

# Unidad 1

## Operaciones con fracciones

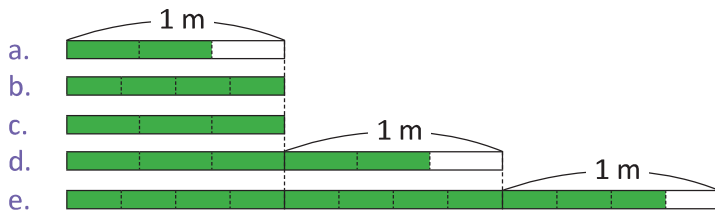


### En esta unidad aprenderás a

- Multiplicar fracciones por números naturales
- Multiplicar números mixtos por números naturales
- Multiplicar fracciones por fracciones
- Dividir fracciones entre números naturales
- Simplificar multiplicaciones de fracciones
- Encontrar el recíproco de un número

## 1.1 Practica lo aprendido

1. Escribe en cada literal la fracción que está representada en los gráficos:



2. Son fracciones equivalentes aquellas que, aunque parezcan distintas, tienen el mismo valor. Dada una fracción, se pueden encontrar fracciones equivalentes a ella por simplificación, al dividir el numerador y denominador por un mismo número. Por ejemplo:

$$\frac{10}{20} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

$\xrightarrow{\div 2}$     $\xrightarrow{\div 5}$   
 $\xrightarrow{\div 2}$     $\xrightarrow{\div 5}$

Encuentra tres fracciones equivalentes por simplificación:

a.  $\frac{24}{36}$

b.  $\frac{60}{90}$

Simplificar una fracción hasta su mínima expresión es escribirla con el menor numerador y denominador posible.

3. Simplifica las siguientes fracciones hasta su mínima expresión:

a.  $\frac{20}{6}$

b.  $\frac{15}{10}$

c.  $\frac{30}{50}$



4. Para convertir fracciones impropias a números mixtos se realiza lo siguiente:

- ① Se divide el numerador de la fracción impropia entre su denominador; el cociente será el número natural del número mixto y el residuo es el numerador de la fracción propia.
- ② El denominador de la fracción impropia es el mismo que el de la fracción propia del número mixto.

Por ejemplo,  $\frac{27}{4}$ :

$$27 \div 4 = 6, \text{ residuo } 3 \rightarrow \frac{27}{4} = 6\frac{3}{4}$$

$$\rightarrow \frac{27}{4} = 6\frac{3}{4}$$

Para convertir números mixtos a fracciones impropias se realiza lo siguiente:

- ① Se multiplica el denominador por el número natural y se suma el numerador; el resultado será el numerador de la fracción impropia.
- ② El denominador de la fracción propia en el número mixto es el denominador de la fracción impropia.

Por ejemplo,  $1\frac{3}{5}$ :

$$5 \times 1 + 3 = 8 \rightarrow 1\frac{3}{5} = \frac{8}{5}$$

$$\rightarrow 1\frac{3}{5} = \frac{8}{5}$$

Convierte las siguientes fracciones impropias en números mixtos, o viceversa:

a.  $\frac{7}{4}$

b.  $1\frac{1}{3}$

c.  $\frac{3}{2}$

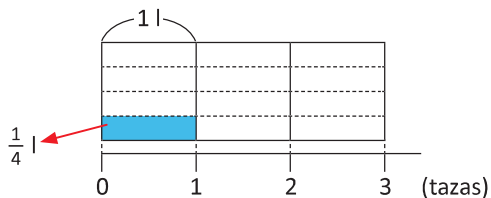
d.  $1\frac{2}{3}$

## 1.2 Introducción a la multiplicación de fracciones con números naturales

### Analiza

La taza es una unidad de capacidad para cantidades menores que un litro. Si una taza equivale a  $\frac{1}{4}$  litros, ¿a cuántos litros equivalen 3 tazas?

PO:  $\frac{1}{4} \times 3$



Observa que:

$$\text{cantidad de litros en una taza} \times \text{cantidad de tazas} = \text{equivalencia en litros}$$

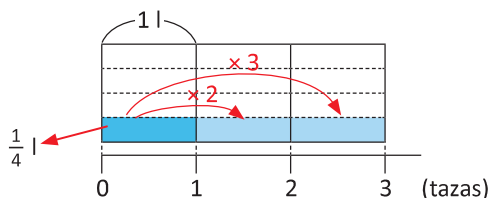
¿Cómo se puede calcular  $\frac{1}{4} \times 3$ ?

### Soluciona

La multiplicación  $\frac{1}{4} \times 3$  significa tener  $\frac{1}{4}$  repetido 3 veces.



Ana

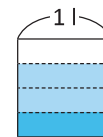


En el gráfico observo que:

$$\frac{1}{4} \times 3 = \frac{3}{4}$$

R:  $\frac{3}{4}$  litros.

La abreviatura de litro es l; 3 tazas contienen menos de un litro:



### Comprende

Para multiplicar una fracción por un número natural:

- ① Se multiplica el numerador por el número natural.
- ② Se deja el mismo denominador.

Lo anterior se presenta en el siguiente esquema:

$$\frac{\triangle}{\square} \times \bullet = \frac{\triangle \times \bullet}{\square}$$

$\triangle$ ,  $\square$ ,  $\bullet$  representan cualquier número natural.

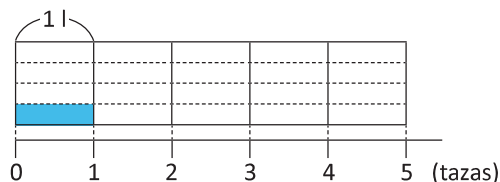
Por ejemplo,  $\frac{3}{7} \times 2$ :

$$\frac{3}{7} \times 2 = \frac{3 \times 2}{7} = \frac{6}{7}$$

### Resuelve

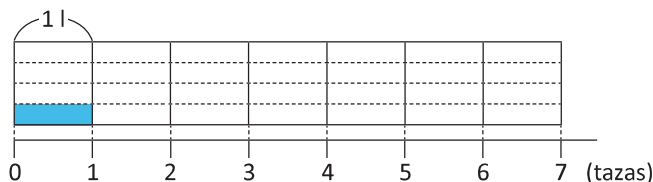
1. Encuentra la equivalencia en litros de las siguientes medidas en tazas. Utiliza el gráfico y el esquema para verificar que obtienes la misma respuesta:

a. 5 tazas



$$\frac{1}{4} \times 5 = \frac{\triangle \times \circ}{\square} =$$

b. 7 tazas



$$\frac{1}{4} \times 7 = \frac{\triangle \times \circ}{\square} =$$

2. Efectúa (utiliza el procedimiento descrito en la sección Comprende):

a.  $\frac{2}{9} \times 4$

b.  $\frac{3}{10} \times 3$

c.  $\frac{4}{15} \times 2$

### 1.3 Multiplicación de fracciones con números naturales

#### Analiza

La botella también es una unidad de capacidad para cantidades menores que un litro. Si una botella equivale a  $\frac{3}{4}$  litros, ¿a cuántos litros equivalen 3 botellas? Escribe el **PO** y calcula el resultado.



#### Soluciona



**PO:**  $\frac{3}{4} \times 3$

Aplico lo aprendido en la clase anterior:

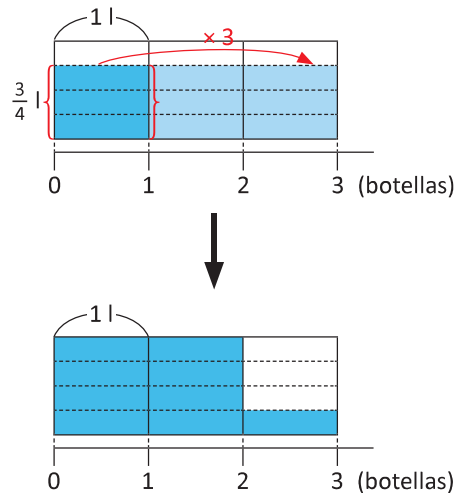
$$\begin{aligned} \frac{3}{4} \times 3 &= \frac{3 \times 3}{4} \\ &= \frac{9}{4} \end{aligned}$$

Como  $\frac{9}{4}$  es una fracción impropia, la convierto en número mixto:

$$\frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$$

**R:**  $\frac{9}{4}$  ( $= 2\frac{1}{4}$ ) litros.

Gráficamente, puedo realizar  $\frac{3}{4} \times 3$  y verificar que es igual a  $\frac{9}{4}$  o  $2\frac{1}{4}$ :



Observa que el resultado de  $\frac{3}{4} \times 3$  nos dice cuánto es  $\frac{3}{4}$  litros repetido 3 veces. Así que, tres cuartas partes, repetidas tres veces es  $\frac{9}{4}$ , o sea,  $2\frac{1}{4}$ .



#### Comprende

Si el resultado de una multiplicación es una fracción impropia, entonces este se puede convertir a número mixto.

