



# Unidad 4

## Razones y porcentajes

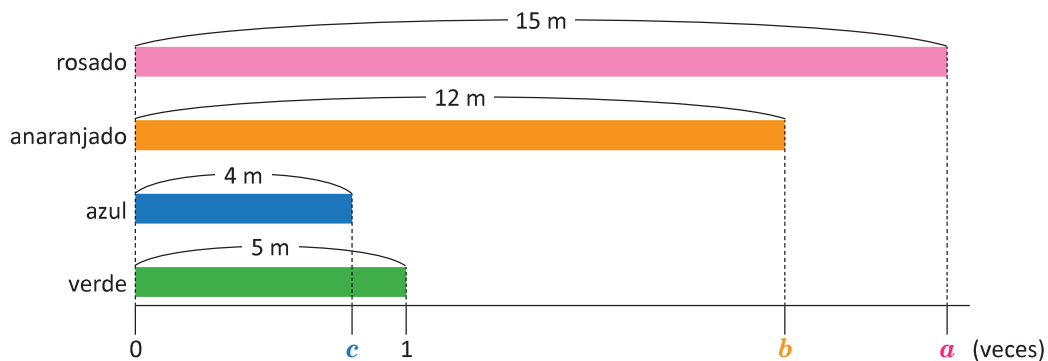
### En esta unidad aprenderás a

- Determinar la razón entre dos cantidades
- Calcular el valor de la razón
- Utilizar diferentes notaciones para expresar razones
- Resolver problemas que involucran el cálculo de porcentajes

## 1.1 Comparación entre cantidades: cantidad de veces

### Analiza

Observa las cintas y la recta numérica.



- ¿Cuántas veces es el largo de la cinta rosada con respecto al largo de la cinta verde?
- ¿Cuántas veces es el largo de la cinta anaranjada con respecto al largo de la cinta verde?
- ¿Cuántas veces es el largo de la cinta azul comparado con el largo de la cinta verde?

### Soluciona

- a. PO:  $15 \div 5$

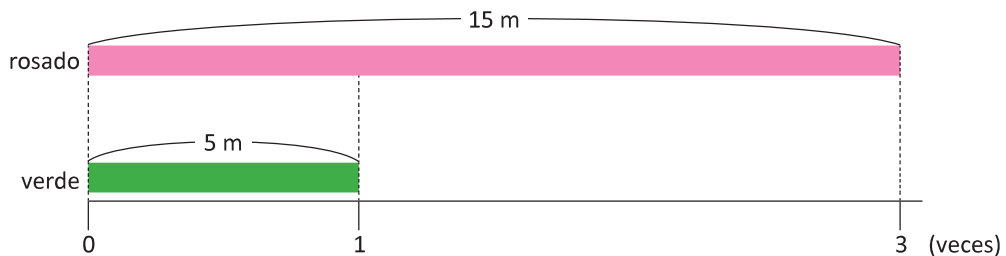
$$15 \div 5 = 3$$

El largo de la cinta rosada es 3 veces el largo de la cinta verde.

R: 3 veces.



En el esquema, la cantidad de veces que es la cinta rosada con respecto a la cinta verde se ha representado con  $a$ . Entonces,  $a$  es igual a 3.



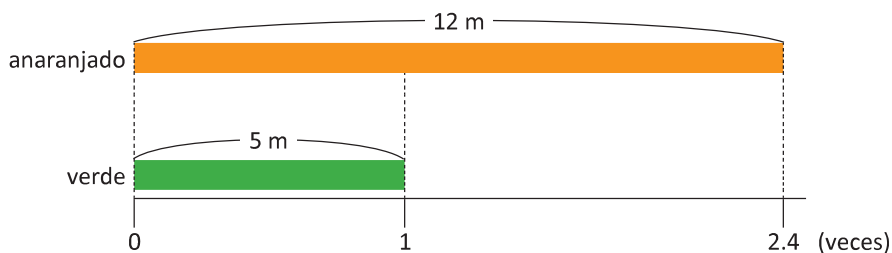
- b. PO:  $12 \div 5$

$$12 \div 5 = 2.4$$

El largo de la cinta anaranjada es 2.4 veces el largo de la cinta verde.

R: 2.4 veces.

En el esquema, la cantidad de veces que es la cinta anaranjada con respecto a la cinta verde se ha representado con  $b$ . Entonces,  $b$  es igual a 2.4.



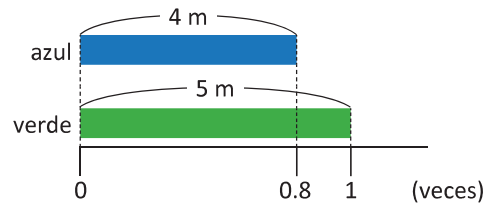
c. PO:  $4 \div 5$

$$4 \div 5 = 0.8$$

El largo de la cinta azul es 0.8 veces el largo de la cinta verde.

R: 0.8 veces.

En el esquema,  $c$  es igual a 0.8.



## Comprende

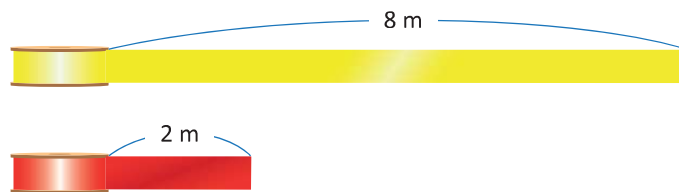
Una cantidad de veces también es una comparación entre cantidades, a través del cociente entre estas; puede ser un número natural, un número decimal o una fracción.

La cantidad de veces que es una cantidad con respecto a otra se calcula:

$$\text{cantidad de veces} = \text{cantidad a comparar} \div \text{cantidad base}$$

## Resuelve

1. Marta tiene una cinta roja que mide 2 m y una amarilla que mide 8 m. Encuentra la cantidad de veces que es la cinta amarilla con respecto a la roja.



2. Antonio tiene 10 años y su papá tiene 42 años. ¿Cuántas veces es la edad del papá con respecto a la edad de Antonio?



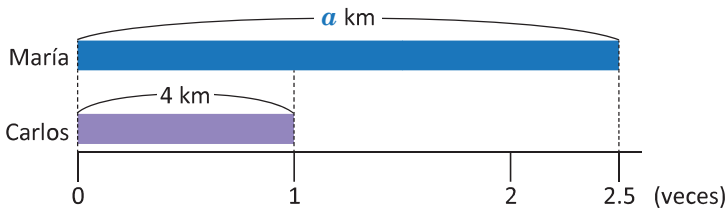
3. En un torneo de fútbol, Jorge anotó 12 goles y Javier 9. Encuentra la cantidad de veces que es el número de goles de Javier con respecto al número de goles de Jorge.



## 1.2 Cálculo de la cantidad a comparar

### Analiza

Carlos y María salieron a correr juntos. Carlos recorrió 4 km, mientras que María recorrió 2.5 veces lo que recorrió Carlos. ¿Cuántos kilómetros recorrió María?



