Unidad 5

Ecuaciones de primer grado

Las ecuaciones de primer grado han sido históricamente una herramienta muy útil para la resolución de problemas del entorno en que el ser humano se desenvuelve, por ejemplo, los egipcios utilizaban un método llamado "falsa posición" y consistía en que para resolver una ecuación como $3x + 5x = 16$, sustituían por un valor $x = 4$ (como ejemplo) y esto da como resultado $3 \times 4 + 5 \times 4 = 32$ y luego se utilizaba la regla de 3 para calcular el valor verdadero de $x = \frac{4 \times 16}{32} = 2$.

Las aplicaciones de ecuaciones en el área de matemática financiera son muy importantes.

La solución general de una ecuación de primer grado fue planteada en la antigüedad en regiones como la India, y su utilización y aplicación en áreas científicas ha sido muy importante hasta la fecha en contextos como cálculo de velocidades y distancias para la ingeniería automotriz, porcentajes y descuentos, cálculo de herencias, cálculo de honorarios o salarios, ingeniería de sistemas, entre otros, por eso se vuelve un tema fundamental, ya que se utiliza en muchos ámbitos profesionales.

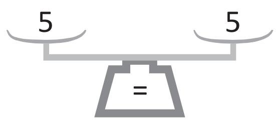
Durante la unidad se desarrollará el contenido sobre las propiedades y conceptos de las igualdades, métodos para la solución de una ecuación de primer grado con una incógnita, y sus respectivas aplicaciones en la solución de problemas del entorno, y que involucran proporciones y otros presaberes.

1.1 Igualdad de dos expresiones numéricas

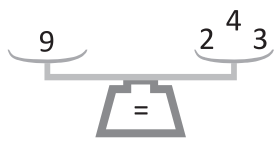
Recuerda que el signo (=) es un símbolo matemático utilizado para representar la igualdad de dos expresiones numéricas.

1. Observa las siguientes balanzas y escribe las igualdades representadas en cada una de ellas:

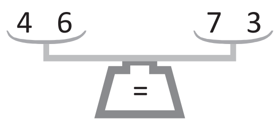
a)



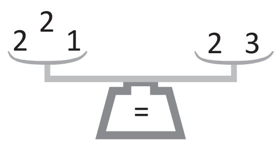
b)



c)



d)



2. Llena los espacios en blanco para que se cumpla la igualdad matemática.

a) 8 + ___ = 16
b) 5 + ___ = 13
c) 3 + ___ = 4 + 6
d) 7 – ___ = 3
e) 6 – ___ = –4
f) ___ – 5 = 5
g) 17 – ___ = 20 – 10
h) 19 – 4 = 5 + ___

3. Llena los espacios en blanco $\square$ para que se cumpla la igualdad matemática.

a) $\square = 25$
b) $\square = -5$
c) $\square - 12 = 10$
d) $25 - \square = 20$
e) $8 - \square = -10$
f) $\square - 15 = -5$
g) $10 - \square = 4 - 9$
h) $18 - 6 = \square - 12$

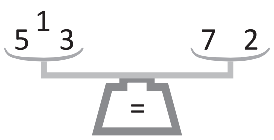
¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

1.2 Igualdad de dos expresiones algebraicas

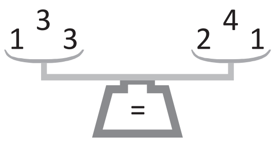
R

1. Representa la igualdad de las expresiones que están en los platillos de las siguientes balanzas:

a)



b)



2. Llena los espacios en blanco para que se cumpla la igualdad matemática.

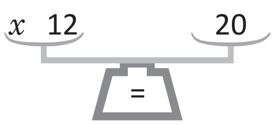
a) ___ – 1 = 26 b) 30 – ___ = 20 – 8 c) 40 – 35 = ___ – 45

C

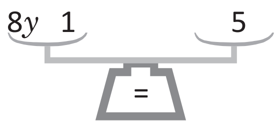
Para escribir simbólicamente que dos expresiones algebraicas representan el mismo valor, también se usa el signo (=).

Representa la igualdad matemática de las expresiones que están en las siguientes balanzas.

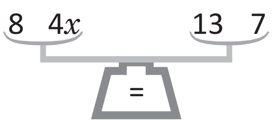
a)



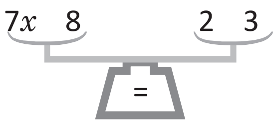
b)



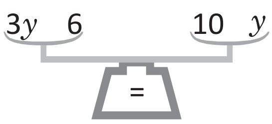
c)



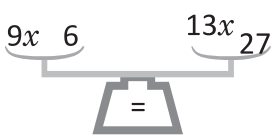
d)



e)



f)



¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

2.1 Solución de una ecuación

R

1. Llena los espacios colocando un número que mantiene la igualdad.

   a) 9 + ______ = 17 b) ______ + 2 = 7 c) 4 + 2 = 3 + ______

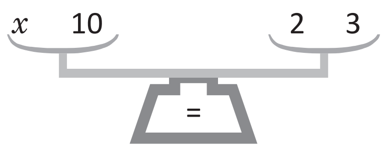
   d) 8 – ______ = 5 e) 3 – ______ = –2 f) 6 – ______ = 4 – 3

2. Llena los espacios en blanco $\boxed{}$ con un número en cada literal para que se cumpla la igualdad matemática.

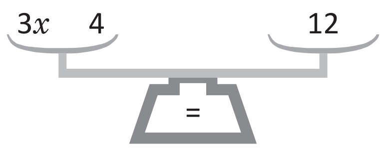
   a) $\boxed{} + 3 = 5$ b) $-4 - \boxed{} = -7$ c) $33 + 33 = 3 + \boxed{}$ d) $14 - 4 = \boxed{} + 12$

3. Representa la igualdad matemática de las expresiones que están en los platillos de las siguientes balanzas.

   a)



   b)



C

La igualdad de dos expresiones matemáticas que incluye una variable se llama **ecuación**.
En una ecuación al valor desconocido que se representa por una variable se llama **incógnita**.
El valor numérico de la incógnita que cumple con la igualdad se llama **solución de la ecuación**, y al proceso para encontrarla se le llama **resolver la ecuación**.