Ejemplo:

$$\frac{4}{7} \times 5 = \frac{4 \times 5}{7} = \frac{20}{7} (= 2\frac{6}{7})$$

#### Resuelve

1. Efectúa las siguientes multiplicaciones:

a.  $\frac{1}{3} \times 4$

b.  $\frac{2}{3} \times 7$

c.  $\frac{3}{10} \times 7$

d.  $\frac{2}{5} \times 3$

e.  $\frac{7}{5} \times 4$

f.  $\frac{3}{2} \times 5$

En e y f los multiplicandos son fracciones impropias, pero el procedimiento es el mismo que con fracciones propias.



2. Una receta para panecillos de chocolate y avena requiere  $\frac{3}{4}$  tazas de avena. Si preparamos 5 de estas recetas, ¿cuántas tazas de avena necesitamos?

3. Camila dedica cada tarde  $\frac{3}{4}$  de hora para hacer sus tareas. ¿Cuántas horas dedicará para hacer sus tareas en 7 días?

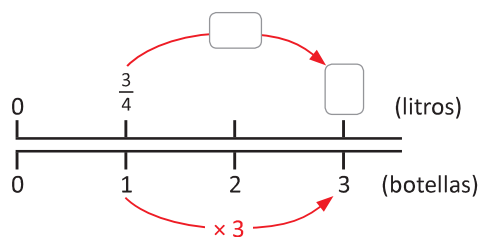




## 1.4 Interpretación de las gráficas de doble recta numérica

### Analiza

Interpreta la información de la siguiente gráfica, con relación al producto  $\frac{3}{4} \times 3$ :

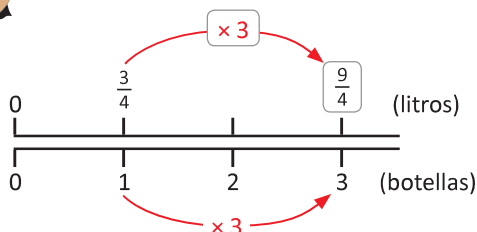


### Soluciona

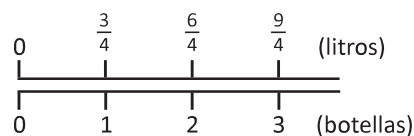
La gráfica muestra la relación que existe entre la cantidad de botellas (línea de abajo) y su equivalencia en litros (línea de arriba). Observo lo siguiente: 1 botella equivale a  $\frac{3}{4}$  litros; si la cantidad de botellas se multiplica por 3 entonces la cantidad de litros también se multiplica por 3.



El gráfico completo es:



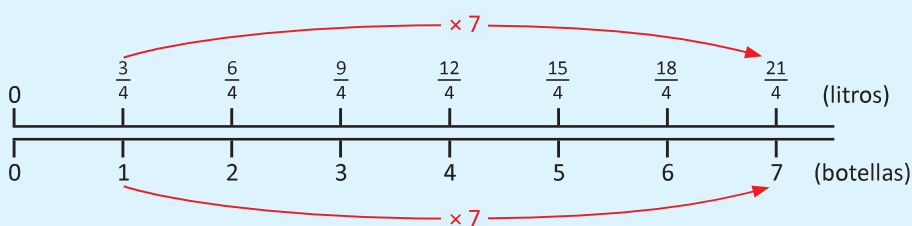
La escala de medida en las líneas no es la misma: en la línea de botellas se cuenta de 1 en 1; como 1 botella equivale a  $\frac{3}{4}$  litros entonces, en la línea de litros se cuenta de  $\frac{3}{4}$  en  $\frac{3}{4}$ .



### Comprende

Las gráficas de doble recta numérica se usan para representar la relación entre dos cantidades que varían. Mientras una aumenta de 1 en 1, la otra puede aumentar en una cantidad diferente.

Por ejemplo, 7 botellas equivalen a  $\frac{3}{4} \times 7$  litros; usando la gráfica de doble recta numérica:

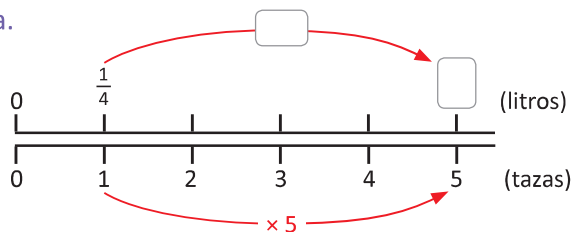


Las botellas aumentan de 1 en 1; mientras que los litros de  $\frac{3}{4}$  en  $\frac{3}{4}$ . Luego, contamos 7 veces  $\frac{3}{4}$ . Así, 7 botellas equivalen a  $\frac{21}{4}$  litros.

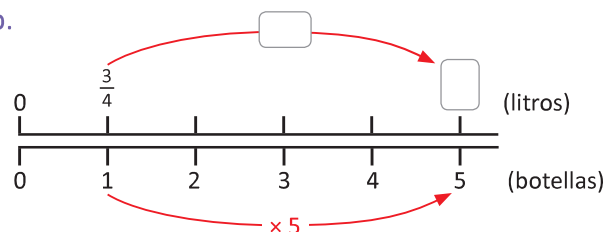
### Resuelve

1. Completa las gráficas para encontrar las equivalencias de tazas o botellas a litros, según sea el caso:

a.



b.



2. ¿Cómo encontrarías el resultado de  $\frac{2}{5} \times 2$  usando la gráfica de doble recta numérica?

## 1.5 Multiplicación de números mixtos por números naturales

### Analiza

El galón es una unidad de capacidad para cantidades mayores que un litro. Si un galón equivale a  $3\frac{3}{4}$  litros, ¿a cuántos litros equivalen 5 galones?



**PO:**  $3\frac{3}{4} \times 5$

¿Cómo se puede calcular el resultado de  $3\frac{3}{4} \times 5$ ?

### Soluciona



Convierto el número mixto a fracción impropia:

$$3\frac{3}{4} = \frac{15}{4}$$

Antonio

Luego, multiplico:

$$\begin{aligned} 3\frac{3}{4} \times 5 &= \frac{15}{4} \times 5 \\ &= \frac{15 \times 5}{4} \\ &= \frac{75}{4} \left( = 18\frac{3}{4} \right) \end{aligned}$$

**R:**  $\frac{75}{4}$  ( $= 18\frac{3}{4}$ ) litros.

Como  $3\frac{3}{4} = 3 + \frac{3}{4}$ , entonces, en cinco galones hay 5 veces 3 litros, y 5 veces  $\frac{3}{4}$  litros. En total, la cantidad de litros en cinco galones es  $3 \times 5 + \frac{3}{4} \times 5$ . Calculo el resultado de lo anterior:



Carmen

$$\begin{aligned} 3 \times 5 + \frac{3}{4} \times 5 &= 15 + \frac{3 \times 5}{4} \\ &= 15 + \frac{15}{4} \\ &= 15 + 3\frac{3}{4} \\ &= 18\frac{3}{4} \end{aligned}$$

**R:**  $18\frac{3}{4}$  litros.

### Comprende

Para multiplicar números mixtos con números naturales se realiza lo siguiente:

- ① Se convierte el número mixto en fracción impropia.
- ② Se multiplica la fracción impropia por el número natural.
- ③ Si el resultado es otra fracción impropia, se puede convertir a número mixto.

Por ejemplo,  $1\frac{1}{4} \times 3$ :

$$\begin{aligned} 1\frac{1}{4} \times 3 &= \frac{5}{4} \times 3 \\ &= \frac{5 \times 3}{4} \\ &= \frac{15}{4} \left( = 3\frac{3}{4} \right) \end{aligned}$$

### Resuelve

1. Efectúa:

a.  $1\frac{1}{3} \times 2$

b.  $1\frac{2}{5} \times 3$

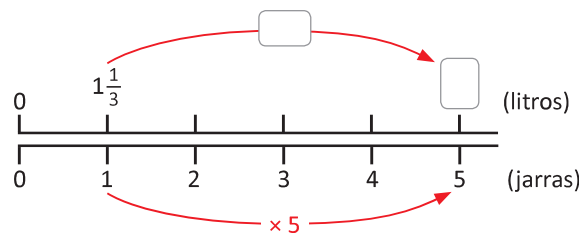
c.  $2\frac{1}{4} \times 5$

d.  $2\frac{1}{5} \times 3$

e.  $3\frac{2}{5} \times 4$

f.  $4\frac{3}{4} \times 3$

2. Se necesitan  $1\frac{1}{3}$  litros de jugo para llenar una jarra. ¿Cuántos litros de jugo se necesitarán para llenar 5 jarras?



