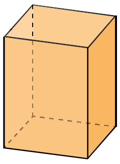
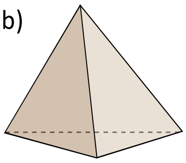
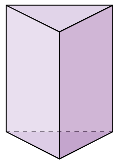
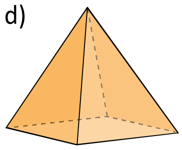
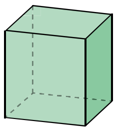
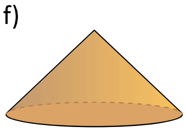
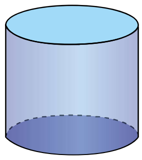
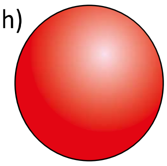
3.1 Clasificación de cuerpos geométricos

P

En los cuerpos geométricos se entiende como **cara** tanto las caras laterales como las bases. En las figuras del literal a) hasta el literal h) se observan algunos cuerpos geométricos.

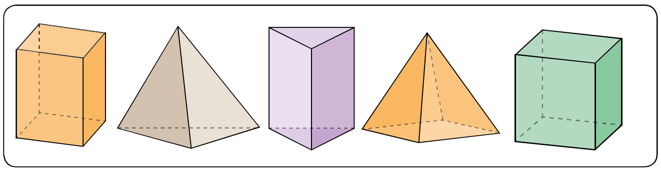
a) 
b) 
c) 
d) 

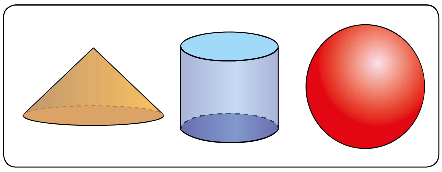
e) 
f) 
g) 
h) 

Clasifica los cuerpos geométricos según las similitudes de sus caras.

S

Se hace la siguiente clasificación de las figuras desde a) hasta h).

1.


2.


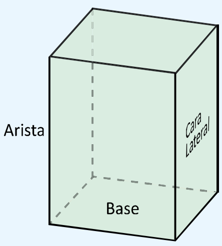
C

Las figuras de a) hasta d) del grupo 1 son llamadas **poliedros**, la característica de estos cuerpos es que sus caras son figuras planas, por lo general polígonos, como rectángulos o triángulos.

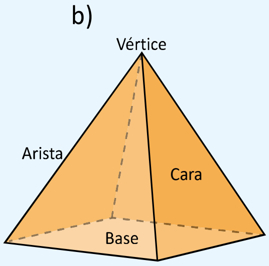
> La palabra **poliedro** viene de las raíces griegas: πολύς (polys), "muchas" y de ἕδρα (edra), "base", "caras".

Dentro de estas, las figuras como a) y c) cuyas caras laterales son rectángulos, son llamadas **prismas**. Las figuras como b) y d), cuyas caras laterales son triángulos, reciben el nombre especial de **pirámides**. Si además, el prisma tiene todos sus lados iguales, se le llama **cubo**.

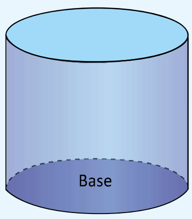
Las figuras desde f) hasta h) cuyas caras laterales son curvas, reciben el nombre de **cuerpos redondos**. En las imágenes de abajo se pueden observar los elementos de algunos cuerpos geométricos, a) es un prisma cuadrangular, b) es una pirámide de base rectangular, c) es un cilindro y d) es un cono.

a)


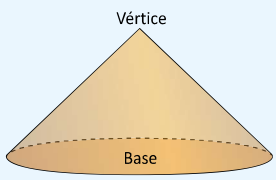
Prisma rectangular

b)


Pirámide rectangular

c)


Cilindro

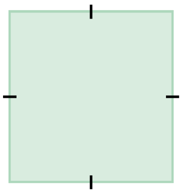
d)


Cono

E

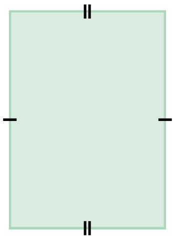
De la imagen anterior, se pueden obtener las figuras planas que conforman la base y las caras laterales del prisma y la pirámide, se resume a continuación.

Base del prisma mostrado en el literal a).



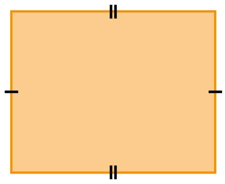
Cuadrado

Cara lateral del prisma mostrado en el literal a).



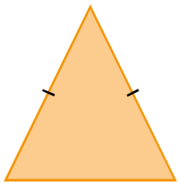
Rectángulo

Base de la pirámide mostrada en el literal b).



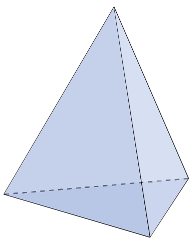
Rectángulo

Cara lateral de la pirámide mostrada en el literal b).

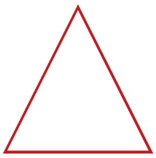


Triángulo isósceles

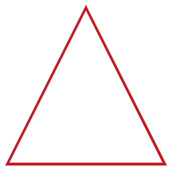
1. Al igual que en el ejemplo anterior, dibuja las figuras planas que conforman el siguiente prisma y pirámide.

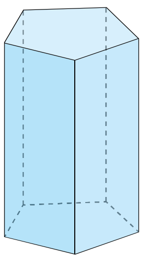


Base de la pirámide

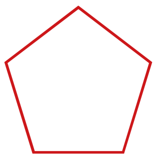


Cara lateral de la pirámide

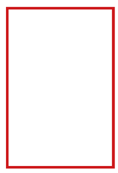




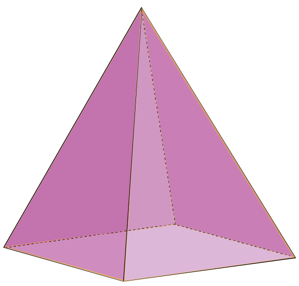
Base del prisma

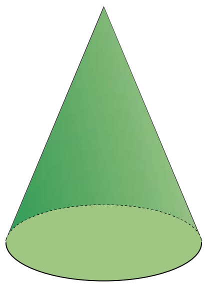


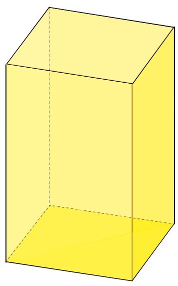
Cara lateral del prisma

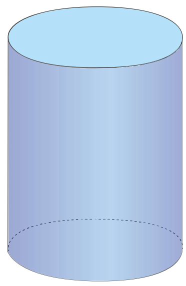


2. Observando los elementos de las imágenes presentadas:
   a) Menciona las diferencias entre pirámide y cono.
   b) Menciona las diferencias entre prisma y cilindro.









a) En una pirámide la base es un polígono. En el cono la base siempre es un círculo.
b) En una prisma la base es un polígono. En el cilindro la base siempre es un círculo.

Indicador de logro

3.1 Clasifica cuerpos geométricos según sus características.

Secuencia

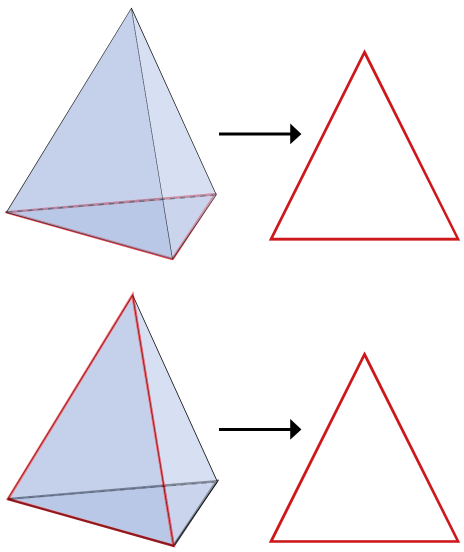
En grados anteriores se caracterizaron los cuerpos geométricos y se clasificaron según sus características en prismas, pirámides, conos y cilindros. Para esta clase se retoma el tema de clasificación de cuerpos geométricos ampliando la clasificación a poliedros y cuerpos redondos.

Propósito

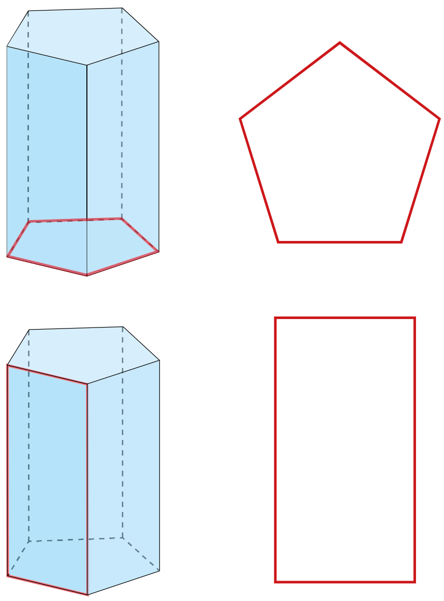
Ⓟ, Ⓢ Clasificar cuerpos geométricos según las características de sus caras. Se debe destacar que en los cuerpos geométricos se entienden como "caras" tanto las laterales como las bases.

Solución de algunos ítems:

1. a)

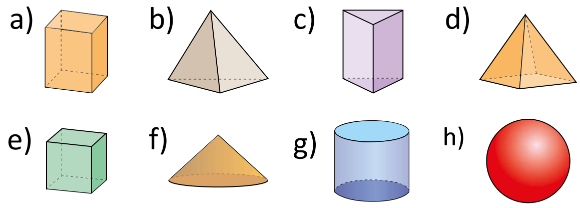


b)



Fecha: **U8 3.1**

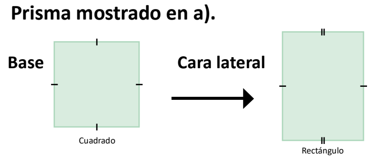
Ⓟ En los cuerpos geométricos se entiende como caras tanto las laterales como las bases. Clasifica los cuerpos geométricos del literal a) hasta el h) según las similitudes de sus caras.



Ⓢ 1. a), b), c), d) y e)
2. f), g) y h)

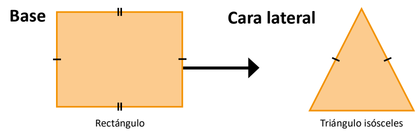
Ⓔ Las figuras que conforman la base y las caras laterales del prisma y la pirámide son:

Prisma mostrado en a).

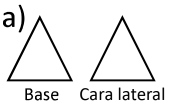


Pirámide mostrada en b).

