

Unidad 3

División de fracciones y operaciones combinadas



En esta unidad aprenderás a

- Dividir números naturales entre fracciones
- Dividir fracciones entre fracciones
- Realizar operaciones combinadas con números naturales, números decimales, fracciones y números mixtos
- Desarrollar operaciones combinadas utilizando paréntesis

1.1 Practica lo aprendido

- Dos números son recíprocos si, al multiplicarlos, el resultado es 1. Para hallar el recíproco de un número, si es una fracción, se intercambia numerador y denominador; si es un número natural, se escribe con denominador 1 y se procede como una fracción.

Ejemplos:

Número	Número recíproco	Comprobación
$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{3}{2} \times \frac{2}{3} = 1$
$7 = \frac{7}{1}$	$\frac{1}{7}$	$7 \times \frac{1}{7} = \frac{1}{7} \times 7 = 1$

- Cualquier número dividido entre 1, da como resultado el mismo número.

$$4 \div 1 = 4; 0.3 \div 1 = 0.3; \frac{2}{3} \div 1 = \frac{2}{3}; \text{etc.}$$

- Propiedad de la división: al multiplicar el dividendo y el divisor por un mismo número, el resultado no cambia.

$$\begin{array}{ccc} 12 & \div & 3 = 4 \\ \downarrow \times 5 & & \downarrow \times 5 \quad \uparrow \\ 60 & \div & 15 = 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} 2,400 & \div & 300 = 8 \\ \downarrow \times \frac{1}{100} & & \downarrow \times \frac{1}{100} \quad \uparrow \\ 24 & \div & 3 = 8 \end{array}$$

1. Encuentra, en cada caso, el número recíproco:

a. $\frac{5}{6}$

b. $\frac{3}{4}$

c. $\frac{6}{7}$

d. $\frac{5}{7}$

e. $\frac{1}{3}$

f. $\frac{1}{4}$

g. 2

h. 5

i. $1\frac{2}{3}$

j. $\frac{9}{2}$

2. Efectúa:

a. $8 \div 1$

b. $22 \div 1$

c. $\frac{1}{3} \div 1$

d. $\frac{2}{3} \div 1$

e. $\frac{5}{4} \div 1$

f. $3\frac{4}{5} \div 1$

3. Escribe en los recuadros los datos faltantes para comprobar la propiedad de la división:

a. $\frac{6}{3} \div \frac{3}{3} = 2$
 $\downarrow \times \square$ $\downarrow \times \square$ \uparrow
 $60 \div 30 = 2$

b. $\frac{45}{9} \div \frac{9}{9} = 5$
 $\downarrow \times 2$ $\downarrow \times 2$ \uparrow
 $\square \div \square = \square$

c. $\frac{80}{8} \div \frac{8}{8} = 10$
 $\downarrow \times \frac{1}{8}$ $\downarrow \times \frac{1}{8}$ \uparrow
 $\square \div \square = \square$

d. $\frac{63}{9} \div \frac{9}{9} = 7$
 $\downarrow \times \frac{1}{9}$ $\downarrow \times \frac{1}{9}$ \uparrow
 $\square \div \square = \square$

e. $\frac{27}{9} \div \frac{9}{9} = 3$
 $\downarrow \times \square$ $\downarrow \times \square$ \uparrow
 $81 \div 9 = \square$

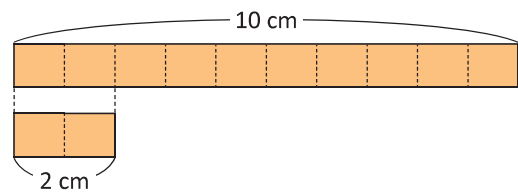
Observa que, en las divisiones c. y d., cada una de ellas se ha transformado en otra donde el divisor es 1.



1.2 División de la unidad entre una fracción unitaria

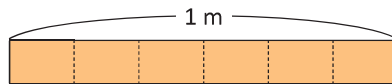
Recuerda

Si un listón de 10 cm de longitud se corta en listoncitos de 2 cm, ¿cuántos listoncitos se obtienen?, ¿qué operación realizaste para saberlo?



Analiza

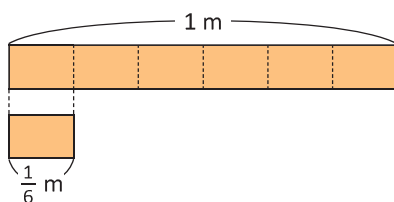
Un listón de 1 m de longitud se cortará en listoncitos de $\frac{1}{6}$ m. ¿Cuántos listoncitos se obtendrán? Escribe el **PO** y encuentra la respuesta.



Soluciona

PO: $1 \div \frac{1}{6}$

En la gráfica observo que el listón de 1 m se dividió en 6 partes iguales y la longitud de cada una es $\frac{1}{6}$ m:



En 1 m cabe 6 veces $\frac{1}{6}$ m.

R: 6 listoncitos.

Resuelvo utilizando la propiedad de la división y obtengo una división entre 1, multiplicando el dividendo y el divisor por 6:

$$\begin{array}{r} 1 \div \frac{1}{6} = 6 \\ \downarrow \times 6 \quad \downarrow \times 6 \\ 6 \div 1 = 6 \end{array}$$



Entonces, $1 \div \frac{1}{6} = 6$

R: 6 listoncitos.

Comprende

El resultado de dividir la unidad entre una fracción unitaria es igual al denominador de la fracción.

$$1 \div \frac{1}{d} = d$$

d representa cualquier número natural.