## 1.6 Simplificación de multiplicación de fracciones por números naturales

### Analiza

Simplifica hasta su mínima expresión la siguiente multiplicación:

$$\frac{5}{12} \times 9$$

### Soluciona



Realizo primero la multiplicación; luego, simplifico el resultado:

$$\frac{5}{12} \times 9 = \frac{5 \times 9}{12}$$

$$= \frac{45}{12}$$

Divido el numerador y denominador entre 3, ya que el MCD de 45 y 12 es 3.

$$= \frac{15}{4} \left( = 3 \frac{3}{4} \right)$$

R:  $\frac{15}{4} \left( = 3 \frac{3}{4} \right)$

Antes de realizar la multiplicación, me enfoco en los números 9 y 12, y simplifico, dividiendo ambos entre su MCD que es 3:



$$\frac{5}{12} \times 9 = \frac{5 \times \overset{3}{\cancel{9}}}{\underset{4}{\cancel{12}}}$$

¡Simplifico antes de multiplicar!

$$= \frac{5 \times 3}{4}$$

$$= \frac{15}{4} \left( = 3 \frac{3}{4} \right)$$

R:  $\frac{15}{4} \left( = 3 \frac{3}{4} \right)$

### Comprende

Simplificar antes de efectuar la multiplicación evita realizar cálculos más grandes. Se seleccionan parejas de números, uno en el numerador y otro en el denominador, y se dividen ambos entre su MCD. El resultado del cálculo debe estar en su mínima expresión.

Por ejemplo:

$$\frac{5}{12} \times 8 = \frac{5 \times \overset{2}{\cancel{8}}}{\underset{3}{\cancel{12}}} \text{ el MCD de 8 y 12 es 4}$$

$$= \frac{5 \times 2}{3}$$

$$= \frac{10}{3} \left( = 3 \frac{1}{3} \right)$$



Recuerda que, para simplificar también puedes dividir numerador y denominador por un mismo valor tantas veces hasta que ya no sea posible.

### Resuelve

1. Efectúa (simplifica antes de realizar el cálculo):

a.  $\frac{1}{6} \times 3$

b.  $\frac{5}{18} \times 9$

c.  $\frac{5}{12} \times 18$

d.  $\frac{7}{24} \times 20$

e.  $\frac{3}{5} \times 5$

f.  $\frac{7}{10} \times 10$

Cuando resuelvas e y f recuerda que:  
 $\frac{3}{1} = 3$  y  $\frac{5}{1} = 5$



2. Si Olivia toma  $\frac{3}{4}$  litros de leche cada día, ¿cuántos litros de leche beberá en 14 días?

3. Un apicultor recolecta  $\frac{8}{5}$  kg de miel por cada panal de abejas. ¿Cuántos kilogramos recolectará por 10 panales?



Las abejas necesitan celdas adecuadas a la anatomía de sus cuerpos y que les permita optimizar el espacio. Por tal razón, sus panales están conformados por celdas hexagonales, y más aún, son hexágonos regulares; esto con el fin de maximizar la superficie útil.

Fuente: [api-cultura.com](http://api-cultura.com)



## 2.1 Introducción a la división de fracciones entre números naturales

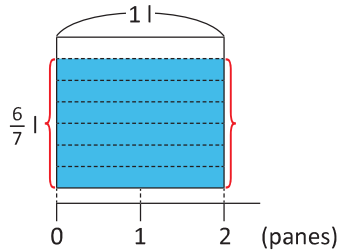
### Recuerda

Dos jarras iguales se llenaron con 6 litros de jugo. ¿Con cuántos litros se llena cada jarra?, ¿qué operación utilizas para calcularlos?

### Analiza

Si para elaborar dos panes se utilizaron  $\frac{6}{7}$  litros de agua, ¿cuántos litros de agua se necesitan para elaborar un pan?

PO:  $\frac{6}{7} \div 2$

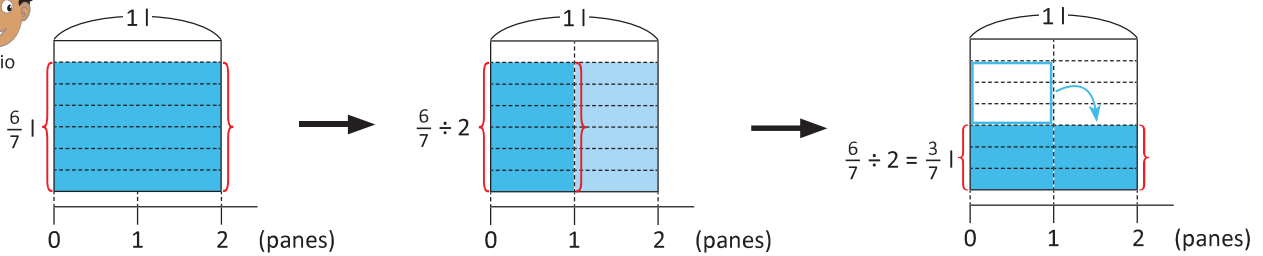


¿Cómo se puede calcular el resultado de  $\frac{6}{7} \div 2$ ?

### Soluciona



La división  $\frac{6}{7} \div 2$  significa repartir los  $\frac{6}{7}$  litros en dos partes iguales.



Del gráfico deduzco lo siguiente:

$$\frac{6}{7} \div 2 = \frac{6 \div 2}{7} = \frac{3}{7}$$

R:  $\frac{3}{7}$  litros.

### Comprende

Cuando se divide una fracción entre un número natural, si es posible, se divide el numerador entre el divisor y se deja el mismo denominador.

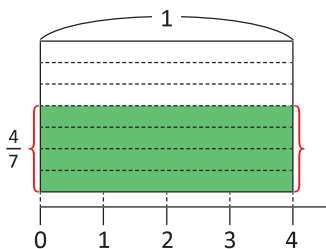
Por ejemplo,  $\frac{4}{5} \div 2$ :

$$\frac{4}{5} \div 2 = \frac{4 \div 2}{5} = \frac{2}{5}$$

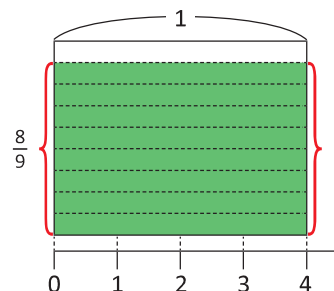
### Resuelve

Encuentra el resultado de las siguientes divisiones, tanto de forma gráfica como aplicando lo descrito en la parte del Comprende:

a.  $\frac{4}{7} \div 4$



b.  $\frac{8}{9} \div 4$



## 2.2 División de fracciones entre números naturales

### Recuerda

Verifica si las siguientes parejas de fracciones son equivalentes:

a.  $\frac{3}{4}$  y  $\frac{6}{8}$

b.  $\frac{9}{12}$  y  $\frac{12}{16}$

### Analiza

Calcula el resultado de la siguiente división:

$$\frac{3}{4} \div 2$$

### Soluciona



Julia

En la clase anterior aprendí que:

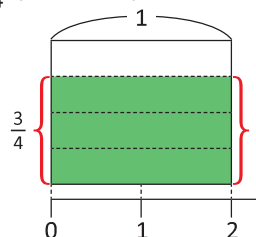
$$\frac{3}{4} \div 2 = \frac{3 \div 2}{4}$$

La división  $3 \div 2$  no es exacta. Pero, al amplificar  $\frac{3}{4}$  como  $\frac{3 \times 2}{4 \times 2} = \frac{6}{8}$ , entonces sí puedo dividir entre 2.

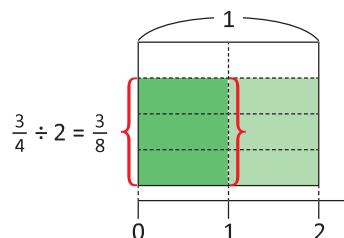
$$\begin{aligned} \frac{3}{4} \div 2 &= \frac{6}{8} \div 2 \\ &= \frac{6 \div 2}{8} \\ &= \frac{3}{8} \end{aligned}$$

R:  $\frac{3}{8}$

Gráficamente,  $\frac{3}{4}$  puedo representarlo así:



Al dividir entre 2, queda dividido en  $4 \times 2 = 8$  partes iguales:



### Comprende

Para dividir una fracción entre un número natural:

- ① Se deja el mismo numerador.
- ② Se multiplica el denominador por el número natural.

$$\frac{\triangle}{\square} \div \bullet = \frac{\triangle}{\square \times \bullet}$$

$\triangle$ ,  $\square$ ,  $\bullet$  representan cualquier número natural.

### Resuelve

1. Efectúa:

a.  $\frac{3}{5} \div 2$

b.  $\frac{3}{7} \div 4$

c.  $\frac{2}{7} \div 3$

d.  $\frac{3}{5} \div 5$

e.  $\frac{5}{6} \div 7$

f.  $\frac{4}{9} \div 11$

2. Si se reparten equitativamente  $\frac{2}{5}$  litros de leche en 3 vasos, ¿cuántos litros de leche quedan en cada vaso?
3. Si se reparten  $\frac{3}{4}$  qq de arroz en cantidades iguales en 5 sacos, ¿cuántos quintales de arroz quedan en cada saco?

## 2.3 División de números mixtos entre números naturales

### Recuerda

Efectúa:  $\frac{2}{3} + \frac{1}{6}$

### Analiza

Carlos tiene  $2\frac{1}{2}$  litros de jugo de naranja y los reparte en 3 recipientes. Si en cada recipiente coloca la misma cantidad de jugo, ¿cuántos litros de jugo hay en cada uno?

PO:  $2\frac{1}{2} \div 3$

¿Cómo se puede calcular  $2\frac{1}{2} \div 3$ ?

