



Unidad 8

Volumen de cubos y prismas rectangulares

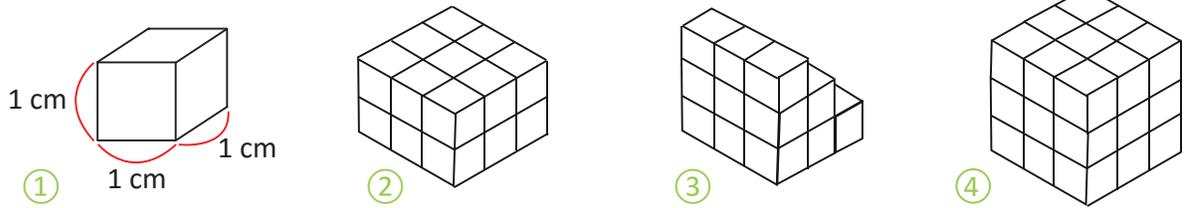
En esta unidad aprenderás a

- Calcular el volumen de cubos y prismas rectangulares
- Utilizar el centímetro cúbico y el metro cúbico como unidades de medida de volumen
- Calcular el volumen de cuerpos geométricos compuestos
- Utilizar la relación entre volumen y capacidad

1.1 Volumen

Analiza

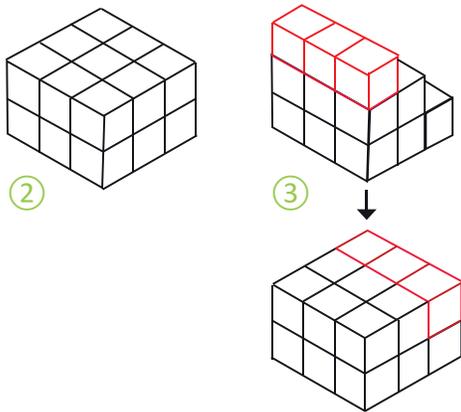
Hay varias cantidades de cubos de madera del tamaño que se ve en ①. Observa los cuerpos geométricos ②, ③ y ④ contruidos con esos cubos, ¿cuál de ellos ocupa mayor espacio?



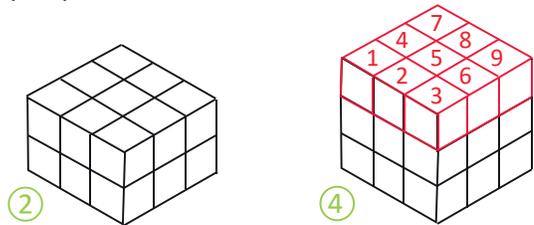
Soluciona



Comparo los tres cuerpos geométricos y observo que al modificar la forma de ③, este es igual a ②. Por lo tanto, ocupan igual espacio.



Luego, comparo los cuerpos geométricos ② y ④, y observo que ④ ocupa más espacio que ② porque tiene 9 cubos más.



Como ④ ocupa más espacio que ②, y ② y ③ ocupan igual espacio, entonces ④ es el cuerpo geométrico que ocupa mayor espacio.

R: ④ es el cuerpo geométrico que ocupa mayor espacio.

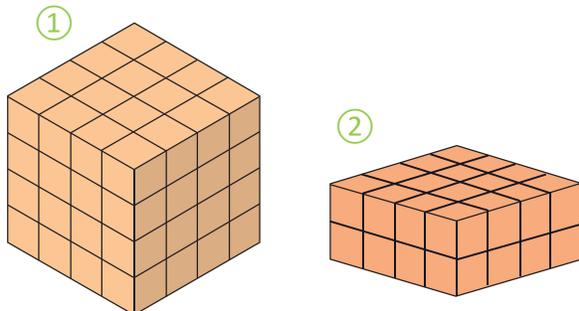
Comprende

- La medida del espacio que ocupa un cuerpo geométrico recibe el nombre de **volumen**; así, el cuerpo geométrico de mayor volumen es aquel que ocupa más espacio.
- El volumen de un cuerpo geométrico se mide a través del número de cubos de arista 1 cm que lo forman.
- Dos cuerpos geométricos con diferente forma pueden tener el mismo volumen.

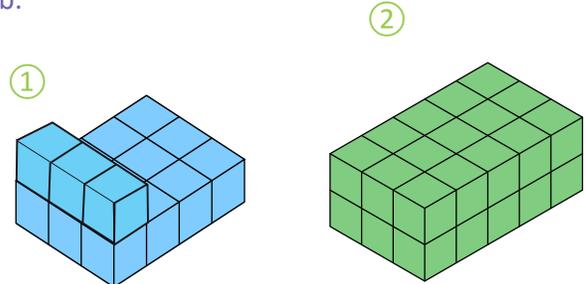
Resuelve

Los siguientes cuerpos geométricos se han construido utilizando cubos de arista 1 cm. En cada literal, ¿cuál es la relación entre las medidas de los volúmenes de los cuerpos geométricos ① y ②?

a.

