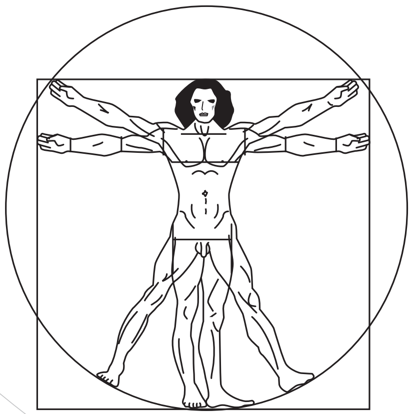
Unidad 6

Proporcionalidad directa e inversa

Los primeros aportes sobre matemática tienen en común que surgieron por la necesidad de resolver problemas; fue desde la época de los egipcios que se comenzaron a resolver algunos como “determinar la grasa que se necesita para un día, si para un año es necesaria cierta cantidad” esto con el fin de calcular las necesidades de un día en particular. Durante los primeros siglos, es en el escrito de *Los elementos* del matemático griego Euclides donde se formaliza en cierta medida el cálculo de proporciones; dicho concepto se ha ido estudiando y formalizando cada vez más a lo largo de la historia gracias a los aportes de diferentes matemáticos como los franceses Legendre o Lacroix.



Hombre de Vitruvio, pintura de Leonardo Da Vinci que representa proporciones en el cuerpo del ser humano.

El concepto de proporciones ha estado históricamente relacionado con la arquitectura, el arte, la belleza y la música, es así que surgen proporciones específicas como parámetro de belleza y arte, como es el caso del número de oro (proporción aurea o ϕ), además del trabajo del matemático griego Pitágoras con las proporciones 1:1, 1:2, 1:3 y 1:4 como regidoras del Universo, y que se han utilizado para la obtención de la escala musical y la marcación de los intervalos (diferencia entre agudos y graves) a partir del monocordio en el ámbito de la música.

Ampliar los conocimientos en los conceptos de proporcionalidad directa e inversa, partiendo de la motivación histórica de la resolución de un problema es uno de los objetivos, se profundizará en la representación gráfica en el plano cartesiano de la proporcionalidad directa e inversa, como una introducción al concepto de función. Además se estudiarán las aplicaciones de la proporcionalidad en diferentes contextos, hasta llegar a justificar la forma de aplicación en la regla de tres.

1.1 Conceptos de función

R En las siguientes situaciones completa las tablas.

a) Cuando una libra de frijol cuesta \$2, el precio de 2, 3, 4 y 5 libras.

Peso (libras)	1	2	3	4	5	...
Precio						...

b) Cuando la medida de la base de un rectángulo es 3 cm, la medida de la altura y el área.

Altura (cm)	1	2	3	4	5	...
Área (cm^2)						...

c) Cuando el área de un rectángulo es de 24 cm^2, la medida de la base y la de altura.

Altura (cm)	1	2	3	4	5	6	...
Base (cm)	24	12			4.8		...

C Cuando en dos variables x y y, el valor que toma x determina un único valor de y, se dice que y es **función** de x.

Por ejemplo, en cada situación donde hay dos variables x y y, identificando en las que se puede determinar el valor de y cuando x toma un valor determinado, se tiene que

a) Cuando la edad de una persona es x años, su estatura es y cm. ⟶ No

b) Cuando un vehículo recorre una velocidad a 40 km/h durante x horas, la distancia recorrida es y km.

x (h)	1	2	3	4	5	6	7	8
y (km)	40	80	120	160	200	240	280	320

⟶ Sí

c) Cuando un rectángulo tiene 24 cm^2 de área, la base mide x cm y la altura mide y cm.

x (base, cm)	1	2	3	4	5	6	7	8
y (altura, cm)	24	12	8	6	4.8	4	3.428...	3

⟶ Sí

1. Identifica y señala con un círculo el literal de la situación en la que la variable y es función de x.

a) x horas de práctica de tiro y el número de goles, y goles en el fútbol.
b) Cuando camina 40 m por minuto, el tiempo x minutos y la distancia que se recorre y m.
c) En una empresa, inversión x dólares y ganancia que genera y dólares.
d) El peso de una persona que tiene x años de edad es y libras.
e) Cuando compra x cuaderno que cuesta \$1.25 cada uno y un compás que cuesta \$2.50, el costo total y dólares.
f) En un cuadrado cuyo lado mide x cm, la medida del perímetro y cm.

2. Escribe en el recuadro $\boxed{\quad}$ qué cantidad hace falta para determinar las siguientes cantidades.

a) El área de un rectángulo cuando la base mide 5 cm. $\boxed{\quad}$
b) Número de páginas que hace falta leer de un libro de 250 páginas. $\boxed{\quad}$
c) La distancia que recorre cuando viaja 40 km/h en el vehículo. $\boxed{\quad}$

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

1.2 Concepto de proporcionalidad directa

R

1. En las siguientes situaciones completa las tablas.

   a) Cuando una fotocopiadora saca 50 copias en dos minutos, el tiempo x minutos y el número de copias que se sacan y copias.

x (minutos)	1	2	3	4	5	...
y (copias)		50				...

   b) Cuando el volumen de un prisma rectangular es de 48 cm^3, la medida de la altura x cm y el área de la base y cm^2.

Altura (cm)	1	2	3	4	5	6	...
Área base (cm^2)	48				9.6		...

2. Encierra en un círculo el literal de las situaciones en las que la variable y es función de x.

   a) El peso de una persona cuya estatura es x cm es y kg.

   b) Cuando una porción de pastel cuesta \$0.50, la cantidad que se compra x porciones y el precio y dólares.

   c) Cuando entre x personas se compra un quintal de frijoles que cuesta \$50, el precio por persona es y dólares.

C

Recuerda el Problema inicial de la clase.

Una resma de papel bond pesa 2 libras. Representa el peso y libras de x resmas de papel bond.

a) Cuando el valor de x es multiplicado por 2, 3, 4..., ¿cómo cambia el valor de y?

b) ¿Cuál es el valor de $\frac{y}{x}$? ¿Es constante?

c) Representa y en términos de x.

×2 ×3 ×4

x (resmas)	1	2	3	4	5	6	...
y (libras)	2	4	6	8	10	12	...

