



Unidad 2

**Cantidades variables y números
romanos**

En esta unidad aprenderás a

- Distinguir la relación entre dos cantidades presentadas en una tabla
- Escribir en un PO la relación de dos cantidades que varían, con operaciones de suma, resta y multiplicación
- Expresar cantidades que varían mediante las letras x y y
- Encontrar equivalencias entre números en el sistema decimal y números romanos y viceversa

1.1 Relación de suma de un valor constante

Comprende

Se dice que dos cantidades están relacionadas si, conociendo una de ellas, es posible encontrar la otra. Dos cantidades pueden estar relacionadas mediante la suma de un valor constante, y para representar la relación pueden utilizarse figuras como ▲ o ■.

Por ejemplo, si Miguel es 10 años mayor que Ana, y la edad de Ana se representa con ▲, entonces la edad de Miguel se representa como:

$$\text{Edad de Ana} + 10 = \blacktriangle + 10$$

Resuelve

1. La longitud de un alambre debe ser 20 cm más que la longitud a cercar.

a. Encuentra la longitud del alambre, si la longitud a cercar tuviese las siguientes medidas:

Longitud a cercar (cm)	100	110	120	130	140	150	160
Longitud del alambre (cm)							

b. Si la longitud a cercar se representa con ▲, ¿cómo se representa la longitud del alambre?

2. María tenía 6 monedas de \$0.25 en su alcancía y va a agregar más monedas en ella (siempre de \$0.25).

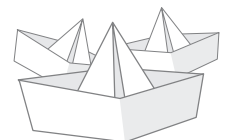
a. Encuentra el total de monedas de \$0.25 que tiene María en su alcancía, si hubiese agregado las siguientes cantidades:

Monedas que agrega	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Total de monedas										

b. Si la cantidad de monedas que agrega María se representa por ■, ¿cómo se representa el total de monedas?

3. Juan tiene 15 barcos de papel; y además elabora un barco de papel cada día que pasa.

a. ¿Cuántos barcos de papel tendrá después de 1 día?, ¿y después de 6 días?



b. Después de que han transcurrido ▲ días, ¿cuántos barcos de papel tendrá Juan?

1.2 Relación de resta de un valor constante

Recuerda

Ana estudia 10 minutos más del tiempo que mira televisión.

- a. Encuentra el tiempo que estudia, si para ver televisión Ana dedicó el siguiente tiempo:

Tiempo para ver televisión (min)	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54
Tiempo para estudiar (min)										

- b. Si Ana ha visto televisión por \blacksquare minutos, ¿cuántos minutos dedicará a estudiar?



Comprende

Dos cantidades pueden estar relacionadas mediante la resta de un valor constante.

Por ejemplo, si Carlos es 7 años menor que José y la edad de José se representa por \blacksquare , entonces la edad de Carlos se representa por: $\blacksquare - 7$.

La relación anterior también se puede escribir así:
 $\text{edad de Carlos} + 7 = \text{edad de José}$



Resuelve

1. Julia y Marta tienen la misma fecha de cumpleaños, pero Julia es 8 años menor que Marta.

- a. Determina la edad de Julia, si Marta tuviese las siguientes edades:

Edad de Marta (años)	10	20	30	40	50	60	70
Edad de Julia (años)	2						

- b. Si la edad de Marta se representa con \blacktriangle , ¿cómo se representa la edad de Julia?

2. Juan ahorra \$100 de su salario mensual.

- a. Encuentra el dinero disponible para Juan, si su salario fuese:

Salario	300	350	400	450	500	550	600	650	700
Dinero disponible									

- b. Si Juan tuviese un salario de \blacksquare dólares, ¿cuánto dinero tendría disponible?

- c. Escribe cuánto dinero disponible tendrá, si el salario de Juan fuese \$480.

1.3 Otras relaciones con dos cantidades

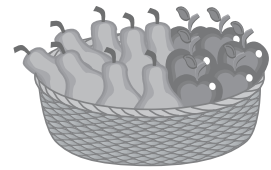
Recuerda



1. En una fiesta hay 6 globos amarillos más que verdes.
 - a. ¿Cuántos globos amarillos habrán en la fiesta, si hay 10 verdes? ¿Y si hubiesen 12 globos verdes? ¿Y si hubiesen 15?
 - b. Si en la fiesta hubiesen ▲ globos amarillos, ¿cuántos globos verdes habrán?

