



# Unidad 10

Traslaciones, simetrías y rotaciones

## En esta unidad aprenderás a

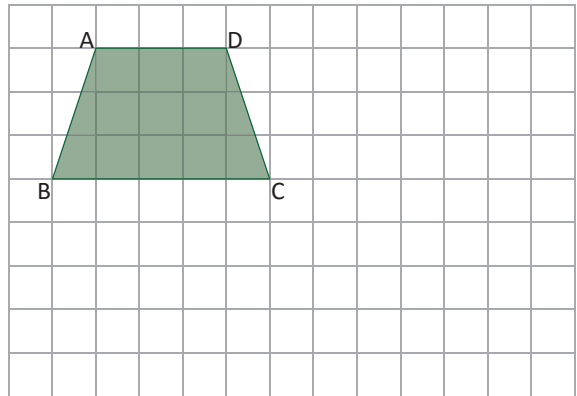
- Trasladar una figura
- Determinar si una figura es simétrica respecto a una recta
- Determinar si una figura es simétrica respecto a un punto
- Construir figuras simétricas
- Caracterizar las figuras planas y polígonos regulares según el tipo de simetría que poseen

## 1.1 Traslación de figuras

### Analiza

Realiza lo siguiente:

- Desplaza el cuadrilátero de vértices A, B, C y D, 6 espacios en forma horizontal hacia la derecha.
- Desplaza el cuadrilátero de vértices A, B, C y D, 4 espacios en forma vertical hacia abajo.



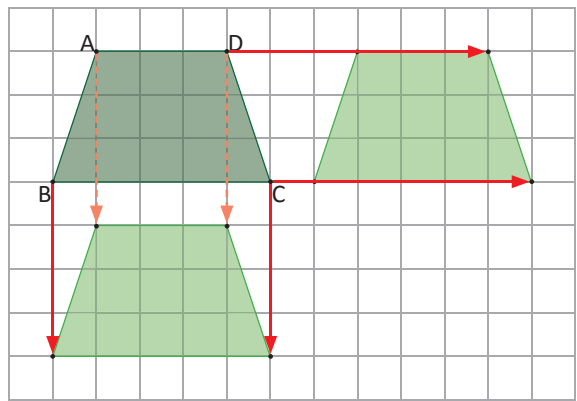
### Solucion



Ana

Desplazo el cuadrilátero moviendo cada uno de sus vértices la cantidad de espacios en la dirección indicada en cada caso: de forma horizontal hacia la derecha o de forma vertical hacia abajo.

Luego, uno esos vértices en el mismo orden que el cuadrilátero original.

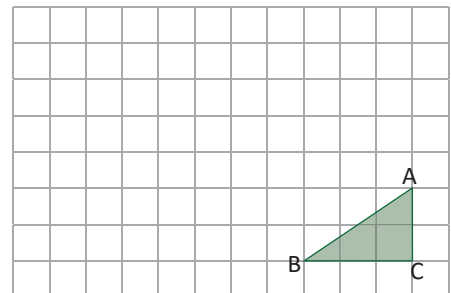
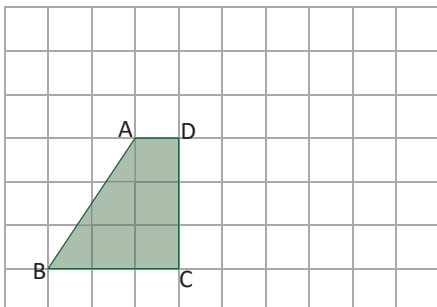


### Comprende

La **traslación** es un movimiento que consiste en desplazar todos los puntos de una figura a una misma distancia, de manera que la figura resultante tenga la misma forma y orientación que la original.

### Resuelve

- Traslada el triángulo 4 espacios en forma vertical hacia arriba.
- Traslada el triángulo 7 espacios en forma horizontal hacia la izquierda.



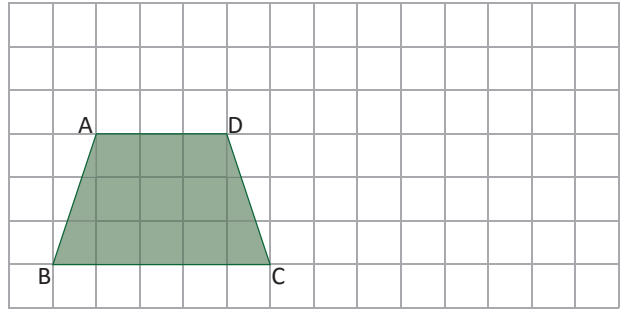
- Traslada el cuadrilátero 5 espacios en forma horizontal hacia la derecha.
- Traslada el cuadrilátero 2 espacios en forma horizontal hacia arriba.

## 1.2 Combinación de traslaciones

### Analiza

Realiza lo siguiente:

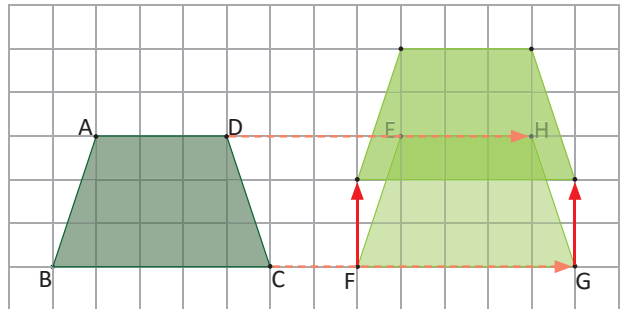
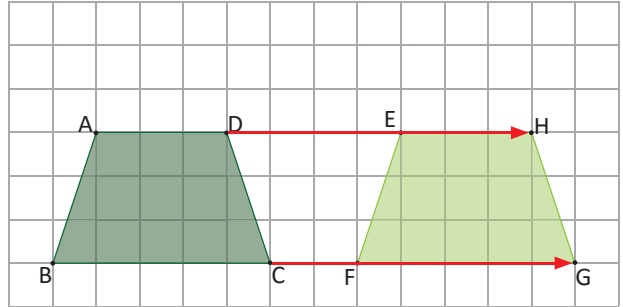
- Traslada el cuadrilátero 7 espacios en forma horizontal hacia la derecha.
- El resultado del literal a. trasládalo 2 espacios en forma vertical hacia arriba. Este último cuadrilátero, ¿mantiene la misma forma y orientación que el original?



### Soluciona



- Traslado los vértices A, B, C y D, 7 espacios hacia la derecha y dibujo el resultado, manteniendo la misma forma y orientación. A los vértices del cuadrilátero, resultado de la traslación horizontal, los nombro E, F, G y H.
- Ahora traslado los vértices E, F, G y H, 2 espacios hacia arriba y dibujo el resultado.