×2 ×3 ×4

Constante

$$y = ax$$

Variables

En el Problema inicial, x y y se llaman **variables**, mientras la cantidad que no varía se llama **constante**, tal como es 2 en y=2x. Cuando y es función de x y se expresa de la forma de y=ax, (a es constante) se dice que y es **directamente proporcional** a x. Al número a se le llama **constante de proporcionalidad**.

Determina si y es directamente proporcional a x, expresando $y = ax$ e indica la constante de proporcionalidad.

a) Cuando una persona camina 50 metros por minuto, el tiempo es x minutos y la distancia recorrida es y metros.

x (minutos)	1	2	3	4	5	6	...
y (metros)	50	100					...

b) Cuando en una pila se vierte agua a un ritmo de 3 litros por minuto, el tiempo es x minutos y la cantidad de agua es y litros.

x (minutos)	1	2	3	4	5	6	...
y (litros)							...

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

1.3 Valores que toman las variables

R

1. Encierra en un círculo el literal de las situaciones en las que la variable y es función de x.
   a) Cuando una libra de frijoles cuesta $1.25, el peso de los frijoles x libras y su precio y dólares.
   b) En un triángulo cuya altura es de 6 cm, la base x cm, y el área y cm^2.
   c) En una alcancía hay $50. Si todos los días se deposita $1 a la alcancía, número de días x y la cantidad de dólares en la alcancía y dólares.

2. En las siguientes tablas, y es directamente proporcional a x. Encuentra la constante de la proporcionalidad y expresa en $y=ax$.

a)

x	1	2	3	4	5	6	...
y	3	6	9	12	15	18	...

b)

x	0	1	...	5	...	12	...
y	0			12.5	...	30	...

C

Recuerda lo visto en clases.
Para llenar una piscina rectangular a una altura (profundidad) de 120 cm, se vierte agua a un ritmo de 6 cm de altura (profundidad) por hora.
   a) ¿Cuántas horas se necesitan para llenar 120 cm de altura? ⟶ 120 ÷ 6 = 20, entonces, 20 horas.
   b) Si el tiempo transcurrido del llenado de agua se expresa con x, ¿desde qué y hasta qué valor puede tomar la variable x? ⟶ $0 \leq x \leq 20$ y se lee "x es mayor o igual que 0 y menor o igual que 20".
   c) Dado que la variable y representa la altura (profundidad) de agua, ¿desde qué y hasta qué valor tomaría la variable y? ⟶ $0 \leq y \leq 120$ y se lee "y es mayor o igual que 0 y menor o igual que 120".

x (horas)	0	1	2	3	4	...	20
y (cm)	0	6	12	18	24	...	120

En la proporcionalidad directa hay casos en que se limita el valor que pueden tomar las variables x y y, para representar ese límite se usa los signos de desigualdades (<, >, ≤, ≥, =).

1. En las siguientes situaciones, representa desde qué y hasta qué valor se pueden tomar las variables x y y usando los signos de desigualdad.
   a) Una carnicería que tiene 15 libras de carne molida y el precio $3 por libra, el peso vendido es x libras y la venta es y dólares.

x (libras)	0	1	2	3	4	...	15
y (dólares)	0	3	6	9	12	...	20

   b) En una pila cuya capacidad máxima es de 30 galones se vierte agua a un ritmo de 3 galones por minuto, el tiempo x minutos y cantidad de agua en la pila y galones.

x (minutos)	0	1	2	3	4	...	
y (galones)	0	3	6	9	12	...	

2. Represента las siguientes expresiones usando un signo de desigualdad.
   a) x es mayor que 5.
   b) x es mayor o igual que 5.
   c) x es menor o igual que 3.
   d) x es mayor que 2 y menor que 8.
   e) x es mayor que –8 y menor que –2.
   f) x es menor o igual que –5.

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

1.4 La proporcionalidad directa con valores negativos en las variables

R

1. En la siguiente tabla, y es directamente proporcional a x. Encuentra la constante de la proporcionalidad y expresa en $y = ax$.

x	1	2	3	4	5	6	...
y	3	6	9	12	15	18	...

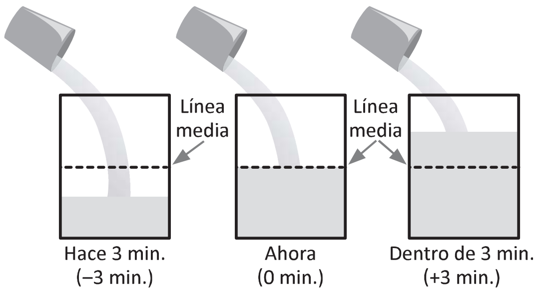
2. En la siguiente situación, representa desde qué y hasta qué valor se pueden tomar las variables x y y usando los signos de desigualdad.
   En una pila cuya capacidad máxima es de 40 galones se vierte agua a un ritmo de 2 galones por minuto, el tiempo x minutos y la cantidad de agua en la pila y galones.

x (minutos)	0	1	2	3	4	...	
y (galones)	0	2	4	6	8	...	

C

Recuerda lo visto en clase.

Tal como se muestra en el dibujo, se vierte agua a ritmo de 2 cm de altura (profundidad) por minuto. Dado que el tiempo de este momento es 0 minutos, y la línea media del recipiente es 0 cm de altura, encuentra la relación entre x minutos después y la altura y cm arriba de la línea media, realiza lo siguiente:



a) Completa la tabla.

x (minutos)	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4
y (cm)	–8	–6	–4	–2	0	2	4	6	8

b) ¿Puede representar la altura y cm de la forma $y = ax$? Como la constante es 2, entonces, $y = 2x$.

c) ¿Se puede decir que y es directamente proporcional a x? Sí, porque se pudo representar de la forma de $y = ax$, además, cumple que cuando el valor de x cambia multiplicado por 2, 3, 4... el valor de y correspondiente también cambia multiplicado por 2, 3, 4... Por ejemplo, el valor de x cambia de –1 a –3 (–1 multiplicado por 3), el valor de y también cambia de –2 a –6 (–2 multiplicado por 3).

Aunque las variables tomen valores negativos, las características de proporcionalidad siempre se cumplen, es decir, en la proporcionalidad directa, las variables pueden tomar valores negativos.