2. En un canasto hay 11 manzanas menos que peras.
 - a. Encuentra la cantidad de manzanas, si hubiesen las siguientes cantidades de peras:

Cantidad de peras	20	21	22	23	24	25	26
Cantidad de manzanas							



- b. Si la cantidad de peras fuese ■, ¿cuál es la cantidad de manzanas?

Comprende

En la relación de dos cantidades que involucra una resta, el valor constante puede ser el minuendo y el valor que cambia el sustraendo. Por ejemplo, si se compran 9 frutas entre manzanas y naranjas, y la cantidad de manzanas se representa con ▲, entonces la cantidad de naranjas se representa con: $9 - \blacktriangle$.

Resuelve

1. María compra paletas de los sabores fresa y piña. En total compra 15 paletas.
 - a. Determina la cantidad de paletas de piña, si hubiese comprado las siguientes cantidades de paletas de fresa:

Paletas de fresa	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Paletas de piña													

- b. Escribe cómo se representa la cantidad de paletas de piña que compró María, si la cantidad de paletas de fresa se representa con ▲.
2. Carlos compra un rollo de tela, que tiene aproximadamente 109 yardas.
 - a. ¿Cuántas yardas le quedan en el rollo, si utiliza 25?, ¿y si utilizara 50?, ¿y si utilizara 75?
 - b. Si Carlos utiliza ■ yardas de tela, ¿cuántas le quedan en el rollo?

1.4 Relación de multiplicación

Recuerda

- La estatura de Beatriz es 8 cm menos que la de Miguel.
 - ¿Cuál es la estatura de Beatriz, si Miguel midiese 160 cm?
 - Si la estatura de Miguel fuese \blacktriangle cm, ¿cuál sería la de Beatriz?
- La suma de las edades de Mario y de Antonio es 35 años.
 - Encuentra la edad de Antonio, si Mario tuviese las siguientes edades:

Edad de Mario (años)	28	29	30	31	32	33	34
Edad de Antonio (años)							

- Si la edad de Mario es \blacksquare años, ¿cuál es la edad de Antonio?

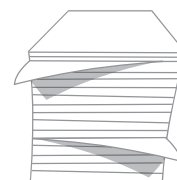
Comprende

Dos cantidades pueden estar relacionadas mediante una multiplicación, cuyo multiplicando (o multiplicador) es un valor constante. Por ejemplo, si un mecánico revisa las 4 llantas de los carros, y la cantidad de carros que llegan a su taller es \blacksquare , entonces el total de llantas revisadas es: $4 \times \blacksquare$.

Resuelve

- Una resma de papel pesa 2 libras.
 - Encuentra el peso total a partir de la cantidad de resmas, en los siguientes casos:

Cantidad de resmas	1	2	3	4	5	6	7
Peso total							



- Si la cantidad de resmas se representa con \blacktriangle , ¿cómo se representa el peso total?
- Encuentra la medida del perímetro de un cuadrado a partir de la longitud del lado, en los siguientes casos:

Lado (cm)	1	2	3	4	5	6	7
Perímetro (cm)							

- Escribe la medida del perímetro de un cuadrado, cuyo lado mide \blacktriangle cm.

1.5 Expresión de cantidades utilizando la variable x

Recuerda

- En una clínica pediátrica se ha determinado que en total tienen 123 pacientes, entre niñas y niños.
 - Si tuviesen 55 pacientes niñas, ¿cuántos pacientes niños hay? ¿Y si fuesen 83 pacientes niñas?
 - Si en la clínica tuviesen \blacktriangle cantidad de pacientes niñas, ¿cuántos pacientes niños hay?
- En una bodega hay cierta cantidad de cajas, con 10 libros de Lenguaje cada una.
 - Calcula la cantidad total de libros en la bodega, si hubiesen las siguientes cantidades de cajas:

Cantidad de cajas	10	11	12	13	14	15	16
Cantidad total de libros							

- Si la cajas se representa con \blacktriangle , ¿cómo se representa la cantidad total de libros en la bodega?