¡Sí se mantiene la misma forma y orientación que el cuadrilátero original!

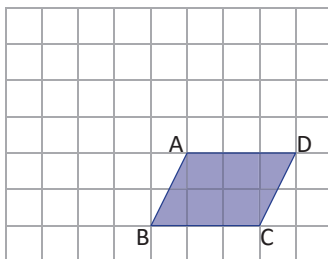
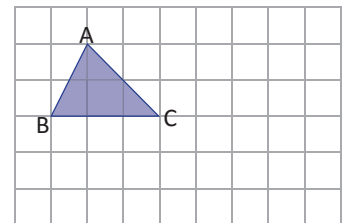
### Comprende

Se pueden realizar combinaciones de dos o más traslaciones horizontales y verticales; la figura resultante siempre mantiene la misma forma y orientación que la figura original.

### Resuelve

Realiza las siguientes combinaciones de traslaciones:

- Traslada el triángulo 4 espacios en forma horizontal hacia la derecha y 2 espacios en forma vertical hacia abajo.

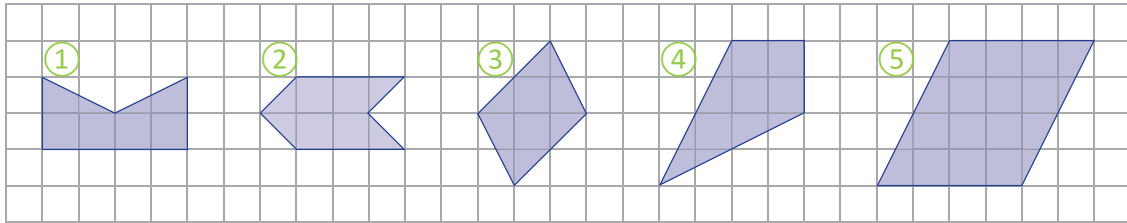


- Traslada el cuadrilátero 3 espacios en forma horizontal hacia la izquierda y 3 espacios en forma vertical hacia arriba.

## 1.3 Figuras simétricas respecto a un eje

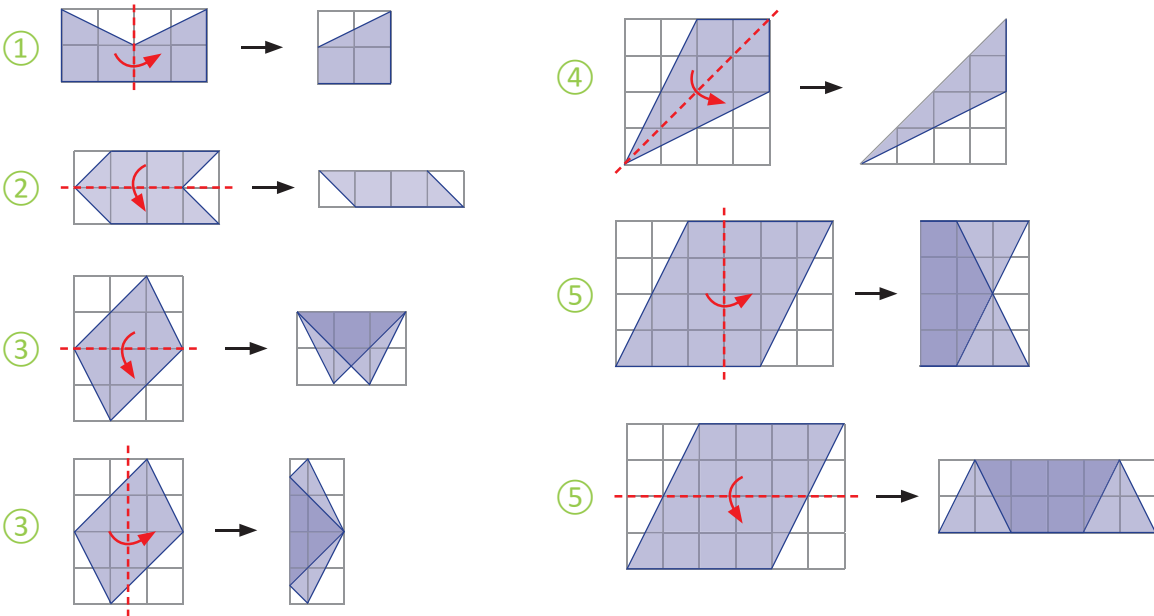
### Analiza

¿Cuáles de las siguientes figuras pueden doblarse de tal manera que se sobrepongan dos partes iguales?



### Soluciona

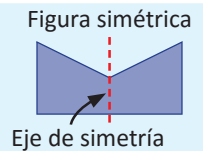
Dibujo y recorto las figuras en papel cuadrículado para realizar el doblez y para comprobar si se sobreponen exactamente:



Las figuras ①, ② y ④ pueden doblarse para sobreponer dos partes iguales. Pero las figuras ③ y ⑤ no pueden doblarse en ninguna forma para que se sobrepongan dos partes iguales.

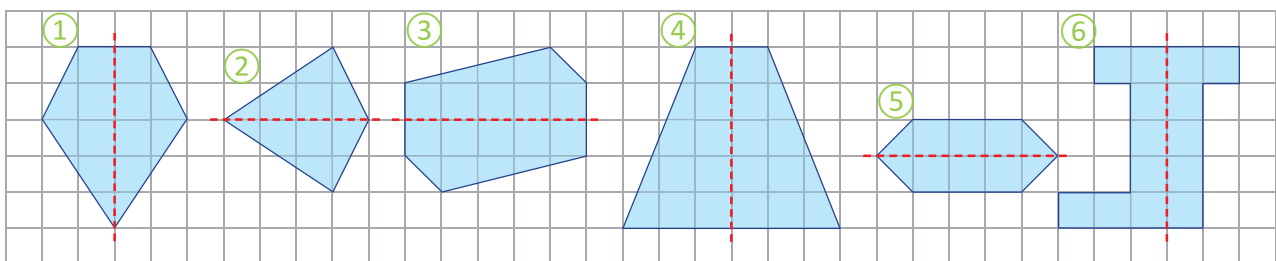
### Comprende

Una **figura simétrica con respecto a un eje** (o simplemente **figura simétrica**) es aquella que puede doblarse por una línea recta de tal forma que se sobrepongan dos partes iguales. Esta línea recta recibe el nombre de **eje de simetría**.