Completa las tablas que muestran relación de proporcionalidad directa y escribe en forma de $y = ax$.

a)

x	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4
y					0	4			

b)

x	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4
y					0	3			

c)

x	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4
y			–5		0				

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

1.5 La proporcionalidad directa con constante negativa

1. En la siguiente situación, y es directamente proporcional a x. Encuentra la constante de la proporcionalidad y expresa en $y = ax$. Representa desde qué y hasta qué valor se pueden tomar las variables x y y usando los signos de desigualdad.

x (minutos)	0	1	2	3	4	...	12
y (galones)	0	1.5	3	4.5	6	...	

2. Completa las tablas que muestran relación de proporcionalidad directa y escribe en forma de $y = ax$.

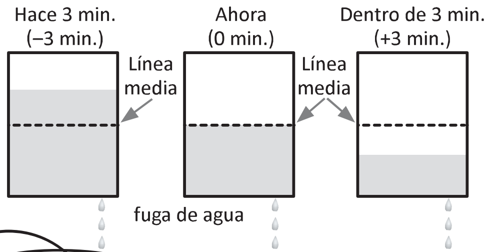
a)

x	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4
y					0	5			

b)

x	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4
y					0	3.5			

Tal como se muestra en el dibujo, hay una fuga de agua a un ritmo de 2 cm de altura por minuto. Dado que el tiempo de este momento es 0 minutos, y la línea media del recipiente es 0 cm de altura, determina la relación entre x minutos después y la altura y cm con respecto a la línea media. Además:



a) Completa la tabla.

x (minutos)	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4
y (cm)	8	6	4	2	0	–2	–4	–6	–8

b) Escribe la relación entre las variables en la forma de $y = ax$. Como la constante es –2, entonces, $y = -2x$.

c) Determina si y es directamente proporcional a x. Como se pudo representar la relación en la forma $y = ax$, se concluye que y es directamente proporcional a x además, cumple que si el valor de x cambia al ser multiplicado por 2, 3, 4... el valor de y correspondiente también cambia siendo multiplicado por 2, 3, 4... Por ejemplo, el valor de x cambia de 1 a 3 (1 multiplicado por 3), el valor de y también cambia de –2 a –6 (–2 multiplicado por 3).

En la proporcionalidad directa, hay casos en que su constante es negativa. Es decir, en el valor de $y = ax$, a puede tomar valor negativo ($a < 0$).

Completa las tablas que muestran relación de proporcionalidad directa y escribe en forma de $y = ax$.

a)

x	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4
y					0	–3			

b)

x	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4
y					0	–5			

c)

x	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4
y				$\frac{2}{3}$	0				

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

1.6 Representación en la forma $y = ax$ a partir de un par de valores para x y y

R Completa las tablas que muestran relación de proporcionalidad directa y escribe en forma de $y = ax$.

a)

x	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4
y						7			

b)

x	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4
y					0	–4			

c)

x	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4
y			$\frac{2}{7}$		0				

C Recuerda lo visto en clase.

Si y es directamente proporcional a x y además $x = 4$, $y = 12$, representa en forma de $y = ax$, la relación entre las variables.

Se sustituyen los valores de x y y, luego se encuentra el valor de a. Se tiene que $x = 4$, $y = 12$, se sustituyen en $y = ax$:

$$12 = 4a$$
$$4a = 12$$
$$a = 3 \qquad \text{entonces,} \qquad y = 3x$$

Para representar la relación de la proporcionalidad directa en forma de $y = ax$, a partir de un par de valores de variables, se realizan los siguientes pasos:

1. Se sustituye los valores en las variables y se forma una ecuación.
2. Se encuentra el valor de la constante en la ecuación.
3. Se sustituye el valor de la constante en $y = ax$.

1. Si y es directamente proporcional a x, encuentra el valor de la constante a en $y=ax$, para cada uno de los siguientes casos:

a) $x = 3$, $y = 15$ b) $x = 2$, $y = 8$ c) $x = 4$, $y = 12$

d) $x = 2$, $y = –6$ e) $x = –2$, $y = –6$ f) $x = –3$, $y = –9$

g) $x = –3$, $y = 9$ h) $x = 6$, $y = 15$ i) $x = 8$, $y = –20$

2. La temperatura del aire hasta 10 km del nivel de tierra, se baja a un ritmo de 6° C por cada 1 km que sube. Cuando sube x km arriba de la tierra, se expresa que se baja y° C. Realiza lo siguiente:

a) Representa desde qué y hasta qué valor pueden tomar las variables x y y.

b) Escribe en la forma $y = ax$.

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

1.7 Autoevaluación de lo aprendido

Resuelve y marca con una "×" la casilla que consideres adecuada de acuerdo a lo que aprendiste.
Sé consciente con lo que respondas.

<table>
<tr><th>Ítem</th><th>Sí</th><th>Podría mejorar</th><th>No</th><th>Comentario</th></tr>
<tr><td>1. Resuelvo problemas como
Identifica las situaciones en las que la variable y es función de x.
a) x horas de estudio y el puntaje en el examen y puntos.
b) Cuando un diccionario pesa 2 libras; si hay x cantidad del mismo diccionario, el peso total es y libras.
c) El recorrido entre dos municipios A y B cuya distancia es 50 km, la distancia recorrida x km y la distancia faltante es y km.
d) x años de experiencia en el trabajo y el sueldo es y dólares.
e) Cuando viaja 240 km con una velocidd de x km/h, y el tiempo y horas.</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>2. Resuelvo problemas como
Determina si y es directamente proporcional a x, expresando $y = ax$ e indica la constante de proporcionalidad, cuando un atleta camina por la playa 80 metros por minuto, el tiempo x minutos y la distancia recorrida es y metros.
<table><tr><td>x (minutos)</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr><tr><td>y (metros)</td><td>80</td><td></td><td></td></tr></table></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>3. Resuelvo problemas como
Represento los valores que pueden tomar las variables x y y usando los signos de desigualdad, en la siguiente situación: Una carnicería que tiene 20 libras de carne molida y el precio es de 2 dólares por libra, el peso vendido es x libras y la venta es y dólares.
<table><tr><td>x (libras)</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>...</td><td>20</td></tr><tr><td>y(dólares)</td><td>0</td><td>2</td><td>4</td><td>6</td><td>8</td><td></td><td></td></tr></table></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>4. Resuelvo problemas como
Si y es directamente proporcional a x, encuentra el valor de la constante a en $y = ax$, para cada uno de los siguietes casos:
a) $x = 2$, $y = 14$ b) $x = –3$, $y = 5$
c) $x = 2$, $y = –20$ d) $x = 6$, $y = –9$</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