Por ejemplo, $1 \div \frac{1}{7}$:

$$1 \div \frac{1}{7} = 7$$

Resuelve

1. Efectúa:

a. $1 \div \frac{1}{3}$

b. $1 \div \frac{1}{5}$

c. $1 \div \frac{1}{8}$

d. $1 \div \frac{1}{10}$

e. $1 \div \frac{1}{12}$

f. $1 \div \frac{1}{100}$

2. De 1 kg de frijoles se quieren hacer bolsitas de $\frac{1}{5}$ kg. ¿Cuántas bolsitas se obtendrán? Escribe el **PO** y encuentra la respuesta.

1.3 División de la unidad entre una fracción

Recuerda

Efectúa:

a. $1 \div \frac{1}{13}$

b. $1 \div \frac{1}{20}$

Analiza

Calcula el resultado de la división:

$$1 \div \frac{2}{5}$$

¿Qué número debe multiplicarse por el dividendo y el divisor para que el nuevo divisor sea 1?

$$\begin{array}{r} 1 \div \frac{2}{5} = \square \\ \downarrow \times \square \\ \square \div 1 = \square \end{array}$$



Soluciona

Utilizo la propiedad de la división, para obtener una división entre 1, multiplicando el dividendo y el divisor por el recíproco de $\frac{2}{5}$, o sea, $\frac{5}{2}$:



José

$$\begin{array}{r} 1 \div \frac{2}{5} = \frac{5}{2} \\ \downarrow \times \frac{5}{2} \\ \frac{5}{2} \div 1 = \frac{5}{2} \end{array}$$

Entonces, $1 \div \frac{2}{5} = \frac{5}{2}$. ¡Dividir la unidad entre una fracción es igual al recíproco de la fracción!

Comprende

El resultado de dividir la unidad entre una fracción es igual al recíproco de la fracción.

$$1 \div \frac{c}{d} = \frac{d}{c}$$

c y d representan cualquier número natural.

Por ejemplo, $1 \div \frac{3}{4}$:

$$1 \div \frac{3}{4} = \frac{4}{3}$$

Resuelve

1. Efectúa:

a. $1 \div \frac{2}{3}$

b. $1 \div \frac{3}{5}$

c. $1 \div \frac{2}{7}$

d. $1 \div \frac{3}{11}$

e. $1 \div \frac{5}{14}$

f. $1 \div \frac{13}{100}$

2. Un litro de agua se reparte en botellas de capacidad $\frac{3}{4}$ litros. ¿Cuántas botellas se obtendrán? Escribe el PO y calcula la respuesta.

1.4 División de números naturales entre fracciones

Analiza

Ana tiene 2 listones, **a.** uno de 3 m de longitud que cortará en listoncitos de $\frac{1}{4}$ m, y **b.** otro de 4 m de longitud que cortará en listoncitos de $\frac{2}{5}$ m.
¿Cuántos listoncitos obtendrá en cada caso?

a. PO: $3 \div \frac{1}{4}$

b. PO: $4 \div \frac{2}{5}$

Soluciona



Beatriz

a. Utilizo la propiedad de la división y multiplico el dividendo y el divisor por 4:

$$\begin{array}{ccc} 3 & \div & \frac{1}{4} \\ \downarrow \times 4 & & \downarrow \times 4 \\ 3 \times 4 & \div & 1 \end{array}$$

Observo lo siguiente: $3 \times 4 \div 1 = 3 \times 4$ ¡La división la transformé en una multiplicación!

$$3 \div \frac{1}{4} = 3 \times 4 = 12$$

R: 12 listoncitos.

b. Multiplico el dividendo y el divisor por el recíproco de $\frac{2}{5}$:

$$\begin{array}{ccc} 4 & \div & \frac{2}{5} \\ \downarrow \times \frac{5}{2} & & \downarrow \times \frac{5}{2} \\ 4 \times \frac{5}{2} & \div & 1 \end{array}$$

De lo anterior obtengo: $4 \times \frac{5}{2} \div 1 = 4 \times \frac{5}{2}$
Entonces:

$$\begin{aligned} 4 \div \frac{2}{5} &= 4 \times \frac{5}{2} \\ &= 2 \times 5 \\ &= 10 \end{aligned}$$

R: 10 listoncitos.

Comprende

Dividir un número natural entre una fracción es igual a multiplicar el número natural por el recíproco de la fracción.

$$a \div \frac{c}{d} = a \times \frac{d}{c}$$

a, **c** y **d** representan cualquier número natural.

Recuerda simplificar antes de realizar el cálculo.



Por ejemplo, $9 \div \frac{3}{7}$:

$$\begin{aligned} 9 \div \frac{3}{7} &= 9 \times \frac{7}{3} \\ &= 3 \times 7 \\ &= 21 \end{aligned}$$

Resuelve

1. Efectúa (simplifica cuando sea posible):

a. $3 \div \frac{1}{2}$

b. $2 \div \frac{1}{4}$

c. $5 \div \frac{1}{3}$

d. $4 \div \frac{2}{3}$

e. $3 \div \frac{3}{5}$

f. $6 \div \frac{2}{9}$

2. Si 4 gal de sorbete se reparten en porciones de $\frac{1}{4}$ gal, ¿cuántas porciones se obtienen? Escribe el PO y encuentra la respuesta.

1.5 División de fracciones entre fracciones unitarias

Analiza

Resuelve lo siguiente:

- ¿Cuántos listoncitos de $\frac{1}{8}$ m se pueden obtener de $\frac{1}{4}$ m de listón?
- ¿Cuántos listoncitos de $\frac{1}{8}$ m se pueden obtener de $\frac{3}{4}$ m de listón?