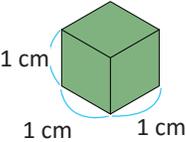


b.

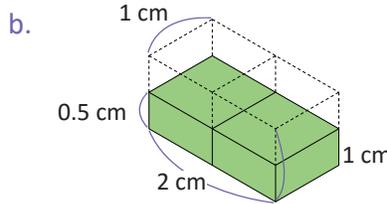
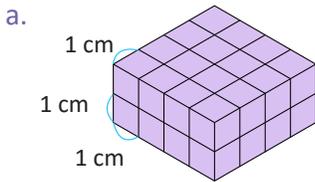


1.2 El centímetro cúbico

Analiza

El volumen de este cubo  es 1 cm^3 y se lee “un centímetro cúbico”.

Calcula el volumen, en centímetros cúbicos, de los siguientes cuerpos geométricos:

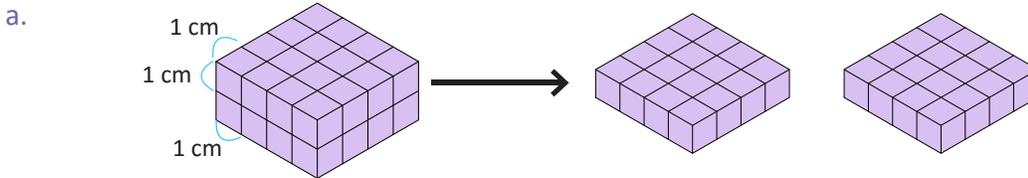


Puedes determinar cuántos cubos de volumen 1 cm^3 caben en cada cuerpo geométrico.



Soluciona

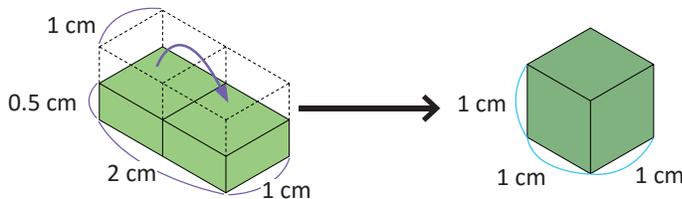
Cuento los cubos de volumen 1 cm^3 que caben en cada cuerpo:



En este prisma rectangular caben 32 cubos de volumen 1 cm^3 .

R: 32 cm^3

b. Pienso en cómo formar un cubo:



Este cuerpo se puede transformar a un cubo; cuya medida del lado de los cuadrados de las caras es 1 cm.



R: 1 cm^3

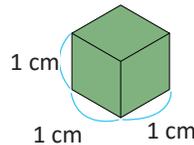
Comprende

- El volumen de un cuerpo es la cantidad de cubos de volumen 1 cm^3 que caben en él.
- Si el cuerpo no está compuesto por cubos completos se pueden acomodar las partes para formar cubos de volumen 1 cm^3 .

Para el caso de a., el volumen es 32 cm^3 , y para b. es 1 cm^3 . A partir de este momento siempre que se hable del lado de un cubo, se interpretará como la medida del lado del cuadrado en la cara del cubo.

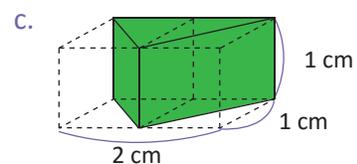
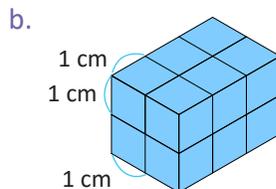
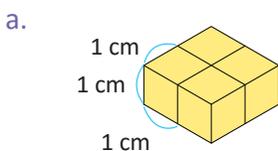
¡Ya entiendo!

Entonces puedo decir que es un cubo de 1 cm en cada lado.



Resuelve

Encuentra el volumen de los siguientes cubos y prismas rectangulares.

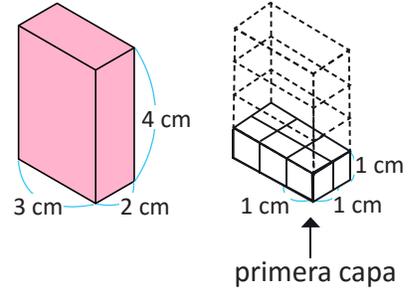


1.3 Volumen de un prisma, parte 1

Analiza

Piensa cómo calcular el volumen del siguiente prisma rectangular.