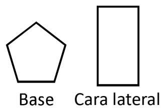
Ⓡ



1. a)



b)

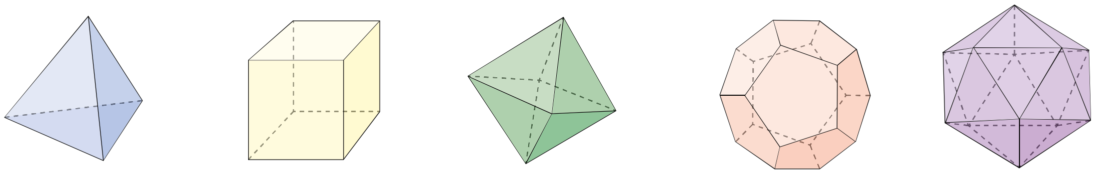


Tarea: página 179 del Cuaderno de Ejercicios.

3.2 Características de poliedros regulares

P

Observa los siguientes poliedros. Luego responde.



Tetraedro | Cubo | Octaedro | Dodecaedro | Icosaedro

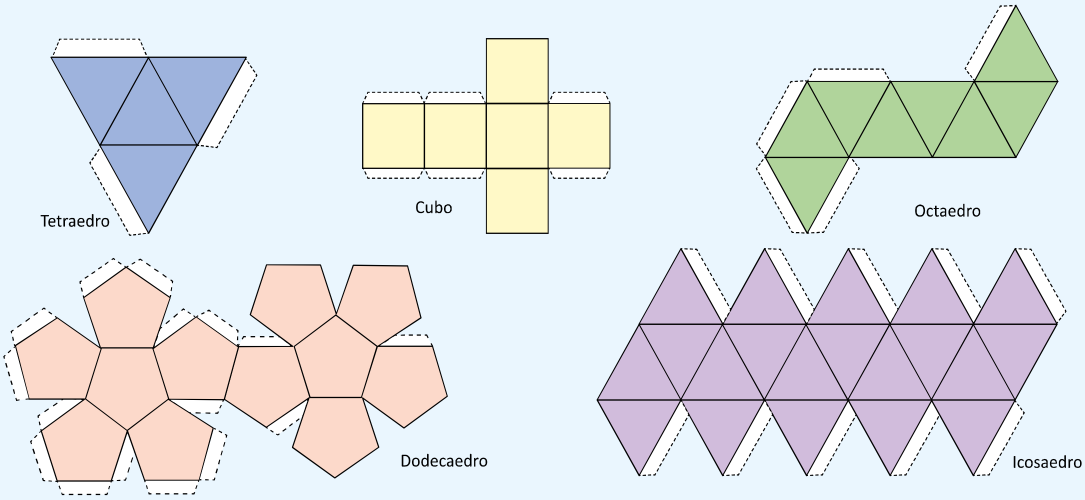
a) ¿Qué figuras forman las caras de la superficie de cada poliedro?
b) ¿Cuántas caras tiene cada poliedro?
c) ¿Qué característica es común en todos los poliedros?

S

	Tetaedro	Cubo	Octaedro	Dodecaedro	Icosaedro
a)	Triángulos	Cuadrados	Triángulos	Pentágonos	Triángulos
b)	4	6	8	12	20
c)	Están formados por caras que son polígonos regulares y todas las caras son congruentes entre sí.				

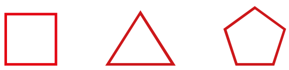
C

Un **poliedro regular** es el cuerpo geométrico en el cual todas sus caras son congruentes y son polígonos regulares. Se le llama plano desarrollado de un cuerpo geométrico, a la figura plana con la que se construyó el cuerpo geométrico. Ejemplo:



1. Completa la siguiente tabla:

	Tetaedro	Cubo	Octaedro	Dodecaedro	Icosaedro
Cara de la superficie	Triángulos equiláteros	Cuadrados	Triángulos equiláteros	Pentágonos regulares	Triángulos equiláteros
Número de caras	4	6	8	12	20
Número de vértices	4	8	6	20	12

2. Construye polígonos regulares. 

Indicador de logro

3.2 Clasifica poliedros regulares por el número y la forma de las caras.

Secuencia

En la clase anterior se clasificaron los cuerpos geométricos en poliedros y cuerpos redondos. En esta clase se hace una subclasificación de los poliedros en poliedros regulares.

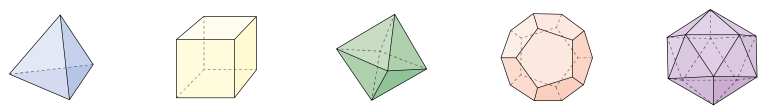
Propósito

Ⓟ Practicar lo desarrollado en clases. En el numeral 2 se pueden construir algunos polígonos regulares a manera de recordatorio; de preferencia los utilizados para construir los polígonos vistos en clase.

Fecha:

U8 3.2

Ⓟ Observa los siguientes poliedros. Luego responde.



Tetraedro Cubo Octaedro Dodecaedro Icosaedro

Ⓢ

	Tetraedro	Cubo	Octaedro	Dodecaedro	Icosaedro
a)	Triángulos	Cuadrados	Triángulos	Pentágono	Triángulos
b)	4	6	8	12	20

c) Están formados por caras que son polígonos regulares y todas las caras son congruentes entre sí.

Ⓡ

Cara:
Triángulo equilátero, cuadrado, triángulo equilátero, pentágono regular y triángulo equilátero
Número de caras:
4, 6, 8, 12 y 20
Número de vértices:
4, 8, 6, 20 y 12

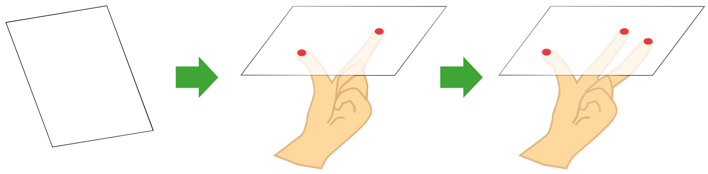
Tarea: página 181 del Cuaderno de Ejercicios.

3.3 Relación de posición entre rectas y planos

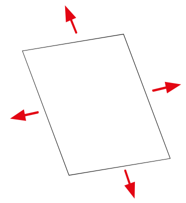
P

Toma una hoja de papel, ¿cómo se puede sostener una hoja de papel de forma estable, sin que haya un desbalance?

a) Intenta sostenerla utilizando únicamente dos dedos.
b) Intenta sostenerla utilizando tres dedos.
c) ¿Con cuál de las formas la hoja de papel es más estable?



Se puede tomar la idea de un plano como una hoja de papel, la cual se extiende indefinidamente, hacia los lados.



S

a) Si se toma con dos dedos la hoja de papel, queda siempre en desbalance.
b) Sin embargo, si se toma con tres dedos la hoja de papel queda firme, sin moverse.
c) Por tanto, una hoja de papel queda perfectamente sostenida utilizando tres dedos.

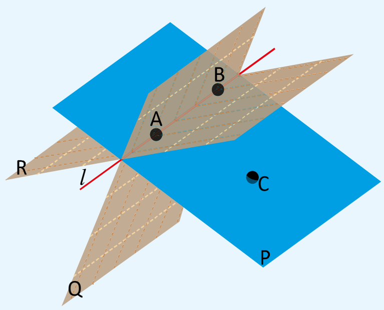
En la imagen se puede observar que la tapa del piano también está sostenida de forma estable por la base con forma de recta y un punto de soporte.

También se puede observar que el piano se mantiene estable con tres puntos de soporte.

C

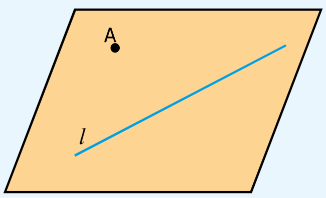
En geometría, un plano es un elemento de dos dimensiones (largo y ancho), pero carece de espesor o altura y se simbolizan con letras mayúsculas como: **P**, **Q**, **R**.

- Por dos puntos pasan muchos planos.
- Por tres puntos que no están en una línea pasa un único plano.

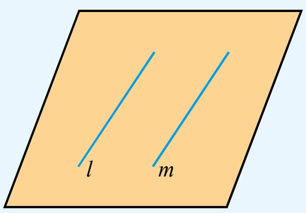


También, un plano queda determinado por:

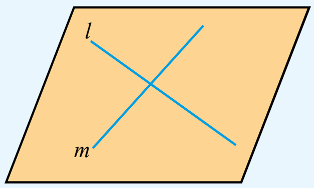
a) Una recta y un punto exterior a la recta.



b) Dos rectas paralelas.



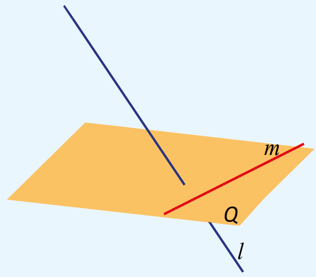
c) Dos rectas secantes que se cortan.



Unidad 8

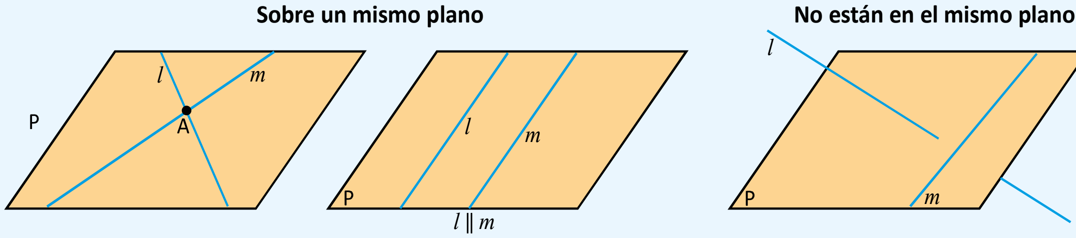
Lección 3

En geometría del espacio, dos rectas que no son paralelas y no se cortan, se dice que están en **posición cruzada** y se llaman **rectas cruzadas**. Así como l y m en la imagen.



Es decir, la relación de posición de dos líneas rectas en el espacio se puede clasificar como lo siguiente:

Sobre un mismo plano — **No están en el mismo plano**



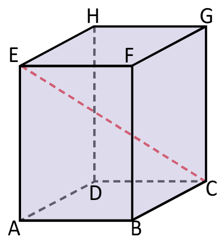
Rectas secantes — **Rectas paralelas** — **Rectas cruzadas**

E

Observa el prisma rectangular y responde:

Qué lados del prisma están sobre rectas que se encuentran en posición cruzada con la recta que pasa por:

a) $\overline{BC}$
b) $\overline{EC}$



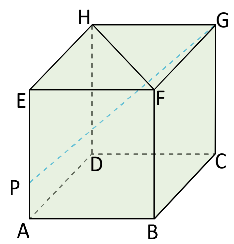
El segmento $\overline{EC}$ se dice que es la diagonal del prisma rectangular.