Escribe los **PO** y encuentra las respuestas.

Soluciona



Carlos

a. **PO:** $\frac{1}{4} \div \frac{1}{8}$

Multiplico el dividendo y el divisor por el recíproco de $\frac{1}{8}$, o sea, 8:

$$\begin{array}{ccc} \frac{1}{4} & \div & \frac{1}{8} \\ \downarrow \times 8 & & \downarrow \times 8 \\ \frac{1}{4} \times 8 & \div & 1 \end{array}$$

Así, $\frac{1}{4} \div \frac{1}{8} = \frac{1}{4} \times 8$; como en la clase anterior, transformé la división en una multiplicación:

$$\begin{aligned} \frac{1}{4} \div \frac{1}{8} &= \frac{1}{\cancel{4}^1} \times \cancel{8}^2 \\ &= 1 \times 2 \\ &= 2 \end{aligned}$$

R: 2 listoncitos.

b. **PO:** $\frac{3}{4} \div \frac{1}{8}$

Como en el caso anterior, multiplico el dividendo y el divisor por 8:

$$\begin{array}{ccc} \frac{3}{4} & \div & \frac{1}{8} \\ \downarrow \times 8 & & \downarrow \times 8 \\ \frac{3}{4} \times 8 & \div & 1 \end{array}$$

Entonces, $\frac{3}{4} \div \frac{1}{8} = \frac{3}{4} \times 8$

$$\begin{aligned} \frac{3}{4} \div \frac{1}{8} &= \frac{3}{\cancel{4}^1} \times \cancel{8}^2 \\ &= 3 \times 2 \\ &= 6 \end{aligned}$$

R: 6 listoncitos.

Comprende

Dividir una fracción entre una fracción unitaria es igual a multiplicar la fracción por el denominador de la fracción unitaria.

$$\frac{a}{b} \div \frac{1}{d} = \frac{a}{b} \times d$$

a , b y d representan cualquier número natural.

¡Recuerda simplificar antes de realizar el cálculo!



¿Qué pasaría?

¿Cuál es el resultado de $\frac{1}{6} \div \frac{1}{3}$?

$$\begin{aligned} \frac{1}{6} \div \frac{1}{3} &= \frac{1}{\cancel{6}^2} \times \cancel{3}^1 \\ &= \frac{1}{2} \times 1 \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

El resultado de la división de una fracción entre una fracción unitaria puede ser otra fracción.

Resuelve

Efectúa (simplifica cuando sea posible):

a. $\frac{1}{7} \div \frac{1}{14}$

b. $\frac{2}{3} \div \frac{1}{6}$

c. $\frac{1}{4} \div \frac{1}{2}$

d. $\frac{3}{4} \div \frac{1}{5}$

e. $2 \div \frac{1}{8}$

f. $5 \div \frac{1}{4}$

1.6 División de fracciones entre fracciones

Analiza

Resuelve lo siguiente:

- ¿Cuántos listoncitos de $\frac{3}{8}$ m se pueden obtener de $\frac{3}{4}$ m de listón?
- ¿Cuántos listoncitos de $\frac{3}{10}$ m se pueden obtener de $\frac{4}{5}$ m de listón?

Escribe los **PO** y encuentra las respuestas.

Soluciona



Ana

a. **PO:** $\frac{3}{4} \div \frac{3}{8}$

Multiplico el dividendo y el divisor por $\frac{8}{3}$:

$$\begin{array}{ccc} \frac{3}{4} & \div & \frac{3}{8} \\ \downarrow \times \frac{8}{3} & & \downarrow \times \frac{8}{3} \\ \frac{3}{4} \times \frac{8}{3} & \div & 1 \end{array}$$

De lo anterior, observo que $\frac{3}{4} \div \frac{3}{8} = \frac{3}{4} \times \frac{8}{3}$.

$$\begin{aligned} \frac{3}{4} \div \frac{3}{8} &= \frac{\cancel{3}^1}{4} \times \frac{8}{\cancel{3}_1} \\ &= 1 \times 2 \\ &= 2 \end{aligned}$$

R: 2 listoncitos.

b. **PO:** $\frac{4}{5} \div \frac{3}{10}$

Multiplico el dividendo y el divisor por $\frac{10}{3}$:

$$\begin{array}{ccc} \frac{4}{5} & \div & \frac{3}{10} \\ \downarrow \times \frac{10}{3} & & \downarrow \times \frac{10}{3} \\ \frac{4}{5} \times \frac{10}{3} & \div & 1 \end{array}$$

Observo que $\frac{4}{5} \div \frac{3}{10} = \frac{4}{5} \times \frac{10}{3}$.

$$\begin{aligned} \frac{4}{5} \div \frac{3}{10} &= \frac{4}{\cancel{5}_1} \times \frac{10}{3} \\ &= \frac{4 \times 2}{1 \times 3} \\ &= \frac{8}{3} \left(= 2\frac{2}{3} \right) \end{aligned}$$

R: 2 listoncitos completos y $\frac{2}{3}$ del tercero.

Comprende

En general, dividir una fracción entre otra fracción equivale a multiplicar el dividendo por el recíproco del divisor.

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

a , b , c y d representan cualquier número natural.

¡Recuerda simplificar antes de realizar el cálculo!



