Unidad 6. Proporcionalidad directa e inversa

Competencia de la Unidad

Aplicar los conceptos de proporcionalidad directa e inversa para modelar situaciones del entorno.

Relación y desarrollo

Sexto grado

Unidad 5: Proporcionalidad
- Proporciones
- Proporcionalidad directa
- Proporcionalidad inversa

Séptimo grado

Unidad 5: Ecuaciones de primer grado
- Igualdad de expresiones matemáticas
- Ecuación de primer grado
- Aplicación de ecuaciones de primer grado

Unidad 6: Proporcionalidad directa e inversa
- Proporcionalidad directa
- Proporcionalidad inversa
- Aplicación de la proporcionalidad

Octavo grado

Unidad 2: Sistemas de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas
- Métodos para resolver ecuaciones de primer grado con dos incógnitas
- Aplicación de las ecuaciones de primer grado con dos incógnitas

Unidad 3: Función lineal
- Función lineal
- Función lineal y ecuación de primer grado con dos incógnitas
- Aplicación de la función lineal

Noveno grado

Unidad 3: Ecuación cuadrática
- Ecuación cuadrática
- Aplicaciones de la ecuación cuadrática

Unidad 4: Función cuadrática de la forma $y = ax^2 + c$
- Función $y = ax^2$
- Función $y = ax^2 + c$

Plan de estudio de la Unidad

Lección	Horas	Clases
1. Proporcionalidad directa	1	1. Conceptos de función
	1	2. Concepto de proporcionalidad directa
	1	3. Valores que toman las variables
	1	4. La proporcionalidad directa con valores negativos en las variables
	1	5. La proporcionalidad directa con constante negativa
	1	6. Representación en la forma $y = ax$ a partir de un par de valores para x y y
	1	7. Practica lo aprendido
	2	8. El plano cartesiano
	1	9. Gráfica de la proporcionalidad directa, parte 1
	1	10. Gráfica de la proporcionalidad directa, parte 2
	1	11. Representación $y = ax$ de la proporcionalidad directa a partir de la gráfica
	1	12. Gráfica de proporcionalidad directa cuando las variables toman ciertos valores
	1	13. Practica lo aprendido
2. Proporcionalidad inversa	1	1. Concepto de la proporcionalidad inversa
	1	2. Proporcionalidad inversa con valores negativos en las variables
	1	3. Representación en la forma $y = \frac{a}{x}$ a partir de un par ordenado
	1	4. Gráfica de la proporcionalidad inversa cuya constante es positiva
	1	5. Gráfica de la proporcionalidad inversa cuya constante es negativa

Lección	Horas	Clases
3. Aplicación de la proporcionalidad	1	1. Regla de tres simple directa
	1	2. Regla de tres simple directa con porcentaje
	1	3. Regla de tres simple directa en conversión de unidades
	1	4. Practica lo aprendido
	1	Prueba de la Unidad 6

23 horas clase + prueba de la Unidad 6

Puntos esenciales de cada lección

Lección 1: Proporcionalidad directa

Se establece la primera noción del concepto de "función" que será retomado en 8.° para la función lineal y función cuadrática en 9.°. Se hace la ampliación a los números negativos del rango y dominio de las variables que están en una proporcionalidad directa. Se presenta el plano cartesiano por primera vez, comenzando con la ubicación de un par ordenado (punto) en él, para seguir con la representación de una relación de proporcionalidad directa en el plano a través de la ubicación de algunos pares ordenados obtenidos a partir de la relación de proporcionalidad.

Lección 2: Proporcionalidad inversa

En esta lección se hace la ampliación a los números negativos del rango y dominio de las variables que están en una relación de proporcionalidad inversa. Posteriormente, se trabaja con la representación de una relación de proporcionalidad inversa en el plano a través de la ubicación de algunos pares ordenados obtenidos a partir de dicha relación.

Lección 3: Aplicación de la proporcionalidad

Existe una variedad de situaciones del entorno en las que se puede aplicar la proporcionalidad directa o la inversa, según las características de la situación, de modo que será fundamental que el estudiante logre plantear la forma $y = ax$ o $y = \frac{a}{x}$ que describa la relación entre dos variables x y y en una situación determinada.

Lección 1 Proporcionalidad directa

1.1 Conceptos de función

P

En cada situación donde hay dos variables x y y, identifica en las que se puede encontrar el valor de y cuando x toma un valor determinado.

Para identificarlo, se puede elaborar tablas, sustituyendo el valor de x por un número cualquiera.

a) Cuando la estatura de una persona es x cm, su peso es y kg.
b) Cuando la edad de una persona es x años, su estatura es y cm.
c) Cuando un vehículo recorre una velocidad a 40 km/h durante x horas, la distancia recorrida es y km.
d) Cuando se vierten x litros de agua en una cubeta de 0.75 kg, el peso total es y kg.
e) Cuando un rectángulo tiene 24 cm^2 de área, la base mide x cm y la altura mide y cm.

S

a) No. Aunque x sea 150 cm, no se sabe su peso y kg.
b) No. Aunque x es 13 años, no se sabe su estatura y cm.
c) Sí. $x = 2$ h, $y = 40 \times 2 = 80$, 80 km.

x (h)	1	2	3	4	5	6	7	8
y (km)	40	80	120	160	200	240	280	320

d) Sí. $x = 3$ l, $y = 3 + 0.75 = 3.75$, 3.75 kg.

x (l)	1	2	3	4	5	6	7	8
y (kg)	1.75	2.75	3.75	4.75	5.75	6.75	7.75	8.75

e) Sí. $x = 4$ cm, $y = 24 \div 4 = 6$, 6 cm.

x (base, cm)	1	2	3	4	5	6	7	8
y (altura, cm)	24	12	8	6	4.8	4	3.428...	3

C

Cuando en dos variables x y y, el valor que toma x determina un único valor de y, se dice que y es **función** de x.

1. Identifica las situaciones en las que la variable y es función de x.
   a) x horas de estudio y el puntaje en el examen es y puntos. No
   b) Cuando un diccionario pesa 2 libras, si hay x cantidad del mismo diccionario, el peso total es y libras. Sí
   c) El recorrido entre dos municipios A y B cuya distancia es 50 km, la distancia recorrida es x km y la distancia faltante es y km. Sí
   d) x años de experiencia en el trabajo y el sueldo es y dólares. No
   e) Cuando se viaja 240 km con una velocidad de x km/h, y el tiempo es y horas. Sí

2. Redacta tres situaciones que involucren las variables x y y, donde y sea función de x.

El peso, cantidad de objetos, tiempo, velocidad, distancia, cantidad de agua en un recipiente, etc., son situaciones comunes para relacionar variables.

a) Un chocolate cuesta 0.5 dólares, x cantidad de chocolates, y precio a pagar
b) Cada caja contiene 3 libros, x cantidad de cajas, y cantidad de libros
c) Una resma de papel tiene 500 hojas, x la cantidad de resmas, y la cantidad de hojas

Indicador de logro

1.1 Identifica si una cantidad es función de otra.

Secuencia

Para esta clase se desarrolla la primera noción de función, estableciendo que si se tienen dos cantidades y se define un valor específico para una de ellas se obtiene un único valor para la segunda.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Identificar que una cantidad y es función de otra cantidad x, si un cambio en la cantidad x genera un cambio en y. Para c), d) y e) se puede auxiliar de tablas que ilustren el cambio en ambas variables para determinar si y es función de x.

Ⓒ Enfatizar que una función tiene como característica que para un valor específico de x, y presentará un único valor.

Fecha: **U6 1.1**

Ⓟ Determina el valor y cuando x toma un valor.

a) Si la estatura es x cm, su peso es y kg.
b) Si la edad es x años, su estatura es y cm.
c) Con una velocidad de 40 km/h durante x horas, la distancia es y km.
d) Vertiendo x litros de agua en una cubeta de 0.75 kg, el peso total es y kg.
e) Si un rectángulo tiene 24 cm^2 de área, la base mide x cm y la altura mide y cm.

Ⓢ a) No. Aunque x sea 150 cm, no se sabe su peso y kg.
b) No. Aunque x es 13 años, no se sabe su estatura y cm.
c) Sí. $x = 2$ h, $y = 40 \times 2 = 80$, 80 km.
d) Sí. $x = 3\ l$, $y = 3 + 0.75 = 3.75$, 3.75 kg.
e) Sí. $x = 4$ cm, $y = 24 \div 4 = 6$, 6 cm.

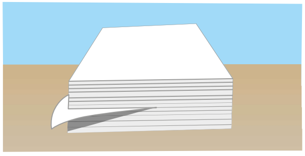
Ⓡ 1.
a) No b) Sí
c) Sí d) No
e) Sí

Tarea: página 118 del Cuaderno de Ejercicios.

1.2 Concepto de proporcionalidad directa

P

Una resma de papel bond pesa 2 libras. Representa el peso y libras de x resmas de papel bond.



x (resmas)	1	2	3	4	5	6	...
y (libras)	2	4	6	8	10	12	...

a) Cuando el valor de x es multiplicado por 2, 3, 4,... ¿cómo cambia el valor de y?
b) ¿Cuál es el valor de $\frac{y}{x}$? ¿Es constante?
c) Representa y en términos de x.

Representar y en término de x es escribir $y = ax$, usando la variable x.

S

a) Tal como se muestra en la tabla, cuando el valor de x cambia multiplicado por 2, 3, 4..., el valor de y correspondiente, también va cambiando al ser multiplicado por 2, 3, 4...
b) Tal como se muestra en la tabla, siempre resulta 2 y es constante.
c) Con el resultado de b), se sabe que el valor de y es x por 2, es decir $\frac{y}{x} = 2 \Longrightarrow y = 2x$.

x (resmas)	1	2	3	4	5	6	...
y (libras)	2	4	6	8	10	12	...

C

En el Problema inicial, x y y se llaman **variables**, mientras la cantidad que no varía se llama **constante**, tal como es 2 en $y = 2x$. Cuando y es función de x y se expresa de la forma de $y = ax$, (a es constante) se dice que y es **directamente proporcional** a x. Al número a se le llama **constante de proporcionalidad**.

$$y = ax$$

constante

variables

Determina si y es directamente proporcional a x, expresando $y = ax$ e indica la constante de proporcionalidad.

a) Cuando un atleta camina por la playa 80 metros por minuto, el tiempo es x minutos y la distancia recorrida es y metros.

Sí. $y = 80x$

x (minutos)	1	2	3
y (metros)	80	160	240

b) Cuando una carnicería vende carne molida a $2.50 por libra, el peso es x libras y el precio es y dólares.

Sí. $y = 2.5x$

x (libras)	1	2	3
y (dólares)	2.50	5	7.50

c) Cuando se vierte agua a un ritmo de $\frac{3}{4}$ galones por minuto, el tiempo es x minutos y la cantidad de agua es y galones.

Sí. $y = \frac{3}{4}x$

x (minutos)	1	2	3
y (galones)	$\frac{3}{4}$	$\frac{6}{4}$	$\frac{9}{4}$

El concepto de proporciones ha estado históricamente relacionado con la arquitectura, el arte, la belleza y la música, y surgen proporciones específicas como parámetro de belleza y arte como el caso del número de oro (proporción áurea o ϕ), además del trabajo del matemático griego Pitágoras con las proporciones 1:1, 1:2, 1:3 y 1:4 como regidoras del Universo, y que se han utilizado para la obtención de la escala musical y la marcación de los intervalos (diferencia entre agudos y graves) a partir del monocordio en el ámbito de la música.

Carrión, V., Llopis, L. y Queralt, T. *Música y matemática, La armonía de los números.*

Unidad 6

Indicador de logro

1.2 Identifica si la relación de dos cantidades es de proporcionalidad directa expresándola en la forma $y = ax$ e indicando la constante.

Secuencia

En primero y segundo ciclo de educación básica los estudiantes aprendieron a identificar una relación de proporcionalidad directa entre dos cantidades x y y y la forma de representar la relación, es decir con:

$$y = \text{constante} \times x$$

A partir de esta clase se retoma este tema, con la diferencia de que para la representación de una relación de proporcionalidad directa se omite la escritura de "×" en su representación, es decir, la escritura se hace como $y = ax$
De modo que también se establece que a se llama constante de proporcionalidad.
También se hace explícito el hecho de que una relación de proporcionalidad directa entre y y x denotada por: $y = ax$, indica que y es función de x.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Identificar que al multiplicar x por 2, 3 ... también y es multiplicado por 2, 3 ... obteniendo que el valor de $\frac{x}{y}$ es constante y así poder determinar la forma $y = ax$ que representa la relación de las dos variables. Para el desarrollo del Ⓟ de la clase los estudiantes pueden auxiliarse de lo aprendido en sexto grado a cerca de la relación de dos cantidades directamente proporcionales.

Ⓒ Señalar que cuando y es función de x, y se expresa por $y = ax$, se dice que y es directamente proporcional a x.

Solución de algunos ítems:

a) Si $a = \frac{y}{x} = \frac{80}{1} = 80$
$y = 80x$

b) Si $a = \frac{y}{x} = \frac{2.5}{1} = 2.5$
$y = 2.5x$

Fecha:

U6 1.2

Ⓟ Observa la tabla y realiza los literales.

x (resmas)	1	2	3	4	5	6	...
y (libras)	2	4	6	8	10	12	...

a) Teniendo en cuenta que 1 resma pesa 2 lb, si el valor de x se multiplica por 2, 3... ¿cómo cambia el valor de y correspondiente?
b) ¿Cuál es el valor de $\frac{y}{x}$? ¿Es constante?
c) Representa y en términos de x.

Ⓢ

x (resmas)	1	2	3	4	5	6	...
y (libras)	2	4	6	8	10	12	...

× 2, × 3, × 4

a) Si el valor de x se multiplica por 2, 3, 4..., el valor de y correspondiente, se multiplica por 2, 3, 4...
b) Siempre resulta 2 y es constante.
c) Por b) se sabe que $y = 2x$.

Ⓡ a) 160, 240

b) 5, 7.50

c) $\frac{3}{4}, \frac{6}{4}, \frac{9}{4}$

Tarea: página 119 del Cuaderno de Ejercicios.

1.3 Valores que toman las variables

P

Piensa en los valores que pueden tomar las variables de la siguiente situación:

Para llenar una piscina rectangular a una altura (profundidad) de 120 cm, se vierte agua a un ritmo de 6 cm de altura (profundidad) por hora.

a) ¿Cuántas horas se necesitan para llenar 120 cm de altura?

b) Si el tiempo transcurrido del llenado de agua se expresa con x, ¿desde qué y hasta qué valor puede tomar la variable x?

c) Dado que la variable y representa la altura (profundidad) de agua, ¿desde qué y hasta qué valor tomaría la variable y?

x (horas)	0	1	2	3	4	...
y (cm)	0	6	12	18	24	...

S

a) Como cada hora se llena 6 cm; 120 ÷ 6 = 20, entonces, se necesitan 20 horas.

b) Desde 0 hasta 20 horas y esto se representa como $0 \leq x \leq 20$ y se lee "x es mayor o igual que 0 y menor o igual que 20".

c) Desde 0 hasta 120 esto se escribe $0 \leq y \leq 120$ y se lee "y es mayor o igual que 0 y menor o igual que 120".

x (horas)	0	1	2	3	4	...	20
y (cm)	0	6	12	18	24	...	120

C

En la proporcionalidad directa hay casos en que se limita el valor que pueden tomar las variables x y y, para representar ese límite se usan los signos de desigualdad (<, >, ≤, ≥).

Los valores que puede tomar la variable x se llama **dominio** y los de y se llama **rango**. Estos término se retomarán en grados posteriores.

En las siguientes situaciones, representa desde qué y hasta qué valor se pueden tomar las variables x y y usando los signos de desigualdad.

a) Una carnicería que tiene 20 libras de carne molida y el precio es $2 por libra, el peso vendido es x libras y la venta es y dólares.

x (libras)	0	1	2	3	4	...	20
y (dólares)	0	2	4	6	8	...	40

b) En una pila cuya capacidad máxima es de 20 galones se vierte agua a un ritmo de 0.5 galones por minuto, el tiempo es x minutos y la cantidad de agua en la pila es y galones.

x (minutos)	0	1	2	3	4	...	40
y (galones)	0	0.5	1.0	1.5	2.0	...	20

c) Cuando en una alcancía caben 200 monedas de $0.25 como máximo, la cantidad de monedas de $0.25 es x monedas y el monto de monedas es y dólares.

x (monedas)	0	1	2	3	4	...	200
y (dólares)	0	0.25	0.50	0.75	1.00	...	50

Indicador de logro

1.3 Representa los valores que toman las variables que están en una relación de proporcionalidad directa a través de desigualdades.