Ejemplo:
De: 31, 32, 33, 34, 35 y 36, encuentra la solución de la ecuación $\mathbf{5x + 300 = 470}$

Valor de x	Miembro izquierdo $5x + 300$	Resultado del miembro derecho
Si $x = 31$	$5 \times 31 + 300$	455
Si $x = 32$	$5 \times 32 + 300$	460
Si $x = 33$	$5 \times 33 + 300$	465
Si $x = 34$	$5 \times 34 + 300$	470
Si $x = 35$	$5 \times 35 + 300$	475
Si $x = 36$	$5 \times 36 + 300$	480

Cuando el valor de x es 34, el valor que se tiene en el miembro izquierdo es igual al valor del miembro derecho, por tanto, se cumple la igualdad matemática establecida en la ecuación.

1. ¿Cuál o cuáles de las siguientes ecuaciones tienen como solución el valor de 3? (Sustituye el valor en cada ecuación para dar una respuesta).

   a) $2x + 4 = 10$ b) $3x - 7 = 2$ c) $8x + 5 = 21$ d) $4x - 8 = 4$

2. ¿Cuál o cuáles de las siguientes ecuaciones tienen como solución el valor de –4? (Sustituye el valor en cada ecuación para dar una respuesta).

   a) $x - 5 = -9$ b) $2x + 3 = 5$ c) $3x + 6 = -6$ d) $5x + 20 = 2$

3. ¿Cuál o cuáles de las siguientes ecuaciones tienen como solución el valor de 0.5? (Sustituye el valor en cada ecuación para dar una respuesta).

   a) $2x - 3 = -1$ b) $x + 2.5 = 3$ c) $3x - 3.5 = -2.6$ d) $-3x + 4.5 = 3$

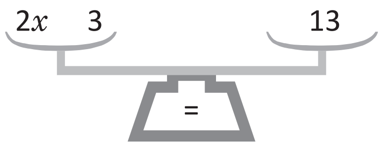
¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

2.2 Propiedades de la igualdad

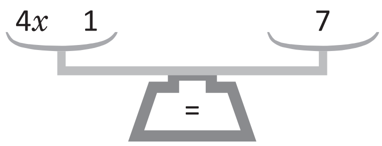
R

1. Representa la igualdad matemática de las expresiones que están en los platillos de las siguientes balanzas:

a)



b)



2. ¿Cuál o cuáles de las siguientes ecuaciones tienen como solución el valor de 7? (Sustituye el valor en cada ecuación para dar una respuesta).

a) $3x + 3 = 27$ b) $3x - 8 = 10$ c) $5x + 9 = 44$

C

Para despejar la incógnita se aplican las siguientes propiedades de las igualdades:

Una igualdad matemática se mantiene cuando:
1. En ambos miembros se suma el mismo número o expresión. Si A = B, entonces A + C = B + C.
2. En ambos miembros se resta el mismo número o expresión. Si A = B, entonces A − C = B − C.
3. En ambos miembros se multiplica el mismo número o expresión. Si A = B, entonces A × C = B × C.
4. En ambos miembros se divide por el mismo número (diferente de cero) o expresión. Si A = B, y C diferente de cero, entonces A ÷ C = B ÷ C.
5. Se intercambia el miembro izquierdo y derecho. Si A = B entonces B = A.

A las afirmaciones anteriores se les llama **propiedades de una igualdad**.

Ejemplo:
A continuación se muestran las propiedades utilizadas en la resolución de la ecuación $3x + 2 = 41$

$3x + 2 = 41$
$3x + 2 - 2 = 41 - 2$ ... **Propiedad 2**
$3x = 39$
$3x \div 3 = 39 \div 3$ ... **Propiedad 4**
$x = 13$

Identifica y escribe el número de la propiedad utilizada, en el paso de color gris del desarrollo de las siguientes ecuaciones.

a)
$8x + 2 = 42$
$8x + 2 - 2 = 42 - 2$ ... $\boxed{}$
$8x = 40$
$8x \div 8 = 40 \div 8$ ... $\boxed{}$
$x = 5$

b)
$\frac{1}{3}x - 2 = 8$
$\frac{1}{3}x - 2 + 2 = 8 + 2$ ... $\boxed{}$
$\frac{1}{3}x = 10$
$\frac{1}{3}x \times 3 = 10 \times 3$ ... $\boxed{}$
$x = 30$

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

2.3 Solución de ecuaciones aplicando la propiedad 1 de las igualdades

1. ¿Cuál o cuáles de las siguientes ecuaciones tienen como solución el valor de –4? (Sustituye el valor en cada ecuación para dar una respuesta).

   a) $2x + 3 = -5$ b) $3x - 8 = 1$ c) $8x - 3 = -35$ d) $4x - 8 = 0$

2. Identifica y escribe el número de la propiedad utilizada en el paso de color gris del desarrollo de cada una de las siguientes ecuaciones.

a)
$-x - 6 = 24$
$-x - 6 + 6 = 24 + 6$ ... $\boxed{}$
$-x = 30$
$-x \times (-1) = 30 \times (-1)$ ... $\boxed{}$
$x = -30$

b)
$5x + 2 = 7$
$5x + 2 - 2 = 7 - 2$ ... $\boxed{}$
$5x = 5$
$5x \div 5 = 5 \div 5$ ... $\boxed{}$
$x = 1$

Para resolver una ecuación aplicando la **Propiedad 1** de una igualdad, se suma en ambos miembros un mismo número, de manera que solo quede la incógnita en el miembro.

Ejemplos de solución de algunas ecuaciones:

a) $x - 3 = 2$
$x - 3 + 3 = 2 + 3$
$x = 5$

Se le suma 3 en ambos miembros.

b) $-6 + x = 1$
$-6 + x + 6 = 1 + 6$
$x = 7$

Se le suma 6 en ambos miembros.

c) $x - 7 = -4$
$x - 7 + 7 = -4 + 7$
$x = 3$

Se le suma 7 en ambos miembros.

d) $x - 4 = -8$
$x - 4 + 4 = -8 + 4$
$x = -4$

Se le suma 4 en ambos miembros.

Para resolver la ecuación sobre x, despejamos x.