Por ejemplo, $\frac{4}{7} \div \frac{2}{3}$:

$$\begin{aligned} \frac{4}{7} \div \frac{2}{3} &= \frac{\cancel{4}_2}{7} \times \frac{3}{\cancel{2}_1} \\ &= \frac{2 \times 3}{7 \times 1} \\ &= \frac{6}{7} \end{aligned}$$

Resuelve

1. Efectúa (simplifica cuando sea posible):

a. $\frac{3}{5} \div \frac{3}{10}$

b. $\frac{3}{4} \div \frac{5}{8}$

c. $\frac{3}{4} \div \frac{5}{7}$

d. $\frac{6}{7} \div \frac{5}{3}$

e. $\frac{4}{5} \div \frac{3}{8}$

f. $\frac{3}{4} \div \frac{1}{5}$

2. Si $\frac{4}{5}$ litros de jugo se reparten en vasos de $\frac{2}{15}$ litros de capacidad, ¿cuántos vasos se obtienen? Escribe el **PO** y encuentra la respuesta.

1.7 División con números mixtos

Analiza

Una ambulancia tiene que atender una emergencia a $13\frac{1}{2}$ km de distancia del hospital. Si recorre $1\frac{1}{2}$ km por minuto, ¿cuántos minutos tardará en llegar?



$$\text{PO: } 13\frac{1}{2} \div 1\frac{1}{2}$$

Si calculas cuántos $1\frac{1}{2}$ hay en $13\frac{1}{2}$, eso te dará los minutos que tardará en llegar la ambulancia.



¿Cómo se puede calcular $13\frac{1}{2} \div 1\frac{1}{2}$?

Soluciona

Para calcular el resultado de la división, convierto los números mixtos en fracciones impropias:



Mario

$$\begin{aligned} 13\frac{1}{2} \div 1\frac{1}{2} &= \frac{27}{2} \div \frac{3}{2} \\ &= \frac{27}{2} \times \frac{2}{3} \\ &= 9 \times 1 \end{aligned}$$

R: 9 minutos.

Comprende

Para dividir números mixtos, se convierten estos a fracciones impropias, y se utiliza el procedimiento para dividir una fracción entre otra fracción.

Por ejemplo, $2\frac{2}{3} \div 2\frac{2}{5}$:

$$\begin{aligned} 2\frac{2}{3} \div 2\frac{2}{5} &= \frac{8}{3} \div \frac{12}{5} \\ &= \frac{8}{3} \times \frac{5}{12} \\ &= \frac{2 \times 5}{3 \times 3} \\ &= \frac{10}{9} \left(= 1\frac{1}{9} \right) \end{aligned}$$

Resuelve

1. Efectúa (simplifica cuando sea posible):

a. $2\frac{1}{2} \div \frac{1}{3}$

b. $3\frac{4}{7} \div \frac{1}{7}$

c. $7 \div 2\frac{4}{5}$

¡Ten cuidado cuando identifiques el dividendo y el divisor!



2. Se quieren repartir los $1\frac{1}{3}$ litros de una botella de perfume en frascos de $\frac{1}{9}$ litros de capacidad. ¿Cuántos frascos se pueden llenar? Escribe el **PO** y encuentra la respuesta.

3. ¿Cuántos dólares vale un metro de alambre, si $5\frac{2}{3}$ m valen $8\frac{1}{2}$ dólares? Escribe el **PO** y encuentra la respuesta.

1.8 Relación entre el divisor y el cociente

Analiza

Resuelve lo siguiente:

- a. Si un alambre de cobre delgado, de $1\frac{1}{3}$ m de longitud pesa 12 g, ¿cuánto pesará un alambre del mismo tipo pero de longitud 1 m?

PO: $12 \div 1\frac{1}{3}$

- b. Si un alambre de cobre grueso, de $\frac{2}{3}$ m de longitud pesa 12 g, ¿cuánto pesará un alambre del mismo tipo pero de longitud 1 m?

PO: $12 \div \frac{2}{3}$

Soluciona

- a. Transformo el número mixto a fracción impropia, y efectúo la división:



Carmen

$$\begin{aligned} 12 \div 1\frac{1}{3} &= 12 \div \frac{4}{3} \\ &= \overset{3}{12} \times \frac{3}{\underset{1}{4}} \\ &= 3 \times 3 \\ &= 9 \end{aligned}$$

R: 9 g

- b. Efectúo la división:

$$\begin{aligned} 12 \div \frac{2}{3} &= \overset{6}{12} \times \frac{3}{\underset{1}{2}} \\ &= 6 \times 3 \\ &= 18 \end{aligned}$$

R: 18 g

En la división de a. el divisor es mayor que 1 y el resultado es menor que 12. En la división de b. el divisor es menor que 1 y el resultado es mayor que 12.

Comprende

En una división:

- Cuando el divisor es menor que 1, el resultado es mayor que el dividendo. Por ejemplo:
 $40 \div \frac{1}{4} = 160$ y $160 > 40$
- Cuando el divisor es mayor que 1, el resultado es menor que el dividendo. Por ejemplo:
 $40 \div 1\frac{2}{3} = 24$ y $24 < 40$