Secuencia

En esta clase se definen intuitivamente los conceptos de dominio y rango de funciones a través de situaciones de proporcionalidad directa en las cuales los valores que toman las variables son limitados. Aquí se establece que para expresar los valores que toman las variables se debe hacer uso de los signos de desigualdad. El hecho de llamar al conjunto de valores como dominio y rango debe hacerse solo como un comentario, sin entrar en mayores detalles para no generar dificultades al estudiante.

Propósito

Ⓟ Hacer uso de los símbolos para representar las desigualdades(<, >, ≤ y ≥) que ya se han trabajado previamente.

Ⓢ Hacer énfasis en la lectura de las desigualdades; por ejemplo, $0 \leq x \leq 20$, se lee "x es mayor o igual que 0 y menor o igual que 20".

Solución de algunos ítems:

a) Se vende desde 0 a un máximo de 20 libras:

$$0 \leq x \leq 20$$

Cada libra cuesta 2 dólares, por lo que el máximo es $20 \times 2 = 40$

$$0 \leq y \leq 40$$

b) La pila tiene la capacidad de 20 galones, por lo que el tiempo máximo será $20 \div 0.5 = 40$

$$0 \leq x \leq 40$$

La capacidad puede ser como máximo 20 galones.

$$0 \leq y \leq 20$$

c) La cantidad máxima de monedas que puede contener es 200

$$0 \leq x \leq 200$$

Cada moneda tiene el valor de 0.25, por lo que el máximo a contener es $200 \times 0.25 = 50$

$$0 \leq y \leq 50$$

Fecha:

U6 1.3

Ⓟ Para llenar una piscina rectangular a una altura (profundidad) de 120 cm, se vierte agua a un ritmo de 6 cm de altura (profundidad) por hora.

a) ¿Cuántas horas se necesitan para llenar 120 cm de altura?

b) El tiempo transcurrido en el llenado de agua es x, ¿desde qué y hasta qué valor puede tomar x?

c) La variable y representa la altura (profundidad) de agua, ¿desde qué y hasta qué valor tomaría y?

x (horas)	0	1	2	3	4	...
y (cm)	0	6	12	18	24	...

Ⓢ a) Como cada hora se llena 6 cm; $120 \div 6 = 20$, entonces, se necesitan 20 horas.

b) Desde 0 hasta 20 horas y esto se representa como $0 \leq x \leq 20$.

c) Desde 0 hasta 120 esto se escribe $0 \leq y \leq 120$.

Ⓡ a) $0 \leq x \leq 20$
$0 \leq y \leq 40$

b) $0 \leq x \leq 40$
$0 \leq y \leq 20$

c) $0 \leq x \leq 200$
$0 \leq y \leq 50$

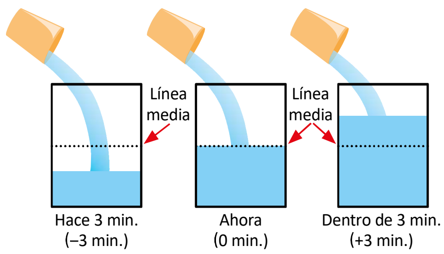
Tarea: página 120 del Cuaderno de Ejercicios.

Lección 1

1.4 La proporcionalidad directa con valores negativos en las variables

P

Tal como se muestra en el dibujo, se vierte agua a un ritmo de 2 cm de altura (profundidad) por minuto. Dado que el tiempo de este momento es 0 minutos, y la línea media del recipiente es 0 cm de altura, encuentra la relación entre x minutos después y la altura y cm arriba de la línea media, y realiza lo siguiente:



a) Completa la tabla:

x (minutos)	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
y (cm)				−2	0	2			

Cuando x es −4, significa 4 minutos antes, si y es negativo significa que está debajo de la línea media del recipiente.

b) ¿Puede representarse la altura y cm de la forma $y = ax$?

c) ¿Se puede decir que y es directamente proporcional a x?

S

a)

x (minutos)	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
y (cm)	−8	−6	−4	−2	0	2	4	6	8

b) Como la constante es 2, entonces, $y = 2x$.

c) Sí, porque se pudo representar de la forma de $y = ax$, además, cumple que cuando el valor de x cambia al ser multiplicado por 2, 3, 4..., el valor de y correspondiente también cambia multiplicándose por 2, 3, 4... Por ejemplo, el valor de x cambia de −1 a −3 (−1 multiplicado por 3), el valor de y también cambia de −2 a −6 (−2 multiplicado por 3).

C

Aunque las variables tomen valores negativos, las características de proporcionalidad siempre se cumplen, es decir, en la proporcionalidad directa, las variables pueden tomar valores negativos.

1. Siguiendo la misma situación del Problema inicial, con la diferencia que se vierten 4 cm de altura por minuto, realiza lo siguiente:

a) Completa la tabla:

x (minutos)	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
y (cm)	−16	−12	−8	−4	0	4	8	12	16

b) Escribe en forma de $y = ax$, la relación entre las variables x y y. $y = 4x$

c) Determina si y es directamente proporcional a x. Es directamente proporcional

2. Completa las tablas de tal manera que los datos tengan una relación de proporcionalidad directa y escríbela en la forma de $y = ax$.

a)

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
y	−12	−9	−6	−3	0	3	6	9	12

$y = 3x$

b)

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
y	−10	−7.5	−5	−2.5	0	2.5	5	7.5	10

$y = 2.5x$

Unidad 6

Indicador de logro

1.4 Representa en la forma $y = ax$, dos variables que toman valores negativos y que están en una relación de proporcionalidad directa con constante positiva, a partir de una tabla.

Secuencia

En primero y segundo ciclo de educación básica los estudiantes identificaron y representaron relaciones de proporcionalidad directa entre dos variables x y y cuando los valores que tomaban ambas variables eran positivos. Dado que los estudiantes en la Unidad 1 aprendieron a operar con los números negativos, en esta clase se analizan relaciones de proporcionalidad directa cuando los valores que toman las variables pueden ser negativos.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Determinar que la relación de proporcionalidad directa entre dos variables se mantiene aunque estas tomen valores negativos. Para desarrollar el Ⓟ de la clase los estudiantes pueden tener dos dificultades. La primera puede ser el hecho de que se establece que la línea media del recipiente es 0 cm de altura y en la ilustración se observa que la línea obviamente no se encuentra en la base del recipiente, y la segunda puede generarse al no ser claro a qué altura se refiere y. Para la primera dificultad hay que aclarar que definir "este momento" como el minuto 0 y la "línea media" como 0 son condiciones que se establecen convenientemente en la situación para ilustrar los casos en que las variables pueden tomar valores negativos. Para la segunda dificultad se debe repetir a los estudiantes que y representa la altura del agua respecto a la línea media, es decir, tomando a la línea media como punto de referencia.

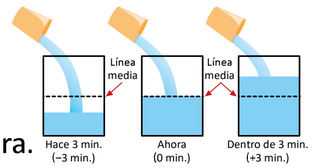
Solución de algunos ítems:

b) $a = \frac{y}{x} = \frac{4}{1} = 4$

$y = 4x$

c) Se pudo representar en la forma:
$y = ax$, por lo que es directamente proporcional.

Fecha: **U6 1.4**



Ⓟ Se decide que
- El tiempo de este momento es 0 minutos.
- La línea media del recipiente es 0 cm de altura.
- x representa los minutos después de este momento.
- y representa los cm arriba de la línea media.

Realiza lo siguiente:
a) Completa la tabla (vertiendo el agua a 2 cm por minuto).
b) ¿Puede representarse la altura y cm de la forma $y = ax$?
c) ¿Es y directamente proporcional a x?

Ⓢ a)

x (minutos)	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
y (cm)	−8	−6	−4	−2	0	2	4	6	8

b) Como la constante es 2, entonces, $y = 2x$
c) Sí, porque se puede representar de la forma $y = ax$.

Ⓡ
1.
a) −16, −12, −8, −4, 8, 12, 16

b) $y = 4x$

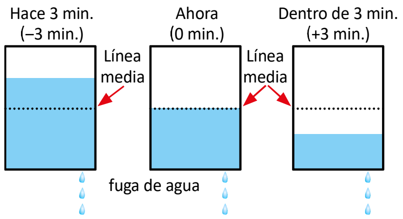
c) Es directamente proporcional.

Tarea: página 121 del Cuaderno de Ejercicios.

1.5 La proporcionalidad directa con constante negativa

P

Tal como se muestra en el dibujo, hay fuga de agua a un ritmo de 2 cm de altura por minuto. Dado que el tiempo de este momento es 0 minutos y la línea media del recipiente es 0 cm de altura, determina la relación entre x minutos después y la altura y cm, con respecto a la línea media.
Además:



a) Completa la tabla:

x (minutos)	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4
y (cm)			4	2	0	–2	–4		

b) Escribe la relación entre las variables de la forma de $y = ax$.
c) Determina si y es directamente proporcional a x.

Cuando x toma el valor –4, significa 4 minutos antes, si y toma un valor negativo significa que está debajo de la línea media del recipiente. Recuerda que puedes encontrar la constante calculando $\frac{y}{x}$, ¿puede ser negativa?

S

a)

x (minutos)	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4
y (cm)	8	6	4	2	0	–2	–4	–6	–8

b) Como la constante es –2, entonces, $y = -2x$.
c) Como se pudo representar la relación en la forma $y = ax$, se concluye que y es directamente proporcional a x, además, cumple que si el valor de x cambia al ser multiplicado por 2, 3, 4..., el valor de y correspondiente también cambia siendo multiplicado por 2, 3, 4... Por ejemplo, el valor de x cambia de 1 a 3 (1 multiplicado por 3), el valor de y también cambia de –2 a –6 (–2 multiplicado por 3).

C

En la proporcionalidad directa, hay casos en que su constante es negativa. Es decir, en el valor de $y = ax$, a puede tomar valor negativo ($a < 0$).

Es por eso que en la proporcionalidad directa no se dice que si una cantidad aumenta la otra también aumenta, sino que se dice que **cambia**. Ya que, en este caso, una cantidad aumenta y la otra disminuye; sin embargo, siempre tienen una relación de proporcionalidad directa.

1. Siguiendo la misma situación del Problema inicial, con la diferencia que se pierden 4 cm de altura por minuto, realiza lo siguiente:

a) Completa la tabla:

x (minutos)	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4
y (cm)	16	12	8	4	0	–4	–8	–12	–16

b) Escribe en forma de $y = ax$, la relación entre las variables. $y = -4x$
c) Escribe si y es directamente proporcional a x. Sí es directamente proporcional

2. Completa las tablas de tal manera que los datos tengan una relación de proporcionalidad directa y escríbela en la forma de $y = ax$.

a)

x	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4
y	12	9	6 3		0	–3	–6	–9	–12

$y = -3x$

b)

x	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4
y	6	4.5	3	1.5	0	–1.5	–3	–4.5	–6

$y = -1.5x$

Indicador de logro

1.5 Representa en la forma $y = ax$, dos variables que están en una relación de proporcionalidad directa con constante negativa, a partir de una tabla.

Secuencia

Las relaciones de proporcionalidad directa trabajadas en primero y segundo ciclo de educación básica tenían constantes positivas; de nuevo, por la ampliación que se ha tenido en la Unidad 1 con el uso de los números negativos, se abordan las relaciones de proporcionalidad directa cuando la constante de proporcionalidad es negativa.

Propósito

Ⓟ Determinar que la relación de proporcionalidad directa entre dos variables puede tener una constante negativa. El Ⓟ de esta clase comparte las consideraciones explicadas en el Ⓟ de la página anterior de esta guía.

Ⓢ Hacer énfasis en que no es correcto decir que en una relación de proporcionalidad, si una cantidad aumenta la otra también; ya que como puede verse en el ejemplo a medida que aumenta el tiempo, la altura del agua respecto al nivel medio disminuye. Es mejor decir que en dos variables directamente proporcionales si una cantidad cambia la otra también.

Solución de algunos ítems:

1. a) $-4 \times (-4) = 16$
$-3 \times (-4) = 12$
$-2 \times (-4) = 8$
$-1 \times (-4) = 4$
$2 \times (-4) = -8$
$3 \times (-4) = -12$
$4 \times (-4) = -16$

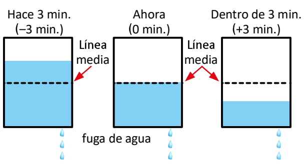
b) $a = \frac{y}{x} = \frac{-4}{1} = -4$
$y = -4x$

c) Se pudo representar en la forma: $y = ax$, por lo que es directamente proporcional.

Fecha:

U6 1.5

Ⓟ El tiempo de este momento es 0 minutos y la línea media del recipiente es 0 cm de altura. Determina la relación entre x minutos después y la altura y cm, con respecto a la línea media. Además:



a) Completa la tabla (saliendo el agua a 2 cm por minuto).
b) Escribe la relación entre las variables de la forma de $y = ax$.
c) ¿y es directamente proporcional a x?

Ⓢ

x (minutos)	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4
y (cm)	8	6	4	2	0	–2	–4	–6	–8

× 4, × 3, × 2, × 2, × 3, × 4; × (–2)

b) Como la constante es –2, entonces, $y = -2x$.
c) Sí, porque se puede representar de la forma $y = ax$.

Ⓡ

1.
a) 16, 12, 8, 4, –8, –12, –16

b) $y = -4x$

c) Es directamente proporcional.

Tarea: página 122 del Cuaderno de Ejercicios.

Lección 1

1.6 Representación en la forma $y = ax$ a partir de un par de valores para x y y

P

Si y es directamente proporcional a x y además $x = 4$, $y = 12$, representa en forma de $y = ax$ la relación entre las variables.

Como ya se conocen los valores de x y y, solamente se necesita encontrar el valor de a.

S

Se sustituyen los valores de x y y, luego se encuentra el valor de a.

Se tiene que $x = 4$, $y = 12$, se sustituyen en $y = ax$.

$$12 = 4a$$
$$4a = 12$$
$$a = 3$$

Entonces, $y = 3x$.

C

Para representar la relación de la proporcionalidad directa en la forma de $y = ax$, a partir de un par de valores de variables, se realizan los siguientes pasos:

1. Se sustituyen los valores en las variables y se forma una ecuación.

2. Se encuentra el valor de la constante en la ecuación.

3. Se sustituye el valor de la constante en $y = ax$.

1. Si y es directamente proporcional a x, encuentra el valor de la constante a en $y = ax$, para cada uno de los siguientes casos:

a) $x = 2$, $y = 14$
$a = 7$

b) $x = 2$, $y = 5$
$a = 2.5$

c) $x = 3$, $y = 12$
$a = 4$

d) $x = -3$, $y = -9$
$a = 3$

e) $x = 2$, $y = -20$
$a = -10$

f) $x = 6$, $y = -9$
$a = -1.5$

2. Redacta para cada literal una situación de proporcionalidad directa que se represente con la siguiente expresión:

a) $y = 5x$

Cada bolsa trae 5 dulces, x es la cantidad de bolsas, y la cantidad de dulces

b) $y = \frac{2}{3}x$

Un corredor recorre $\frac{2}{3}$ de una pista cada minuto, x son los minutos, y son las vueltas que ha dado en la pista

c) $y = -2x$

Una cisterna pierde 2 litros de agua cada hora, x es la cantidad de horas, y la cantidad de litros de agua en la cisterna

Unidad 6

Indicador de logro

1.6 Representa en la forma $y = ax$ dos variables que están en una relación de proporcionalidad directa, a partir de un par de valores de y y x.

Secuencia

En esta clase se determina la ecuación que representa a una relación de proporcionalidad directa entre dos variables x y y, a partir de un par de valores para las variables.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Determinar la forma $y = ax$ a través de la aplicación de ecuaciones de primer grado, en la que la incógnita sea la constante de proporcionalidad a. Se debe tener en cuenta que para formular la ecuación, los estudiantes previamente tienen que hacer una sustitución de valores en las variables x y y en la forma $y = ax$, que se trabajó en la clase 1.14 de la Unidad 4.