### Resuelve

Determina cuál de las siguientes figuras son simétricas con respecto a la línea recta indicada en cada caso:

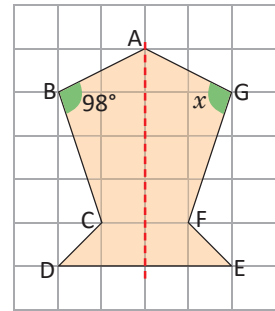


## 1.4 Vértices, lados y ángulos correspondientes

### Analiza

Observa la siguiente figura simétrica, analiza las partes que se sobreponen cuando se dobla por el eje de simetría.

- ¿Cuál es el vértice que se sobrepone al vértice B?
- ¿Cuál es el lado que se sobrepone al lado BC?
- Si el lado GF mide 3 cm, ¿cuánto mide el lado BC?
- ¿Cuánto mide el ángulo  $x$ ?



### Soluciona

- El vértice que se sobrepone al vértice B es G.
- El lado que se sobrepone al lado BC es GF.
- Al doblar por el eje de simetría, el lado GF se sobrepone al lado BC, entonces estos lados tienen la misma longitud. Es decir, BC mide 3 cm.
- El ángulo  $x$  se sobrepone al ángulo cuya medida es  $98^\circ$ , por lo tanto mide  $98^\circ$ .

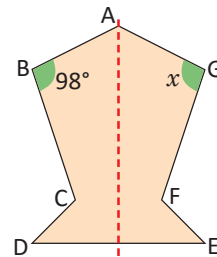


Carlos

### Comprende

Al doblar una figura simétrica por su eje:

- Los vértices que se sobreponen se llaman **vértices correspondientes**.
- Los lados que se sobreponen se llaman **lados correspondientes**.
- Los ángulos que se sobreponen se llaman **ángulos correspondientes**.
- Los lados correspondientes tienen la misma longitud y los ángulos correspondientes tienen la misma medida.

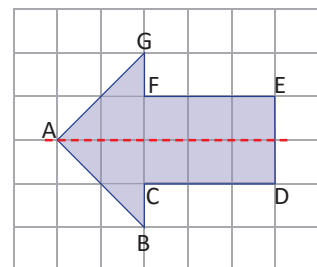


G es el vértice correspondiente al vértice B, CD es el lado correspondiente al lado FE.

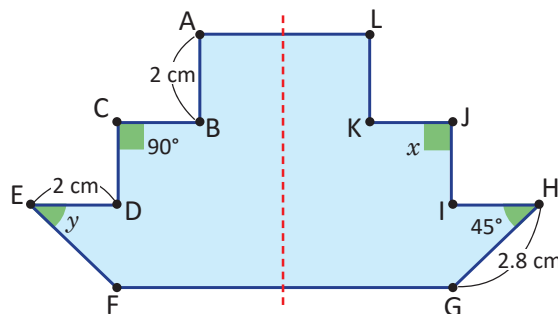


### Resuelve

- Observa la flecha (es una figura simétrica) y encuentra lo que se te pide:
  - Los vértices correspondientes a los vértices G, F y D.
  - Los lados correspondientes a los lados AG y CD.



- Encuentra la medida de los siguientes lados y ángulos explicando tu respuesta.
  - La longitud del lado LK.
  - La longitud del lado IH.
  - La longitud del lado EF.
  - La medida del ángulo  $x$ .
  - La medida del ángulo  $y$ .

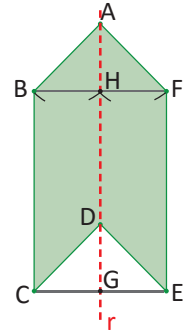


## 1.5 Características de las figuras simétricas

### Analiza

La figura es simétrica con respecto al eje  $r$ , B y F, C y E son vértices correspondientes. Responde:

- ¿Son perpendiculares al eje de simetría los segmentos BF y CE?
- Compara los segmentos BH y FH. ¿Cómo son sus longitudes?
- Compara los segmentos CG y EG. ¿Cómo son sus longitudes?

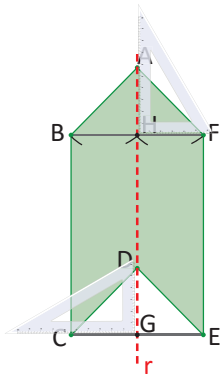


### Soluciono

- Con una escuadra verifico que los segmentos BF y CE son perpendiculares al eje de simetría  $r$ :

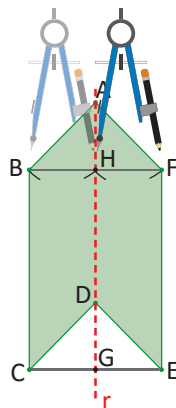


Julia



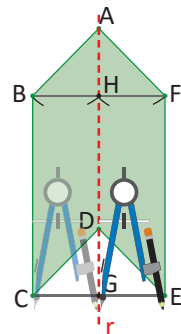
R: Sí son perpendiculares.

- Utilizo un compás para comparar las longitudes de BH y FH:



R: BH y FH tienen igual longitud.

- Utilizo un compás para comparar las longitudes de CG y EG:



R: CG y EG tienen igual longitud.

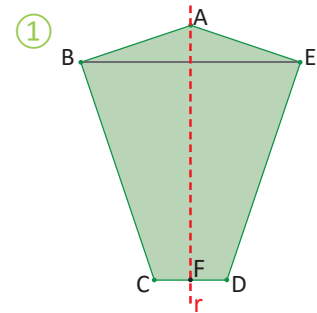
### Comprende

En una figura simétrica:

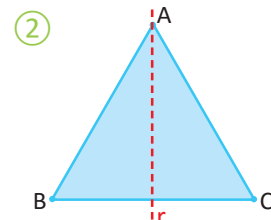
- La línea que conecta dos vértices correspondientes, corta el eje de simetría perpendicularmente.
- La longitud desde esta intersección a los dos vértices correspondientes es la misma.

### Resuelve

- La figura ① es simétrica con respecto al eje  $r$ . Analiza y contesta:
  - ¿Cómo se intersectan el eje de simetría y el segmento BE?
  - ¿Qué otro segmento tiene la misma longitud que CF?



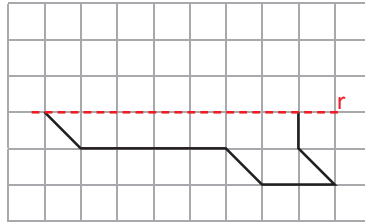
- El triángulo equilátero ② es una figura simétrica respecto al eje  $r$ . ¿Es posible dibujar otros ejes de simetría? Justifica tu respuesta.



## 1.6 Construcción de figuras simétricas

### Analiza

Completa la figura para que sea simétrica respecto al eje  $r$ :



Axílate de la cuadrícula para que sea más fácil.