Solución.

a) Los lados: $\overline{AE}$, $\overline{DH}$, $\overline{EF}$, $\overline{GH}$.
b) Los lados $\overline{AB}$, $\overline{AD}$, $\overline{DH}$, $\overline{BF}$, $\overline{HG}$ y $\overline{FG}$.

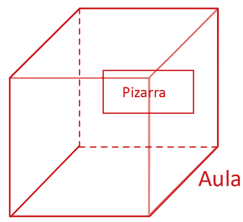
1. Observa el cubo y responde:

Qué lados están sobre rectas:



a) Secantes a la recta que pasa por $\overline{BC}$.
b) Paralelas a la recta que pasa por $\overline{BC}$.
c) Que se encuentran en posición cruzada con la recta que pasa por $\overline{BC}$.
d) Que se encuentran en posición cruzada con la recta que pasa por $\overline{PG}$.

2. Encuentra líneas rectas y objetos parecidos a planos en tu aula. Describe las relaciones de posición entre ellos, según lo aprendido.



a) ¿Puedes observar objetos sobre rectas paralelas?
b) ¿Puedes observar objetos sobre rectas que se intersectan?
c) ¿Puedes observar objetos sobre rectas cruzadas?

a) Los lados horizontales de la pizarra.
b) Los lados perpendiculares y horizontales de la pizarra.
c) Lado del techo paralelo al lado horizontal de la pizarra y el lado que está a la izquierda o derecha de la pizarra.

Indicador de logro

3.3 Identifica la relación de posición entre rectas y planos.

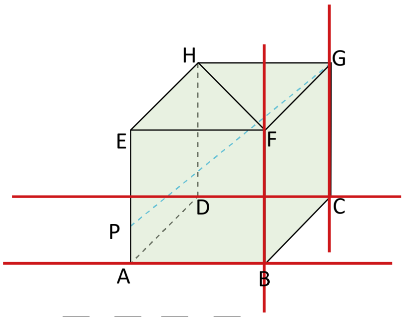
Secuencia

Para esta clase se trabaja la geometría del espacio, introduciendo los planos y la relación de la posición de dos líneas rectas en el espacio. Para los planos se muestra la notación que regularmente tienen y las condiciones para delimitarlos. En el caso de las relaciones de la posición de dos rectas en el espacio se trabajan las rectas secantes, paralelas y en posición cruzada.

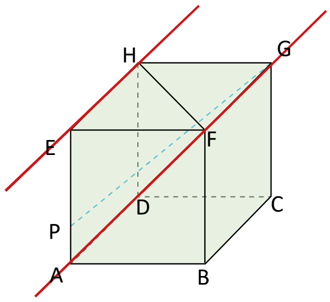
Propósito

Ⓟ, Determinar las rectas que se encuentran en posición cruzada con las rectas que pasan por dos de los lados de un prisma dado. En este punto es importante aclarar que aunque en la Ⓒ se establecen las relaciones de posición entre rectas, estas relaciones son igualmente válidas entre segmentos de recta. Es decir, el lado AE es paralelo al lado FB (siendo que cada lado del prisma es un segmento), teniendo el cuidado de no decir que el lado AE es secante al lado EF porque estos segmentos no se cortan. Lo que sí se cortan son las rectas que pasan sobre dichos segmentos.

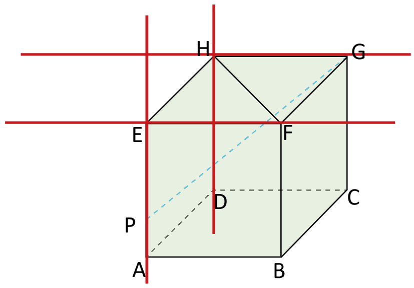
Solución de algunos ítems:



$\overline{AB}$, $\overline{DC}$, $\overline{FB}$, $\overline{GC}$



$\overline{AD}$, $\overline{EH}$ y $\overline{FG}$

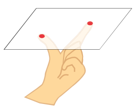


$\overline{AE}$, $\overline{DH}$, $\overline{EF}$ y $\overline{HG}$

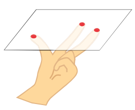
d) $\overline{AD}$, $\overline{EH}$, $\overline{AB}$, $\overline{DC}$, $\overline{DH}$, $\overline{EF}$, $\overline{BF}$ y $\overline{BC}$

Fecha: **U8 3.3**

Ⓟ ¿Cómo sostener una hoja de papel de forma estable, sin desbalance?



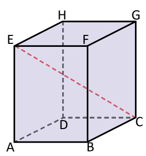
a) Intenta sostenerla utilizando dos dedos.
b) Intenta sostenerla utilizando tres dedos.
c) ¿Con cuál forma, la hoja de papel es más estable?



Ⓢ a) Con dos dedos está en desbalance.
b) Con tres dedos queda firme, sin moverse.
c) Por tanto queda sostenida con tres dedos.

También la tapa del piano (ver LT) está sostenida por su base en forma de recta y un punto de soporte.

Ⓔ Para el prisma rectangular:



Los lados que están sobre rectas que se encuentran en posición cruzada con la recta que pasa por:
a) $\overline{BC}$ son $\overline{AE}$, $\overline{DH}$, $\overline{EF}$, $\overline{GH}$.
b) $\overline{EC}$ son $\overline{AB}$, $\overline{AD}$, $\overline{DH}$, $\overline{BF}$, $\overline{HG}$ y $\overline{FG}$.

Ⓡ 1. a) $\overline{AB}$, $\overline{DC}$, $\overline{FB}$, $\overline{GC}$
b) $\overline{AD}$, $\overline{EH}$ y $\overline{FG}$
c) $\overline{AE}$, $\overline{DH}$, $\overline{EF}$ y $\overline{HG}$
d) $\overline{AD}$, $\overline{EH}$, $\overline{AB}$, $\overline{DC}$, $\overline{DH}$, $\overline{EF}$, $\overline{BF}$ y $\overline{BC}$

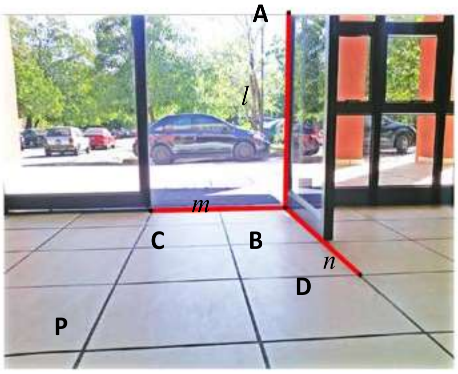
Tarea: página 182 del Cuaderno de Ejercicios.

3.4 Perpendicularidad entre un plano y una recta

P

En la siguiente imagen se muestra una puerta abierta.

a) ¿Qué relación posicional tienen la recta que pasa por AB y la que pasa por BC?
b) ¿Qué relación posicional tienen la recta que pasa por AB y la que pasa por BD?
c) ¿Qué relación tiene la línea recta que pasa por AB con el plano P?



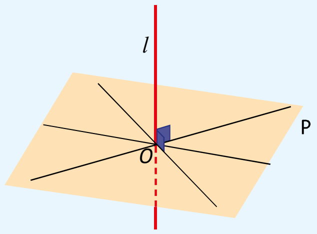
S

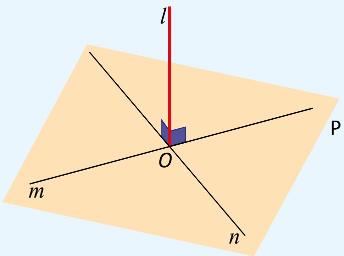
Según lo observado en la imagen:
a) $l \perp m$
b) $l \perp n$
c) $l \perp$ P. Significa que el segmento AB es perpendicular al plano P.

C

Como lo muestra la imagen, la recta l es perpendicular a cualquier línea que está sobre el plano P y que pasa por la intersección de l y el plano P, en la imagen el punto O.

En este caso, se dice que la recta l es perpendicular al plano P.





Si una recta l es perpendicular a un plano P, entonces será perpendicular a todas las rectas que pasan por el punto O que es la intersección entre la recta l y el plano P. Como se muestra en la imagen de la izquierda.

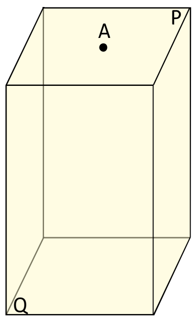
E

En la imagen, hay un punto A sobre el plano P que es una base del prisma rectangular.

¿Cuál es el procedimiento para determinar la distancia del punto A hacia el plano Q?

Solución.

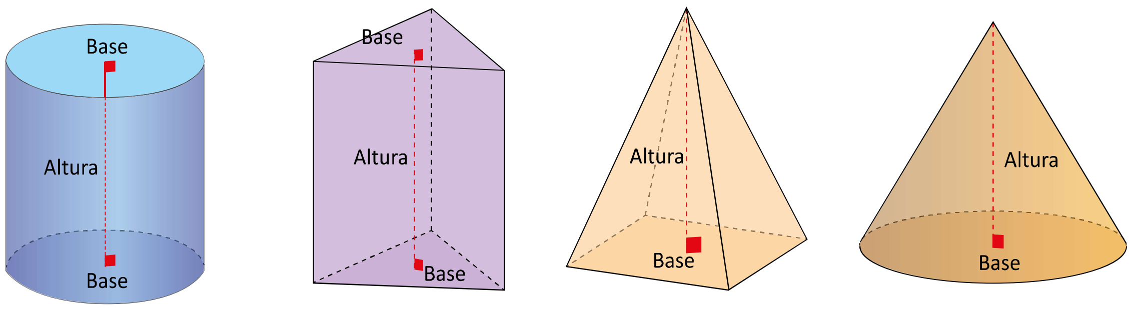
Se debe trazar un segmento desde el punto A hacia el plano Q, que está sobre una recta perpendicular al plano Q.



Unidad 8

Lección 3

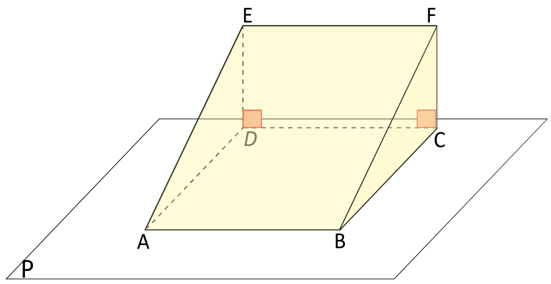
En prismas y cilindros las dos bases son paralelas y se llama altura al segmento que une las dos bases y es perpendicular a ellas. En pirámides y conos, la altura es el segmento que une el vértice y la base es perpendicular a esta última.