Solución de algunos ítems:

1.

a) $y = ax$
$14 = 2a$
$14 \div 2 = a$
$7 = a$

b) $y = ax$
$5 = 2a$
$5 \div 2 = a$
$\frac{5}{2} = a$
$2.5 = a$

c) $y = ax$
$12 = 3a$
$12 \div 3 = a$
$4 = a$

d) $y = ax$
$-9 = -3a$
$-9 \div (-3) = a$
$3 = a$

e) $y = ax$
$-20 = 2a$
$-20 \div 2 = a$
$-10 = a$

f) $y = ax$
$-9 = 6a$
$-9 \div 6 = a$
$-\frac{3}{2} = a$
$-1.5 = a$

Fecha:

U6 1.6

Ⓟ Si y es directamente proporcional a x y además $x = 4$, $y = 12$. Representa en forma de $y = ax$ la relación entre las variables.

Ⓢ Se sustituyen los valores de x y y, luego se encuentra el valor de a.

Se tiene que $x = 4$, $y = 12$, se sustituyen en $y = ax$

$$12 = 4a$$
$$4a = 12$$
$$a = 3$$

Entonces, $y = 3x$.

Ⓡ

1.
a) $a = 7$ b) $a = \frac{5}{2}$

c) $a = 4$ d) $a = 3$

e) $a = -10$ f) $a = -\frac{3}{2}$

Tarea: página 123 del Cuaderno de Ejercicios.

1.7 Practica lo aprendido

1. Identifica las situaciones en las que la variable y es función de x.
   a) La edad de una persona es x años y el peso de la misma persona es y libras. No es función
   b) El número de años que tiene un árbol de mango es x años y la cantidad de la cosecha de mango es y quintales. No es función
   c) Para una persona que camina 40 metros por minuto, el tiempo es x minutos y la distancia recorrida es y metros. Es función
   d) Cuando un metro de varilla de hierro pesa 0.5 libras, la longitud es x metros y el peso y libras. Es función
   e) Cuando en la alcancía hay $50.00, el dinero gastado es x dólares y el restante es y dólares. Es función
   f) Un prisma rectangular cuya área de su base es de 6 cm², la altura es x cm y el volumen es y cm³. Es función

2. En cada tabla y es directamente proporcional a x. Realiza lo siguiente:
   a) Completa la tabla. b) Encuentra la constante. c) Representa la relación entre las variables como $y = ax$.

x	0	1	2	3	4	...	8
y	0	4	8	12	16	...	32

b) $a = 4$
c) $y = 4x$

x	0	1	2	3	4	...	8
y	0	4	8	12	16	...	32

b) $a = 4$
c) $y = 4x$

x	−5	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5
y	10	8	6	4	2	0	−2	−4	−6	−8	−10

b) $a = -2$
c) $y = -2x$

x	−5	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5
y	−25	−20	−15	−10	−5	0	5	10	15	20	25

b) $a = 5$
c) $y = 5x$

x	0	1	2	3	4	...	8
y	0	$\frac{3}{4}$	$\frac{6}{4}$	$\frac{9}{4}$	$\frac{12}{4}$	...	$\frac{24}{4}$

b) $a = \frac{3}{4}$
c) $y = \frac{3}{4}x$

3. En la siguiente situación, escribe los valores que toman las variables x y y:
   En una pila cuya capacidad máxima es de 30 galones, se vierte a un ritmo de 2 galones por minuto, el tiempo es x minutos y la cantidad de agua en la pila es y galones.
   $30 \div 2 = 15$, $0 \leq x \leq 15$, $0 \leq y \leq 30$

4. Si y es directamente proporcional a x, representa en la forma de $y = ax$, la información de cada literal.
   a) Cuando $x = 4$, $y = 12$
   $y = 3x$
   b) Cuando $x = 4$, $y = -16$
   $y = -4x$
   c) Cuando $x = -2$, $y = 12$
   $y = -6x$
   d) Cuando $x = -12$, $y = -24$
   $y = 2x$

5. Determina si son verdaderas o falsas las siguientes oraciones sobre proporcionalidad directa. En caso que sea falso, corrígela para que sea verdadero.
   a) Cuando y es directamente proporcional a x, si la variable x aumenta, la otra variable y siempre aumenta. Falso
   b) Cuando una función se representa por $y = -3x$, y no es directamente proporcional a x ya que la constante no puede ser negativa. Falso
   c) Si y es directamente proporcional a x, y su relación se representa por $y = 3x$, entonces, cuando $x = 7$, $y = 10$. Falso

Indicador de logro

1.8 Efectúa una suma de números decimales o fraccionarios que son positivos o negativos.

Solución de algunos ítems:

3.
$30 \div 2 = 15$, $0 \leq x \leq 15$, $0 \leq y \leq 30$

4.
a)
$$\begin{aligned} y &= ax \\ 12 &= 4a \\ 12 \div 4 &= a \\ 3 &= a \end{aligned}$$
$y = 3x$

b)
$$\begin{aligned} y &= ax \\ -16 &= 4a \\ -16 \div 4 &= a \\ -4 &= a \end{aligned}$$
$y = -4x$

c)
$$\begin{aligned} y &= ax \\ 12 &= -2a \\ 12 \div (-2) &= a \\ -6 &= a \end{aligned}$$
$y = -6x$

d)
$$\begin{aligned} y &= ax \\ -24 &= -12a \\ -24 \div (-12) &= a \\ 2 &= a \end{aligned}$$
$y = 2x$

5.
a) Es falso pues la proporción directa se da cuando una variable cambia multiplicándose ×2, ×3, etc., la otra también cambia multiplicándose ×2, ×3, etc.

b) Es falso debido a que en la expresión $y = ax$, a puede ser negativo.

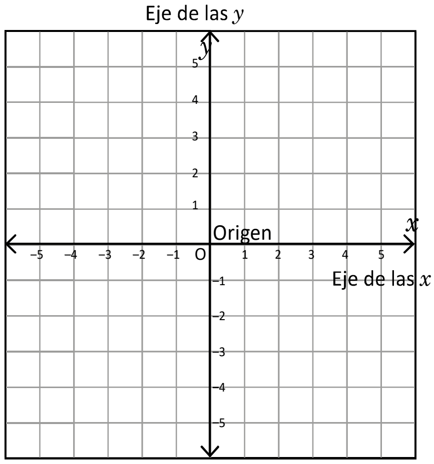
c) Es falso pues en esta relación si $x = 7$ se tiene:
$$\begin{aligned} y &= 3x \\ y &= 3 \times 7 \\ y &= 21 \end{aligned}$$

Tarea: página 124 del Cuaderno de Ejercicios.

1.8 El plano cartesiano

P

Al trazar dos rectas numéricas que se intersectan perpendicularmente en el punto O, y llamar a la recta horizontal **eje de las x** (o abscisas), a la recta vertical **eje de las y** (o de las ordenadas), y al punto de intersección de ambas rectas **origen**, representado por la letra O correspondiente al valor 0 en x y en y, se obtiene el siguiente plano:

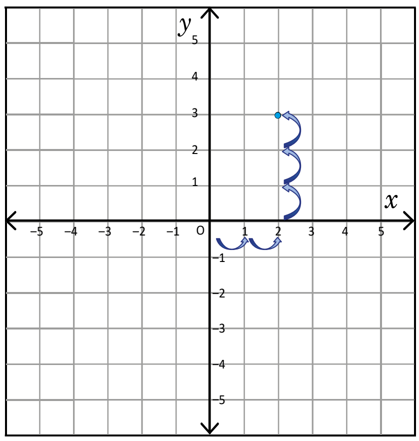


A este plano se le llama plano cartesiano.

¿Cómo se puede representar en el plano cartesiano el punto A, cuya posición está representada por $x = 2$ y $y = 3$?

S

Para ubicar el punto A, $x = 2$ y $y = 3$, partiendo del punto de origen O, primero se desplaza 2 posiciones hacia la derecha para ubicar el valor $x = 2$, y luego 3 posiciones hacia arriba para ubicar $y = 3$.



C

Este par de números del punto A, se escriben como A(2, 3) y se llama **par ordenado** del punto A. El punto de origen O siempre representa (0, 0).

En general, los valores que representan a un punto P en el plano cartesiano, se llaman **coordenadas** del punto P. En el problema anterior las coordenadas del punto A son $x = 2$ y $y = 3$.

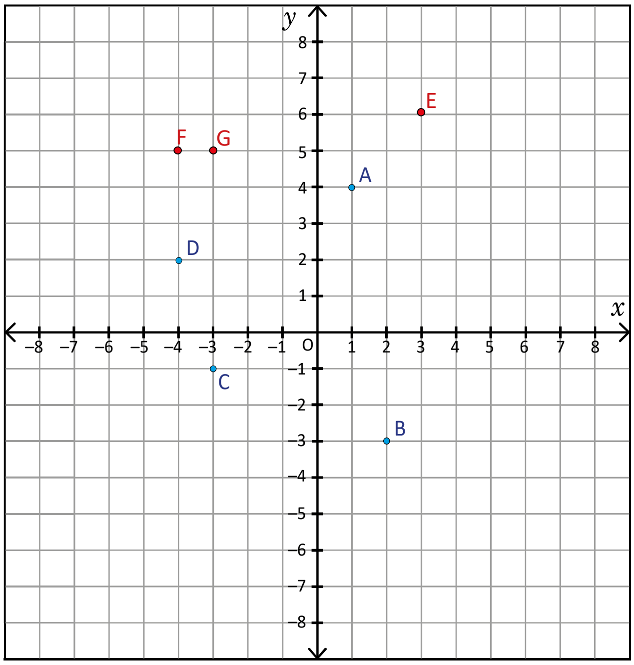
Para representar un punto en el plano cartesiano, se debe realizar el procedimiento presentado.

Unidad 6

121

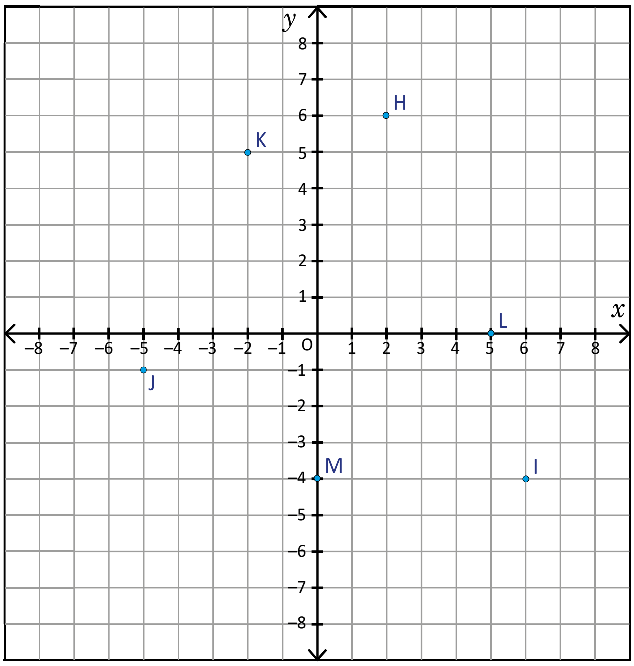
Lección 1

1. En el plano cartesiano, lee y escribe los puntos A, B, C y D, y ubica los puntos E(3, 6), F(–4, 5) y G(–3, 5). Ejemplo: A(1, 4).



B(2, –3)
C(–3, –1)
D(–4, 2)

2. Escribe las coordenadas de los siguientes puntos: H, I, J, K, L y M.



H(2, 6)
I (6, –4)
J (–5, –1)
K(–2, 5)
L(5, 0)
M(0, –4)

3. En el plano cartesiano, ubica los siguientes puntos:

a) N(3, 4) b) P(3, –4) c) Q(–4, –5)

d) R(–2, 2) e) S(2, 0) f) T(0, 4)

Indicador de logro

1.8 Lee y ubica un par ordenado en el plano cartesiano.

Secuencia

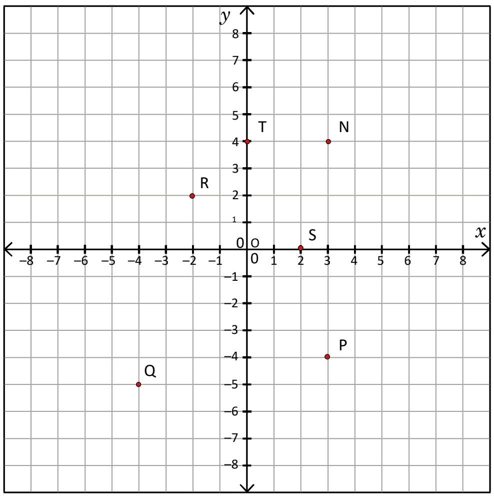
En esta clase los estudiantes conocerán el plano cartesiano, sus características y la forma de representar un punto en él. De modo que se introducen los términos de “eje de las x o abscisas”, “eje de las y u ordenadas”, “origen”, “par ordenado” y “coordenadas de un punto”.

Propósito

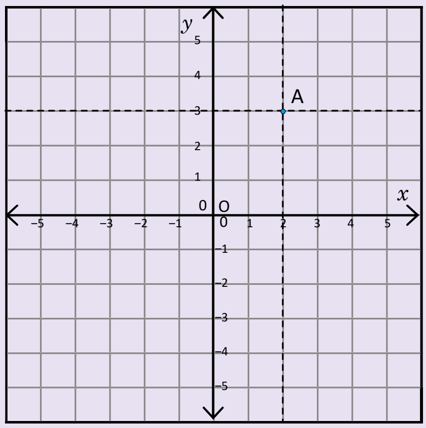
Ⓟ Determinar la forma de ubicar un punto en el plano cartesiano. Una de las consideraciones que se debe tener en el Ⓟ es el hecho de que se hace la presentación de qué es el plano cartesiano, por lo que es necesario hacer una breve descripción refiriéndose al plano en la pizarra; el estudiante deberá encontrar una forma de ubicar un punto en él a partir de la información proporcionada. La explicación del plano cartesiano por parte del docente debe ser mínima para que el estudiante analice la información presentada como parte de su trabajo activo.

Solución de algunos ítems:

3.



Otra forma de ubicar A en Ⓢ es:

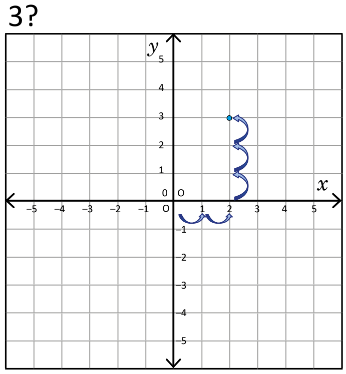


El punto A es el punto de intersección de la recta vertical y la horizontal.

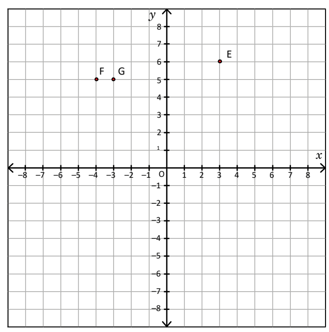
Fecha: **U6 1.8**

Ⓟ Considerando al **eje de las x** como una recta numérica horizontal, al **eje de las y** como una recta numérica vertical, y el punto de intersección de ambas rectas como el **origen** (O) correspondiente al valor 0 en x y en y.
¿Cómo se puede representar en el plano cartesiano el punto A cuya posición está representada por $x = 2$ y $y = 3$?

Ⓢ Para ubicar el punto A, $x = 2$ y $y = 3$, partiendo del punto de origen O, primero se desplaza 2 posiciones hacia la derecha para ubicar el valor $x = 2$, y luego 3 posiciones hacia arriba para ubicar $y = 3$.



Ⓡ 1.



Tarea: página 125 del Cuaderno de Ejercicios.

1.9 Gráfica de la proporcionalidad directa, parte 1

P

En sexto grado aprendiste a graficar la proporcionalidad directa cuando el valor de x es mayor o igual que cero ($x \geq 0$). Ahora piensa cómo se grafica cuando x toma valores negativos.

En la siguiente tabla se muestran pares ordenados de x y y, que están en proporcionalidad directa: $y = 2x$.

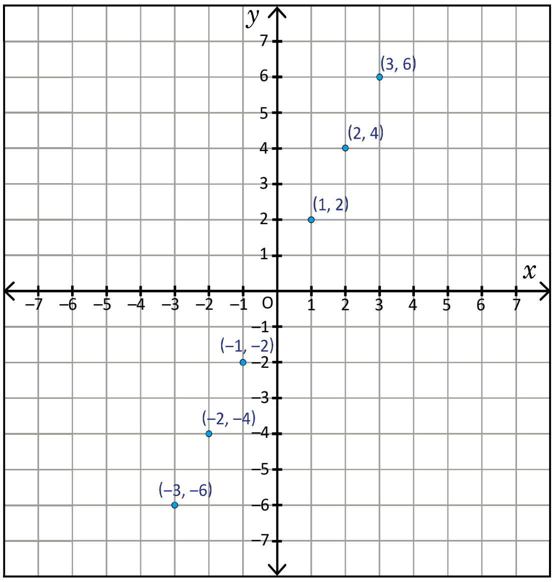
x	...	−3	−2	−1	0	1	2	3	...
y	...	−6	−4	−2	0	2	4	6	...

a) Ubica los pares ordenados de la tabla anterior en el plano cartesiano.
b) Ubica los siguientes pares ordenados en otro plano cartesiano.