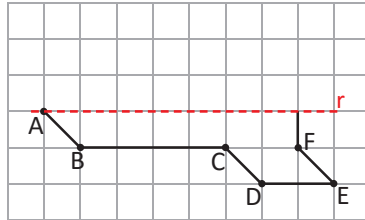


### Soluciona

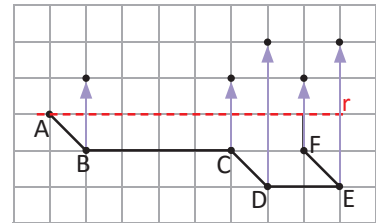
- ① Marco los vértices.



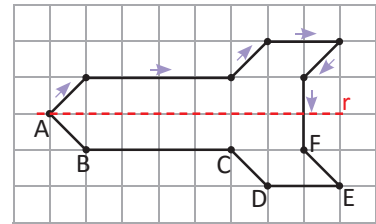
Antonio



- ② Utilizo la cuadrícula para contar la distancia desde cada vértice hasta el eje de simetría y dibujar los vértices correspondientes.



- ③ Finalmente, trazo los lados uniendo los vértices en el mismo orden que la figura original.



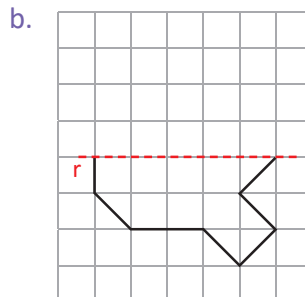
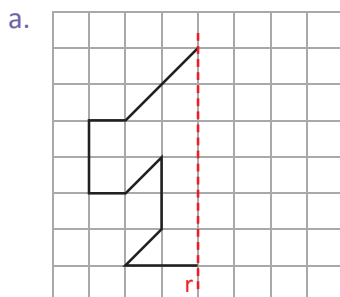
### Comprende

Para construir una figura simétrica dada una parte de ella y un eje de simetría:

- ① Se trazan líneas perpendiculares al eje de simetría que pasen por los vértices.
- ② Se ubican los vértices correspondientes sobre las perpendiculares y del lado opuesto del vértice, manteniendo la misma distancia al eje de simetría.
- ③ Se trazan los lados correspondientes uniendo los vértices en el orden que están en el original.

### Resuelve

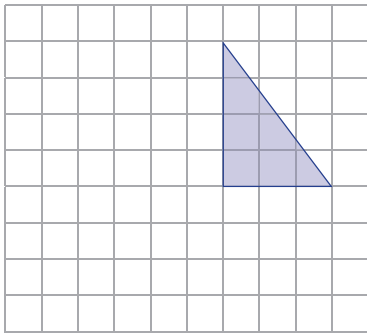
Completa la figura para que sea simétrica respecto al eje  $r$ :



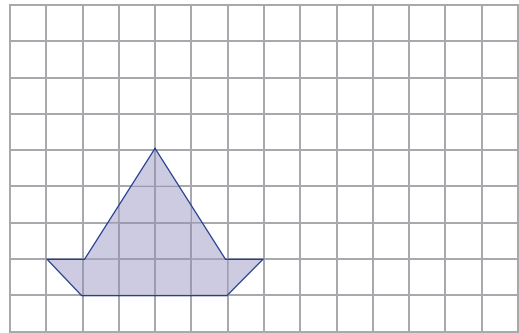
## 1.7 Practica lo aprendido

1. Realiza la combinación de traslaciones en cada caso:

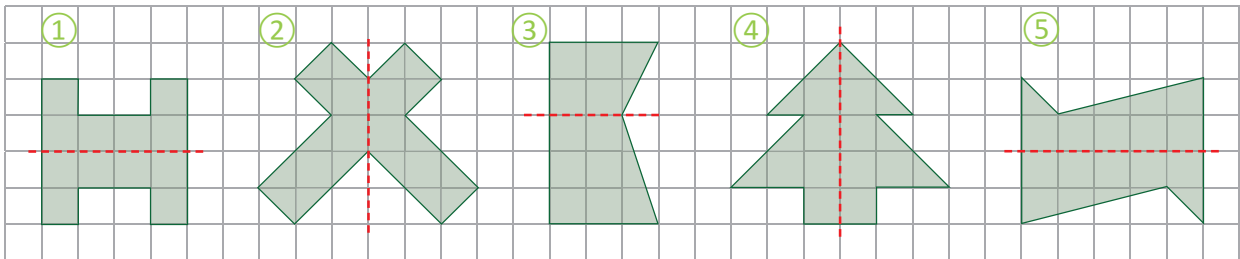
a. Traslada 5 espacios a la izquierda y 3 hacia abajo.



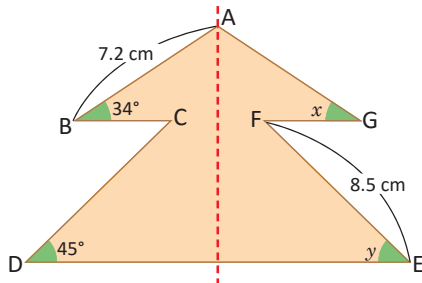
b. Traslada 6 espacios a la derecha y 2 hacia arriba.



2. Determina cuáles de las siguientes figuras son simétricas respecto al eje que se muestra:

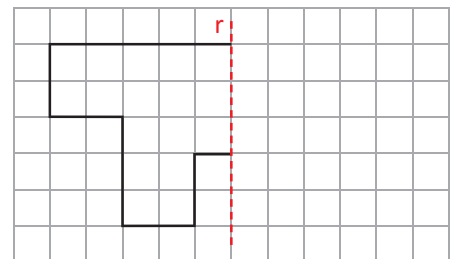


3. A continuación se muestra una figura simétrica, encuentra lo que se te pide:



- El lado correspondiente al lado AB: \_\_\_\_\_
- La longitud del lado AG: \_\_\_\_\_
- La longitud del lado CD: \_\_\_\_\_
- La medida del ángulo  $x$ : \_\_\_\_\_
- La medida del ángulo  $y$ : \_\_\_\_\_

4. Completa la figura para que sea simétrica respecto al eje  $r$ .



### ★Desafiate

Completa la figura para que sea simétrica respecto al eje  $r$ .



Investiga el procedimiento para dibujar figuras simétricas usando regla y compás.