### Soluciona

Primero, escribo el número mixto (dividendo) como fracción impropia:

$$2\frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$



Antonio

Ahora, utilizo lo que aprendí en la clase anterior, es decir, dejo el mismo numerador y multiplico el denominador por el número natural:

$$\begin{aligned} 2\frac{1}{2} \div 3 &= \frac{5}{2} \div 3 \\ &= \frac{5}{2 \times 3} \\ &= \frac{5}{6} \end{aligned}$$

R:  $\frac{5}{6}$  litros.

### Comprende

Para dividir números mixtos entre números naturales:

- Se convierte el número mixto en fracción impropia.
- Se divide la fracción impropia entre el número natural usando el mismo procedimiento de la clase anterior, es decir, se deja el numerador y se multiplica el denominador por el número natural (si el resultado es fracción impropia, se puede convertir a número mixto).

Por ejemplo,  $3\frac{2}{5} \div 2$ :

$$\begin{aligned} 3\frac{2}{5} \div 2 &= \frac{17}{5} \div 2 \\ &= \frac{17}{5 \times 2} \\ &= \frac{17}{10} \left( = 1\frac{7}{10} \right) \end{aligned}$$

### Resuelve

1. Efectúa:

a.  $2\frac{1}{5} \div 3$

b.  $3\frac{1}{4} \div 4$

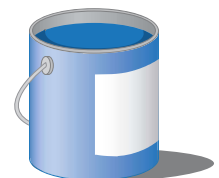
c.  $4\frac{2}{3} \div 5$

d.  $3\frac{1}{5} \div 3$

e.  $4\frac{3}{7} \div 5$

f.  $5\frac{2}{3} \div 4$

2. Si con  $1\frac{1}{4}$  gal se pintó una pared de  $40 \text{ m}^2$ , ¿cuánta pintura se utiliza para  $1 \text{ m}^2$ ?



## 2.4 Simplificación de divisiones

### Recuerda

Efectúa (simplifica la respuesta hasta su mínima expresión):  $\frac{7}{10} \times 15$

### Analiza

Efectúa (simplifica hasta su mínima expresión):  $\frac{4}{5} \div 12$

### Soluciona



José

Realizo primero la división, luego simplifico el resultado:

$$\frac{4}{5} \div 12 = \frac{4}{5 \times 12}$$

$$= \frac{\overset{1}{\cancel{4}}}{\underset{15}{60}} \quad \text{Divido el numerador y denominador entre 4, ya que el MCD de 4 y 60 es 4.}$$

$$= \frac{1}{15}$$

¡Simplifico la respuesta final!

Antes de realizar la multiplicación, me enfoco en los números 4 y 12, y simplifico, dividiendo ambos entre su MCD que es 4:



Ana

$$\frac{4}{5} \div 12 = \frac{\overset{1}{\cancel{4}}}{5 \times \underset{3}{\cancel{12}}}$$

$$= \frac{1}{5 \times 3}$$

$$= \frac{1}{15}$$

¡Al igual que la multiplicación, simplifico antes de multiplicar!

### Comprende

Simplificar una división antes de multiplicar es útil ya que se evitan cálculos más grandes. Para hacerlo, se divide el numerador y el número natural entre su MCD.

Por ejemplo,  $\frac{3}{4} \div 9$ :

$$\begin{aligned} \frac{3}{4} \div 9 &= \frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{4 \times \underset{3}{\cancel{9}}} \\ &= \frac{1}{4 \times 3} \\ &= \frac{1}{12} \end{aligned}$$



Algunas divisiones con números mixtos también se pueden simplificar al convertir el número mixto a fracción impropia. Por ejemplo:

$$\begin{aligned} 2\frac{4}{5} \div 6 &= \frac{14}{5} \div 6 \\ &= \frac{\overset{7}{\cancel{14}}}{5 \times \underset{3}{\cancel{6}}} \\ &= \frac{7}{5 \times 3} \\ &= \frac{7}{15} \end{aligned}$$

### Resuelve

1. Efectúa:

a.  $\frac{2}{5} \div 8$

b.  $\frac{12}{13} \div 6$

c.  $\frac{6}{7} \div 3$

d.  $\frac{18}{11} \div 9$

e.  $\frac{24}{7} \div 6$

f.  $\frac{22}{7} \div 11$

2. Si  $\frac{16}{5}$  lb de comida para perro se distribuyen equitativamente en 4 bolsas, ¿cuántas libras hay en cada bolsa?

3. Si  $3\frac{3}{4}$  qq de maíz se dividen en 5 partes iguales, ¿cuántos quintales hay en cada parte?



## 2.5 Practica lo aprendido

En resumen, en esta lección hemos aprendido que:

En la multiplicación, se multiplica el numerador por el número natural; mientras que, en la división, se multiplica el denominador por el número natural. Si es posible simplificar, hazlo antes de multiplicar.



1. Efectúa (simplifica donde sea posible):

a.  $\frac{2}{9} \times 4$

b.  $\frac{4}{5} \times 3$

c.  $3\frac{1}{4} \times 2$

d.  $\frac{3}{8} \times 10$

e.  $\frac{4}{5} \div 3$

f.  $\frac{1}{7} \div 10$

g.  $\frac{1}{10} \div 6$

h.  $\frac{6}{7} \div 2$

i.  $\frac{5}{8} \div 4$

2. David practica piano  $1\frac{1}{3}$  horas cada día. ¿Cuántas horas practicará en 5 días?

Uno de los pianistas más reconocidos de la historia fue **Ludwin Van Beethoven**. Aunque su vida estuvo marcada por una terrible sordera, algunos de sus trabajos más importantes los compuso cuando prácticamente era incapaz de escuchar.

Fuente: [www.biography.com](http://www.biography.com)



3. Se reparten equitativamente  $11\frac{2}{3}$  quintales de maíz en 10 recipientes. ¿Cuántos quintales hay en cada recipiente?

4. En la fábrica Camisal utilizaron  $8\frac{3}{4}$  yardas de tela para fabricar 5 camisas iguales. ¿Cuántas yardas utilizaron para cada camisa?

### ★ Desafiate

1. Julia trabajó  $\frac{3}{4}$  horas cada día, durante 2 días, en su proyecto de Ciencias. Mario trabajó  $\frac{1}{4}$  de hora cada día, durante 6 días, en el mismo proyecto. ¿Quién de ellos trabajó más tiempo en su proyecto?

El **tornillo de Arquímedes** posee más de 2,000 años de antigüedad. Históricamente ha sido utilizado para el riego y el drenaje de agua en las minas. Al girar el mecanismo, el agua asciende por medio del tornillo por el otro extremo.

Fuente: [www.historyybiografias.com](http://www.historyybiografias.com)



2. Al final de una jornada de ciclismo entre 5 compañeros, el equipo consumió 15 botellas de agua de  $\frac{3}{4}$  litros cada botella. Suponiendo que todos bebieron la misma cantidad de agua, ¿cuántos litros bebió cada uno?



### 3.1 Multiplicación por fracciones unitarias

#### Recuerda

Se llaman fracciones unitarias a aquellas cuyo numerador es 1; por ejemplo:  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{4}$ , etc. Escribe otros ejemplos de fracciones unitarias.

#### Analiza

Si una botella equivale a  $\frac{3}{4}$  litros, ¿cuántos litros hay en  $\frac{1}{2}$  botella?

**PO:**  $\frac{3}{4} \times \frac{1}{2}$

¿Cómo se puede calcular  $\frac{3}{4} \times \frac{1}{2}$ ?

Piensa: ¿cómo sería calcular la cantidad de litros en 2 botellas y en 3 botellas? ¿Cómo sería entonces para  $\frac{1}{2}$  botella?

2 botellas:  $\frac{3}{4} \times 2$ , es decir,  $\frac{3}{4}$  repetido 2 veces.

3 botellas:  $\frac{3}{4} \times 3$ , es decir,  $\frac{3}{4}$  repetido 3 veces.

$\frac{1}{2}$  botella:  $\frac{3}{4} \times \frac{1}{2}$ , es decir,  $\frac{3}{4}$  repetido  $\frac{1}{2}$  veces.

Además:

$$\begin{array}{l} \text{cantidad de litros} \\ \text{en una botella} \end{array} \times \begin{array}{l} \text{cantidad} \\ \text{de botellas} \end{array} = \begin{array}{l} \text{equivalencia} \\ \text{en litros} \end{array}$$



#### Soluciona



Carmen

La cantidad de litros en media botella la puedo encontrar también dividiendo entre 2 la cantidad de litros en 1 botella, es decir:

$$\frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{4} \div 2$$

¡Esta operación la aprendí en clases anteriores! Efectúo la división de una fracción por un número natural:

$$\begin{aligned} \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} &= \frac{3}{4} \div 2 \\ &= \frac{3}{4 \times 2} \\ &= \frac{3}{8} \end{aligned}$$

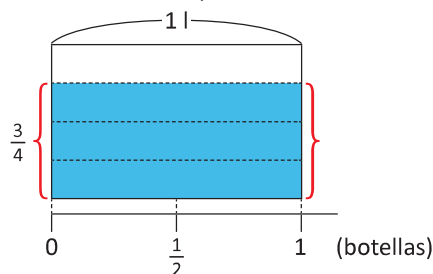
**R:**  $\frac{3}{8}$  litros.