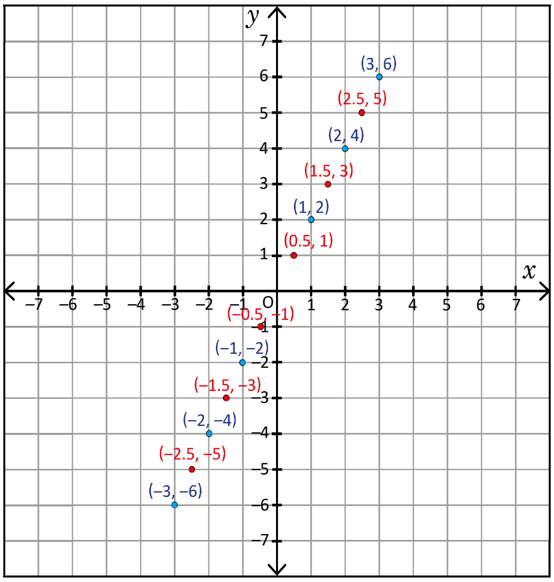
x	...	−3	−2.5	−2	−1.5	−1	−0.5	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	...
y	...	−6	−5	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5	6	...

S

a)



b)



C

Tal como se muestra en la Solución, al colocar los pares ordenados que corresponden a $y = 2x$, estos puntos se ubican en una línea recta y al colocar más puntos, se forma una línea recta. A esta recta se le llama gráfica de $y = 2x$.

Elabora la gráfica de $y = 3x$, a partir de la siguiente tabla:

x	...	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	...
y	...	−12	−9	−6	−3	0	3	6	9	12	...

Unidad 6

Indicador de logro

1.9 Grafica una relación de proporcionalidad directa a partir de tablas.

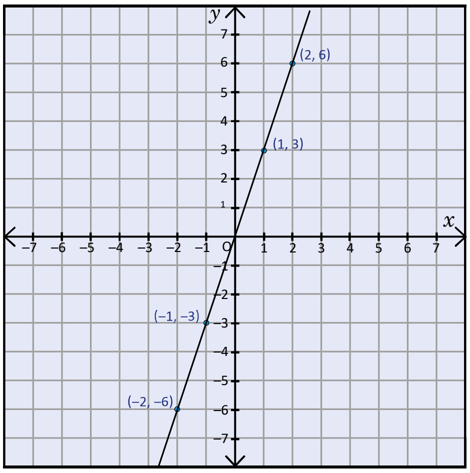
Secuencia

En la clase anterior se aprendió a ubicar un punto en el plano cartesiano, partiendo de ese hecho, en una tabla de valores para dos variables directamente proporcionales x y y cuya constante de proporcionalidad es positiva se forman pares ordenados que tienen que graficarse en el plano; de modo que los estudiantes obtengan la gráfica de proporcionalidad directa y observen que es una línea recta. La comprensión de este contenido es importante porque establece la base para el desarrollo de la función lineal en 8°.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Determinar que cuando se representan en el plano cartesiano los pares ordenados de dos variables que están en una relación de proporcionalidad directa, se obtiene una línea recta y a medida que se agregan más puntos estos siguen formando parte de la línea recta. Al principio del Ⓟ se hace referencia a un contenido desarrollado en 6°, pero no es indispensable para su desarrollo.

Solución de algunos ítems:



Fecha: **U6 1.9**

Ⓟ En la tabla se muestran pares ordenados de x y y, que están en proporcionalidad directa $y = 2x$.

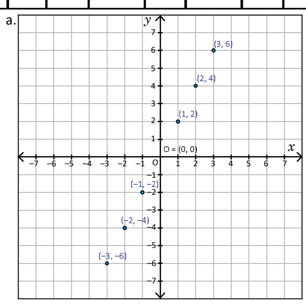
x	...	−3	−2	−1	0	1	2	3	...
y	...	−6	−4	−2	0	2	4	6	...

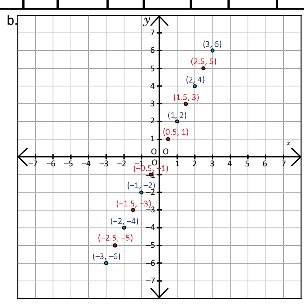
a) Ubica los pares ordenados anteriores en el plano cartesiano.

b) Ubica los siguientes pares ordenados en otro plano cartesiano.

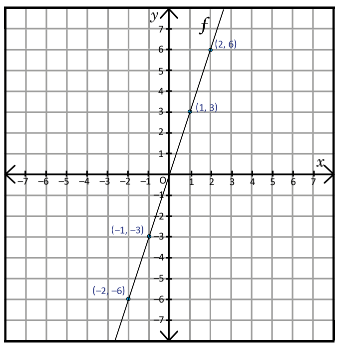
x	...	−3	−2.5	−2	−1.5	−1	−0.5	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	...
y	...	−6	−5	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5	6	...

Ⓢ





Ⓡ



Tarea: página 126 del Cuaderno de Ejercicios.

1.10 Gráfica de la proporcionalidad directa, parte 2

P

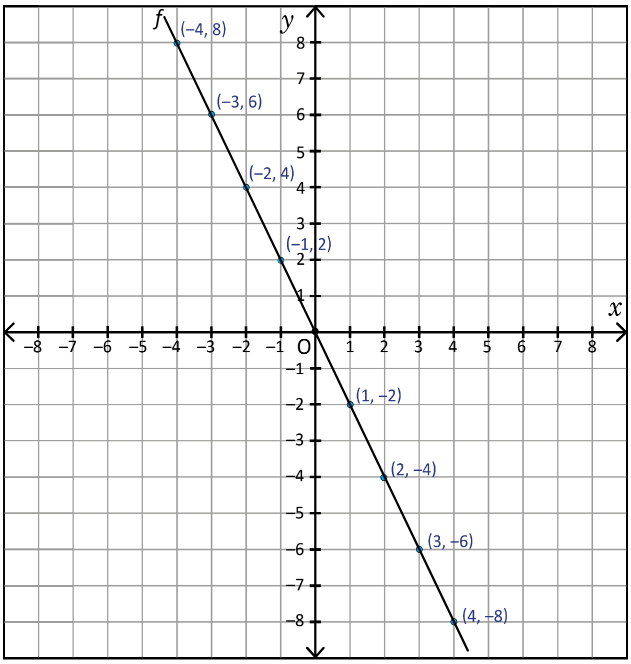
Elabora la gráfica de $y = -2x$ y luego responde las siguientes preguntas:

a) ¿Cuál es el punto común por el que pasan las gráficas de proporcionalidad directa, comparado con las gráficas elaboradas en la clase anterior?

b) ¿Cuántos puntos se necesitan saber para elaborar la gráfica de una proporcionalidad directa? ¿Cuáles son?

S

x	...	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	...
y	...	8	6	4	2	0	−2	−4	−6	−8	...



Para encontrar un punto, se puede sustituir un valor entero de x en $y = ax$, y luego calcular y.

a) Los puntos se ubican en una línea recta y siempre pasan por el punto de origen O(0, 0).

b) Se necesitan 2 puntos, el punto de origen y otro punto.

C

Para elaborar la gráfica de proporcionalidad directa $y = ax$, se toma el punto de origen O(0, 0) y otro punto; luego se traza la línea recta que pasa por estos puntos.

Elabora una gráfica de las siguientes proporcionalidades directas:

a) $y = -4x$

b) $y = 4x$

c) $y = -1.5x$

d) $y = -\frac{2}{3}x$

Indicador de logro

1.10 Grafica una relación de proporcionalidad directa a partir de dos pares ordenados.

Secuencia

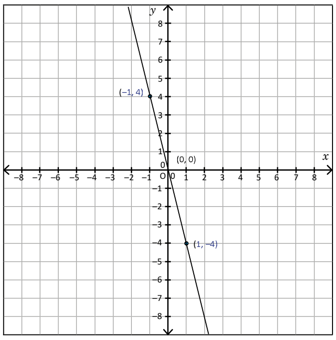
En la clase anterior se aprendió a graficar la relación de proporcionalidad directa cuando la constante de proporcionalidad es positiva, y para esta clase se trabajará la gráfica de proporcionalidad directa cuando la constante de proporcionalidad es negativa. También se establece un proceso resumido para hacer la gráfica de una relación de proporcionalidad independientemente de si su constante es positiva o negativa. En esta clase es cuando el estudiante identifica que según el signo de la constante de proporcionalidad, positivo o negativo, la dirección de la recta inclinada cambia de derecha a izquierda respectivamente.

Propósito

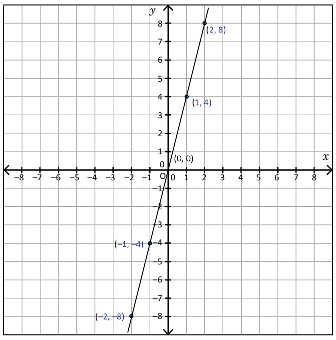
Ⓟ, Ⓢ Determinar que toda gráfica de una proporcionalidad directa pasa por el origen. Se debe hacer énfasis en que no es necesario construir una tabla con valores para las variables para poder hacer la gráfica, ya que basta con tomar dos puntos, por ejemplo, el origen y un punto más.

Solución de algunos ítems:

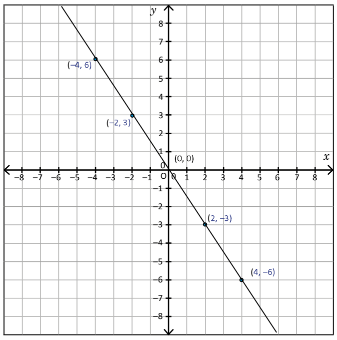
a)



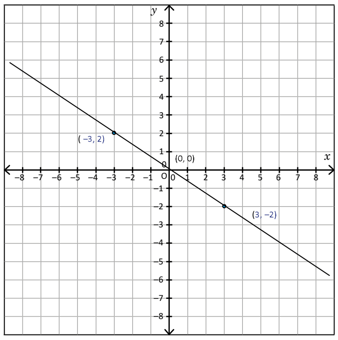
b)



c)



d)



Fecha: **U6 1.10**

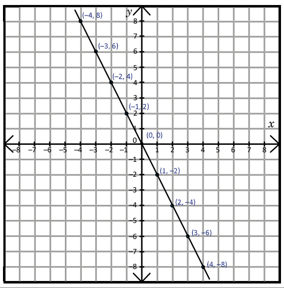
Ⓟ Elaborá la gráfica de $y = -2x$ y luego responde:

a) ¿Cuál es el punto común por el que pasa la gráfica de $y = -2x$ y las de la clase anterior?

b) ¿Cuántos puntos necesitas para hacer la gráfica de proporcionalidad directa? ¿Cuáles son?

Ⓢ

x	...	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	...
y	...	8	6	4	2	0	−2	−4	−6	−8	...

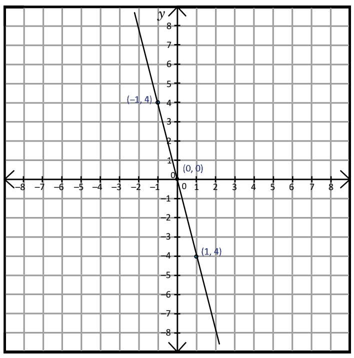


a) Los puntos se ubican en una línea recta y siempre pasan por el punto de origen O(0, 0).

b) Se necesitan 2 puntos, el punto de origen y otro punto.

Ⓡ

a)



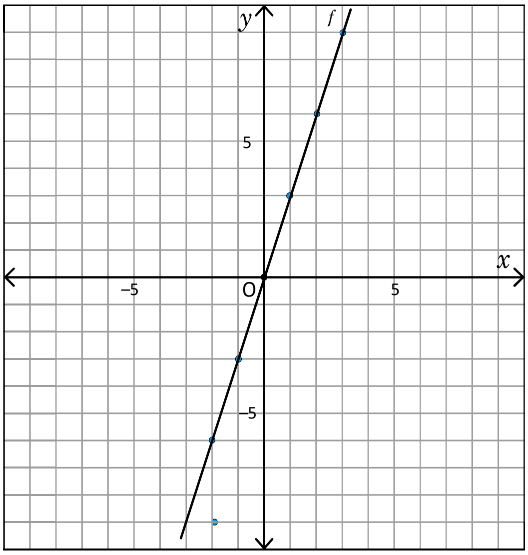
Tarea: página 128 del Cuaderno de Ejercicios.

Lección 1

1.11 Representación $y = ax$ de la proporcionalidad directa a partir de la gráfica

P

A continuación, se presenta la gráfica de la proporcionalidad directa. Escribe esta relación en forma de $y = ax$.



En la clase 6 de esta unidad aprendiste cómo expresar en la forma $y = ax$, la relación de dos variables a partir de un par ordenado.

Sustituyendo un par ordenado en $y = ax$, se puede encontrar la constante a.

S

Solución 1:
Como la gráfica pasa por el punto (1, 3), sustituye en x y y.

$$y = ax$$
$$3 = 1a$$
$$3 = a$$

Entonces, $y = 3x$.

Solución 2:
Como la gráfica pasa por el punto (–2, –6), sustituye por x y y.

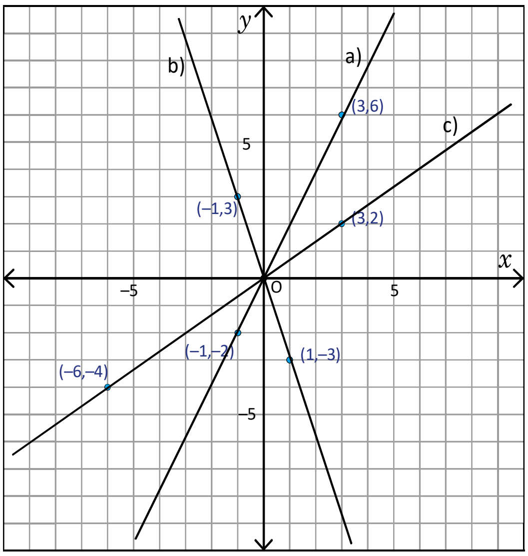
$$y = ax$$
$$-6 = -2a$$
$$3 = a$$

Entonces, $y = 3x$.

C

Para escribir $y = ax$ a partir de la gráfica:
1. Eligir un punto diferente del origen (par ordenado) por el que pasa la gráfica, cuyos valores sean números enteros.
2. Sustituir el valor de x y y del par ordenado en $y = ax$ y encontrar el valor de la constante a.
3. Escribir $y = ax$, sustituyendo a por el valor encontrado en 2.

Determina $y = ax$, para cada literal a partir de las siguientes 3 gráficas de proporcionalidad directa.



a) $y = 2x$

b) $y = -3x$

c) $y = \frac{2}{3}x$

Unidad 6

Indicador de logro

1.11 Representa una relación de proporcionalidad directa en la forma de $y = ax$, a partir de la gráfica.

Secuencia

En la clase 1.6 de esta unidad se obtuvo la ecuación que representaba la relación de proporcionalidad a partir de un par de valores para x y y (par ordenado). Ahora que los estudiantes ya la conocen, se determinará la ecuación de la relación de proporcionalidad directa representada en la gráfica y para ello se hará uso de la estrategia para graficar una relación de proporcionalidad directa establecida en la Ⓒ de la clase anterior.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Determinar la forma $y = ax$ de una relación de proporcionalidad directa a partir de su gráfica. Para desarrollar el Ⓟ se espera que se haga uso de lo visto en la clase 1.6 de esta unidad. Si los estudiantes presentan dificultades puede indicar que lean los recuadros de presaber e información adicional que se presentan en el libro de texto.

Solución de algunos ítems:

a) Como la gráfica pasa por (3, 6), sustituye en x y y.

$y = ax$
$6 = 3a$ Entonces, $y = 2x$
$2 = a$

c) Como la gráfica pasa por (3, 2), sustituye en x y y.

$y = ax$
$2 = 3a$ Entonces, $y = \frac{2}{3}x$
$\frac{2}{3} = a$

d) Como la gráfica pasa por (–1, 3), sustituye en x y y.

