Unidad 8

Volumen de cubos y prismas rectangulares

1 Competencias de la unidad

- Calcular el volumen de cubos y prismas rectangulares utilizando la fórmula y unidad de medida correspondiente (cm^3 o m^3) en situaciones del entorno.
- Establecer la relación entre el volumen y la capacidad de cubos y prismas rectangulares.

2 Secuencia y alcance

5.°	6.°	7.°
Unidad 11: Clasificación y construcción de prismas	**Unidad 8: Volumen de cubos y prismas rectangulares**	**Unidad 8: Figuras planas y construcción de cuerpos geométricos**
• Clasificación y construcción de prismas	• Volumen de cubos y prismas rectangulares	• Movimiento de figuras en el plano • Círculos, segmentos y ángulos • Planos, cuerpos geométricos y área total de prisma pirámide y cilindro

3 Plan de la unidad

Lección	Clase	Título
1 Volumen de cubos y prismas rectangulares	1	Volumen
	2	El centímetro cúbico
	3	Volumen de un prisma, parte 1
	4	Volumen de un prisma, parte 2
	5	Volumen de cuerpos geométricos compuestos (descomponiendo)
	6	Volumen de cuerpos geométricos compuestos (completando)
	7	Volúmenes en metros cúbicos
	8	Relación entre volumen y capacidad
	9	Equivalencias entre las unidades de capacidad y de volumen
	10	Practica lo aprendido

	1	Prueba de la unidad 8

10 Total de clases

\+ prueba de la unidad

Lección 1

Volumen de cubos y prismas rectangulares (10 clases)

En la unidad se trabaja con cuerpos geométricos que pueden ser prismas rectangulares, cubos o cuerpos compuestos por cualquiera de los dos anteriores. Primero, se utiliza como unidad de medida el centímetro cúbico para luego hacer la equivalencia con el metro cúbico, y la relación de estos con las medidas de capacidad (litro y mililitro).

La unidad inicia con la definición de volumen como el espacio que ocupa un cuerpo geométrico. Se toma como base un cubo cuya arista mide 1 cm y con varios de estos se construyen cuerpos geométricos para compararlos y determinar cuál ocupa más espacio. Luego, en la clase 1.2 se introduce el centímetro cúbico como unidad de medida para el volumen de cuerpos geométricos, partiendo del volumen del cubo de 1 cm de arista y, nuevamente, identificando cuántos de estos se han utilizado en la construcción de prismas rectangulares.

En las siguientes clases se deduce la fórmula para calcular el volumen de un prisma rectangular. Para ello, en la clase 1.3 se visualiza que el volumen del prisma rectangular se puede calcular multiplicando la cantidad de cubos de 1 cm^3 que forman la base por la altura del prisma; en la clase 1.4 esto se transforma en la fórmula conocida:

Volumen del prisma rectangular = largo × ancho × altura

Para el caso particular del cubo, esto es igual a **lado × lado × lado**. Luego, se calculan volúmenes de cuerpos geométricos que no son prismas rectangulares, pero que resultan de la composición de varios de estos. Las dos estrategias mostradas para el cálculo del volumen son:

1. Separar el cuerpo geométrico en dos o más prismas rectangulares.
2. Agregar un prisma rectangular (adicional) al cuerpo geométrico, para formar otro prisma rectangular.

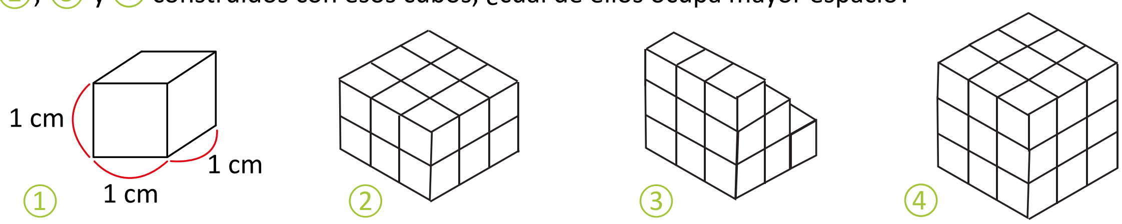
En la clase 1.7 se realiza la conversión de centímetros cúbicos a metros cúbicos, y se establece el metro cúbico como otra unidad de medida para el volumen de cuerpos geométricos; debe recalcarse a los estudiantes el uso y escritura correcta de estas unidades de medida (cm^3 y m^3) para no confundirlas con las utilizadas para medir áreas (cm^2 y m^2). Finalmente, en las clases 1.8 y 1.9 se presenta la relación entre las unidades de volumen estudiadas (centímetros o metros cúbicos) y las medidas de capacidad (mililitros y litros).

Lección 1 Volumen de cubos y prismas rectangulares

1.1 Volumen

Analiza

1 Hay varias cantidades de cubos de madera del tamaño que se ve en ①. Observa los cuerpos geométricos ②, ③ y ④ construidos con esos cubos, ¿cuál de ellos ocupa mayor espacio?

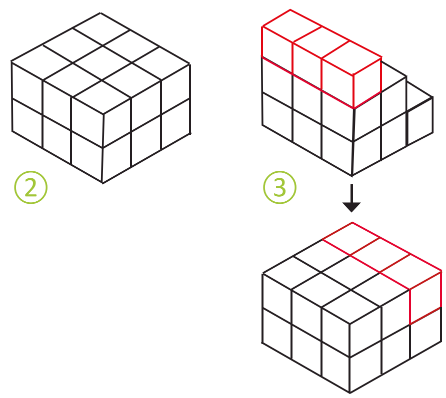


Soluciona

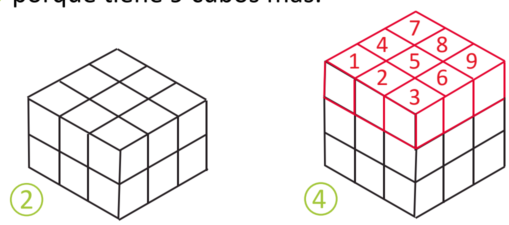
José

Comparo los tres cuerpos geométricos y observo que al modificar la forma de ③, este es igual a ②. Por lo tanto, ocupan igual espacio.

2



Luego, comparo los cuerpos geométricos ② y ④, y observo que ④ ocupa más espacio que ② porque tiene 9 cubos más.



Como ④ ocupa más espacio que ②, y ② y ③ ocupan igual espacio, entonces ④ es el cuerpo geométrico que ocupa mayor espacio.

R: ④ es el cuerpo geométrico que ocupa mayor espacio.

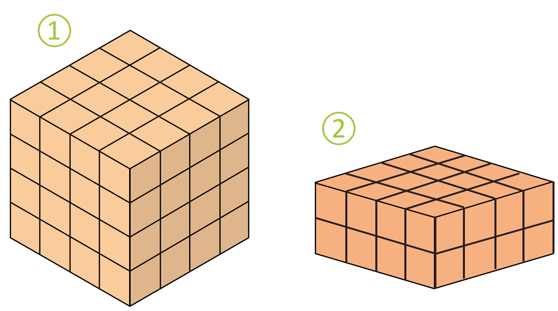
Comprende

- La medida del espacio que ocupa un cuerpo geométrico recibe el nombre de **volumen**; así, el cuerpo geométrico de mayor volumen es aquel que ocupa más espacio.
- El volumen de un cuerpo geométrico se mide a través del número de cubos de arista 1 cm que lo forman.
- Dos cuerpos geométricos con diferente forma pueden tener el mismo volumen.

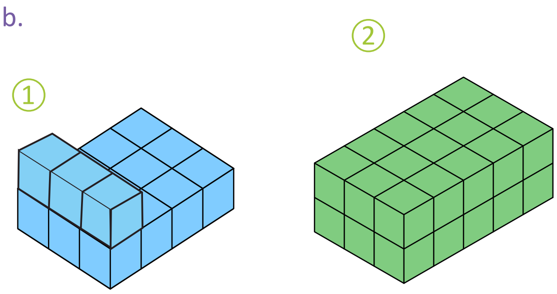
Resuelve

3 Los siguientes cuerpos geométricos se han construido utilizando cubos de arista 1 cm. En cada literal, ¿cuál es la relación entre las medidas de los volúmenes de los cuerpos geométricos ① y ②?

a.



b.



Indicador de logro:

1.1 Compara el volumen de dos cuerpos geométricos contando los cubos de 1 cm de arista que los conforman.

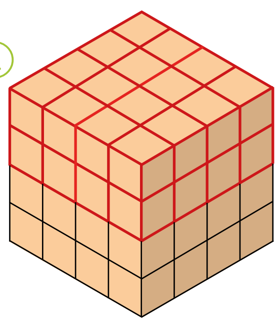
Propósito: Introducir el concepto de volumen visualizando y comparando el espacio que ocupa un cuerpo geométrico con respecto a otro.

Puntos importantes: Para introducir el concepto de volumen se utilizan una serie de cuerpos geométricos formados por cubos de 1 cm de arista como se muestra en 1; la idea es indicar cuál ocupa más espacio, contando la cantidad de cubos que posee cada uno, como lo hace José en 2. Se debe recalcar a los estudiantes que dos cuerpos pueden ocupar el mismo espacio aunque su forma sea diferente (por ejemplo, 2 y 3). Los problemas en 3 se resuelven de forma similar al Analiza, es decir, comparando la cantidad de cubos que forma cada cuerpo.