Resuelve

1. Estima cuáles de los siguientes cocientes son menores que 60 y cuáles son mayores que 60:

a. $60 \div \frac{1}{3}$

b. $60 \div \frac{5}{3}$

c. $60 \div \frac{2}{5}$

d. $60 \div 2\frac{1}{2}$

e. $60 \div \frac{3}{4}$

2. Estima cuáles de los siguientes cocientes son menores que $\frac{4}{5}$ y cuáles son mayores que $\frac{4}{5}$:

a. $\frac{4}{5} \div \frac{10}{7}$

b. $\frac{4}{5} \div \frac{2}{3}$

c. $\frac{4}{5} \div 1\frac{1}{3}$

d. $\frac{4}{5} \div 2$

e. $\frac{4}{5} \div \frac{3}{10}$

1.9 Practica lo aprendido

1. Efectúa (simplifica cuando sea posible):

a. $1 \div \frac{1}{7}$

b. $1 \div \frac{5}{9}$

c. $1 \div \frac{10}{7}$

d. $3 \div \frac{1}{5}$

e. $4 \div \frac{2}{3}$

f. $\frac{3}{7} \div \frac{1}{5}$

g. $\frac{5}{8} \div \frac{10}{11}$

h. $1\frac{1}{6} \div \frac{5}{14}$

i. $1\frac{7}{9} \div 1\frac{1}{3}$

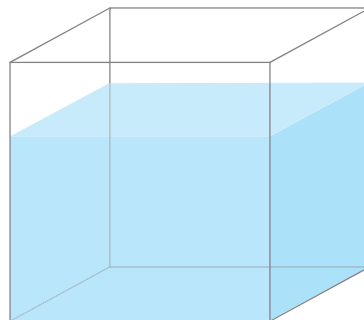
2. Andrés compró 5 libras de clavos y los quiere repartir en grupos de $\frac{1}{3}$ libras cada uno. ¿Cuántos grupos de $\frac{1}{3}$ libras obtendrá? Escribe el **PO** y encuentra la respuesta.
3. Marta pinta $2\frac{1}{2}$ m² de una pared con $\frac{1}{4}$ gal de pintura. ¿Cuántos metros cuadrados pintará con 1 gal de pintura? Escribe el **PO** y encuentra la respuesta.

1.10 Practica lo aprendido

1. Un vehículo consume $\frac{5}{24}$ gal de combustible para recorrer $6\frac{1}{4}$ km. ¿Cuántos kilómetros recorre con 1 gal de combustible? Escribe el **PO** y encuentra la respuesta.
2. José utiliza $2\frac{4}{5}$ litros de agua para regar un área de $1\frac{1}{2}$ m² de un terreno. ¿Cuántos litros de agua necesita para regar un área de 1 m²?
3. Estima cuáles de los siguientes cocientes son menores que 20 y cuáles son mayores que 20:
- a. $20 \div \frac{2}{3}$ b. $20 \div \frac{10}{3}$ c. $20 \div \frac{5}{6}$

★Desafíate

$\frac{5}{7}$ de un recipiente con forma de prisma se llenan con 65 litros de agua. ¿Con cuántos litros de agua se llena el recipiente completo?



2.1 Suma o resta de fracciones y números decimales, parte 1

Recuerda

Convierte 0.45 a fracción.

Analiza

Carlos y Antonio recorren primero $\frac{1}{4}$ km y luego 0.2 km. ¿Cuántos kilómetros recorren en total?

PO: $\frac{1}{4} + 0.2$



Para hacer la suma convierte todo a un mismo tipo, fracción o número decimal.



Soluciona



Convierto el número decimal a fracción:

$$0.2 = \frac{1}{5}$$

Ahora, puedo sumar ambas cantidades:

$$\begin{aligned}\frac{1}{4} + 0.2 &= \frac{1}{4} + \frac{1}{5} \\ &= \frac{5}{20} + \frac{4}{20} \\ &= \frac{9}{20}\end{aligned}$$

R: $\frac{9}{20}$ km

Convierto la fracción a número decimal:

$$\frac{1}{4} = 0.25$$

Ahora, sumo ambas cantidades:

$$\begin{aligned}\frac{1}{4} + 0.2 &= 0.25 + 0.2 \\ &= 0.45\end{aligned}$$

R: 0.45 km



Julia

Comprende

Para sumar o restar fracciones con números decimales se puede convertir todo a fracción o a número decimal.

Por ejemplo, $\frac{3}{4} - 0.65$:

Convirtiendo a fracción: $0.65 = \frac{13}{20}$

$$\begin{aligned}\frac{3}{4} - 0.65 &= \frac{3}{4} - \frac{13}{20} \\ &= \frac{15}{20} - \frac{13}{20} \\ &= \frac{2}{20} \\ &= \frac{1}{10}\end{aligned}$$

Convirtiendo a decimal: $\frac{3}{4} = 0.75$

$$\begin{aligned}\frac{3}{4} - 0.65 &= 0.75 - 0.65 \\ &= 0.1\end{aligned}$$

Resuelve

1. Efectúa:

a. $0.6 + \frac{1}{5}$

b. $\frac{2}{5} - 0.25$

c. $1.8 - 1\frac{1}{2}$

d. $0.75 + 2\frac{1}{4}$

e. $\frac{5}{4} - 1.2$

f. $2.12 - 2\frac{1}{10}$

2. Marina bebió 0.4 litros de jugo; luego bebió $\frac{3}{4}$ litros de jugo. ¿Cuántos litros de jugo bebió en total?

2.2 Suma o resta de fracciones y números decimales, parte 2

Analiza

Si Antonio y José recorren primero 0.7 km y luego $\frac{1}{3}$ km, ¿cuántos kilómetros recorrerán en total?

Escribe el **PO** y calcula la respuesta.

Al igual que en la clase anterior, para hacer la suma convierte todo a un mismo tipo: fracción o decimal.