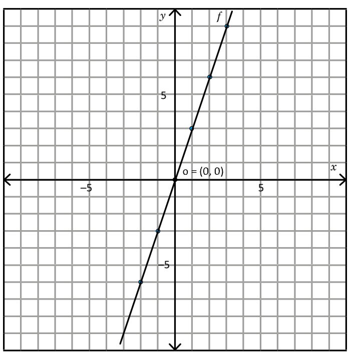
$y = ax$
$3 = -a$ Entonces, $y = -3x$
$-3 = a$

En el texto aparecen las letras f y g en el plano cartesiano, pero estas letras se deben borrar porque no tienen ninguna finalidad en el ítem.

Fecha:

U6 1.11

Ⓟ Escribe la relación graficada en el plano en la forma de $y = ax$.



Ⓢ Solución 1.
Como la gráfica pasa por (1, 3), sustituye en x y y.
$y = ax$
$3 = 1a$ Entonces, $y = 3x$
$3 = a$

Solución 2.
Como la gráfica pasa por (–2, –6), sustituye por x y y.
$y = ax$
$-6 = -2a$ Entonces, $y = 3x$
$3 = a$

Ⓡ

a) $y = 2x$

c) $y = \frac{2}{3}x$

d) $y = -3x$

Tarea: página 129 del Cuaderno de Ejercicios.

1.12 Gráfica de proporcionalidad directa cuando las variables toman ciertos valores

P

En una pila cuya capacidad máxima es de 12 galones, se vierte agua a un ritmo de 2 galones por minuto. Si se expresa el tiempo en que se vierte el agua como x minutos y la cantidad de agua de la pila como y galones:

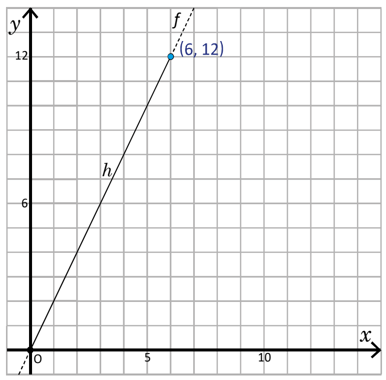
a) Escribe $y = ax$.
b) Determina qué valores toman x y y, usando los signos de desigualdades.
c) Representa $y = ax$ en la gráfica.

S

a) Como la constante es 2, entonces, $y = 2x$.

b) Para verter los 12 galones, se tarda 6 minutos, por lo que el tiempo x toma los valores $0 \leq x \leq 6$; mientras que la cantidad de agua y, tiene los valores $0 \leq y \leq 12$.

c)



C

Para los valores de las variables que están limitados, se toma la parte correspondiente de la gráfica. Para los valores que están fuera del límite se pueden representar con una línea punteada.

Grafica las siguientes situaciones de proporcionalidad directa:

1. Para viajar 8 km se camina 2 km por hora. Dado que la hora se expresa como x horas y la distancia recorrida con y km:

   a) Escribe $y = ax$. $y = 2x$
   b) Determina qué valores toman x y y, usando los signos de desigualdades. $0 \leq x \leq 4$; $0 \leq y \leq 8$
   c) Representa $y = ax$ en la gráfica.

2. Un recipiente en el cual caben 8 litros está lleno de agua, pero hay una fuga en la que se pierden 0.5 litros por minuto. Dado que el tiempo se expresa como x minutos y la cantidad de agua que se ha fugado del recipiente como y litros, realiza lo siguiente:

   a) Escribe $y = ax$. $y = 0.5x$
   b) Determina qué valores toman x y y, usando los signos de desigualdades. $0 \leq x \leq 16$; $0 \leq y \leq 8$
   c) Representa $y = ax$ en la gráfica.

Indicador de logro

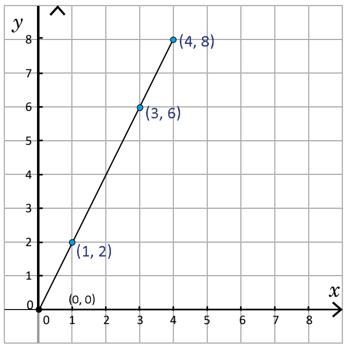
1.12 Grafica la relación de proporcionalidad directa entre dos variables cuando los valores que toman son limitados.

Secuencia

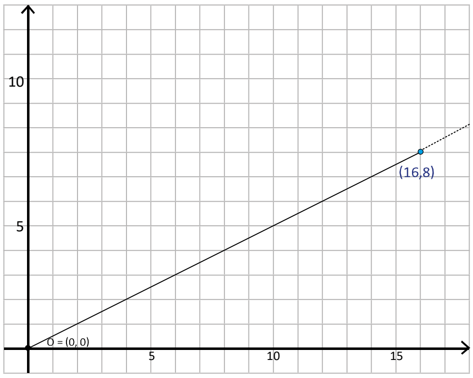
En la clase 1.3 se trabajó con dos variables que tienen una relación directamente proporcional cuyos valores son limitados; para esta clase se toman las relaciones de proporcionalidad con esta característica (valores limitados para las variables) y se grafican en el plano cartesiano. Es importante establecer que para los valores que están dentro de los límites se toma la parte del gráfico correspondiente y se dibuja en forma continua y para los valores fuera de los límites la parte de la gráfica correspondiente se dibuja en forma punteada.

Solución de algunos ítems:

1.
a) $y = 2x$
b) $0 < x \leq 4$
c) $0 < y \leq 8$



2.
a) $y = 0.5x$
b) $0 < x \leq 16$
c) $0 < y \leq 8$



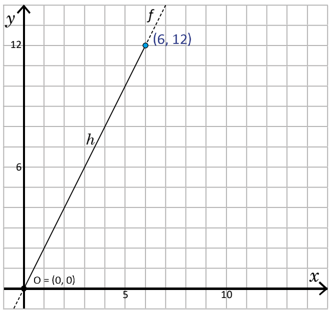
En el numeral 2 la pregunta debe hacer referencia a la cantidad de agua que queda fuera del recipiente y no a la que queda dentro del recipiente. En 2, a pesar de que se analiza la fuga de agua, la constante es positiva para facilitar la interpretación de la variable y, ya que si se establece la constante negativa y se dice que la variable representa la cantidad filtrada, entonces se estaría diciendo que no se está filtrando sino agregando.

Fecha: **U6 1.12**

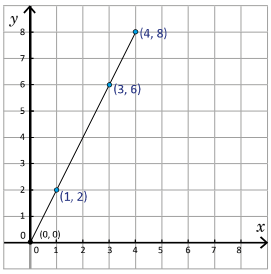
Ⓟ Capacidad máxima de la pila: 12 gal, se vierte agua a un ritmo de 2 gal por minuto. Se define el tiempo en que se vierte el agua como x minutos y la cantidad de agua de la pila como y galones.
a) Escribe $y = ax$.
b) Qué valores toman x y y (con desigualdades).
c) Representa $y = ax$ en la gráfica.

Ⓢ a) Como la constante es 2, entonces, $y = 2x$.
b) Para verter los 12 galones, se tarda 6 minutos, $0 \leq x \leq 6$; la cantidad de agua y, $0 \leq y \leq 12$.

c)



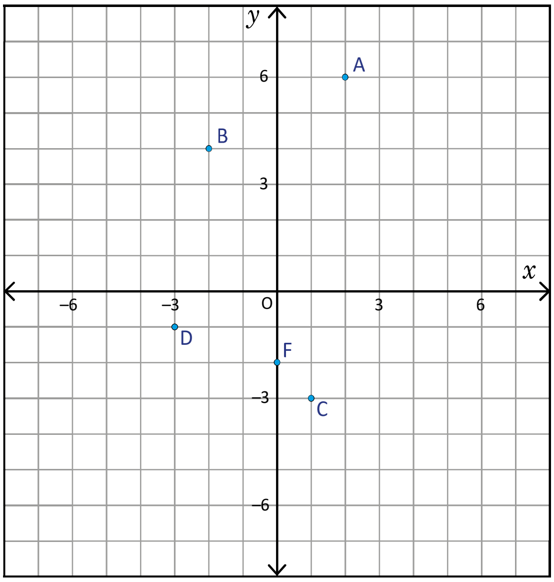
Ⓡ 1.
a) $y = 2x$
b) $0 \leq x \leq 4$
c) $0 \leq y \leq 8$



Tarea: página 130 del Cuaderno de Ejercicios.

1.13 Practica lo aprendido

1. Escribe los siguientes puntos en pares ordenados.



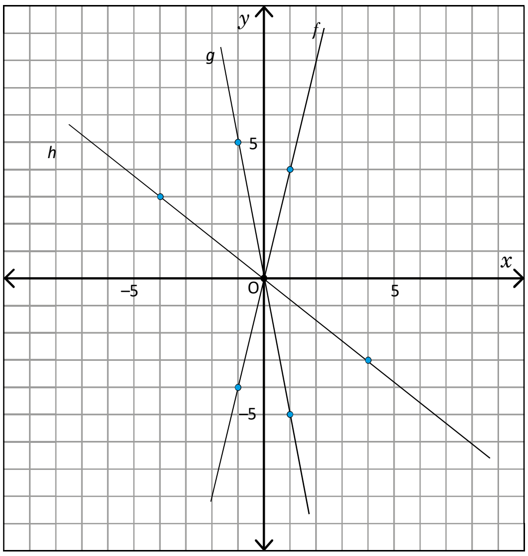
A(2, 6)
B(–2, 4)
C(1, –3)
D(–3, –1)

2. Elabora la gráfica a partir de la siguiente tabla:

x	...	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4	...
y	...	–8	–6	–4	–2	0	2	4	6	8	...

3. Si y es directamente proporcional a x, elabora la gráfica para los siguientes casos:
   a) $y = 3x$ b) $y = -3x$

4. Para cada una de las gráficas de proporcionalidad directa, escribe en forma de $y = ax$ la relación entre las variables.



f) $y = 4x$

g) $y = -5x$

h) $y = -\frac{3}{4}x$

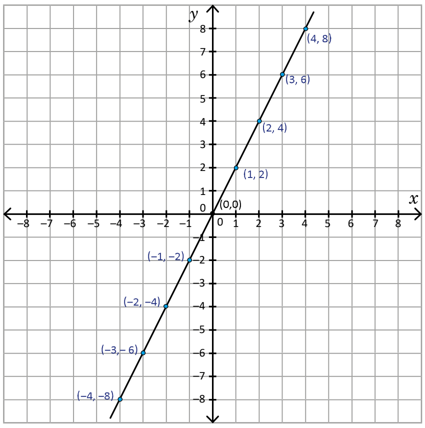
Unidad 6

Indicador de logro

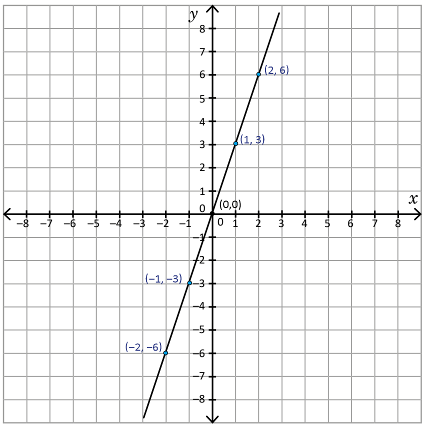
1.13 Resuelve problemas correspondientes a la proporcionalidad directa.

Solución de algunos ítems:

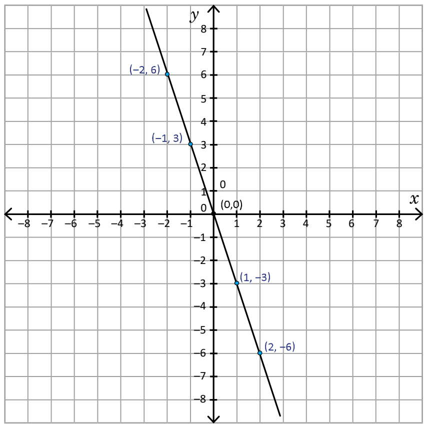
2.



3. a)



b)



4.

f) Como la gráfica pasa por (1, 4), sustituye en x y y.

$y = ax$

$4 = a$

g) Como la gráfica pasa por (–1, 5), sustituye en x y y.

$y = ax$

$5 = -a$ Entonces, $y = -5x$

$-5 = a$

h) Como la gráfica pasa por (–4, 3), sustituye en x y y.

$y = ax$

$3 = -4a$ Entonces, $y = -\frac{3}{4}x$

$-\frac{3}{4} = a$

Entonces, $y = 4x$

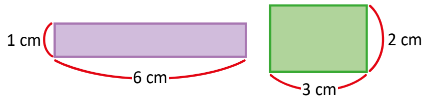
Tarea: página 131 del Cuaderno de Ejercicios.

Lección 2 Proporcionalidad inversa

2.1 Concepto de la proporcionalidad inversa

P

Se tienen varios cuadriláteros cuya área es de 6 cm², considerando que la medida de la base es x cm y la altura es y cm, haz lo siguiente:



a) Completa la tabla:

x (base, cm)	1	2	3	4	5	6	...
y (altura, cm)	6			1.5	1.2		...

b) Cuando x cambia al ser multiplicado por 2, 3, 4..., ¿cómo cambia el valor de y?
c) ¿Cómo se llama esta relación?
d) Expresa el área con x y y.
e) Despeja y en la expresión del inciso d).

S

a)

× 2 × 3 × 4

x (base, cm)	1	2	3	4	5	6	...
y (altura, cm)	6	3	2	1.5	1.2	1	...

$\times\frac{1}{2}$ $\times\frac{1}{3}$ $\times\frac{1}{4}$

b) Tal como se muestra, cuando x cambia al ser multiplicado por 2, 3, 4..., y cambia por $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ ... respectivamente.

c) A esta relación se le conoce como proporcionalidad inversa.

d) $6 = xy$.

e) Al despejar y, se obtiene $y = \frac{6}{x}$.

C

Cuando y es función de x y se expresa en forma de $y = \frac{a}{x}$ o $(xy = a)$ (a es constante y x no se considera 0), se dice que y es inversamente proporcional a x. Al número a se le llama constante de la proporcionalidad. En la proporcionalidad inversa, cuando una variable x se multiplica por 2, 3, 4..., la otra variable y se multiplica por $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ ... Y para encontrar la constante a, se multiplica xy.

Para cada una de las siguientes situaciones, si la relación entre las variables es de proporcionalidad inversa, elabora una tabla, escribe la constante y la expresión $y = \frac{a}{x}$.

a) En un recorrido de 12 km, la velocidad es x km/h y el tiempo es y horas.
$y = \frac{12}{x}$

b) Si se dispone de $20, el dinero que se gasta es x dólares y el que sobra es y dólares.
No son cantidades inversamente proporcionales.

c) Cuando una cinta de 8 cm de longitud se reparte equitativamente entre x personas. El número de personas x y la longitud de la tira de cada persona es y cm.
$y = \frac{8}{x}$

Indicador de logro

Identifica si la relación de dos cantidades es de proporcionalidad inversa, expresándola en la forma $y = ax$ e indicando la constante.

Secuencia

En primero y segundo ciclo de educación básica los estudiantes aprendieron a identificar una relación de proporcionalidad inversa entre dos cantidades x y y y la forma de representar la relación, es decir con $y = constante \div x$.

Por lo que a partir de esta clase se retoma este tema, con la diferencia de que para la representación de una relación de proporcionalidad directa se omite la escritura de (÷) en su representación, es decir, la escritura se hace como $y = \frac{a}{x}$ o $xy = a$. De modo que se establece que a se llama constante de proporcionalidad.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Identificar que al hacer la multiplicación de x por 2, 3, 4... y es multiplicado por $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$... obteniendo que el valor de $xy = 6$ es constante para poder determinar la forma $y = \frac{a}{x}$ que representa la relación de las dos variables. En el desarrollo del Ⓟ de la clase los estudiantes pueden auxiliarse de lo aprendido en sexto grado acerca de la relación de dos cantidades inversamente proporcionales.

Solución de algunos ítems:

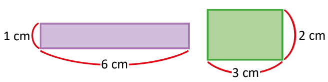
a) $xy = a$
$xy = 12$
$y = \frac{12}{x}$

b) No son cantidades inversamente proporcionales.

c) $xy = a$
$xy = 8$
$y = \frac{8}{x}$

Fecha: **U6 2.1**

Ⓟ El área de los cuadriláteros es 6 cm², su base es x cm y la altura es y cm, haz lo siguiente:



a) Completa la tabla.
b) Cuando x se multiplica por 2, 3..., ¿cómo cambia el valor de y?
c) ¿Cómo se llama esta relación?
d) Expresa el área con x y y.
e) Despeja y en la expresión del inciso d).