- ¿Cuántos cubos de 1 cm de lado caben en la primera capa?
- ¿Cuántas capas hay?
- ¿Cuál es el volumen del prisma rectangular?



Soluciona



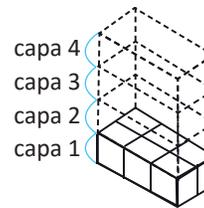
Carlos

- En la primera capa caben 3 cubos a lo largo y 2 cubos a lo ancho. Entonces hay $3 \times 2 = 6$ cubos de 1 cm de lado en la primera capa.
R: 6 cubos.

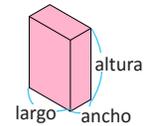
- La altura del prisma rectangular es 4 cm, entonces hay 4 capas.
R: 4 capas.

- En la primera capa caben 6 cubos y hay 4 capas. Entonces:

$$\begin{array}{l} \text{PO: } 6 \times 4 \\ 6 \times 4 = 24 \\ \swarrow \quad \searrow \\ \text{Número de cubos} \quad \text{Número de} \\ \text{en la primera capa} \quad \text{capas} \end{array} \quad \mathbf{R: 24 \text{ cm}^3}$$



En un prisma tienes:



Comprende

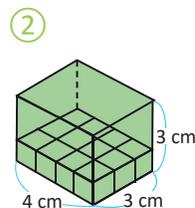
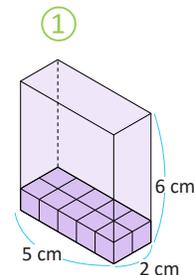
Para determinar el volumen de un prisma rectangular o un cubo, no es necesario contar todos los cubos que lo forman, basta con multiplicar el número de cubos de 1 cm de lado de la primera capa por el número de capas.

$$\text{volumen del prisma rectangular} = \text{número de cubos en la primera capa} \times \text{número de capas}$$

Resuelve

- Observa el prisma rectangular ① y responde:
 - ¿Cuántos cubos de 1 cm de lado hay en la primera capa?
 - ¿Cuántas capas hay?
 - ¿Cuál es el volumen?

- Observa el prisma rectangular ② y responde:
 - ¿Cuántos cubos de 1 cm de lado hay en la primera capa?
 - ¿Cuántas capas hay?
 - ¿Cuál es el volumen?

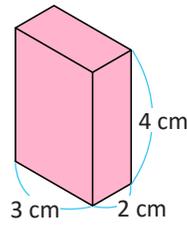


1.4 Volumen de un prisma, parte 2

Analiza

Piensa cómo calcular el volumen del siguiente prisma.

- ¿Cuál es el área de la base del prisma?
- ¿Cuál es la altura?
- ¿Cuál es el volumen del cubo?



Soluciona



Ana

- El área de la base del prisma es $3 \times 2 = 6$.
R: 6 cm^2
- La altura del prisma es de 4 cm.
R: 4 cm
- Volumen: área de la base \times ancho

$$\text{PO: } 6 \times 4$$

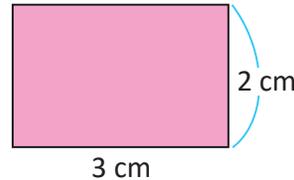
$$6 \times 4 = 24$$

área de la base
del prisma

altura del
prisma

$$\text{R: } 24 \text{ cm}^3$$

Base del prisma



Observa que, el área de la base del prisma se obtiene multiplicando su largo por el ancho al igual que se calculó el número de cubos en la primera capa en la clase anterior. La cantidad de centímetros de la altura es igual al número de capas que se formarían en el prisma.



Comprende

Para calcular el volumen de un prisma rectangular se puede utilizar lo siguiente:

$$\text{volumen del prisma rectangular} = \text{área de la base del prisma} \times \text{altura del prisma}$$

Por lo que se puede calcular directamente el volumen con la relación:

$$\text{volumen del prisma rectangular} = \text{largo} \times \text{ancho} \times \text{altura}$$

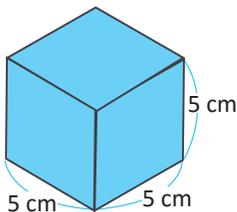
El cubo también es un prisma rectangular, por lo que su volumen se calcula con esta misma fórmula; pero como los lados de un cubo son de igual longitud, la fórmula para encontrar su volumen se puede escribir así:

$$\text{volumen del cubo} = \text{lado} \times \text{lado} \times \text{lado}$$

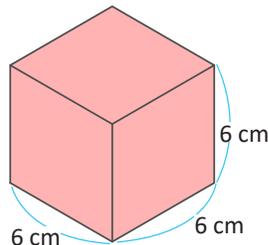
Resuelve

Calcula el volumen de los siguientes cubos y prismas rectangulares.