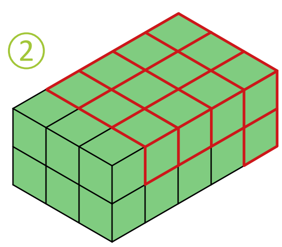
Sugerencia metodológica: Si los estudiantes tienen dificultades con la visualización espacial pueden conseguirse cubos pequeños para construir los cuerpos geométricos del Analiza o de la parte del Resuelve y determinar cuál ocupa más espacio.

Solución de problemas:

a. El volumen de 1 es mayor que el de 2 porque ocupa más espacio (tiene 32 cubos más).

1


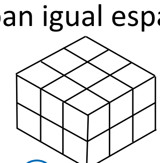
b. El volumen de 2 es mayor que el de 1 porque ocupa más espacio (tiene 15 cubos más).

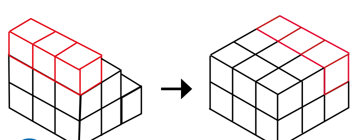
2


Fecha: **Clase:** 1.1

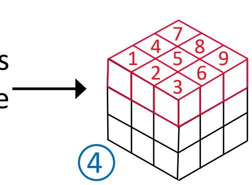
(A) Observa los cuerpos geométricos 2, 3 y 4, ¿cuál de ellos ocupa mayor espacio?

(S) Al modificar la forma de 3, este es igual a 2; ocupan igual espacio.


2


3

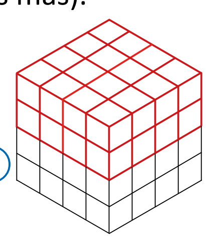
Mientras que 4 ocupa más espacio que 2 porque tiene 9 cubos más.



4

(R) ¿Cuál es la relación entre las medidas de los volúmenes de los cuerpos geométricos 1 y 2?

a. El volumen de 1 es mayor que el de 2 porque ocupa más espacio (tiene 32 cubos más).

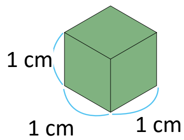
1


Tarea: página 146

1.2 El centímetro cúbico

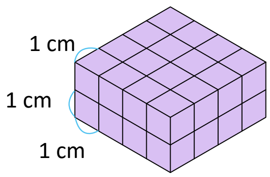
Analiza

1

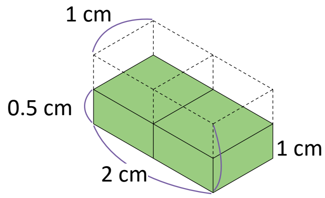
El volumen de este cubo  es 1 cm³ y se lee “un centrímetro cúbico”.

Calcula el volumen, en centímetros cúbicos, de los siguientes cuerpos geométricos:

a.



b.

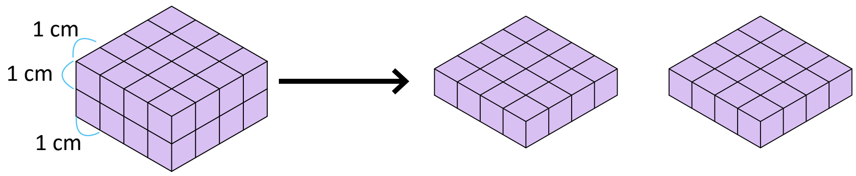


Puedes determinar cuántos cubos de volumen 1 cm³ caben en cada cuerpo geométrico.

Soluciona

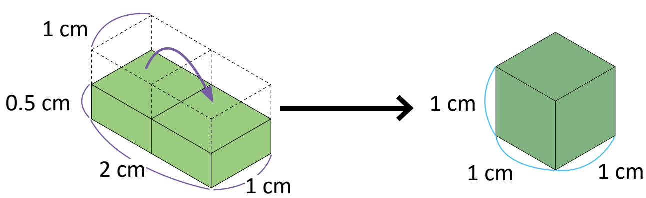
2 Cuento los cubos de volumen 1 cm³ que caben en cada cuerpo:

a.



En este prisma rectangular caben 32 cubos de volumen 1 cm³. **R:** 32 cm³

b. Pienso en cómo formar un cubo:



Este cuerpo se puede transformar a un cubo; cuya medida del lado de los cuadrados de las caras es 1 cm.

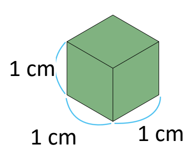
R: 1 cm³

Comprende

- El volumen de un cuerpo es la cantidad de cubos de volumen 1 cm³ que caben en él.
- Si el cuerpo no está compuesto por cubos completos se pueden acomodar las partes para formar cubos de volumen 1 cm³.

Para el caso de a., el volumen es 32 cm³, y para b. es 1 cm³. A partir de este momento siempre que se hable del lado de un cubo, se interpretará como la medida del lado del cuadrado en la cara del cubo.

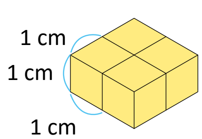
¡Ya entiendo!
Entonces puedo decir que es un cubo de 1 cm en cada lado.



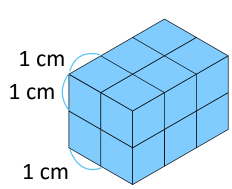
Resuelve

3 Encuentra el volumen de los siguientes cubos y prismas rectangulares.

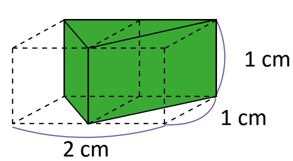
a.



b.



c.



Indicador de logro:

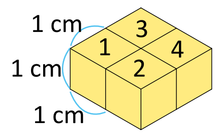
1.2 Encuentra volúmenes de prismas rectangulares utilizando el centímetro cúbico como unidad de medida.

Propósito: Calcular el volumen de un prisma rectangular contando la cantidad de cubos de 1 cm^3 que lo forman.

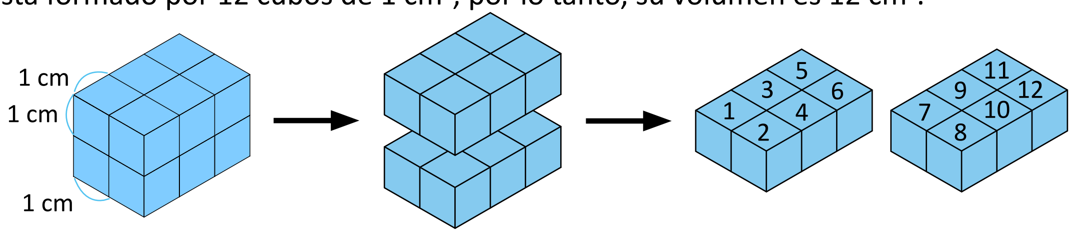
Puntos importantes: Como en la clase anterior, en 1 se utilizan cubos de 1 cm de arista (indicando además su volumen) para formar prismas rectangulares. Se introduce también el término "lado de un cubo" para referirse a la medida del lado del cuadrado en la cara del cubo. Para resolver los problemas, deben contarse cuántos cubos de 1 cm^3 forman cada cuerpo geométrico, tal como lo hace Carmen en 2. En el literal c. de 3, notar que al juntar ambas piezas por la cara rectangular se forma un cubo de 1 cm de lado.

Solución de problemas:

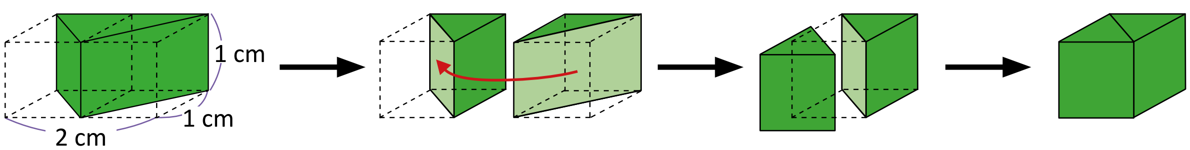
a. El prisma está formado por 4 cubos de 1 cm^3; por lo tanto, su volumen es 4 cm^3.



b. El prisma está formado por 12 cubos de 1 cm^3; por lo tanto, su volumen es 12 cm^3.



c. Al juntar las piezas por su cara rectangular se forma un cubo de 1 cm de lado; por lo tanto, su volumen es 1 cm^3.

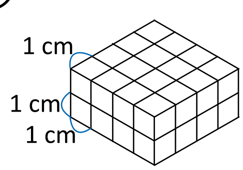


Fecha: **Clase:** 1.2

Ⓐ En cada caso, calcula el volumen, en centímetros cúbicos, de los cuerpos geométricos.

Ⓢ Se cuentan los cubos de 1 cm^3 que caben en cada uno:

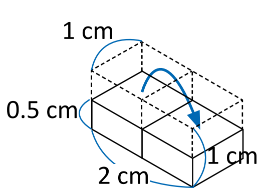
a.



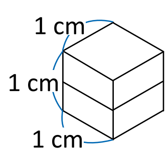
Caben 32 cubos de volumen 1 cm^3.

R: 32 cm^3

b.