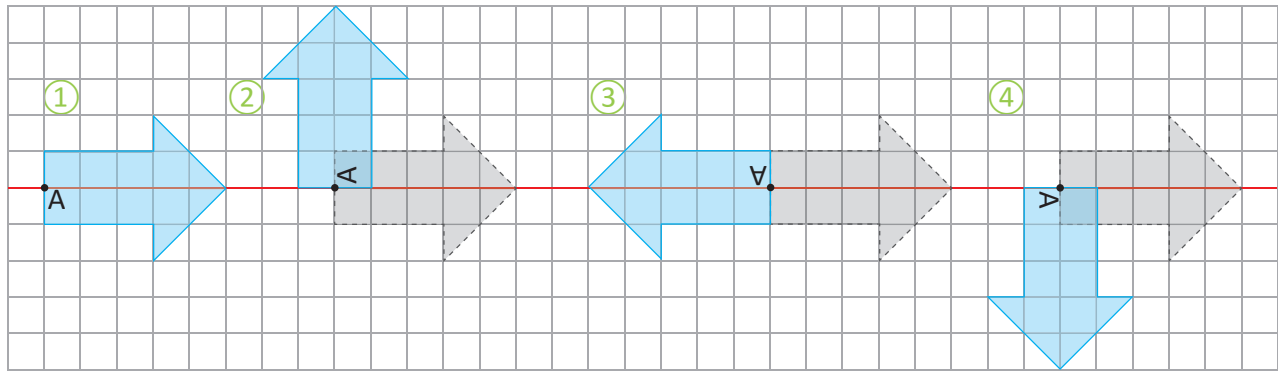




## 2.1 Rotación

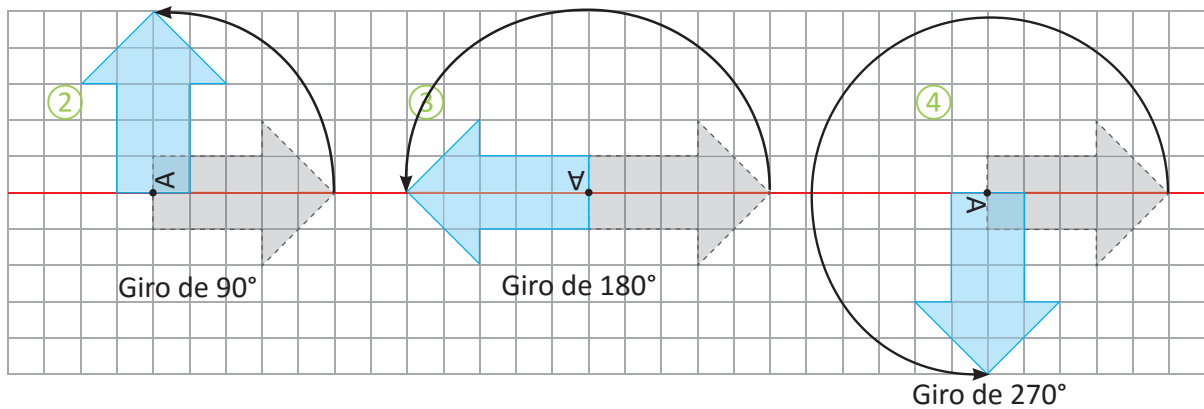
### Analiza

Explica cómo es el movimiento desde la figura ① para obtener la siguiente secuencia:



### Soluciona

Observo que la flecha en la figura ① va girando respecto al punto fijo A, de la siguiente manera:



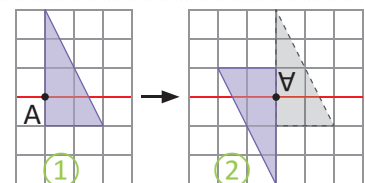
### Comprende

La **rotación** es un movimiento que consiste en girar todos los puntos de una figura alrededor de un punto fijo llamado **centro de rotación**, y con un determinado ángulo llamado **ángulo de rotación**.

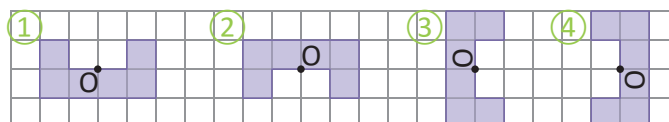
El ángulo de rotación puede medirse en sentido horario o antihorario. Una rotación de  $180^\circ$  equivale a girar la figura media vuelta alrededor del centro de rotación y una rotación de  $360^\circ$  equivale a una vuelta completa, es decir, la figura vuelve a la posición original.

### Resuelve

- La figura ① se ha rotado en sentido antihorario para obtener la figura ②. Si el centro de rotación fue el punto A, ¿cuál fue la medida del ángulo de rotación?



- Las siguientes figuras se obtuvieron al rotar la figura ① respecto al punto O, un ángulo de rotación menor a  $360^\circ$  en sentido horario. ¿Cuántos grados se ha girado en cada caso?

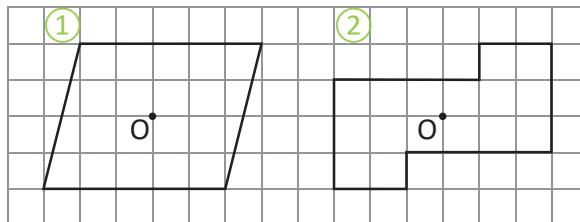


## 2.2 Simetría puntual

### Analiza

Observa las figuras ① y ②, y responde:

- ¿Son figuras simétricas respecto a un eje?
- ¿Cuántos grados debe rotarse cada figura, con centro el punto O, para que se vea igual que la figura original? Omite el caso de la vuelta completa.

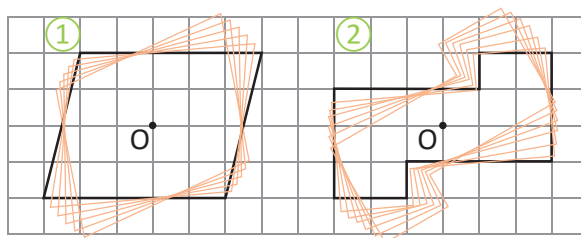


### Solucion

- Las figuras ① y ② no son figuras simétricas respecto a un eje.
- Calco las figuras, las recorto y las coloco sobre las figuras originales. Coloco la punta del lápiz sobre el centro en cada caso y giro para encontrar el ángulo:



Mario



Al rotar  $180^\circ$  respecto al centro O, la figura se ve igual a la original, es decir se sobreponen.

