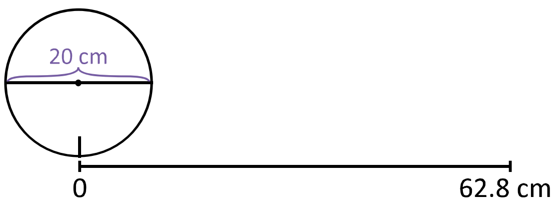
2 El cociente **longitud de la circunferencia ÷ diámetro** no depende del diámetro. Se denota este número con letra griega π y se lee "pi":

longitud de la circunferencia ÷ diámetro = π

Redondeando a la centésima π es aproximadamete igual a 3.14 y se utiliza este valor en el cálculo.

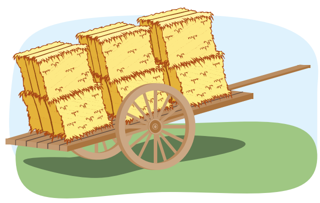
Resuelve

1. Con los datos de la circunferencia de la ilustracion realiza el cociente:
   longitud de la circunferencia ÷ diámetro,
   y verifica que se cumple la relación.



2. Con los datos del diámetro y la longitud de la circunferencia de las ruedas de la carreta verifica que se cumple la relación.

Diámetro: 100 cm
Longitud: 314 cm



Unidad 6

Indicador de logro:

1.2 Verifica el valor de la razón entre la longitud de una circunferencia y su diámetro.

Propósito: Utilizar datos de objetos que se utilizan en la vida cotidiana para hacer una estimación del cociente entre la longitud de una circunferencia y su diámetro.

Puntos importantes: Que el estudiante calcule los cocientes de 1 y que verifique que tienden a ser aproximadamente 3.14 en todos los casos, finalmente se introduce en 2 el concepto y uso de π.

Sugerencia metodológica: Puede hacerse una introducción de la clase midiendo la longitud del borde y el diámetro de un objeto circular tal como se ilustra en la sección Analiza y este se puede agregar a la tabla para que se calcule también el cociente, y como tarea se les puede sugerir medir el diámetro y longitud de la circunferencia de una rueda de una carreta o de un auto, o cualquier otro objeto que vaya acorde a la realidad de los estudiantes, para que también determinen el cociente y veriquen nuevamente el valor de π.

Materiales: Carteles con ilustración del Analiza y del problema 1. del Resuelve.

Solución de problemas:

1. 62.8 ÷ 20 = 3.14

2. 314 ÷ 100 = 3.14

Anotaciones:

____

____

____

____

Fecha: **Clase:** 1.2

(A) En cada caso, calcula el cociente entre su longitud y su diámetro.

Objeto	Longitud de la circunferencia (cm)	Diámetro (cm)	**Longitud ÷ Diámetro** (aproximación)
base de una taza	25	8	25 ÷ 8 = 3.13
tirro	33.1	10.5	33.1 ÷ 10.5 = 3.15
tazón	46.8	14.9	46.8 ÷ 14.9 = 3.14

(S) 25 ÷ 8 = 3.13
33.1 ÷ 10.5 = 3.15
46.8 ÷ 14.9 = 3.14

R: 3.14 veces.

(R) 1.

62.8 ÷ 20 = 3.14

2. 314 ÷ 100 = 3.14

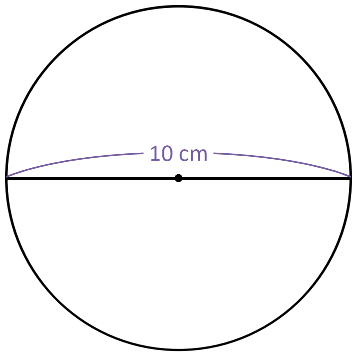
Tarea: página 123

Lección 1

1.3 Cálculo de la longitud de una circunferencia

Analiza

Encuentra la longitud de una circunferencia cuyo diámetro mide 10 cm.



Soluciona

Representa la longitud de una circunferencia con ℓ,


José

1

$\ell \div 10 = 3.14$
$\ell = 10 \times 3.14$
$\ell = 31.4$

Recuerda que $a \div b = c$
equivale a $a = b \times c$.

Comprende

Si se conoce el diámetro de una circunferencia, su longitud se calcula efectuando lo siguiente:

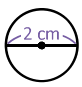
longitud de la circunferencia = diámetro × 3.14

La longitud de una circunferencia es proporcional al diámetro.

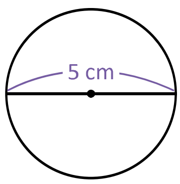
Resuelve

1. Encuentra la longitud de cada circunferencia:

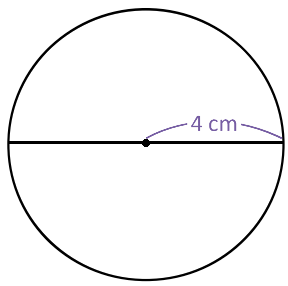
a.



b.



c.



Ten en cuenta que:
diámetro = radio × 2

2. Encuentra la longitud de la circunferencia en cada caso:

a. Diámetro = 6 cm   b. Diámetro = 12 cm   c. Radio = 20 cm

Unidad 6

Indicador de logro:

1.3 Calcula la longitud de una circunferencia a partir de la medida de su diámetro o radio, utilizando el valor aproximado de π a 3.14.

Propósito: Expresar la longitud de una circunferencia como una relación proporcional a su diámetro.

Puntos importantes: En 1, el perico presenta una pista sobre la relación entre los elementos de la división ($a \div b = c$) de donde se deduce la expresión $a = b \times c$, que se utilizará para determinar la relación entre la longitud de la circunferencia y su diámetro.