La multiplicación  $\frac{3}{4} \times \frac{1}{2}$  significa tener  $\frac{3}{4}$  repetido  $\frac{1}{2}$  veces. Esto equivale a calcular  $\frac{1}{2}$  de  $\frac{3}{4}$ , es decir, la mitad de  $\frac{3}{4}$ .

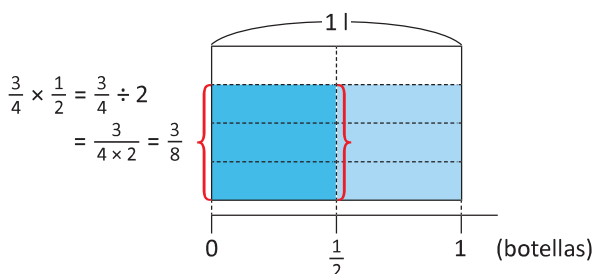


Mario

Represento gráficamente  $\frac{3}{4}$  l:



Lo divido en 2 partes iguales:



Después de dividir en 2 partes iguales, 1 litro quedará dividido en  $4 \times 2 = 8$  partes.

**R:**  $\frac{3}{8}$  litros.

## Comprende

Una multiplicación por una fracción unitaria equivale a una división entre número natural, donde el denominador de la fracción unitaria es el divisor.

$$\frac{\triangle}{\square} \times \frac{1}{\bullet} = \frac{\triangle}{\square} \div \bullet = \frac{\triangle}{\square \times \bullet}$$

$\triangle$ ,  $\square$ ,  $\bullet$  representan cualquier número natural.

Por ejemplo:

$$\begin{aligned} \frac{2}{5} \times \frac{1}{9} &= \frac{2}{5} \div 9 \\ &= \frac{2}{5 \times 9} \\ &= \frac{2}{45} \end{aligned}$$

## Resuelve

- Completa aplicando la equivalencia de multiplicación por fracción unitaria y división entre número natural, y luego efectúa:
  - $\frac{2}{5} \times \frac{1}{7} = \frac{2}{5} \div \square$
  - $\frac{3}{4} \times \frac{1}{5} = \frac{3}{4} \square 5$
  - $\frac{8}{9} \times \frac{1}{3} = \frac{8}{9} \div \square$
  - $\frac{7}{11} \times \frac{1}{2} = \frac{7}{11} \square 2$
- Calcula cuántos litros hay en las siguientes cantidades:
  - $\frac{1}{3}$  botellas
  - $\frac{1}{5}$  botellas
  - $\frac{1}{7}$  botellas
  - $\frac{1}{11}$  botellas

### ¿Sabías que...?

#### Historia de las fracciones

El origen de las fracciones o quebrados es muy remoto, ya eran conocidas por los babilonios, egipcios y griegos. Los egipcios resolvían problemas de la vida diaria mediante operaciones con fracciones. Entre ellas la distribución del pan, el sistema de construcción de pirámides y las medidas utilizadas para estudiar la tierra. Esto lo comprobamos en numerosas inscripciones antiguas como el Papiro de Ahmes.



En el siglo VI después de Cristo fueron los hindúes quienes establecieron las reglas de las operaciones con fracciones. En esa época, Aryabhata se preocupó de estas leyes y después lo hizo Bramagupta en el siglo VII.

Las reglas que utilizamos en la actualidad para trabajar con fracciones, fueron obra de Mahavira (en el siglo IX) y Bháskara (en el siglo XII).

El nombre de fracción se lo debemos a Juan de Luna, que tradujo al latín, en el siglo XII, el libro de aritmética de "Al-Juarizmi". Él empleó la palabra "fractio" para traducir la palabra árabe "al-Kasr", que significa quebrar, romper.

Las fracciones se conocen también con el nombre de "quebrados". El origen de las fracciones apunta a la necesidad de contar, de medir y de repartir, entre otras.

Fuente: <https://sites.google.com/site/cienciasnaturalesljbj>

### 3.2 Multiplicación con fracciones

#### Analiza

¿Cuántos litros hay en  $\frac{5}{7}$  botellas?

PO:  $\frac{3}{4} \times \frac{5}{7}$

¿Cómo se puede calcular  $\frac{3}{4} \times \frac{5}{7}$ ?

En la clase anterior aprendimos que:

$$\begin{aligned} \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} &= \frac{3}{4} \div 2 \\ &= \frac{3}{4 \times 2} \\ &= \frac{3}{8} \end{aligned}$$



#### Soluciona



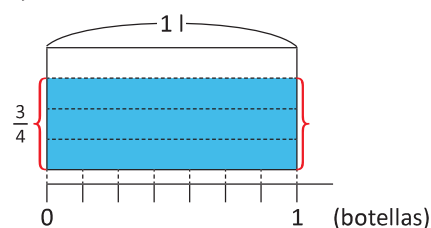
$\frac{3}{4} \times \frac{5}{7}$  significa tener  $\frac{3}{4}$  repetido  $\frac{5}{7}$  veces. Esto equivale a calcular  $\frac{5}{7}$  de  $\frac{3}{4}$ .

En  $\frac{5}{7}$  hay 5 veces  $\frac{1}{7}$ , es decir,  $\frac{1}{7} \times 5$ ; calculo primero  $\frac{1}{7}$  de  $\frac{3}{4}$  y luego multiplico por 5:

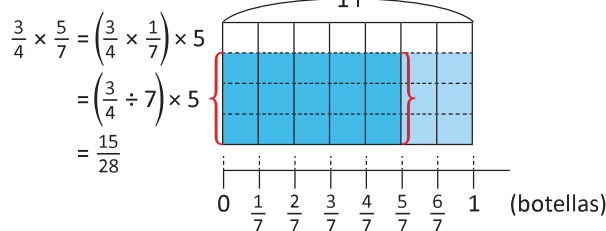
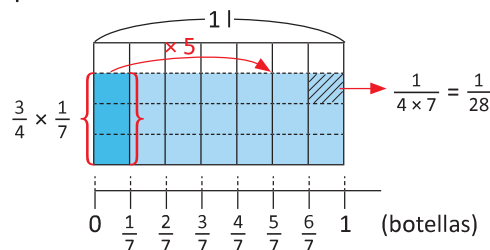
$$\begin{aligned} \frac{3}{4} \times \frac{5}{7} &= \left( \frac{3}{4} \times \frac{1}{7} \right) \times 5 \\ &= \left( \frac{3}{4} \div 7 \right) \times 5 \\ &= \frac{3}{4 \times 7} \times 5 \\ &= \frac{3}{28} \times 5 \\ &= \frac{15}{28} \end{aligned}$$

R:  $\frac{15}{28}$  litros.

Gráficamente,  $\frac{3}{4}$  lo represento así:



Divido  $\frac{3}{4}$  en 7 partes para calcular  $\frac{3}{4} \times \frac{1}{7}$ ; luego, multiplico por 5:



#### Comprende

Multiplicar una fracción por otra fracción se puede interpretar como calcular una fracción de otra fracción y, para calcular el resultado, se reescribe la multiplicación de la siguiente forma:

$$\frac{\triangle}{\square} \times \frac{\diamond}{\bullet} = \left( \frac{\triangle}{\square} \times \frac{1}{\bullet} \right) \times \diamond$$

$\triangle, \square, \diamond, \bullet$  representan cualquier número natural.

#### Resuelve

Efectúa:

a.  $\frac{4}{5} \times \frac{3}{7} = \left( \frac{\triangle}{\square} \times \frac{1}{\bullet} \right) \times \diamond =$

b.  $\frac{4}{9} \times \frac{2}{5} = \left( \frac{\triangle}{\square} \times \frac{1}{\bullet} \right) \times \diamond =$

c.  $\frac{1}{7} \times \frac{2}{3}$

d.  $\frac{6}{7} \times \frac{2}{7}$

### 3.3 Algoritmo de la multiplicación

#### Analiza

El resultado de la multiplicación  $\frac{3}{4} \times \frac{5}{7}$  es  $\frac{15}{28}$  (lo calculaste en la clase anterior). Realiza lo siguiente:

- Encuentra la fracción cuyo numerador es igual al producto de los numeradores de  $\frac{3}{4}$  y  $\frac{5}{7}$ , y cuyo denominador es igual al producto de los denominadores de  $\frac{3}{4}$  y  $\frac{5}{7}$ .
- ¿Es la fracción que encontraste en a. igual al resultado de  $\frac{3}{4} \times \frac{5}{7}$ ? ¿Qué puedes concluir sobre el procedimiento para multiplicar fracciones?

#### Soluciona

- Multiplico los numeradores de  $\frac{3}{4}$  y  $\frac{5}{7}$ :

$$3 \times 5 = 15$$

- Multiplico los denominadores de  $\frac{3}{4}$  y  $\frac{5}{7}$ :

$$4 \times 7 = 28$$

Entonces, la fracción buscada es  $\frac{15}{28}$ .