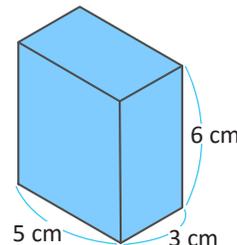
a.



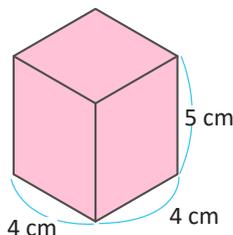
b.



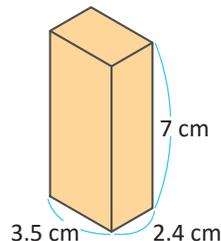
c.



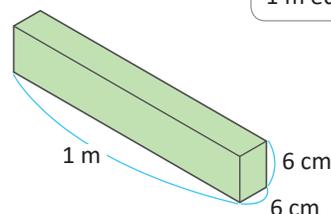
d.



e.



f.



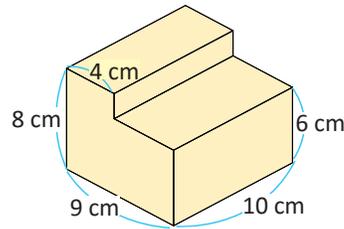
1 m equivale a 100 cm.



1.5 Volumen de cuerpos geométricos compuestos (descomponiendo)

Analiza

¿Cuál es el volumen del siguiente cuerpo geométrico?

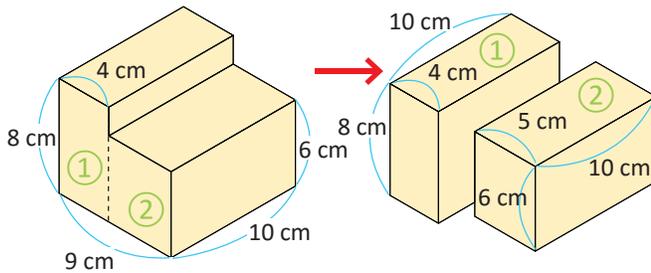


Soluciona



Forma 1

Descompongo en dos prismas rectangulares, en forma vertical.



Para ①, $10 \times 4 \times 8 = 320$.

Para ②, $10 \times 5 \times 6 = 300$.

El volumen total es: $320 + 300 = 620 \text{ cm}^3$.

R: 620 cm^3

Puede ser un solo PO.

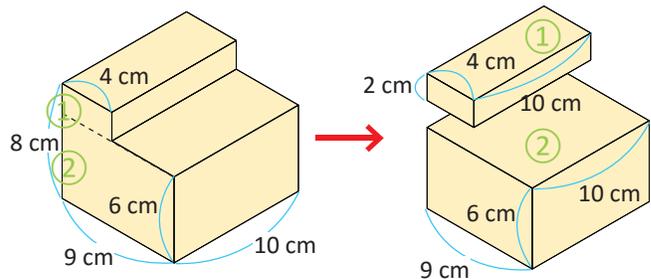
PO: $10 \times 4 \times 8 + 10 \times 5 \times 6$

$$10 \times 4 \times 8 + 10 \times 5 \times 6 = 320 + 300 = 620$$

R: 620 cm^3

Forma 2

Descompongo en dos prismas rectangulares en forma horizontal de la siguiente manera:



Para ①, $10 \times 4 \times 2 = 80$.

Para ②, $10 \times 9 \times 6 = 540$.

El volumen total es: $80 + 540 = 620 \text{ cm}^3$.

R: 620 cm^3

Puede ser un solo PO.

PO: $10 \times 4 \times 2 + 10 \times 9 \times 6$

$$10 \times 4 \times 2 + 10 \times 9 \times 6 = 80 + 540 = 620$$

R: 620 cm^3



Comprende

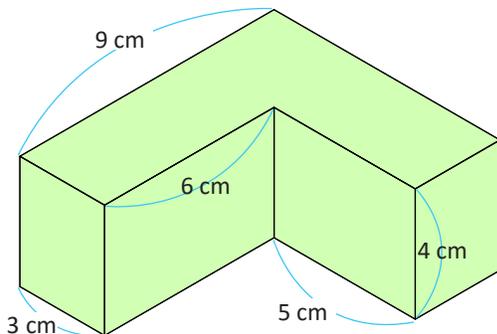
Para calcular el volumen de cuerpos geométricos compuestos, se puede:

- ① Separar en prismas rectangulares y calcular sus volúmenes.
- ② Sumar los volúmenes.