Sugerencia metodológica: En el Comprende, el garrobo proporciona una pista sobre la relación entre la longitud de la circunferencia y su diámetro para que los estudiantes visualicen que π es una constante de proporcionalidad, es importante que los estudiantes comprendan esta relación.

Solución de problemas:

1. Encuentra la longitud de cada circunferencia.
   a. $\ell = 2 \times 3.14 = 6.28$
   b. $\ell = 5 \times 3.14 = 15.7$
   c. $\ell = 8 \times 3.14 = 25.12$

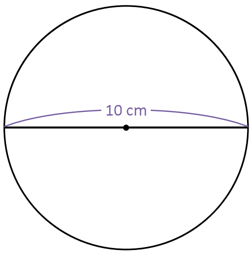
2. Encuentra la longitud de cada circunferencia.
   a. $\ell = 6 \times 3.14 = 18.84$
   b. $\ell = 12 \times 3.14 = 37.68$
   c. $\ell = 40 \times 3.14 = 125.6$

Anotaciones:

Fecha:

Clase: 1.3

Ⓐ Encuentra la longitud de esta circunferencia.



Ⓢ Represento la longitud de una circunferencia con ℓ y calculo.

$\ell \div 10 = 3.14$
$\ell = 10 \times 3.14$
$\ell = 31.4$

Ⓡ 1. Encuentra la longitud de cada circunferencia.
   a. $\ell = 2 \times 3.14 = 6.28$
   b. $\ell = 5 \times 3.14 = 15.7$
   c. $\ell = 8 \times 3.14 = 25.12$

2. Encuentra la longitud de cada circunferencia
   a. $\ell = 6 \times 3.14 = 18.84$
   b. $\ell = 12 \times 3.14 = 37.68$
   c. $\ell = 40 \times 3.14 = 125.6$

Tarea: página 124

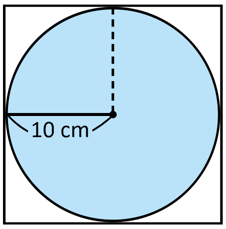
Lección 2 Área del círculo

2.1 Comparación del área del círculo con el área de cuadrados

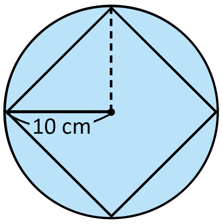
Analiza

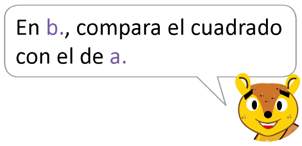
1 Se compara el área del círculo de radio 10 cm con dos cuadrados. En cada caso, encuentra el área del cuadrado:

a.



b.





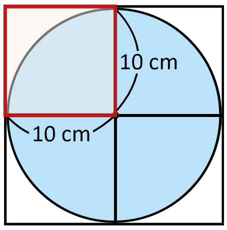
Soluciona


Carmen

2

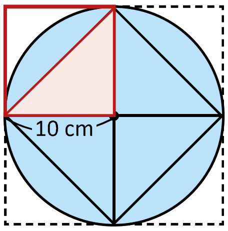
a. El área del cuadrado cuyo lado mide 10 cm es: $10 \times 10 = 100$ cm^2. Entonces, el área buscada es $100 \times 4 = 400$ cm^2; es mayor que el área del círculo.

R: 400 cm^2



b. Observo que el área del triángulo rectángulo es la mitad del área del cuadrado de lado 10 cm. Entonces, el área buscada es la mitad del área calculada en el literal anterior, o sea, $100 \times 2 = 200$ cm^2; es menor que el área del círculo.

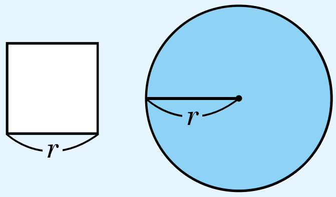
R: 200 cm^2



Comprende

3 El área del círculo de radio r cumple lo siguiente:

- Es mayor que dos veces el área del cuadrado de lado r.
- Es menor que cuatro veces el área del cuadrado de lado r.



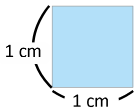
Resuelve

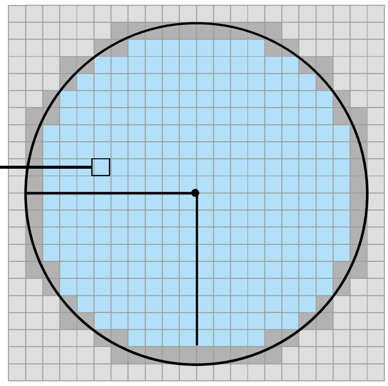
1. Completa lo siguiente:
   ① 2 veces el área del cuadrado de lado 5 cm es: _________ cm^2
   ② 4 veces el área del cuadrado de lado 5 cm es: _________ cm^2
   ③ Por lo tanto, el área del círculo de radio 5 cm está entre _________ cm^2 y _________ cm^2

2. Completa lo siguiente:
   ① 2 veces el área del cuadrado de lado 7 cm es: _________ cm^2
   ② 4 veces el área del cuadrado de lado 7 cm es: _________ cm^2
   ③ Por lo tanto, el área del círculo de radio 7 cm está entre _________ cm^2 y _________ cm^2