1.8 El plano cartesiano

1. Completa las tablas que muestran relación de proporcionalidad directa y escribe en forma de $y = ax$.

a)

x	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4
y			6		0				

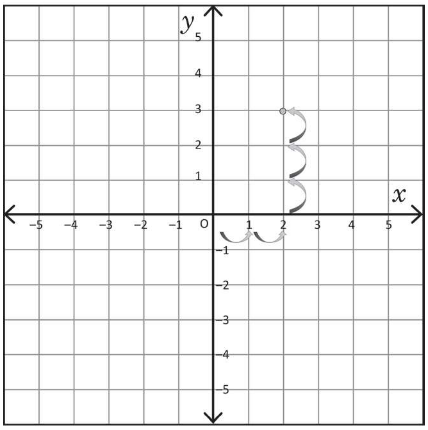
b)

x	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4
y					0		–1		

2. Si y es directamente proporcional a x, encuentra el valor de la constante a en $y = ax$, para cada uno de los siguientes casos:

a) $x = -2$, $y = -10$ b) $x = -4$, $y = 8$ c) $x = 3$, $y = -12$ d) $x = 2$, $y = -15$

En un plano cartesiano a la recta horizontal se le llama **eje de las x** (o abscisas) y a la recta vertical se le llama **eje de las y** (o de las ordenadas).



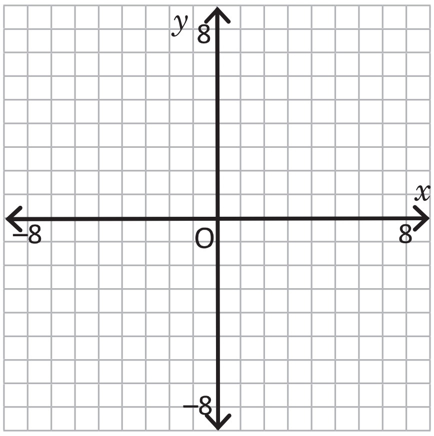
El punto de intersección de ambas rectas se denomina **origen,** representado por la letra O y corresponde al valor 0 en x y en y. Por ejemplo:
Puedes ver la ubicación del punto A, cuya posición está representada por $x = 2$ y $y = 3$ en el plano cartesiano de la derecha:
El par de números del punto A, se escribe como A (2, 3) y se llama **par ordenado** del punto A. El punto de origen O siempre representa como O (0, 0).

En general, los valores que representan a un punto P en el plano cartesiano, se llaman **coordenadas** del punto P. En el ejemplo anterior las coordenadas del punto A son $x = 2$ y $y = 3$.

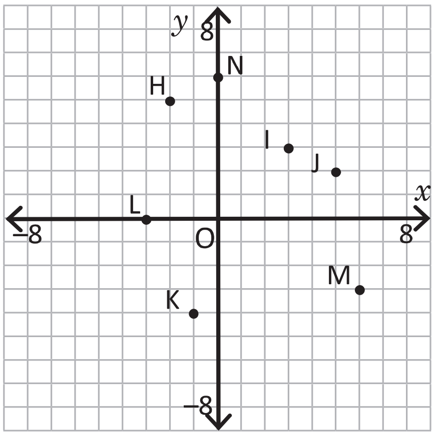
Realiza lo que se te pide en cada uno de los siguientes literales:

a) Ubica los siguientes puntos:

A(5, 3)
B(4, –3)
C(–5, –4)
D(–2, 2)
E(0, 2)
F(4, 0)



b) Escribe las coordenadas de los puntos:



H(,)
I(,)
J(,)
K(,)
L(,)
M(,)
N(,)

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

1.9 Gráfica de la proporcionalidad directa, parte 1

R

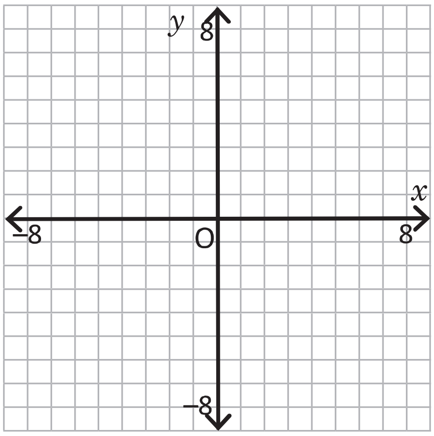
1. Si y es directamente proporcional a x, encuentra el valor de la constante a en $y = ax$, para cada uno de los siguientes casos:

   a) $x = -4$, $y = 20$ b) $x = 4$, $y = -12$ c) $x = 5$, $y = -3$

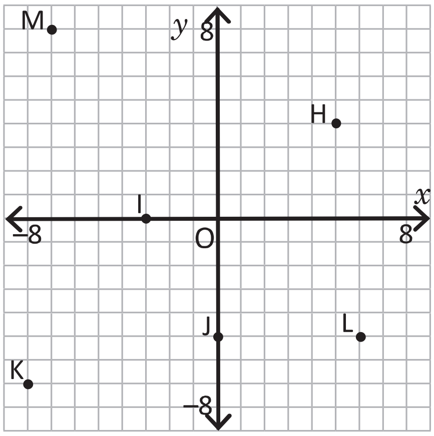
2. Realiza lo que se te pide en cada uno de los siguientes literales:

   a) Ubica los siguientes puntos:

   A(1, 1)
   B(2, –1)
   C(–3, –7)
   D(–5, 3)
   E(8, 0)
   F(0, –7)



   b) Escribe las coordenadas de los puntos:



   H(☐, ☐)
   I(☐, ☐)
   J(☐, ☐)
   K(☐, ☐)
   L(☐, ☐)
   M(☐, ☐)