Ⓢ a)

x (base, cm)	1	2	3	4	5	6	...
y (altura, cm)	6	3	2	1.5	1.2	1	...

$\times 2$, $\times 3$, $\times 4$; $\times \frac{1}{2}$, $\times \frac{1}{3}$, $\times \frac{1}{4}$; 6

b) Cuando x es multiplicado por 2, 3, 4..., y es multiplicado por $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$... respectivamente.
c) A esta relación se le conoce como proporcionalidad inversa.
d) $6 = xy$.
e) Al despejar y, se obtiene $y = \frac{6}{x}$.

Ⓡ

a) $y = \frac{12}{x}$

b) No son cantidades inversamente proporcionales.

c) $y = \frac{8}{x}$

Tarea: página 132 del Cuaderno de Ejercicios.

Lección 2

2.2 Proporcionalidad inversa con valores negativos en las variables

P

Encuentra los valores de las variables que están en proporcionalidad inversa y realiza lo siguiente:

a) Completa la tabla cuyos valores tienen la siguiente relación $y = \frac{12}{x}$ $(xy = 12)$, considera algunos valores negativos para x. Luego responde las preguntas.

x	...	−6	−5	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5	6	...
y	...					−6			12				2.4		...

b) Cuando $0 < x$, y x cambia al ser multiplicado por 2, 3, 4..., ¿cómo cambia el valor de y?

c) Cuando $0 > x$, y x cambia al ser multiplicado por 2, 3, 4..., ¿cómo cambia el valor de y?

d) Cuando x toma valores negativos, ¿se observan las mismas características de la proporcionalidad inversa descubiertas en la clase anterior?

S

a)

x	...	−6	−5	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5	6	...
y	...	−2	−2.4	−3	−4	−6	−12		12	6	4	3	2.4	2	...

b) El valor de y es multiplicado por $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$ ...

c) El valor de y es multiplicado por $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$ ...

d) Aunque la variable x tome valores negativos, el valor de la variable y correspondiente va cambiando por $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$ ...

C

Cuando y es inversamente proporcional a x, aunque x tome valores negativos, las características se mantienen.

E

Si $y = -\frac{6}{x}$, ¿es y inversamente proporcional a x?

x	...	−3	−2	−1	0	1	2	3	...
y	...	2	3	6		−6	−3	−2	...

$y = -\frac{6}{x}$ significa $y = \frac{-6}{x}$, es decir, la constante es negativa (−6).

En la proporcionalidad inversa la constante puede ser negativa.

Completa las tablas e identifica la constante y escribe $y = \frac{a}{x}$.

1.

x	...	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	...
y	...	−2	−2.6...	−4	−8		8	4	2.6...	2	...

2.

x	...	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	...
y	...	3	4	6	12		− 12	−6	−4	−3	...

Unidad 6

Indicador de logro

2.2 Representa en la forma $y = ax$, dos variables que están en una relación de proporcionalidad inversa, a partir de una tabla.

Secuencia

En primero y segundo ciclo de educación básica, los estudiantes identificaron y representaron relaciones de proporcionalidad inversa entre dos variables x y y cuando los valores que tomaban ambas variables eran positivos. Dado que los estudiantes en la Unidad 1 aprendieron a operar con los números negativos, en esta clase se analizan relaciones de proporcionalidad inversa cuando los valores que toman las variables pueden ser negativos.

Propósito

Ⓟ En el Ⓟ se planteó una situación de proporcionalidad inversa en la que la constante de proporcionalidad era positiva, de modo que en el Ⓔ se presenta el caso en el que la constante es negativa. Se debe enfatizar el hecho de que la constante de proporcionalidad puede ser negativa. Para hacer más evidente esta característica puede señalarse que
$y = -\frac{6}{x}$ significa $y = \frac{-6}{x}$, es decir, la constante −6 es negativa.

Solución de algunos ítems:

1. $xy = a$
$xy = 8$
$y = \frac{8}{x}$

Calculando algunos valores:

$y = \frac{8}{x}$	$y = \frac{8}{x}$	$y = \frac{8}{x}$
$y = \frac{8}{-2}$	$y = \frac{8}{3}$	$y = \frac{8}{3}$
$y = -4$	$y = 2.6...$	$y = 2$

2. $xy = a$
$xy = -12$
$y = \frac{-12}{x}$

Calculando algunos valores:

$y = -\frac{12}{x}$	$y = -\frac{12}{x}$	$y = -\frac{12}{x}$
$y = -\frac{12}{-4}$	$y = -\frac{12}{-2}$	$y = -\frac{12}{3}$
$y = 3$	$y = 6$	$y = -4$

Fecha: **U6 2.2**

Ⓟ Si x y y son inversamente proporcionales:
a) Completa la tabla para la relación $y = \frac{12}{x}$
b) Si $0 < x$, y x se multiplica por 2, 3..., ¿cómo cambia el valor de y?
c) Si $0 > x$, y x se multiplica por 2, 3..., ¿cómo cambia el valor de y?
d) Si $x < 0$, ¿la proporcionalidad inversa tiene las mismas características vistas antes?

Ⓢ a)

x	...	−6	−5	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5	6	...
y	...	−2	−2.4	−3	−4	−6	−12		12	6	4	3	2.4	2	...

b) El valor de y es multiplicado por $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}...$
c) El valor de y es multiplicado por $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}...$
d) Sí, porque los valores correspondientes de y se van multiplicando por $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}...$

Ⓔ

x	...	−3	−2	−1	0	1	2	3	...
y	...	2	3	6		−6	−3	−2	...

En la proporcionalidad inversa la constante puede ser negativa.

Ⓡ

1. −2, −4, 4, 2

2. 3, 4, 6, 12, −6, −4, −3

Tarea: página 133 del Cuaderno de Ejercicios.

Lección 2

2.3 Representación en la forma $y = \frac{a}{x}$ a partir de un par ordenado

P

Si y es inversamente proporcional a x y además $x = 4$, $y = 6$, representa en la forma $y = \frac{a}{x}$ la relación entre las variables.

Como ya se conocen los valores de x y y, solamente basta encontrar el valor de a.

S

Como se sabe se sustituyen los valores de x y y, luego se encuentra el valor de a.

Utilizando $y = \frac{a}{x}$,
cuando $x = 4$, $y = 6$.
Entonces, $6 = \frac{a}{4}$
$a = 6 \times 4$
$a = 24$.

Entonces, $y = \frac{24}{x}$.

Utilizando $xy = a$,
cuando $x = 4$, $y = 6$.
Entonces, $4 \times 6 = a$
$a = 24$.

Entonces, $y = \frac{24}{x}$.

C

Para representar la relación de proporcionalidad inversa de la forma $y = \frac{a}{x}$, a partir de algunos valores determinados de las variables:

1. Se sustituyen los valores en las variables y se forma una ecuación.

2. Se encuentra el valor de la constante en la ecuación.

3. Se sustituye el valor de la constante en $y = \frac{a}{x}$.

1. Si y es inversamente proporcional a x, representa en la forma de $y = \frac{a}{x}$, para cada uno de los siguientes literales:

a) Cuando $x = 3$, $y = 5$
$y = \frac{15}{x}$

b) Cuando $x = 4$, $y = 2$
$y = \frac{8}{x}$

c) Cuando $x = -2$, $y = 7$
$y = -\frac{14}{x}$

d) Cuando $x = 6$, $y = -3$
$y = -\frac{18}{x}$

e) Cuando $x = 4$, $y = \frac{1}{2}$
$y = \frac{2}{x}$

f) Cuando $x = -3$, $y = -\frac{2}{3}$
$y = \frac{2}{x}$

g) Cuando $x = -12$, $y = \frac{2}{3}$
$y = -\frac{8}{x}$

2. Redacta una situación de proporcionalidad inversa, la cual se represente con

$$y = \frac{16}{x}.$$

Ejemplo: el área de los cuadrados es 16 cm^2, x cm es la medida de la base y y cm es la medida de la altura.

Indicador de logro

2.3 Representa en la forma $y = ax$, dos variables que están en una relación de proporcionalidad inversa a partir de un par de valores de y y x.

Secuencia

En esta clase se determina la ecuación que representa a una relación de proporcionalidad inversa entre dos variables x y y, a partir de un par ordenado. Es la primera vez que se determina la representación de una relación de proporcionalidad inversa sin hacer uso de una tabla para analizar la relación.

Solución de algunos ítems:

a) $a = xy$
$a = 3 \times 5$ $\quad y = \frac{15}{x}$
$a = 15$

d) $a = xy$
$a = 6 \times (-3)$ $\quad y = \frac{-18}{x} = -\frac{18}{x}$
$a = -18$

g) $a = xy$
$a = -12 \times \frac{2}{3}$ $\quad y = \frac{-8}{x} = -\frac{8}{x}$
$a = -8$

Aunque está indicado que se represente en la forma $y = \frac{a}{x}$, cuando $a < 0$, se pone el signo negativo antes de la fracción. Ejemplo: $y = -\frac{14}{x}$.

Fecha: **U6 2.3**

P Si y es inversamente proporcional a x y además $x = 4$, $y = 6$, representa en la forma $y = \frac{a}{x}$ la relación entre las variables.

S Como se sabe se sustituyen los valores de x y y, luego se encuentra el valor de a.

Utilizando $y = \frac{a}{x}$,
cuando $x = 4$, $y = 6$.
Entonces, $6 = \frac{a}{4}$
$a = 6 \times 4$
$a = 24$
Entonces, $y = \frac{24}{x}$.

Utilizando $xy = a$,
cuando $x = 4$, $y = 6$.
Entonces, $4 \times 6 = a$
$a = 24$
Entonces, $y = \frac{24}{x}$.

R
a) $y = \frac{15}{x}$
b) $y = \frac{8}{x}$
c) $y = -\frac{14}{x}$
d) $y = -\frac{18}{x}$
e) $y = \frac{2}{x}$

Tarea: página 134 del Cuaderno de Ejercicios.

2.4 Gráfica de proporcionalidad inversa cuya constante es positiva

P

Para la siguiente relación de proporcionalidad inversa $y = \frac{12}{x}$ $(xy = 12)$ haz lo siguiente:

a) Completa la tabla.
b) Elabora la gráfica en el plano cartesiano.

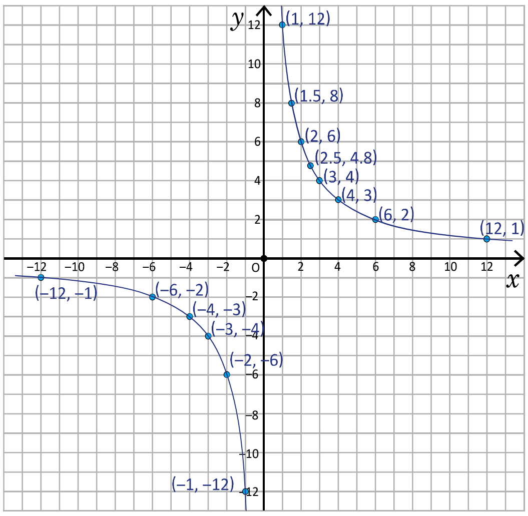
x	...	−12	...	−6	...	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	...	6	...	12	...
y	...		...		...			−6			12				...		...		...

S

a)

x	...	−12	...	−6	...	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	...	6	...	12	...
y	...	−1	...	−2	...	−3	−4	−6	−12		12	6	4	3	...	2	...	1	...

b) Al ubicar los puntos en el plano cartesiano, basados en los pares ordenados de la tabla y al colocar otros puntos tales como (1.5, 8), (2.5, 4.8), (−1.5, −8), (−1.25, −9.6), etc. La gráfica se representa de la siguiente manera:



C

La gráfica de proporcionalidad inversa consta de dos líneas curvas.

En cada literal, completa la tabla que representa la proporcionalidad inversa y elabora la gráfica.

a) $y = \frac{6}{x}$

x	...	−6	...	−3	−2	−1	0	1	2	3	...	6	...
y	...	−1	...	−2	−3	−6		6	3	2	...	1	...

b) $y = \frac{9}{x}$

x	...	−9	...	−5	...	−3	−2	−1	0	1	2	3	...	5	...	9	...
y	...	−1	...	−1.8	...	−3	−4.5	−9		9	4.5	3	...	1.8	...	1	...

Unidad 6

131

Indicador de logro

2.4 Grafica una relación de proporcionalidad inversa cuando su constante es positiva.

Secuencia

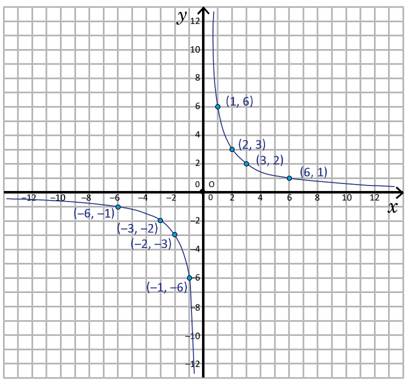
En la lección anterior se aprendió a graficar una relación de proporcionalidad directa, de forma que los estudiantes ya tienen habilidad para ubicar puntos en el plano. Ahora a partir de una tabla de valores para dos variables inversamente proporcionales x y y, cuya constante de proporcionalidad es positiva, se forman pares ordenados que tienen que graficarse en el plano, de modo que los estudiantes obtengan la gráfica de proporcionalidad inversa y observen que son dos líneas curvas.

a) Calculando algunos valores:

$y = \frac{6}{x}$ $\quad y = \frac{6}{x}$ $\quad y = \frac{6}{x}$

$y = \frac{6}{-2}$ $\quad y = \frac{6}{3}$ $\quad y = \frac{6}{6}$

$y = -3$ $\quad y = 2$ $\quad y = 1$

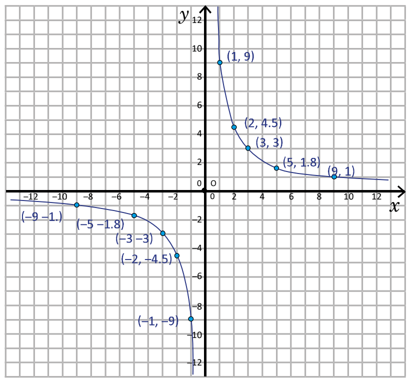


b) Calculando algunos valores:

$y = \frac{9}{x}$ $\quad y = \frac{9}{x}$ $\quad y = \frac{9}{x}$

$y = \frac{9}{-3}$ $\quad y = \frac{9}{-5}$ $\quad y = \frac{9}{-9}$

$y = -3$ $\quad y = -1.8$ $\quad y = -1$



Fecha: **U6 2.4**

Ⓟ Para la relación de proporcionalidad inversa $y = \frac{12}{x}$:

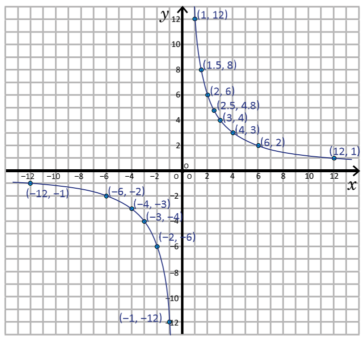
a) Completa la tabla.

b) Elabora la gráfica en el plano cartesiano.

Ⓢ a)

x	...	−12	...	−6	...	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	...	6	...	12	...
y	...	−1	...	−2	...	−3	−4	−6	−12		12	6	4	3	...	2	...	1	...

b) Al ubicar los puntos en el plano cartesiano, se tiene:



Ⓡ

a) −1, −2, −6, 3, 2, 1

b) −1, −1.8, −3, −4.5, 4.5, 3, 1.8, 1

Tarea: página 135 del Cuaderno de Ejercicios.

2.5 Gráfica de proporcionalidad inversa cuya constante es negativa

P

Para la siguiente relación de proporcionalidad inversa $y = -\frac{12}{x}$ ($xy = -12$) haz lo siguiente:

a) Completa la tabla.

b) Elabora la gráfica en el plano cartesiano.