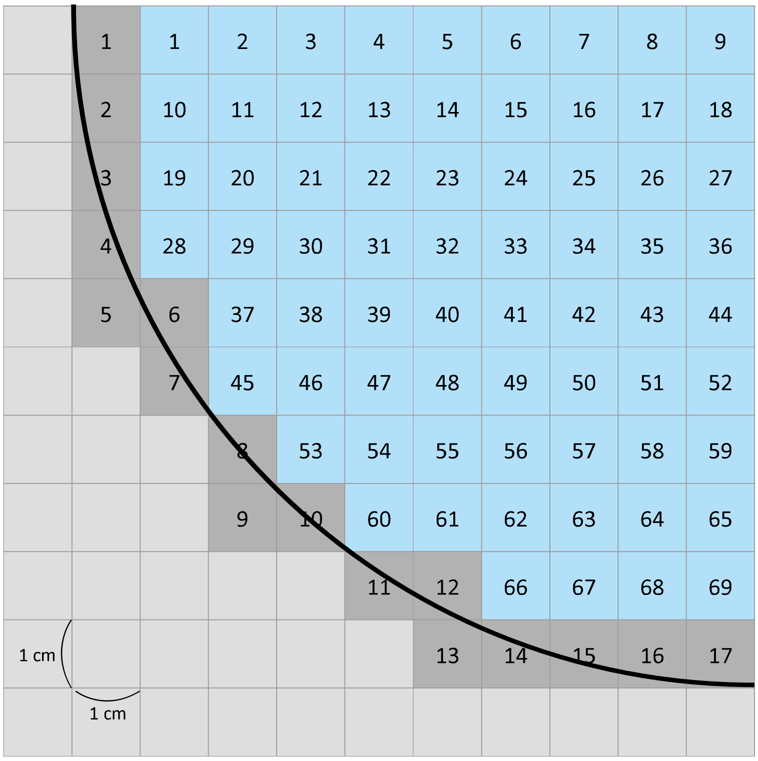
¿Sabías que...?

Utilizando cuadrados de 1 cm de lado, se puede estimar el área del círculo de 10 cm de radio.





Para hacerlo más fácil se trabaja con la cuarta parte, contando los cuadrados uno a uno.



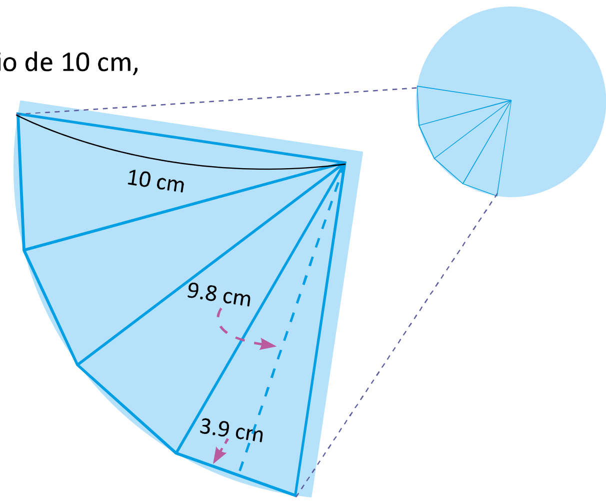
Los cuadrados completos son los de color ; en total hay 69 de ellos, es decir 69 cm². Los cuadrados incompletos son los de color ; en total hay 17 de ellos, pero como son incompletos solo se toma la mitad de su área, 8.5 cm².

El área aproximada de la cuarta parte del círculo es: $69 + 8.5 = 77.5$ cm².
Por lo tanto, el área aproximada del círculo es: $77.5 \times 4 = 310$
R: 310 cm

Además, el área del círculo es siempre, aproximadamente, 3 veces el área del cuadrado cuyo lado mide lo mismo que el radio de la circunferencia. Esto lo verifico al calcular:

$$310 \div 100 = 3.1$$

También se puede calcular el área del círculo de radio de 10 cm, dividiéndolo en triángulos iguales.



Usando, por ejemplo, el polígono regular que se divide en 16 partes iguales, se encuentra el área de uno de los triángulos: $3.9 \times 9.8 \div 2 = 19.11$ cm²

En los 16 triángulos se tiene: $19.11 \times 16 = 305.76$; aproximadamente: 306 cm²

Para la cantidad de veces efectúo:

$$306 \div 100 = 3.06$$

R: Aproximadamente 3 veces.

Indicador de logro:

2.1 Estima el área de un círculo usando el área de cuadrados cuya longitud de lado es igual al radio del círculo.

Propósito: Comparar el área del círculo con el área del cuadrado para realizar una estimación del área del círculo.

Puntos importantes: En ①, es importante que se establezca la diferencia entre los dos cuadrados, uno está contenido en el círculo; mientras que el otro contiene el círculo, esto le permitirá comprender mejor los resultados. En ②, el estudiante debe identificar que en el primer caso se toma la cuarta parte del cuadrado que contiene al círculo para determinar el área; mientras que en el segundo caso, la mitad del cuadrado, se convierte en la cuarta parte del cuadrado interno por lo que el área del cuadrado interno es la mitad del área del cuadrado externo. En ③, se establece un rango en el que queda comprendida el área del círculo, esto permite desarrollar en el estudiante la técnica de estimación de un valor numérico.

Sugerencia metodológica: En ②, si un estudiante no logra comprender la relación entre las áreas del cuadrado exterior con el interior, se puede hacer uso del material concreto para que lo visualicen con mayor facilidad. De igual manera si no logran comprender que el triángulo coloreado en b. es la mitad del cuadrado coloreado en a.

Materiales: Carteles con las tablas del Analiza y del problema 1. del Resuelve.