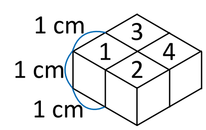
Se forma un cubo:



R: 1 cm^3

Ⓡ Encuentra el volumen de los siguientes cubos y prismas rectangulares.

a. El prisma está formado por 4 cubos de 1 cm^3; por lo tanto, su volumen es 4 cm^3.



b. **R:** 12 cm^3

c. **R:** 1 cm^3

Tarea: página 147

1.3 Volumen de un prisma, parte 1

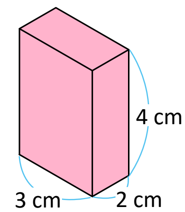
Analiza

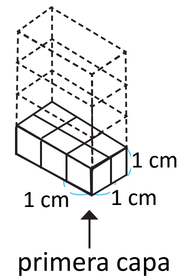
Piensa cómo calcular el volumen del siguiente prisma rectangular.

a. ¿Cuántos cubos de 1 cm de lado caben en la primera capa?

b. ¿Cuántas capas hay?

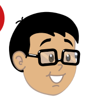
c. ¿Cuál es el volumen del prisma rectangular?



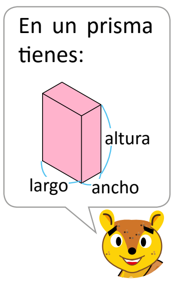


Soluciona

1


Carlos

a. En la primera capa caben 3 cubos a lo largo y 2 cubos a lo ancho. Entonces hay $3 \times 2 = 6$ cubos de 1 cm de lado en la primera capa. **R:** 6 cubos.



b. La altura del prisma rectangular es 4 cm, entonces hay 4 capas. **R:** 4 capas.

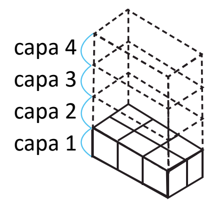
c. En la primera capa caben 6 cubos y hay 4 capas. Entonces:

PO: 6×4

$6 \times 4 = 24$

Número de cubos en la primera capa — Número de capas

R: 24 cm^3



Comprende

2 Para determinar el volumen de un prisma rectangular o un cubo, no es necesario contar todos los cubos que lo forman, basta con multiplicar el número de cubos de 1 cm de lado de la primera capa por el número de capas.

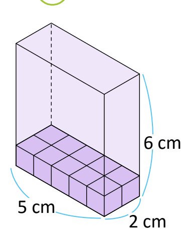
volumen del prisma rectangular = número de cubos en la primera capa × número de capas

Resuelve

3

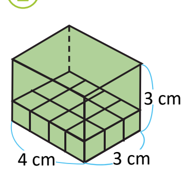
1. Observa el prisma rectangular ① y responde:
   a. ¿Cuántos cubos de 1 cm de lado hay en la primera capa?
   b. ¿Cuántas capas hay?
   c. ¿Cuál es el volumen?

①



2. Observa el prisma rectangular ② y responde:
   a. ¿Cuántos cubos de 1 cm de lado hay en la primera capa?
   b. ¿Cuántas capas hay?
   c. ¿Cuál es el volumen?

②



Indicador de logro:

1.3 Calcula el volumen de un prisma rectangular usando la forma:
número de cubos de la primera capa × número de capas

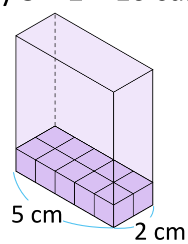
Propósito: Encontrar el volumen de un prisma rectangular multiplicando la cantidad de cubos que contiene la primera capa por el número de capas (altura) del prisma.

Puntos importantes: Antes de trabajar con la fórmula para calcular el volumen de un prisma rectangular "largo × ancho × altura", se analiza una manera de encontrarlo a partir de la cantidad de cubos de 1 cm de lado de la base del prisma y la altura de este (ver 2). Se espera que las soluciones de los estudiantes para los problemas presentados en esta clase sean similares a la realizada por Carlos en 1, es decir, encontrar cuántos cubos hay en la primera capa y multiplicar este número por el total de capas (altura del prisma).

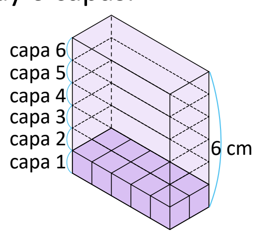
Sugerencia metodológica: Con cubos (ya sea de madera o elaborados con cartulina u otro material), construir los prismas rectangulares de los problemas en 3 después de que los estudiantes puedan visualizar las capas que tiene cada uno.

Solución de problemas:

1. a. Hay 5 × 2 = 10 cubos.

①


b. La altura es 6 cm, entonces hay 6 capas.

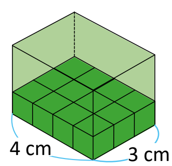


c. En la primera capa hay 10 cubos, y son 6 capas:

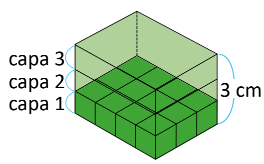
$$10 \times 6 = 60$$

R: 60 cm^3

2. a. Hay 4 × 3 = 12 cubos.

②


b. Hay 3 capas.



c. En la primera capa hay 12 cubos, y son 3 capas:

$$12 \times 3 = 36$$

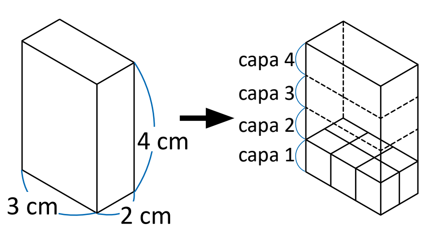
R: 36 cm^3

Fecha: **Clase:** 1.3

Ⓐ a. ¿Cuántos cubos de 1 cm de lado caben en la primera capa?
b. ¿Cuántas capas hay?
c. ¿Cuál es el volumen del prisma rectangular?

Ⓢ a. En la primera capa hay 3 × 2 = 6 cubos.

b. La altura es 4 cm, entonces hay 4 capas.



c. En la primera capa caben 6 cubos, y hay 4 capas:

$$6 \times 4 = 24$$

Número de cubos en la primera capa   Número de capas

R: 24 cm^3

Ⓡ 1. a. Hay 5 × 2 = 10 cubos.
b. La altura es 6 cm, entonces hay 6 capas.
c. En la primera capa hay 10 cubos, y son 6 capas:

$$10 \times 6 = 60$$

R: 60 cm^3

2. a. Hay 4 × 3 = 12 cubos.
b. Hay 3 capas.
c. En la primera capa hay 12 cubos, y son 3 capas:

$$12 \times 3 = 36$$

R: 36 cm^3

Tarea: página 148

Lección 1

1.4 Volumen de un prisma, parte 2

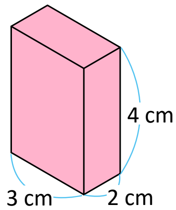
Analiza

1 Piensa cómo calcular el volumen del siguiente prisma.

a. ¿Cuál es el área de la base del prisma?

b. ¿Cuál es la altura?

c. ¿Cuál es el volumen del cubo?



Soluciona


Ana

a. El área de la base del prisma es 3 × 2 = 6.
   R: 6 cm^2

b. La altura del prisma es de 4 cm.
   R: 4 cm

c. Volumen: área de la base × ancho

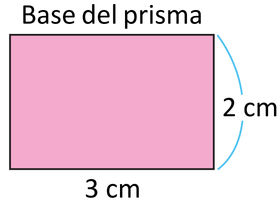
PO: 6 × 4

6 × 4 = 24

área de la base del prisma | altura del prisma

R: 24 cm^3

Base del prisma



Observa que, el área de la base del prisma se obtiene multiplicando su largo por el ancho al igual que se calculó el número de cubos en la primera capa en la clase anterior. La cantidad de centímetros de la altura es igual al número de capas que se formarían en el prisma.

Comprende

2 Para calcular el volumen de un prisma rectangular se puede utilizar lo siguiente:

volumen del prisma rectangular = área de la base del prisma × altura del prisma

Por lo que se puede calcular directamente el volumen con la relación:

volumen del prisma rectangular = largo × ancho × altura

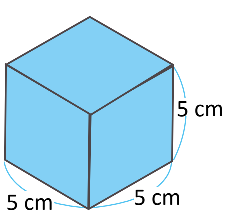
El cubo también es un prisma rectangular, por lo que su volumen se calcula con esta misma fórmula; pero como los lados de un cubo son de igual longitud, la fórmula para encontrar su volumen se puede escribir así:

volumen del cubo = lado × lado × lado

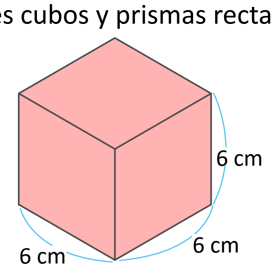
Resuelve

Calcula el volumen de los siguientes cubos y prismas rectangulares.

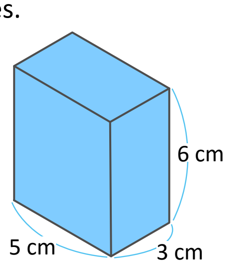
a.



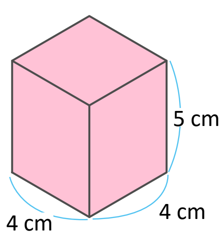
b.



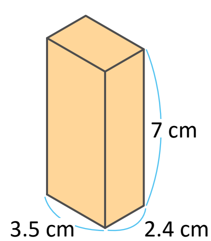
c.