1. Completa el espacio en las soluciones de las ecuaciones.

a)
$x - 5 = 12$
$x - 5 + \boxed{} = 12 + \boxed{}$
$x = 17$

b)
$-3 + x = 10$
$-3 + x \boxed{}\ 3 = 10 \boxed{}\ 3$
$x = 13$

2. Resuelve las siguientes ecuaciones:

   a) $x - 4 = 6$ b) $x - 2 = 14$ c) $-7 + x = -3$

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

2.4 Solución de ecuaciones aplicando la propiedad 2 de las igualdades

1. Identifica y escribe el número de la propiedad utilizada en el paso de color gris del desarrollo de cada una de las siguientes ecuaciones.

a)
$$3x - 7 = -28$$
$$3x - 7 + 7 = -28 + 7 \ldots \quad \boxed{\quad\quad}$$
$$3x = -21$$
$$3x \div 3 = (-21) \div 3 \ldots \quad \boxed{\quad\quad}$$
$$x = -7$$

b)
$$\frac{4}{3}x - 1 = 7$$
$$\frac{4}{3}x - 1 + 1 = 7 + 1 \ldots \quad \boxed{\quad\quad}$$
$$\frac{4}{3}x = 8$$
$$\frac{4}{3}x \times \frac{3}{4} = 8 \times \frac{3}{4} \ldots \quad \boxed{\quad\quad}$$
$$x = 6$$

2. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $x - 10 = 4$ b) $-8 + x = 8$ c) $x - 15 = -10$ d) $x - 10 = -20$

Para resolver ecuaciones como las anteriores aplicando la **Propiedad 2** de una igualdad, se resta en ambos miembros un mismo número, de manera que solo quede la incógnita en el miembro.

Ejemplos de solución de algunas ecuaciones:

a)
$$x + 2 = 3$$
$$x + 2 - 2 = 3 - 2$$
$$x = 1$$
Se le resta 2 en ambos miembros.

b)
$$4 + x = 9$$
$$4 + x - 4 = 9 - 4$$
$$x = 5$$
Se le resta 4 en ambos miembros.

c)
$$x + 7 = 4$$
$$x + 7 - 7 = 4 - 7$$
$$x = -3$$
Se le resta 7 en ambos miembros.

d)
$$x + 4 = -8$$
$$x + 4 - 4 = -8 - 4$$
$$x = -12$$
Se le resta 4 en ambos miembros.

1. Completa el espacio en las soluciones de las ecuaciones.

a)
$$x + 2 = 3$$
$$x + 2 - 2 = 3 - 2$$
$$x = 1$$

b)
$$3 + x = 7$$
$$3 + x \boxed{\quad} 3 = 7 \boxed{\quad} 3$$
$$x = 4$$

2. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $x + 4 = 12$ b) $x + 6 = 13$ c) $5 + x = 8$

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

2.5 Método de transposición de términos

1. Completa el espacio en las soluciones de las siguientes ecuaciones:

a) $x - 15 = 30$

$x - 15 + \square = 30 + \square$

$x = 45$

b) $-10 + x = 20$

$-10 + x \; \square \; 10 = 20 \; \square \; 10$

$x = 30$

2. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $x - 3 = -2$

b) $x - 2 = -4$

3. Completa el espacio en las soluciones de las siguientes ecuaciones:

a) $x + 3 = 7$

$x + 3 - \square = 7 - \square$

$x = 4$

b) $5 + x = 8$

$5 + x \; \square \; 5 = 8 \; \square \; 5$

$x = 3$

4. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $x + 3 = 1$

b) $x + 5 = -4$

Cuando un término pasa de un miembro al otro con el signo cambiado se le llama **transposición de término**.

Por ejemplo, la ecuación $x - 3 = 4$ se resuelve por transposición de la siguiente manera:

$$x \boxed{-\,3} = 4$$

$$x = 4 \boxed{+\,3}$$

$$x = 7$$

El número 3 se restaba en el miembro izquierdo y pasa al miembro derecho a sumar:

Resuelve por transposición las siguientes ecuaciones:

a) $x - 7 = 3$

$x = 3 + \square$

$x = \square$

b) $x + 4 = 8$

c) $-3 + x = 3$

$x = 3 + \square$

$x = \square$

d) $7 + x = 14$

2.6 Solución de ecuaciones aplicando la propiedad 3 de las igualdades

1. Completa el espacio en las soluciones de las siguientes ecuaciones:

a)
$$x + 20 = 75$$
$$x + 20 - \boxed{} = 75 - \boxed{}$$
$$x = 55$$

b)
$$11 + x = 22$$
$$11 + x\ \boxed{}\ 11 = 22\ \boxed{}\ 11$$
$$x = 11$$

2. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $x + 3 = 1$

b) $x + 2 = -4$

3. Resuelve por transposición las siguientes ecuaciones:

a) $x - 10 = 5$
$$x = 5 + \boxed{}$$
$$x = \boxed{}$$

b) $x - 5 = 7$

c) $-9 + x = 4$
$$x = 4 + \boxed{}$$
$$x = \boxed{}$$

d) $-4 + x = 7$

Para resolver ecuaciones aplicando la **Propiedad 3** de las igualdades, multiplica ambos miembros por el recíproco del coeficiente de la incógnita. En el caso de que el coeficiente que acompaña a la incógnita sea una fracción, primero se representa como la multiplicación de un número fraccionario por la incógnita y luego, se realiza la multiplicación del recíproco del número fraccionario en ambos miembros. Por ejemplo:

$$\frac{1}{5}x = 10$$
$$\frac{1}{5}x \times 5 = 10 \times 5$$
$$x = 50$$

Una regla práctica para despejar la incógnita en casos como los anteriores es escribir a la incógnita con coeficiente 1 y multiplicar el otro miembro por el recíproco del coeficiente que tenía la incógnita originalmente. Por ejemplo:

$$\frac{1}{5}x = 10$$
$$x = 10 \times 5$$
$$x = 50$$

$$\frac{x}{6} = 2$$
$$\frac{1}{6}x = 2$$
$$x = 2 \times 6$$
$$x = 12$$

1. Completa el espacio en las soluciones de las siguientes ecuaciones:

a)
$$\tfrac{1}{4}x = 3$$
$$\tfrac{1}{4}x \times \boxed{} = 3 \times \boxed{}$$
$$x = 12$$

b)
$$\tfrac{x}{7} = 3$$
$$\tfrac{1}{7}x = 3$$
$$\tfrac{1}{7}x\ \boxed{}\ 7 = 3\ \boxed{}\ 7$$
$$x = 21$$

2. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\frac{x}{8} = 3$

b) $\frac{1}{10}x = -4$

c) $-\frac{x}{8} = 3$

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

2.7 Solución de ecuaciones aplicando la propiedad 4 de las igualdades

R

1. Resuelve por transposición las siguientes ecuaciones:

a) $x + 5 = 8$

$x = 8 - \square$

$x = \square$

b) $x - 1 = 5$

c) $3 + x = -7$

$x = -7 - \square$

$x = \square$

d) $-8 + x = -4$

2. Completa el espacio en las soluciones de las siguientes ecuaciones:

a) $\frac{1}{8}x = 5$

$\frac{1}{8}x \times \square = 5 \times \square$

$x = 40$

b) $-\frac{x}{2} = 3$

$-\frac{1}{2}x = 3$

$-\frac{1}{2}x \square (-2) = 3 \square (-2)$

$x = -6$

3. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\frac{x}{3} = -4$

b) $-\frac{1}{9}x = -2$

C

Para resolver ecuaciones aplicando la **Propiedad 4** de las igualdades, se divide ambos miembros por el coeficiente de la incógnita. En forma opcional se pueden resolver ecuaciones como la clase anterior, aplicando la **Propiedad 3** multiplicando ambos miembros de la ecuación por el recíproco del coeficiente de la incógnita. Por ejemplo:

$$7x = -21$$
$$7x \div 7 = (-21) \div 7$$
$$x = -3$$

$$7x = -21$$
$$7x \times \frac{1}{7} = -\cancel{21}^{3} \times \frac{1}{\cancel{7}_{1}}$$
$$x = -\frac{3}{1}$$
$$x = -3$$

Una regla práctica para despejar la incógnita en ecuaciones como la anterior, es escribir la incógnita con coeficiente 1 y dividir directamente el otro miembro por el coeficiente de la incógnita.
Por ejemplo:

$$7x = -21$$
$$x = -21 \div 7$$
$$x = -3$$

1. Completa el espacio en las soluciones de las siguientes ecuaciones:

a) $3x = 9$

$3x \div \square = 9 \div \square$

$x = 3$

b) $2x = 10$

$2x \div \square = 10 \div \square$

$x = 5$

2. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $8x = -32$

b) $-7x = 42$

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

2.8 Solución de ecuaciones aplicando más de una propiedad

R 1. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\frac{x}{5} = -9$ b) $-\frac{1}{9}x = -2$ c) $-\frac{1}{10}x = -6$

2. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $8x = -16$ b) $-10x = 30$

C

Para resolver ecuaciones como las vistas en clases tienes que

1. Transponer las cantidades conocidas al miembro derecho.
2. Realizar las operaciones indicadas.
3. Aplicar la propiedad 3 o 4 para despejar x.

Por ejemplo:

a) $5x + 7 = -8$
$5x = -8 - 7$
$5x = -15$
$x = -15 \div 5$
$x = -3$

b) $-2x - 6 = 10$
$-2x = 10 + 6$
$-2x = 16$
$x = 16 \div (-2)$
$x = -8$

c) $\frac{x}{5} - 7 = 3$
$\frac{x}{5} = 3 + 7$
$\frac{x}{5} = 10$
$x = 10 \times 5$
$x = 50$

Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $2x + 5 = 9$ b) $\frac{1}{7}x + 2 = 5$ c) $\frac{x}{5} - 4 = -8$ d) $-6x - 7 = 5$

Unidad 5

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

2.9 Solución de ecuaciones con incógnitas en ambos miembros

R 1. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $3x = 9$ b) $5x = -20$ c) $-2x = 10$ d) $-7x = -14$

2. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $2x - 3 = 5$ b) $3x + 6 = -9$ c) $\frac{x}{3} - 1 = 1$ d) $\frac{1}{2}x + 3 = -4$

C Para resolver una ecuación con la incógnita en ambos miembros se tiene que

1. Transponer todos los términos que tienen x al miembro izquierdo.
2. Transponer todas las cantidades conocidas al miembro derecho.
3. Realizar las operaciones indicadas.
4. Aplicar la propiedad 3 o 4 para despejar x.

Por ejemplo:

$3x = 4 + 2x$ ... Transponiendo $2x$ al miembro izquierdo

$3x - 2x = 4$

$x = 4$

Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $3x = -16 - 5x$ b) $7x = 20 + 3x$

c) $-9x = -3x + 24$ d) $5x - 6 = -4x + 3$

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

2.10 Autoevaluación de lo aprendido

Resuelve y marca con una "×" la casilla que consideres adecuada de acuerdo a lo que aprendiste.
Sé consciente con lo que respondas.

Ítem	Sí	Podría mejorar	No	Comentario
1. Resuelvo ecuaciones como a) $x - 4 = 5$ b) $x - 6 = -10$				
2. Resuelvo ecuaciones como a) $x + 8 = 13$ b) $x + 6 = -10$				
3. Resuelvo ecuaciones como a) $\frac{1}{4}x = 3$ b) $\frac{1}{9}x = -2$				
4. Resuelvo ecuaciones como a) $7x = 14$ b) $-x = 9$				
5. Resuelvo ecuaciones como a) $2x + 1 = 5$ b) $\frac{x}{2} - 3 = 4$				
6. Resuelvo ecuaciones como: a) $2x = -3 + x$ b) $8x + 2 = 3x + 7$				

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

2.11 Solución de ecuaciones con signos de agrupación

R 1. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $5 - 2x = 9$ b) $-3x - 2 = -8$ c) $-\frac{x}{4} + 10 = 13$ d) $-\frac{1}{6}x - 8 = -11$

2. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $3x + 6 = -4 - 2x$ b) $-4x - 5 = 9 + 3x$ c) $7x - 2 = -22 + 2x$

C

Para resolver una ecuación que incluye signos de agrupación, debes hacer lo siguiente:

1. Aplicar la propiedad distributiva para suprimir los paréntesis.
2. Transponer todos los términos que tienen x al miembro izquierdo y todas las cantidades conocidas al miembro derecho.
3. Realizar las operaciones indicadas.
4. Aplicar la propiedad 3 o 4 para despejar x.