Soluciona

PO: $0.7 + \frac{1}{3}$

Si convierto $\frac{1}{3}$ a decimal obtengo que $\frac{1}{3} = 1 \div 3 = 0.3333\dots$ ¡El tres se repite sin parar! Convierto, entonces, 0.7 a fracción:

$$0.7 = \frac{7}{10}$$

Efectúo la suma:

$$\begin{aligned} 0.7 + \frac{1}{3} &= \frac{7}{10} + \frac{1}{3} \\ &= \frac{21}{30} + \frac{10}{30} \\ &= \frac{31}{30} \left(= 1\frac{1}{30} \right) \end{aligned}$$

R: $\frac{31}{30}$ ($= 1\frac{1}{30}$) km



Ana

Comprende

Si se suman o restan fracciones y el número decimal que corresponde a una fracción no es exacto entonces se escriben los decimales como fracciones.



Recuerda que cuando redondeamos perdemos exactitud en la respuesta.

Por ejemplo, $\frac{1}{6} - 0.1$:

$$\frac{1}{6} = 0.1666\dots$$

Así que es mejor convertir a fracción:

$$0.1 = \frac{1}{10}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{6} - 0.1 &= \frac{1}{6} - \frac{1}{10} \\ &= \frac{5}{30} - \frac{3}{30} \\ &= \frac{2}{30} \\ &= \frac{1}{15} \end{aligned}$$

Resuelve

1. Efectúa las siguientes operaciones:

a. $\frac{5}{6} + 0.5$

b. $\frac{4}{9} + 2.5$

c. $\frac{6}{7} - 0.5$

d. $1.2 + \frac{1}{3}$

e. $1.25 - \frac{7}{6}$

f. $3.5 - \frac{4}{9}$

2. Marina bebió $\frac{2}{9}$ litros de jugo; luego bebió 0.5 litros de jugo. ¿Cuántos litros de jugo bebió en total?

3. Andrés tiene una botella con 1.6 litros de agua. Si bebe $1\frac{1}{3}$ litros, ¿cuántos litros de agua le quedan en la botella?

2.3 Multiplicación o división de fracciones y números decimales

Analiza

Encuentra el resultado de las siguientes operaciones:

a. $\frac{3}{4} \times 0.8$

b. $0.9 \div \frac{3}{4}$

En cada literal, convierte todo a fracción.



Soluciona



Antonio

a. Convierto el decimal a fracción y luego multiplico las dos fracciones:

$$0.8 = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

$$\begin{aligned} \frac{3}{4} \times 0.8 &= \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \\ &= 3 \times \frac{1}{5} \\ &= \frac{3}{5} \end{aligned}$$

b. Similar al literal anterior, convierto el decimal a fracción y luego efectúo la división:

$$0.9 = \frac{9}{10}$$

$$\begin{aligned} 0.9 \div \frac{3}{4} &= \frac{9}{10} \div \frac{3}{4} \\ &= \frac{9}{10} \times \frac{4}{3} \\ &= \frac{3}{5} \times 2 \\ &= \frac{6}{5} \left(= 1\frac{1}{5} \right) \end{aligned}$$

Comprende

Para multiplicar o dividir fracciones y números decimales se realiza lo siguiente:

- ① Se convierten los números decimales y mixtos a fracciones propias o impropias.
- ② Se efectúa la multiplicación o división (se simplifica si es posible).

Resuelve

1. Efectúa las siguientes operaciones:

a. $0.2 \times \frac{5}{8}$

b. $\frac{3}{5} \div 1.5$

c. $3\frac{1}{3} \times 1.7$

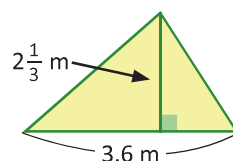
d. $0.4 \div 2\frac{2}{3}$

e. $1.05 \times 1\frac{1}{7}$

f. $2\frac{2}{5} \div 0.07$

2. En cada uno de los siguientes problemas, escribe el **PO** y encuentra la respuesta:

- a. Un galón de gasolina tiene un costo de \$3.50. Si Marcos quiere comprar $\frac{2}{5}$ gal de gasolina, ¿cuánto pagará?
- b. El timbre de la escuela de Felipe se atrasa $\frac{3}{4}$ min cada día. ¿Cuántos días deberán pasar para que el atraso sea de 37.5 min?
- c. Encuentra el área del siguiente triángulo:



2.4 Combinación de multiplicación y división

Analiza

Encuentra el resultado de:

$$\frac{3}{10} \times 7 \div 0.6$$

Soluciona

Primero, convierto el número decimal a fracción:

$$0.6 = \frac{6}{10} \longrightarrow \frac{3}{10} \times 7 \div 0.6 = \frac{3}{10} \times 7 \div \frac{6}{10}$$



Carmen

Escribo la división como multiplicación y efectúo (simplifico antes de realizar el cálculo):

$$\begin{aligned} \frac{3}{10} \times 7 \div \frac{6}{10} &= \frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{10} \times 7 \times \frac{10}{\underset{2}{\cancel{6}}} \\ &= 1 \times 7 \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{7}{2} \left(= 3\frac{1}{2} \right) \end{aligned}$$

Observa que la fracción $\frac{6}{10}$ no se simplificó al inicio del proceso; pero hay un paso en que sí debe realizarse la simplificación.



Comprende

En operaciones combinadas de multiplicación y división con números decimales y fracciones:

- Se convierten los números decimales a fracciones.
- Las divisiones se escriben como multiplicación (por el recíproco), y se simplifica si es posible.
- Se efectúa la multiplicación de izquierda a derecha.