R:  $180^\circ$

### Comprende

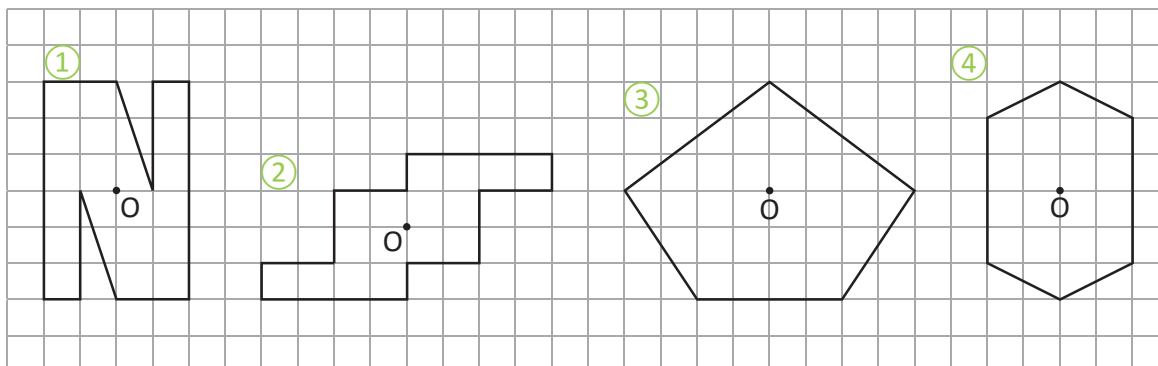
Cuando al rotar una figura  $180^\circ$  alrededor de un punto esta se sobrepone exactamente sobre la figura original, se dice que la figura posee **simetría puntual**. El punto fijo sobre el cual se gira se llama **centro de simetría**.

En el caso de las figuras simétricas, la figura se sobrepone al doblar por una línea recta. Para las figuras con simetría puntual, estas se sobreponen al rotar  $180^\circ$  respecto a un punto.



### Resuelve

En cada caso, determina si la figura posee simetría puntual con respecto al punto O:

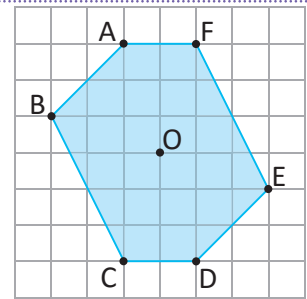


## 2.3 Vértices, lados y ángulos correspondientes

### Analiza

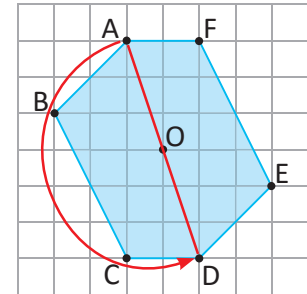
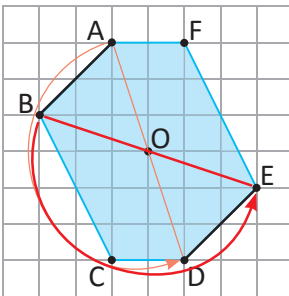
La figura de la derecha es una figura con simetría puntual, y el centro de simetría es el punto O.

- ¿Qué vértice se sobrepone al vértice A, si se aplica la simetría puntual?
- ¿Qué lado se sobrepone al lado AB, si se aplica la simetría puntual?



### Soluciona

- Si aplico la simetría puntual al vértice A, debo rotarlo en un ángulo de  $180^\circ$ . ¿Se sobrepone al vértice D!



- El vértice que se sobrepone al vértice B es E; por lo tanto, el lado que se sobrepone al lado AB es DE.

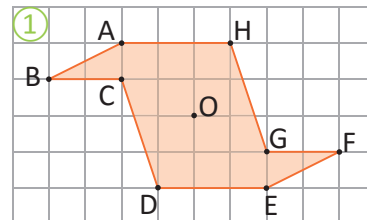
### Comprende

En una figura con simetría puntual:

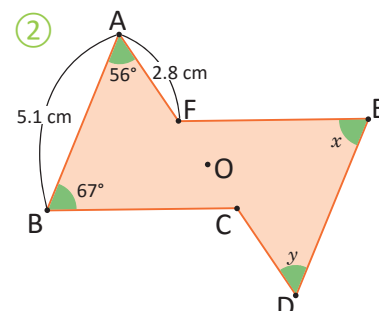
- Los vértices que se sobrepone al aplicar la simetría puntual (rotación de  $180^\circ$ ) se llaman vértices correspondientes.
- Los lados y ángulos que se sobrepone al aplicar la simetría puntual se denominan lados correspondientes y ángulos correspondientes, respectivamente.

### Resuelve

- La figura ① posee simetría puntual respecto al punto O. Encuentra lo que se te pide:
  - El vértice correspondiente al vértice A.
  - El vértice correspondiente al vértice D.
  - El vértice correspondiente al vértice F.



- La figura ② posee simetría puntual respecto al punto O. Encuentra la longitud de los siguientes lados y ángulos:
  - La longitud del lado DE.
  - La longitud del lado CD.
  - La medida del ángulo  $x$ .
  - La medida del ángulo  $y$ .

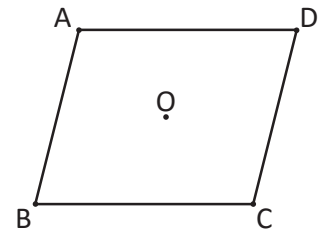


## 2.4 Características de figuras con simetría puntual

### Analiza

El paralelogramo es una figura con simetría puntual, el centro de simetría es el punto O. Realiza lo siguiente:

- Traza el segmento que une los puntos correspondientes A y C, y traza el segmento que une los puntos correspondientes B y D. ¿Dónde se cortan los segmentos?
- Compara la longitud de los segmentos AO y OC, ¿cómo son estas longitudes?



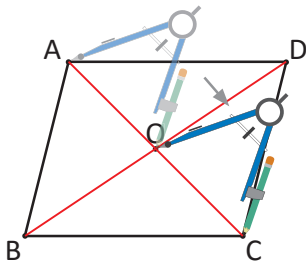
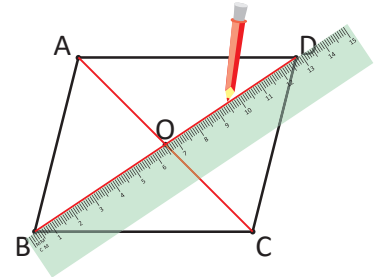
### Soluciona

- Con una regla trazo el segmento que une los vértices correspondientes A y C, y la recta que une B y D.



Carlos

**R:** Los segmentos se cortan en el centro de simetría O.



- Comparo las longitudes utilizando el compás. ¡Las longitudes de los segmentos AO y OC son iguales!