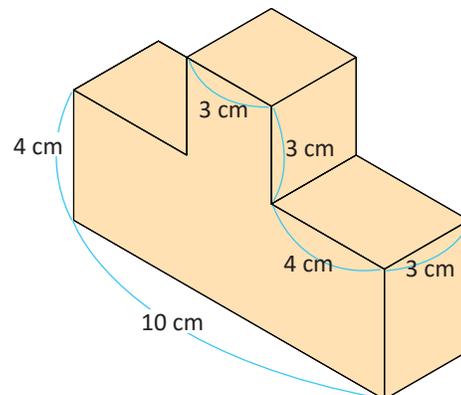
Resuelve

Calcula el volumen de los siguientes cuerpos geométricos compuestos.

a.



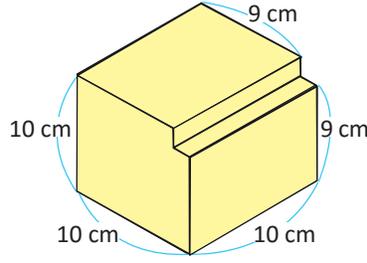
b.



1.6 Volumen de cuerpos geométricos compuestos (completando)

Analiza

¿Cuál es el volumen del siguiente cuerpo geométrico?

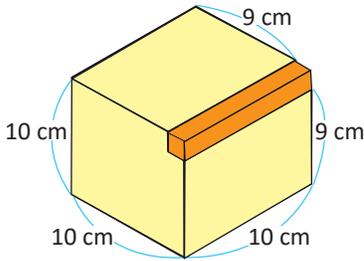


Soluciona

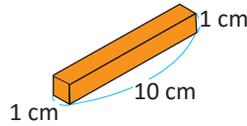


Mario

① Completo un cubo. Calculo el volumen del cubo completo y luego el del cuerpo geométrico agregado.

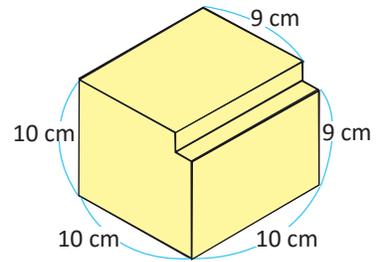


$$10 \times 10 \times 10 = 1000$$



$$1 \times 10 \times 1 = 10$$

② Al volumen del cubo le resto el volumen agregado.



$$1000 - 10 = 990$$

R: 990 cm³



Puede ser un solo PO.

PO: $10 \times 10 \times 10 - 1 \times 10 \times 1$

$$10 \times 10 \times 10 - 1 \times 10 \times 1 = 1000 - 10 = 990$$

R: 990 cm³

Comprende

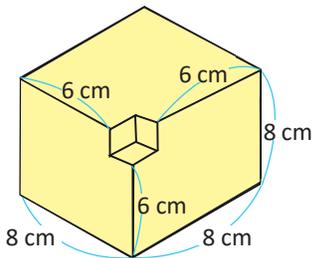
Para calcular el volumen de cuerpos geométricos compuestos, se puede:

- ① Completar un prisma rectangular y calcular el volumen del cuerpo completo y luego del cuerpo agregado.
- ② Del volumen completo restar el volumen agregado.

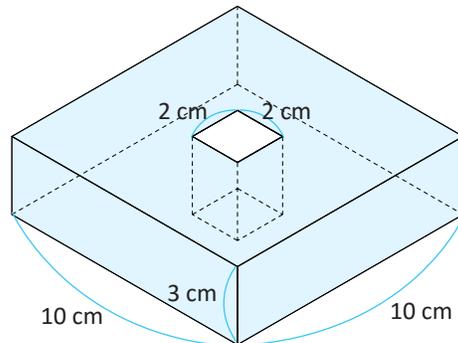
Resuelve

Calcula el volumen de los siguientes cuerpos geométricos compuestos completando un cubo o prisma rectangular.

a.



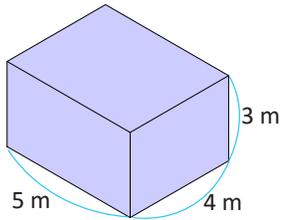
b.



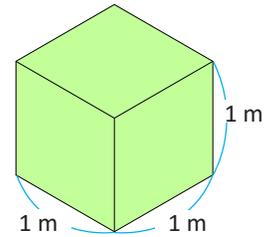
1.7 Volúmenes en metros cúbicos

Analiza

1. ¿Cuántos cubos de 1 m de lado caben en el siguiente prisma rectangular?



2. ¿Cuántos centímetros cúbicos caben en un cubo de 1 m (100 cm) de lado?