Recuerda que:

$$\text{cantidad de veces} = \frac{\text{cantidad a comparar}}{\text{cantidad base}}$$

¿Cómo puedes calcular la cantidad a comparar, si solo conoces la cantidad base y la cantidad de veces?



### Soluciona



PO:  $4 \times 2.5$

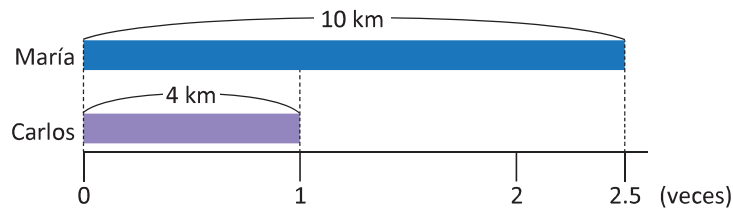
Efectúo la multiplicación, para encontrar la cantidad de kilómetros que recorrió María:

$$4 \times 2.5 = 10$$

Entonces, María recorrió 10 km.

R: 10 km

En el esquema, la cantidad de kilómetros recorridos por María se representa con  $a$ . Así,  $a = 10$ :



Puedo comprobar además que, al dividir la cantidad a comparar (10 km) entre la cantidad base (4 km) se obtiene la cantidad de veces (2.5).

### Comprende

Cuando se conoce la cantidad base y la cantidad de veces, entonces la cantidad a comparar se calcula:

$$\text{cantidad a comparar} = \text{cantidad base} \times \text{cantidad de veces}$$

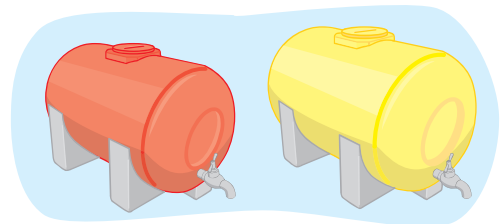
### Resuelve

1. José pesa 45 kg, mientras que Marta pesa 0.8 veces lo que pesa José. ¿Cuánto pesa Marta?

Recuerda que la cantidad base puede ser mayor que la cantidad a comparar.



2. Un tanque rojo tiene capacidad de 300 litros; mientras que un tanque amarillo tiene 1.75 veces la capacidad del tanque rojo. ¿Cuál es la capacidad del tanque amarillo?

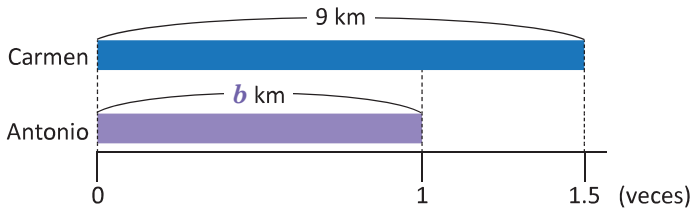


3. Carmen y Beatriz compitieron en salto largo. Carmen saltó 2 m y Beatriz saltó 0.75 veces lo que saltó Carmen. ¿Cuántos metros saltó Beatriz?

## 1.3 Cálculo de la cantidad base

### Analiza

En cierto día, Carmen recorrió 1.5 veces lo que recorrió Antonio. Si Carmen recorrió 9 km, ¿cuántos kilómetros recorrió Antonio?



Si:

$$\text{cantidad a comparar} = \frac{\text{cantidad}}{\text{base}} \times \text{cantidad de veces}$$

¿Cómo puedes calcular la cantidad base, si solo conoces la cantidad a comparar y la cantidad de veces?



### Soluciona



PO:  $9 \div 1.5$

Efectúo la división, para encontrar la cantidad de kilómetros que recorrió Antonio:

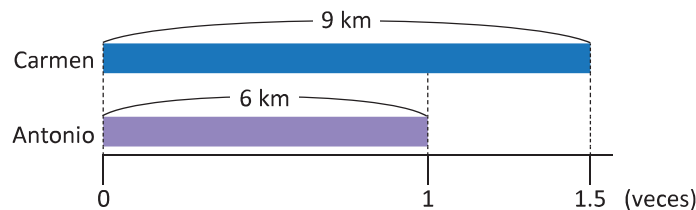
Ana

$$9 \div 1.5 = 6$$

Entonces, Antonio recorrió 6 km.

R: 6 km

En el esquema, la cantidad de kilómetros recorridos por Antonio se representa con  $b$ . Así,  $b = 6$ :



Puedo comprobar además que, al dividir la cantidad a comparar (9 km) entre la cantidad base (6 km) se obtiene la cantidad de veces (1.5).

### Comprende

Cuando se conoce la cantidad a comparar y la cantidad de veces, entonces la cantidad base se calcula:

$$\text{cantidad base} = \text{cantidad a comparar} \div \text{cantidad de veces}$$

### Resuelve

1. En una clase de natación, Marta nadó 3 veces lo que nadó Ana. Si Marta nadó 1.5 km, ¿cuántos kilómetros nadó Ana?
2. En un salón, la cantidad de niños es 1.4 veces la cantidad de niñas. Si hay 21 niños, ¿cuántas niñas hay en el salón?
3. En un rectángulo, la longitud del largo es 3.5 veces la del ancho. Si el largo mide 42 cm, ¿cuánto mide el ancho?
4. En una reunión de padres de familia, la cantidad de hombres era 0.4 veces la cantidad de mujeres. Si asistieron 32 hombres, ¿cuántas mujeres asistieron?

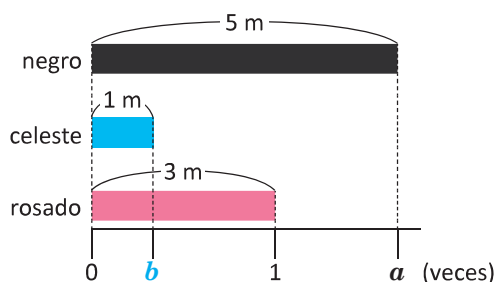
Recuerda simplificar antes de realizar el cálculo.



## 1.4 Razón y valor de razón

### Analiza

Observa las cintas y la recta numérica:



- ¿Cuántas veces es la cinta negra con respecto a la rosada?
- ¿Cuántas veces es la cinta celeste con respecto a la rosada?

### Soluciona

a. PO:  $5 \div 3$



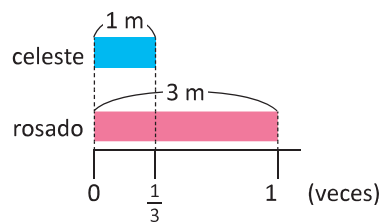
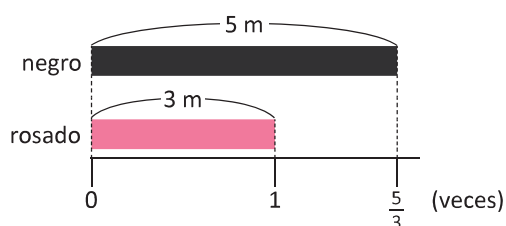
Si calculo el cociente obtengo:  $5 \div 3 = 1.66666\dots$   
Pero, la división  $5 \div 3$  también la puedo escribir como  $5 \times \frac{1}{3} = \frac{5}{3}$ .