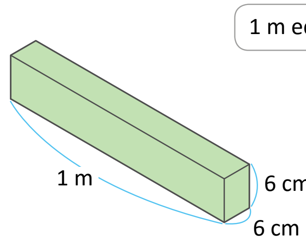
d.



e.



f.



1 m equivale a 100 cm.

Indicador de logro:

1.4 Calcula el volumen de un prisma rectangular usando la fórmula: largo × ancho × altura.

Propósito: Determinar el volumen de un prisma rectangular utilizando las longitudes del largo, ancho y altura del prisma.

Puntos importantes: El prisma rectangular presentado en el problema de 1 es el mismo de la clase anterior, por lo que los estudiantes ya conocen su volumen (24 cm^3); esto ayudará para verificar que su respuesta sea correcta. En esta ocasión, deben relacionar lo que en la clase anterior se llamó "número de cubos en la primera capa" con el área de la base del prisma, y "el número de capas" con la altura del mismo. En 2 se presenta la fórmula para el cálculo del volumen de un prisma rectangular, la cual debe ser utilizada en la resolución de los problemas de la sección Resuelve; además, se indica el caso especial para el cubo, donde el largo, ancho y altura es lo que se le ha denominado anteriormente como lado y, por lo tanto, la fórmula se convierte en "lado × lado × lado".

Solución de problemas:

a. Es un cubo:
Volumen = lado × lado × lado
= 5 × 5 × 5
= 25 × 5
= 125
R: 125 cm^3

b. Es un cubo:
Volumen = lado × lado × lado
= 6 × 6 × 6
= 36 × 6
= 216
R: 216 cm^3

c. Es un prisma rectangular:
Volumen = largo × ancho × altura
= 5 × 3 × 6
= 15 × 6
= 90
R: 90 cm^3

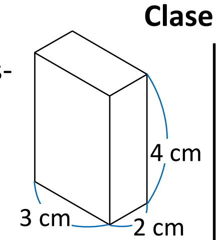
d. Es un prisma rectangular:
Volumen = largo × ancho × altura
= 4 × 4 × 5
= 16 × 5
= 80
R: 80 cm^3

e. Es un prisma rectangular:
Volumen = largo × ancho × altura
= 3.5 × 2.4 × 7
= 8.4 × 7
= 58.8
R: 58.8 cm^3

f. Es un prisma rectangular, el largo mide 100 cm:
Volumen = largo × ancho × altura
= 100 × 6 × 6
= 600 × 6
= 3, 600
R: 3, 600 cm^3

Fecha: **Clase:** 1.4

(A) a. ¿Cuál es el área de la base del prisma?
b. ¿Cuál es la altura?
c. ¿Cuál es el volumen del cubo?



(S) a. El área de la base del prisma es 3 × 2 = 6.
R: 6 cm^2
b. La altura del prisma es de 4 cm.
R: 4 cm
c. Volumen: área de la base × ancho

área de la base del prisma ← 6 × 4 = 24 → altura del prisma

R: 24 cm^3

(R) Calcula el volumen en cada caso:

a. Es un cubo:
Volumen = lado × lado × lado
= 5 × 5 × 5
= 25 × 5
= 125
R: 125 cm^3

b. **R:** 216 cm^3 c. **R:** 90 cm^3

d. **R:** 80 cm^3 e. **R:** 58.8 cm^3

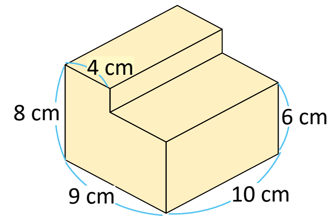
f. **R:** 3, 600 cm^3

Tarea: página 149

1.5 Volumen de cuerpos geométricos compuestos (descomponiendo)

Analiza

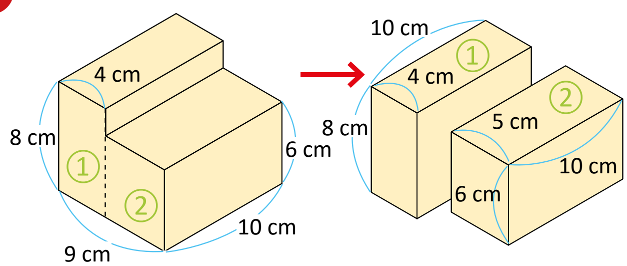
1 ¿Cuál es el volumen del siguiente cuerpo geométrico?



Soluciona

2 Forma 1

Descompongo en dos prismas rectangulares, en forma vertical.

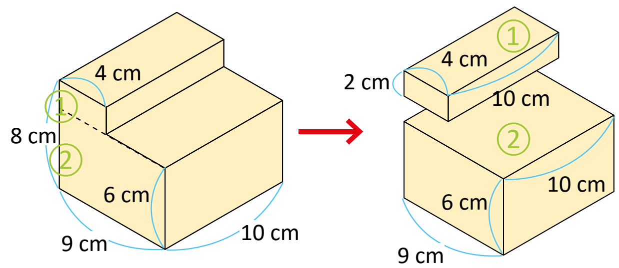


Para 1, $10 \times 4 \times 8 = 320$.
Para 2, $10 \times 5 \times 6 = 300$.
El volumen total es: $320 + 300 = 620$ cm^3.
R: 620 cm^3

Puede ser un solo **PO.**
PO: $10 \times 4 \times 8 + 10 \times 5 \times 6$
$10 \times 4 \times 8 + 10 \times 5 \times 6 = 320 + 300$
$= 620$
R: 620 cm^3

Forma 2

Descompongo en dos prismas rectangulares en forma horizontal de la siguiente manera:



Para 1, $10 \times 4 \times 2 = 80$.
Para 2, $10 \times 9 \times 6 = 540$.
El volumen total es: $80 + 540 = 620$ cm^3.
R: 620 cm^3

Puede ser un solo **PO.**
PO: $10 \times 4 \times 2 + 10 \times 9 \times 6$
$10 \times 4 \times 2 + 10 \times 9 \times 6 = 80 + 540$
$= 620$
R: 620 cm^3

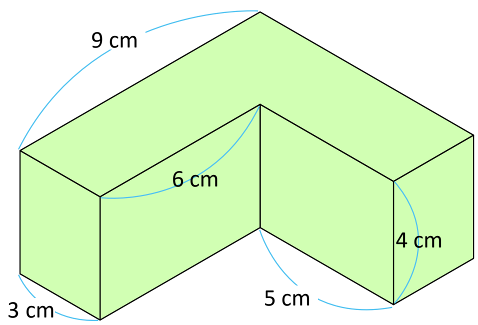
Comprende

Para calcular el volumen de cuerpos geométricos compuestos, se puede:
1. Separar en prismas rectangulares y calcular sus volúmenes.
2. Sumar los volúmenes.

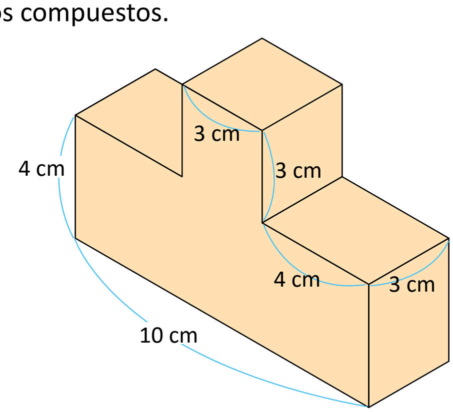
Resuelve

3 Calcula el volumen de los siguientes cuerpos geométricos compuestos.

a.



b.



Indicador de logro:

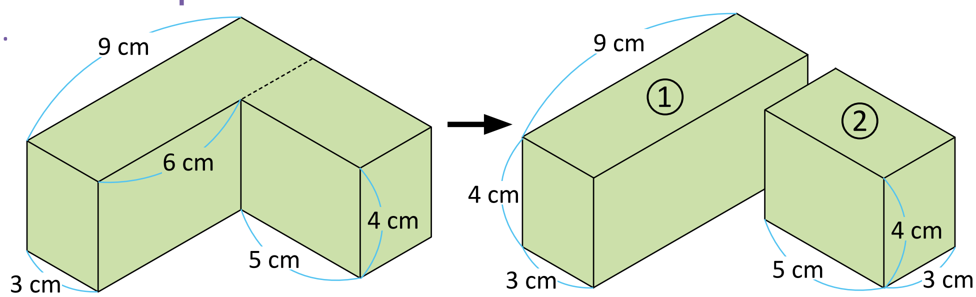
1.5 Calcula el volumen de cuerpos geométricos compuestos, sumando el volumen de los prismas rectangulares que lo conforman.

Propósito: Determinar el volumen de un cuerpo geométrico compuesto, descomponiéndolo en dos prismas rectangulares.

Puntos importantes: Debe recalcarse a los estudiantes que para el cuerpo geométrico mostrado en 1 no puede utilizarse la fórmula vista en la clase anterior ya que este no es un prisma rectangular; puede indicarse (como una pista) que es posible separar el cuerpo en dos prismas, y de esa forma esperar que los estudiantes resuelvan de cualquiera de las dos formas mostradas en 2 (basta con una de ellas). En 3 verificar que los estudiantes descompongan correctamente los cuerpos (en b. pueden obtenerse hasta 4).