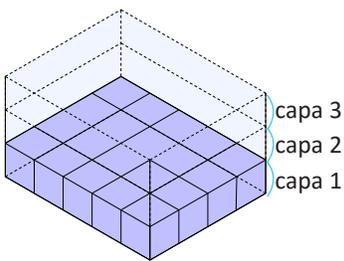
Soluciona



Julia

Como el número de cubos de 1 cm o 1 m de lado que caben en el prisma (o cubo) es igual al resultado de hacer: el número de cubos en la primera capa \times número de capas. Entonces:

1.

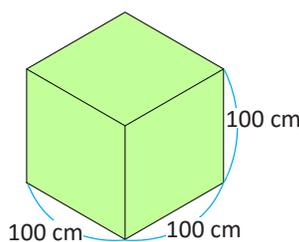


$$\text{PO: } (5 \times 4) \times 3$$

$$5 \times 4 \times 3 = 60$$

R: 60 cubos.

2.



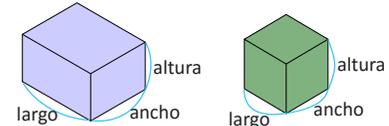
$$\text{PO: } (100 \times 100) \times 100$$

$$100 \times 100 \times 100 = 1,000,000$$

R: 1,000,000 cm³

Recuerda que en un prisma o cubo:

- El número de cubos que caben en la primera capa es igual al resultado de: largo \times ancho
- El número de capas es igual a la cantidad de centímetros o metros en la altura.



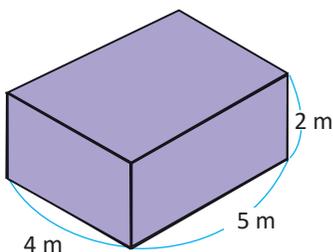
Comprende

- El volumen de un cubo de 1 m de lado se le llama “un metro cúbico” y se escribe 1 m³.
- Para calcular volúmenes grandes se utiliza el metro cúbico como unidad de medida.
- Además, se tiene la siguiente relación: 1 m³ = 1,000,000 cm³.

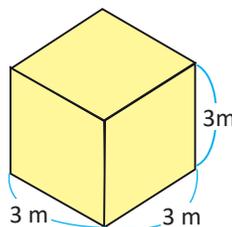
Resuelve

Calcula el volumen de los siguientes cuerpos geométricos en m³ o cm³, según la indicación:

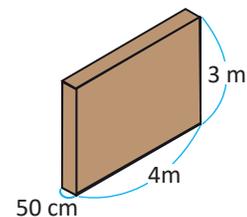
a. (m³)



b. (m³)



c. (cm³ y m³)



1.8 Relación entre volumen y capacidad

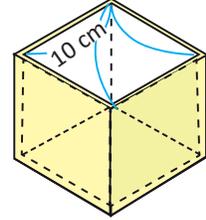
Recuerda

Completa: 1 litro = ml.

Analiza

En un recipiente con forma de cubo y una longitud interior de 10 cm de lado:

- ¿Cuántos cm^3 de agua caben en su interior?
- En el interior del recipiente cabe 1 litro de agua. ¿Qué relación hay entre el volumen y la capacidad del recipiente?



La capacidad se refiere a la cantidad de líquido que puede contener un cuerpo.



Soluciona

- El volumen de agua que el recipiente puede contener en el interior se calcula efectuando $10 \times 10 \times 10$:

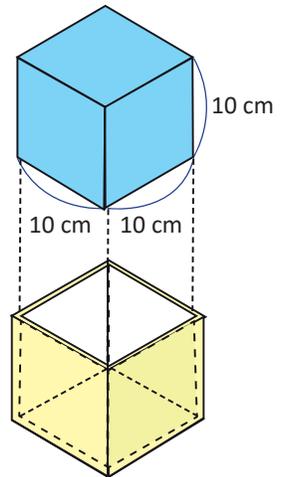
$$10 \times 10 \times 10 = 1,000$$



R: $1,000 \text{ cm}^3$

- Como el volumen del recipiente es $1,000 \text{ cm}^3$ y la capacidad del recipiente es 1 litro, entonces la relación que hay es la siguiente:

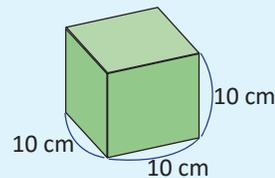
$$1,000 \text{ cm}^3 = 1 \text{ litro}$$



Comprende

La capacidad es el volumen que puede contener un recipiente en su interior.