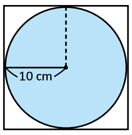
Solución de problemas:

1. ① $2(5 \times 5) = 50$ cm^2
   ② $4(5 \times 5) = 100$ cm^2
   ③ El área del círculo de 5 cm de radio está entre 50 cm^2 y 100 cm^2.

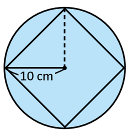
2. ① $2(7 \times 7) = 98$ cm^2
   ② $4(7 \times 7) = 196$ cm^2
   ③ El área del círculo de 7 cm de radio está entre 98 cm^2 y 196 cm^2.

Fecha: **Clase:** 2.1

Ⓐ a.

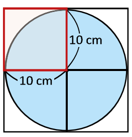


b.

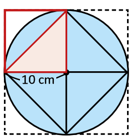


Encuentra el área del cuadrado en a. y b., luego compara el área del círculo de 10 cm de radio con los dos cuadrados.

Ⓢ



a. Área = $10 \times 10 = 100$ cm^2.
Área total: $100 \times 4 = 400$ cm^2.
Es mayor que el área del círculo.



b. Área del triángulo = 50 cm^2.
Área total: $50 \times 4 = 200$ cm^2.
Es menor que el área del círculo.

Por lo tanto, el área del círculo de 10 cm de radio es mayor que 200 cm^2 y menor que 400 cm^2.

Ⓡ 1. ① $2(5 \times 5) = 50$ cm^2
② $4(5 \times 5) = 100$ cm^2
③ El área del círculo de 5 cm de radio está entre 50 cm^2 y 100 cm^2.

2. ① $2(7 \times 7) = 98$ cm^2
② $4(7 \times 7) = 196$ cm^2
③ El área del círculo de 7 cm de radio está entre 98 cm^2 y 196 cm^2.

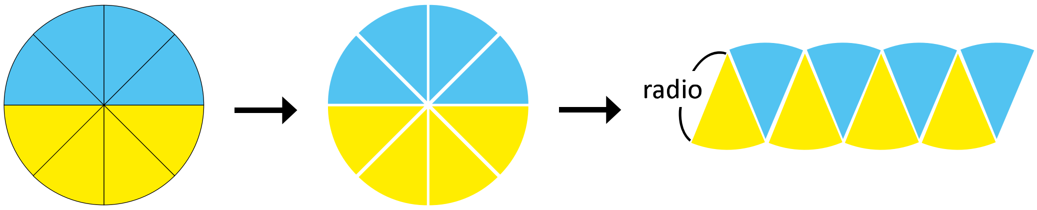
Tarea: página 125

2.2 Fórmula del área de un círculo

Analiza

Se recorta un círculo en 8 partes iguales y se reubican como se muestra en la figura:

1



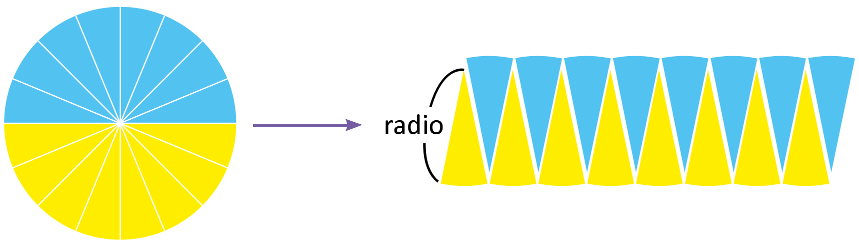
a. ¿Qué figura se va formando cuando se tienen más partes?
b. ¿Cómo puede calcularse el área del círculo?

Soluciona

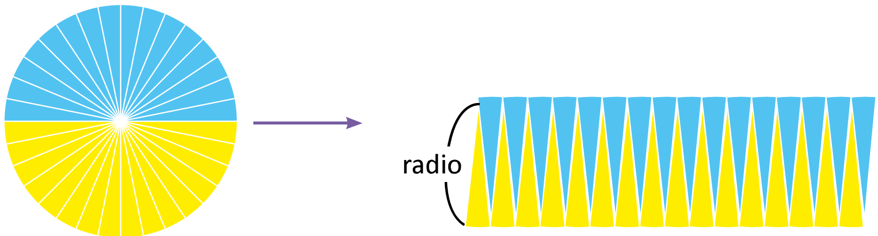
a. Si se hacen 16, 32 y 64 recortes como los anteriores, ¿cómo podemos encontrar la fórmula del área del círculo, utilizando la fórmula del área de la figura formada?

Antonio

Para 16 sectores:

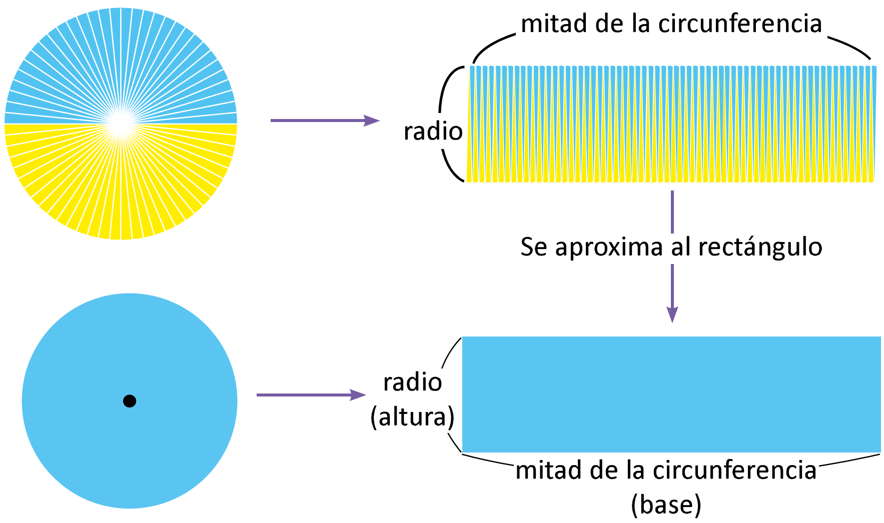


Para 32 sectores:



Para 64 sectores:

2



R: Se va formando un rectángulo.

b. El área del círculo puede calcularse utilizando el rectángulo del literal anterior:

3 El área del rectángulo = base × altura

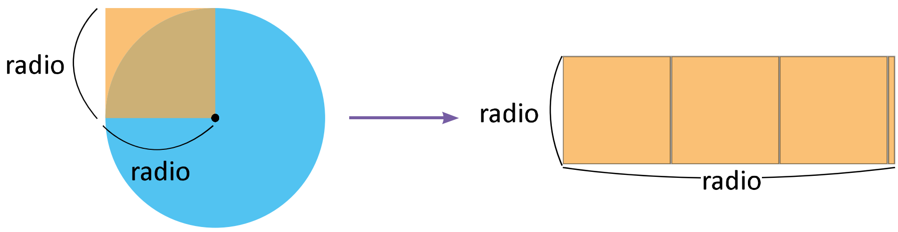
El área del círculo = mitad de la longitud de la circunferencia × radio

= (radio × π) × radio

= radio × radio × π

longitud de la circunferencia = diámetro × π
= radio × 2 × π

mitad de la longitud de la circunferencia:
= (radio × 2 × π) ÷ 2
= radio × π



R: El área del círculo es aproximadamente π veces el área del cuadrado cuyo lado es la misma longitud del radio.

Comprende

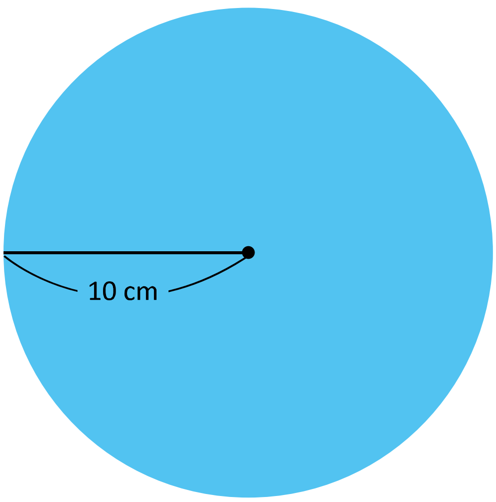
El área del círculo se calcula:

área del círculo = radio × radio × π
= radio × radio × 3.14

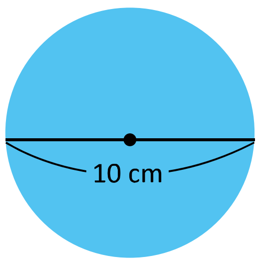
Resuelve

1. Encuentra el área de los círculos utilizando el valor 3.14

a. Radio = 10 cm



b. Diámetro = 10 cm



2. Encuentra el área del círculo con la condición dada en cada literal, utilizando el valor de 3.14.

a. Radio = 4 cm

b. Diámetro = 6 cm

Unidad 6

¿Sabías que...?

También se puede encontrar la fórmula del área de un círculo utilizando la fórmula del área de un triángulo, tal como se muestra en la siguiente construcción.

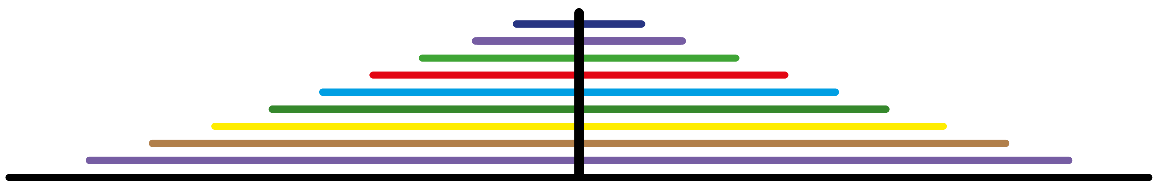
Se identifica con negro la circunferencia y el radio.

Recuerda que la longitud de la circunferencia es:

radio × 2 × π

Cortando hasta el centro de la circunferencia y separando

Se forma un triángulo, donde la base es la longitud de la circunferencia y la altura es el radio.



Luego el área de la circunferencia es la misma que la del triángulo:

Área = base × altura ÷ 2
= longitud de la circunferencia × radio ÷ 2
= (radio × 2 × π) × radio ÷ 2
= radio × radio × π

Indicador de logro:

2.2 Encuentra el área de un círculo dada la longitud de su diámetro o radio, y aplicando la fórmula radio × radio × 3.14.

Propósito: Introducir la fórmula para el cálculo del área del círculo a partir del área de una figura conocida como es el rectángulo, descomponiendo el círculo en tantos sectores como sea posible, hasta formar un rectángulo o aproximadamente un rectángulo.

Puntos importantes: En 1 se divide el círculo en 8 sectores para que se comprenda la estrategia a seguir, luego en 2, se va aumentando el número de sectores en que se divide el círculo para que se intuya que al formar un número cada vez mayor de sectores, se va a formar un rectángulo al cortarlos y unirlos de la forma que se indica. En 3, se introduce la fórmula para el cálculo del área del círculo, a partir del cálculo del área de un rectángulo que tiene como base "mitad de la longitud de la circunferencia" y altura igual al radio del círculo, de donde se concluye que el área del círculo es radio × radio × π.