Por ejemplo, $\frac{2}{9} \div \frac{11}{6} \div 0.4$:

$$\begin{aligned} 0.4 &= \frac{\overset{2}{\cancel{4}}}{\underset{5}{10}} = \frac{2}{5} \longrightarrow \frac{2}{9} \div \frac{11}{6} \div 0.4 = \frac{2}{9} \div \frac{11}{6} \div \frac{2}{5} \\ \frac{2}{9} \div \frac{11}{6} \div \frac{2}{5} &= \frac{\overset{1}{\cancel{2}}}{9} \times \frac{\overset{2}{\cancel{6}}}{11} \times \frac{5}{\underset{1}{\cancel{2}}} \\ &= \frac{1}{3} \times \frac{2}{11} \times 5 \\ &= \frac{10}{33} \end{aligned}$$

Resuelve

1. Efectúa:

a. $5 \times 0.1 \div \frac{1}{2}$

b. $3.5 \div \frac{3}{5} \times 1.2$

c. $4.5 \div 1.8 \times \frac{5}{6}$

d. $\frac{3}{2} \div \frac{4}{5} \times 1.2$

2. Efectúa:

a. $\frac{3}{8} \times \frac{4}{5} \div \frac{3}{5}$

b. $\frac{3}{4} \times 2\frac{1}{2} \div \frac{5}{6}$

c. $\frac{2}{5} \div \frac{2}{3} \times \frac{7}{8}$

d. $\frac{3}{4} \div \frac{2}{3} \times \frac{1}{5}$

e. $\frac{3}{4} \div 6 \times \frac{4}{7}$

f. $2\frac{2}{5} \div \frac{3}{4} \div \frac{6}{7}$

2.5 Operaciones combinadas

Analiza

Encuentra el resultado de:

$$0.6 - 1\frac{2}{3} \div 5$$

Recuerda que debes realizar primero las multiplicaciones o divisiones, luego las sumas o restas.



Soluciona

Escribo el número decimal y el mixto como fracciones (propias o impropias):

$$0.6 = \frac{\cancel{6}^3}{\cancel{10}_5} = \frac{3}{5}; \quad 1\frac{2}{3} = \frac{5}{3} \longrightarrow 0.6 - 1\frac{2}{3} \div 5 = \frac{3}{5} - \frac{5}{3} \div 5$$



Carlos

Efectúo la operación, realizando primero el cálculo de la división:

$$\begin{aligned} 0.6 - 1\frac{2}{3} \div 5 &= \frac{3}{5} - \frac{5}{3} \div 5 \\ &= \frac{3}{5} - \frac{\cancel{5}^1}{\cancel{3}_1} \times \frac{1}{\cancel{5}_1} \\ &= \frac{3}{5} - \frac{1}{3} \\ &= \frac{9}{15} - \frac{5}{15} \\ &= \frac{4}{15} \end{aligned}$$

Comprende

Para efectuar operaciones combinadas (suma, resta, multiplicación y división) que involucran números decimales, mixtos y fracciones, se realiza lo siguiente:

- ① Se convierten los números naturales, decimales y mixtos a fracción.
- ② Se efectúan las multiplicaciones y divisiones (simplificar si es posible).
- ③ Por último, realizar las sumas y restas de izquierda a derecha.

Por ejemplo $\frac{3}{4} \div 1.5 + 1$:

$$\begin{aligned} \frac{3}{4} \div 1.5 + 1 &= \frac{3}{4} \div \frac{3}{2} + 1 \\ &= \frac{\cancel{3}^1}{\cancel{4}_2} \times \frac{2}{\cancel{3}_1} + 1 \\ &= \frac{1}{2} + 1 \\ &= 1\frac{1}{2} \end{aligned}$$

En el paso ① se omite convertir a fracción aquellos números naturales que no participan en alguna multiplicación o división. En el paso ③ será necesario convertir los números naturales a fracción sólo si hay restas que realizar.



Resuelve

Efectúa las siguientes operaciones:

a. $8 + \frac{1}{3} \times 0.3$

b. $5.4 - \frac{1}{2} \times 4$

c. $\frac{4}{5} \div 0.75 + 3$

d. $1.3 \div 2\frac{1}{2} - \frac{1}{2}$

e. $25 \times 0.1 + 1\frac{1}{5}$

f. $1.25 \div \frac{3}{4} - 1$

2.6 Operaciones con paréntesis

Analiza

Encuentra el resultado de:

$$\frac{1}{4} \div \left(1\frac{2}{5} - 0.2\right) \times 3$$

Lo primero es escribir todos los números como fracción. Luego, se hace la operación dentro del paréntesis aunque no sea la de mayor jerarquía.



Soluciona



Escribo cada número como fracción:

$$1\frac{2}{5} = \frac{7}{5}; \quad 0.2 = \frac{2}{10} = \frac{1}{5} \quad \longrightarrow \quad \frac{1}{4} \div \left(1\frac{2}{5} - 0.2\right) \times 3 = \frac{1}{4} \div \left(\frac{7}{5} - \frac{1}{5}\right) \times 3$$

Realizo las operaciones, comenzando por la resta que se encuentra dentro del paréntesis:

$$\begin{aligned} \frac{1}{4} \div \left(1\frac{2}{5} - 0.2\right) \times 3 &= \frac{1}{4} \div \left(\frac{7}{5} - \frac{1}{5}\right) \times 3 \\ &= \frac{1}{4} \div \frac{6}{5} \times 3 \\ &= \frac{1}{4} \times \frac{5}{6} \times 3 \\ &= \frac{1}{4} \times \frac{5}{2} \times 1 \\ &= \frac{5}{8} \end{aligned}$$

Comprende

En operaciones combinadas que incluyan paréntesis:

- ① Se convierten todos los números decimales y mixtos a fracción.
- ② Se realiza la operación dentro del paréntesis. Cuando se tiene el resultado, los paréntesis se quitan.
- ③ Se efectúan las multiplicaciones y divisiones (se simplifica si es posible).
- ④ Se realizan las sumas y restas de izquierda a derecha. Si en este paso hay números naturales, convertirlos a fracción, solo si hay restas que realizar.