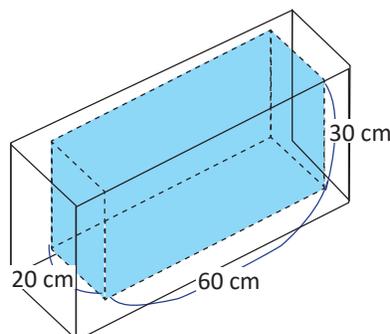
- Relación entre centímetros cúbicos y litros:
 $1,000 \text{ cm}^3 = 1 \text{ litro}$
- Como $1 \text{ litro} = 1,000 \text{ ml}$, entonces:
 $1 \text{ cm}^3 = 1 \text{ ml}$



Resuelve

Dadas las longitudes interiores del depósito:

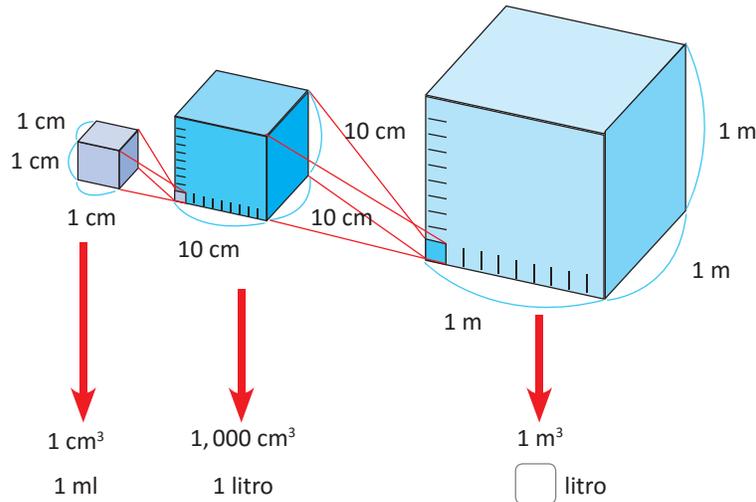
- Calcula el volumen.
- Calcula la capacidad en litros.



1.9 Equivalencias entre las unidades de capacidad y de volumen

Analiza

Observa la relación entre volumen y capacidad. ¿A cuántos litros equivale 1 m^3 ?



Soluciona

Calculo cuántos cubos de 1 litro de capacidad caben en 1 m^3 .

A lo largo caben 10, a lo ancho caben 10, y a la altura caben 10, entonces en total caben:

$$10 \times 10 \times 10 = 1,000$$

R: $1 \text{ m}^3 = 1,000$ litros



Carmen

Comprende

- $1 \text{ m}^3 = 1,000$ litros
- Para convertir de m^3 a litros se multiplica por 1,000; y para convertir de litros a m^3 se divide entre 1,000.

Ejemplos:

a. Una cisterna tiene un volumen de 12 m^3 , ¿cuál es su capacidad en litros?

Como en 1 m^3 caben 1,000 litros, en 12 m^3 caben:

PO: $1,000 \times 12$

$$1,000 \times 12 = 12,000$$

R: En 12 m^3 caben 12,000 litros.

b. Una pila tiene capacidad de 2,000 litros, ¿cuál es su volumen en m^3 ?

Como cada 1,000 litro equivalen a 1 m^3 , en 2,000 litros hay:

PO: $2,000 \div 1,000$

$$2,000 \div 1,000 = 2$$

R: 2 m^3

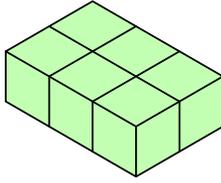
Resuelve

1. ¿Cuántos litros de agua caben en una cisterna de 15 m^3 ?
2. Un tanque tiene una capacidad de 21,000 litros, ¿cuál es el volumen que puede contener en m^3 ?
3. Un tanque con volumen de 28 m^3 contiene actualmente 17,000 litros. ¿Cuántos litros de agua hacen falta para llenar el tanque?

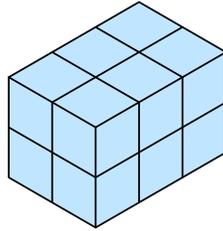
1.10 Practica lo aprendido

1. Encuentra el volumen de los siguientes prismas rectangulares (el cubo más pequeño tiene 1 cm de lado):

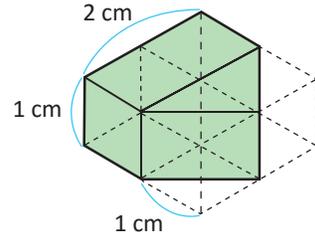
a.



b.

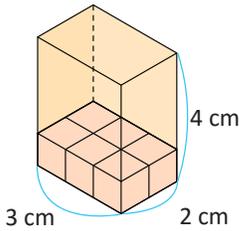


c.