C

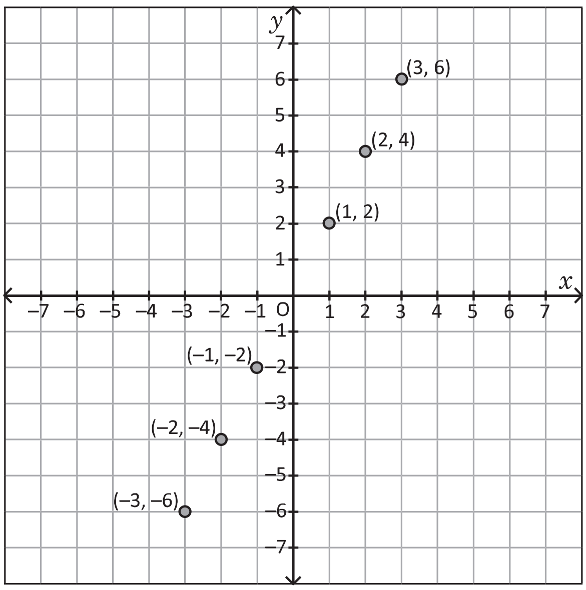
En la siguiente tabla se muestran pares ordenados de x y y, que están en proporcionalidad directa $y = 2x$.

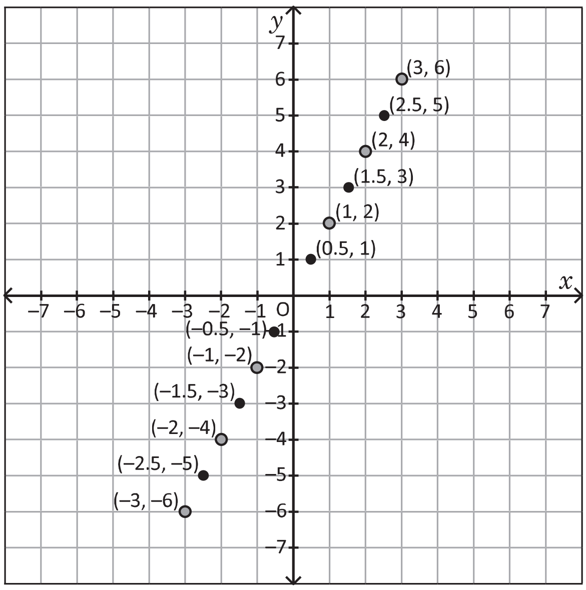
x	...	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4	...
y	...	–8	–6	–4	–2	0	2	4	6	8	...

Al agregar más puntos tienes:

x	...	–4	–3.5	–3	–2.5	–2	–1.5	–1	–0.5	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	...
y	...	–8	–7	–6	–5	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	...

Las gráfica de la tabla original y agregando más puntos son:





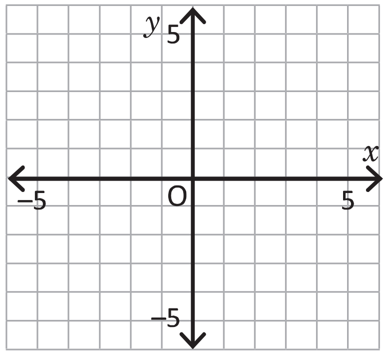
Tal como se muestra en las gráficas anteriores, al colocar los pares ordenados que corresponden a $y = 2x$, estos puntos se ubican en una línea recta y al colocar más puntos, se forma una línea recta. A esta recta se le llama gráfica de $y = 2x$.

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

Para cada literal, elabora la gráfica que se indica a partir de la tabla presentada.

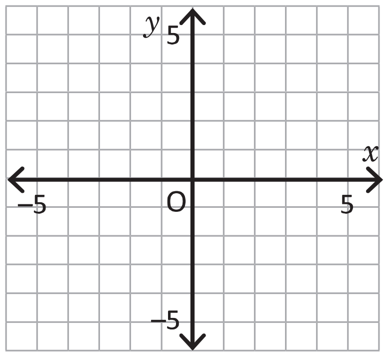
a) $y = -x$

x	...	–5	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4	5	...
y	...	5	4	3	2	1	0	–1	–2	–3	–4	–5	...



b) $y = \frac{1}{2}x$

x	...	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4	...
y	...	–2	$-\frac{3}{2}$	–1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	2	...



Unidad 6

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

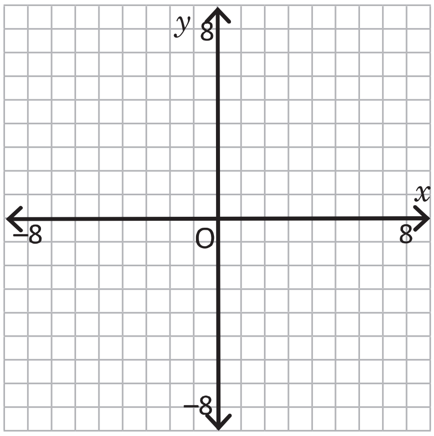
1.10 Gráfica de la proporcionalidad directa, parte 2

R

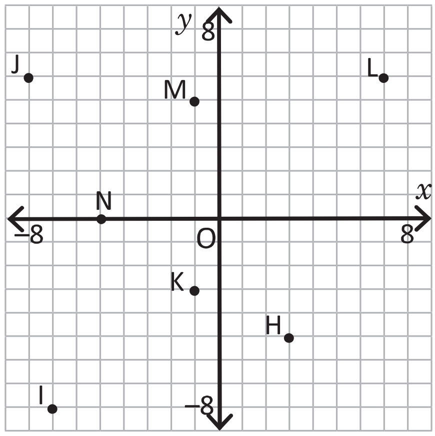
1. Realiza lo que se te pide en cada uno de los siguientes literales:

a) Ubica los siguientes puntos:

A(5, 1)
B(7, –2)
C(–1, –3)
D(–3, 8)
E(–1, 0)
F(5, 0)



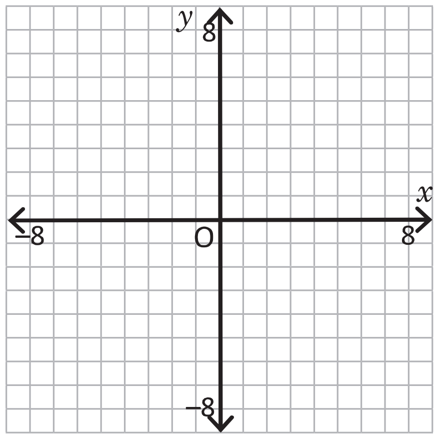
b) Escribe las coordenadas de los puntos:



H(□, □)
I(□, □)
J(□, □)
K(□, □)
L(□, □)
M(□, □)
N(□, □)

2. Elabora la gráfica de $y = -2x$, a partir de la siguiente tabla:

x	...	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4	...
y	...	8	6	4	2	0	–2	–4	–6	–8	...