Por ejemplo:

$$\begin{aligned} 2(x+3)+4 &= 20 \\ 2x + 2\times 3 + 4 &= 20 \\ 2x + 6 + 4 &= 20 \\ 2x + 10 &= 20 \\ 2x &= 20 - 10 \\ 2x &= 10 \\ x &= 5 \end{aligned}$$

Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $4(x + 3) + 5 = 25$ b) $-5(x + 2) + 16 = 26$

c) $14 + 3(x + 4) = 2$ d) $28 - (x + 5) = 20$

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

2.12 Ecuaciones con solución fraccionaria o decimal

R 1. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $-12x + 10 = -7x - 20$　　b) $-4 + 8x = 5x + 2$　　c) $-7 + 6x = 10x + 5$

2. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $2(x - 3) + 4 = 6$　　b) $-(x - 5) + 15 = 40$　　c) $-5(x - 5) + 15 = 30$

C La solución de una ecuación de primer grado puede ser fraccionaria positiva o negativa, decimal positiva o negativa. Por ejemplo:

a) $4x = 2$

$x = 2 \div 4$

$x = \frac{1}{2}$ o $x = 0.5$

b) $5x + 1 = -6$

$5x = -6 - 1$

$5x = -7$

$x = (-7) \div 5$

$x = -\frac{7}{5}$ o $x = -1.4$

Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $3x = 2$　　b) $4x + 3 = 5$　　c) $7x + 2 = 7 - 3x$

d) $5(3x + 1) - 1 = 10$　　e) $-5 = 2(5x - 2) - 10$　　f) $x + 3 = 3(2 - x)$

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

2.13 Ecuaciones con términos y coeficientes decimales

R

1. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $-(2x + 4) + 6 = -2$ b) $-3(2x - 3) + 1 = 16$ c) $4(2x - 1) - 6 = 14$

2. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $10x + 2 = -13$ b) $-7x - 8 = 3x - 2$ c) $-1 + 2(3x - 1) = 1$

C

Para resolver ecuaciones que tienen coeficientes y términos decimales, se transforman a ecuaciones enteras multiplicando cada uno de los términos por 10 100, 1 000 o según el número máximo de decimales que presenten los términos y luego se despeja la x.

Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $0.3x = 1.2$ b) $0.09x = -0.27$ c) $-0.25x = 0.75$ d) $-0.4x = 1.2$

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

2.14 Ecuaciones con términos y coeficientes fraccionarios

R 1. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $3x + 2 = 7 - 2x$ b) $7x + 3 = 2(2x - 3)$ c) $3(x + 1) + 2 = 4(2x + 1) + 1$

2. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $0.6x - 0.8 = 1.6$ b) $0.52x + 1.58 = 0.02$

c) $-1.5x - 0.2 = 4.3$ d) $1.5x - 0.5 = 2.5$

Unidad 5

C Para resolver ecuaciones con coeficientes y términos fraccionarios se convierte tanto los términos como los coeficientes en enteros, multiplicándolos por el mcm de los denominadores y luego se despeja x.

Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\frac{1}{2}x - 4 = \frac{3}{2}$ b) $\frac{4}{3}x + 3 = \frac{5}{6}x$ c) $\frac{x}{8} - 5 = \frac{3}{4}x$

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

2.15 Autoevaluación de lo aprendido

Resuelve y marca con una "×" la casilla que consideres adecuada de acuerdo a lo que aprendiste.
Sé consciente con lo que respondas.

Ítem	Sí	Podría mejorar	No	Comentario
1. Resuelvo ecuaciones como a) $2(x + 4) + 2 = 14$ b) $5 - (x - 4) = 12$				
2. Resuelvo ecuaciones como a) $6x = 2$ b) $-9 = 3 + 5(x - 2)$ c) $3(2x - 1) - 4 = 3(1 - x)$				
3. Resuelvo ecuaciones como a) $0.3x - 0.2 = 1.6$ b) $0.02x + 0.04 = 0.18 - 0.05x$ c) $1.1x + 1.7 = 0.6x + 0.2$				
4. Resuelvo ecuaciones como a) $\frac{1}{2}x - 3 = \frac{1}{4}x$ b) $\frac{3}{5}x - 1 = -\frac{3}{10}x$ c) $-\frac{x + 5}{2} = \frac{3}{4}$				

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

3.1 Aplicación de ecuaciones utilizando una propiedad de las igualdades

R 1. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $1.2x + 1 = 0.4x + 4.2$

b) $3.75x - 2.25 = 1.25x - 4.75$

c) $-1.5x - 1.4 = 2.2 - 0.3x$

d) $-2.75x + 1.5 = -1.75x - 2.5$

2. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\frac{x}{4} + 3 = \frac{5}{2}x$

b) $\frac{x-3}{2} = \frac{x}{4}$

c) $\frac{x+4}{3} = -\frac{1}{6}x$

d) $\frac{2x-3}{4} - \frac{x}{8} = \frac{3}{8}$

C Para resolver problemas mediante la aplicación de ecuaciones de primer grado se tiene que

1. Definir qué cantidad se representa con la incógnita.
2. Escribir la ecuación.
3. Resolver la ecuación.
4. Dar la respuesta.

Resuelve las siguientes ecuaciones:

1. Antonio participa en una competencia de triatlón en la que tiene que recorrer 22 000 m; si la mitad del recorrido lo hizo corriendo y 7 500 m los hizo en bicicleta, ¿cuántos metros hizo nadando?

2. Al sumarle 16 al número x, resultó –8. Determina el valor de x.

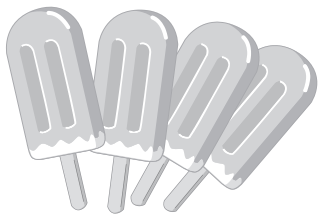
¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

3.2 Aplicación de ecuaciones utilizando más de una propiedad de las igualdades

1. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $-\frac{x-3}{2} = \frac{5}{4}$ b) $-\frac{2x+5}{3} = \frac{1}{6}$ c) $\frac{x+4}{8} + 2 = \frac{1}{4}$ d) $-\frac{x-5}{6} + 2 = \frac{x}{12}$

2. Antonio hace paletas para venderlas el lunes, martes y miércoles. El día lunes le quedó una ganancia de tres dólares, el día miércoles tuvo que dar más baratas las paletas para poder venderlas, por lo que tuvo una pérdida de dos dólares. El día jueves hace cuentas para ver lo rentable que es vender sus paletas, y observa que luego de los tres días tuvo una pérdida total de cinco dólares. ¿De cuánto fue la pérdida o ganancia el día martes?



Recuerda el problema desarrollado en clase.
Miguel tiene una plantación de papaya, él ha cortado 3 árboles debido a que estaban produciendo frutos de mala calidad. Cada uno de los árboles restantes tiene 5 papayas cada uno, produciendo una cosecha total de 355. ¿Cuántos árboles tenía Miguel al principio?