Sugerencia metodológica: Llevar dos círculos uno solamente indicando los 8 sectores que se muestran en 1, y el otro con los sectores ya recortados, esto para que se muestre la manera de colocarlos para que se forme el rectángulo, luego puede hacer equipos e indicar el número de sectores en que deben cortar el círculo y formar un rectángulo, luego que cada equipo muestre su resultado a los demás equipos, pueden mostrarlo en orden según el número de sectores que hayan cortado para que se visualice con mayor facilidad la tendencia a formar un rectángulo.

Solución de problemas:

1. a. El área del círculo = radio × radio × π
   = 10 × 10 × 3.14
   R: 314 cm^2

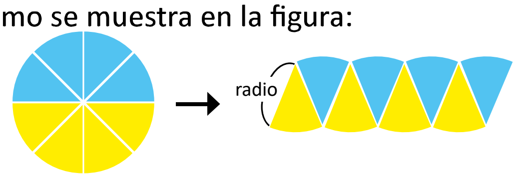
   b. El área del círculo = 5 × 5 × 3.14
   = 78.5
   R: 78.5 cm^2

2. a. El área del círculo = 4 × 4 × 3.14
   = 50.24
   R: 50.24 cm^2

   b. El área del círculo = 3 × 3 × 3.14
   = 28.26
   R: 28.26 cm^2

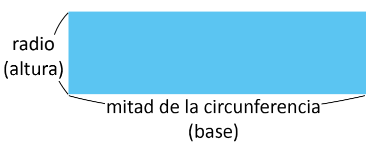
Fecha: **Clase:** 2.2

(A) Se recorta un círculo en 8 partes iguales y se reubican como se muestra en la figura:



a. ¿Qué figura se va formando cuando se divide en más partes?
b. ¿Cómo puede calcularse el área del círculo?

(S) a. **R:** Se va formando un rectángulo.



b. El área del círculo puede calcularse utilizando el área del rectángulo.

El área del círculo se calcula:
área del círculo = radio × radio × π
= radio × radio × 3.14

(R) 1. a. El área del círculo = radio × radio × π
= 10 × 10 × 3.14
= 314
R: 314 cm^2

b. El área del círculo = 5 × 5 × 3.14
= 78.5
R: 78.5 cm^2

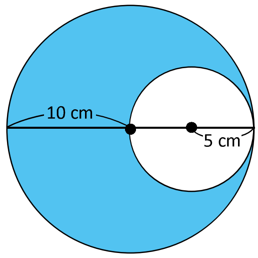
Tarea: página 126

2.3 Cálculo de áreas con círculos

Analiza

Calcula el área de la parte coloreada de celeste.

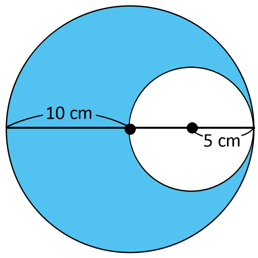
1. a. Escribe el **PO**.
   b. Encuentra el área.



Soluciona

Para encontrar el área coloreada, resto al área del círculo grande la del pequeño:


Ana



2. a. **PO:** 10 × 10 × 3.14 − 5 × 5 × 3.14

   b. Área = 10 × 10 × 3.14 – 5 × 5 × 3.14
   = 100 x 3.14 – 25 × 3.14
   = (100 – 25) × 3.14
   = 75 × 3.14
   = 235.5

   R: 235.5 cm^2

Observa que en la línea 3, usar la propiedad distributiva de la resta sobre la multiplicación facilita los cálculos.

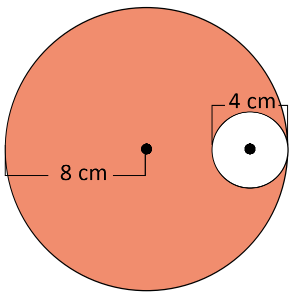
Comprende

Para calcular el área de una región se pueden identificar las figuras involucradas, calcular sus áreas y luego restarlas como corresponda.

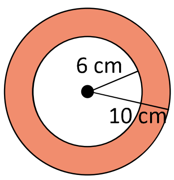
Resuelve

Calcula el área de la parte coloreada en los siguientes círculos:

a.



b.



3. Una región circular es una porción de área dentro de un círculo que puede estar en diferente posición, como en los literales a. y b.
Las regiones circulares del tipo b. se llaman coronas circulares.

corona circular

Observa que el centro de ambos círculos es el mismo.

Indicador de logro:

2.3 Encuentra el área de regiones circulares.

Propósito: Introducir el cálculo de áreas de regiones que se determinan mediante la diferencia del área de dos círculos donde uno de ellos contiene al otro, considerando el caso particular cuando forman una corona circular(cuando el centro de ambos coincide).

Puntos importantes: En 1 hacer énfasis en que uno de los círculos queda contenido en el otro para que los estudiantes puedan identificar el tipo de procedimiento a realizar, luego en 2, hace referencia a la propiedad distributiva y como esta nos facilita el proceso de cálculo. En 3, se introduce el concepto de corona circular haciendo referencia al área que se forma cuando se tienen dos círculos de distinto radio y que coinciden en el centro, este es un caso particular del tipo de áreas que se presenta en esta clase, como diferencia del área de dos círculos.

Sugerencia metodológica: Llevar dos círculos de distinto radio, tal como lo indica el Analiza, pegarlos en la pizarra y si es posible colocarlo en distintos lugares sobre el círculo grande para que los estudiantes intuyan qué sucede con el área que no es recubierta por el círculo más pequeño. De igual manera es importante que se lleven construidos los círculos, al menos para el a. del Resuelve.