Solución de problemas:

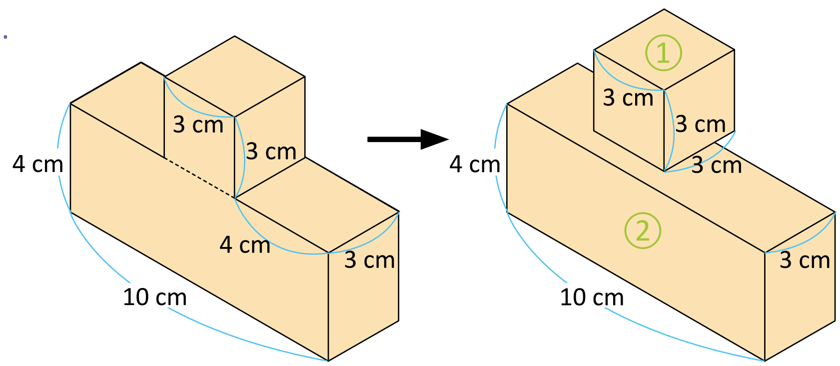
a.



Volumen de 1:
$9 \times 3 \times 4 = 108 \longrightarrow 108$ cm^3
Volumen de 2:
$5 \times 3 \times 4 = 60 \longrightarrow 60$ cm^3

Volumen total:
$108 + 60 = 168$ cm^3

b.

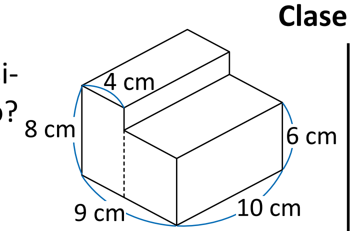


Volumen de 1:
$3 \times 3 \times 3 = 27 \longrightarrow 27$ cm^3
Volumen de 2:
$10 \times 3 \times 4 = 120 \longrightarrow 120$ cm^3

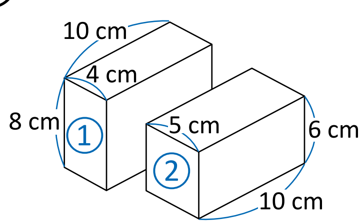
Volumen total:
$27 + 120 = 147$ cm^3

Fecha: **Clase:** 1.5

(A) ¿Cuál es el volumen del siguiente cuerpo geométrico?



(S) Se descompone en dos prismas rectangulares:



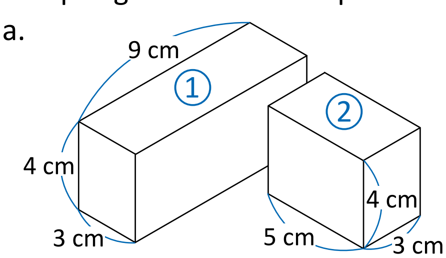
Para 1, $10 \times 4 \times 8 = 320$.

Para 2, $10 \times 5 \times 6 = 300$.

El volumen total es: $320 + 300 = 620$ cm^3.
R: 620 cm^3

(R) Calcula el volumen de los siguientes cuerpos geométricos compuestos.

a.



Volumen de 1: $9 \times 3 \times 4 = 108 \longrightarrow 108$ cm^3
Volumen de 2: $5 \times 3 \times 4 = 60 \longrightarrow 60$ cm^3

Volumen total: $108 + 60 = 168$ cm^3

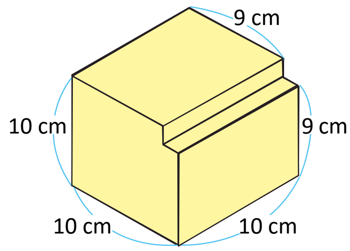
Tarea: página 150

Unidad 8

1.6 Volumen de cuerpos geométricos compuestos (completando)

Analiza

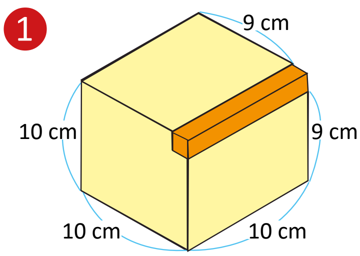
¿Cuál es el volumen del siguiente cuerpo geométrico?



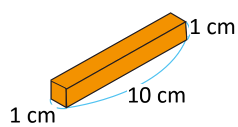
Soluciona

1

① Completo un cubo. Calculo el volumen del cubo completo y luego el del cuerpo geométrico agregado.

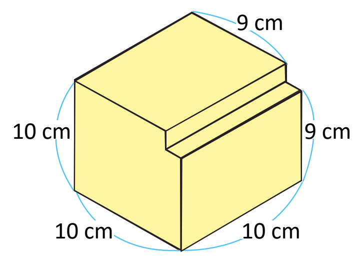


$10 \times 10 \times 10 = 1000$



$1 \times 10 \times 1 = 10$

② Al volumen del cubo le resto el volumen agregado.



$1000 - 10 = 990$

R: 990 cm^3

Puede ser un solo **PO.**
PO: $10 \times 10 \times 10 - 1 \times 10 \times 1$
$10 \times 10 \times 10 - 1 \times 10 \times 1 = 1000 - 10$
$= 990$ **R:** 990 cm^3

Comprende

Para calcular el volumen de cuerpos geométricos compuestos, se puede:

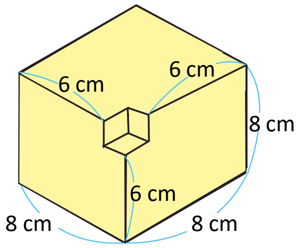
① Completar un prisma rectangular y calcular el volumen del cuerpo completo y luego del cuerpo agregado.

② Del volumen completo restar el volumen agregado.

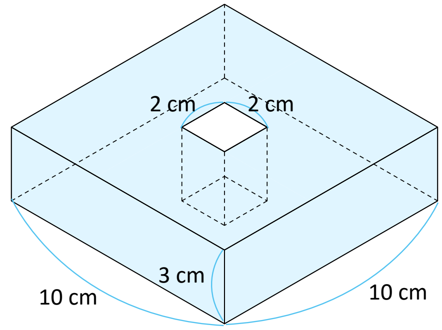
Resuelve

2 Calcula el volumen de los siguientes cuerpos geométricos compuestos completando un cubo o prisma rectangular.

a.



b.



Unidad 8

Indicador de logro:

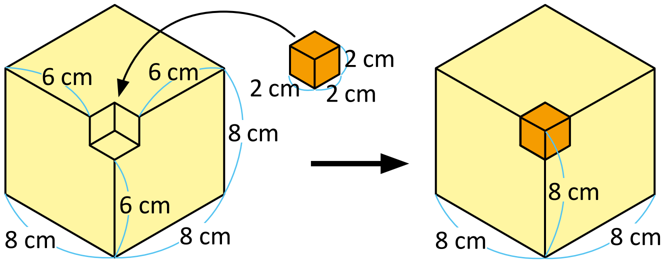
1.6 Calcula el volumen de cuerpos geométricos compuestos, completando un prisma rectangular y restando los volúmenes correspondientes.

Propósito: Determinar el volumen de un cuerpo geométrico compuesto, completando una parte para obtener un prisma rectangular.

Puntos importantes: En esta clase se muestra otra estrategia para calcular el volumen de un cuerpo geométrico compuesto; en esta ocasión, se agrega una pieza para formar un prisma rectangular o un cubo. Por lo tanto, el volumen buscado será igual a restar del volumen del prisma rectangular formado, el volumen de la pieza agregada, tal como lo hace Mario en 1. Los problemas de 2 deben resolverse usando esta estrategia, para el caso de b. resulta incluso más conveniente que descomponer el cuerpo en prismas rectangulares.

Solución de problemas:

a. Se completa el cubo de 8 cm de lado, colocando otro cubo de 2 cm de lado, luego se restan los volúmenes.

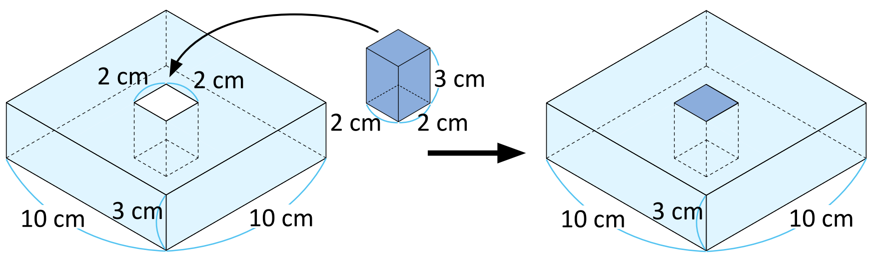


Volumen del cubo de 8 cm de lado:
$8 \times 8 \times 8 = 512 \longrightarrow 512\ cm^3$

Volumen del cubo de 2 cm de lado:
$2 \times 2 \times 2 = 8 \longrightarrow 8\ cm^3$

Volumen del cuerpo geométrico original:
$512 - 8 = 504\ cm^3$

b. Se completa el prisma rectangular colocando otro prisma de 2 cm de largo y ancho, y 3 cm de altura.