Comprende

Para expresar cantidades que varían pueden utilizarse letras como la x en lugar de figuras. A estas letras se les llama **cantidades variables** o simplemente **variables**.

Debes diferenciar entre la " x " que representa una variable y la letra " x " que utilizamos en la escritura normal. Ten cuidado también cuando escribes el símbolo de multiplicación " \times ".



Resuelve

- Un autobús hace 4 viajes cada día.
 - Escribe el **PO** que representa el número de viajes que habrá realizado en x días.

- ¿Cuántos viajes hará en 8 días?



- En una pupusería venden 3 pupusas revueltas por \$1, y 2 pupusas de queso por \$1.
 - Escribe el **PO** que representa la cantidad de pupusas revueltas que se pueden comprar con x dólares.
 - Escribe el **PO** que representa la cantidad de pupusas de queso que se pueden comprar con x dólares.
 - ¿Cuántas pupusas de queso se pueden comprar con \$5?



1.6 Expresión de suma y resta de variables

Recuerda

1. Un ciclista viaja a 10 km/h.
 - a. Calcula la distancia recorrida, si hubiese viajado los siguientes tiempos:



Tiempo (h)	1	2	3	4	5
Distancia recorrida (km)					

- b. Si el ciclista viaja durante \blacksquare horas, ¿cuántos kilómetros habrá recorrido?

2. Un grifo deposita en un barril 5 litros cada minuto. Escribe el **PO** que representa la cantidad de litros en el barril, después de transcurrir x minutos.



Comprende

Es común utilizar las letras x y y para representar cantidades variables relacionadas con sumas o restas. Por ejemplo, si la cantidad de niñas en un salón se representa con x y la cantidad de niños con y , entonces la cantidad total de estudiantes en el salón es $x + y$, mientras que la cantidad de niñas que hay más que niños es $x - y$.

Recuerda que, la letras “ x ” y “ y ” que se utilizan como variables son diferentes a las letras “ x ” y “ y ” que utilizamos en la escritura normal.



Resuelve

1. En la biblioteca nacional hay x revistas y y periódicos.
 - a. Escribe el **PO** que representa la cantidad total de revistas y periódicos.
 - b. Si hay más revistas que periódicos, escribe el **PO** que representa cuántas revistas hay más que periódicos.
2. Carlos gastó x dólares en comprar granos básicos y y dólares en comprar frutas y verduras.
 - a. Escribe el **PO** que representa la cantidad de dinero que gastó Carlos.
 - b. Si Carlos gastó más en frutas y verduras que en granos básicos, ¿cuánto más pagó por las frutas y verduras que por los granos básicos?

★Desafíate

La edad de Marta es dos años menos que la edad de Ana, y la edad de Miguel es igual a la suma de las edades de Marta y Ana. Si la edad de Ana se representa por x , ¿cómo se representan las edades de Marta y Miguel?

1.7 Expresiones con suma, resta y multiplicación

Recuerda

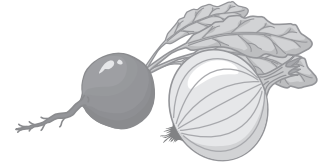
1. Una camisa cuesta \$7. Si se compran x camisas del mismo tipo, ¿cómo se representa el costo total?



2. Don José sembró cebollas y rábanos en su huerto. En la recolección obtuvo x cebollas y y rábanos.

a. Escribe el **PO** que representa la cantidad total de vegetales (entre cebollas y rábanos) que recolectó Don José.

b. Si Don José recolectó más rábanos que cebollas, ¿cuántos rábanos tiene más que cebollas?



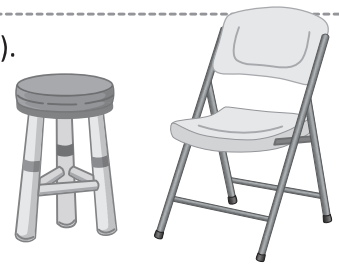
Comprende

En general, las cantidades variables pueden estar relacionadas con operaciones de suma, resta o multiplicación. Además, para representar variables se utilizan letras.