Solución de problemas:

a. Área = 8 × 8 × 3.14 – 2 × 2 × 3.14
= 64 × 3.14 – 4 × 3.14
= (64 – 4) × 3.14
= 60 × 3.14
= 188.4

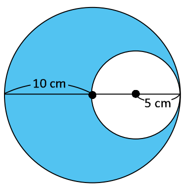
R: 188.4 cm^2

b. Área = 10 × 10 × 3.14 – 6 × 6 × 3.14
= 100 × 3.14 – 36 × 3.14
= (100 – 36) × 3.14
= 64 × 3.14
= 200.96

R: 200.96 cm^2

Fecha: **Clase:** 2.3

(A) Calcula el área de la parte coloreada de celeste.
a. Escribe el **PO**.
b. Encuentra el área.



(S)
a. **PO:** 10 × 10 × 3.14 – 5 × 5 × 3.14
b. Área = 10 × 10 × 3.14 – 5 × 5 × 3.14
= 100 × 3.14 – 25 × 3.14
= (100 – 25) × 3.14 ← propiedad distributiva de la resta sobre la multiplicación
= 75 × 3.14
= 235.5

R: 235.5 cm^2

(R) Calcula el área de la parte coloreada en los siguientes círculos:

a. Área = 64 × 3.14 – 4 × 3.14
= (64 – 4) × 3.14
= 60 × 3.14
= 188.4

R: 188.4 cm^2

b. **R:** 200.96 cm^2

Tarea: página 127

Unidad 6

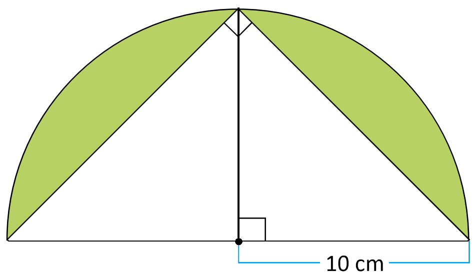
Lección 2

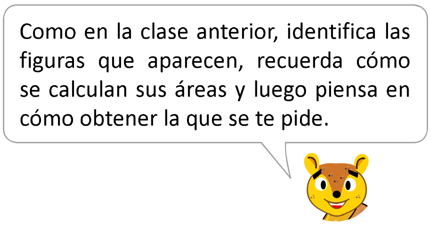
2.4 Cálculo de áreas de regiones diversas

Analiza

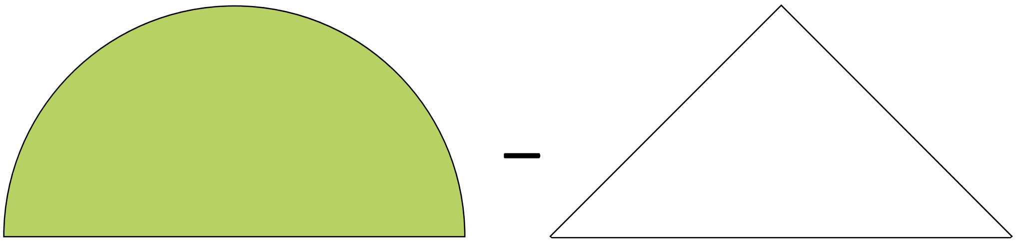
Calcula el área de la región coloreada de verde.

1





Soluciona



área de la mitad del círculo – área del triángulo

= (10 × 10 × 3.14) ÷ 2 – (20 × 10) ÷ 2
= 314 ÷ 2 – 200 ÷ 2
= 157 – 100
= 57

R: 57 cm^2

Comprende

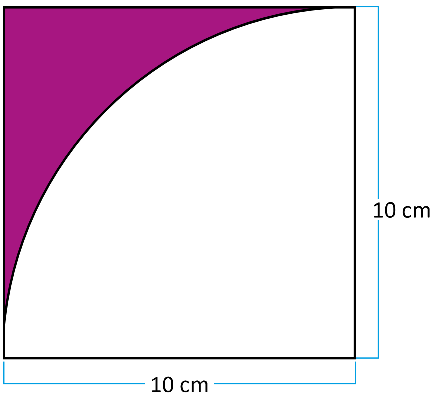
Para calcular el área de figuras diversas, puedes encontrar el área de cada figura conocida y luego sumar o restar según la necesidad.

Resuelve

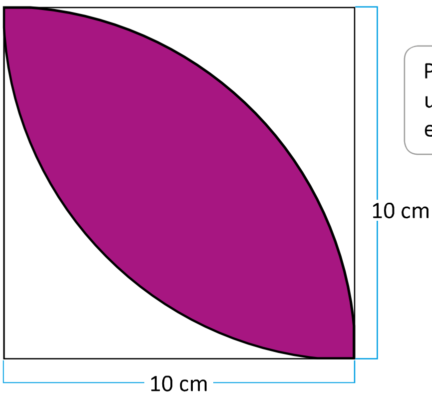
Calcula el área de la región coloreada.

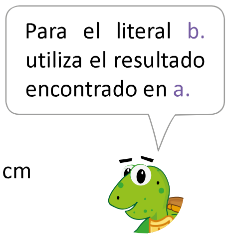
2

a.



b.





Indicador de logro:

2.4 Calcula el área de regiones formadas con círculos, cuadrados y triángulos.

Propósito: Calcular áreas de regiones que están limitadas por un círculo y un polígono, ya sea triángulo o cuadrado.