Volumen del prisma completado:
$10 \times 10 \times 3 = 300 \longrightarrow 300\ cm^3$

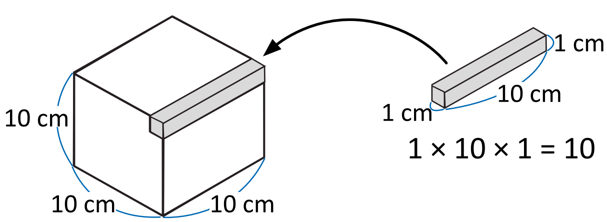
Volumen del prisma agregado:
$2 \times 2 \times 3 = 12 \longrightarrow 12\ cm^3$

Volumen del cuerpo original:
$300 - 12 = 288\ cm^3$

Fecha: **Clase:** 1.6

Ⓐ ¿Cuál es el volumen del cuerpo geométrico?

Ⓢ ① Se completa un cubo, se calcula su volumen y luego el del cuerpo geométrico agregado:



$1 \times 10 \times 1 = 10$

$10 \times 10 \times 10 = 1000$

② Al volumen del cubo se le resta el volumen agregado.

$1000 - 10 = 990$

R: $990\ cm^3$

Ⓡ Calcula el volumen de los siguientes cuerpos geométricos compuestos.

a. Volumen del cubo de 8 cm de lado:
$8 \times 8 \times 8 = 512 \longrightarrow 512\ cm^3$

Volumen del cubo de 2 cm de lado:
$2 \times 2 \times 2 = 8 \longrightarrow 8\ cm^3$

Volumen del cuerpo geométrico original:
$512 - 8 = 504\ cm^3$

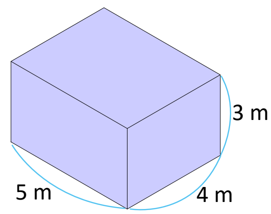
Tarea: página 151

Unidad 8

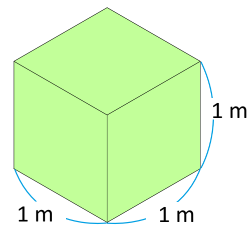
1.7 Volúmenes en metros cúbicos

Analiza

1. ¿Cuántos cubos de 1 m de lado caben en el siguiente prisma rectangular?



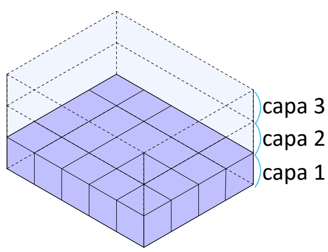
2. ¿Cuántos centímetros cúbicos caben en un cubo de 1 m (100 cm) de lado?



Soluciona

Como el número de cubos de 1 cm o 1 m de lado que caben en el prisma (o cubo) es igual al resultado de hacer: el número de cubos en la primera capa × número de capas. Entonces:

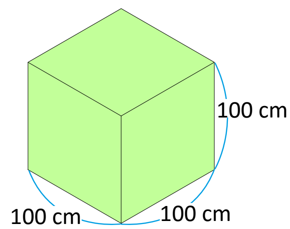
1.



PO: $(5 \times 4) \times 3$
$5 \times 4 \times 3 = 60$

R: 60 cubos.

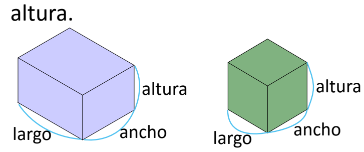
2.



PO: $(100 \times 100) \times 100$
$100 \times 100 \times 100 = 1,000,000$

R: $1,000,000$ cm³

Recuerda que en un prisma o cubo:
- El número de cubos que caben en la primera capa es igual al resultado de: largo × ancho
- El número de capas es igual a la cantidad de centímetros o metros en la altura.



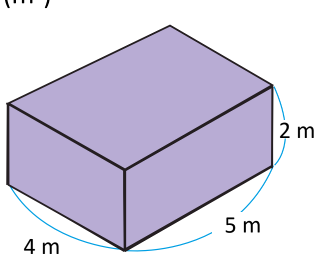
Comprende

- El volumen de un cubo de 1 m de lado se le llama "**un metro cúbico**" y se escribe 1 m³.
- Para calcular volúmenes grandes se utiliza el metro cúbico como unidad de medida.
- Además, se tiene la siguiente relación: 1 m³ = 1,000,000 cm³.

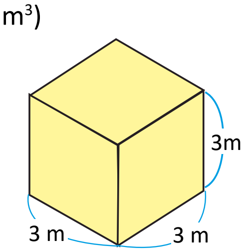
Resuelve

Calcula el volumen de los siguientes cuerpos geométricos en m³ o cm³, según la indicación:

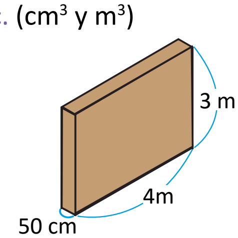
a. (m³)



b. (m³)



c. (cm³ y m³)



Indicador de logro:

1.7 Encuentra volúmenes de prismas rectangulares utilizando el metro cúbico como unidad de medida.

Propósito: Calcular el volumen de un prisma rectangular cuyas longitudes están dadas en metros.

Puntos importantes: En esta clase se introduce el metro cúbico como unidad de medida para el cálculo de volúmenes, y se establece la conversión entre el mismo y el centímetro cúbico. En 2. de 1 se verifica la relación entre 1 m³ y 1, 000, 000 cm³ contando cuántos centímetros cúbicos hay en un cubo cuya longitud de lado es 1 m (ver solución de Julia en 2); debe recordarse a los estudiantes que encontrar lo anterior es equivalente a calcular el volumen del cubo en cm³. Finalmente, para c. de 3 puede indicarse a los estudiantes calcular primero el volumen en m³ y luego ocupar el valor de conversión mostrado en el Comprende para pasarlo a cm³.

Solución de problemas:

a. Como es un prisma rectangular, se utiliza la fórmula:

largo × ancho × altura

Además, el volumen quedará en m³ porque todas las longitudes están en metros:

Volumen = 5 × 4 × 2
= 20 × 2
= 40

R: 40 m³

b. Como es un cubo, se utiliza la fórmula:

lado × lado × lado

Además, el volumen quedará en m³ porque todas las longitudes están en metros:

Volumen = 3 × 3 × 3
= 9 × 3
= 27

R: 27 m³

c. Se calcula primero el volumen en m³. El ancho mide 50 cm, lo que equivale a 0.5 m; entonces:

Volumen = largo × ancho × altura
= 4 × 0.5 × 3
= 2 × 3
= 6

R: 6 m³

Para pasar el volumen a cm³, se multiplica lo anterior por 1, 000, 000:

6 × 1, 000, 000 = 6, 000, 000

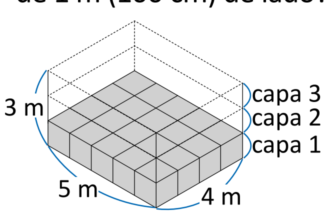
R: 6, 000, 000 cm³

Fecha: **Clase:** 1.7

(A) 1. ¿Cuántos cubos de 1 m de lado caben en el prisma rectangular?

2. ¿Cuántos centímetros cúbicos caben en un cubo de 1 m (100 cm) de lado?

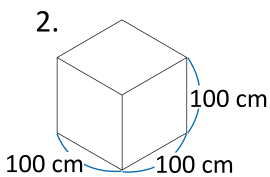
(S) 1.



PO: (5 × 4) × 3
5 × 4 × 3 = 60

R: 60 cubos.

2.



PO: (100 × 100) × 100
100 × 100 × 100 = 1, 000, 000

R: 1, 000, 000 cm³

(R) Calcula el volumen de los siguientes cuerpos geométricos en m³ o cm³:

a. Como es un prisma rectangular, se utiliza la fórmula largo × ancho × altura:

Volumen = 5 × 4 × 2
= 20 × 2
= 40

R: 40 m³

b. **R:** 27 m³

c. **R:** 6 m³ y 6, 000, 000 cm³

Tarea: página 152

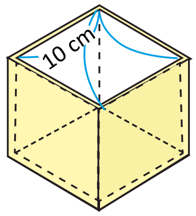
1.8 Relación entre volumen y capacidad

Recuerda

Completa: 1 litro = 1, 000 ml.

Analiza

1. En un recipiente con forma de cubo y una longitud interior de 10 cm de lado:
a. ¿Cuántos cm^3 de agua caben en su interior?
b. En el interior del recipiente cabe 1 litro de agua. ¿Qué relación hay entre el volumen y la capacidad del recipiente?

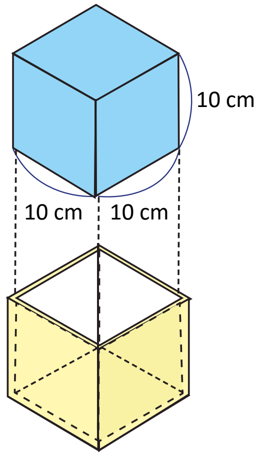


Soluciona

a. El volumen de agua que el recipiente puede contener en el interior se calcula efectuando 10 × 10 × 10:

$$10 \times 10 \times 10 = 1,000$$

R: 1, 000 cm^3



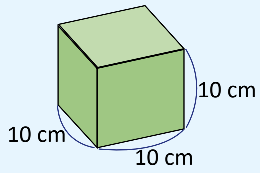
b. Como el volumen del recipiente es 1, 000 cm^3 y la capacidad del recipiente es 1 litro, entonces la relación que hay es la siguiente:

$$1,000 \text{ cm}^3 = 1 \text{ litro}$$

Comprende

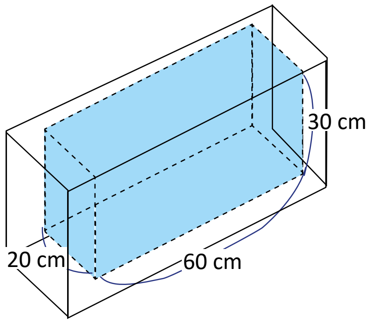
La capacidad es el volumen que puede contener un recipiente en su interior.