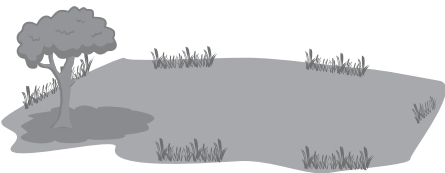
Por ejemplo, si una libra de arroz cuesta x dólares y una libra de frijoles cuesta y dólares, y se compran dos libras de arroz y tres de frijoles, entonces el costo total es: $2 \times x + 3 \times y$ dólares.

Resuelve

1. En un salón para eventos tienen sillas (con 4 patas) y banquillos (con 3 patas). Si hay x sillas y y banquillos, ¿cuántas patas podrías contar en total?



2. Un terreno tiene $x \text{ cm}^2$ de área; dos zonas de $y \text{ cm}^2$ cada una se utiliza para sembrar granos básicos, y en el resto del terreno se mantiene el ganado. ¿Cuál es el área de la zona donde se mantiene el ganado?



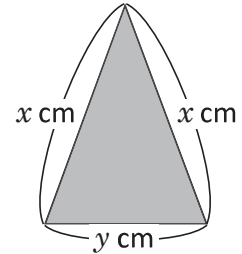
3. Dos jarras contienen x litros de jugo de naranja cada una. Se llenan 9 vasos con y litros de jugo cada uno. ¿Cuántos litros de jugo sobrarán?



1.8 Valor numérico de una expresión

Recuerda

1. A un evento se invitaron un total de x personas, y a cada una de ellas se le entregaría un refrigerio. Si solamente asistieron y invitados, ¿cuántos refrigerios sobraron?
2. En un triángulo isósceles, la longitud de uno de los lados iguales es x cm, mientras que la longitud del lado desigual es y cm. ¿Cómo se representa el perímetro del triángulo?



Comprende

Al sustituir un número en una variable, el resultado obtenido después de realizar las operaciones indicadas se llama **valor numérico de la expresión**.

Resuelve

1. Antonio es 7 años menor que Beatriz, y ambos tienen la misma fecha de cumpleaños.
 - a. Si Beatriz tiene x años, ¿cuántos años tiene Antonio?
 - b. En el contexto del problema, ¿qué significa $x = 20$? ¿Cuál serán las edades de Beatriz y Antonio?

2. Un perro adulto pequeño come una porción diaria de 85 g de alimento seco.
 - a. ¿Cuánto alimento habrá consumido el perro en x días?
 - b. En el contexto del problema, ¿qué significa $x = 7$?



3. David cuenta con x dólares para comprar paletas, las cuáles cuestan y dólares cada una.
 - a. Si compra 5 paletas, ¿cuánto dinero gastará y cuánto le sobrará?
 - b. ¿Qué significa $x = 10$ y $y = 0.5$?



Firma de un familiar: _____

1.9 Igualdades y variables

Recuerda

Julia fue al supermercado a comprar botellas con agua y galones con jugo; el precio de cada botella con agua era \$0.50, mientras que un galón con jugo costaba \$2.

a. Si compró x botellas con agua y y galones con jugo, ¿cuánto dinero gastó?



b. En el contexto del problema, ¿qué significa $x = 10$ y $y = 2$?, ¿cuánto dinero gastó?

Comprende

Cuando dos expresiones con variables representan el mismo valor, se utiliza el símbolo “=” para conectarlas.

Por ejemplo:

$x + 12 = y$, se lee “equis más doce es igual a ye”.

$3 \times x = y$, se lee “tres por equis es igual a ye”.

¿Qué pasaría?

Antonio tiene 14 trompos; de ellos, x son de color rojo y y son de color verde. La relación entre ambas cantidades se puede escribir de las siguientes formas:

$$x + y = 14$$

$$14 - x = y$$

$$14 - y = x$$

Resuelve

1. Para una fiesta se utilizan globos verdes y amarillos; hay 15 globos verdes menos que amarillos. Representa la relación entre la cantidad de globos amarillos (x) y la cantidad de globos verdes (y).