En la situación lo primero que se debe determinar es la variable, para luego establecer las cantidades que guardan una relación de igualdad. En este caso, la cantidad de árboles por la cantidad de papayas que produce un solo árbol es igual a la cantidad total de papayas producidas, de manera que el proceso de solución de la situación es:

Sea x: El número de árboles que tenía Miguel inicialmente.

Cantidad de árboles de papaya	x
Cantidad de árboles restantes	$x - 3$
Cantidad de papayas	$5(x - 3)$

$$5(x-3) = 355$$
$$5x - 15 = 355$$
$$5x = 355 + 15$$
$$5x = 370$$
$$x = 74$$

R. 74 árboles

1. ¿Cuáles son las medidas de la base y la altura de un rectángulo cuyo perímetro es 150 cm, si su base es el doble de su altura?

2. Al multiplicar un número por 4 y luego sumarle 4, resulta 24. ¿Cuál es el número?

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

3.3 Aplicación de ecuaciones que incluye una incógnita en términos de otra

R

1. La suma de −2, 13, −7, 14 y cierto número es −27. ¿Cuál es el quinto número que se sumó?

2. El perímetro del jardín rectangular de María es 40 m. Si el largo del jardín es 3 veces el ancho. ¿Cuáles son las medidas del jardín?

C

Recuerda el problema desarrollado en clase.
José trabaja a medio tiempo en una ferretería en donde le pagan 4 dólares por día, si trabaja día de semana (de lunes a viernes); 6 dólares por día, si es fin de semana (sábado y domingo). Si en el mes trabajó 20 días y le pagaron 84 dólares, ¿cuántos días de semana y fines de semana trabajó?

En la situación lo primero que se debe determinar es la variable, para luego establecer las cantidades que guardan una relación de igualdad; en este caso, la cantidad de dinero que gana José. Los días de trabajo en la semana, más lo que gana trabajando los días de fin de semana, es su pago mensual. De manera que el proceso de solución de la situación es:

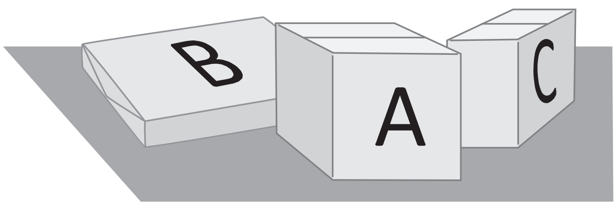
Sea x : El número de días de semana que José trabajó.

	Días de semana	Día de fin de semana
Número de días	x	$20 - x$
Pago	$4x$	$6(20 - x)$
Pago Total	$4x + 6(20 - x)$	

$$
\begin{aligned}
4x + 6(20 - x) &= 84 \\
4x + 120 - 6x &= 84 \\
120 - 2x &= 84 \\
-2x &= 84 - 120 \\
-2x &= -36 \\
x &= 18
\end{aligned}
$$

R. 18 días de semana y 2 días de fines de semana.

Julia enviará por correo tres paquetes A, B y C. La oficina de correo cobra por peso, y se sabe que el paquete A pesa cinco gramos menos que el B, y el C pesa diez gramos más que el A. Si los tres paquetes juntos pesan 32 gramos, ¿cuánto pesa cada paquete?



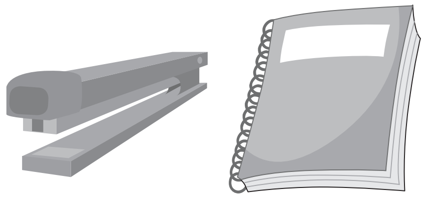
¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

Unidad 5

3.4 Aplicación de ecuaciones con variables en ambos miembros

R

1. Responde la pregunta en la siguiente situación:
   Se compraron 9 artículos entre engrapadoras y cuadernos. El precio de una engrapadora es cuatro dólares y el de un cuaderno es de dos dólares. Si se gastaron 26 dólares, ¿cuántas engrapadoras y cuadernos se compraron?



2. Responde la pregunta en la siguiente situación:
   Antonio está jugando con Marta a adivinar números. Si Antonio le da una pista a Marta, y le dice que está pensando cuatro números consecutivos que suman 138, ¿en qué números pensó Antonio?

C

Recuerda el problema desarrollado en clase.
Carlos irá al gimnasio por 5 meses; le cobrarán 20 dólares por mes sin membresía, pero si la adquiere, pagará una cuota única de 30 dólares y 10 dólares por mes, ¿después de cuántos meses habrá gastado la misma cantidad de dinero con o sin membresía?, ¿le conviene pagar la membresía según el tiempo que ha planificado entrenar?

Como se busca el número de meses que pasan hasta haber gastado la misma cantidad de dinero indiferentemente de la modalidad, se establece que la incógnita representa el número de meses que han pasado. Luego, el gasto mensual que se tendría, según la modalidad sería de \$20 o \$10 por la cantidad de meses, según sea sin o con membresía respectivamente. La igualdad se establece entre el gasto total sin haber adquirido la membresía y si se adquiriera la membresía.

Sea x : Cantidad de meses que han pasado hasta haber pagado la misma cantidad de dinero.

	Sin membresía	Con membresía
Cuota única	0	30
Cuota mensual	20	10
Gasto Total	$20x$	$30 + 10x$

$$20x = 30 + 10x$$
$$20x - 10x = 30$$
$$10x = 30$$
$$x = 3$$

R. En el mes 3 el gasto es el mismo con o sin membresía. Para que le salga más barato le conviene adquirir la membresía dado que irá por 5 meses.

La edad de Marta es 10 años y la de su padre es 35 años. ¿Dentro de cuántos años la edad del padre de Marta será el doble de la edad de ella?

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

3.5 Aplicaciones en situaciones de distancia, velocidad y tiempo

R

1. La base de un rectángulo mide 4 cm más que su altura. Si su perímetro es 60 cm, ¿cuál es la longitud de la base?

2. Antonio tiene cierta cantidad de dinero. Si comprara 50 camisas del mismo precio le faltarían 150 dólares, y si comprara 19 de las mismas camisas le sobrarían 5 dólares. ¿Cuánto dinero tiene Antonio?

C

Recuerda el problema desarrollado en clase.
Marta salió de su casa para la escuela. Julia, su hermana, salió 4 minutos más tarde. La velocidad de Marta fue de 30 m/min y la de Julia fue de 50 m/min. ¿En cuántos minutos alcanzó Julia a Marta?, si la distancia entre la casa y la escuela fueran 280 m, ¿Julia puede alcanzar a Marta en el camino?