Por ejemplo:

$$\begin{aligned} 0.3 + \left(1\frac{1}{4} - 1\right) \div \frac{5}{2} &= \frac{3}{10} + \frac{1}{4} \div \frac{5}{2} \\ &= \frac{3}{10} + \frac{1}{4} \times \frac{2}{5} \\ &= \frac{3}{10} + \frac{1}{10} \\ &= \frac{4}{10} \\ &= \frac{2}{5} \end{aligned}$$

Resuelve

Efectúa las siguientes operaciones:

a. $\frac{5}{9} \div \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{3}\right) \times \frac{3}{5}$

b. $\frac{1}{6} \div \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{6}\right) \div \frac{1}{3}$

c. $0.7 \times \frac{1}{7} \div \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{10}\right)$

d. $2.5 \div \left(1 - \frac{2}{3}\right) \times 0.4$

e. $1 + \left(0.75 - \frac{1}{6}\right) \div \frac{7}{2}$

f. $1\frac{1}{2} + 0.3 \div \left(\frac{3}{4} + 1.5\right)$

2.7 Operaciones con varios paréntesis

Analiza

Encuentra el resultado de:

$$7 - \left(1\frac{2}{5} + 0.2\right) \div \left(\frac{7}{10} - 0.3\right)$$

Realiza la operación dentro de cada uno de los dos paréntesis.



Soluciona

Convierto los números decimales y mixtos a fracciones propias e impropias:



Mario

$$1\frac{2}{5} = \frac{7}{5}; \quad 0.2 = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}; \quad 0.3 = \frac{3}{10} \longrightarrow 7 - \left(1\frac{2}{5} + 0.2\right) \div \left(\frac{7}{10} - 0.3\right) = 7 - \left(\frac{7}{5} + \frac{1}{5}\right) \div \left(\frac{7}{10} - \frac{3}{10}\right)$$

Efectúo las operaciones, comenzando por las que están dentro de los paréntesis:

$$\begin{aligned} 7 - \left(1\frac{2}{5} + 0.2\right) \div \left(\frac{7}{10} - 0.3\right) &= 7 - \left(\frac{7}{5} + \frac{1}{5}\right) \div \left(\frac{7}{10} - \frac{3}{10}\right) \\ &= 7 - \frac{8}{5} \div \frac{4}{10} \\ &= 7 - \frac{8}{5} \times \frac{10}{4} \\ &= 7 - 2 \times 2 \\ &= 7 - 4 \\ &= 3 \end{aligned}$$

Comprende

Así como en la clase anterior, en operaciones combinadas (suma, resta, multiplicación o división) con números naturales, decimales o fracciones que incluyen paréntesis, se realiza lo siguiente:

- ① Se convierten todos números decimales y mixtos a fracción.
- ② Se realizan las operaciones dentro de los paréntesis.
- ③ Se efectúan las multiplicaciones y divisiones (se simplifica si es posible).
- ④ Se realizan las sumas y restas de izquierda a derecha. Si en este paso hay números naturales, convertirlos a fracción, solo si hay restas que realizar.

Resuelve

Efectúa las siguientes operaciones:

a. $\left(0.25 + 1\frac{1}{4}\right) \times \left(1 - \frac{1}{2}\right)$

b. $\left(\frac{19}{27} - \frac{5}{9}\right) \div \left(1 + \frac{1}{3}\right)$

c. $\left(3 - \frac{5}{6}\right) \div \left(2\frac{1}{3} - \frac{1}{6}\right)$

d. $\left(1\frac{1}{2} + 0.5\right) \div \left(\frac{5}{4} + 1.75\right) - \frac{1}{6}$

2.8 Practica lo aprendido

1. Efectúa:

a. $\frac{3}{10} + 0.7$

b. $0.3 + \frac{2}{3}$

c. $\frac{1}{5} - 0.15$

d. $\frac{4}{5} \times 0.25$

e. $\frac{1}{2} \times 4 \div 0.2$

f. $\frac{2}{3} \div \frac{7}{9} + \frac{2}{5}$

g. $\frac{3}{4} \div \frac{1}{2} \div \frac{2}{3}$

h. $\frac{4}{5} \div 1\frac{1}{7} - 0.4 + 2$

i. $\frac{4}{3} \times \left(\frac{7}{10} - \frac{2}{5}\right)$

j. $\left(2\frac{1}{2} - \frac{3}{2}\right) \div \left(2.3 + \frac{2}{5}\right)$

2. En cada problema, escribe el **PO** y encuentra el resultado:

a. Si Carmen tiene $1\frac{1}{2}$ litros de agua y Miguel tiene 2.2 litros, ¿cuántos litros de agua tienen en total?



b. José compró 5 bolsas de queso, cada una con 2.25 lb. Si del total regaló $\frac{3}{4}$ lb de queso a su abuela, ¿cuántas libras le quedaron? Escribe la operación en un solo **PO**.



★Desafíate

Antonio pintó $3\frac{4}{7}$ m² de una pared con 1 litro de pintura. Luego, compró 2.5 litros para continuar pintando y solamente utilizó $1\frac{1}{7}$ litros. ¿Cuántos metros cuadrados pintó en total? Exprésalo en un mismo **PO** y resuelve.