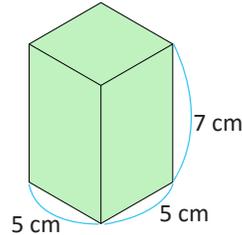


2. Calcula el volumen de los siguientes cuerpos utilizando la fórmula:

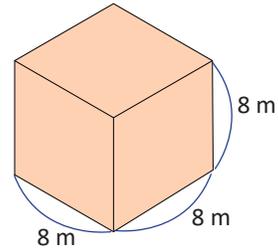
a.



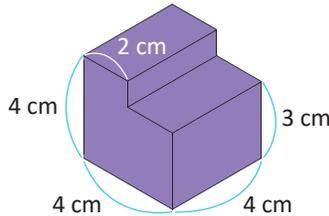
b.



c.



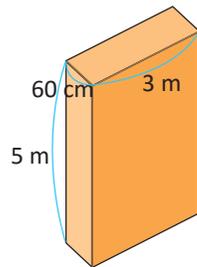
3. Calcula el volumen del siguiente cuerpo geométrico:



4. Encuentra el volumen del siguiente prisma rectangular:

a. En cm^3

b. En m^3

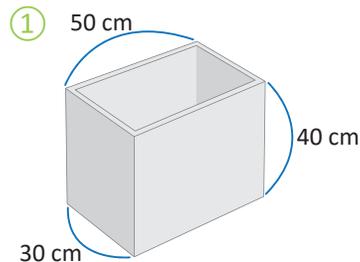


Recuerda:
 $1 \text{ m}^3 = 1,000,000 \text{ cm}^3$



5. Una pila tiene las longitudes mostradas en ①. Realiza lo que se te pide en cada literal:

- Encuentra el volumen del interior de la pila en m^3 .
- ¿Cuál es la capacidad de la pila en litros?
- Para llenar la pila se utilizará una cubeta de 10 litros de capacidad. ¿Con cuántas cubetas se llenará la pila?



$1 \text{ m}^3 = 1,000 \text{ l}$

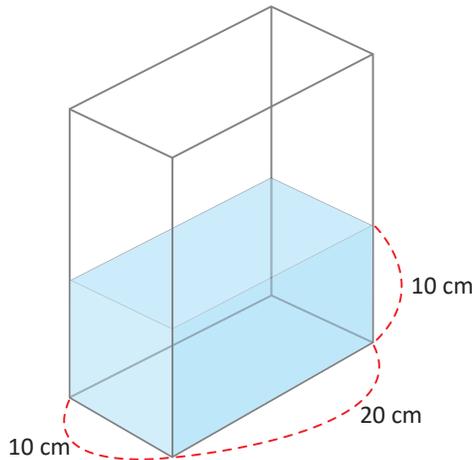


Volumen de distintos cuerpos

Todos los cuerpos tienen volumen. ¿Cómo se calcula el volumen de un cuerpo que no sea un cubo o un prisma rectangular?

Observa cómo se puede calcular el volumen de una piedra utilizando un recipiente con agua.

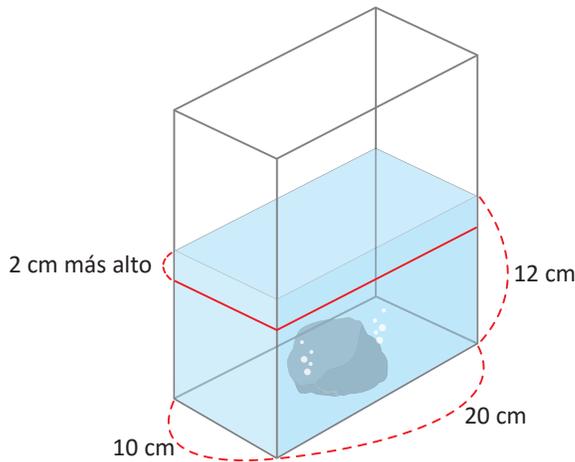
- ① Se utiliza un recipiente cuyo volumen sea fácil de calcular. Por ejemplo un prisma rectangular.



Se calcula el volumen de agua.
 $v_1 = 20 \times 10 \times 10 = 2,000$



- ② Se introduce la piedra; la altura del agua se incrementará debido al volumen de la piedra.



Se calcula nuevamente el volumen de agua con la piedra sumergida.
 $v_2 = 20 \times 10 \times 12 = 2,400$

- ③ El volumen de la piedra es la diferencia entre v_2 y v_1 :

$$v = v_2 - v_1$$

$$v = 2,400 - 2,000$$

$$v = 400$$

Para medir el volumen de un cuerpo irregular, se puede sumergir el cuerpo en un recipiente con agua. Luego se calcula la diferencia de volumen con y sin el cuerpo irregular sumergido.

Calcula el volumen de otros cuerpos irregulares en tu casa.