2.
- Relación entre centímetros cúbicos y litros:
  $$1,000 \text{ cm}^3 = 1 \text{ litro}$$
- Como 1 litro = 1, 000 ml, entonces:
  $$1 \text{ cm}^3 = 1 \text{ ml}$$



Resuelve

3. Dadas las longitudes interiores del depósito:
a. Calcula el volumen.
b. Calcula la capacidad en litros.



Indicador de logro:

1.8 Determina la capacidad de un depósito con forma rectangular, usando la equivalencia entre litros y centímetros cúbicos.

Propósito: Deducir la equivalencia entre centrímetros cúbicos y litros (o mililitros), para calcular la capacidad de un depósito con forma de prisma rectangular o cubo.

Puntos importantes: En 2, para escribir la equivalencia entre centímetros cúbicos y mililitros se ha omitido el paso donde se señala que 1, 000 cm³ es equivalente a 1, 000 ml (1, 000 cm³ = 1, 000 ml), y por tanto, 1 cm³ = 1 ml. Para el problema en 3, en a. deben tomarse los lados del prisma en color celeste; mientras que para b. debe realizarse la equivalencia tomando el resultado del literal anterior.

Sugerencia metodológica: La demostración de la equivalencia entre centímetros cúbicos y litros puede realizarse usando material manipulable; para ello se necesita:

- Un recipiente que tenga medidas de capacidad ya sea en mililitros o litros (puede ser el vaso de una licuadora, un biberón, etc.).
- Arroz, arena, azúcar o cualquier otro material ("fino") que simulará ser el agua.
- Cartoncillo, cartón, madera u otro material resistente.

Se construye con el cartoncillo (o el material que se haya decidido) un cubo, dejando abierta una de sus caras, como el que se muestra en 1, teniendo cuidado que las dimensiones del interior sean de 10 cm de lado (no debe tomarse en cuenta el grosor del material utilizado). Se mide, con el recipiente, 1 litro (1, 000 ml) de arroz (o lo que simula ser el agua) y esta cantidad se deposita en el cubo. Los estudiantes notarán que el cubo queda totalmente lleno; por lo tanto, 1, 000 cm³ = 1 litro.

Solución de problemas:

a. Volumen = 60 × 20 × 30
= 36, 000

R: 36, 000 cm³

b. Como 1, 000 cm³ = 1 litro, se divide entre 1, 000 el volumen obtenido en a.:
36, 000 ÷ 1, 000 = 36

R: 36 litros.

Fecha: **Clase:** 1.8

(Re) Completa: 1 litro = 1, 000 ml.

(A) En un recipiente con forma de cubo y una longitud interior de 10 cm de lado:
a. ¿Cuántos cm³ de agua caben en su interior?
b. En el interior del recipiente cabe 1 litro de agua. ¿Qué relación hay entre el volumen y la capacidad del recipiente?

(S) a. El volumen de agua que el recipiente puede contener en el interior se calcula efectuando:
10 × 10 × 10 = 1, 000

R: 1, 000 cm³

b. La relación que hay es la siguiente:
1, 000 cm³ = 1 litro

(R) a. Volumen = 60 × 20 × 30
= 36, 000

R: 36, 000 cm³

b. Como 1, 000 cm³ = 1 litro, se divide entre 1, 000 el volumen obtenido en a.:
36, 000 ÷ 1, 000 = 36

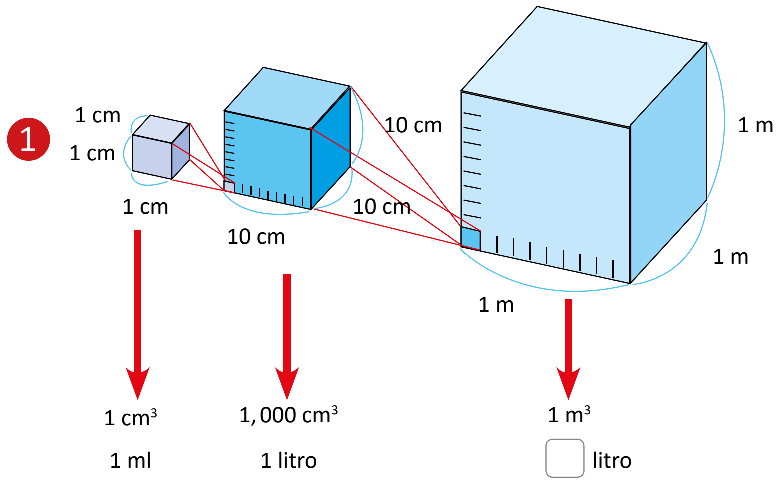
R: 36 litros

Tarea: página 153

1.9 Equivalencias entre las unidades de capacidad y de volumen

Analiza

Observa la relación entre volumen y capacidad. ¿A cuántos litros equivale 1 m^3?



Soluciona

Calculo cuántos cubos de 1 litro de capacidad caben en 1 m^3.

A lo largo caben 10, a lo ancho caben 10, y a la altura caben 10, entonces en total caben:

$$10 \times 10 \times 10 = 1,000$$

R: 1 m^3 = 1,000 litros

Comprende

- 1 m^3 = 1,000 litros
- 2 Para convertir de m^3 a litros se multiplica por 1,000; y para convertir de litros a m^3 se divide entre 1,000.

Ejemplos:

a. Una cisterna tiene un volumen de 12 m^3, ¿cuál es su capacidad en litros?
Como en 1 m^3 caben 1,000 litros, en 12 m^3 caben:
PO: 1,000 × 12

$$1,000 \times 12 = 12,000$$

R: En 12 m^3 caben 12,000 litros.

b. Una pila tiene capacidad de 2,000 litros, ¿cuál es su volumen en m^3?
Como cada 1,000 litro equivalen a 1 m^3, en 2,000 litros hay:
PO: 2,000 ÷ 1,000

$$2,000 \div 1,000 = 2$$

R: 2 m^3

Resuelve

1. ¿Cuántos litros de agua caben en una cisterna de 15 m^3?
2. Un tanque tiene una capacidad de 21,000 litros, ¿cuál es el volumen que puede contener en m^3?
3. Un tanque con volumen de 28 m^3 contiene actualmente 17,000 litros. ¿Cuántos litros de agua hacen falta para llenar el tanque?

Indicador de logro:

1.9 Encuentra equivalencias entre metros cúbicos y litros, y viceversa.

Propósito: Deducir la equivalencia entre metros cúbicos y litros, y utilizarla en la resolución de problemas sobre volumen y capacidad.

Puntos importantes: En 1, los estudiantes deben comprender cómo se han elaborado los cubos. Partiendo de uno de 1 cm de lado, se toman varios de estos para formar otro más grande de 10 cm de lado; luego, con cubos de 10 cm de lado se forma otro más grande de 1 m de lado. De esta forma se irán visualizando las equivalencias entre centímetros o metros cúbicos, y mililitros o litros. En 2, debe recalcarse el procedimiento para pasar de metros cúbicos a litros, y viceversa, pues esto se utilizará en los problemas del Resuelve.

Solución de problemas:

1. Se multiplica por 1,000 la cantidad de metros cúbicos:

$$15 \times 1{,}000 = 15{,}000$$

R: 15,000 litros.

2. Se divide entre 1,000 la cantidad de litros:

$$21{,}000 \div 1{,}000 = 21$$

R: 21 cm^3

3. Si el volumen del tanque es 28 m^3, entonces su capacidad en litros es 28 × 1,000 = 28,000 litros. Como ya contiene 17,000 litros, se resta esta cantidad de la capacidad del tanque:

$$28{,}000 - 17{,}000 = 11{,}000$$

R: 11,000 litros.

Anotaciones:

____

____

Fecha: **Clase:** 1.9

(A) ¿A cuántos litros equivale 1 m^3?

(S) Se calcula cuántos cubos de 1 litro de capacidad caben en 1 m^3.

A lo largo caben 10, a lo ancho caben 10, y a la altura caben 10, entonces en total caben:

$$10 \times 10 \times 10 = 1{,}000$$

R: 1 m^3 = 1,000 litros

(R) 1. Se multiplica por 1,000 la cantidad de metros cúbicos:

$$15 \times 1{,}000 = 15{,}000$$

R: 15,000 litros.

2. Se divide entre 1,000 la cantidad de litros:

$$21{,}000 \div 1{,}000 = 21$$

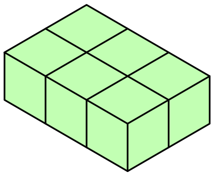
R: 21 cm^3

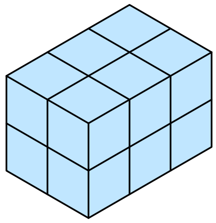
3. **R:** 11,000 litros.