Cilindro | Prisma Triangular | Pirámide | Cono

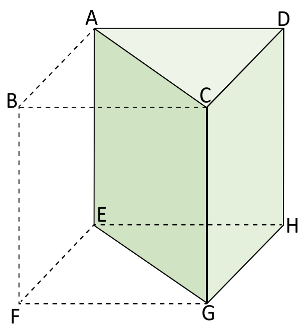
1. En la imagen hay un prisma triangular sobre un plano P:

a) ¿Qué segmentos son paralelos a $\overline{BC}$?
b) ¿Qué segmentos están en posición cruzada con $\overline{AE}$?
c) ¿Qué segmentos son perpendiculares al plano P?
d) Identifica los lados del prisma que pueden ser la altura tomando como base la cara que cae sobre el plano P.



2. En la imagen hay un prisma triangular dentro de un cubo.

a) ¿Qué segmentos son paralelos a $\overline{AC}$?
b) ¿Qué segmentos son perpendiculares a $\overline{DH}$?
c) Identifica los lados del prisma que pueden ser la altura tomando como base $\overline{GH}$



Indicador de logro

3.4 Determina la distancia entre un punto y un plano.

Secuencia

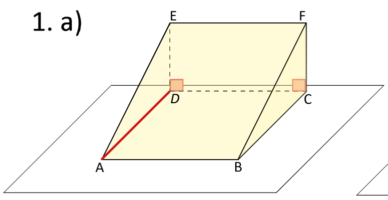
En esta clase se da continuidad al estudio de los planos trabajando con las condiciones de perpendicularidad entre una recta y un plano. Se aprovecha para establecer que las bases de prismas y cilindros son paralelas y se llama **altura** al segmento que une las dos bases y es perpendicular a ellas. En pirámides y conos, la altura es el segmento que une el vértice y la base. Para llegar a las ideas anteriores se parte del procedimiento para determinar la distancia del punto A hacia un plano Q.

Propósito

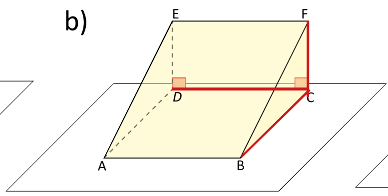
Ⓟ Establecer la condición de perpendicularidad entre una recta y un plano. En este punto es importante establecer que si una recta es perpendicular a dos rectas en el plano P que pasan por el punto de intersección de l y el plano P, entonces l es perpendicular a P. Las propiedades son igualmente válidas al tratarse de un segmento de recta que interseca al plano.

Solución de algunos ítems:

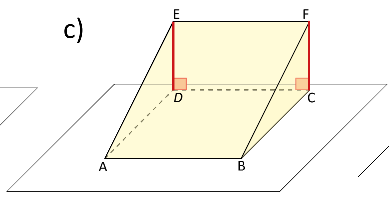
1. a)



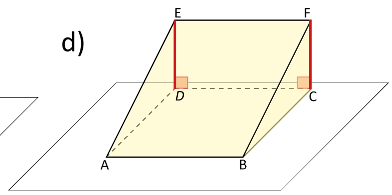
b)



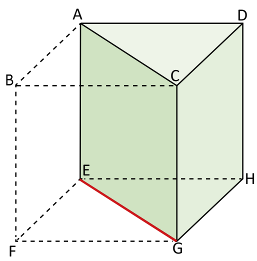
c)



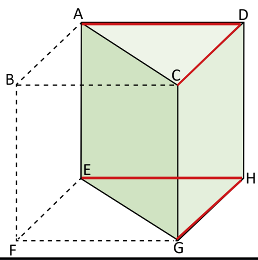
d)



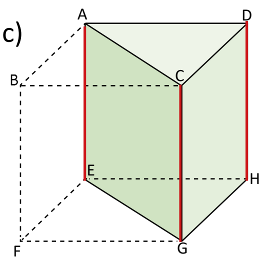
a)



b)



c)

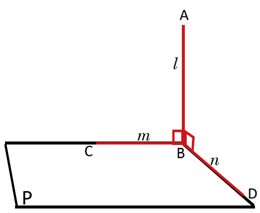


Para la solución se considera el hecho de que el prisma se encuentra al interior de un cubo.

Fecha: **U8 3.4**

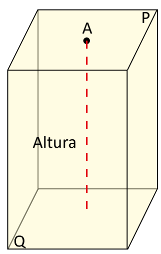
Ⓟ Qué relación posicional tiene la recta que pasa por AB con

a) La recta que pasa por BC
b) La recta que pasa por BD
c) El plano P



Ⓢ Según lo observado en la imagen:
a) $l \perp m$
b) $l \perp n$
c) $l \perp$ P. Significa que el segmento AB es perpendicular al plano P.

Ⓔ En el prisma rectangular, para determinar la distancia del punto A hacia el plano Q se traza un segmento desde A hacia Q, que sea perpendicular a Q.



Ⓡ 1. a) $\overline{AD}$
b) $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ y $\overline{CF}$
c) $\overline{DE}$ y $\overline{CF}$
d) $\overline{DE}$ y $\overline{CF}$

Tarea: página 184 del Cuaderno de Ejercicios.

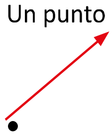
Lección 3

3.5 Cuerpos geométricos formados por el movimiento de figuras planas

P

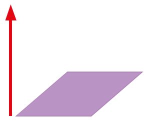
Observa las situaciones presentadas en los literales, cada objeto deja un rastro al desplazarse, según la dirección de la flecha que le acompaña, ¿qué se logra formar en cada caso?

a) Un punto



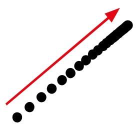
b) Una recta

c) Un plano



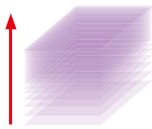
S

a) Se forma una recta



b) Se forma un plano

c) Se forma un prisma

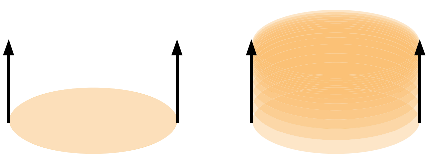


C

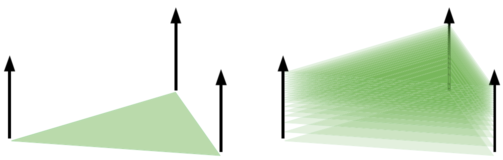
- La unión de infinitos puntos alineados forman una línea recta.
- La unión de infinitas rectas forman un plano.
- La unión de infinitos planos forman un cuerpo geométrico.

E

Si se desplaza el círculo verticalmente, como en la imagen, se obtiene un cilindro.

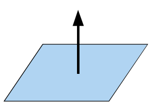


Si se desplaza verticalmente un triángulo, como en la imagen, se forma un prisma triangular.

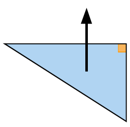


1. Tomando como base las siguientes figuras, dibuja en tu cuaderno, el cuerpo geométrico que se forma al desplazar verticalmente cada figura.

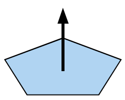
a)



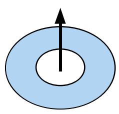
b)



c)

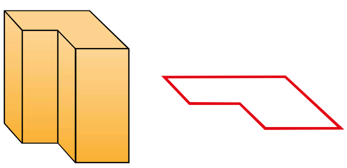


d)

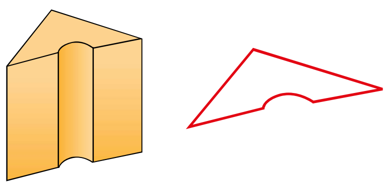


2. En la imagen se observan dos cuerpos geométricos, dibuja la figura que se debe desplazar verticalmente, para lograr obtener el cuerpo geométrico.

a)



b)



Unidad 8

Indicador de logro

3.5 Determina cuerpos geométricos formados por el movimiento de figuras planas.

Secuencia

En la clase 3.3 se comenzó a trabajar con planos y anteriormente se trabajó con cuerpos geométricos. De modo que se puede abordar la manera en que se generan planos o cuerpos geométricos a través del desplazamiento de figuras planas.

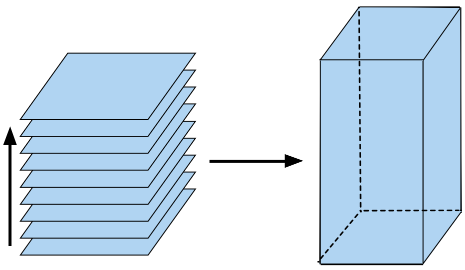
Propósito

Ⓟ, Ⓢ Expresar que el movimiento de un punto en una sola dirección genera un línea recta, y que al mismo tiempo el movimiento de una línea recta en una misma dirección genera un plano y que el movimiento de un plano en una misma dirección genera un cuerpo geométrico.

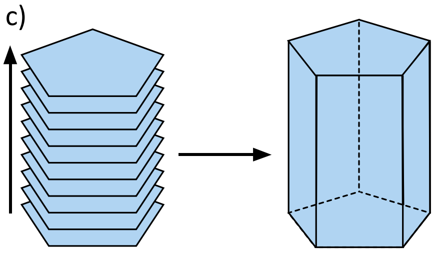
Observación: Siendo rigurosos en la Ⓢ lo que se ha formado es a) semirrecta, b) semiplano y c) semiespacio.