R:  $\frac{5}{3}$  veces.

b. PO:  $1 \div 3$

Similar al caso anterior:  $1 \div 3 = 0.33333\dots$  Entonces, escribo la división  $1 \div 3$  como  $1 \times \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$ .

R:  $\frac{1}{3}$  veces.



### Comprende

En general, a la comparación entre dos cantidades utilizando el cociente entre ellas se le llama **razón**. Si se tienen dos cantidades  $a$  y  $b$ , la **razón entre  $a$  y  $b$**  (en ese orden) se representa como  $a : b$ .

Al número que resulta de calcular el cociente  $a \div b$  se le llama **valor de la razón**, este puede ser un número natural, un número decimal o una fracción (si se escribe como  $\frac{a}{b}$ ).

Cuando las cantidades que se comparan tienen la misma unidad, entonces el valor de la razón indica la cantidad de veces que es una respecto a la otra.



### Resuelve

- José ahorró \$8 y Julia \$3. Escribe la razón entre la cantidad ahorrada por José y la cantidad ahorrada por Julia, y calcula el valor de la razón. ¿Qué interpretación tiene este resultado, utilizando cantidad de veces?
- Un depósito tiene capacidad de 2 litros, y una olla tiene capacidad de 7 litros. Escribe la razón entre la capacidad del depósito y la capacidad de la olla, luego calcula el valor de la razón. ¿Qué interpretación tiene este resultado, utilizando cantidad de veces?



## 1.5 Razón entre cantidades heterogéneas

### Analiza

En una carrera, Miguel recorrió 33 m en 6 segundos, mientras que Juan recorrió 51 m en 10 segundos.

- ¿Cuántos metros recorrió cada uno en un segundo?
- ¿Quién avanzaba más rápido?

### Soluciona

- Para calcular la cantidad de metros que recorrió Miguel en 1 segundo, divido los 33 m entre los 6 segundos:



Carmen

$$33 \div 6 = 5.5$$

Miguel recorrió 5.5 m en 1 segundo. De forma similar, divido en el caso de Juan, los 51 m entre 10 segundos:

$$51 \div 10 = 5.1$$

Juan recorrió 5.1 m en 1 segundo.

- Del literal anterior, observo que Miguel avanzaba más rápido, porque recorrió más metros en 1 segundo.

**R:** Miguel avanzó más rápido.

Observa que se está comparando la distancia recorrida (en metros) y el tiempo que se tardaron en recorrerla (en segundos). Esto también representa una razón.



### Comprende

Las cantidades que se comparan en una razón también pueden estar en diferentes unidades de medida. Cuando las unidades de la cantidad  $a$  y la cantidad  $b$  son diferentes, el valor de la razón  $a : b$  indica cuántas unidades hay de la cantidad  $a$  por cada unidad de la cantidad  $b$ , es decir, cuántos elementos hay de  $a$  por cada unidad de  $b$  (cantidad por unidad).

Por ejemplo, si Miguel recorrió 33 m en 6 segundos entonces, la razón entre los metros recorridos y el tiempo es  $33 : 6$ , mientras que el valor de la razón es  $33 \div 6 = 5.5$ ; esto indica que Miguel recorrió 5.5 metros por cada segundo.

### Resuelve

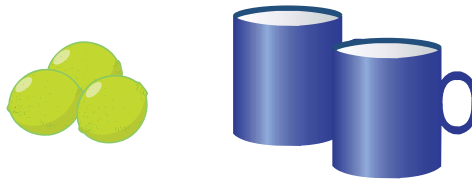
- Un automóvil recorre 298 km en 4 horas.
  - Escribe la razón entre los kilómetros que recorre y el tiempo en horas, y calcula el valor de la razón.
  - ¿Cómo se interpreta este resultado?
- En un salón de clases hay 20 niñas y 10 niños.
  - Escribe la razón entre la cantidad de niñas y la cantidad de niños, y calcula el valor de la razón.
  - ¿Cómo se interpreta este resultado?



## 1.6 Antecedente y consecuente

### Analiza

En cierta receta para preparar limonada, la cantidad de limones y la cantidad de tazas de agua se encuentran a una razón de 3 : 2. Si se utilizan 6 tazas de agua, ¿cuántos limones se deben usar?



### Soluciona



José

El valor de la razón es  $\frac{3}{2}$  (o 1.5). Entonces, por cada taza de agua se necesitan  $\frac{3}{2}$  limones. Y, para 6 tazas de agua, se usarán  $6 \times \frac{3}{2}$  limones:

$$6 \times \frac{3}{2} = 3 \times 3 = 9$$

R: 9 limones.

La razón 3 : 2 indica que, por cada 3 limones se utilizan 2 tazas de agua. Entonces:



Beatriz

- Para 6 limones se usan 4 tazas de agua (ambas cantidades aumentan el doble).
- Para 9 limones se usan 6 tazas de agua (ambas cantidades aumentan el triple).

R: 9 limones.

### Comprende

En una razón  $a : b$ , a la cantidad  $a$  se le llama antecedente y a la cantidad  $b$  se le llama consecuente. Además, se cumple que:

$$\text{antecedente} = \text{consecuente} \times \text{valor de la razón}$$

Observa que, calcular el antecedente es similar a calcular la cantidad a comparar:

$$\text{cantidad a comparar} = \frac{\text{cantidad}}{\text{base}} \times \text{cantidad de veces}$$

En lugar de la cantidad base se escribe el consecuente, y en lugar de la cantidad de veces se escribe el valor de la razón.



### Resuelve

1. En una rifa se colocan 20 papeles dentro de una bolsa. La cantidad de papeles premiados y el total de papeles colocados en la bolsa se encuentran a una razón de 1 : 4. ¿Cuántos papeles premiados hay?

2. Antonio practica baloncesto. Cierta día realizó 15 lanzamientos. Si la razón entre los tiros acertados y la cantidad total de lanzamientos fue 4 : 5, ¿cuántos tiros acertó?



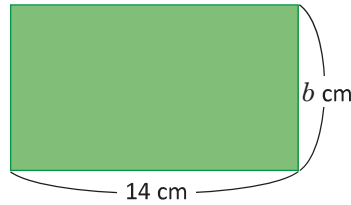
3. Un restaurante estimó que la razón entre la cantidad de personas atendidas en una noche y la ganancia obtenida fue 1 : 10. Si la ganancia del restaurante fue de \$300 esa noche, ¿a cuántas personas atendieron?



## 1.7 Cálculo del consecuente

### Analiza

Las longitudes del largo y ancho de un rectángulo se encuentran a una razón de 7 : 4. Si el largo mide 14 cm, ¿cuánto mide el ancho?



### Soluciona



Mario

El valor de la razón es  $\frac{7}{4}$  (o 1.75); o sea que el largo es  $\frac{7}{4}$  veces el ancho. Divido entonces la longitud del largo entre  $\frac{7}{4}$  y el resultado será la longitud del ancho:

$$14 \div \frac{7}{4} = 14 \times \frac{4}{7} = 2 \times 4 = 8$$

R: 8 cm

La razón 7 : 4 indica que, por cada 7 cm del largo se tienen 4 cm del ancho. Entonces:



Julia

- Para 14 cm del largo se tienen 8 cm de ancho (ambas cantidades aumentan el doble).