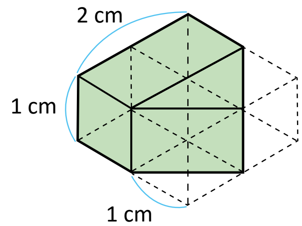
Tarea: página 154

1.10 Practica lo aprendido

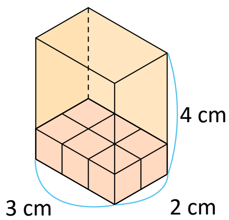
1. Encuentra el volumen de los siguientes prismas rectangulares (el cubo más pequeño tiene 1 cm de lado):

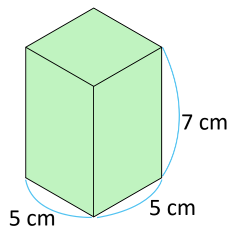
a. 

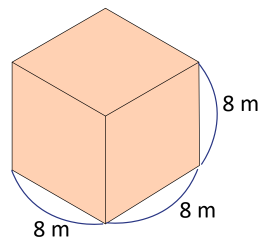
b. 

c. 

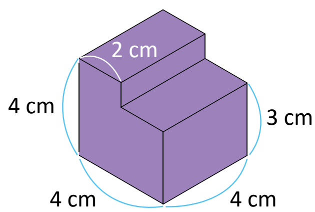
2. Calcula el volumen de los siguientes cuerpos utilizando la fórmula:

a. 

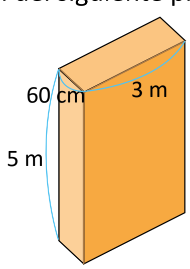
b. 

c. 

3. Calcula el volumen del siguiente cuerpo geométrico:

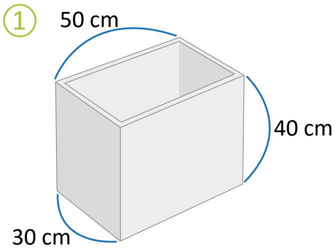


4. Encuentra el volumen del siguiente prisma rectangular:
   a. En cm^3
   b. En m^3



Recuerda:
$1\ m^3 = 1{,}000{,}000\ cm^3$

5. Una pila tiene las longitudes mostradas en 1. Realiza lo que se te pide en cada literal:
   a. Encuentra el volumen del interior de la pila en m^3.
   b. ¿Cuál es la capacidad de la pila en litros?
   c. Para llenar la pila se utilizará una cubeta de 10 litros de capacidad. ¿Con cuántas cubetas se llenará la pila?

1 

$1\ m^3 = 1{,}000\ l$

Unidad 8

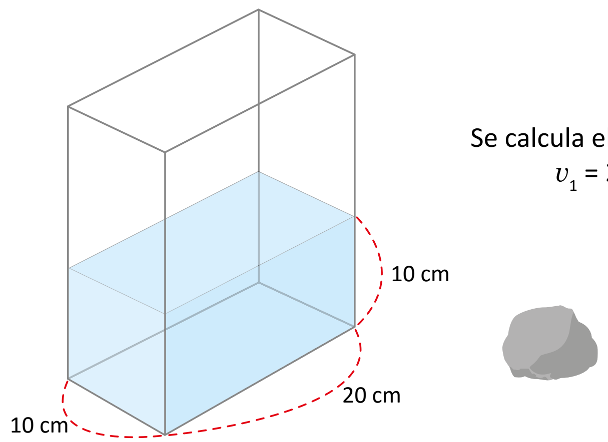
¿Sabías que...?

Volumen de distintos cuerpos

Todos los cuerpos tienen volumen. ¿Cómo se calcula el volumen de un cuerpo que no sea un cubo o un prisma rectangular?

Observa cómo se puede calcular el volumen de una piedra utilizando un recipiente con agua.

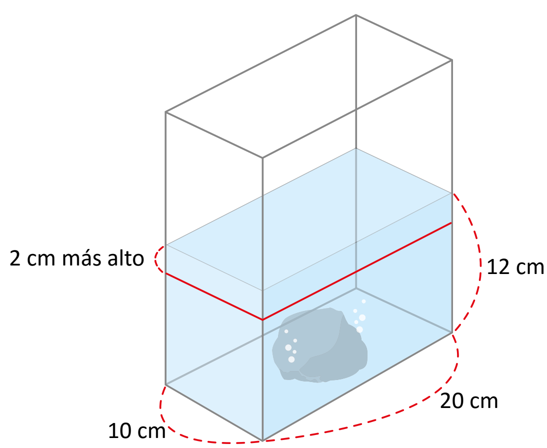
① Se utiliza un recipiente cuyo volumen sea fácil de calcular. Por ejemplo un prisma rectangular.



Se calcula el volumen de agua.

$v_1 = 20 \times 10 \times 10 = 2{,}000$

② Se introduce la piedra; la altura del agua se incrementará debido al volumen de la piedra.



Se calcula nuevamente el volumen de agua con la piedra sumergida.

$v_2 = 20 \times 10 \times 12 = 2{,}400$

③ El volumen de la piedra es la diferencia entre v_2 y v_1:

$$v = v_2 - v_1$$
$$v = 2{,}400 - 2{,}000$$
$$v = 400$$

Para medir el volumen de un cuerpo irregular, se puede sumergir el cuerpo en un recipiente con agua. Luego se calcula la diferencia de volumen con y sin el cuerpo irregular sumergido.

Calcula el volumen de otros cuerpos irregulares en tu casa.

Unidad 8

Indicador de logro:

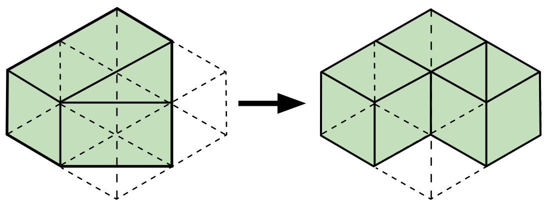
1.10 Resuelve problemas sobre volúmenes de prismas rectangulares.

Solución de problemas:

1. a. El prisma está formado por 6 cubos de 1 cm^3 de volumen.
   R: 6 cm^3

   b. El prisma está formado por 12 cubos de 1 cm^3 de volumen.
   R: 12 cm^3

   c. El cuerpo geométrico está formado por 3 cubos de 1 cm^3 de volumen:



   R: 3 cm^3

2. a. Es un prisma rectangular, para calcular su volumen se usa la fórmula:

$$\begin{aligned}\text{Volumen} &= \text{largo} \times \text{ancho} \times \text{altura}\\ &= 3 \times 2 \times 4\\ &= 24\end{aligned}$$

   R: 24 cm^3

   b. Es un prisma rectangular, para calcular su volumen se usa la fórmula:

$$\begin{aligned}\text{Volumen} &= \text{largo} \times \text{ancho} \times \text{altura}\\ &= 5 \times 5 \times 7\\ &= 175\end{aligned}$$

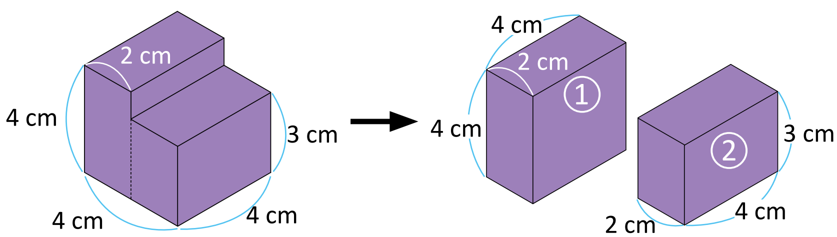
   R: 175 cm^3

   c. Es un cubo, para calcular su volumen se usa la fórmula:

$$\begin{aligned}\text{Volumen} &= \text{lado} \times \text{lado} \times \text{lado}\\ &= 8 \times 8 \times 8\\ &= 512\end{aligned}$$

   R: 512 cm^3

3. Se descompone (en forma vertical) el cuerpo geométrico en dos prismas rectangulares:



Volumen de 1:
$4 \times 2 \times 4 = 32 \longrightarrow 32$ cm^3
Volumen de 2:
$4 \times 2 \times 3 = 24 \longrightarrow 24$ cm^3

Volumen total:
$32 + 24 = 56$ cm^3

4. Para facilitar los cálculos, se realizará primero el literal b.; el resultado se convertirá a cm^3.

   b. 60 cm = 0.6 m; entonces:

$$\text{Volumen} = 3 \times 0.6 \times 5 = 9$$

   R: 9 m^3

   a. Se convierte a cm^3 el resultado del literal b.:

$$9 \times 1{,}000{,}000 = 9{,}000{,}000$$

   R: 9,000,000 cm^3

5. Se asume que las dimensiones dadas corresponden al interior de la pila.

   a. 50 cm = 0.5 m, 30 cm = 0.3 m, 40 cm = 0.4 m

$$\text{Volumen} = 0.5 \times 0.3 \times 0.4 = 0.06$$

   R: 0.06 m^3

   b. Se multiplica el resultado de a. por 1,000:

$$0.06 \times 1{,}000 = 60$$

   R: 60 litros.

   c. Como la capacidad de la pila son 60 litros y la cubeta tiene capacidad de 10 litros, entonces la cantidad de cubetas se calcula dividiendo la capacidad de la pila entre la de la cubeta, es decir:

$$60 \div 10 = 6$$

   R: 6 cubetas.