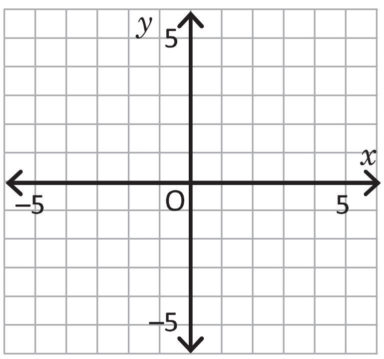


C

Para elaborar la gráfica de proporcionalidad directa $y = ax$, se toma el punto de origen en O (0, 0) y otro punto; luego se traza la línea recta que pasa por estos puntos.

Elabora la gráfica de las siguientes proporcionalidades directas en el mismo plano cartesiano.

a) $y = 3x$ b) $y = -3x$ c) $y = 0.5x$ d) $y = -\frac{4}{5}x$

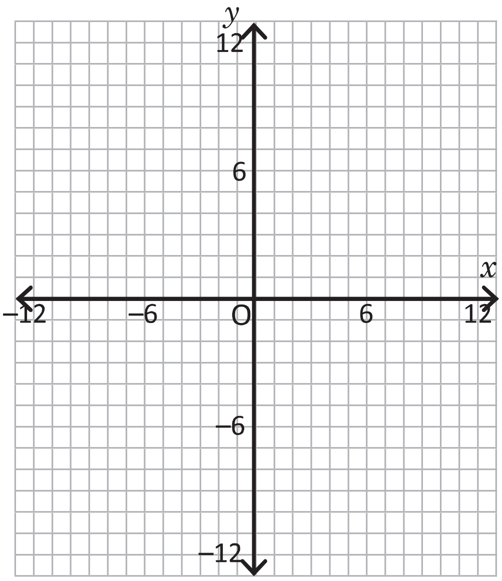


¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

1.11 Representación $y = ax$ de la proporcionalidad directa a partir de la gráfica

1. Elabora la gráfica de $y = -3x$, a partir de la siguiente tabla:

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
y	...	9	6	3	0	-3	-6	-9	...



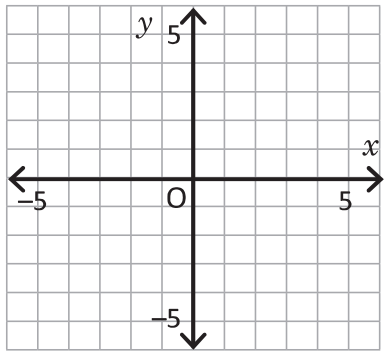
2. Elabora la gráfica de las siguientes proporcionalidades directas:

a) $y = 5x$

b) $y = -4x$

c) $y = \frac{2}{5}x$

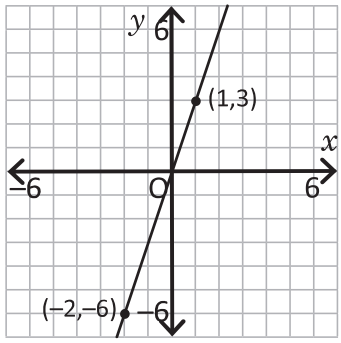
d) $y = -\frac{5}{4}x$



Para escribir $y = ax$ a partir de la gráfica:

1. Elige un punto (par ordenado) diferente del origen por el que pasa la gráfica, cuyos valores sean números enteros.
2. Sustituir el valor de x y y del par ordenado en $y = ax$ y encontrar el valor de la constante a.
3. Escribe $y = ax$, sustituyendo a por el valor encontrado en 2.

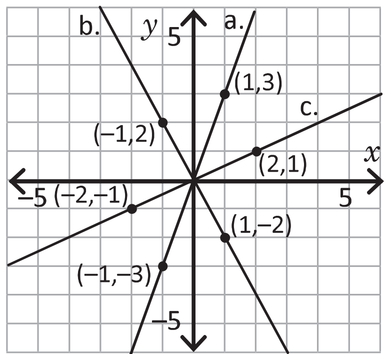
Por ejemplo, para determinar $y = ax$ para la gráfica de la derecha, se hace:



Solución 1:
Como la gráfica pasa por el punto (1, 3), sustituye en x y y.
$y = ax$
$3 = 1a$
$3 = a$
Entonces, $y = 3x$.

Solución 2:
Como la gráfica pasa por el punto (−2, −6), sustituye por x y y.
$y = ax$
$-6 = -2a$
$3 = a$
Entonces, $y = 3x$.

Determina $y = ax$ para cada literal, a partir de las 3 gráficas de proporcionalidad directa.



a)

b)

c)

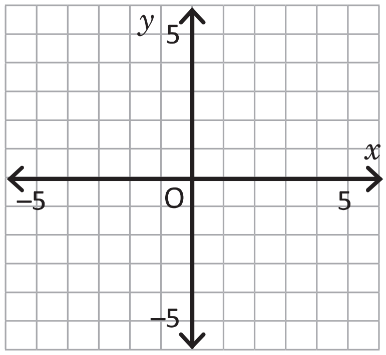
¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

Unidad 6

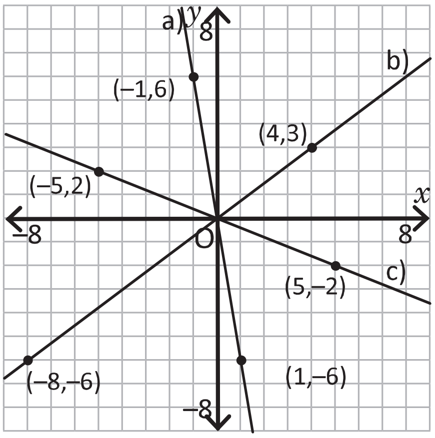
1.12 Gráfica de proporcionalidad directa cuando las variables toman ciertos valores