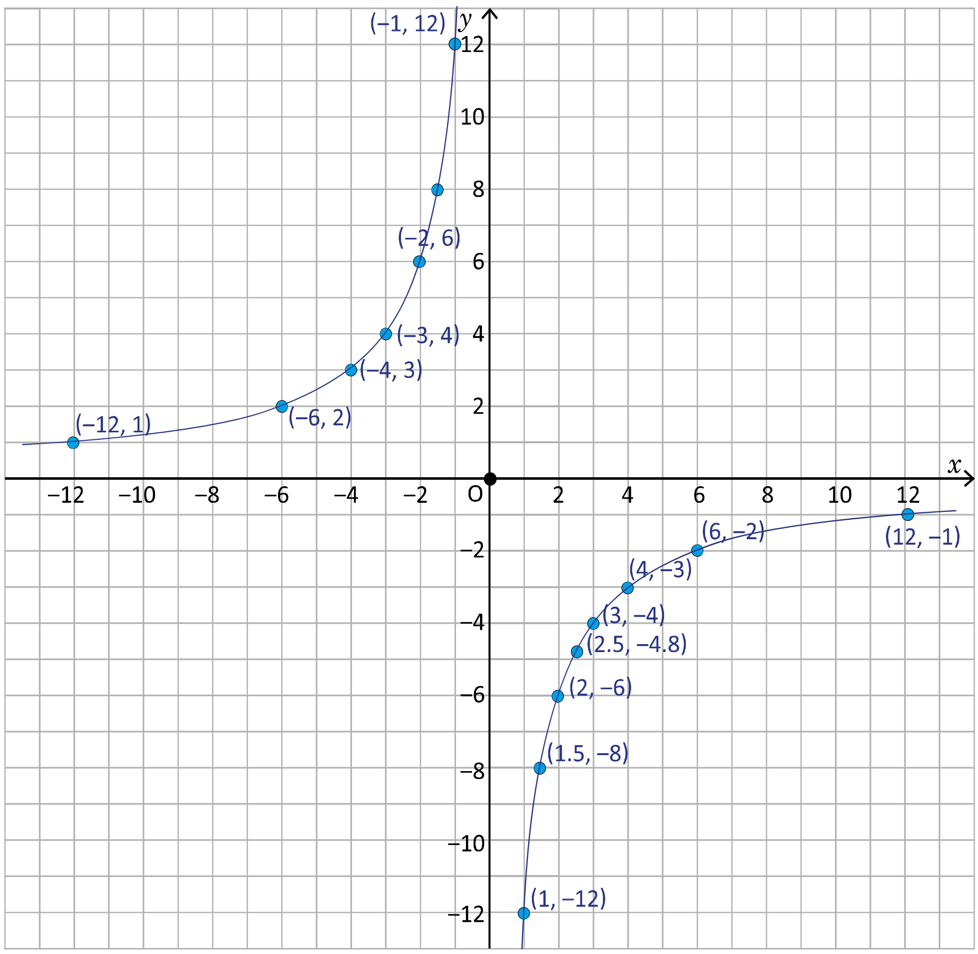
x	...	−12	...	−6	...	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	...	6	...	12	...
y	...		...		...			6			−12				...		...		...

S

a)

x	...	−12	...	−6	...	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	...	6	...	12	...
y	...	1	...	2	...	3	4	6	12		−12	−6	−4	−3	...	−2	...	−1	...

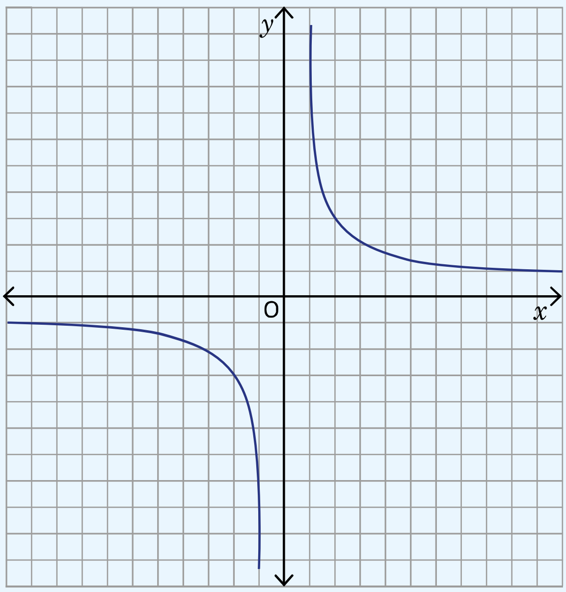
b) Al ubicar los puntos en el plano cartesiano, basados en los pares ordenados de la tabla y al colocar otros puntos tales como (1.5, −8), (2.5, −4.8), (−1.5, 8), (−1.25, 9.6), etc. La gráfica se representa de la siguiente manera:



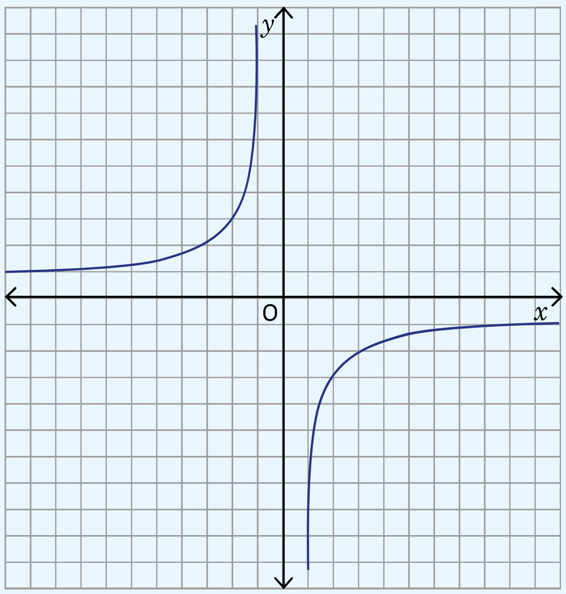
Lección 2

C

La gráfica de proporcionalidad inversa depende del valor de la constante a, tal como se muestra a continuación:



($a > 0$)



($a < 0$)

En cada literal, completa la tabla que representa la proporcionalidad inversa y elabora la gráfica.

a) $y = -\frac{6}{x}$

x	...	−6	...	−3	−2	−1	0	1	2	3	...	6	...
y	...	1	...	2	3	6		−6	−3	−2	...	−1	...

b) $y = -\frac{9}{x}$

x	...	−9	...	−5	...	−3	−2	−1	0	1	2	3	...	5	...	9	...
y	...	1	...	1.8	...	3	4.5	9		−9	−4.5	−3	...	−1.8	...	−1	...

Unidad 6

Indicador de logro

2.5 Grafica una relación de proporcionalidad inversa cuando su constante es negativa.

Secuencia

Anteriormente se aprendió a graficar la relación de proporcionalidad inversa cuando la constante de proporcionalidad es positiva. Para esta clase se trabajará la gráfica de proporcionalidad inversa cuando la constante es negativa y el estudiante identificará que según el signo de la constante, la gráfica cambia.

Propósito

©, Aclarar que a diferencia de la gráfica de proporcionalidad directa, la gráfica de la proporcionalidad inversa no pasa por el origen ya sea que tenga constate positiva o negativa.

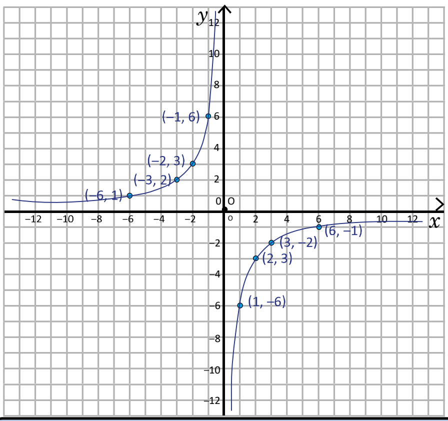
Solución de algunos ítems:

a) Calculando algunos valores:

$y = -\frac{6}{x}$ $\quad y = -\frac{6}{x}$ $\quad y = -\frac{6}{x}$

$y = -\frac{6}{-3}$ $\quad y = -\frac{6}{-1}$ $\quad y = -\frac{6}{6}$

$y = 2$ $\quad y = 6$ $\quad y = -1$



b) Calculando algunos valores:

$y = -\frac{9}{x}$ $\quad y = -\frac{9}{x}$ $\quad y = -\frac{9}{x}$

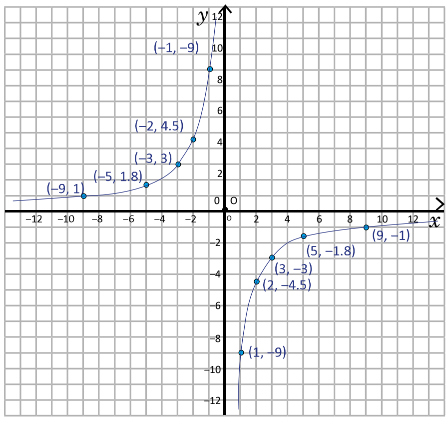
$y = -\frac{9}{-5}$ $\quad y = -\frac{9}{-3}$ $\quad y = -\frac{9}{-2}$

$y = 1.8$ $\quad y = 3$ $\quad y = 4.5$

$y = -\frac{9}{x}$ $\quad y = -\frac{9}{x}$ $\quad y = -\frac{9}{x}$

$y = -\frac{9}{2}$ $\quad y = -\frac{9}{3}$ $\quad y = -\frac{9}{5}$

$y = -4.5$ $\quad y = -3$ $\quad y = -1.8$



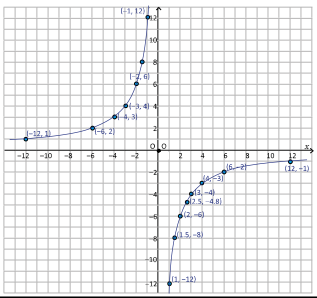
Fecha: **U6 2.5**

Ⓟ Para la relación de proporcionalidad inversa $y = -\frac{12}{x}$:
a) Completa la tabla.
b) Elabora la gráfica en el plano cartesiano.

Ⓢ a)

x	...	−12	...	−6	...	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	...	6	...	12	...
y	...	1	...	2	...	3	4	6	12		−12	−6	−4	−3	...	−2	...	−1	...

b) Al ubicar los puntos en el plano cartesiano, se tiene:



Ⓡ

a)1, 2, 6, −3, −2, −1

b)1, 1.8, 3, 4.5, 9, −4.5, −3, −1.8, −1

Tarea: página 137 del Cuaderno de Ejercicios.

Lección 3 Aplicación de la proporcionalidad

3.1 Regla de tres simple directa

P

La siguiente tabla representa dos variables directamente proporcionales, pero se han manchado ciertas partes con tinta negra. Encuentra el valor de y que corresponde a $x = 6$.

x		3		6			...
y		12				36	...

Puedes usar la idea de la propiedad fundamental de las proporciones:

si $\boldsymbol{a : b = c : d}$, entonces $\boldsymbol{ad = bc}$.

O también puedes usar la constante de proporcionalidad.

S

Usando la propiedad fundamental de proporcionalidad.

$$3 : 12 = 6 : d$$

$$3d = 12 \times 6$$

$$d = 24$$

Usando la constante de la proporcionalidad. Como x y y son directamente proporcionales, $\frac{y}{x} = a$ y a es constante, entonces:

$$\frac{12}{3} = \frac{d}{6}$$

$$d = \frac{12}{3} \times 6$$

$$d = 24$$

C

Cuando hay dos cantidades directamente proporcionales, y un dato desconocido, se puede encontrar el valor del dato desconocido usando las soluciones presentadas. A este proceso se le llama **regla de tres simple directa**. Por lo general, si se tienen los datos:

x	a	c
y	b	d

Para encontrar uno de ellos se puede hacer lo siguiente:
1. Formar una proporción $\boldsymbol{a : b = c : d}$.
2. Aplicar $\boldsymbol{ad = bc}$.
3. Despejar el dato desconocido.

E

En la tabla del Problema inicial, encuentra el valor de x que corresponde a $y = 36$, usando regla de tres simple directa.

Solución.

x	3	c
y	12	36

Forma 1

$$3 : 12 = c : 36$$

$$12c = 3 \times 36$$

$$c = 9$$

Forma 2

$$\frac{12}{3} = \frac{36}{c}$$

$$c = \frac{3 \times 36}{12}$$

$$c = 9$$

Si y es directamente proporcional a x, encuentra los valores a, b, c y d aplicando la regla de tres simple directa.

x	...	a	...	8	9	...	12	...	c	...	25
y	...	28	...	56	b	...	84	...	147	...	d

$a = 4$
$b = 63$
$c = 21$
$d = 175$

134

Indicador de logro

3.1 Aplica la regla de tres simple directa para encontrar un dato desconocido, utilizando dos cantidades directamente proporcionales.

Secuencia

En primero y segundo ciclo de educación básica, los estudiantes encontraron datos faltantes en cantidades directamente proporcionales a través de operaciones aritméticas, tomando como base para el cálculo la constante de proporcionalidad. En esta clase nuevamente se hace el cálculo de datos faltantes en cantidades directamente proporcionales, con la diferencia de que para realizar el cálculo se utiliza la herramienta de ecuaciones de primer grado aplicadas a situaciones de proporcionalidad directa como las que se trabajaron en la clase 3.6 de la Unidad 5.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Encontrar el valor desconocido de una de las variables que se encuentran en una relación de proporcionalidad directa, cuando se conocen tres valores (dos de una misma variable y uno de la otra). Los estudiantes en primero y segundo ciclo de educación básica encontraban la constante, dividiendo y entre x y luego multiplicando o dividiendo el otro valor (según el dato desconocido) por la constante obtenida. El proceso anterior podría ser válido en la Ⓢ, pero se espera que los estudiantes planteen una ecuación a partir de la proporcionalidad directa entre las cantidades. Se puede formular la ecuación a partir de la aplicación de la propiedad fundamental o bien de la constante de proporcionalidad. Aunque en la Ⓒ se orienta solo a la aplicación de la propiedad fundamental, también es válido que los estudiantes lo resuelvan de la otra forma.

Solución de algunos ítems:

$8 : 56 = a : 28$
$56a = 28 \times 8$
$56a = 224$
$a = 4$

$8 : 56 = 25 : d$
$8d = 25 \times 56$
$8d = 1\,400$
$d = 175$

Fecha: **U6 3.1**

Ⓟ x y y son dos variables directamente proporcionales. Encuentra el valor de y que corresponde a $x = 6$.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	...
y			12		○				36	...

Puedes usar que
Si $a : b = c : d$, entonces $ad = bc$
O puedes usar la idea de constante de proporcionalidad.

Ⓢ Usando la propiedad fundamental de proporcionalidad.
$3 : 12 = 6 : d$
$3d = 12 \times 6$
$d = 24$

Usando la constante de proporcionalidad.
$\frac{12}{3} = \frac{d}{6}$
$d = \frac{12}{3} \times 6$
$d = 24$

Ⓔ

x	3	c
y	12	36

Forma 1
$3 : 12 = c : 36$
$12c = 3 \times 36$
$c = 9$

Forma 2
$\frac{12}{3} = \frac{36}{c}$
$c = \frac{3 \times 36}{12}$
$c = 9$

Ⓡ $a = 4$ $b = 63$ $c = 21$ $d = 175$

Tarea: página 139 del Cuaderno de Ejercicios.

3.2 Regla de tres simple directa con porcentaje

P

La tabla muestra el número de estudiantes y que corresponde al x%. Analiza si y es directamente proporcional a x, y en caso afirmativo, aplica la regla de tres simple directa para encontrar el número de estudiantes que corresponde al 90%.

Porcentaje (%)	10	...	50	...	90	100
No. Estudiantes	5	...	25	...	d	50

S

Porcentaje (%)	10	...	50	...	90	100
No. Estudiantes	5	...	25	...	d	50

× 5

× 5

Si son directamente proporcionales, entonces se aplica la regla de tres simple directa para encontrar la incógnita d.

$$10 : 5 = 90 : d$$
$$10d = 5 \times 90$$
$$d = 45$$

$$\frac{5}{10} = \frac{d}{90}$$
$$d = \frac{5 \times 90}{10}$$
$$d = 45$$

C

En situaciones que involucren porcentajes, se puede aplicar la regla de tres simple directa.

E

Encuentra el valor de la incógnita de cada caso, aplicando la regla de tres simple:

a) A una reunión donde se convocó a 125 personas, asistieron solamente el 80% de personas convocadas, ¿cuántas personas asistieron?

Porcentaje	80	100
Personas	b	125

$$80 : b = 100 : 125$$
$$100b = 80 \times 125$$
$$b = 100$$

$$\frac{b}{80} = \frac{125}{100}$$
$$b = \frac{80 \times 125}{100}$$
$$b = 100$$

b) En una escuela hay 750 estudiantes, ¿cuál es el porcentaje de niñas, si en total son 450?