### Comprende

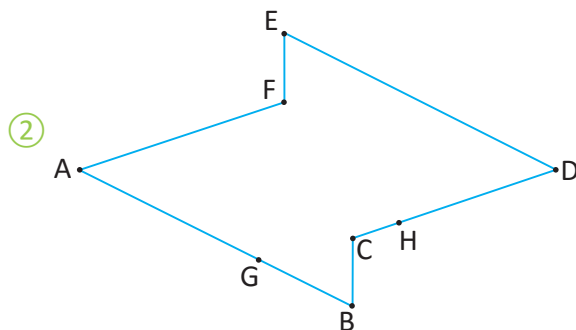
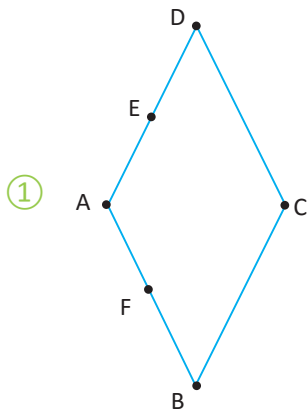
En una figura con simetría puntual, se cumple lo siguiente:

- El segmento que une dos puntos correspondientes pasa por el centro de simetría.
- La longitud desde el centro de simetría hasta los dos puntos correspondientes es la misma.

### Resuelve

Las figuras ① y ② poseen simetría puntual. Realiza lo siguiente:

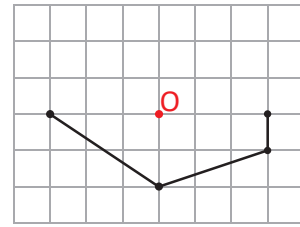
- Encuentra el centro de simetría de cada una. ¿Cómo lo encontraste?
- En la figura ①, encuentra los puntos correspondientes a los puntos E y F.
- En la figura ②, encuentra los puntos correspondientes a los puntos G y H.



## 2.5 Construcción de figuras con simetría puntual

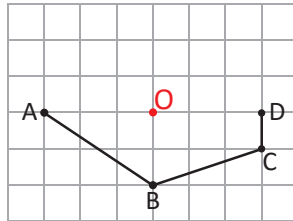
### Analiza

Completa la siguiente figura para que tengan simetría puntual, con centro de simetría el punto O.

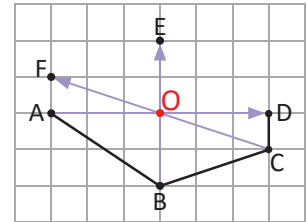


### Soluciona

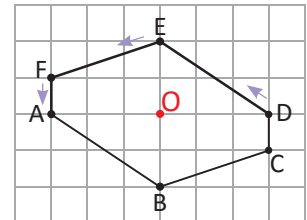
- ① Marco los vértices.



- ② Utilizo la cuadrícula para ubicar los vértices correspondientes, cuyas distancias al punto O son iguales a las que hay entre cada vértice y ese punto (vértice correspondiente a A es D).



- ③ Finalmente, trazo los lados uniendo los vértices en el mismo orden que la figura original.



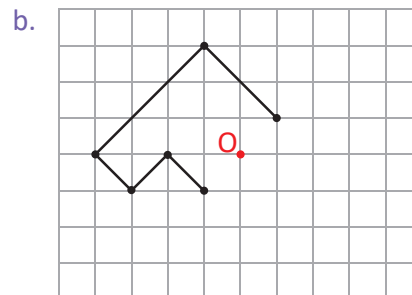
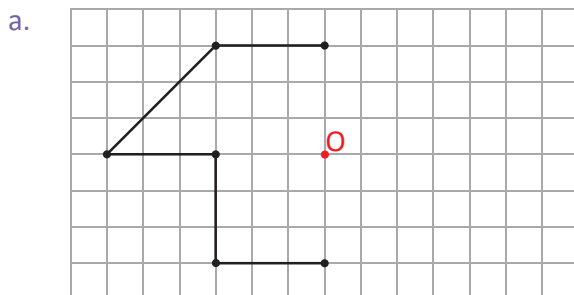
### Comprende

Para construir una figura que tenga simetría puntual, dada una parte de la figura y el centro de simetría:

- ① Para cada vértice, se traza un segmento que pase por el vértice y por el centro de simetría.
- ② Se ubican los vértices correspondientes sobre el segmento y del lado opuesto del vértice, manteniendo la misma distancia al centro de simetría.
- ③ Se trazan los lados correspondientes uniendo los vértices en el orden que están en el original.

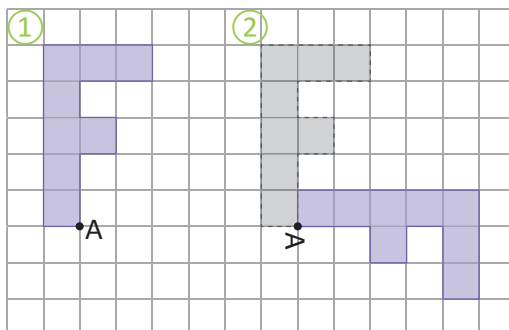
### Resuelve

Completa cada figura para que tengan simetría puntual, con centro de simetría el punto O:

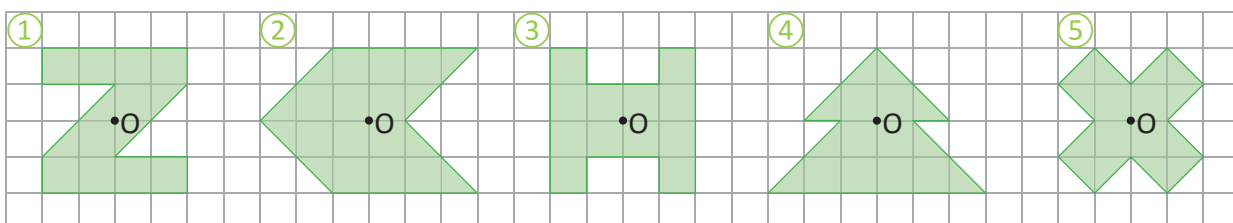


## 2.6 Practica lo aprendido

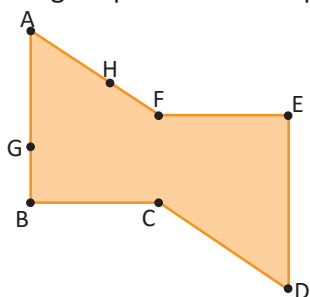
1. Se rota la figura ① en sentido horario para obtener la figura ②. Si el centro de rotación fue el punto A, ¿cuántos grados se ha rotado?