- Sí, es igual la fracción encontrada en a. con el resultado de  $\frac{3}{4} \times \frac{5}{7}$ . Esto quiere decir que para multiplicar fracciones debo multiplicar los numeradores y multiplicar los denominadores, o sea:

$$\begin{aligned} \frac{3}{4} \times \frac{5}{7} &= \frac{3 \times 5}{4 \times 7} \\ &= \frac{15}{28} \end{aligned}$$



#### Comprende

En resumen, para multiplicar una fracción por otra fracción:

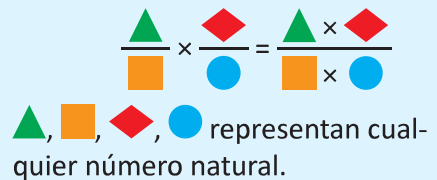
- Se multiplican los numeradores.
- Se multiplican los denominadores.

Si el resultado es una fracción impropia, puede convertirse a número mixto.

Por ejemplo,  $\frac{2}{3} \times \frac{2}{5}$ :

$$\begin{aligned} \frac{2}{3} \times \frac{2}{5} &= \frac{2 \times 2}{3 \times 5} \\ &= \frac{4}{15} \end{aligned}$$

Para multiplicar números naturales por fracciones, multiplica el número natural por el numerador y deja el mismo denominador.



También, siempre que aparezcan números naturales en una multiplicación con fracciones, puedes escribir un 1 como denominador al número natural y multiplicar como si fuesen dos fracciones. Por ejemplo:

$$\begin{aligned} \frac{3}{5} \times 4 &= \frac{3}{5} \times \frac{4}{1} \\ &= \frac{3 \times 4}{5} \\ &= \frac{12}{5} \end{aligned}$$

#### Resuelve

Efectúa:

a.  $\frac{3}{5} \times \frac{2}{7}$

b.  $\frac{3}{4} \times \frac{5}{8}$

c.  $\frac{5}{6} \times \frac{1}{2}$

d.  $\frac{1}{3} \times \frac{2}{5}$

e.  $\frac{2}{9} \times \frac{8}{3}$

f.  $\frac{7}{5} \times \frac{3}{4}$

g.  $\frac{5}{7} \times 3$

h.  $5 \times \frac{8}{3}$

### 3.4 Simplificación de multiplicación de fracciones

#### Recuerda

¿Cuáles son los pasos para multiplicar fracciones?

#### Analiza

Calcula el resultado de la siguiente multiplicación (recuerda simplificar):

$$\frac{10}{9} \times \frac{3}{5}$$

#### Soluciona

Realizo la multiplicación y simplifico el resultado:



Ana

$$\begin{aligned} \frac{10}{9} \times \frac{3}{5} &= \frac{10 \times 3}{9 \times 5} \\ &= \frac{\overset{2}{\cancel{30}}}{\underset{3}{\cancel{45}}} \\ &= \frac{2}{3} \end{aligned}$$

El MCD de 30 y 45 es 15

Simplifico antes de multiplicar; el MCD de 10 y 5 es 5, mientras que el de 3 y 9 es 3:



Carlos

$$\begin{aligned} \frac{10}{9} \times \frac{3}{5} &= \frac{\overset{2}{\cancel{10}} \times \overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{3}{\cancel{9}} \times \underset{1}{\cancel{5}}} \\ &= \frac{2 \times 1}{3 \times 1} \\ &= \frac{2}{3} \end{aligned}$$

#### Comprende

Cuando sea posible, es mejor simplificar antes de multiplicar. Puede simplificarse cualquier numerador con cualquier denominador.

#### ¿Qué pasaría?

También puedes simplificar de la siguiente forma:

$$\frac{\overset{2}{\cancel{10}}}{\underset{3}{\cancel{9}}} \times \frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{1}{\cancel{5}}} = \frac{2}{3} \times \frac{1}{1} = \frac{2}{3}$$

#### Resuelve

1. Efectúa (simplifica antes de realizar el cálculo):

a.  $\frac{4}{21} \times \frac{7}{10}$

b.  $\frac{7}{24} \times \frac{4}{7}$

c.  $\frac{12}{35} \times \frac{14}{15}$

d.  $\frac{5}{9} \times \frac{7}{15}$

e.  $\frac{3}{8} \times \frac{6}{7}$

f.  $\frac{11}{7} \times \frac{49}{44}$

2. Si 1 botella equivale a  $\frac{3}{4}$  litros, ¿a cuántos litros equivalen  $\frac{8}{9}$  botellas?

#### ★ Desafíate

Utiliza la información del “¿Qué pasaría?” para completar el esquema con los números adecuados:

$$\frac{\square}{5} \times \frac{3}{\square} = \frac{\square}{5} \times \frac{3}{\square} = \frac{3}{10}$$

## 3.5 Multiplicación con números mixtos

### Recuerda

Efectúa:

$$2\frac{1}{3} \times 4$$

### Analiza

Realiza la siguiente multiplicación:

$$1\frac{2}{3} \times 2\frac{3}{4}$$

### Soluciona

Convierto los números mixtos a fracciones impropias y multiplico:

$$1\frac{2}{3} = \frac{5}{3} \quad \text{y} \quad 2\frac{3}{4} = \frac{11}{4}$$



Beatriz

Luego:

$$\begin{aligned} 1\frac{2}{3} \times 2\frac{3}{4} &= \frac{5}{3} \times \frac{11}{4} \\ &= \frac{5 \times 11}{3 \times 4} \\ &= \frac{55}{12} \\ &= 4\frac{7}{12} \end{aligned}$$

### Comprende

Para multiplicar con números mixtos:

- ① Se convierten los números mixtos en fracciones impropias.
- ② Si es posible simplificar, se simplifica.
- ③ Se multiplica numerador por numerador y denominador por denominador. Si el resultado es una fracción impropia, se puede convertir a número mixto.

Por ejemplo:

$$\begin{aligned} \frac{2}{5} \times 5\frac{1}{4} &= \frac{2}{5} \times \frac{21}{4} \\ &= \frac{1}{5} \times \frac{21}{2} \\ &= \frac{1 \times 21}{5 \times 2} \\ &= \frac{21}{10} \left( = 2\frac{1}{10} \right) \end{aligned}$$

### Resuelve

1. Realiza las siguientes multiplicaciones:

a.  $1\frac{2}{5} \times 2\frac{2}{3}$

b.  $2\frac{1}{2} \times 1\frac{2}{3}$

c.  $1\frac{1}{6} \times \frac{3}{7}$

d.  $\frac{3}{4} \times 2\frac{4}{5}$

e.  $2\frac{6}{7} \times 4$

f.  $6 \times 2\frac{1}{9}$

2. Si se necesitan  $1\frac{1}{3}$  tazas con leche para preparar un vaso de licuado de guineo, ¿cuántas tazas con leche se necesitan para preparar 2 vasos y medio?

### 3.6 Propiedades conmutativa y asociativa en fracciones

#### Analiza

En cada literal, calcula los resultados de las multiplicaciones y verifica que son iguales:

a.  $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}$  y  $\frac{4}{5} \times \frac{2}{3}$

b.  $(\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}) \times \frac{1}{3}$  y  $\frac{2}{3} \times (\frac{4}{5} \times \frac{1}{3})$

#### Soluciona

a. Realizo ambas multiplicaciones:



Antonio

$$\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{2 \times 4}{3 \times 5} = \frac{8}{15}$$

$$\frac{4}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{4 \times 2}{5 \times 3} = \frac{8}{15}$$

¡El resultado es el mismo! Es decir:

$$\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{4}{5} \times \frac{2}{3}$$

b. Calculo el resultado de ambas multiplicaciones:

$$\begin{aligned} (\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}) \times \frac{1}{3} &= \frac{8}{15} \times \frac{1}{3} \\ &= \frac{8 \times 1}{15 \times 3} \\ &= \frac{8}{45} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{2}{3} \times (\frac{4}{5} \times \frac{1}{3}) &= \frac{2}{3} \times \frac{4}{15} \\ &= \frac{2 \times 4}{3 \times 15} \\ &= \frac{8}{45} \end{aligned}$$

¡Obtuve el mismo resultado! Es decir:

$$(\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}) \times \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \times (\frac{4}{5} \times \frac{1}{3})$$

#### Comprende

- Propiedad conmutativa: al multiplicar dos fracciones, no importa en qué orden se haga, el resultado es el mismo. Es decir, si  $\blacktriangle$  y  $\blacksquare$  representan fracciones entonces:

$$\blacktriangle \times \blacksquare = \blacksquare \times \blacktriangle$$

- Propiedad asociativa: para multiplicar tres o más fracciones se puede ir multiplicando de dos en dos. Es decir, si  $\blacktriangle$ ,  $\blacksquare$  y  $\bullet$  representan fracciones, entonces:

$$(\blacktriangle \times \blacksquare) \times \bullet = \blacktriangle \times (\blacksquare \times \bullet)$$