Se define x como el número de minutos que camina Julia, luego se hace una tabla que resume los datos y por último se plantea y resuelve la ecuación.

Sea x : El número de minutos transcurridos mientras camina Julia.

	Marta	Julia
Velocidad	30 m/min	50 m/min
Tiempo	$x + 4$	x
Distancia	$30(x + 4)$	$50x$

$$30\,(x + 4) = 50x$$
$$30x + 120 = 50x$$
$$30x - 50x = -120$$
$$-20x = -120$$
$$x = 6$$

R. 6 minutos

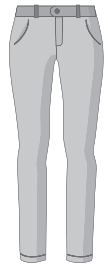
Sabiendo que Julia alcanza a Marta en 6 minutos se debe comprobar si en efecto Julia alcanzaría a Marta ajustándose a las condiciones de la situación. De manera que, si la distancia entre la casa y la escuela fueran 280 m, Julia no podría alcanzar a Marta porque, 6 × 50 = 300 m que es mayor que 280 m.

Antonio y Carlos hicieron una competencia. Antonio salió corriendo a 25 m/min; cierta cantidad de minutos después, sale Carlos en su bicicleta a 100 m/min. Si Carlos alcanzó a Antonio en 10 minutos, ¿cuántos minutos antes había salido Antonio?

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

3.6 Aplicaciones en situaciones de proporcionalidad directa, parte 1

1. Julia tiene 55 dólares y Ana 43 dólares. Las dos compraron del mismo tipo de pantalón que estaba en oferta y ahora Julia tiene el doble de dinero que tiene Ana. ¿Cuánto valía el pantalón?



2. Julia se levantó tarde y corrió hasta la escuela. Tardó 5 minutos menos de lo que generalmente se tarda caminando. Si ella camina a 50 m por minuto y corre a 90 metros por minuto, ¿cuál es la distancia hasta la escuela?

Si se tiene la proporción:

$$3:b = 6:d$$

$$\frac{3}{b} = \frac{6}{d}$$

$$\frac{3}{b} \times bd = \frac{6}{d} \times bd$$

$$3d = 6b$$

En la proporción $3:b = 6:d$ tienes que

$$\overbrace{3:\underbrace{b = 6}_{\text{Medios}}:d}^{\text{Extremos}}$$

$$3d = 6b$$

De tal forma, que la proporción $3:b = 6:d$ representa la igualdad $3d = 6b$, es decir, el producto de los extremos es igual al producto de los medios. A esta propiedad se le llama **Propiedad Fundamental de las proporciones**.

Aplicando lo anterior, responde a la pregunta de la siguiente situación:

Al comer 3 pupusas de frijol con queso se consumen 990 calorías, ¿cuántas calorías se consumen si se comen 5?, escribe la proporción.

Sea x : El número de calorías.

$$3:5 = 990:x$$

$$3x = 5 \times 990$$

$$3x = 4\,950$$

$$x = 1\,650$$

R. 1 650 calorías

Si Julia ahorró 60 dólares y Marta ahorró más que Julia, y la razón de lo que ahorró cada una es de 2 a 7, ¿cuánto ahorró Marta?

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

3.7 Aplicaciones en situaciones de proporcionalidad directa, parte 2

R

1. Miguel participó en una carrera de bicicletas de ida y vuelta entre dos puntos, de A a B. En la ida tuvo una velocidad de 12 km por hora y de regreso de 24 km por hora, y el tiempo total que hizo fue de 3 horas. ¿Cuál es la distancia entre los 2 puntos?

2. Si se sabe que con 2 lb de quesillo se hacen 24 pupusas, ¿cuántas libras de quesillo se necesitan para hacer 288 pupusas para una actividad de la escuela?

C

Recuerda el problema desarrollado en clase.
Una máquina empaquetadora prepara 42 cajas de camisas en 7 días, ¿cuántas cajas se han empaquetado en 10 días?

Sea x: el número de cajas empaquetadas.

$$42:7 = x:10$$
$$42 \times 10 = 7x$$
$$420 = 7x$$
$$7x = 420$$
$$x = 60$$

R. 60 cajas

Un televisor tiene razón de 9:16 entre ancho y largo, si el largo mide 96 cm, ¿cuánto mide el ancho?

Unidad 5

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

3.8 Aplicaciones en situaciones de proporcionalidad directa, parte 3

1. Julia quiere ampliar una de sus fotografías que mide 6 cm de largo por 4 de ancho, de manera que el largo de la foto ampliada sea 9 cm. ¿Cuál será la medida de ancho de la foto ampliada?

2. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $6:2x = 24:32$ b) $3x:5 = 45:25$ c) $13:17 = 78:51x$ d) $7:23 = 2x:184$

Recuerda el problema desarrollado en clase.
Si se mezcla café y leche a una razón de 5:2 y se preparan 840 ml de una bebida, ¿cuántos mililitros de leche deben utilizarse?

Se puede responder la pregunta a través de dos formas.

Forma 1

Sea x : cantidad de leche en mililitros

$$\begin{aligned} 5:2 &= (840 - x):x \\ 5x &= 2 \times (840 - x) \\ 5x &= 1680 - 2x \\ 7x &= 1680 \\ x &= 240 \end{aligned}$$

R. 240 ml

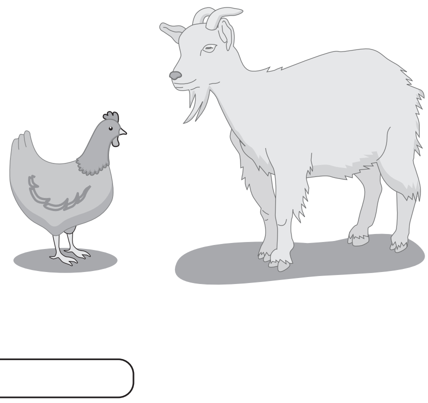
Forma 2

Sea x : cantidad de leche en mililitros

$$\begin{aligned} 2:7 &= x:840 \\ 2 \times 840 &= 7x \\ 7x &= 1680 \\ x &= 240 \end{aligned}$$

La diferencia en la interpretación de las proporciones planteadas en cada una de las dos formas, es que en la forma 1; la razón es de la cantidad de la leche respecto a la de café, y en la forma 2 la razón es de la cantidad de la leche respecto al total de la bebida.

En una granja hay cabras y gallinas, 120 en total, el número de cabras es al de gallinas como 2 es a 6. Determina el número de gallinas.



¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

Problemas de aplicación

1. Factura. La factura contiene la información de una compra que se realizó. Realiza lo que se plantea en cada literal.

EMPRESAS S.A. de C.V.
Calle Real. N°107- San Salvador

A.B.C.: 2324212071
FACTURA
N° 001 - 0000765

San Salvador, 15 de septiembre de 2018.
Señor (es):________________________________ RUC: _______________
Dirección:________________________________ G. Remisión:_____________

	Cantidad	Descripción	Precio total
	y	Cartones de huevo	\$27
	7	Jugos de cajita	$\$x$
	1	Caja de goma de mascar	\$2.5
	1	Paquete de soda de 1 lt	\$5
Catidad total	15	**Total acumulado**	\$45

a) Plantea una ecuación de primer grado para determinar el gasto total en los 7 jugos de cajita.

b) Resuelve la ecuación planteada en el literal anterior.

c) Plantea una ecuación de primer grado para determinar el costo de un jugo de cajita.

d) Resuelve la ecuación planteada en el literal anterior.

e) Plantea una ecuación de primer grado para determinar el número de cartones de huevo que se compraron.

f) Resuelve la ecuación planteada en el literal anterior.

2. Ecuaciones importantes. Algunas de las ecuaciones más importantes de la historia son las siguientes:

a) **Teorema de Pitágoras** $a^2 + b^2 = c^2$. Pitágoras, 530 a. C.
b) **Ley de gravedad** $F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$. Newton, 1687.
c) **Relatividad** $E = mc^2$. Einstein, 1905.
d) **Teoría de la información** $H = -\sum p(x)\log p(x)$. C. Shannon, 1949.
e) **Teoría del caos** $x_{t+1} = kx_t(1 - x_t)$. Robert May, 1975.

Unidad 5

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

Mi ahorro en una institución financiera

Conversión de moneda nacional y extranjera

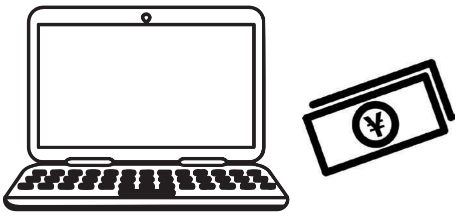
Las operaciones o transacciones que se realizan en el día a día se hacen tomando en cuenta un tipo de moneda local. En el caso de El Salvador tras la aprobación de la Ley de Integración Monetaria en el 2001, las monedas de referencia local que se pueden utilizar son el dólar y el colón. El tipo de cambio respectivo es US$1.00=₡ 8.75.
Las monedas y sus tipos de cambio varían de forma diaria, es por eso que el Banco Central de Reserva de El Salvador, publica en su sitio web los tipos de cambios de la moneda local respecto a las monedas extranjeras en el siguiente vínculo: **https://www.bcr.gob.sv/esp/**
En el menú del vínculo selecciona "Temas" y luego "Tipos de Cambio".

Recuerda que las compras o transferencias de dinero se pueden llevar a cabo entre los diferentes países y para esto es importante que conozcas la conversión de las monedas.

Algunos ejemplos de monedas con las que se hacen operaciones son las siguientes:

País	Nombre de la moneda	Código	Moneda local por dólar
El Salvador	Dólar/Colón Salvadoreño	SVC	8.7500
Estados Unidos	Dólar	USD	1.00
Unión Europea	Euro	EUR	0.9160
Japón	Yen	JPY	107.3200
México	Peso mexicano	MXN	23.7655

Tipo de cambio al 1 de junio de 2020, favor verificar el tipo de cambio a esta fecha https://www.bcr.gob.sv/esp/



1. Carlos realiza una compra por internet de una laptop por el precio de 33,100 yenes.
   a) ¿Cuál es la cantidad en dólares que deberá cancelar?
   R:____

   b) ¿Cuál es la cantidad en euros que deberá cancelar?
   R:____

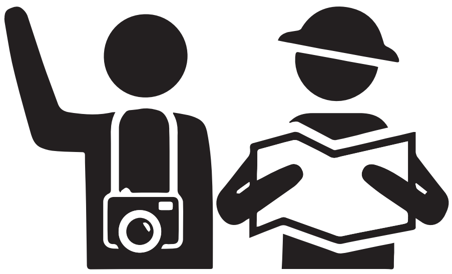
¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

Educación financiera

2. José compra en una tienda de Japón una cámara que cuesta 16,103 yenes, si José cancela con $200.00 ¿cuánto dinero en dólares recibirá de cambio?
R:____

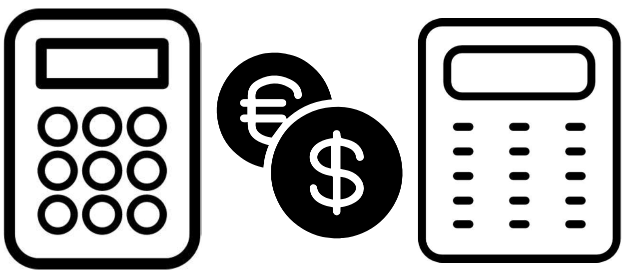
3. Ana compró una licuadora y una refrigeradora, pagando $560.00 por ambos productos. Si el precio de la refrigeradora es 9 veces mayor al de la licuadora, ¿cuál es el precio de cada producto en euros?
R:____
____
____

4. Una compañía de turismo de El Salvador, ofrece 2 tipos de tours: el tour 1 que cuesta $100.00 y el tour 2 que cuesta $120.00. Si las ganancias obtenidas en el mes de septiembre son de $8,400.00 y se sabe que solo una tercera parte de las personas optó por el tour 2, ¿cuántas personas tomaron el tour 1 y cuántas el tour 2?
R:____
____
____
____
____



5. Una empresa fabrica teléfonos de 3 modelos diferentes, si el modelo 2 cuesta el doble que el modelo 1 y el modelo 3 cuesta el triple que el modelo 1 y además el precio total de un teléfono de cada modelo es de $660.00, ¿cuál es el precio de cada uno de los modelos?, ¿cuál es el precio de cada modelo en euros?
R:____

6. Una tienda vende dos tipos de calculadoras A y B, si se sabe que el precio de las calculadoras A es $12.00 más que el de las calculadoras B y que el precio a pagar por ambos productos es de $34.00, ¿cuál es el precio de cada calculadora?, ¿cuál es el precio de cada calculadora en euros?, ¿y en pesos mexicanos?
R:____
____
____



¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?