2. Determina si las siguientes figuras poseen simetría puntual, con centro de simetría el punto O en cada caso:

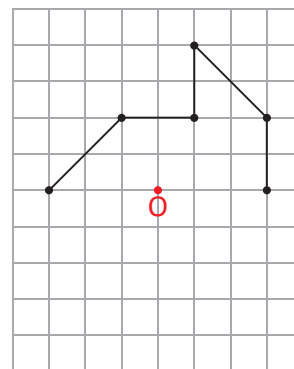


3. La siguiente figura posee simetría puntual:



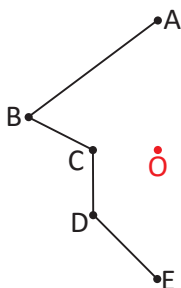
- Encuentra el centro de simetría.
- Encuentra los puntos correspondientes a los puntos G y H.

4. Completa la figura para que tenga simetría puntual, con centro de simetría el punto O.



### ★Desafiate

Completa la figura para que tenga simetría puntual y el centro de simetría sea el punto O.



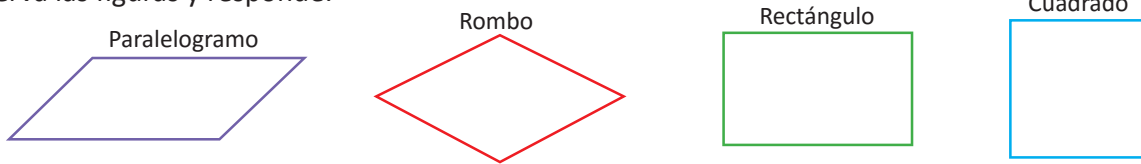
Investiga el procedimiento para dibujar figuras con simetría puntual usando regla y compás.



### 3.1 Simetría de figuras planas

#### Analiza

Observa las figuras y responde:

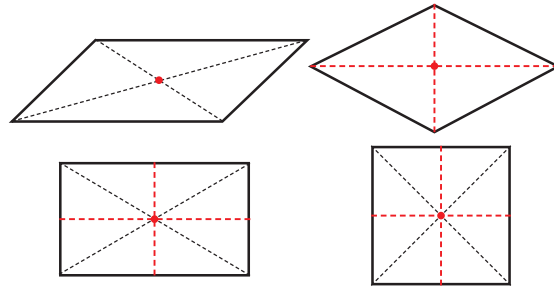


- ¿Cuáles de las figuras son simétricas? Dibuja todos los ejes de simetría.
- ¿Cuáles de las figuras simétricas de a., tienen diagonales que también son ejes de simetría?
- ¿Cuáles de las figuras poseen simetría puntual? Dibuja el centro de simetría.
- Completa la tabla marcando con un cheque (✓) si la figura posee ese tipo de simetría y con una equis (✗) si no la posee. Además, escribe el número de ejes de simetría.

Cuadrilátero	Figura simétrica	Número de ejes simetría	Simetría puntual
paralelogramo			
rombo			
rectángulo			
cuadrado			

#### Soluciona

- El rombo, el rectángulo y el cuadrado son figuras simétricas.
- El rombo y el cuadrado cumplen que sus diagonales también son ejes de simetría.
- Las cuatro figuras poseen simetría puntual (el centro se encuentra donde se cortan las diagonales).
- Completo la tabla.



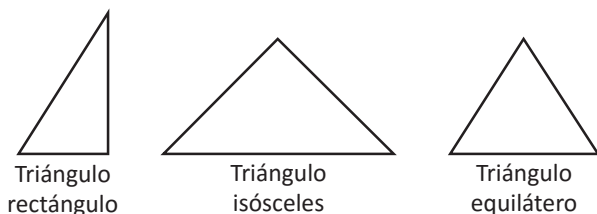
Cuadrilátero	Figura simétrica	Número de ejes simetría	Simetría puntual
paralelogramo	✗	0	✓
rombo	✓	2	✓
rectángulo	✓	2	✓
cuadrado	✓	4	✓

#### Comprende

Una figura plana puede ser simétrica (con uno o más ejes de simetría), poseer simetría puntual o no tener algún tipo de simetría.

#### Resuelve

Similar a lo realizado en el Analiza, estudia los tipos de simetría que tienen los siguientes triángulos y completa la tabla:



Triángulo	Figura simétrica	n.º de ejes de simetría	Simetría puntual
triángulo rectángulo			
triángulo isósceles			
triángulo equilátero			

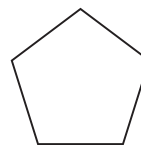
## 3.2 Simetría de polígonos regulares

### Analiza

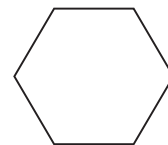
Observa el pentágono y hexágono regular y responde:

- ¿Qué polígonos son figuras simétricas? Dibuja todos los ejes de simetría.
- ¿Qué polígonos tienen simetría puntual? Dibuja el centro de simetría.
- Completa la tabla marcando con un cheque (✓) si la figura posee ese tipo de simetría y con una equis (✗) si no la posee. Además escribe el número de ejes de simetría.

Pentágono regular



Hexágono regular

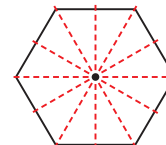
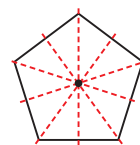


Polígono	Figura simétrica	n.º de ejes simetría	Simetría puntual
pentágono regular			
hexágono regular			

- ¿Qué relación hay entre el número de lados del polígono regular y el tipo de simetría que posee? ¿Y qué relación hay entre el número de lados y el número de ejes de simetría?

### Soluciona

- Ambos polígonos (el pentágono regular y el hexágono regular) son figuras simétricas.
- El pentágono regular no posee simetría puntual, pero el hexágono regular sí la posee.
- Completo la tabla:



Polígono	Figura simétrica	n.º de ejes simetría	Simetría puntual
pentágono regular	✓	5	✗
hexágono regular	✓	6	✓

- Observo que los polígonos regulares son figuras simétricas, y si el número de lados es par, entonces el polígono posee simetría puntual. Además, el número de ejes de simetría es igual al número de lados del polígono regular.

### Comprende

En general:

- Todos los polígonos regulares son figuras simétricas, y la cantidad de ejes de simetría es igual al número de lados del polígono.
- Si el número de lados del polígono regular es par, entonces la figura tiene simetría puntual.

### Resuelve

- Responde las siguientes preguntas sobre el heptágono regular (7 lados):
  - ¿Es una figura simétrica? En caso de serlo, ¿cuántos ejes de simetría tiene?
  - ¿Posee simetría puntual?
- Analiza el círculo y contesta:
  - ¿Es una figura simétrica? En caso de serlo, ¿cuántos ejes de simetría tiene?
  - ¿Tiene simetría puntual? En caso de tenerla, ¿cuál es el centro de simetría?