Solución de algunos ítems:

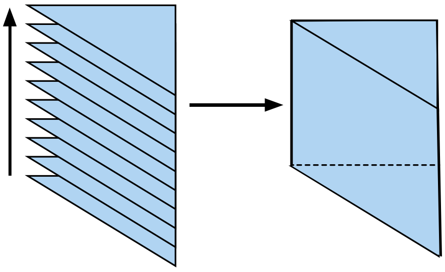
1. a)



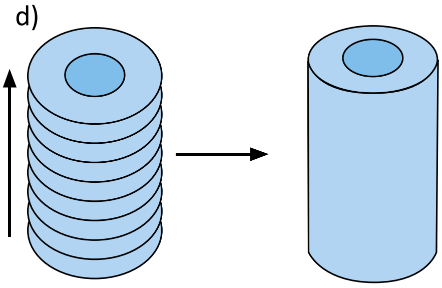
c)



b)



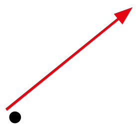
d)



Fecha: **U8 3.5**

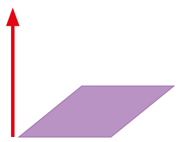
Ⓟ Cada objeto deja un rastro al desplazarse, según la dirección de la flecha que le acompaña. ¿Qué se logra formar en cada caso?

a) Un punto

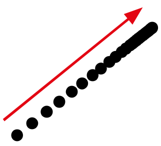


b) Una recta

c) Un plano

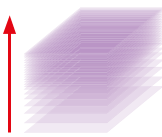


Ⓢ a) Una recta

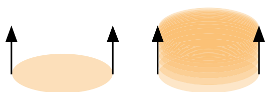


b) Un plano

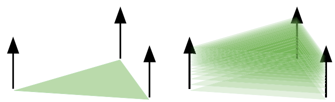
c) Un prisma



Ⓔ Al moverse el círculo verticalmente, se obtiene un cilindro.

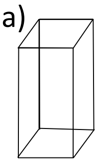


Al moverse verticalmente un triángulo, se forma un prisma triangular.

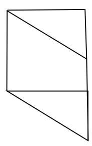


Ⓡ 1.

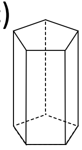
a)



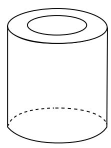
b)



c)



d)

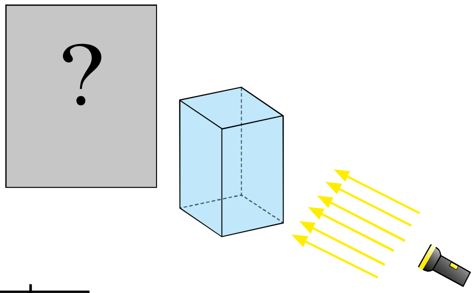


Tarea: página 185 del Cuaderno de Ejercicios.

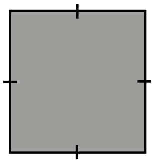
3.6 Proyección ortogonal

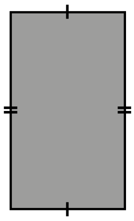
P

En la imagen, la lámpara proyecta rayos de luz que son perpendiculares a la pared gris. Entre la pared y los rayos de luz hay un prisma rectangular de base cuadrada, el cual proyecta una sombra sobre la pared. Según la forma en la que se gira el prisma se pude ver distintas sombras.



¿Cómo debe girarse el prisma para obtener las sombras que se muestran a continuación?

a) 

b) 

S

a) Para obtener esta sombra, el prisma debe girarse de forma que la base que lo sostiene quede frente a la pared.
b) Para obtener la sombra el prisma debe estar en la posición inicial que muestra la imagen.

C

La **proyección ortogonal** de un cuerpo es aquella donde las rectas proyectantes son perpendiculares al plano de proyección.

Si se tiene un prisma encerrado en tres paredes, considerando las paredes como planos, se puede dibujar la proyección ortogonal a cada uno de ellos como figuras planas, como lo muestra la imagen 3.

Se consideran tres tipos de perspectivas: **vista frontal**, **vista lateral** y **vista sobre el piso**.

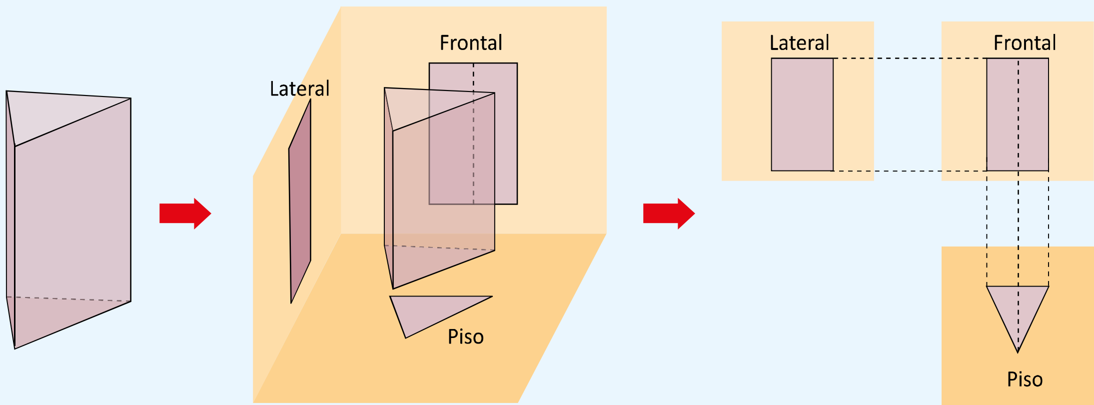
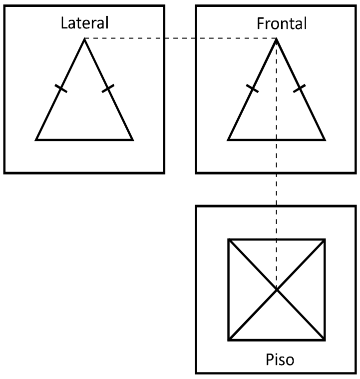


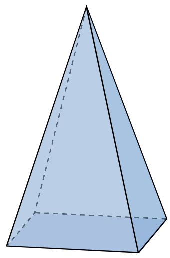
Imagen 1 Imagen 2 Imagen 3

E Dibuja en tu cuaderno el cuerpo geométrico que corresponde a la proyección ortogonal mostrada y escribe el nombre del sólido.



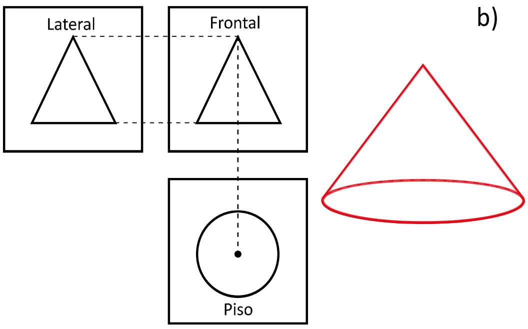
Solución.
Observando las imágenes, la perspectiva lateral y frontal son triángulos isósceles. Además, la perspectiva sobre el piso es un cuadrado con sus diagonales. Las líneas punteadas unen los vértices que coinciden.

Por tanto, la figura es una pirámide.

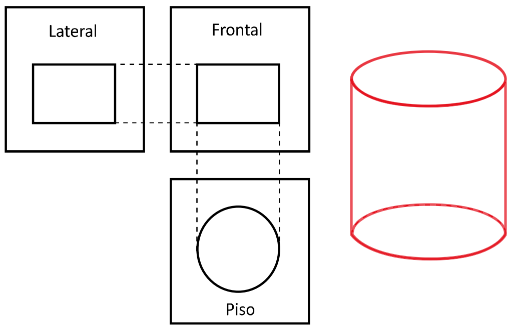

Pirámide

1. Dibuja en tu cuaderno el cuerpo geométrico que generan la siguientes proyecciones ortogonales.

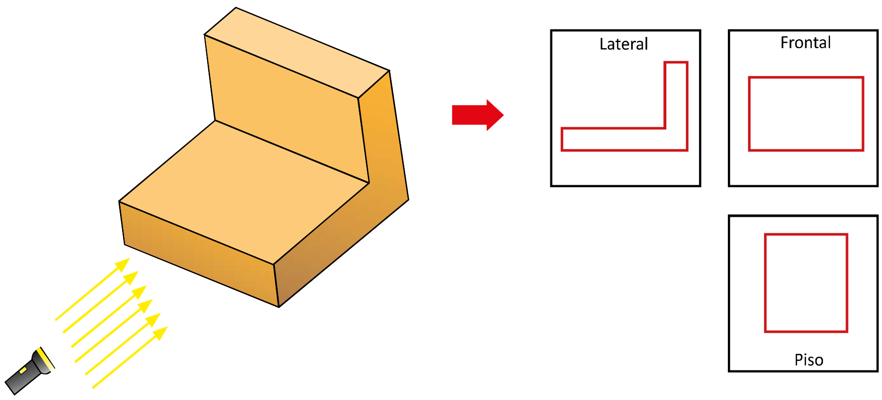
a)



b)



2. Dibuja la proyección ortogonal de la siguiente figura.



Indicador de logro

3.6 Identifica el cuerpo geométrico observando la figura proyectada ortogonalmente.

Secuencia

En las tres clases anteriores se trabajó con planos, por lo tanto los estudiantes ya están familiarizados con ellos. De manera que en esta clase se aborda la proyección ortogonal de un cuerpo geométrico en diferentes planos. Para el caso se introducen los conceptos de **rectas proyectantes** y **plano de proyección**.

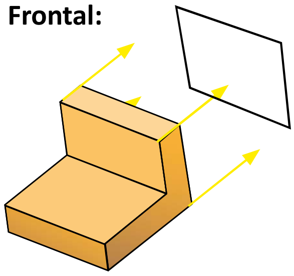
Propósito

Ⓟ, Ⓢ Determinar la proyección de un cuerpo geométrico en tres planos (vista frontal, vista lateral y vista del piso). Ⓒ Determinar el cuerpo geométrico proyectado a partir de sus proyecciones en los planos representados por la vista lateral, vista frontal y vista sobre el piso. En el Ⓟ se hace la proyección del cuerpo geométrico en tres planos, mientras que en el Ⓔ se determina el cuerpo geométrico a partir de sus proyecciones en tres planos.

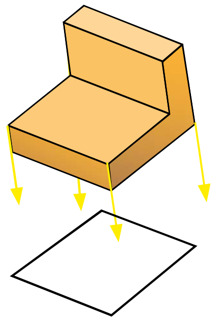
Solución de algunos ítems:

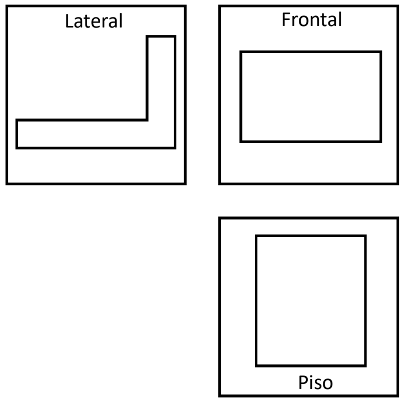
2.