Puntos importantes: El cálculo del área indicada en 1 tiene como finalidad que el estudiante traslade lo aprendido en la clase anterior sobre el cálculo de áreas formadas por dos círculos a áreas limitadas por un polígono y círculo para que vaya generalizando la estrategia. En 2, el b. se puede volver un poco más complejo dado que ya no se tiene una sola figura circular, sino dos, por lo que es importante que se resuelva igual que a.

Solución de problemas:

a. área del cuadrado — área del sector circular

área coloreada $= (10 \times 10) - (10 \times 10 \times 3.14) \div 4$
$= 100 - 314 \div 4$
$= 100 - 78.5$
$= 21.5$

R: 21.5 cm^2

b. área del cuadrado — 2 × área calculada en a.

área coloreada $= (10 \times 10) - 2 \times 21.5$
$= 100 - 43$
$= 57$

R: 57 cm^2

Anotaciones:

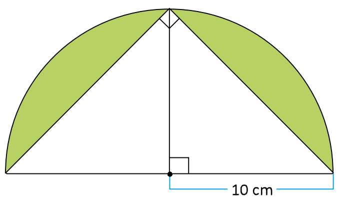
____

____

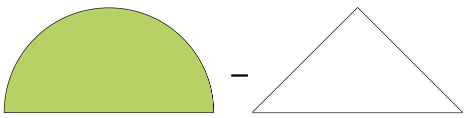
____

Fecha: **Clase:** 2.4

(A) Calcula el área de la región coloreada de verde.



(S)



área de la mitad del círculo — área del triángulo

$= (10 \times 10 \times 3.14) \div 2 - (20 \times 10) \div 2$
$= 314 \div 2 - 200 \div 2$
$= 57$

R: 57 cm^2

(R) Calcula el área de la región coloreada.

a. área del cuadrado — área del sector circular

$= (10 \times 10) - (10 \times 10 \times 3.14) \div 4$
$= 100 - 314 \div 4$
$= 100 - 78.5$
$= 21.5$

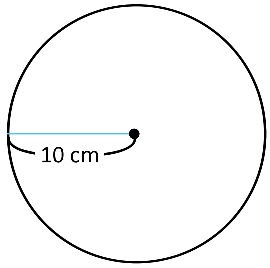
R: 21.5 cm^2

b. **R:** 57 cm^2

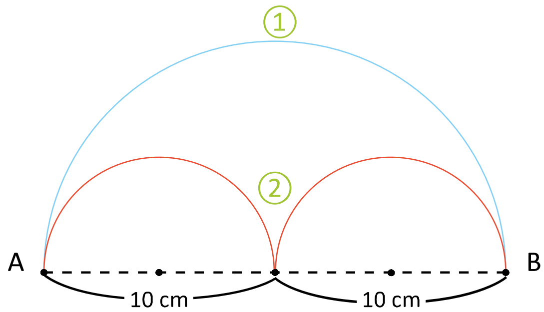
Tarea: página 128

2.5 Practica lo aprendido

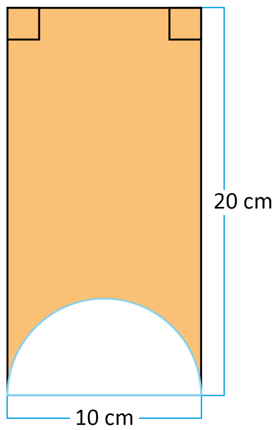
1. Calcula la longitud de la circunferencia, utiliza π en la respuesta.



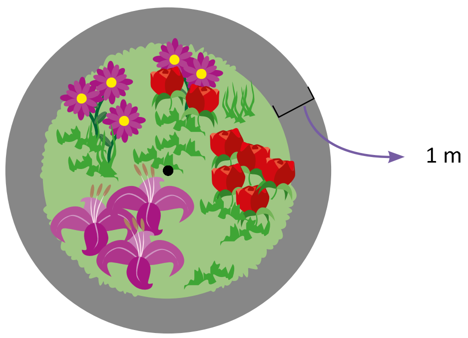
2. Para llegar del punto A al B; ¿cuál es el camino más corto, 1 o 2?



3. Calcula el área de la región coloreada.



4. La familia de Beatriz tiene un jardín con forma circular de 3 m de radio. Ellos construirán una acera alrededor del jardín cuyo ancho mide 1 m, ¿cuánto es el área de la acera? Utiliza π.



Indicador de logro:

2.5 Resuelve problemas sobre longitudes de circunferencias y áreas de círculos.

Solución de problemas:

1. ℓ = diámetro × π = 2 × 10 cm × π
   = 20 π

   R: 20 π cm

2. camino ① = longitud de la circunferencia ÷ 2
   = diámetro × 3.14 ÷ 2
   = 20 × 3.14 ÷ 2
   = 31.4

   camino ② = 2 (longitud de la circunferencia ÷ 2)
   = 2 × diámetro × π ÷ 2
   = $\cancel{2}$ × 10 × 3.14 ÷ $\cancel{2}$
   = 31.4

   R: En ambos caminos se recorre igual distancia.

3. área del rectángulo — área del sector circular

   área coloreada = base × altura – radio × radio × π ÷ 2
   = (20 × 10) – (5 × 5) × 3.14 ÷ 2
   = 200 – 78.5 ÷ 2
   = 200 – 39.25
   = 160.75

   R: 160.75 cm^2

4. (área del jardín + acera) — área del jardín

   área acera = radio × radio × π – radio × radio × π
   = 4 × 4 × π – 3 × 3 × π
   = 16 × π – 9 × π
   = 7 × π

   R: 7 × π cm^2

Unidad 6