R: 8 cm

### Comprende

En una razón se cumple que:

$$\text{consecuente} = \text{antecedente} \div \text{valor de la razón}$$

Calcular el consecuente es similar a calcular la cantidad base:

$$\text{cantidad base} = \text{cantidad a comparar} \div \text{cantidad de veces}$$

En lugar de la cantidad a comparar se escribe el antecedente; y en lugar de la cantidad de veces se escribe el valor de la razón.



### Resuelve

1. En cada caso, calcula el consecuente:

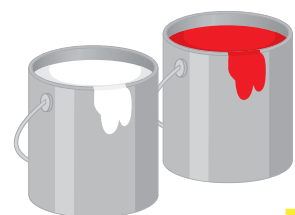
a. Antecedente = 1, valor de la razón =  $\frac{1}{2}$

b. Antecedente = 6, valor de la razón =  $\frac{3}{4}$

c. Antecedente = 10, valor de la razón = 2

d. Antecedente = 12, valor de la razón =  $\frac{4}{3}$

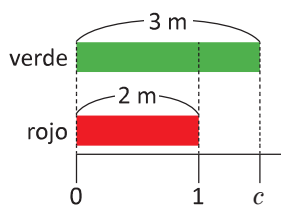
2. Carlos preparó pintura rosada, donde la razón entre la cantidad de mililitros de pintura de color blanco y la de color rojo fue 4 : 5. Si utilizó 12 ml de color blanco, ¿cuántos utilizó de color rojo?



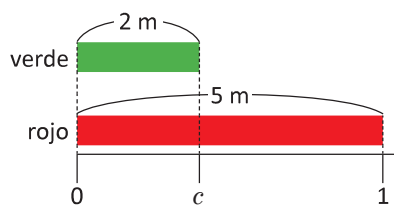
## 1.8 Practica lo aprendido

1. Escribe la razón entre la longitud de la cinta verde y la de la cinta roja. Luego, calcula el valor de la razón:

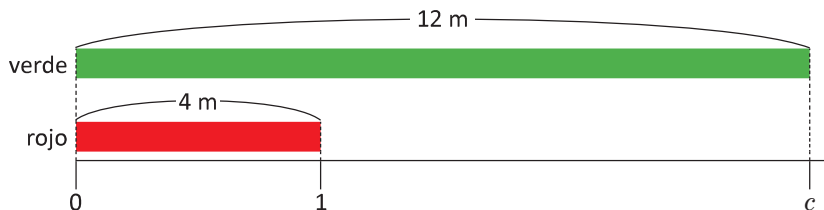
a.



b.



c.



Resuelve los siguientes problemas:

- En la dieta salvadoreña, dos tortillas aportan 31 g de carbohidratos, 1 g de grasas, 3 g de proteínas y 150 calorías.
  - Escribe las razones y calcula el valor de las razones entre: la cantidad de carbohidratos y la cantidad de tortillas, la cantidad de grasas y la cantidad de tortillas.
  - ¿Cómo interpretas los resultados anteriores?
- Antonio ahorró \$15 y de estos gastó \$5. ¿Cuál es la razón y el valor de la razón entre el dinero gastado y el dinero ahorrado?, ¿cómo interpretas este resultado?
- La razón entre la longitud del largo y el ancho de un rectángulo es  $3 : 2$ . Si el ancho mide 10 cm, ¿cuánto mide el largo?
- En un autobús, la razón entre la cantidad de asientos ocupados y la cantidad de desocupados es  $6 : 5$ ; si hay 24 asientos ocupados, ¿cuántos asientos desocupados hay?
- La razón entre la cantidad de calorías que quema una persona y el tiempo (en minutos) que dedica a correr es  $10 : 1$ . Si una persona quemó 150 calorías, ¿cuántos minutos dedicó a correr?
- Cierto equipo de fútbol determinó que la razón entre el total de partidos de un campeonato y la cantidad de partidos en los que ganó fue  $5 : 3$ . Si ganó 6 partidos, ¿cuántos partidos se realizaron durante el campeonato?

## 2.1 Tanto por ciento o porcentaje

### Analiza

La siguiente tabla contiene los apuntes del número de goles y la cantidad de intentos que hizo Juan en sus dos últimos entrenos de fútbol:

| Entrenamiento | Goles | Intentos |
|---------------|-------|----------|
| primero       | 5     | 10       |
| segundo       | 9     | 12       |



¿En cuál entrenamiento se puede decir que Juan tuvo más éxito?

### Soluciona

Las razones entre el número de goles y el número de intentos son, para el primero  $5 : 10$ , mientras que para el segundo es  $9 : 12$ . Calculo los valores de las razones:

Primer entrenamiento

$$5 \div 10 = 0.5$$

Segundo entrenamiento

$$9 \div 12 = 0.75$$



Antonio

En el primer entrenamiento, Juan tuvo éxito en la mitad de los intentos. En el segundo entrenamiento, tuvo éxito 0.75 veces la cantidad de intentos.

**R:** En el segundo entrenamiento.

### Comprende

El **tanto por ciento** o **porcentaje** se obtiene multiplicando el valor de una razón por 100, es decir:  
**porcentaje = valor de razón  $\times$  100**

Al final del número que indica el porcentaje, se escribe el símbolo “%”. Por ejemplo, si el valor de la razón entre el número de goles y el número de intentos (en el primer entrenamiento) se multiplica por 100, se obtiene:

$$\text{porcentaje} = 0.5 \times 100 = 50$$

Se escribe “50 %” y se lee “cincuenta por ciento”. Este número indica que se aciertan 50 de cada 100 intentos.

### Resuelve

1. La siguiente tabla contiene los resultados de Miguel en los dos últimos juegos de baloncesto.

| Juego   | Canastas | Lanzamientos |
|---------|----------|--------------|
| primero | 12       | 16           |
| segundo | 9        | 15           |

- Encuentra el valor de la razón entre número de canastas y el total de lanzamientos.
- ¿Qué porcentaje de canastas obtuvo en cada juego?, ¿cómo se interpreta este resultado?

2. José anotó los resultados que obtuvo al jugar capirucho el lunes, martes y miércoles:

| Día       | Éxito | Intentos |
|-----------|-------|----------|
| lunes     | 8     | 20       |
| martes    | 10    | 25       |
| miércoles | 8     | 16       |

- Entre lunes y miércoles, ¿qué día obtuvo mejores resultados? Explica usando porcentajes.
- Entre lunes y martes, ¿qué día obtuvo mejores resultados? Explica usando porcentajes.

## 2.2 Relación entre razones y porcentajes

### Recuerda

Efectúa:

a.  $0.01 \times 100$

b.  $0.2 \times 100$

### Analiza

En el salón de clases de Marta hay un total de 20 alumnos, de los cuales 7 son niños. ¿Cuál es el porcentaje de niños en este salón?