1. Elabora la gráfica de las siguientes proporcionalidades directas:

a) $y = 4x$ b) $y = -\frac{4}{5}x$ c) $y = 2.5x$ d) $y = -\frac{3}{2}x$



2. Determina $y = ax$ para cada literal, a partir de las 3 gráficas de proporcionalidad directa.



a) $\boxed{}$

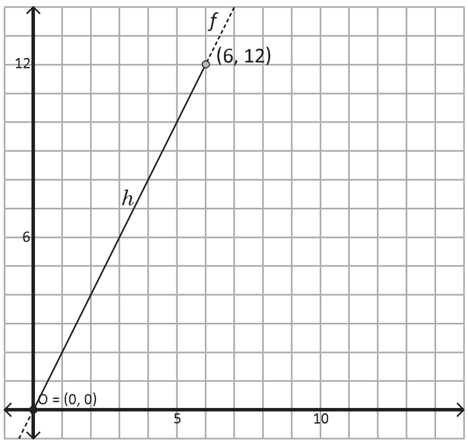
b) $\boxed{}$

c) $\boxed{}$

Para los valores de las variables que están limitados, se puede tomar la línea continua de la gráfica, mientras que para los valores que están fuera del límite se pueden representar con una línea punteada. Por ejemplo, en una pila cuya capacidad máxima es de 12 galones, se vierte agua a un ritmo de 2 galones por minuto. Si se expresa el tiempo en que se vierte el agua como x minutos y la cantidad de agua de la pila como y galones, tienes que

- La constante es 2, entonces, $y = 2x$.
- Para verter los 12 galones, se tarda 6 minutos, por lo que el tiempo x toma los valores $0 \leq x \leq 6$; mientras que la cantidad de agua y, tiene los valores $0 \leq y \leq 12$.

Observa que los valores que están fuera del limite se representan a través de una línea punteada.



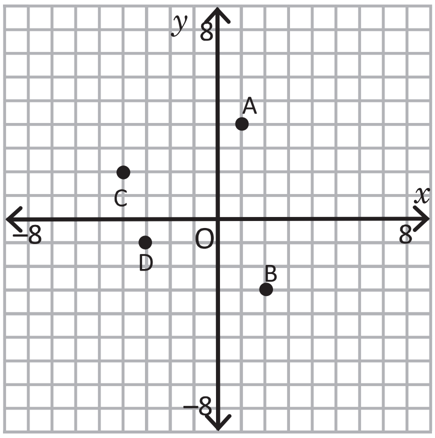
1. En una pila cuya capacidad máxima es de 10 galones, se vierte agua a un ritmo de 2 galones por minuto. Si se expresa el tiempo en que se vierte el agua como x minutos y la cantidad de agua de la pila con y galones. En tu cuaderno realiza lo siguiente:
   a) Escribe $y = ax$
   b) Determina qué valores toman x y y, usando los signos de desigualdad
   c) Grafica $y = ax$

2. Para viajar 12 km, se camina 2 km por hora. Dado que el tiempo se expresa como x horas y la distancia recorrida con y km. En tu cuaderno realiza lo siguiente:
   a) Escribe $y = ax$
   b) Determina qué valores toman x y y, usando los signos de desigualdad
   c) Grafica $y = ax$

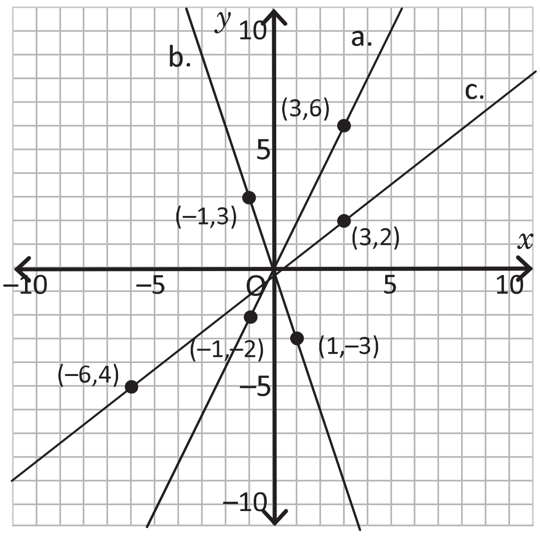
¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

1.13 Autoevaluación de lo aprendido

Resuelve y marca con una "×" la casilla que consideres adecuada de acuerdo a lo que aprendiste.
Sé consciente con lo que respondas.

<table>
<tr><th>Ítem</th><th>Sí</th><th>Podría mejorar</th><th>No</th><th>Comentario</th></tr>
<tr><td>1. Resuelvo problemas como:
En el plano cartesiano, lee y escribe los puntos B, C y D, y ubica los puntos E(3, 6), F(–4, 5) y G(–3, 5). Ejemplo: A(1, 4)

</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>2. Resuelvo problemas como
Elabora la gráfica de $y = 2x$, a partir de la siguiente tabla.

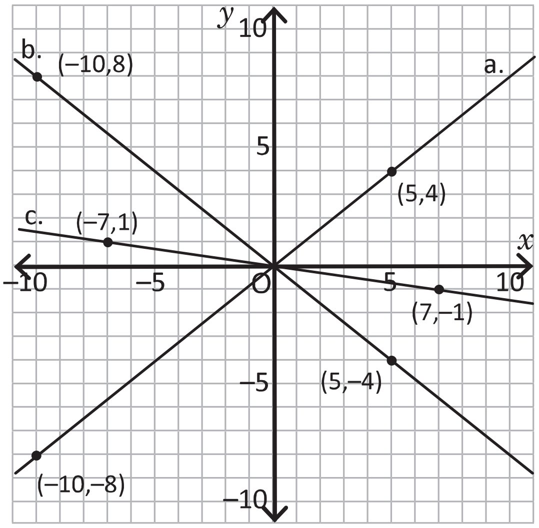
x	...	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4	...
y	...	8	6	4	2	0	–2	–4	–6	–8	...