#### Resuelve

1. Comprueba la propiedad conmutativa en las siguientes multiplicaciones:

a.  $\frac{3}{5} \times \frac{7}{2}$

b.  $\frac{3}{5} \times 4$

2. Comprueba la propiedad asociativa en las siguientes multiplicaciones:

a.  $\frac{2}{7} \times \frac{4}{5} \times \frac{1}{3}$

b.  $\frac{3}{5} \times \frac{3}{2} \times \frac{1}{5}$

c.  $\frac{5}{7} \times \frac{6}{5} \times \frac{1}{3}$

#### ★ Desafiate

Realiza la siguiente multiplicación:

$$\frac{4}{5} \times \frac{3}{4} \times \frac{5}{6} \times \frac{3}{5}$$

## 3.7 Aplicaciones de las propiedades conmutativa y asociativa

### Analiza

Utiliza las propiedades conmutativa y asociativa para simplificar y calcular el resultado de cada multiplicación:

a.  $\frac{3}{4} \times \frac{1}{5} \times \frac{8}{15}$

b.  $\frac{4}{11} \times \frac{7}{15} \times \frac{9}{8}$

### Soluciona



Carlos

a. Utilizo la propiedad conmutativa para cambiar el orden de las fracciones  $\frac{1}{5}$  y  $\frac{8}{15}$ :

$$\frac{3}{4} \times \frac{1}{5} \times \frac{8}{15} = \frac{3}{4} \times \frac{8}{15} \times \frac{1}{5}$$

Utilizo la propiedad asociativa para calcular el resultado de  $\frac{3}{4} \times \frac{8}{15}$  (simplifico antes):

$$\begin{aligned} \frac{3}{4} \times \frac{1}{5} \times \frac{8}{15} &= \left( \frac{\cancel{3}^1}{4} \times \frac{\cancel{8}_2}{\cancel{15}_5} \right) \times \frac{1}{5} \\ &= \left( \frac{1}{1} \times \frac{2}{5} \right) \times \frac{1}{5} \\ &= \frac{2}{5} \times \frac{1}{5} \\ &= \frac{2}{25} \end{aligned}$$

El MCD de 3 y 15 es 3; mientras que el de 4 y 8 es 4.

b. Simplifico  $\frac{7}{15}$  y  $\frac{9}{8}$  (el MCD de 15 y 9 es 3):

$$\frac{4}{11} \times \frac{\cancel{7}_3}{\cancel{15}_5} \times \frac{\cancel{9}^3}{8} = \frac{4}{11} \times \frac{7}{5} \times \frac{3}{8}$$

Ahora, puedo simplificar  $\frac{4}{11}$  y  $\frac{3}{8}$ . Si aplico la propiedad conmutativa y asociativa entonces obtendré el mismo resultado que si hago lo siguiente:

$$\frac{\cancel{4}^1}{11} \times \frac{7}{5} \times \frac{\cancel{3}_2}{8} = \frac{1}{11} \times \frac{7}{5} \times \frac{3}{2}$$

¡Puedo simplificar cualquier pareja de numerador y denominador! Ahora, calculo el producto:

$$\begin{aligned} \frac{1}{11} \times \frac{7}{5} \times \frac{3}{2} &= \frac{1 \times 7 \times 3}{11 \times 5 \times 2} \\ &= \frac{21}{110} \end{aligned}$$

### Comprende

Las propiedades conmutativa y asociativa se utilizan en las multiplicaciones de tres o más fracciones. El cálculo puede realizarse de las siguientes formas:

- Cambiar el orden de las fracciones y asociar de manera conveniente para evitar realizar cálculos muy grandes y simplificar antes de multiplicar.
- Simplificar las parejas de números (numerador con denominador) para reducir las fracciones a su mínima expresión. Luego, efectuar el producto de los numeradores y el de los denominadores.

### Resuelve

Aplica las propiedades conmutativa y asociativa para calcular el resultado de:

a.  $\frac{3}{4} \times \frac{1}{7} \times \frac{8}{21}$

b.  $\frac{10}{27} \times \frac{4}{11} \times \frac{3}{5}$

c.  $\frac{4}{15} \times \frac{5}{6} \times \frac{3}{2}$

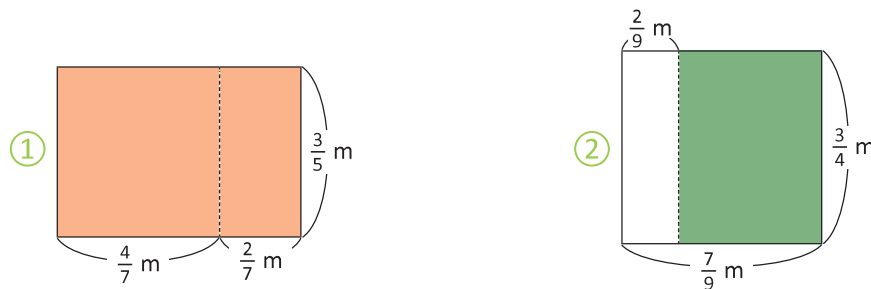
d.  $8 \times \frac{1}{10} \times \frac{7}{6}$



### 3.8 Propiedad distributiva

#### Analiza

Encuentra el área sombreada de los siguientes rectángulos de dos formas diferentes:



#### Soluciona



Mario

En el rectángulo ①, observo que el largo mide  $(\frac{4}{7} + \frac{2}{7})$  m y el ancho  $\frac{3}{5}$  m. Entonces, su área es:

$$(\frac{4}{7} + \frac{2}{7}) \times \frac{3}{5} = \frac{6}{7} \times \frac{3}{5} = \frac{18}{35}$$

R:  $\frac{18}{35}$  m<sup>2</sup>

También puedo encontrar el área de cada rectángulo por separado, y luego sumarlas. Las áreas son:

$$(\frac{4}{7} \times \frac{3}{5}) \text{ m}^2 \quad \text{y} \quad (\frac{2}{7} \times \frac{3}{5}) \text{ m}^2$$

Sumo ambas:

$$\frac{4}{7} \times \frac{3}{5} + \frac{2}{7} \times \frac{3}{5} = \frac{12}{35} + \frac{6}{35} = \frac{18}{35}$$

R:  $\frac{18}{35}$  m<sup>2</sup> ¡El resultado es el mismo!

En el rectángulo ②, observo que el largo mide  $(\frac{7}{9} - \frac{2}{9})$  m y el ancho  $\frac{3}{4}$  m. Entonces, su área es:

$$(\frac{7}{9} - \frac{2}{9}) \times \frac{3}{4} = \frac{5}{9} \times \frac{3}{4} = \frac{5}{12}$$

R:  $\frac{5}{12}$  m<sup>2</sup>

También puedo encontrar el área, calculando el área total y restándole la del rectángulo blanco. Las áreas son:

$$(\frac{7}{9} \times \frac{3}{4}) \text{ m}^2 \quad \text{y} \quad (\frac{2}{9} \times \frac{3}{4}) \text{ m}^2$$

Realizo la resta:

$$\frac{7}{9} \times \frac{3}{4} - \frac{2}{9} \times \frac{3}{4} = \frac{7}{12} - \frac{2}{12} = \frac{5}{12}$$

R:  $\frac{5}{12}$  m<sup>2</sup> ¡Obtuve el mismo resultado!



Julia

#### Comprende

Propiedad distributiva: Si  $\blacktriangle$ ,  $\blacksquare$  y  $\bullet$  representan fracciones se tienen las siguientes igualdades:

- Propiedad distributiva de la multiplicación sobre la suma:

$$(\blacksquare + \bullet) \times \blacktriangle = \blacksquare \times \blacktriangle + \bullet \times \blacktriangle$$

$$\blacktriangle \times (\blacksquare + \bullet) = \blacktriangle \times \blacksquare + \blacktriangle \times \bullet$$

- Propiedad distributiva de la multiplicación sobre la resta:

$$(\blacksquare - \bullet) \times \blacktriangle = \blacksquare \times \blacktriangle - \bullet \times \blacktriangle$$

$$\blacktriangle \times (\blacksquare - \bullet) = \blacktriangle \times \blacksquare - \blacktriangle \times \bullet$$

#### Resuelve

Encuentra las parejas de cálculos que sean iguales:

a.  $(\frac{2}{3} + \frac{5}{3}) \times \frac{4}{5}$       b.  $\frac{2}{3} \times (\frac{5}{6} - \frac{1}{6})$       c.  $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} + \frac{5}{3} \times \frac{4}{5}$       d.  $\frac{1}{2} \times \frac{3}{2} - \frac{1}{2} \times \frac{2}{3}$

e.  $(\frac{3}{7} + \frac{2}{7}) \times \frac{1}{2}$       f.  $\frac{1}{2} \times (\frac{3}{2} - \frac{2}{3})$       g.  $\frac{3}{7} \times \frac{1}{2} + \frac{2}{7} \times \frac{1}{2}$       h.  $\frac{2}{3} \times \frac{5}{6} - \frac{2}{3} \times \frac{1}{6}$

### 3.9 Relación entre el multiplicador y el producto

#### Analiza

Un alambre de 1 m de longitud pesa 12 g. Encuentra cuál de los siguientes alambres pesa más de 12 g, exactamente 12 g, y menos de 12 g:

a.  $1\frac{1}{4}$  m

b. 1 m

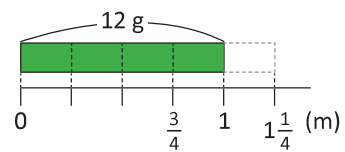
c.  $\frac{3}{4}$  m

PO:  $12 \times 1\frac{1}{4}$

PO:  $12 \times 1$

PO:  $12 \times \frac{3}{4}$

Piensa con un gráfico:



Observa que:

Peso de alambre de 1 m  $\times$  nueva longitud = peso de alambre con nueva longitud.