### Soluciona

La razón entre la cantidad de niños y el total de alumnos es  $7 : 20$ . Calculo el valor de la razón, y luego obtengo el porcentaje:

$$\text{Valor de la razón: } 7 \div 20 = 0.35$$

$$\text{Porcentaje: } 0.35 \times 100 = 35$$



Carmen

El valor de la razón, 0.35, es equivalente al 35 %.

R: 35% de los alumnos en el salón de clases son niños.

### Comprende

En general:

- Al multiplicar por 100 el valor de razón, se obtiene el porcentaje:  
**porcentaje = valor de razón  $\times$  100**
- Al dividir entre 100 el porcentaje, se obtiene el valor de la razón:  
**valor de razón = porcentaje  $\div$  100**

### Resuelve

1. Encuentra el porcentaje que representan los siguientes valores de razones:  
a. 0.01                      b. 0.07  
c. 0.75                      d. 1
2. Encuentra el valor de la razón que corresponde a cada uno de los siguientes porcentajes:  
a. 5 %                      b. 9 %  
c. 12 %                      d. 54 %
3. El área total de un centro escolar es  $1,200 \text{ m}^2$ , y el área de la cancha es  $252 \text{ m}^2$ .  
a. ¿Cuál es el valor de la razón entre el área de la cancha y el área total del centro escolar?  
b. ¿Qué porcentaje del terreno ocupa la cancha?

#### ¿Sabías que...?

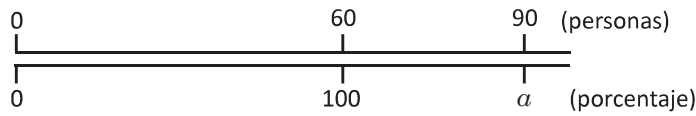
Es muy usual utilizar los porcentajes cuando las cantidades que se comparan son muy grandes. Por ejemplo, según las Proyecciones de la Dirección General de Estadísticas y Censos, se espera que en el año 2020 la población salvadoreña sea de 6,601,409 habitantes, de los cuales 3,520,577 sean mujeres.

Al calcular el valor de la razón entre el número de mujeres y la población total se obtiene, aproximadamente 0.53; mientras que el porcentaje correspondiente es 53 %. Por lo tanto, se espera que de la población estimada para el 2020, el 53 % sean mujeres, es decir, 53 de cada 100 personas salvadoreñas en el año 2020 serán mujeres.

## 2.3 Porcentajes mayores al 100 %

### Analiza

Un restaurante tiene capacidad para atender a 60 personas. Si el sábado atendieron a 90 personas, ¿qué porcentaje de personas con respecto a la capacidad del restaurante atendieron?



En este caso, el antecedente es mayor que el consecuente. Por tanto, el porcentaje será mayor al 100 %



### Soluciona

Calculo el valor de la razón de la cantidad de personas atendidas y la capacidad del restaurante, y su respectivo porcentaje:



Carlos

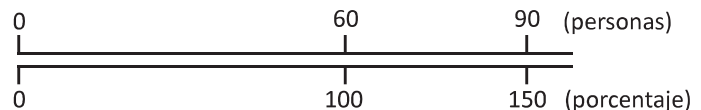
$$\text{Valor de la razón} = 90 \div 60 = 1.5$$

$$\text{Porcentaje} = 1.5 \times 100 = 150$$

Entonces, el porcentaje de personas atendidas en el restaurante fue del 150 %.

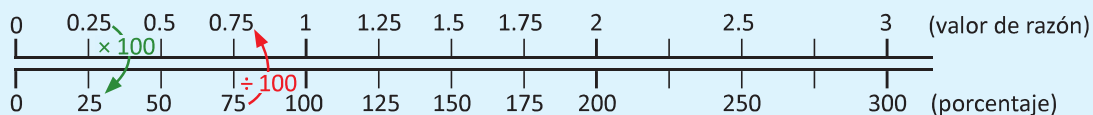
**R:** 150 %

En el gráfico, el porcentaje se ha representado como  $a$ ; entonces,  $a = 150$ .



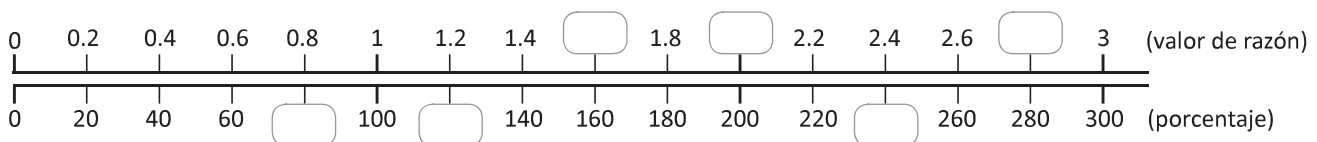
### Comprende

Cuando el antecedente es mayor que el consecuente, el porcentaje que se obtiene es mayor al 100 %. Esto se debe a que el valor de la razón es mayor que 1. La siguiente gráfica muestra algunas relaciones entre el valor de la razón y el porcentaje correspondiente:



### Resuelve

1. Completa los recuadros de razón o porcentajes faltantes en el gráfico:



2. Se recomienda que un adulto beba 2 litros de agua diariamente. Si María consume 2.5 litros, ¿qué porcentaje de agua consume respecto a la cantidad sugerida?

3. La Organización Mundial de la Salud (OMS) recomienda a los niños un consumo máximo de 4 g de sal diarios; si un niño consume 6 g diarios podría enfermarse. ¿Qué porcentaje de sal respecto a la cantidad recomendada puede hacer enfermar a un niño?



## 2.4 Cálculo del antecedente usando porcentajes menores al 100 %

### Recuerda

1. ¿Cómo se calcula el antecedente utilizando el consecuente y el valor de la razón?
2. Encuentra el valor de razón correspondiente a:
  - a. 35 %
  - b. 100 %

### Analiza

María prepara 200 ml de refresco de naranja. Si el 35 % del contenido del refresco es zumo de naranja, ¿a cuántos mililitros de zumo equivale? Representa la cantidad de mililitros de zumo como  $\alpha$ .

La cantidad total de refresco (200 ml) corresponde al 100 %, y la cantidad desconocida de zumo de naranja ( $\alpha$  ml) corresponde al 35 % del total de refresco.



### Soluciona



Julia

Calculo el valor de la razón, que es igual a dividir el porcentaje entre 100:

$$\text{Valor de la razón} = 35 \div 100 = 0.35$$

Este número corresponde al valor de la razón  $\alpha$  : 200; y como:

$$\text{antecedente} = \text{consecuente} \times \text{valor de razón}$$

entonces,

$$\alpha = 200 \times 0.35 = 70$$

R: 70 ml

35 % de zumo de naranja significa que, si fuesen 100 ml de refresco entonces 35 ml serían de zumo de naranja. Al aumentar el refresco al doble (200 ml) la cantidad de zumo de naranja también aumenta al doble, o sea, 70 ml.