2. Miguel viaja a 15 km/h en su bicicleta. Representa la relación entre el tiempo en horas (x) y la distancia recorrida (y) en ese tiempo.

3. Pedro tiene un tazón cuyo peso es 4 onzas. Si en el tazón se colocan x onzas de frijoles, ¿cómo se representa el peso total (y)?



4. En una pupusería se preparan pupusas de maíz y de arroz. Si en total se prepararon 30 pupusas, ¿cómo se representa la relación entre la cantidad de pupusas de maíz (x) y la cantidad de pupusas de arroz (y)?

1.10 Autoevaluación de lo aprendido

Resuelve y marca con una "x" la casilla que consideres adecuada de acuerdo a lo que aprendiste. Sé consciente con lo que respondas.

Ítem	Sí	Podría mejorar	No	Comentario
<p>1. Escribo la relación de suma de un valor constante, utilizando figuras o variables:</p> <p>a. El peso total de un canasto con frijoles, si el canasto pesa 1 libra y los frijoles \triangle libras.</p> <p>b. El perímetro de un triángulo isósceles, si sus lados iguales miden 5 cm cada uno, y su lado desigual mide x cm.</p>				
<p>2. Escribo relaciones de resta, utilizando figuras o variables:</p> <p>a. La edad de Mario, si es 27 años menor que su papá, cuya edad es \blacksquare años.</p> <p>b. El número de niñas en un salón, si hay x niños y en total son 20 estudiantes.</p>				
<p>3. Escribo relaciones de multiplicación, usando figuras o variables:</p> <p>a. La cantidad de libros en una librería, si hay 20 estantes con \triangle libros cada uno.</p> <p>b. La cantidad de kilómetros recorridos por Pedro en x horas, si su velocidad es 4 km/h.</p>				
<p>4. Escribo expresiones con suma, resta y multiplicación usando variables:</p> <p>El dinero que debe Julia de una deuda de x dólares, si ha realizado tres pagos de y dólares cada uno.</p>				
<p>5. Calculo el valor numérico de una expresión:</p> <p>El significado de $x = 5$ para el área de un rectángulo de base 9 cm y altura x cm.</p>				
<p>6. Escribo relaciones de igualdad entre variables:</p> <p>La relación entre la cantidad total de palabras (y) que lee un estudiante en x minutos, si en un minuto lee 130 palabras.</p>				

2.1 Números romanos

Comprende

El sistema de numeración romano consta de siete letras mayúsculas:

Letra	I	V	X	L	C	D	M
Número natural	1	5	10	50	100	500	1000

Suelen llamarse simplemente **números romanos**. Para encontrar el número natural equivalente a un número romano, pueden sumarse las cantidades que equivalen a cada símbolo.

Por ejemplo, el número natural equivalente al número romano XXI se encuentra sumando las cantidades que equivalen a cada símbolo: X equivale a 10 y I equivale a 1, XXI \rightarrow 10 + 10 + 1 = 21.

Por lo tanto, XXI equivale al número 21.

¿Sabías que...?

Actualmente, los números romanos se utilizan, en la mayoría de los casos, con valor ordinal para:

- Indicar dinastías en ciertas culturas.
- En las series de papas, emperadores y reyes de igual nombre.
- En la numeración de volúmenes, tomos, capítulos o cualquier otra división de una obra.
- En la denominación de congresos, campeonatos, festivales, etc.
- Para indicar siglos (aquí se utiliza el valor cardinal).

Fuente: <https://goo.gl/2CajdH>

Resuelve

1. En cada caso, escribe el número natural equivalente al número romano:

a. VIII

b. XI

c. XV

d. XXV

2. ¿Cuáles de los siguientes símbolos no representan números romanos? Explica el porqué.

a. IN

b. XX

c. XXXII

d. VJ

2.2 Significado de la posición en los números romanos

Recuerda

Escribe el número natural equivalente al número romano en cada caso:

a. VIII

b. XI

Comprende

En la numeración romana:

- Un número menor colocado a la derecha de otro mayor indica suma.
- Un número menor colocado a la izquierda de uno mayor indica resta.