Frontal:

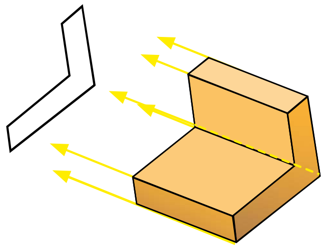


Piso:



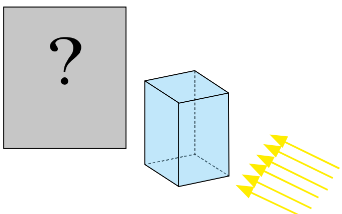


Lateral:

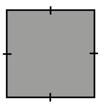


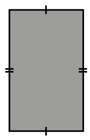
Fecha: **U8 3.6**

Ⓟ



¿Cómo debe girarse el prisma para obtener las sombras que se muestran?

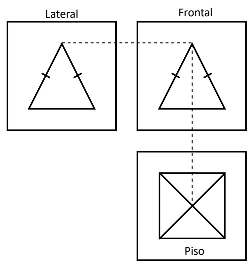
a) 

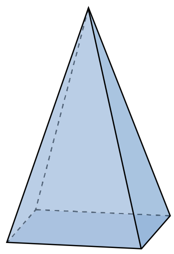
b) 

Ⓢ a) El prisma debe girarse de forma que la base que lo sostiene quede frente a la pared.

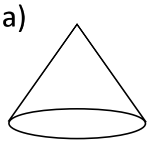
b) El prisma debe estar en la posición inicial que muestra la imagen.

Ⓔ

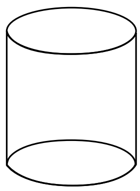




Ⓡ 1. a)



b)

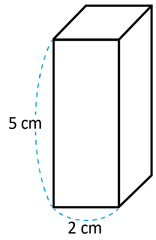


Tarea: página 186 del Cuaderno de Ejercicios.

3.7 Desarrollo plano de un prisma y su área total

P

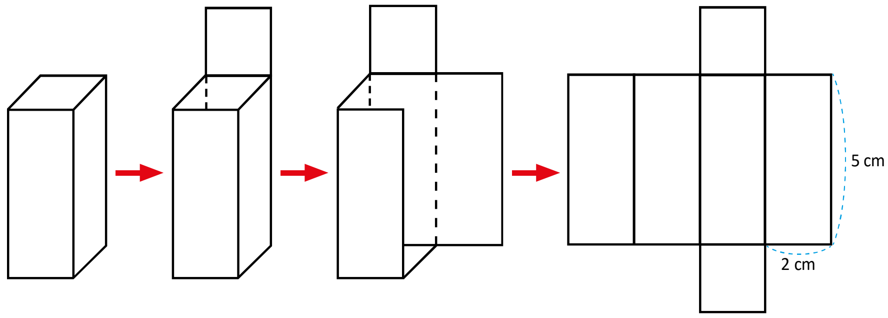
Encuentra el área total de la superficie del prisma cuadrangular.



Se le llama superficie a la parte más externa del cuerpo geométrico.

S

Como se muestra en la imagen, se puede descomponer el prisma cuadrangular como si fuese de papel.



La imagen final muestra el desarrollo plano del cuerpo geométrico. La figura está formada por 4 rectángulos congruentes y 2 cuadrados también congruentes, que son las bases del prisma.

El área de un rectángulo es: $5 \times 2 = 10$ cm^2.
El área de un cuadrado es: $2 \times 2 = 4$ cm^2.

Por tanto, el área total de la superficie es: $\underbrace{10 \times 4}_{\text{Área lateral}} + \underbrace{4 \times 2}_{\text{Área de las bases}} = 40 + 8 = \underbrace{48 \text{ cm}^2}_{\text{Área total}}$.

C

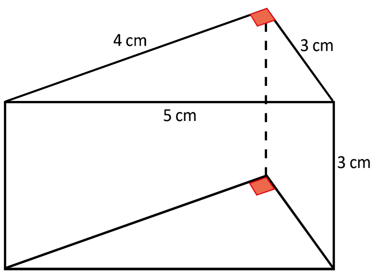
El área total de cualquier prisma puede obtenerse con la siguiente relación:

$$\mathbf{A}_T = \mathbf{A}_l + \mathbf{A}_b$$

Donde $\mathbf{A}_l$: Área lateral y $\mathbf{A}_b$: Área de la base.

E

Encuentra el área total del prisma triangular:

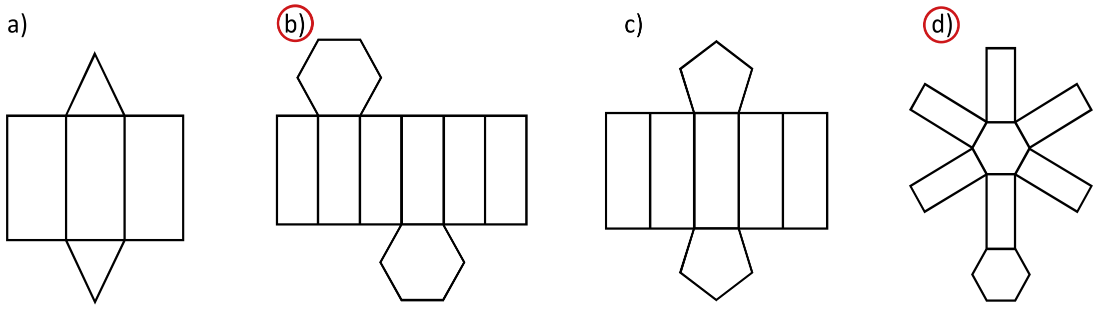


Solución.

El área total del prisma se puede calcular con: $\mathbf{A}_T = \mathbf{A}_l + \mathbf{A}_b$.

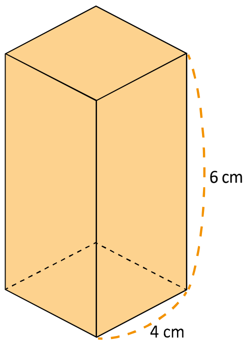
$$\mathbf{A}_l = 5 \times 3 + 4 \times 3 + 3 \times 3 = 15 + 12 + 9 = 36$$
$$\mathbf{A}_b = 4 \times 3 \div 2 + 4 \times 3 \div 2 = 6 + 6 = 12$$
$$\mathbf{A}_T = 36 + 12 = 48 \text{ cm}^2$$

1. ¿Con cuál de los siguientes planos desarrollados se puede lograr construir un prisma hexagonal?



2. Encuentra el área total del prisma con base cuadrada.

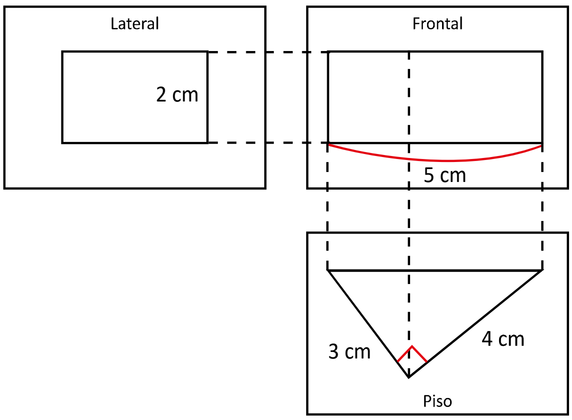
Área total: 128 cm²



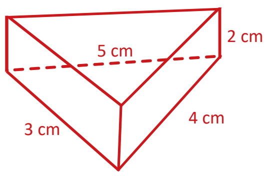
3. La imagen muestra la proyección ortogonal de un prisma triangular recto.

a) Dibuja en tu cuaderno la figura que se forma con las medidas dadas.

b) Encuentra el área total del prisma formado.



a)



b) 36 cm²

Indicador de logro

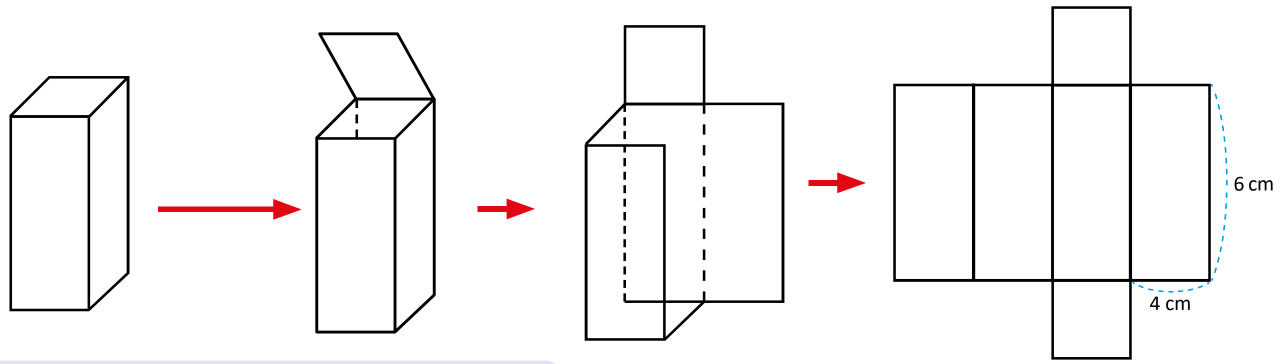
3.8 Calcula el área total de un prisma a partir de su plano desarrollado.

Secuencia

Los estudiantes ya han construido patrones de cubos, prismas rectangulares y triangulares, también trabajaron la identificación del patrón de un cubo de un conjunto de patrones dados. En esta clase se introduce el concepto del **desarrollo plano**, específicamente del prisma, que es equivalente a los **patrones** de prismas que en grados anteriores se construyeron. También se estudia la relación que permite calcular el área total de un prisma, deducida a partir del desarrollo plano de un prisma en particular.

Propósito

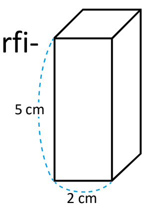
Ⓟ, Aplicar la fórmula para calcular el volumen de un prisma. En este punto se calcula el área total de un prisma pero a diferencia del presentado en el Ⓟ es un prima triangular.



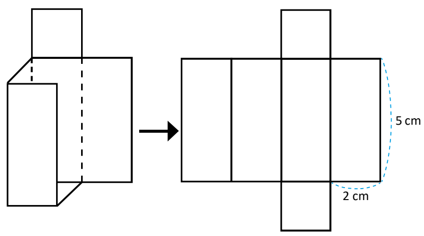
Para la verificación del indicador de logro, se deberá realizar el ítem 2 primero en función del tiempo, posteriormente se harán los ejercicios 1 y 3 que sirven como repaso de las clases anteriores.

Fecha: **U8 3.7**

Ⓟ Encuentra el área total de la superficie del prisma cuadrangular.