Porcentaje	a	100
Personas	450	750

$$a : 450 = 100 : 750$$
$$750a = 450 \times 100$$
$$a = 60$$

$$\frac{450}{a} = \frac{750}{100}$$
$$a = \frac{450 \times 100}{750}$$
$$a = 60$$

Encuentra la cantidad desconocida en cada problema, aplicando la regla de tres simple directa.

a) En un estudio de preferencia entre mango verde y maduro, se encuestaron a 150 personas y el 60% prefiere mango verde. ¿Cuántas personas respondieron que prefieren mango verde?
90 personas

b) Un recipiente de forma cilíndrica está lleno de agua hasta 16 cm de profundidad y corresponde al 40% de la profundidad del recipiente, ¿de cuántos centímetros es la profundidad de este recipiente? 40 centímetros de profundidad

Indicador de logro

3.2 Aplica la regla de tres simple directa para encontrar un dato desconocido en una situación de porcentaje.

Secuencia

En la clase anterior se conoció y aplicó la regla de tres simple directa para el cálculo de un dato faltante cuando hay dos cantidades directamente proporcionales. Por lo que ahora se aplicará la ley de tres simple directa en situaciones con porcentajes.

Propósito

Ⓟ Mostrar que para encontrar un valor desconocido aplicando la regla de tres simple directa en situaciones con porcentajes se puede proceder de dos formas. La primera aplicando la propiedad fundamental y la segunda a partir de la constante de proporcionalidad.

Solución de algunos ítems:

a)

Porcentaje	60	100
Personas	a	150

$$60 : a = 100 : 150$$
$$100a = 60 \times 150$$
$$100a = 9\,000$$
$$a = 90$$

90 personas prefieren el mango verde.

b)

Porcentaje	40	100
Profundidas	16	a

$$40 : 16 = 100 : a$$
$$40a = 16 \times 100$$
$$40a = 1\,600$$
$$a = 40$$

40 centímetros de profundidad.

Fecha: **U6 3.2**

Ⓟ La tabla muestra el número de estudiantes (y) que corresponde al x %. ¿Es y directamente proporcional a x?, en caso afirmativo, aplica regla de tres simple directa para encontrar el número de estudiantes que corresponde al 90 %.

Porcentaje (%)	10	...	50	...	90	100
No. estudiantes	5	...	25	...	d	50

Ⓢ

× 5

Porcentaje (%)	10	...	50	...	90	100
No. estudiantes	5	...	25	...	d	50

× 5

Sí son directamente proporcionales.

$$10 : 5 = 90 : d$$
$$10d = 5 \times 90$$
$$d = 45$$

$$\frac{5}{10} = \frac{d}{90}$$
$$d = \frac{5 \times 90}{10}$$
$$d = 45$$

Ⓔ

Porcentaje	80	100
Personas	b	125

a) $80 : b = 100 : 125$
$$100b = 80 \times 125$$
$$b = 100$$

$$\frac{b}{80} = \frac{125}{100}$$
$$b = \frac{80 \times 125}{100}$$
$$b = 100$$

b)

Porcentaje	a	100
Personas	450	750

$$a : 450 = 100 : 750$$
$$750a = 450 \times 100$$
$$a = 60$$

$$\frac{450}{a} = \frac{750}{100}$$
$$a = \frac{450 \times 100}{750}$$
$$a = 60$$

Ⓡ a) 90 personas.

Tarea: página 140 del Cuaderno de Ejercicios.

3.3 Regla de tres simple directa en conversión de unidades

P

Existe relación de proporcionalidad directa en conversión de medidas. Aplica la regla de tres simple directa para encontrar el valor desconocido en cada caso.

a) Peso (aproximado)

Libras	1	4
Gramos	454	d

b) Capacidad (aproximada)

Galones	1	2
Litros	b	7.58

c) Volumen

Litros	a	2
cm^3	1 000	2 000

S

En todos los casos existe una relación directamente proporcional entre las variables. Entonces, aplicando la regla de tres simple directa se tiene:

a) Peso (aproximado)

$1 : 454 = 4 : d$

$d = 4 \times 454$

$d = 1\,816$

Opcionalmente

$\frac{454}{1} = \frac{d}{4}$

$d = \frac{4 \times 454}{1}$

$d = 1\,816$

b) Capacidad (aproximada)

$1 : b = 2 : 7.58$

$2b = 7.58$

$b = 3.79$

Opcionalmente

$\frac{b}{1} = \frac{7.58}{2}$

$b = \frac{7.58}{2}$

$b = 3.79$

c) Volumen

$a : 1\,000 = 2 : 2\,000$

$2\,000a = 2 \times 1\,000$

$a = 1$

Opcionalmente

$\frac{1\,000}{a} = \frac{2\,000}{2}$

$a = \frac{2 \times 1\,000}{2\,000}$

$a = 1$

C

En situaciones de conversión de unidades se puede aplicar regla de tres simple directa, tanto en el mismo sistema métrico como entre diferentes sistemas de medidas.

1. Aplica regla de tres simple directa para encontrar el valor desconocido en cada conversión.

a) Área (aproximada)

m^2	1	5
v^2	0.7	d

$d = 3.5$

b) Longitud

m	1	c
cm	100	600

$c = 6$

c) Tiempo

Horas	1	c
Minutos	60	150

$c = 2.5$

d) Volumen

m^3	1	3
cm^3	a	3 000 000

$a = 1\,000\,000$

2. Responde lo siguiente:

a) ¿A cuántos metros por minuto equivale la velocidad 36 km por hora?
Equivale a 600 metros por minuto.

b) ¿A cuántos kilómetros por hora corresponde la velocidad de un atleta que corre 100 m en 10 segundos? Equivale a 36 kilómetros por hora.

Indicador de logro

3.3 Aplica la regla de tres simple directa para realizar la conversión entre unidades de medida.

Secuencia

En la clase anterior se aplicó la regla de tres simple directa en situaciones con porcentajes; para esta clase se aplicará para realizar conversiones de unidades en el mismo sistema métrico como en diferentes sistemas de medidas.

1. a) $1 : 0.7 = 5 : d$
$d = 5 \times 0.7$
$d = 3.5$
3.5 v²

b) $1 : 100 = c : 600$
$600 = 100c$
$6 = c$
6 m

c) $1 : 60 = c : 150$
$150 = 60c$
$\frac{5}{2} = c$
$\frac{5}{2}$ horas

d) $1 : a = 3 : 3\,000\,000$
$3\,000\,000 = 3a$
$1\,000\,000 = a$
$1\,000\,000$ cm³

2. a) Hay que aplicar la conversión dos veces.

km	1	36
m	1 000	a

$1 : 1\,000 = 36 : a$
$a = 36 \times 1\,000$
$a = 36\,000$

Recorre 36 000 metros en 1 hora, es decir, 60 minutos. Como: 36 000 ÷ 60 = 600; entonces se concluye que recorre 600 metros por minuto.

b)

min	1	$\frac{1}{6}$
Metros	b	100

$1 : b = \frac{1}{6} : 100$
$\frac{1}{6}b = 1 \times 100$
$b = 600$

Equivale a 600 metros por minuto, por lo tanto 600 × 60 = 36 000 metros por hora, es decir 36 km por hora.

Fecha: **U6 3.3**

Ⓟ Aplica la regla de tres simple directa para encontrar el valor desconocido en cada caso.

a) Peso

Libras	1	4
Gramos	454	d

b) Capacidad

Galones	1	2
Litros	b	7.58

c) Volumen

Litros	a	2
cm³	1 000	2 000

Ⓢ a) Peso
$1 : 454 = 4 : d$
$d = 4 \times 454$
$d = 1\,816$
Opcionalmente
$\frac{454}{1} = \frac{d}{4}$
$d = \frac{4 \times 454}{1}$
$d = 1\,816$

b) Capacidad
$1 : b = 2 : 7.58$
$2b = 7.58$
$b = 3.79$
Opcionalmente
$\frac{b}{1} = \frac{7.58}{2}$
$b = \frac{7.58}{2}$
$b = 3.79$

c) Volumen
$a : 1\,000 = 2 : 2\,000$
$2\,000a = 2 \times 1\,000$
$a = 1$
Opcionalmente
$\frac{1\,000}{a} = \frac{2\,000}{2}$
$a = \frac{2 \times 1\,000}{2\,000}$
$a = 1$

Ⓡ 1.
a) $d = 3.5$
b) $c = 6$
c) $c = 2.5$
d) $a = 1\,000\,000$

Tarea: página 141 del Cuaderno de Ejercicios.

3.4 Practica lo aprendido

1. En una tienda hay un rótulo que dice “Hoy nosotros pagamos el IVA”. Si se compra un artículo que cuesta $90.40, incluyendo el IVA que es 13%, ¿cuánto se debe pagar? Debe pagar 80 dólares

Porcentaje	100	113
Precio	b	90.40

IVA significa Impuesto al Valor Agregado. En El Salvador es del 13% y como es agregado, el precio incluyendo el IVA se expresa 113%. Como es una situación de porcentaje, se puede aplicar regla de tres simple directa.

2. En una tienda hay un rótulo que dice “El segundo artículo a mitad de precio”. Si una persona desea comprar un artículo con precio de $18 y otro con precio de $14, considerando que el descuento se hace al artículo de menor precio, ¿cuánto debe pagar la persona? Debe pagar 25 dólares

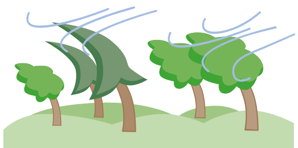
Por lo general, al artículo más barato se le dice segundo artículo. “A mitad de precio” significa que se descuenta el 50% o le toca pagar el 50% del precio.

3. Otra tienda tiene un rótulo que dice “El segundo artículo con el 20% de descuento y el tercer artículo con el 40% de descuento”. Si una persona compra el primer artículo, cuyo precio es $50, el precio del segundo es $40 y del tercero es $30, ¿cuánto debe pagar? Debe pagar 100 dólares

4. En un centro escolar se reparte un boletín informativo (una hoja por estudiante). Al profesor Carlos le toca separar las hojas por grado, según el número de estudiantes, pero quiere evitar el conteo de todas ya que es bastante. ¿Cómo puede separarlas, si el peso de 12 hojas es 5 gramos?

		1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°
Boletín (hojas)	12	120	144	156	156	180	192	228	240	204
Peso (g)	5	50	60	65	65	75	80	95	100	85

5. Si un frente frío provoca vientos con velocidad de 100 kilómetros por hora, ¿a cuántos metros por segundo equivale?



Recuerda que una hora es 60 minutos, 1 minuto es 60 segundos, 1 kilómetro es 1 000 metros.

Equivale aproximadamente a 28 metros por segundo

6. La dueña de una pupusería, para asegurar la ganancia, quiere dejar el costo de los ingredientes en el 20% del precio de venta de una pupusa. Si para preparar 50 pupusas de quesillo se necesita $1.50 de harina de maíz, $1.50 de quesillo y $1.00 de aceite, ¿cuánto debe ser el precio de una pupusa con quesillo? El precio debe ser 0.40 dólares

Se considera el precio de una pupusa con quesillo como el 100%.

Indicador de logro

3.4 Resuelve problemas correspondientes a la aplicación de la proporcionalidad.

Solución de algunos ítems:

1. $100 : b = 113 : 90.40$
$113b = 100 \times 90.40$
$113b = 9\,040$
$b = 80$
Se deben pagar 80 dólares.

4. Calculando algunos valores:
$12 : 5 = 120 : x$
$12x = 120 \times 5$
$12x = 600$
$x = 50$

$12 : 5 = 144 : x$
$12x = 144 \times 5$
$12x = 720$
$x = 60$

$12 : 5 = 180 : x$
$12x = 180 \times 5$
$12x = 900$
$x = 75$

$12 : 5 = 204 : x$
$12x = 204 \times 5$
$12x = 1\,020$
$x = 85$

5.

km	1	100
m	1000	a

$1 : 1\,000 = 100 : a$
$a = 100 \times 1\,000$
$a = 100\,000$
Recorre 100 000 metros en 1 hora, es decir, 3 600 segundos.

seg	1	3 600
m	b	100 000

$1 : b = 3\,600 : 100\,000$
$3\,600b = 100\,000 \times 1$
$3\,600b = 100\,000$
$b \approx 28$
Equivale aproximadamente a 28 metros por segundo.

6. El costo total es:
$1.50 + 1.50 + 1.00 = 4.00$
y el costo de cada pupusa:
$4 \div 50 = 0.08$

$20 : 0.08 = 100 : a$
$20b = 0.08 \times 100$
$20b = 8$
$a = 0.40$
El costo de cada pupusa debe ser 0.40 dólares.

Tarea: página 142 del Cuaderno de Ejercicios.

3.5 Aplicación de la regla de tres simple inversa

P

Una cooperativa de café piensa comprar una maquinaria pequeña para lavar el café, asumiendo cada productor la misma cantidad de dinero. Si solo son 2 productores, a cada uno le toca pagar $600. Para que el costo por productor sea $75, ¿cuántos productores deben aportar?

Productor (x)	2	...	c
Costo por productor (y)	600	...	75

S

Productor (x)	2	...	c
Costo por productor (y)	600	...	75

El costo total es xy, que es constante, por lo tanto, es una relación de proporcionalidad inversa. Entonces:

$$2 \times 600 = 75c$$
$$75c = 1200$$
$$c = 16$$

C

Cuando hay dos cantidades inversamente proporcionales, y hay dos pares de ellas (4 cantidades) con tres conocidas y una desconocida, se puede encontrar el valor de este dato usando la solución presentada. A este proceso se le llama **regla de tres simple inversa**.

Por lo general, si se tienen los datos:

x	a	c
y	b	d

Para encontrar uno de ellos se debe hacer lo siguiente:

1. Establecer una igualdad basándose en la idea de constante: $\boldsymbol{ab = cd}$.
2. Despejar el dato desconocido.

Aplica la regla de tres simple inversa para responder las siguientes preguntas, usando la misma situación del Problema inicial.

a) Para que el costo por productor sea $50, ¿cuántos productores se deben reunir?
Deben reunirse 24 productores

b) Para que el costo por productor sea $30, ¿cuántos productores se deben reunir?
Deben reunirse 40 productores

c) Cuando se reunen 60 productores, ¿cuánto dinero le toca a cada productor?
A cada productor corresponden 20 dólares

Productor (x)	2	...	a	...	b	...	60
Costo por productor (y)	600	...	50	...	30	...	c

Indicador de logro

3.5 Utiliza la regla de tres simple inversa para determinar un dato desconocido, utilizando dos cantidades inversamente proporcionales.

Secuencia

En primero y segundo ciclo de educación básica los estudiantes trabajaron el contenido de encontrar datos faltantes en cantidades inversamente proporcionales a través de operaciones aritméticas tomando como base para el cálculo, la constante de proporcionalidad. En esta clase nuevamente se hace el cálculo de datos faltantes en cantidades inversamente proporcionales con la diferencia de que para realizar el cálculo se utiliza la herramienta de ecuaciones de primer grado aplicadas a situaciones de proporcionalidad inversa. También se establece que al procedimiento para encontrar un dato desconocido cuando hay dos cantidades inversamente proporcionales se le llama **regla de tres simple inversa**.

Propósito

Ⓟ Presentar la solución de la situación planteada. En este caso no se puede aplicar la solución que implica el uso de la propiedad fundamental de las proporciones que se presentó en la clase 3.6 de la Unidad 5 ya que en la proporción inversa no se cumple.

Solución de algunos ítems:

a) $50a = 2 \times 600$
$50a = 1\,200$
$a = 24$

b) $30b = 2 \times 600$
$30b = 1\,200$
$b = 40$

c) $60c = 2 \times 600$
$60c = 1\,200$
$c = 20$

Fecha:

U6 3.5

Ⓟ Una cooperativa de café piensa comprar una maquinaria, asumiendo cada productor la misma cantidad de dinero. Si solo son 2 productores, a cada uno le toca pagar $600. Para que el costo por productor sea $75, ¿cuántos productores deben aportar?

Ⓢ

Productor (x)	2	...	c
Costo por productor (y)	600	...	75

El costo total es xy, que es constante. Por lo tanto, es una relación de proporcionalidad inversa. Entonces:

$$2 \times 600 = 75c$$
$$75c = 1\,200$$
$$c = 16$$

Ⓡ

a) $a = 24$
b) $b = 40$
c) $c = 20$

Tarea: página 143 del Cuaderno de Ejercicios.