El símbolo I únicamente puede anteceder a V y X.
 El símbolo X únicamente puede anteceder a L y C.
 El símbolo C únicamente puede anteceder a D y de M.



Por ejemplo, los números naturales equivalentes a los números romanos VI y IV, respectivamente son:

$$VI \rightarrow 5 + 1 = 6$$

$$IV \rightarrow 5 - 1 = 6$$

¿Qué pasaría?

Los siguientes números XV y VX se forman por la composición:

$$XV \rightarrow 10 + 5 = 15$$

$$VX \rightarrow 10 - 5 = 5$$

La segunda representación no es correcta (VX), pues ya existe un símbolo para representar el número 5.

Resuelve

1. Escribe los siguientes números romanos en su equivalente número natural:

a. XIX

b. XXIV

c. XLI

d. XLVI

2. Explica si las siguientes representaciones son correctas:

a. IL

b. VL

2.3 Números naturales y números romanos

Recuerda

1. ¿Cuáles de los siguientes símbolos no representan números romanos? Explica el porqué.

a. UII

b. LI

2. Escribe los siguientes números romanos en su equivalente número natural:

a. LXV

b. XLIX

Comprende

Para encontrar el número romano equivalente a un número natural, se descompone el número natural usando los números 1, 5, 10, 50, 100, 500 o 1,000. En la descomposición, pueden aparecer tanto sumas como restas.

Por ejemplo, los números romanos equivalentes a 23 y 19 respectivamente se encuentran realizando las descomposiciones de la siguiente forma:

$$23 = \boxed{20} + \textcircled{3} = \boxed{10 + 10} + \textcircled{1 + 1 + 1} \rightarrow \text{XXIII}$$

$$19 = 10 + \textcircled{9} = 10 + \textcircled{10 - 1} \rightarrow \text{XIX}$$

Resuelve

Escribe, en cada caso, el número romano equivalente al número natural:

a. 26

b. 33

c. 39

d. 42

★Desafíate

¿Cuál es el número romano equivalente a 194?

2.4 Reglas de la numeración romana

Recuerda

- ¿Es correcta la representación de 44 como XXXXIIII? Justifica tu respuesta.
- Escribe en cada caso el número romano equivalente al número natural:
 - 49
 - 57

Comprende

En general, en la numeración romana:

- Los símbolos que se pueden repetir hasta tres veces son I, X, C y M, y los símbolos V, L y D se usan solo una vez, combinados con otros símbolos.
- Un número menor colocado a la derecha de otro mayor indica suma.
- Los números I, X o C, colocados a la izquierda de uno mayor indican resta:
 - El símbolo I únicamente se puede restar de V y de X.
 - El símbolo X únicamente se puede restar de L y C.
 - El símbolo C únicamente se puede restar de D y de M.

Por ejemplo, el número romano XVVV es incorrecto pues el símbolo V solo puede usarse una vez. Además, aparentemente se tendría:

$$XVVV \rightarrow 10 + \boxed{5 + 5} + 5 = 25$$

Lo que se encuentra encerrado en el recuadro es igual a 10 y su símbolo es X; por lo tanto, no tiene sentido escribir 5 + 5.

Resuelve

- Indica qué números cumplen con las reglas de los números romanos, y corrige las representaciones incorrectas:
 - VV
 - XVI
 - ILX
 - CCVX
- ¿Es XXVVII la representación en números romanos de 37? Justifica tu respuesta.

2.5 Autoevaluación de lo aprendido

Resuelve y marca con una "x" la casilla que consideres adecuada de acuerdo a lo que aprendiste. Sé consciente con lo que respondas.

Ítem	Sí	Podría mejorar	No	Comentario
<p>1. Encuentro el número natural equivalente a un número romano:</p> <p>a. XXVIII b. XXXIV</p> <p>c. XLV d. LIII</p>				
<p>2. Identifico si un número romano se encuentra escrito correctamente:</p> <p>a. XIII b. XXXVX</p> <p>c. XC d. VC</p>				
<p>3. Escribo el número romano equivalente a un número natural:</p> <p>a. 17 b. 36</p> <p>c. 43 d. 57</p>				