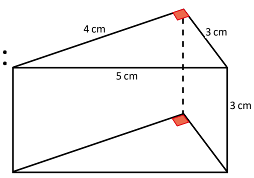


Ⓢ



La figura está formada por 4 rectángulos congruentes y 2 cuadrados también congruentes.
El área de un rectángulo es: $5 \times 2 = 10$ cm^2
El área de un cuadrado es: $2 \times 2 = 4$ cm^2
Por tanto, el área total de la superficie es:
$10 \times 4 + 4 \times 2 = 40 + 8 = 48$ cm^2

Ⓔ Para el prisma triangular:



Su área total se calcula como:

$A_l = 5 \times 3 + 4 \times 3 + 3 \times 3$
$= 15 + 12 + 9$
$= 36$
$A_b = 4 \times 3 \div 2 + 4 \times 3 \div 2$
$= 6 + 6$
$= 12$
$A_T = A_l + A_b = 36 + 12 = 48$ cm^2

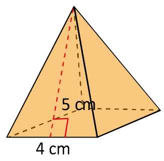
Ⓡ 1. b y d
2. 128 cm^2

Tarea: página 187 del Cuaderno de Ejercicios.

3.8 Desarrollo plano de una pirámide y su área total

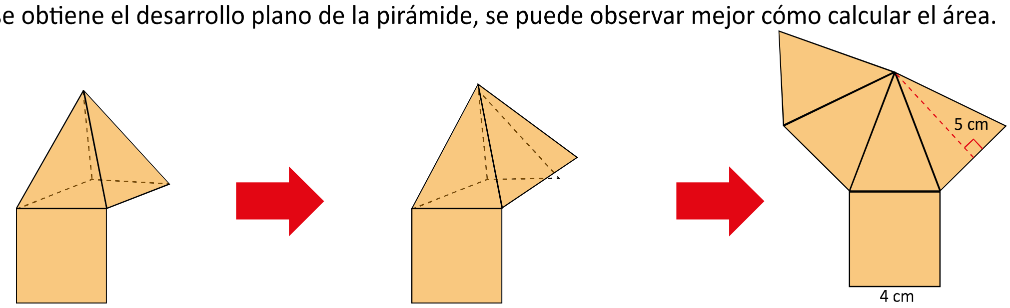
P

La imagen muestra una pirámide de base cuadrada.
Encuentra el área total de la superficie de la pirámide.



S

Si se obtiene el desarrollo plano de la pirámide, se puede observar mejor cómo calcular el área.



La pirámide está formada por 4 caras que son triángulos isósceles congruentes entre sí y por un cuadrado como base.

Área de un triángulo: $4 \times 5 \div 2 = 20 \div 2 = 10$ cm²
Área lateral: $A_l = 10 \times 4 = 40$ cm²
Área de la base: $A_b = 4 \times 4 = 16$ cm²
Área total: $A_T = A_l + A_b = 40 + 16 = 56$ cm²

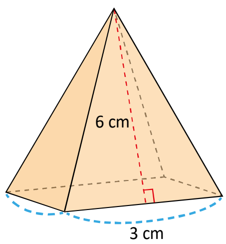
C

El área total de cualquier pirámide puede obtenerse con la siguiente relación:

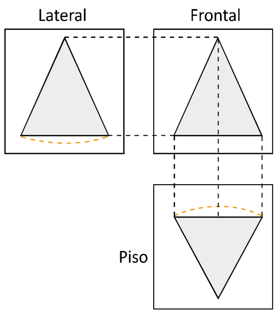
$$\mathbf{A_T = A_l + A_b}$$

Donde $\mathbf{A_l}$: Área lateral y $\mathbf{A_b}$: Área de la base.

1. Encuentra el área total de la siguiente pirámide con base cuadrada.
   Área total: 45 cm².



2. En la imagen de la derecha se observa la proyección ortogonal de una figura: Dibuja el cuerpo geométrico que se forma.



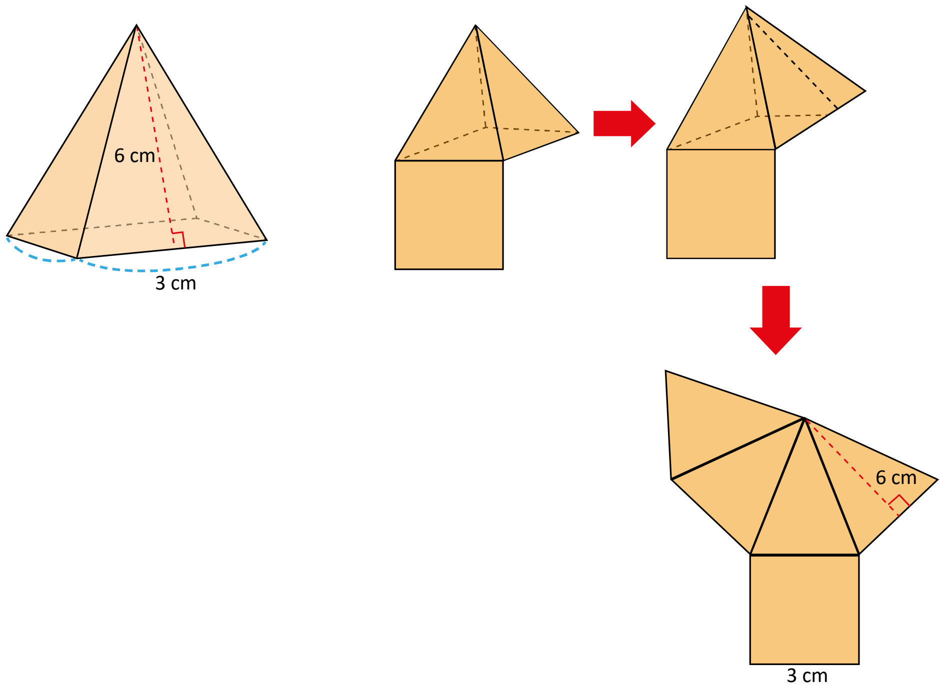
Indicador de logro

3.9 Calcula el área total de una pirámide a partir de su plano desarrollado.

Secuencia

Anteriormente se trabajó el desarrollo plano y el cálculo del área total de un prisma. En esta clase se retoman esos temas para ser aplicados a una pirámide. Al igual que en la clase anterior la relación que permite hacer el cálculo del área total es deducida a partir de una pirámide en particular.

Solución de algunos ítems:



$A_T = A_l + A_b$

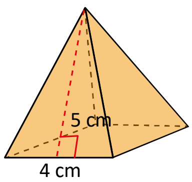
$A_l = 3 \times 6 \div 2 \times 4$
$= 36$

$A_b = 3 \times 3$
$= 9$

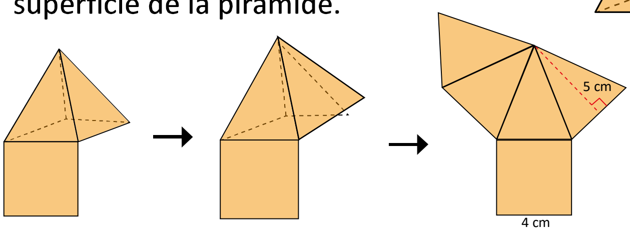
$A_T = 36 + 9 = 45$ cm^2

Fecha: **U8 3.8**

Ⓟ La imagen muestra una pirámide de base cuadrada. Encuentra el área total de la superficie de la pirámide.



Ⓢ

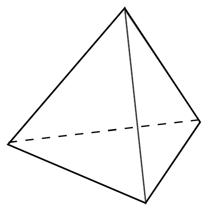


La pirámide está formada por 4 caras que son triángulos isósceles congruentes entre sí y por un cuadrado como base.

Área de un triángulo: $4 \times 5 \div 2 = 20 \div 2 = 10$ cm^2
Área lateral: $10 \times 4 = 40$ cm^2
Área de la base: $4 \times 4 = 16$ cm^2
Área total: $40 + 16 = 56$ cm^2

Ⓡ 1. 45 cm^2

2.

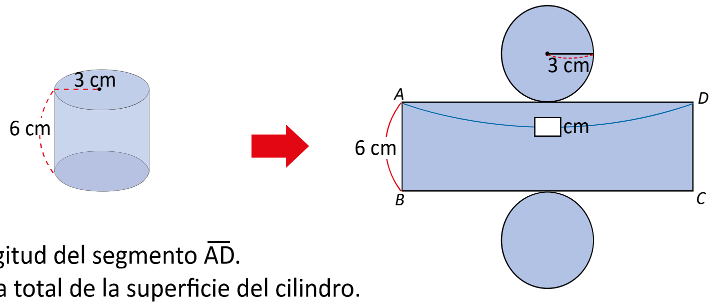


Tarea: página 189 del Cuaderno de Ejercicios.

3.9 Desarrollo plano de un cilindro y su área total

P

Se ha obtenido el desarrollo plano del cilindro con las medidas mostradas en la imagen:



a) Encuentra la longitud del segmento $\overline{AD}$.
b) Encuentra el área total de la superficie del cilindro.

S

a) La longitud del segmento $\overline{AD}$ coincide con la longitud de la circunferencia sobre él. Esta se puede obtener utilizando la fórmula para la longitud de la circunferencia: $l_c = 2\pi r$.

Por tanto: AD = $2\pi \times 3 = 6\pi$ cm.

b) El área total del cilindro está formada por el área de las bases más el área lateral, la cual es el área del rectángulo.

Área de las bases: $A_b = 2\pi \times 3 \times 3 = 18\pi$ cm^2
Área del rectángulo: $A_l = \overline{AD} \times \overline{AB} = 6\pi \times 6 = 36\pi$ cm^2
Área total: $A_T = 18\pi + 36\pi = 54\pi$ cm^2

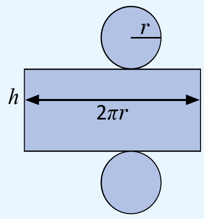
C

El área total de un cilindro se puede obtener mediante la relación:

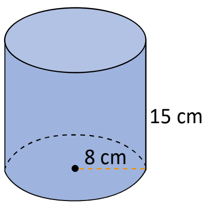
Área total de un cilindro = Área de las bases + Área lateral

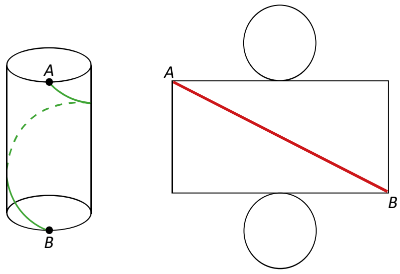
$$A_T = A_b + A_l$$
$$\mathbf{A_T = 2\pi r^2 + 2\pi r \times h}$$

Donde r, es el radio del círculo y h, es la altura del cilindro.



1. Encuentra el área total del cilindro.
   Área total: 368π cm^2





2. Según la imagen, se ha enrollado un hilo desde A hacia B a lo largo del cilindro. Si se obtiene el desarrollo plano del cilindro:

   Dibuja cómo quedaría el hilo en el desarrollo plano.

Indicador de logro

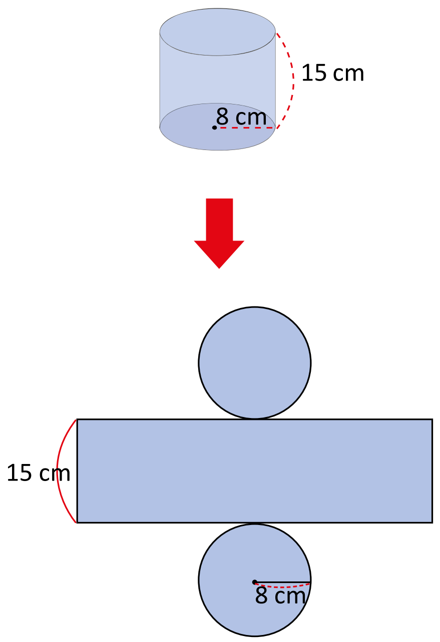
3.9 Calcula el área total de un cilindro a partir de su plano desarrollado.

Secuencia

En las dos clases anteriores se trabajó con el desarrollo plano de poliedros, por lo que ahora se trabajará el desarrollo plano del cilindro, que es uno de los cuerpos redondos presentados en la clase 3.1. Al igual que se hizo con los poliedros, se presenta la relación que se usa para el cálculo del área total de un cilindro. La relación se deduce a partir de un cilindro en particular.

Solución de algunos ítems:

1.



Entonces:
r: 8 cm y h: 15 cm

$\mathbf{A}_T = \mathbf{A}_l + \mathbf{A}_b$

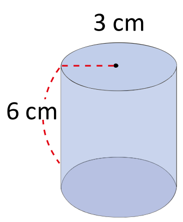
$\mathbf{A}_l = 2\pi \times 8 \times 15$
$= 240\pi$

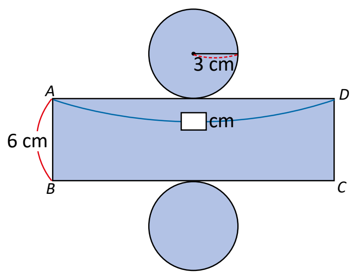
$\mathbf{A}_b = \pi \times 8^2 \times 2$
$= 128\pi$

$\mathbf{A}_T = 240\pi + 128\pi = 368\pi$ cm^2

Fecha: **U8 3.9**

Ⓟ



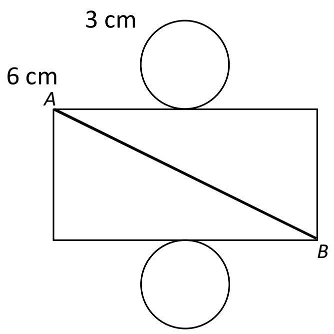


a) Encuentra la longitud del segmento $\overline{AD}$.
b) Encuentra el área total de la superficie del cilindro.

Ⓢ a) La longitud del segmento $\overline{AD}$ es igual a la de la circunferencia sobre él. Por tanto: AD = $2\pi \times 3 = 6\pi$ cm.
b) Área de las bases: $A_b = \pi \times 3 \times 3 \times 2 = 18\pi$ cm^2
Área del rectángulo: $A_l = \overline{AD} \times \overline{AB} = 6\pi \times 6 = 36\pi$ cm^2
Área total: $A_T = 18\pi + 36\pi = 54\pi$ cm^2

Ⓡ 1. 368π cm^2

2.



Tarea: página 191 del Cuaderno de Ejercicios.

3.10 Practica lo aprendido

1. En la imagen se encuentra un prisma triangular sobre un plano P. Según lo que se observa en la imagen, responde:

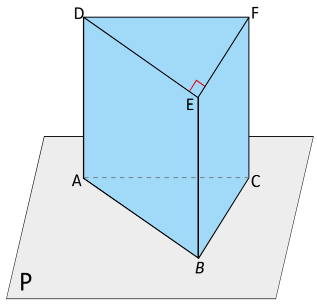
   a) ¿Qué segmentos son paralelos a $\overline{AB}$? $\overline{DE}$

   b) ¿Qué segmentos son perpendiculares a $\overline{ED}$? $\overline{EF}$, $\overline{AD}$ y $\overline{BE}$

   c) ¿Qué segmentos del prisma están en posición cruzada con la recta que pasa por AB? $\overline{DF}$, $\overline{EF}$ y $\overline{FC}$

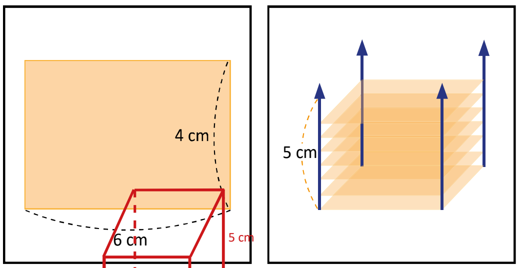
   d) ¿Qué segmentos son perpendiculares al plano P?

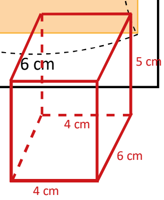
   $\overline{AD}$, $\overline{BE}$ y $\overline{FC}$



2. Para cada literal, dibuja en tu cuaderno el cuerpo geométrico formado, al desplazar la figura verticalmente y encuentra el área total del cuerpo.

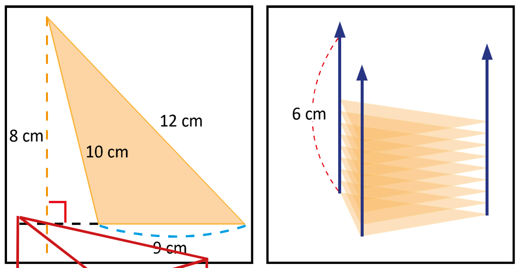
a)

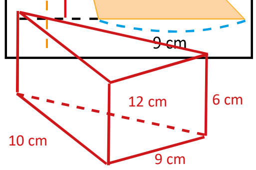




Área total: 168 cm²

b)

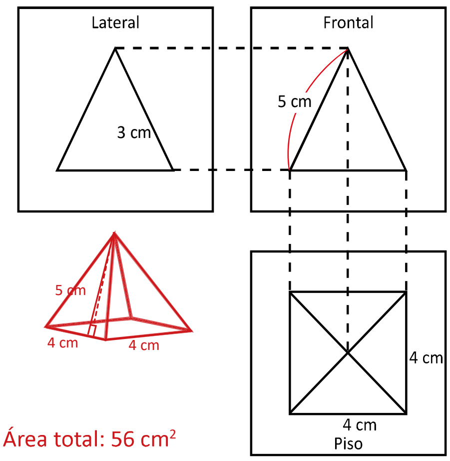




Área total: 258 cm²

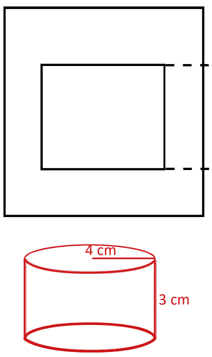
3. En las siguientes proyecciones ortogonales dibuja en tu cuaderno el cuerpo formado y encuentra su área total.

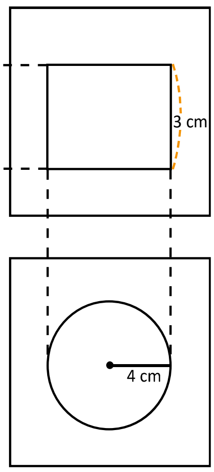
a)



Área total: 56 cm²

b)



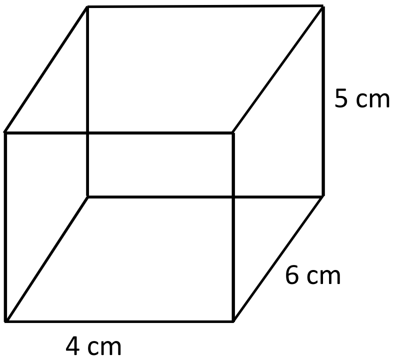


Área total: 56π cm²

Indicador de logro

Resuelve problemas correspondientes a planos, cuerpos geométricos y área total del prisma, pirámide y cilindro.

2. a)



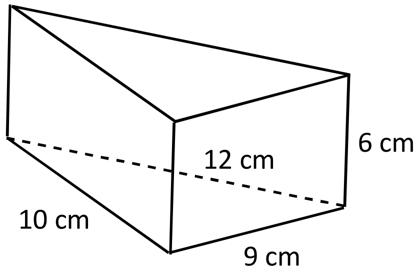
$\mathbf{A}_T = \mathbf{A}_l + \mathbf{A}_b$

$\mathbf{A}_l = 5 \times 6 \times 4$
$= 120$

$\mathbf{A}_b = 4 \times 6 \times 2$
$= 48$

$\mathbf{A}_T = 120 + 48 = 168$ cm^2

b)



$\mathbf{A}_T = \mathbf{A}_l + \mathbf{A}_b$

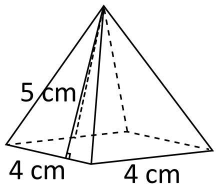
$\mathbf{A}_l = 10 \times 6 + 12 \times 6 + 9 \times 6$
$= 186$

Por los datos presentados en el planteamiento del ejercicio, se tiene que la altura de los triángulos que forman las bases es 8 cm.

$\mathbf{A}_b = 9 \times 8 \div 2 \times 2$
$= 72$

$\mathbf{A}_T = 186 + 72 = 258$ cm^2

3. a)

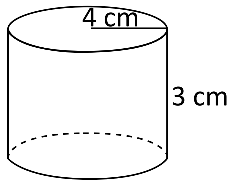


$\mathbf{A}_l = 4 \times 5 \div 2 \times 4$
$= 40$

$\mathbf{A}_b = 4 \times 4$
$= 16$

$\mathbf{A}_T = 40 + 16 = 56$ cm^2

b)



$\mathbf{A}_l = \pi \times 8 \times 3$
$= 24\pi$

$\mathbf{A}_b = \pi \times 4^2 \times 2$
$= 32\pi$

$\mathbf{A}_T = 24\pi + 32\pi = 56\pi$ cm^2

Tarea: página 192 del Cuaderno de Ejercicios.

Indica a los estudiantes que para la siguiente clase deben contar con su estuche de colores y estuche de geometría.