#### Soluciona



a.  $12 \times 1\frac{1}{4} = \overset{3}{\cancel{12}} \times \overset{5}{\cancel{4}} = 3 \times 5 = 15$

R: 15 g

b.  $12 \times 1 = 12$

R: 12 g

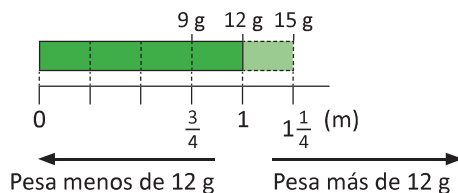
c.  $\overset{3}{\cancel{12}} \times \overset{3}{\cancel{4}} = 3 \times 3 = 9$

R: 9 g

Observa que, en  $12 \times 1\frac{1}{4}$ , el multiplicador es mayor a 1 y el resultado es **mayor** a 12 (multiplicando); mientras que en  $12 \times \frac{3}{4}$ , el multiplicador es menor a 1 y el resultado es **menor** a 12 (multiplicando).



Observo lo siguiente: el alambre de  $1\frac{1}{4}$  m pesa más que 12 g, y el de  $\frac{3}{4}$  m pesa menos que 12 g. Sin necesidad de hacer la multiplicación, puedo verificar lo anterior con la gráfica:



multiplicador  $< 1 \rightarrow$  resultado  $<$  multiplicando  
multiplicador  $> 1 \rightarrow$  resultado  $>$  multiplicando

#### Comprende

En una multiplicación:

- Cuando el multiplicador es menor que 1, el resultado es menor que el multiplicando. Por ejemplo:  $60 \times \frac{2}{3} = 40$  y  $40 < 60$
- Cuando el multiplicador es igual a 1, el resultado es igual al multiplicando. Por ejemplo:  $60 \times 1 = 60$
- Cuando el multiplicador es mayor que 1, el resultado es mayor que el multiplicando. Por ejemplo:  $60 \times 1\frac{1}{3} = 80$  y  $80 > 60$



#### Resuelve

1. Estima cuáles de los siguientes productos son menores que 60, iguales que 60 y mayores que 60:

a.  $60 \times \frac{1}{3}$     b.  $60 \times \frac{5}{3}$     c.  $60 \times 1$     d.  $60 \times \frac{2}{5}$     e.  $60 \times 2\frac{1}{2}$     f.  $60 \times \frac{4}{4}$

2. Estima cuáles de los siguientes productos son menores a  $\frac{4}{5}$ , iguales a  $\frac{4}{5}$  y mayores a  $\frac{4}{5}$ :

a.  $\frac{4}{5} \times \frac{10}{7}$     b.  $\frac{4}{5} \times \frac{2}{3}$     c.  $\frac{4}{5} \times 1\frac{1}{3}$     d.  $\frac{4}{5} \times 1$     e.  $\frac{4}{5} \times 2$     f.  $\frac{4}{5} \times \frac{3}{10}$

### 3.10 Números recíprocos

#### Analiza

Si se seleccionan dos de los siguientes números y se multiplican, ¿cuáles parejas dan como producto 1?

2/5

1/7

1/3

7

5/2

#### Soluciona



José

Multiplico  $\frac{2}{5}$  con  $\frac{5}{2}$ , y  $\frac{1}{7}$  con 7 (puedo simplificar):

$$\frac{\cancel{2}^1}{\cancel{5}_1} \times \frac{\cancel{5}^1}{\cancel{2}_1} = 1 \times 1 = 1 \quad \text{y} \quad \frac{1}{\cancel{7}_1} \times \cancel{7}^1 = 1 \times 1 = 1$$

R:  $\frac{2}{5}$  y  $\frac{5}{2}$ ; también  $\frac{1}{7}$  y 7.

#### Comprende

Cuando el producto de dos números es **1**, a estos números se les llama **recíprocos**. Se dice de cada uno que es el número recíproco del otro. Por ejemplo:

$\frac{2}{5}$  es el número recíproco de  $\frac{5}{2}$ ; y  $\frac{5}{2}$  es el número recíproco de  $\frac{2}{5}$ .

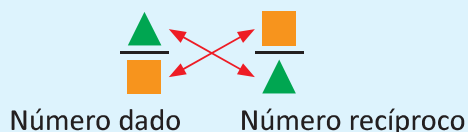
$\frac{1}{7}$  es el número recíproco de 7; y 7 es el número recíproco de  $\frac{1}{7}$ .

Observa que, los recíprocos de algunas fracciones son números naturales. Por eso, no hablamos de "fracciones recíprocas" sino, de manera más general, de "números recíprocos".



A los **números recíprocos** también se les llama **números inversos**.

Dado un número, su recíproco se encuentra intercambiando numerador con denominador. Si es un número natural, recuerda escribirlo con denominador 1:



Se puede comprobar que dos números son recíprocos, si al multiplicarlos el resultado es 1.

Ejemplo:

a.  $\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = 1$   
 Número dado                  Número recíproco

b.  $\frac{3}{1} \times \frac{1}{3} = 1$

$\frac{3}{2} \times \frac{2}{3} = 1$   
 Número dado                  Número recíproco

$\frac{1}{3} \times \frac{3}{1} = 1$

Comprobación:  $\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{3}{2} \times \frac{2}{3} = 1$

#### Resuelve

Encuentra el número recíproco de los siguientes números:

- |                  |                  |                  |
|------------------|------------------|------------------|
| a. $\frac{5}{3}$ | b. $\frac{2}{7}$ | c. $\frac{5}{7}$ |
| d. 6             | e. 2             | f. 7             |
| g. $\frac{1}{5}$ | h. $\frac{1}{3}$ | i. $\frac{1}{4}$ |

En d, e y f, recuerda colocarles denominador 1 para hallar su número recíproco; y en g, h e i, observa que los números recíprocos de estas fracciones son números naturales.



### 3.11 Practica lo aprendido

1. Efectúa:

a.  $\frac{3}{5} \times \frac{1}{4}$

b.  $\frac{3}{5} \times \frac{3}{4}$

c.  $\frac{8}{9} \times \frac{6}{7}$

d.  $2\frac{1}{3} \times 1\frac{4}{5}$

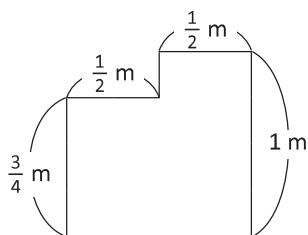
e.  $2\frac{3}{5} \times \frac{25}{26}$

f.  $\left(\frac{3}{4} \times \frac{5}{6}\right) + \left(\frac{1}{4} \times \frac{5}{6}\right)$

g.  $\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{2}\right) \times \frac{5}{6}$

h.  $\left(\frac{1}{7} \times \frac{6}{11}\right) + \left(\frac{1}{7} \times \frac{8}{11}\right)$

2. Una receta para panecitos de chocolate y vainilla requiere  $\frac{3}{4}$  taza de vainilla. Si preparamos  $\frac{7}{6}$  de la receta, ¿cuánta vainilla necesitamos?
3. Juan avanza en su bicicleta  $\frac{2}{5}$  km por minuto. Si le toma  $3\frac{1}{2}$  minutos llegar desde su casa a la casa de su amigo, ¿a qué distancia se encuentran sus casas?
4. Encuentra el área de la siguiente figura:



5. Estima cuál de los siguientes productos es mayor, igual o menor que  $\frac{6}{7}$ :

a.  $\frac{6}{7} \times 1$

b.  $\frac{6}{7} \times \frac{4}{3}$

c.  $\frac{6}{7} \times \frac{1}{3}$

6. Encuentra el número recíproco de los siguientes números y compruébalo:

a.  $\frac{4}{7}$

b.  $\frac{1}{8}$

c.  $\frac{9}{5}$

d.  $2\frac{3}{5}$

#### ★ Desafiate

1. El cabello de Cristina tiene un largo de 60 cm, ella cortó  $\frac{2}{3}$  del largo de su cabello y donó  $\frac{3}{4}$  de lo que cortó a un taller de pelucas para niñas con cáncer. ¿Cuántos centímetros de su cabello donó Cristina?
2. El cuadrado de abajo tiene área  $1 \text{ m}^2$ . Encuentra las fracciones que deben multiplicarse para obtener la áreas sombreadas, y su respectivo resultado en metros cuadrados:

