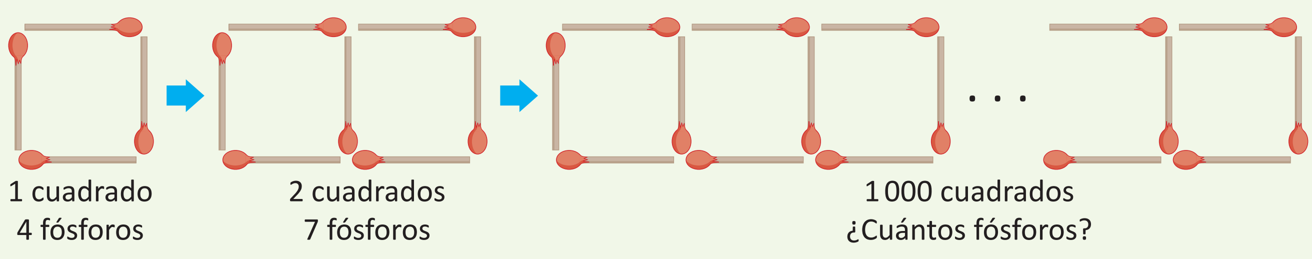
Unidad 4

Comunicación con símbolos

Los primeros aportes al álgebra surgieron por parte de matemáticos hindúes como Aryabhata, sin embargo, el matemático árabe que logró rescatar estos aportes de las matemáticas hindú y griega hacia el mundo arábigo fue Abu Abdallah Muḥammad ibn Musa (Al-juarismi), y logró sistematizar de manera didáctica lo que conocemos en la actualidad como álgebra en su libro *Álgebra, guarismo y algoritmo*.

El álgebra surge y se mantiene como una herramienta muy útil para la modelación de situaciones de la realidad, con el fin de determinar situaciones relacionadas con el comercio, repartición de objetos, herencias, créditos, obras de ingeniería, etc.

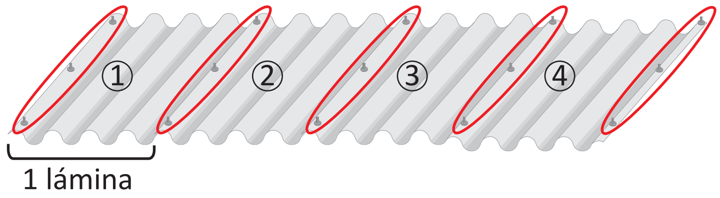
El desarrollo de las temáticas de la unidad comienzan con reconocer patrones, y expresarlos a partir de un lenguaje matemático, modelando diferentes situaciones de la vida cotidiana, de donde surge la necesidad de la introducción de un lenguaje formal (algebraico); luego se introducirán las operaciones de expresiones en este lenguaje y la traducción de lenguaje algebraico al lenguaje coloquial (o común). La profundidad estará enfocada al trabajo con una variable, de modo que en esta unidad se garantice el manejo algebraico básico para la resolución de ecuaciones de primer grado.

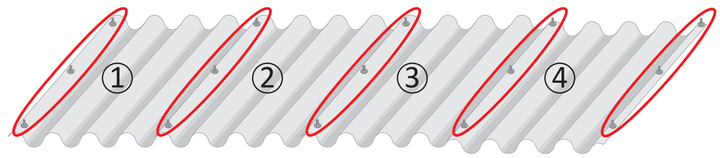


La figura representa las condiciones para determinar un patrón, para ello hay que calcular el número de fósforos que se requieren para formar 1 000 cuadrados.

1.1 Patrones numéricos

Observa la ilustración, ¿cuántos pines se necesitan para poner cuatro láminas?

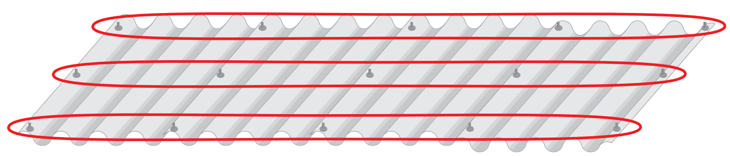




Contando los pines que están en el lado izquierdo de cada lámina por el número de láminas, y sumando los tres últimos que aparecen en la derecha de la última lámina entonces, 3 × 4 + 3 = 15,

R. 15 pines

o también puede ser:



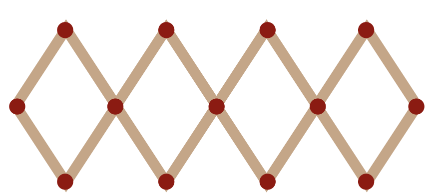
Observando los pines por fila, en cada fila hay igual número de pines que número de láminas más uno y si hay tres filas entonces, 3 × (4 + 1) = 15 **R.** 15 pines.

Se puede obtener el número de pines con la expresión:
3 × (*número de láminas*) + 3 o **3 × (*número de láminas* + 1)**

El descubrimiento de un patrón numérico puede facilitar el conteo de un elemento en una situación determinada o un cálculo.

1. En la situación del Problema inicial, cuántos pines se necesitan, si se quiere poner:
   a) 5 láminas b) 6 láminas c) 7 láminas

2. Se tiene un acordeón para colgar sombreros. Escribe una expresión numérica que represente el número de perchas según el número de romboides.



1.2 Generalización de un patrón numérico

P

Para calcular el número de pines necesarios para colocar 1, 2, 3 y 4 láminas en el problema de la clase anterior, se hace de la siguiente manera:

1 lámina $3 \times 1 + 3$ (pines)
2 láminas $3 \times 2 + 3$ (pines)
3 láminas $3 \times 3 + 3$ (pines)
4 láminas $3 \times 4 + 3$ (pines)

a) Expresa el número de pines que se necesitan para poner 5, 6 y 7 láminas.
b) Si el número de láminas que se ponen es $\square$, ¿cuántos pines se necesitan?

S

Número de láminas	Número de pines
1	$3 \times 1 + 3$
2	$3 \times 2 + 3$
3	$3 \times 3 + 3$
4	$3 \times 4 + 3$
5	$3 \times 5 + 3$
6	$3 \times 6 + 3$
7	$3 \times 7 + 3$

a) Para 5 láminas, $3 \times 5 + 3 = 18$ (pines)
Para 6 láminas, $3 \times 6 + 3 = 21$ (pines)
Para 7 láminas, $3 \times 7 + 3 = 24$ (pines)
R. 18 pines, 21 pines y 24 pines.

b) Son 3 pines al lado izquierdo de cada lámina más tres que están a la derecha de la última lámina, si hay $\square$ láminas, se tendrán $3 \times \square + 3$ (pines).

Así por ejemplo, si se quieren poner 22 láminas hay:
$3 \times 22 + 3 = 69$ (pines).
R. $3 \times \square + 3$ (pines)

C

Cuando se hacen operaciones con cantidades variantes se puede utilizar $\square$ para representar a estas cantidades en las operaciones.

E

Si la cantidad de camisetas blancas que se compran se representan con $\square$ y cada una vale 2 dólares.
a) ¿Cuál es el costo de la compra?
b) ¿Cuál es el vuelto al comprar con un billete de 20 dólares?

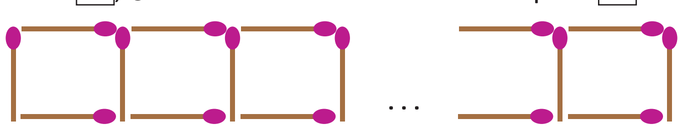
Solución.

Número de camisetas	Cantidad de dinero
1	$2 \times 1 = \$2$
2	$2 \times 2 = \$4$
$\vdots$	$\vdots$
$\square$	$2 \times \square$

a) **R.** $2 \times \square$ (dólares)

b) **R.** $20 - 2 \times \square$ (dólares)

1. Se forman varios cuadrados con fósforos, uno después de otro. Si el número de cuadrados que se forman se representa con $\square$, ¿cuántos fósforos se necesitan para $\square$?



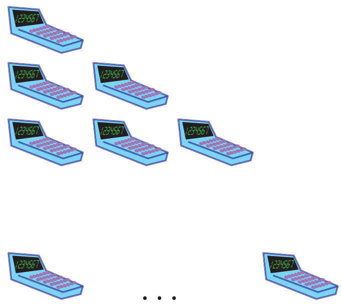
2. Si un estuche de geometría vale 3 dólares:
a) ¿Cuál es el costo al comprar $\square$ estuches?
b) ¿Cuál es vuelto al comprar con un billete de 20 dólares?

1.3 Expresiones algebraicas de una variable

P

Una calculadora tiene un precio de 10 dólares, ¿cuál es el costo al comprar $\square$ calculadoras?

S



Cantidad	Costo
1	10 × 1 = 10 (dólares)
2	10 × 2 = 20 (dólares)
3	10 × 3 = 30 (dólares)
⋮	⋮
$\square$	10 × $\square$ (dólares)

R. 10 × $\square$ (dólares)

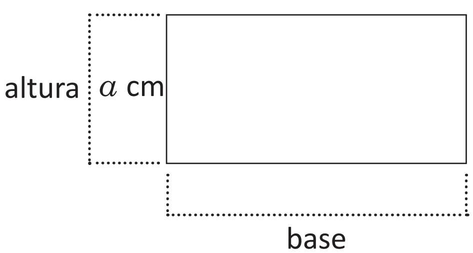
C

Se ha utilizado el recuadro $\square$ para representar cantidades variantes, pero regularmente para referirse a este tipo de cantidades se utilizan letras, por ejemplo la expresión 10 × $\square$ se puede escribir como 10 × a. Se utilizó la letra a pero puede usarse cualquier otra letra.

A las expresiones como 10 × a se les llama **expresiones algebraicas**. A las letras que representan cantidades variantes se les llaman **variables**. En la expresión algebraica 10 × a la letra a es la variable. Una expresión algebraica combina números, variables y operaciones.

E

En el rectángulo de la ilustración la base es 2 cm más larga que la altura. Representa con una expresión algebraica la base del rectángulo.



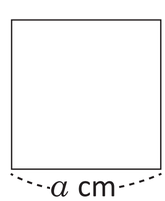
Las letras que representan variables se escriben con un formato distinto al de una letra utilizada en un texto normal o para las unidades de medida. Por ejemplo:
"x" representa una variable
"x" texto normal
"×" Signo de multiplicación

Solución.
La base es a + 2 cm.

1. Escribe una expresión algebraica que responda a cada una de las siguientes preguntas:
   a) Si la edad de Mario se representa con a, ¿cuál es la edad de su hermano que es 5 años mayor que él?
   b) Si se compra un pantalón que vale b dólares, ¿cuál es el vuelto si se compra con un billete de 20 dólares?

2. Si n representa un número entero, ¿cómo se representa el doble de ese número?

3. ¿Cuál es el perímetro del siguiente cuadrado?



1.4 Expresiones algebraicas con más de una variable

Si una lata con bebida pesa x libras, y una hielera y libras. ¿Cuál es el peso total de la hielera con 6 latas de bebida en ella?

Peso de las 6 latas: $6 \times x$ (lb)

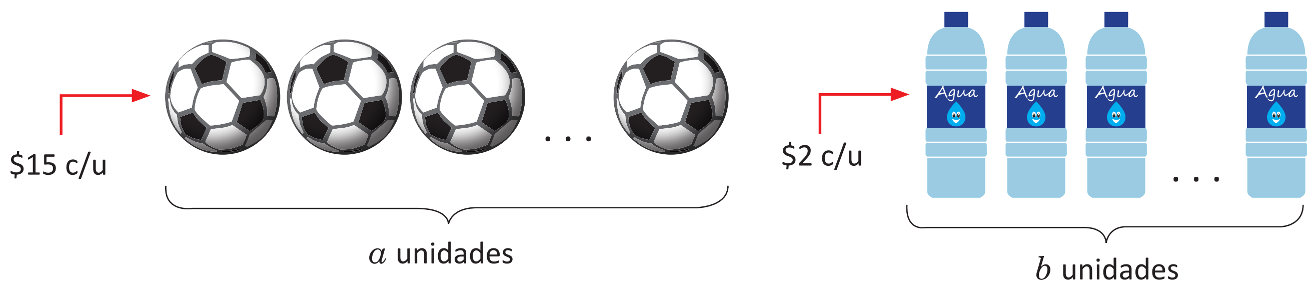
Peso de la hielera: y (lb)

Peso total: $6 \times x + y$ (lb)

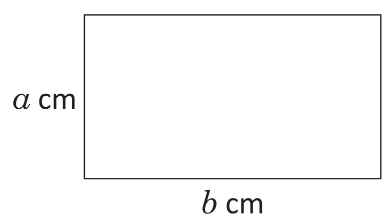
Las expresiones algebraicas pueden combinar más de una variable y más de una operación.

Escribe una expresión algebraica que responda la pregunta de cada numeral.

1. Un entrenador de fútbol comprará a balones que cuestan 15 dólares cada uno y b botellas de bebida rehidratante que cuestan 2 dólares cada una. Escribe una expresión que represente el costo total de la compra:



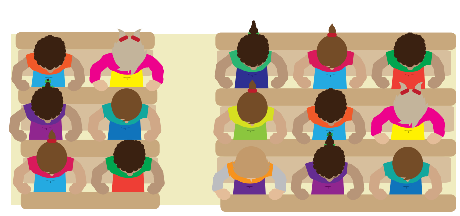
2. ¿Cuál es el área del siguiente rectángulo?



3. Si un cuaderno pesa a gramos, y una mochila b gramos, ¿cuál es el peso total de la mochila con 5 cuadernos en ella?

4. Si un lapicero cuesta m dólares y un cuaderno n dólares, ¿cuál es el vuelto al comprar 4 lapiceros y 3 cuadernos con un billete de 10 dólares?

5. Un autobús tiene una distribución de asientos en 2 secciones, la primera tiene 2 asientos y la segunda tiene 3 asientos, y hay a filas de asientos en la primera sección y b en la segunda. Escribe una expresión algebraica que represente la capacidad del autobús según el número de asientos.

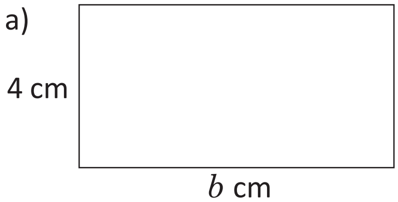


1.5 Representación de expresiones algebraicas sin el signo "×"

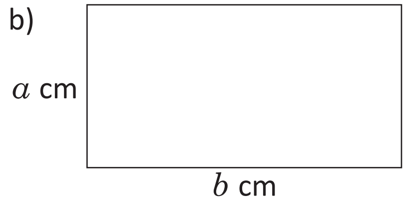
P

Representa el área y perímetro para cada uno de los siguientes rectángulos utilizando expresiones algebraicas:

a)



b)



El área de un rectángulo es igual al producto de su base por la altura.

El perímetro de un rectángulo es dos veces la suma de su base por la altura.

S

a) Área = $b \times 4$ cm²
Perímetro = $2 \times (b + 4)$ cm

b) Área = $b \times a$ cm²
Perímetro = $2 \times (b + a)$ cm

En una expresión algebraica se omite el signo "×" entre los factores si uno de ellos es variable u otra expresión algebraica entre paréntesis.

- $b \times 4$ cm² = $4b$ cm²
- $2 \times (b + 4)$ cm = $2(b + 4)$ cm
- $b \times a$ cm² = ab cm²
- $2 \times (a + b)$ cm = $2(a + b)$ cm

C

Al representar una multiplicación que incluya una o más variables o una expresión algebraica se tiene que

1. Omitir el signo de multiplicación "×".
2. Escribir primero el número cuando se multiplique por una variable o expresión algebraica entre paréntesis.
3. Ordenar las variables según el alfabeto, cuando el producto es de dos o más variables.

Cuando la multiplicación es de dos números el signo "×" no se puede omitir, salvo que se utilice otra forma de representar la multiplicación.

E

Representa sin el signo "×" y ordena las variables en las siguientes expresiones algebraicas:

a) $b \times (-4) \times a$

b) $b \times \frac{5}{7} \times a$

Solución.

a) $b \times (-4) \times a = -4 \times b \times a$
$= -4 \times a \times b$
$= -4ab$

b) $b \times \frac{5}{7} \times a = \frac{5}{7} \times b \times a$
$= \frac{5}{7} \times a \times b$
$= \frac{5}{7}ab$

La expresión:
$\frac{5}{7}ab = \frac{5ab}{7}$
es igualmente válida.

---

1. Representa sin el signo "×" y ordena las variables en las siguientes expresiones algebraicas:

a) $15 \times a$ b) $a \times 10$ c) $b \times (-4)$ d) $b \times \frac{1}{2}$

e) $-\frac{3}{5} \times a$ f) $y \times \left(-\frac{4}{7}\right)$ g) $4 \times a \times b$ h) $x \times 3 \times y$

i) $a \times b \times 3$ j) $c \times b \times 2$ k) $-3 \times a \times b$ l) $x \times y \times (-2)$

m) $c \times b \times (-10)$ n) $f \times (-13) \times e$ o) $5 \times (3 + x)$ p) $(4 - y) \times 2$

q) $-2 \times (1 - x)$ r) $(a + 35) \times (-6)$ s) $(4 - \mathrm{m}) \times (-10)$ t) $(-b + 3) \times (-4)$

2. Representa las siguientes expresiones algebraicas utilizando el signo "×":

a) $2a$ b) $-4m$ c) $\frac{3}{5}xy$

d) $-3ab$ e) $\frac{2}{7}(x + y)$ f) $-3(y + 2)$

1.6 Expresiones algebraicas multiplicadas por 1 o –1

P

Representa sin el signo (×) las siguientes expresiones algebraicas:

a) $1 \times a$ b) $-1 \times a$

S

a) $1 \times a = 1a$ b) $-1 \times a = -1a$

C

En la multiplicación de una variable o expresión algebraica por 1, se omite el signo de multiplicación y el 1.

Por ejemplo:

$$1 \times a = 1a = a \qquad 1 \times (a + 3) = 1(a + 3) = a + 3$$

Se escribe a en lugar de $1a$ porque el producto de 1 multiplicado por un número es ese mismo número.

En el producto de una variable o expresión algebraica por (–1), se escribe el signo (–), se omite el signo de multiplicación y el 1.

Por ejemplo:

$$-1 \times a = -1a = -a \qquad -1 \times (a + 3) = -1\ (a + 3) = -(a + 3)$$

E

Representa sin el signo (×) las siguientes expresiones algebraicas:

a) $a \times (-1) \times b$ b) $y \times x \times 1$ c) $-1 \times (3 + x)$ d) $(m + n) \times (-1)$

Solución.

a) $a \times (-1) \times b = -1ab = -ab$ b) $y \times x \times 1 = 1xy = xy$

c) $-1 \times (3 + x) = -1(3 + x) = -(3 + x)$ d) $(m + n) \times (-1) = -\ 1(m + n) = -(m + n)$

1. Represента sin el signo (×) las siguientes expresiones algebraicas:

a) $1 \times r$ b) $x \times 1$ c) $-1 \times y$ d) $r \times (-1)$

e) $1 \times c \times d$ f) $m \times 1 \times n$ g) $m \times n \times 1$ h) $-1 \times j \times k$

i) $r \times (-1) \times t$ j) $x \times y \times (-1)$ k) $f \times e \times (-1)$ l) $n \times (-1) \times m$

m) $1 \times (p + 1)$ n) $(x + y) \times 1$ o) $-1 \times (s + 3)$ p) $(a + b) \times (-1)$

2. Representa las siguientes expresiones algebraicas utilizando el signo (×). Utiliza multiplicaciones por 1 o –1.

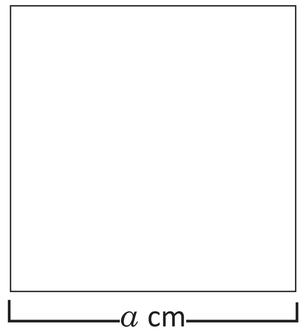
a) r b) $-m$ c) $x + y$ d) $-(y + 5)$

Unidad 4

1.7 Potencia de una expresión algebraica

P

Representa el área del siguiente cuadrado de lado a, mediante una expresión algebraica.



Recuerda que el área de un cuadrado se calcula multiplicando lado por lado.

S

El área del cuadrado es $a \times a$ cm^2.

C

El producto de la misma variable o la misma expresión algebraica se representa con el uso de exponentes. Por ejemplo: $a \times a$ cm^2 es a^2 cm^2.

E

Representa de forma abreviada las siguientes expresiones:

a) $b \times b \times b$

b) $-2 \times b \times b \times a$

Solución.

a) $b \times b \times b = b^3$

b) $-2 \times b \times b \times a = -2 \times a \times b \times b$
$= -2ab^2$

1. Representa sin el signo (×) las siguientes expresiones algebraicas:

a) $x \times x$

b) $y \times y \times y$

c) $x \times x \times y$

d) $x \times x \times y \times y$

e) $x \times x \times x \times y \times y \times y$

f) $1 \times a \times a$

g) $b \times b \times 7$

h) $-8 \times b \times b$

i) $c \times (-1) \times c$

j) $m \times m \times n \times (-2)$

k) $-3 \times p \times m \times p \times m$

l) $r \times n \times (-1) \times n \times r$

2. Representa las siguientes expresiones algebraicas utilizando el signo (×) y sin potencias:

a) $5a^2$

b) $-7b^3$

c) $2a^2b$

d) $-3x^2y^2$

e) $4x^3y$

f) $-5x^3y^2$

g) x^3y^3

h) $-x^2y^3$

1.8 Expresión algebraica con división

P

Si hay x litros de jugo, y se quiere repartir entre 3 personas equitativamente, ¿cuántos litros de jugo le corresponden a cada persona?

Una fracción es un cociente indicado. Por ejemplo: $2 \div 3 = \frac{2}{3}$

S

Como hay x litros y se reparten equitativamente entre 3, a cada persona le corresponde:

$x \div 3 = \frac{x}{3}$ **R.** $\frac{x}{3}\, l$

C

La división de una variable o expresión algebraica se escribe en forma de fracción omitiendo el signo (÷). El dividendo se convierte en el numerador de la fracción y el divisor en el denominador.

A diferencia con (×) y (÷), los signos (+) y (–) no se pueden omitir dentro de las expresiones algebraicas.

E

Escribe las siguientes expresiones algebraicas omitiendo el signo (÷).

a) $(x + y) \div (-5)$

b) $n \div (-7)$

Solución.

a) $(x + y) \div (-5) = \frac{x + y}{-5}$

$= -\frac{x + y}{5}$

b) $n \div (-7) = \frac{n}{-7}$

$= -\frac{n}{7}$

Como dividir entre un número es equivalente a multiplicar por el recíproco del número, se puede escribir:

a) $(x + y) \div (-5) = -\frac{x + y}{5} = -\frac{1}{5}(x + y)$

b) $n \div (-7) = -\frac{n}{7} = -\frac{1}{7}n$

1. Representa las siguientes expresiones algebraicas omitiendo el signo (÷).

a) $x \div 2$ b) $y \div (-2)$ c) $(r - s) \div 4$ d) $(m + n) \div (-5)$

e) $r \div t$ f) $2 \div m$ g) $-3 \div p$ h) $-10 \div x$

2. Representa las siguientes expresiones algebraicas utilizando el signo (÷).

a) $\frac{1}{4}a = \frac{a}{4} = a \div 4$

b) $-\frac{1}{5}b = -\frac{b}{5} = \frac{b}{-5} = b \div \boxed{}$

c) $-\frac{m}{5} = \boxed{} \div (-5)$

d) $\frac{x}{5} = \boxed{} \div \boxed{}$

e) $-\frac{y}{2}$

f) $\frac{a + b}{5}$

g) $-\frac{1}{7}(x - y)$

h) $\frac{p}{q}$

i) $\frac{3}{b}$

Unidad 4

1.9 Expresiones algebraicas con multiplicación y división

P

Escribe en una forma equivalente las siguientes expresiones algebraicas:

a) $2 \times a + 3 \times b$

b) $a \div 3 + 4 \times b$

c) $4 \div a \times b \div 5$

d) $(a + b) \div 2 + 3 \times (c + d)$

e) $3 \times a \times a + b \div 4$

f) $4 \times a \times a \times a - 2 \times b \times b$

S

a) $2 \times a + 3 \times b = 2a + 3b$

b) $a \div 3 + 4 \times b = \frac{a}{3} + 4b$
también se puede escribir como $\frac{1}{3}a + 4b$.

c) $4 \div a \times b \div 5 = \frac{4}{a} \times b \div 5 = \frac{4b}{a} \div 5 = \frac{4b}{5a}$

d) $(a + b) \div 2 + 3 \times (c + d) = \frac{a + b}{2} + 3(c + d)$

e) $3 \times a \times a + b \div 4 = 3a^2 + \frac{b}{4}$

f) $4 \times a \times a \times a - 2 \times b \times b = 4a^3 - 2b^2$

C

En las operaciones de multiplicación y división se puede omitir los signos (×) y (÷), cuando ambas operaciones aparecen combinadas en una expresión algebraica.

E

Escribe las siguientes expresiones algebraicas utilizando el signo (×) y (÷) y sin emplear potencias.

a) $\frac{a}{4} + \frac{1}{5}b$

b) $3a^2 + 4b^3$

Solución.

a) $\frac{a}{4} + \frac{1}{5}b = a \div 4 + \frac{1}{5} \times b$

b) $3a^2 + 4b^3 = 3 \times a \times a + 4 \times b \times b \times b$

Otra forma de escribir la expresión es:

$$\begin{aligned} \frac{a}{4} + \frac{1}{5}b &= \frac{a}{4} + \frac{b}{5} \\ &= a \div 4 + b \div 5 \end{aligned}$$

Recuerda que
$\frac{1}{7}x = \frac{x}{7} = x \div 7$

1. Escribe la siguiente expresión algebraica omitiendo los signos (×) y (÷).

a) $3 \times x + 7 \times y$

b) $-5 \times a + c \div d$

c) $(c - d) \div 3 - (r + f) \div 5$

d) $\frac{1}{5} \times a - (x + y) \div 3$

e) $-3 \div (c + d) - a \times a \times a$

f) $a \times a \times 3 - b \times b \times (-1)$

g) $a \times a \times 2 - (s + e) \div (-1)$

h) $b \times (-3) \times b - (x - y) \div (-1)$

2. Escribe las siguientes expresiones algebraicas utilizando el signo (×) y (÷) y sin emplear potencias.

a) $100 - 4a$

b) $\frac{1}{2}(x + y) - 4a$

c) $a^2 - b^2$

d) $\frac{r + s}{3} + \frac{b}{7}$

e) $-8(3 + b) + a^2 b^3$

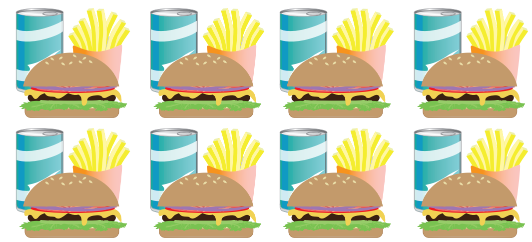
f) $-\frac{(a - 3)}{2} + (x - y)$

1.10 Traducción del lenguaje coloquial al algebraico, parte 1

P

Se compran 8 combos de hamburguesas y se paga con un billete de 50 dólares. Sabiendo que un combo cuesta x dólares representa con una expresión algebraica:

a) El costo total de la compra.
b) El vuelto que se recibe al hacer la compra.



S

a) El costo de la compra es el precio de la unidad por el número de combos, es decir:

$$x \times 8 = 8x \text{ (dólares).}$$

b) El vuelto es lo que se obtiene de restar el costo de la compra del total de dólares pagados:

$$50 - 8x \text{ (dólares).}$$

C

El lenguaje algebraico es la traducción del lenguaje coloquial a variables y números relacionados, mediante operaciones.

E

Una caja que pesa 30 lb contiene artículos de porcelana, un plato pesa a lb y una taza b lb. Representa con una expresión algebraica:

a) El peso total de tres platos y dos tazas.
b) El peso total de la caja cuando se sacan tres platos y dos tazas.

Solución.

a) El peso total de tres platos y dos tazas es:

$$a \times 3 + b \times 2 = 3a + 2b \text{ (lb).}$$

b) El peso total de la caja cuando se sacan tres platos y dos tazas es:

$$30 - 3a - 2b \text{ (lb).}$$

Traduce al lenguaje algebraico las siguientes situaciones descritas en lenguaje coloquial:

1. En una canasta hay 15 frutas, entre peras y manzanas. Expresa el número de peras cuando hay a manzanas.
2. El costo total de comprar dos sandías si cada una vale b dólares.
3. Un hombre repartirá equitativamente 180 dólares entre a niños. ¿Cómo se expresa la cantidad de dinero que recibe cada niño?
4. El vuelto de comprar con un billete de 10 dólares, cuando se compran b pares de calcetines si cada par cuesta 2 dólares.
5. El costo total, al comprar cuatro cuadernos y seis lapiceros, si cada cuaderno vale x dólares y cada lapicero cuesta y dólares.
6. El vuelto de comprar con un billete de 50 dólares, m camisas y n pantalones si cada camisa vale 8 dólares y cada pantalón vale 12 dólares.

1.11 Traducción del lenguaje coloquial al algebraico, parte 2

P

Traduce al lenguaje algebraico las siguientes expresiones en lenguaje común.

a) La velocidad de Ana si caminó x km en 4 horas.

b) Las horas que se necesitan para viajar 42 km en bicicleta con una velocidad de x km/h.

Recuerda:
Distancia = Velocidad × Tiempo
Tiempo = Distancia ÷ Velocidad
Velocidad = Distancia ÷ Tiempo

c) La distancia que se puede recorrer en t horas, en un autobús que tiene una velocidad de 30 km/h.

S

a) Ana caminó x kilómetros en 4 horas. La velocidad es la distancia que ha recorrido entre el tiempo en que la recorrió: $x \div 4 = \frac{x}{4}$ km/h.

b) El tiempo es igual a la distancia entre la velocidad de la bicicleta, por tanto: $42 \div x = \frac{42}{x}$ h.

c) La distancia es igual a la velocidad del autobús por el tiempo, es decir: $30 \times t = 30t$ km.

C

Las situaciones de distancia, velocidad y tiempo expresadas en lenguaje coloquial también se pueden traducir al lenguaje algebraico.

Responde las preguntas de las siguientes situaciones:

1. Si se camina a metros en ocho minutos, ¿cuál es la velocidad por minuto?

2. María recorre x metros con una velocidad de 60 m/min, ¿cuánto tiempo caminó María?

3. Si Juan toma un autobús de su casa a un parque ecológico, y su viaje dura x horas a una velocidad de 60 km/h, ¿qué distancia hay de su casa al parque?

4. Si José anda en su silla de ruedas y recorre b km en dos horas, ¿cuál es su velocidad?

5. Para trasladarse de la casa a la universidad, Beatriz camina por x minutos con una velocidad de 30 m/min y luego corre por y minutos, con una velocidad de 90 m/min.

   a) ¿Cuál es el tiempo total del recorrido?

   b) ¿Cuál es la distancia total recorrida?

1.12 Traducción del lenguaje coloquial al algebraico, parte 3

P

Traduce al lenguaje algebraico lo que se te pide en las siguientes situaciones:

1. El área de un bosque del país que tiene p km^2 de territorio, y el 35% de ello es bosque.
2. La rebaja de un pantalón que vale x dólares y tiene un 25% de descuento.
3. El costo de una camisa cuyo precio es y dólares y con un 20% de descuento.

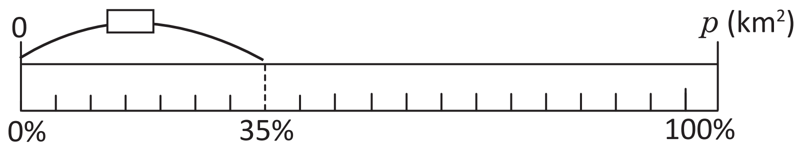
S

1. Si p es la cantidad total y c es la cantidad de bosque, la razón de c entre p en % es $r = \frac{c}{p} \times 100$. Por lo tanto:

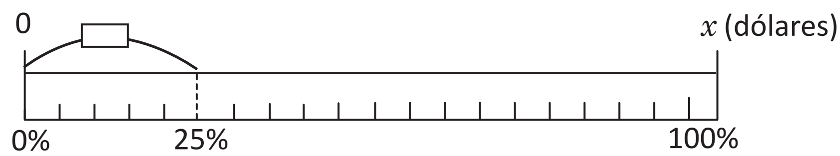
   $c = p \times \frac{r}{100} = \frac{r}{100}p$

   Por lo que el área de bosque del país es:

   $\frac{35}{100}p = \frac{7}{20}p$ (km^2)

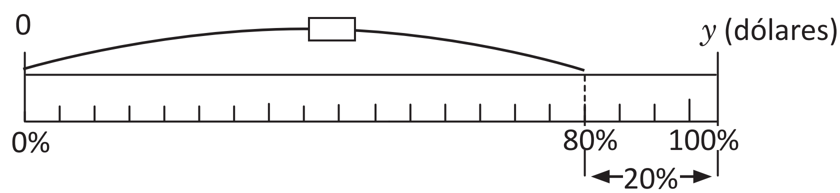


2. $\frac{25}{100}x = \frac{x}{4}$ (dólares)



3. $\left(\frac{100}{100} - \frac{20}{100}\right)y = \frac{80}{100}y$

   $= \frac{4}{5}y$ (dólares)



C

El x% de una Cantidad se representa como: $\frac{x}{100} \times$ Cantidad así:

a) El x% de un Territorio es $\frac{x}{100} \times$ Territorio.

b) El y% de descuento del Precio original de un objeto es $\frac{y}{100} \times$ Precio original.

c) El precio de un objeto después de hacer un z% de descuento es $\frac{(100 - z)}{100} \times$ Precio original.

Responde la pregunta de cada una de las siguientes situaciones:

1. El Salvador tiene una extensión territorial de a km^2 y el 74% de ello es superficie agrícola, ¿cuántos km^2 de superficie agrícola hay en el país?

2. Una camisa que vale b dólares tiene un descuento del 15%, ¿cuál es el valor de la camisa con el descuento?

3. Una persona compró un vehículo en x dólares, después de un año el vehículo perdió el 10% de su valor, ¿cuánto cuesta el vehículo actualmente?

1.13 Traducción del lenguaje algebraico al coloquial

P

1. El precio de la entrada a un museo para un adulto es a dólares y para un menor de edad es b. ¿Qué representan las siguientes expresiones algebraicas?
   a) $a + b$ b) $4a + 2b$ c) $10 - 2a$ d) $a - b$

2. Para poder trasladarse de la casa a la universidad, Ana camina por m minutos con una velocidad de 70 m/min y luego corre por n minutos, con una velocidad de 120 m/min.
   a) ¿Qué representa la expresión algebraica $m + n$?
   b) ¿Qué representa la expresión algebraica $70m + 120n$?

S

1. a) El costo de la entrada de un adulto y un menor de edad.

   b) El costo de la entrada de 4 adultos y 2 menores de edad.

   c) El vuelto de pagar con un billete de 10 dólares la entrada de 2 adultos.

   d) La diferencia entre el precio de la entrada de un adulto con el de un menor de edad.

2. a) El tiempo que se tarda Ana en trasladarse desde su casa a la universidad.

   b) La distancia en metros entre la casa de Ana y la universidad.

C

Traducir una expresión del lenguaje algebraico al coloquial es darle una interpretación a una expresión algebraica, según un contexto.

1. El precio de la entrada para un adulto a un parque ecológico que es refugio de vida salvaje es x dólares y para un menor de edad es y dólares.

   ¿Qué representan las siguientes expresiones algebraicas?

   a) $x + y$ b) $4x + 5y$ c) $20 - 2x$ d) $x - y$

2. Miguel y Mario participaron en una carrera de relevos. Si Miguel corrió a minutos a una velocidad de 200 m/min y Mario corrió b minutos a una velocidad de 215 m/min.

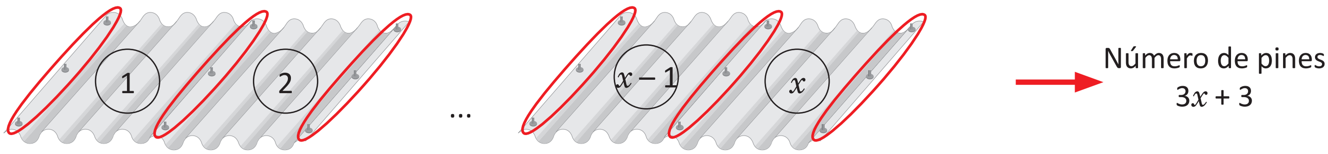
   ¿Qué representan las siguientes expresiones algebraicas?

   a) $a + b$ b) $200a$ c) $200a + 215b$

1.14 Valor numérico de una expresión algebraica, parte 1

P

Para determinar el número de pines que se utilizan para colocar x láminas, se usa la expresión algebraica $3x + 3$.



Cuántos pines se necesitan para poner:

a) 6 láminas b) 15 láminas c) 20 láminas

S

a) Número de pines

$3x + 3$ ← Sustituye x por 6

$3 \times 6 + 3 = 18 + 3 = 21$

Valor sustituido

Valor numérico de la expresión algebraica

Número de láminas	Número de pines
6	$3 \times 6 + 3 = 21$
15	$3 \times 15 + 3 = 48$
20	$3 \times 20 + 3 = 63$

R. a) 21 pines, b) 48 pines y c) 63 pines

C

Al sustituir un número en una variable, el resultado obtenido después de realizar las operaciones indicadas en la expresión se conoce como **valor numérico de la expresión**. Por ejemplo, para calcular el valor numérico de la expresión $3x + 3$ cuando $x = 6$ se hace de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} 3x + 3 &= 3 \times x + 3 \\ &= 3 \times 6 + 3 \\ &= 18 + 3 \\ &= 21 \end{aligned}$$

1. En la situación de la compra de las calculadoras (clase 3 de esta unidad), cuál es el costo de la compra cuando:
   a) $a = 5$ b) $a = 8$ c) $a = 13$ d) $a = 20$

2. Si se tiene la expresión algebraica $x - 18$, encuentra el valor numérico de la expresión en los siguientes casos:
   a) $x = 20$ b) $x = 8$ c) $x = 4$ d) $x = 0$

3. Con la expresión algebraica $9 - 4t$, encuentra el valor numérico de la expresión cuando:
   a) $t = 1$ b) $t = 2$ c) $t = 3$ d) $t = 4$

4. Si se tiene la expresión algebraica $-8 - 5n$, encuentra el valor numérico de la expresión en los siguientes casos:
   a) $n = 1$ b) $n = 2$ c) $n = 3$ d) $n = 4$

1.15 Valor numérico de una expresión algebraica, parte 2

P

Calcula el valor numérico de $5 - 9y$, cuando $y = -4$, $y = 0$ y $y = \frac{2}{3}$.

S

Cuando $y = -4$

$$\begin{aligned} 5 - 9 \times (-4) &= 5 - (-36) \\ &= 5 + 36 \\ &= 41 \end{aligned}$$

Cuando $x = 0$

$$\begin{aligned} 5 - 9 \times 0 &= 5 - 0 \\ &= 5 \end{aligned}$$

Cuando $y = \frac{2}{3}$

$$\begin{aligned} 5 - 9 \times \frac{2}{3} &= 5 - \overset{3}{\cancel{9}} \times \frac{2}{\underset{1}{\cancel{3}}} \\ &= 5 - 3 \times \frac{2}{1} \\ &= 5 - 3 \times 2 \\ &= 5 - 6 \\ &= -1 \end{aligned}$$

C

En las expresiones algebraicas también se pueden sustituir valores negativos y fracciones.

Al sustituir un número, en una expresión algebraica, se debe escribir entre paréntesis cuando por ejemplo:

- El número sea negativo.
- El número sea una fracción y la expresión algebraica que está en forma de fracción.

Para evitar errores de cálculo se debe poner atención en los signos que anteceden a las variables y simplificar las fracciones antes de realizar las operaciones indicadas.

E

Calcula el valor numérico de las siguientes expresiones:

a) $-y$, cuando $y = -9$

b) $\frac{x}{12}$, cuando $x = 3$ y $x = \frac{1}{2}$

La expresión $-a$ se puede escribir como $-1 \times a$
$-a = -1 \times a$

Solución.

a) Si $y = -9$

$-y = -(-9) = 9$

b) Si $x = 3$

$$\begin{aligned} \frac{x}{12} &= \frac{3}{12} \\ &= \frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{4}{\cancel{12}}} \\ &= \frac{1}{4} \end{aligned}$$

Si $x = \frac{1}{2}$

$$\begin{aligned} \frac{x}{12} = \frac{\left(\frac{1}{2}\right)}{12} &= \frac{1}{2} \div 12 \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{1}{12} \\ &= \frac{1}{24} \end{aligned}$$

Una fracción cuyo numerador o denominador es otra fracción se le llama fracción compleja y se puede representar de cualquiera de las siguientes formas:

$\frac{\left(\frac{1}{2}\right)}{12}$ o $\frac{\frac{1}{2}}{12}$

1. En la expresión algebraica $5 - 6x$, encuentra el valor numérico de la expresión en los siguientes casos:
   a) $x = -3$ b) $x = \frac{2}{3}$ c) $x = -\frac{1}{12}$ d) $x = \frac{1}{5}$

2. Para la expresión algebraica $-a$, encuentra el valor numérico de la expresión en los siguientes casos:
   a) $a = -5$ b) $a = 0$ c) $a = \frac{7}{8}$ d) $x = \frac{1}{2}$

3. Si se tiene la expresión algebraica $\frac{x}{10}$, encuentra el valor numérico de la expresión en los siguientes casos:
   a) $x = -2$ b) $x = 0$ c) $x = -\frac{1}{2}$ d) $x = \frac{2}{3}$

1.16 Valor numérico de una expresión algebraica, parte 3

P

Encuentra el valor numérico de las siguientes expresiones:

a) $\frac{12}{x}$ cuando $x = \frac{1}{2}$ y $x = -3$

b) y^2, cuando $y = 4$ y $y = -\frac{1}{2}$

S

a) Para $x = \frac{1}{2}$

$$\frac{12}{x} = \frac{12}{\left(\frac{1}{2}\right)} = 12 \div \frac{1}{2}$$
$$= 12 \times \frac{2}{1}$$
$$= 24$$

Para $x = -3$

$$\frac{12}{x} = \frac{12}{(-3)} = 12 \div (-3)$$
$$= -4$$

b) Para $y = 4$

$$y^2 = 4^2 = 4 \times 4$$
$$= 16$$

Para $y = -\frac{1}{2}$

$$y^2 = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \left(-\frac{1}{2}\right) \times \left(-\frac{1}{2}\right)$$
$$= \frac{1}{4}$$

C

Se puede calcular el valor numérico de una expresión algebraica que tiene a la variable en el denominador de una fracción, sabiendo que una fracción es un cociente indicado.
Por ejemplo:

$$\frac{2}{x} = 2 \div x$$

Se puede calcular el valor numérico de una expresión algebraica con potencia, sabiendo que el exponente determina el número de veces que aparece como factor la base en la multiplicación.
Por ejemplo:

$$x^3 = x \times x \times x.$$

E

Encuentra el valor numérico de las siguientes expresiones:
a) $-a^2$ cuando $a = -2$ b) $(-a)^2$, cuando $a = -2$

Solución.

a) Si $a = -2$

$$-a^2 = -(-2)^2 = -[(-2) \times (-2)]$$
$$= -4$$

b) Si $a = -2$

$$(-a)^2 = [-(-2)]^2 = [-(-2)] \times [-(-2)]$$
$$= 2 \times 2$$
$$= 4$$

Se observa que al sustituir un mismo número en las expresiones algebraicas $-a^2$ y $(-a)^2$ se obtienen números opuestos. El único caso en el que se cumple que $-a^2$ y $(-a)^2$ generan el mismo número es cuando $a = 0$.

Encuentra el valor numérico de las siguientes expresiones:

a) $\frac{10}{x}$, cuando $x = \frac{1}{2}$ y $x = -5$

b) a^2, cuando $a = 3$ y $a = -3$

c) m^2, cuando $m = \frac{1}{2}$ y $m = -\frac{2}{3}$

d) $-\frac{5}{y}$, cuando $y = 10$ y $y = -7$

e) $-r^2$, cuando $r = -5$

f) $(-t)^2$, cuando $t = -5$

1.17 Valor numérico de una expresión algebraica, parte 4

P

Un entrenador de fútbol comprará a balones y b botellas de bebida rehidratante. Si la expresión algebraica $15a + 2b$ representa el costo total de la compra, ¿cuál sería el costo si comprara 5 balones y 11 botellas?

S

Sustituyendo $a = 5$ y = $b = 11$ se tiene que

$$\begin{aligned} 15 \times 5 + 2 \times 11 &= 75 + 22 \\ &= 97 \end{aligned}$$

R. 97 (dólares)

C

Para calcular el valor de una expresión, en ocasiones es necesario sustituir más de un valor. El número de valores que se sustituyen depende del número de variables en la expresión algebraica.

E

Encuentra el valor numérico de las siguientes expresiones:

a) $-m - n$, cuando $m = -4$ y $n = \frac{2}{3}$

b) $-3x - 4y$, cuando $x = \frac{5}{6}$ y $y = -2$

Solución.

a) $$\begin{aligned} -m - n &= -(-4) - \frac{2}{3} \\ &= 4 - \frac{2}{3} \\ &= \frac{12}{3} - \frac{2}{3} \\ &= \frac{10}{3} \end{aligned}$$

b) $$\begin{aligned} -3x - 4y &= -3 \times \frac{5}{6} - 4 \times (-2) \\ &= -\frac{5}{2} - (-8) \\ &= -\frac{5}{2} + 8 \\ &= -\frac{5}{2} + \frac{16}{2} \\ &= \frac{11}{2} \end{aligned}$$

1. Se tiene la expresión algebraica $x + y$, encuentra el valor numérico de la expresión, cuando:

a) $x = 2$ y $y = 3$ b) $x = -4$ y $y = -5$ c) $x = 7$ y $y = -2$

d) $x = -3$ y $y = 9$ e) $x = \frac{5}{7}$ y $y = -\frac{3}{7}$ f) $x = -\frac{1}{2}$ y $y = \frac{1}{4}$

2. Se tiene la expresión algebraica $-x - y$, encuentra el valor numérico de la expresión, cuando:

a) $x = 2$ y $y = 3$ b) $x = -4$ y $y = -5$ c) $x = 7$ y $y = -2$

d) $x = -3$ y $y = 9$ e) $x = \frac{5}{7}$ y $y = -\frac{3}{7}$ f) $x = -\frac{1}{2}$ y $y = \frac{1}{4}$

3. Se tiene la expresión algebraica $5a - 10b$, encuentra el valor numérico de la expresión, cuando:

a) $a = 3$ y $b = 2$ b) $a = -3$ y $b = -2$ c) $a = -3$ y $b = 2$ d) $a = \frac{3}{20}$ y $b = -\frac{7}{20}$

1.18 Practica lo aprendido

1. Escribe la siguiente expresión algebraica omitiendo los signos (×) y (÷).

a) $-4 \div (x - y) - y \times y \times y$

b) $m \times m \times 4 - n \times (-1) \times n$

c) $y \times y \times 3 - (r + t) \div (-1)$

d) $p \times p \times \text{p} - p \times (1) \times p$

2. Traduce al lenguaje algebraico la siguiente expresión en lenguaje coloquial:
El vuelto de comprar con un billete de 20 dólares, a lápices y b borradores si cada lápiz vale un dólar y cada borrador vale dos dólares.

3. Para trasladarse de la casa a la escuela, Mario camina por x minutos con una velocidad de 60 m/min y luego corre por y minutos, con una velocidad de 130 m/min.
a) ¿Cuál es el tiempo total del recorrido?
b) ¿Cuál es la distancia total recorrida?

4. Ana compró una cartera cuyo precio original es x dólares con el 10% de descuento y un perfume con precio original de y dólares con un descuento del 15%, ¿cuánto gastó en total Ana?

5. Si un atleta de olimpiadas especiales corrió por x minutos a una velocidad de 150 m/min en una calle cuesta arriba y luego de subirla corrió hacia abajo durante y minutos a una velocidad de 175 m/min.
a) ¿Qué representa la expresión algebraica $x + y$?
b) ¿Qué representa la expresión algebraica $150x$?
c) ¿Qué representa la expresión algebraica $150x + 175y$?

6. Si se tiene la expresión algebraica $-5 + a$, encuentra el valor de la expresión en los siguientes casos:
a) $a = 1$ b) $a = 7$ c) $a = -3$ d) $a = -4$

7. Si se tiene la expresión algebraica $12 - 2x$, encuentra el valor de la expresión en los siguientes casos:
a) $x = 1$ b) $x = 8$ c) $x = -4$ d) $x = -6$

8. Determina el valor de las siguientes expresiones algebraicas cuando el valor numérico es $y = -48$.
a) $\frac{y}{6}$ b) $-\frac{y}{6}$ c) $-\frac{y}{12}$ d) $\frac{y}{12}$

9. Si se tiene la expresión algebraica $-x^2$, encuentra el valor de la expresión cuando:
a) $x = 3$ b) $x = -3$ c) $x = \frac{3}{5}$ d) $x = -\frac{2}{3}$

10. Si se tiene la expresión algebraica $-4x + 5y$, encuentra el valor numérico, cuando:
a) $x = 3$ y $y = 2$ b) $x = -3$ y $y = -2$ c) $x = -3$ y $y = 2$ d) $x = \frac{3}{16}$ y $y = -\frac{3}{20}$

Unidad 4

2.1 Términos y coeficientes de una expresión algebraica

La expresión $3a - 7$ se puede escribir como una suma:

$$3a - 7 = 3a + (-7)$$

Escribe las siguientes expresiones como una suma:

a) $a - 5$ b) $a - 5b - 2$

a) $a + (-5)$ b) $a + (-5b) + (-2)$

La expresión algebraica $3a + (-7)$ representa la suma de $3a$ y -7. A cada parte de esta expresión algebraica que se conecta con el signo (+), se le llama **término** de la expresión algebraica, $3a$ se representa en forma de producto como $3 \times a$. En este caso, al 3 se le llama **coeficiente** de a.

Para $a + (-5)$ y $a + (-5b) + (-2)$ se tiene que

a) $\underbrace{\overset{\text{Coeficiente}}{1}\,a}_{\text{Término}} + \underbrace{(-5)}_{\text{Término}}$

b) $a - 5b - 2 = \underbrace{\overset{\text{Coeficiente}}{1}\,a}_{\text{Término}} + \underbrace{(\overset{\text{Coeficiente}}{-5}\,b)}_{\text{Término}} + \underbrace{(-2)}_{\text{Término}}$

En las siguientes expresiones algebraicas, escribe todos los términos y los coeficientes de los términos que incluyen variable.

a) $2y - 3$ b) $m - 3n - 9$ c) $-\frac{x}{5} - m$

Solución.

Términos:

a) $2y - 3 = 2y + (-3)$
Términos: $2y$, -3.

b) $m - 3n - 9 = m + (-3n) + (-9)$
Términos: m, $-3n$, -9.

c) $-\frac{x}{5} - m = -\frac{x}{5} + (-m)$
Términos son: $-\frac{x}{5}$, $-m$.

Coeficientes:

a) Como $2y = 2 \times y$
El coeficiente de y es 2.

b) $m = 1 \times m$
El coeficiente de m es 1.

$-3n = -3 \times n$
El coeficiente de n es -3.

c) $-\frac{x}{5} = -\frac{1}{5} \times x$
El coeficiente de x es $-\frac{1}{5}$.

$-m = -1 \times m$
El coeficiente de m es -1.

Escribe todos los términos de cada expresión algebraica y coeficientes de los términos que incluyen variables:

a) $4x + 5$ b) $2x + 3y$ c) $5x - 7$ d) $-a + 3b - 5$

e) $-4x - 5$ f) $\frac{3}{4}x - \frac{2}{5}y - 1$ g) $\frac{x}{6} - \frac{y}{7}$ h) $-m - n - 7$

2.2 Multiplicación de una expresión algebraica de un término por un número

P

Efectúa las siguientes multiplicaciones:

a) $2x \times 3$ b) $3y \times (-4)$ c) $\frac{3}{5}m \times (-2)$

S

a) $2x \times 3 = 2 \times x \times 3$
$= 2 \times 3 \times x$
$= 6 \times x$
$= 6x$

b) $3y \times (-4) = 3 \times y \times (-4)$
$= 3 \times (-4) \times y$
$= -12 \times y$
$= -12y$

c) $\frac{3}{5}m \times (-2) = \frac{3}{5} \times m \times (-2)$
$= \frac{3}{5} \times (-2) \times m$
$= -\frac{6}{5} \times m$
$= -\frac{6}{5}m$

Otra forma de escribir $-\frac{6}{5}m$ es $-\frac{6m}{5}$.

C

Para multiplicar una expresión algebraica por un número se aplica la propiedad conmutativa, y se multiplica el número por el coeficiente de la expresión algebraica.

Por ejemplo:

a) $2\,x \times 3 = 6\,x$ b) $3\,y \times (-4) = -12\,y$ c) $\frac{3}{5}m \times (-2) = -\frac{6}{5}m$

E

Efectúa la siguiente multiplicación: $-\frac{3}{5}y \times \left(-\frac{2}{21}\right)$

Solución.

$$-\frac{3}{5}y \times \left(-\frac{2}{21}\right) = \left(-\frac{3}{5}\right) \times \left(-\frac{2}{21}\right)y$$
$$= \left(-\frac{\cancel{3}^{1}}{\cancel{5}_{1}}\right) \times \left(-\frac{2}{\cancel{21}_{7}}\right)y$$
$$= \left(-\frac{1}{5}\right) \times \left(-\frac{2}{7}\right)y$$
$$= \frac{2}{35}y$$

Efectúa las siguientes multiplicaciones de una expresión algebraica por un número.

a) $2x \times 7$ b) $5x \times (-4)$ c) $2x \times (-3)$ d) $-y \times (-5)$

e) $-2x \times (-11)$ f) $3x \times 5$ g) $7x \times \left(-\frac{3}{7}\right)$ h) $-\frac{2}{5}x \times \frac{3}{8}$

2.3 División de una expresión algebraica de un término por un número

P

Efectúa las siguientes divisiones:

a) $27x \div 3$ b) $-35x \div 5$ c) $8x \div (-4)$ d) $-5x \div \frac{10}{13}$

S

a) $27x \div 3 = 27x \times \frac{1}{3}$

$= \cancelto{9}{27} \times \frac{1}{\cancelto{1}{3}} \times x$

$= 9 \times 1 \times x$

$= 9x$

b) $-35x \div 5 = -35x \times \frac{1}{5}$

$= -35 \times x \times \frac{1}{5}$

$= -\cancelto{7}{35} \times \frac{1}{\cancelto{1}{5}} \times x$

$= -7 \times 1 \times x$

$= -7x$

c) $8x \div (-4) = 8x \times \frac{1}{-4}$

$= 8x \times \left(-\frac{1}{4}\right)$

$= \cancelto{2}{8} \times \left(-\frac{1}{\cancelto{1}{4}}\right) \times x$

$= 2 \times (-1) \times x$

$= -2x$

d) $-5x \div \frac{10}{13} = -5x \times \frac{13}{10}$

$= (-\cancelto{1}{5}) \times \frac{13}{\cancelto{2}{10}} \times x$

$= (-1) \times \frac{13}{2} \times x$

$= -\frac{13}{2}x$

C

Para dividir una expresión algebraica entre un número se convierte la división en multiplicación, tal como se aprendió anteriormente; luego se aplica la propiedad conmutativa para multiplicar el coeficiente de la expresión algebraica por el multiplicador.
Por ejemplo:

$$27x \div 3 = 27x \times \frac{1}{3}$$
$$= \cancelto{9}{27} \times \frac{1}{\cancelto{1}{3}} \times x$$
$$= 9 \times 1 \times x$$
$$= 9x$$

Opcionalmente se puede hacer el siguiente proceso:

$$27x \div 3 = \frac{27x}{3}$$
$$= \frac{\cancelto{9}{27}x}{\cancelto{1}{3}}$$
$$= 9x$$

Efectúa las siguientes divisiones de una expresión algebraica por un número.

a) $18x \div 3$ b) $-21x \div 7$ c) $-16x \div (-4)$ d) $5x \div (-5)$

e) $4x \div \frac{4}{5}$ f) $-5x \div \frac{5}{11}$ g) $-2a \div \left(-\frac{8}{3}\right)$ h) $3x \div \left(-\frac{12}{7}\right)$

2.4 Multiplicación de una expresión algebraica con dos términos por un número

P

Efectúa las siguientes multiplicaciones:

a) $4(2x + 5)$ b) $3(2x - 5)$ c) $(4x - 3) \times (-2)$ d) $-(6x - 2)$

S

a) $$\begin{aligned} 4(2x + 5) &= 4 \times (2x + 5) \\ &= 4 \times 2x + 4 \times 5 \\ &= 8x + 20 \end{aligned}$$

b) $$\begin{aligned} 3(2x - 5) &= 3[2x + (-5)] \\ &= 3 \times [2x + (-5)] \\ &= 3 \times 2x + 3 \times (-5) \\ &= 6x - 15 \end{aligned}$$

c) $$\begin{aligned} (4x - 3) \times (-2) &= [4x + (-3)] \times (-2) \\ &= 4x \times (-2) + (-3) \times (-2) \\ &= 4 \times (-2) \times x + (-3) \times (-2) \\ &= -8x + 6 \end{aligned}$$

d) $$\begin{aligned} -(6x - 2) &= (-1) \times (6x - 2) \\ &= (-1) \times [6x + (-2)] \\ &= (-1) \times 6x + (-1) \times (-2) \\ &= -6x + 2 \end{aligned}$$

Para b) se puede realizar un proceso opcional, como el siguiente:

$$\begin{aligned} 3(2x - 5) &= 3 \times (2x - 5) \\ &= 3 \times 2x - 3 \times 5 \\ &= 6x - 15 \end{aligned}$$

De la misma manera se pueden realizar las operaciones con los productos de los otros literales.

C

Para multiplicar una expresión algebraica de más de dos términos por un número, se aplica la propiedad distributiva.

$$a(x + y) = ax + ay \quad \text{o} \quad (x + y) \times a = ax + ay$$

E

Efectúa la siguiente multiplicación: $\frac{2}{3}(6y - 9)$

Solución.

$$\begin{aligned} \frac{2}{3}(6y - 9) &= \frac{2}{\cancel{3}_1} \times \cancel{6}_2 y + \frac{2}{\cancel{3}_1} \times (-\cancel{9}_3) \\ &= 2 \times 2y + 2 \times (-3) \\ &= 4y - 6 \end{aligned}$$

Efectúa las siguientes multiplicaciones:

a) $5(3x + 2)$ b) $4(3x - 2)$ c) $(2x + 6) \times (-2)$

d) $-(2x + 3)$ e) $\frac{3}{4}(16x - 12)$ f) $-\frac{3}{4}(8x - 16)$

2.5 División de una expresión algebraica con dos términos entre un número

P

Efectúa las siguientes divisiones:

a) $(8x + 12) \div 4$

b) $(4x - 6) \div (-2)$

Recuerda que el recíproco de $\frac{a}{b}$ es así $\frac{b}{a}$, el recíproco de $\frac{2}{3}$ es $\frac{3}{2}$.
También el recíproco de c es $\frac{1}{c}$ y de $\frac{1}{c}$ es c.

S

a)
$$\begin{aligned}(8x + 12) \div 4 &= (8x + 12) \times \frac{1}{4}\\ &= 8x \times \frac{1}{4} + 12 \times \frac{1}{4}\\ &= \overset{2}{\cancel{8}} \times \frac{1}{\underset{1}{\cancel{4}}} \times x + \overset{3}{\cancel{12}} \times \frac{1}{\underset{1}{\cancel{4}}}\\ &= 2 \times 1 \times x + 3 \times 1\\ &= 2x + 3\end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned}(4x - 6) \div (-2) &= (4x - 6) \times \left(-\frac{1}{2}\right)\\ &= 4 \times \left(-\frac{1}{2}\right) \times x + (-6) \times \left(-\frac{1}{2}\right)\\ &= \overset{2}{\cancel{4}} \times \left(-\frac{1}{\underset{1}{\cancel{2}}}\right) \times x + (\overset{3}{\cancel{-6}}) \times \left(-\frac{1}{\underset{1}{\cancel{2}}}\right)\\ &= 2 \times (-1) \times x + (-3) \times (-1)\\ &= -2x + 3\end{aligned}$$

C

Para dividir una expresión algebraica de dos o más términos por un número, se convierte en la multiplicación de la expresión algebraica por el recíproco del divisor, como en el ejemplo 1 u opcionalmente se puede realizar de la forma que se presenta en 2.

1.
$$\begin{aligned}(8x + 12) \div 4 &= (8x + 12) \times \frac{1}{4}\\ &= 8x \times \frac{1}{4} + 12 \times \frac{1}{4}\\ &= \overset{2}{\cancel{8}} \times \frac{1}{\underset{1}{\cancel{4}}} \times x + \overset{3}{\cancel{12}} \times \frac{1}{\underset{1}{\cancel{4}}}\\ &= 2 \times 1 \times x + 3 \times 1\\ &= 2x + 3\end{aligned}$$

2.
$$\begin{aligned}(8x + 12) \div 4 &= \frac{8x + 12}{4}\\ &= \frac{\overset{2}{\cancel{8x}}}{\underset{1}{\cancel{4}}} + \frac{\overset{3}{\cancel{12}}}{\underset{1}{\cancel{4}}}\\ &= \frac{2x}{1} + \frac{3}{1}\\ &= 2x + 3\end{aligned}$$

E

Efectúa la siguiente división: $(-9x - 6) \div \left(-\frac{3}{7}\right)$

Solución.

$$\begin{aligned}(-9x - 6) \div \left(-\frac{3}{7}\right) &= (-9x - 6) \times \left(-\frac{7}{3}\right)\\ &= 3x \times 7 + 2 \times 7\\ &= 21x + 14\end{aligned}$$

Efectúa las siguientes divisiones:

a) $(2x + 4) \div 2$

b) $(6x - 9) \div 3$

c) $(-15x + 10) \div 5$

d) $(-28x - 14) \div 7$

e) $(2x + 4) \div (-2)$

f) $(6x - 9) \div (-3)$

g) $(-15x + 10) \div (-5)$

h) $(-28x - 14) \div (-7)$

i) $(3y + 18) \div \frac{3}{4}$

j) $(4y - 8) \div \frac{4}{7}$

k) $(-15x + 10) \div \left(-\frac{5}{6}\right)$

l) $(3y + 18) \div \left(-\frac{6}{7}\right)$

2.6 Multiplicación de una expresión de dos términos por un número

P

Efectúa las siguientes multiplicaciones:

a) $\frac{4x+2}{3} \times 6$

b) $\frac{x+2}{3} \times (-18)$

S

a) $\frac{4x+2}{3} \times 6 = \frac{4x+2}{\cancel{3}_{1}} \times \cancel{6}^{2}$

$= \frac{4x+2}{1} \times 2$

$= (4x+2) \times 2$

$= 8x + 4$

b) $\frac{x+2}{3} \times (-18) = \frac{x+2}{\cancel{3}_{1}} \times (-\cancel{18}^{6})$

$= \frac{x+2}{1} \times (-6)$

$= (x+2) \times (-6)$

$= -6x - 12$

C

Cuando se opera con expresiones algebraicas en fracciones, se simplifica el denominador siempre que sea posible y luego se realiza la multiplicación.

Por ejemplo:

$$\frac{4x+2}{3} \times 6 = \frac{4x+2}{\cancel{3}_{1}} \times \cancel{6}^{2}$$

$$= \frac{4x+2}{1} \times 2$$

$$= (4x+2) \times 2$$

$$= 8x + 4$$

Efectúa las siguientes multiplicaciones:

a) $\frac{3x+1}{4} \times 8$

b) $\frac{2x+2}{3} \times 15$

c) $\frac{2x-4}{3} \times 9$

d) $\frac{3x-5}{2} \times 10$

e) $8 \times \frac{5x+3}{4}$

f) $16 \times \frac{2x+3}{4}$

g) $15 \times \frac{3x-2}{5}$

h) $\frac{2x-1}{4} \times (-12)$

i) $\frac{2x+1}{2} \times (-4)$

j) $\frac{4x-2}{3} \times (-9)$

k) $-25 \times \frac{2x-3}{5}$

l) $-18 \times \frac{2x+4}{9}$

Unidad 4

2.7 Reducción de expresiones algebraicas

P

En una venta de frutas, una sandía cuesta x dólares. María compra 5 y Carlos compra 3. Escribe la expresión algebraica que representa las siguientes cantidades:

a) El gasto total de María y Carlos.
b) La diferencia del gasto de María y Carlos.

S

a) El gasto total de María y Carlos se puede representar con la expresión algebraica $5x + 3x$, pero una expresión algebraica reducida para la representación es $8x$, es decir entre los dos compraron 8 sandías. También se puede aplicar la propiedad distributiva a la expresión $5x + 3x$ para determinar su forma reducida de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} 5x + 3x &= (5 + 3) \times x \\ &= 8 \times x \\ &= 8x \end{aligned}$$

b) La diferencia entre el gasto de María y Carlos se puede representar con la expresión algebraica $5x - 3x$; pero una expresión algebraica reducida para la representación de la diferencia entre las compras de ambos es $2x$, porque Ana compró 2 sandías más que Antonio. Al igual que en el literal a) también se puede aplicar la propiedad distributiva, para determinar la forma reducida de la expresión $5x - 3x$ en la siguiente forma:

$$\begin{aligned} 5x - 3x &= 5 \times x + (-3) \times x \\ &= [5 + (-3)] \times x \\ &= (5 - 3) \times x \\ &= 2 \times x \\ &= 2x \end{aligned}$$

C

Para determinar la expresión algebraica reducida de una expresión algebraica dada, se aplica la propiedad distributiva.

a) $5x + 3x = (5 + 3)\,x$
$= 8x$

b) $5x - 3x = (5 - 3)\,x$
$= 2x$

Reduce las siguientes expresiones algebraicas:

a) $4a + 2a$

b) $y + y$

c) $3x - 8x$

d) $-5x + 2x$

e) $-3x + 7x$

f) $-2x - x$

g) $-x - x$

h) $x - x$

i) $-2.6y - 1.3y$

j) $-0.2y + 0.1y$

k) $-\frac{1}{5}y + \frac{2}{5}y$

l) $\frac{3}{7}y - \frac{1}{7}y$

2.8 Reducción de términos semejantes

P

Reduce las siguientes expresiones algebraicas:

a) $6x - 5 - 4x + 1$

b) $-x + 7 - x - 6$

S

a) $6x - 5 - 4x + 1 = 6x - 4x - 5 + 1$
$= (6 - 4)x - 5 + 1$
$= 2x - 4$

b) $-x + 7 - x - 6 = -x - x + 7 - 6$
$= (-1 - 1)x + 7 - 6$
$= -2x + 1$

C

Las expresiones algebraicas se pueden reducir, según el tipo de términos:

- Entre los términos que tienen la misma variable.
- Entre los términos numéricos (que no tienen variable).

Por ejemplo:

a) $6x - 5 - 4x + 1 = 6x - 4x - 5 + 1$
$= (6 - 4)x - 5 + 1$
$= 2x - 4$

b) $-x + 7 - x - 6 = -x - x + 7 - 6$
$= (-1 - 1)x + 7 - 6$
$= -2x + 1$

A los términos que tienen la parte de las variables igual se les llama **términos semejantes**. Por ejemplo en la expresión $6x + 5 - 4x + 1$, los términos $6x$ y $-4x$ son semejantes.

Reduce términos semejantes en las siguientes expresiones algebraicas:

a) $4x + 3 + 3x + 2$

b) $6x - 4 - 4x - 1$

c) $2y + 5 - y - 1$

d) $-y + 1 - y - 4$

e) $-4x + 3 + 3x - 3$

f) $2x + 3 - x - 3$

g) $-m + 6 - m - 6$

h) $2y - 4 - 2y - 1$

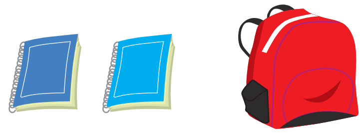
i) $x + 4 - x + 2$

2.9 Suma de expresiones algebraicas

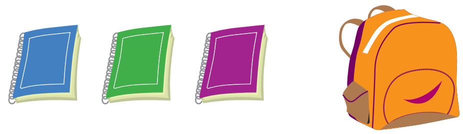
P

José y Julia van a comprar cuadernos y mochila, considerando que

José compra:
2 cuadernos de a dólares,
1 mochila de 10 dólares.



Julia compra:
3 cuadernos de a dólares,
1 mochila de 15 dólares.



Escribe una expresión algebraica que represente el gasto de

a) José b) Julia c) Ambos

S

a) $2a + 10$ b) $3a + 15$

c) $2a + 3a + 10 + 15$, también se puede obtener una expresión algebraica reducida, considerando el gasto en los 5 cuadernos y las 2 mochilas de la siguiente forma $5a + 25$. Para sumar dos expresiones algebraicas se puede utilizar la propiedad conmutativa de la suma y luego la reducción de términos semejantes.

C

Para sumar dos expresiones algebraicas por ejemplo $2a + 10$ y $3a + 15$ se tiene que

1. Escribir la primera expresión. $2a + 10$
2. Escribir el signo (+) de la suma. $2a + 10 +$
3. Escribir la segunda expresión, si esta tiene signo negativo o más de un término, escribirla entre paréntesis. $2a + 10 + (3a + 15)$
4. Suprimir los paréntesis. $2a + 10 + 3a + 15$
5. Reducir términos semejantes. $5a + 25$

E

Suma las siguientes expresiones algebraicas:

a) $4x$ con $6x - 1$ b) $-3x + 7$ con $4x + 5$

Solución.

a) $4x + (6x - 1) = 4x + 6x - 1$
$= 10x - 1$

b) $-3x + 7 + (4x + 5) = -3x + 7 + 4x + 5$
$= -3x + 4x + 7 + 5$
$= x + 12$

Suma las siguientes expresiones algebraicas:

a) $2x$ con $3x - 4$ b) $-5x$ con $4x + 2$ c) $3x - 4$ con $5x + 2$ d) $2x + 5$ con $5x - 4$

e) $4x - 5$ con $4x - 7$ f) $-7y + 8$ con $4y + 5$ g) $-2x + 6$ con $x - 3$ h) $2y - 4$ con $-4y + 6$

2.10 Resta de dos expresiones algebraicas

P

Realiza las siguientes restas:

a) De $3x + 1$ restar $2x - 3$

b) De $7x - 3$ restar $-6x + 1$

S

a) $3x + 1 - (2x - 3) = 3x + 1 + (-2x + 3)$
$= 3x + 1 - 2x + 3$
$= 3x - 2x + 1 + 3$
$= x + 4$

b) $7x - 3 - (-6x + 1) = 7x + 3 + (+ 6x - 1)$
$= 7x + 3 + 6x - 1$
$= 7x + 6x + 3 - 1$
$= 13x + 2$

Restar un número positivo o negativo es equivalente a sumar el opuesto del número.

En una resta después de la palabra "De" está el minuendo y después de la palabra "restar" aparece el sustraendo.

C

Los pasos para realizar una resta de dos expresiones algebraicas son:

1. Escribir el minuendo. $3x + 1$
2. Escribir el signo (–) de la resta. $3x + 1 -$
3. Escribir el sustraendo, si este tiene signo negativo o más de un término, escribirlo entre paréntesis.
$3x + 1 - (2x - 3)$
4. Convertir la resta en suma cambiando los signos de los términos del sustraendo.
5. Suprimir los paréntesis. $3x + 1 + (-2x + 3)$
6. Reducir términos semejantes. $3x + 1 - 2x + 3$
$3x - 2x + 1 + 3 = x + 4$

Resta las siguientes expresiones algebraicas:

a) De $3x + 7$ restar $9x + 2$

b) De $5x - 4$ restar $3x + 4$

c) De $5m - 7$ restar $3m - 2$

d) De $-y - 5$ restar $2y + 5$

e) De $6p - 2$ restar $-4p + 4$

f) De $-7q + 5$ restar $- 9q - 8$

2.11 Operaciones combinadas

P

Realiza las siguientes operaciones combinadas:

a) $-2(-x + 4) + 5(-2x + 3)$

b) $3(4x + 2) - 4(2x - 7)$

S

a) $-2(-x + 4) + 5(-2x + 3) = 2x - 8 + (-10x + 15)$
$= 2x - 8 - 10x + 15$
$= 2x - 10x + 15 - 8$
$= -8x + 7$

Propiedad distributiva
$-2(-x + 4) = -2 \times (-x) + (-2) \times 4$
$= 2x - 8$

b) $3(4x + 2) - 4(2x - 7) = 12x + 6 - (8x - 28)$
$= 12x + 6 + (-8x + 28)$
$= 12x + 6 - 8x + 28$
$= 12x - 8x + 6 + 28$
$= 4x + 34$

Propiedad distributiva
$4(2x - 7) = 4 \times 2x + 4 \times (-7)$
$= 8x - 28$

C

Pasos para realizar el cálculo de operaciones combinadas:

1. Suprimir los paréntesis aplicando la propiedad distributiva.
2. Ordenar los términos según la variable (aplicando la propiedad conmutativa).
3. Reducir términos semejantes.

En la realización de operaciones combinadas como la anterior, se debe tener un especial cuidado con los signos, cuando se aplique la propiedad distributiva.

Realiza las siguientes operaciones combinadas:

a) $6(x - 3) + 3(2x + 7)$

b) $9(x + 2) + 6(x - 3)$

c) $(y - 2) - 4(y - 1)$

d) $-6(-x + 1) - 8(-x - 3)$

e) $-5(3a - 2) + 5(-a - 2)$

f) $2(-8x - 5) + 5(-3x + 4)$

g) $2(3x - 1) - 3(2x - 3)$

h) $2(-2x - 3) - (-4x - 5)$

i) $-(-4x - 2) + (-4x - 2)$

j) $\frac{1}{3}(3y - 6) - 4(y + 1)$

k) $-\frac{1}{4}(4a - 12) + \frac{5}{6}(-3a + 2)$

l) $-\frac{1}{4}(4a - 12) + \frac{5}{12}(2a - 6)$

2.12 Practica lo aprendido

1. Efectúa las siguientes multiplicaciones:

a) $2(3y + 1)$ b) $7(-2y + 8)$ c) $2(12x - 18)$

d) $5(-2y - 4)$ e) $-\frac{2}{7}(14x - 21)$ f) $\frac{7}{2}\left(\frac{6}{49}y - \frac{1}{7}\right)$

2. Efectúa las siguientes divisiones:

a) $(-16x + 8) \div 4$ b) $(-6x - 2) \div (-2)$ c) $(9y - 6) \div 3$

d) $(15y - 10) \div \frac{5}{7}$ e) $(-6x + 9) \div \left(-\frac{3}{7}\right)$ f) $(-11x - 22) \div \left(-\frac{11}{13}\right)$

3. Efectúa las siguientes multiplicaciones:

a) $4 \times \frac{x+2}{2}$ b) $12 \times \frac{-2x+3}{4}$ c) $\frac{3x-4}{5} \times 20$

d) $-6 \times \frac{x-2}{3}$ e) $\frac{-4x-5}{2} \times 10$ f) $\frac{3x-2}{2} \times (-10)$

4. Reduce las siguientes expresiones algebraicas que tienen términos semejantes:

a) $-5a - 3a$ b) $-4x - 2x$ c) $\frac{5}{7}y - \frac{3}{7}y$

d) $-3.5y - 2.5y$ e) $-0.6y + 0.2y$ f) $-\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}x$

5. Reduce las siguientes expresiones algebraicas:

a) $-4y + 2 - y - 10$ b) $-10x + 8 + 4x - 8$ c) $7y - 8 - 7y - 4$

d) $-10x + 7 + 11x - 7$ e) $-x + 3 + x - 3$

6. Suma las siguientes expresiones algebraicas:

a) $4x + 11$ con $-3x - 6$ b) $-10y + 3$ con $5y - 3$ c) $6x - 10$ con $-6x + 13$

7. Resta las dos expresiones algebraicas:

a) De $-4x + 9$ restar $-5x - 9$ b) De $-m + 2$ restar $-m + 7$ c) De $3x + 4$ restar $-x + 4$

8. Realiza las siguientes operaciones combinadas:

a) $2(x - 1) - (-2x + 1)$ b) $3(2y - 4) - 2(y + 1)$ c) $3(4y - 5) - 2(3y - 5)$

d) $4(2y - 3) - 2(4y - 3)$ e) $-\frac{1}{3}(3x - 12) + \frac{7}{5}(-5x + 10)$ f) $-\frac{1}{3}(3n - 12) - \frac{7}{10}(5n - 2)$

3.1 Representación de la relación de igualdad

P

De una caja de y lapiceros se reparten 4 a cada uno de x estudiantes, sin que sobre algún lapicero de la caja. Representa con el símbolo de igualdad el número de lapiceros repartidos con el número de lapiceros de la caja.

El símbolo (=) se utiliza para representar la relación de las cantidades iguales.

S

Cantidad de lapiceros por persona: 4 (lapiceros)
Cantidad de personas: x
Total de lapiceros repartidos: $4x$ (lapiceros)

Total de lapiceros repartidos = cantidad de lapiceros de la caja

$$4x = y$$

R. $4x = y$

C

Dos expresiones algebraicas que representan al mismo valor se conectan con el símbolo (=). A la relación de dos expresiones matemáticas que representan el mismo valor se le llama **igualdad**.

En la igualdad $4x = y$:

$$\underbrace{4x}_{\text{miembro izquierdo}} = \underbrace{y}_{\text{miembro derecho}}$$

Ejemplos de igualdades:

Igualdad	**Lectura**
a) 10 = 10	10 **es igual a** 10
b) 5 + 2 = 7	5 + 2 **es igual a** 7
c) 3 + 4 = 6 + 1	3 + 4 **es igual a** 6 + 1

E

En la situación anterior, considera que sobran 3 lapiceros luego de repartir. Representa con el símbolo de igualdad el número de lapiceros repartidos y sobrantes con el número de lapiceros de la caja.

Solución.

Total de lapiceros repartidos y sobrantes: $4x + 3$ (lapiceros).
Total de lapiceros repartidos y sobrantes = cantidad de lapiceros de la caja

$$4x + 3 = y$$

R. $4x + 3 = y$

1. Escribe por cada literal una igualdad en la situación presentada.
   a) La estatura de Carmen es a cm y Ana es 4 centímetros más alta que Carmen cuya altura es b. Expresa en una relación de igualdad las estaturas de Carmen y Ana.
   b) El costo de comprar 4 libros de matemática que cuestan a dólares cada uno es de b dólares.
   c) Una planta cuesta x dólares, se paga con un billete de 20 dólares y el vuelto es y dólares.
   d) La diferencia entre el precio de una camisa de n dólares y un pantalón de m dólares es de 12 dólares (considera que la camisa es más cara que el pantalón).
   e) Al comprar cinco libras de frijol de x dólares c/u y una de café que cuesta y dólares, el costo total fue de 5 dólares.
   f) La cantidad de dinero para comprar un pantalón de a dólares más 4 dólares es la misma que la de comprar un pantalón de b dólares más 7 dólares.

2. En las siguientes igualdades escribe en tu cuaderno cuál es el miembro izquierdo y el miembro derecho.
   a) $2 \times 5 = 10$ b) $2n - 1 = 0$ c) $3 - 2x = y + 4$

3.2 Representación de la relación de desigualdad

P

Realiza lo que se te pide en cada uno de los siguientes literales:

a) Una aerolínea sugiere a sus clientes que, para evitar cargos adicionales por su equipaje, el peso de una maleta de carga debe ser 23 kg o menos. Si Marta viajará con esa aerolínea y su maleta de carga pesa y kg, representa con un símbolo de desigualdad la condición que el peso debe cumplir.

b) Julia ahorra 5 dólares semanales durante x semanas, con el dinero que logra reunir no le alcanza para comprar los lentes que necesita que valen 65 dólares. Representa con un símbolo de desigualdad la relación que hay entre la cantidad de dinero ahorrado con el precio de los lentes.

S

a) Peso de la maleta de carga: y (kg)

Peso de la maleta de carga ≤ condición de la aerolínea.

$$y \leq 23$$

R. $y \leq 23$

b) Cantidad de dinero por semana: 5 (dólares)

Cantidad de semanas: x
Total de dinero ahorrado: $5x$ (dólares)
Total de dinero ahorrado < precio de los lentes

$$5x < 65$$

R. $5x < 65$

C

Los símbolos < o > se utilizan para representar la relación de cantidades distintas. El símbolo < se lee **menor que** y > se lee **mayor que**.

Los símbolos ≤ o ≥ se utilizan para representar la relación de dos cantidades iguales o distintas. El símbolo ≤ se lee **menor o igual que** y ≥ se lee **mayor o igual que**. A las relaciones de dos expresiones matemáticas que utilizan los símbolos anteriores se les llama **desigualdades**.

En la desigualdad $5x \leq 65$:

$$\underbrace{5x}_{\text{miembro izquierdo}} \leq \underbrace{65}_{\text{miembro derecho}}$$

Ejemplos de desigualdades:

Desigualdad	**Lectura**
a) $x < 8$	x **es menor que** 8
b) $10 \leq x$	10 **es menor o igual que** x
c) $x > 4$	x **es mayor que** 4
d) $x \geq 7$	x **es mayor o igual que** 7

En ocasiones no se utilizan expresiones como “menor que”, “mayor que”, para referirse a una desigualdad, pueden utilizarse expresiones alternativas como “menos de”, “más de” entre otras.

Realiza lo que se te pide en cada uno de los siguientes literales:

a) Un supermercado da a los clientes un regalo sorpresa por una compra mayor o igual a 25 dólares. Si una persona tiene pensado gastar m dólares, representa con una desigualdad la condición que debe cumplir la cantidad de dinero que piensa gastar, para tener un regalo sorpresa.

b) En la misma situación del literal **b** del Problema inicial de esta clase, supón que el papá de Julia le regala 12 dólares, con lo que al comprar los lentes aún le sobra dinero. Representa con una desigualdad el total de dinero que tiene Julia con respecto al precio de los lentes.

Solución.

a) Cantidad de dinero: m (dólares)

Cantidad de dinero ≥ cantidad mínima de gasto

$m \geq 25$

b) Total de dinero: $5x + 12$ (dólares)

Total de dinero > precio de los lentes

$5x + 12 > 65$

1. Expresa con una desigualdad las siguientes situaciones:

a) Si cinco estudiantes tienen x chibolas cada uno, y cuando las reúnen la cantidad que tienen es **menor que** 45.

b) Dentro de una maleta de 10 kg, se echan n artículos que pesan 2 kg cada uno, luego de introducir todos los artículos el peso total de la maleta es **mayor que** 22 kg.

c) En un supermercado una bandeja de tomates de ensalada vale 2 dólares y una bandeja de papas vale 3 dólares. Si se compran a bandejas de tomates y b bandejas de papas, el costo total es menos de 40 dólares.

d) La cantidad x kwh de una persona que perdió el subsidio, porque el consumo de energía fue mayor de 200 kwh.

2. El precio de la entrada a la reserva natural del Parque El Imposible para un adulto es x dólares y para estudiante es y dólares. En la situación, ¿qué representan las siguientes desigualdades?

a) $4x + 3y \leq 25$

b) $9x + 7y \geq 43$