José

Compruebo calculando cuánto es (en porcentaje) 70 ml de 200 ml:

$$\text{Valor de la razón} = 70 \div 200 = 0.35$$

$$\text{Porcentaje} = 0.35 \times 100 = 35$$

R: 70 ml

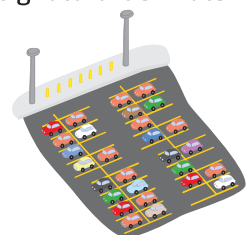
### Comprende

En general:

- Calcular el valor correspondiente al porcentaje de una cantidad es equivalente a calcular el antecedente de la razón.
- Cuando se conoce el consecuente y el porcentaje, y se quiere encontrar el antecedente, se pueden seguir los siguientes pasos:
  - ① Encontrar el valor de la razón a partir del porcentaje:  $\text{valor de razón} = \text{porcentaje} \div 100$ .
  - ② Encontrar el antecedente:  $\text{antecedente} = \text{consecuente} \times \text{valor de razón}$ .

### Resuelve

1. Calcula:
  - a. 20 % de 80 litros.
  - b. 90 % de 120 litros.
2. De una sección de 30 alumnos, el 80 % de los estudiantes aprobaron la asignatura de Matemática. ¿Cuántos alumnos aprobaron la materia?
3. En un estacionamiento hay 80 vehículos de los cuales, el 5 % son verdes. ¿Cuántos vehículos verdes hay en el estacionamiento?



## 2.5 Cálculo del antecedente usando porcentajes mayores al 100 %

### Analiza

Los padres de Marta deben abonar \$250 mensuales para la cuota de una casa. Si además se tiene que pagar un 4 % de interés fijo sobre la cuota, ¿cuánto deben pagar cada mes?

### Soluciona

El 100 % de la cuota es \$250; "4 % sobre la cuota" indica que se agrega el 4 % de \$250. Entonces, debo calcular el pago de cada mes, incluyendo el interés sobre la cuota.



- ① El porcentaje total es:  $100 \% + 4 \% = 104 \%$

Utilizo lo de la clase anterior:

- ② Calculo el valor de la razón (porcentaje  $\div$  100):  $104 \div 100 = 1.04$

- ③ Calculo el 104 % de 250 (consecuente  $\times$  valor de razón):  $250 \times 1.04 = 260$

Los padres de Marta deben pagar cada mes \$260, que corresponde a la cuota mensual más el 4 % de interés fijo sobre la cuota.

R: \$260 mensuales.

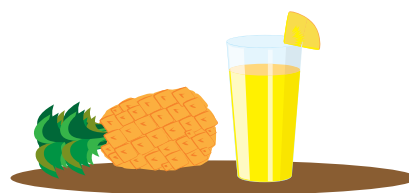
### Comprende

En situaciones que involucran incrementos al porcentaje, y se quiere encontrar el antecedente de la razón, se realiza lo siguiente:

- ① Encontrar el porcentaje total:  $100 \% +$  porcentaje de incremento.
- ② Calcular el valor de la razón:  $\text{porcentaje} \div 100$ .
- ③ Calcular el antecedente:  $\text{antecedente} = \text{consecuente} \times$  valor de la razón.

### Resuelve

1. Un jugo de piña que normalmente contiene 800 ml está en oferta, con un 20 % más del contenido normal. ¿Cuántos mililitros de jugo contiene cuando está en oferta?



2. Una pequeña imprenta desea comprar un lote de papel que cuesta \$720; como desea importarlo desde otro país debe pagar un impuesto del 5 % por derechos arancelarios de importación, adicional al precio original. ¿Cuántos dólares debe pagar la imprenta por el lote de papel, incluyendo los impuestos?

3. En un restaurante se paga el 9 % del consumo en calidad de propina. Si alguien consume \$30, ¿cuánto deberá pagar incluyendo la propina?



## 2.6 Cálculo de precios con IVA

### Analiza

El papá de Julia comprará un juego de comedor que cuesta \$160 dólares. El vendedor le dijo que este precio no incluye IVA, que es el 13 % del precio original. ¿Cuánto le costará el juego de comedor con el IVA incluido?

Observa que:

- El precio del juego de comedor sin IVA corresponde al 100 %.
- El precio del comedor con IVA incluido corresponde al 113 %.



### Soluciona



Antonio

En este caso hay un incremento del 13% al precio del comedor. Aplico los pasos aprendidos en la clase anterior:

- ① Porcentaje total =  $100 \% + 13 \% = 113 \%$
- ② Valor de la razón =  $113 \div 100 = 1.13$
- ③ Antecedente =  $160 \times 1.13 = 180.8$

R: \$180.80

Encuentro la cantidad de dinero que pagará de IVA y lo sumo a los \$160 (precio original del comedor):



Carmen

- ① Cantidad de dinero que corresponde al 13 %:  
valor de razón =  $13 \div 100 = 0.13$   
antecedente =  $160 \times 0.13 = 20.8$
- ② Sumo la cantidad correspondiente al IVA (\$20.80) al precio original:

$$160 + 20.8 = 180.8$$

R: \$180.80

### Comprende

El Impuesto al Valor Agregado (IVA) es un impuesto que se paga al momento de realizar una compra. En El Salvador, el IVA corresponde al 13 % sobre el precio original, y puede calcularse de dos maneras:

#### Primera forma:

- ① Calcular el valor de la razón correspondiente al 113 % (este porcentaje se encontró sumándole al 100 % el 13 % de IVA).
- ② Calcular el nuevo precio, multiplicando el precio original por el valor de la razón).

#### Segunda forma:

- ① Calcular el 13 % del precio original.
- ② Sumar, al precio original, la cantidad encontrada en el paso ①.

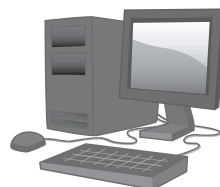
En la primera forma, el valor de la razón correspondiente al 113 % es 1.13; entonces, puedes realizar un solo paso multiplicando el precio original por 1.13.



### Resuelve

Calcula el precio de los siguientes artículos incluyendo el IVA, utilizando las dos maneras mostradas.

- a. Una computadora que cuesta \$525.
- b. Un ventilador que cuesta \$30.
- c. Un televisor que cuesta \$449.





## 2.7 Cálculo de precios con descuentos

### Analiza

María compró una mochila con el 25 % de descuento. Si el precio normal era de \$8, ¿cuánto pagó María por la mochila?

El precio, aplicándole el descuento, es igual al 75 % del precio original.



### Soluciona



Mario

- Como la mochila tenía el 25 % de descuento, entonces María solo canceló el 100 % – 25 % del precio original, o sea, el 75 %.

- El 75 % corresponde a un valor de razón de 0.75 ( $75 \div 100$ ).

- Precio a cancelar:  $8 \times 0.75 = 6$

R: \$6

- Calculo el 25 % de \$8, multiplicando por 0.25 (valor de razón correspondiente al 25 %):

$$8 \times 0.25 = 2$$

- Resto de la cantidad original, el valor correspondiente al descuento:

$$8 - 2 = 6$$

R: \$6



Ana

### Comprende

Para encontrar el precio luego de aplicar descuentos, se pueden realizar dos procedimientos:

#### Primera forma:

- Calcular el porcentaje del precio con descuento:  
 $100 \% - \text{porcentaje de descuento}$
- Calcular el valor de la razón correspondiente al porcentaje encontrado en ①.
- Encontrar el precio con descuento, multiplicando el valor de la razón por el precio original.

#### Segunda forma:

- Calcular el valor de la razón correspondiente al porcentaje de descuento.
- Calcular la cantidad correspondiente al descuento.
- Restar la cantidad encontrada en ② del precio original.

### Resuelve

En la tienda de ropa "LA GANGA" la ropa tiene descuento. Encuentra el precio de las siguientes prendas al aplicarles el descuento que se indica:

- a. Vestido para niña  
Precio normal: \$20  
30 % de descuento



- b. Suéter para caballero  
Precio normal: \$15  
20 % de descuento



- c. Camisa para niño  
Precio normal: \$5  
5 % de descuento



## 2.8 Cálculo del consecuente usando porcentajes

### Recuerda

Julia leyó 200 páginas de un libro en vacaciones. Esta cantidad es 5 veces la cantidad de páginas que leyó José. ¿Cuántas páginas leyó José?

### Analiza

Una jirafa de un mes de vida mide 260 cm; esta estatura corresponde al 130 % de su estatura justo al nacer. ¿Cuál fue la estatura de la jirafa inmediatamente después del nacimiento? Representa esta cantidad como  $b$  cm.

Observa que:

- La estatura de la jirafa al nacer corresponde al 100 % (consecuente,  $b$  cm).
- La estatura de la jirafa después de un mes, la cual es 260 cm, corresponde al 130 % (antecedente).



### Soluciona



Carlos

Calculo el valor de la razón, que es igual a dividir el porcentaje entre 100:

$$\text{valor de la razón} = 130 \div 100 = 1.3$$

Este número corresponde al valor de la razón  $260 : b$ ; y como:

$$\text{consecuente} = \text{antecedente} \div \text{valor de razón}$$

entonces,

$$b = 260 \div 1.3 = 200$$

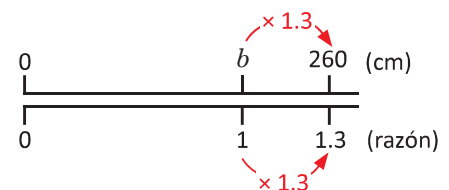
R: 200 cm

### ¿Sabías que...?

En la gráfica de doble recta numérica, para que la razón aumente de 1 a 1.3, se efectúa  $1 \times 1.3$ ; entonces, para que los centímetros aumenten de  $b$  a 260 debe efectuarse  $b \times 1.3$ , y:

$$b \times 1.3 = 260$$

1.3 veces  $b$  es igual a 260, por lo que  $b = 260 \div 1.3 = 200$



### Comprende

Cuando se conoce la cantidad cuyo porcentaje es mayor al 100 % (antecedente) y se desea encontrar la cantidad original (consecuente), se realiza lo siguiente:

- ① Calcular el valor de la razón: **valor de la razón = porcentaje  $\div$  100**
- ② Calcular el consecuente, que es la cantidad original: **consecuente = antecedente  $\div$  valor de la razón**

### Resuelve

1. Un televisor cuesta \$678 con IVA incluido. ¿Cuál es el precio del televisor sin incluir el IVA?

Observa que los \$678 corresponden al 113 %

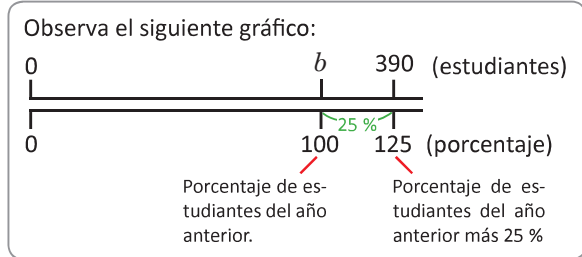


2. Marta pesa 60 kg y esto corresponde al 120 % de lo que pesaba hace un año. ¿Cuánto pesaba Marta hace un año?

## 2.9 Cálculo del porcentaje y del consecuente

### Analiza

Este año en la escuela de Ana hay 390 estudiantes. Si esta cantidad es 25 % más que la cantidad de estudiantes del año anterior, ¿cuántos estudiantes habían el año pasado? Representa el número de estudiantes del año pasado como  $b$ .



### Soluciona



“25 % más que la cantidad de estudiantes del año pasado” indica que el número de estudiantes del año pasado ( $b$  estudiantes) representa el 100 %. En este año hay 100 % + 25 % = 125 % de estudiantes respecto al año pasado.

Los 390 estudiantes de este año corresponden al 125 %, y el valor de la razón  $390 : b$  es igual a:

$$125 \div 100 = 1.25$$

Aplico lo visto en la clase anterior, **consecuente** = **antecedente**  $\div$  **valor de la razón**:

$$b = 390 \div 1.25 = 312$$

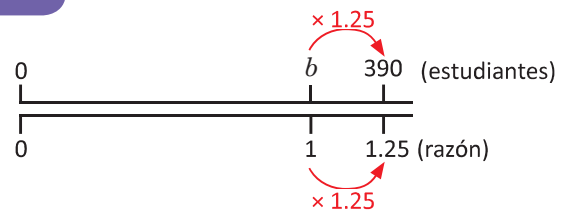
R: 312 estudiantes.

#### ¿Sabías que...?

Para que la razón aumente de 1 a 1.25, se efectúa  $1 \times 1.25$ ; entonces, para que la cantidad de estudiantes aumente de  $b$  a 390 debe efectuarse  $b \times 1.25$ , y:

$$b \times 1.25 = 390$$

1.25 veces  $b$  es igual a 390, por lo que  $b = 390 \div 1.25 = 312$



### Comprende

En los problemas donde el porcentaje aumenta, se conoce la cantidad correspondiente a ese aumento (antecedente) y se desconoce la cantidad original (consecuente), se realiza lo siguiente:

- ① Encontrar el porcentaje total correspondiente al aumento: 100 % + porcentaje de aumento.
- ② Calcular el valor de la razón: porcentaje total  $\div$  100
- ③ Calcular la cantidad original (consecuente): **consecuente** = **antecedente**  $\div$  **valor de la razón**

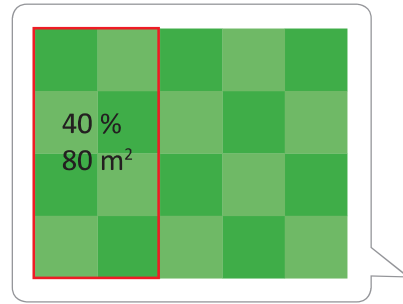
### Resuelve

1. La estatura de José es 156 cm, 20 % más que la estatura de su hermana Julia. ¿Cuál es la estatura de Julia en centímetros?
2. Después de recibir un aumento del 10 % a su salario anterior, el salario de don Juan es \$440. ¿Cuál era el salario anterior?
3. Un perrito pesa 168 g una semana después de haber nacido, esta cantidad es un 60 % más, que el peso del perrito al nacer. ¿Cuántos gramos pesaba al nacer?

## 2.10 Cálculo del consecuente usando porcentajes menores al 100 %

### Analiza

El propietario de un terreno decide venderlo en parcelas para obtener mayores ganancias. Hasta el momento ha vendido una parcela de  $80 \text{ m}^2$ , que representa el 40 % del total del terreno. ¿Cuál es el área total del terreno? Representa el área total como  $b \text{ m}^2$ .



### Soluciona



El valor de la razón  $80 : b$  es igual a:  
 $40 \div 100 = 0.4$

José

Para calcular la cantidad  $b$  utilizo:

consecuente = antecedente  $\div$  valor de la razón

$$b = 80 \div 0.4 = 200$$

R:  $200 \text{ m}^2$



Recuerda que el antecedente puede ser mayor que el consecuente.

El área total ( $b \text{ m}^2$ ) representa al 100 %. Como  $100 \% = 40 \% + 40 \% + 20 \%$ , entonces puedo encontrar  $b$  sumando las áreas correspondientes al 40 % y 20 %.



Carmen

- 40 %  $\rightarrow 80 \text{ m}^2$
- 20 %  $\rightarrow 40 \text{ m}^2$  (es la mitad de lo que representa el 40 %)

$$b = 80 + 80 + 40 = 200$$

R:  $200 \text{ m}^2$

### Comprende

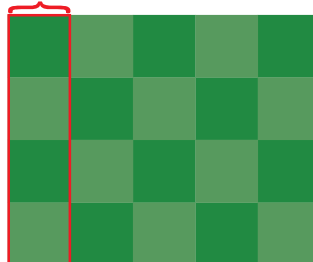
Aunque el porcentaje sea menor al 100 %, el consecuente siempre se calcula con la fórmula:

$$\text{consecuente} = \text{antecedente} \div \text{valor de la razón}$$

### Resuelve

1. Un agricultor planta 55 ha de maíz que representan el 20 % de su terreno. ¿De cuántas hectáreas es el terreno?

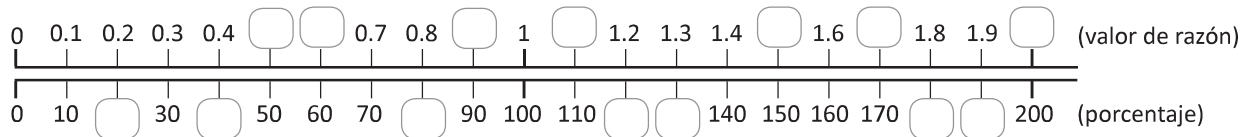
20 %  
55 ha



2. Una señora ahorra \$56, que representa el 10 % de su salario mensual. ¿De cuánto es su salario mensual?

## 2.11 Practica lo aprendido

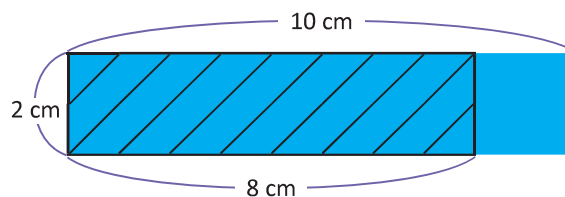
1. En el examen de Matemática, Marta acertó en 8 de un total de 10 preguntas. ¿Cuál es el porcentaje de respuestas correctas?
2. En una sala del cine, se ocupan 42 butacas de las 120 disponibles. ¿Cuál es el porcentaje de butacas ocupadas?
3. Completa los valores de razón y porcentajes faltantes:



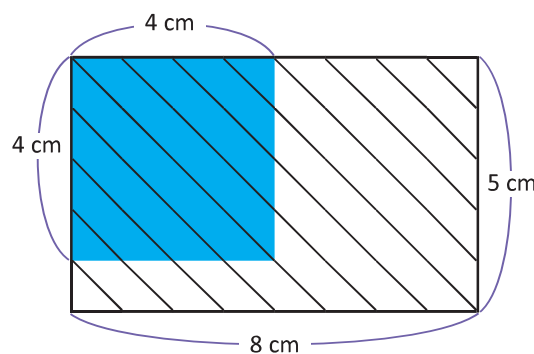
4. Un balneario atendió a 250 personas el 5 de agosto, y a 300 personas el 6 de agosto.
  - a. Calcula el valor de la razón entre la cantidad de personas que atendieron el 6 de agosto y las que atendieron el 5.
  - b. ¿Cuál es el porcentaje de personas que asistieron el 6 respecto a las que asistieron el 5?
5. En el vivero de don Juan hay 420 plantas de las cuales, el 25 % son rosas. ¿Cuántas rosas hay en el vivero?
6. Mientras espera la descarga de una carpeta de fotografías en su computadora, Juan observa que hasta el momento, se ha descargado el 30 % de 50 megabytes. ¿Cuántos megabytes se han descargado hasta ese momento?

### ★Desafiate

1. Calcula el porcentaje que representa el área del rectángulo sombreado con líneas, respecto al área del rectángulo de color azul.



2. Calcula el porcentaje que representa el área del rectángulo sombreado con líneas, respecto al área del cuadrado de color azul.



## 2.12 Practica lo aprendido

1. Un oso pardo (que vive en las montañas de Cantabria, España) al cabo de unos meses de nacer alcanza el 150 % de su peso inicial. Se sabe que el peso al nacer de ese tipo de osos es de 350 gramos, aproximadamente. ¿A cuántos gramos equivale el 150 % de su peso?



2. Una camisa que cuesta \$40 está en oferta con el 15 % de descuento. ¿Cuántos dólares cuesta la camisa al aplicarle el descuento?

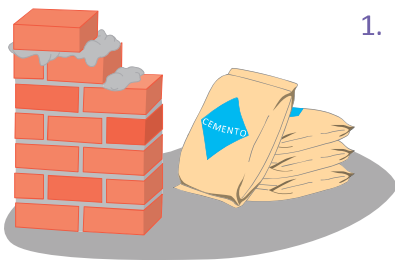
3. Al final del año, Juan logró ahorrar \$70 y esto representa un 140 % de lo planificado. ¿Cuántos dólares había planificado ahorrar?

4. Ana vendió un televisor a \$240, esta cantidad es un 20 % más que el precio por el cual ella adquirió el televisor. ¿Cuántos dólares pagó Ana al adquirir el televisor?



5. Cuando un oso grizzly (subespecie del oso pardo que habita en Norteamérica) hiberna, su frecuencia cardíaca desciende a 10 latidos por minuto, que es un 20 % de su valor normal. ¿Cuál es la frecuencia cardíaca normal del oso grizzly?

### ★Desafíate



1. Antonio está construyendo un muro para el cual necesita 8 bolsas de cemento. Si cada bolsa cuesta \$5 sin IVA, ¿cuánto deberá pagar por las 8 bolsas después de agregar el 13 % de IVA?

2. Un tren ha cubierto el 65 % de su recorrido. Si aún le quedan 70 km de viaje, ¿de cuántos kilómetros es el recorrido total?