</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>3. Resuelvo problemas como
Elabora la gráfica de las siguientes proporcionalidades directas.
a) $y = -4x$ b) $y = -1.5x$ c) $y = -\frac{2}{3}$</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>4. Resuelvo problemas como
Determina $y = ax$, para cada literal, a partir de las 3 gráficas de proporcionalidad directa.

</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

2.1 Concepto de la proporcionalidad inversa

1. Determina $y = ax$ para cada literal, a partir de las 3 gráficas de proporcionalidad directa.



a) ☐

b) ☐

c) ☐

2. Un recipiente con capacidad para 14 litros, está lleno de agua, pero hay una fuga en la que se pierden 2 litros por minuto. Dado que el tiempo se expresa como x minutos y la cantidad de agua que se ha fugado del recipiente por y litros. En tu cuaderno realiza lo siguiente:
   a) Escribe $y = ax$
   b) Determina qué valores toman x y y, usando los signos de desigualdad
   c) Grafica $y = ax$

Cuando y es función de x y se expresa en forma de $y = \frac{a}{x}$ o $(xy = a)$ (a es constante y x no se considera 0), se dice que y es inversamente proporcional a x. Al número a se le llama constante de la proporcionalidad.

En la proporcionalidad inversa, cuando una variable x se multiplica por 2, 3, 4..., la otra variable y se multiplica por $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$... Y para encontrar la constante a, se multiplica xy.
Un ejemplo de proporcionalidad inversa se presenta en la siguiente tabla:

× 2 × 3 × 4

x (base, cm)	1	2	3	4	5	6	...
y (altura, cm)	6	3	2	1.5	1.2	1	...

$\times\frac{1}{2}$ $\times\frac{1}{3}$ $\times\frac{1}{4}$

Puedes notar que $xy = 6$,

Al despejar y, obtienes $y = \frac{6}{x}$.

Para cada una de las siguientes situaciones, si la relación entre las variables es de proporcionalidad inversa; en tu cuaderno, elabora una tabla, escribe la constante y la expresión $y = \frac{a}{x}$.

a) Cuando una biblioteca gasta 40 dólares en comprar varios ejemplares del mismo libro, expresando el número de ejemplares con x y el precio de cada uno con y dólares.
b) En el cálculo del área de un cuadrilatero de 12 cm^2, considerando que la medida de la base es x cm y la altura es y cm.
c) Cuando un viaje dura 3 horas, con una velocidad de y km/h y una distancia recorrida de x km.
d) Si se han consumido 1 650 kilocalorías, al comer x barras de chocolate donde cada una tiene y kilocalorías.

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

2.2 Proporcionalidad inversa con valores negativos en las variables

1. Una vela de 10 cm de altura se derrite $\frac{1}{2}$ cm de altura por minuto. Dado que el tiempo se expresa como x minutos y la cantidad de vela derretida por y cm. Realiza lo siguiente:
   a) Escribe $y = ax$

   b) Determina qué valores toman x y y, usando los signos de desigualdad

   c) En tu cuaderno traza la gráfica $y = ax$

2. Para cada una de las siguientes situaciones, si la relación entre las variables es de proporcionalidad inversa; en tu cuaderno, elabora una tabla, escribe la constante y la expresión $y = \frac{a}{x}$.
   a) Cuando se tiene una canasta con 26 frutas entre peras y manzanas, en donde hay x manzanas y y peras.

   b) Una pila que se llena a 2 galones por minuto, expresando la cantidad total del agua en y galones y el tiempo empleado para agregarla en la pila en x minutos.

   c) Cuando se compra una caja de helado que cuesta 40 dólares para la celebración del día del niño, para un grupo de x estudiantes que pagan y dólares cada uno.

Cuando y es inversamente proporcional a x, aunque x tome valores negativos, las características se mantienen. Por ejemplo, observa la siguiente tabla:

x	...	−6	−5	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5	6	...
y	...	−2	−2.4	−3	−4	−6	−12		12	6	4	3	2.4	2	...

Aunque la variable x tome valores negativos, si el valor de la variable x se multiplica por 2, 3, 4, ... el valor de la variable y correspondiente se va multiplicando por $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$...

Completa la tabla e identifica la constante y escribe $y = \frac{a}{x}$

a)

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
y				−24		24			

$y = \frac{\square}{x}$

b)

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
y		$-\frac{4}{3}$		−4		4		$\frac{4}{3}$	

$y = \frac{\square}{x}$

c)

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
y			18						

$y = \frac{\square}{x}$

d)

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
y	2								−2

$y = \frac{\square}{x}$

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

Unidad 6

2.3 Representación en la forma $y = \frac{a}{x}$ a partir de un par ordenado

R

1. Para cada una de las siguientes situaciones, si la relación entre las variables es de proporcionalidad inversa; en tu cuaderno, elabora una tabla, escribe la constante y la expresión $y = \frac{a}{x}$.
   a) La distancia de la casa de Ana a la escuela es 650 m, y se transporta en su bicicleta con la velocidad de x m por minuto y un tiempo de viaje de y minutos.
   b) Si se compra una camisa de 15 dólares, y el dinero que se tenía disponible era x dólares y el vuelto después de la compra es y dólares.
   c) En el cálculo de área de un rectángulo de 8 cm^2, cuya medida de la base es x cm y la medida de la altura es y cm.

2. Completa la tabla e identifica la constante y escribe $y = \frac{a}{x}$.

a)

x	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4
y				–18		18			

$y = \frac{\square}{x}$

b)

x	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4
y			–10				10		

$y = \frac{\square}{x}$

c)

x	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4
y		2						–2	

$y = \frac{\square}{x}$

d)

x	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4
y	2								–2

$y = \frac{\square}{x}$

C

Para representar la relación de proporcionalidad inversa de la forma $y = \frac{a}{x}$, a partir de algunos valores determinados de las variables:
1. Se sustituye los valores en las variables y se forma una ecuación.
2. Se encuentra el valor de la constante en la ecuación.
3. Se sustituye el valor de la constante en $y = \frac{a}{x}$.

Por ejemplo, y es inversamente proporcional a x, y además $x = 4$ y $y = 6$, la forma $y = \frac{a}{x}$, se determina como sigue:

Utilizando $y = \frac{a}{x}$
Cuando $x = 4$, $y = 6$
Entonces, $6 = \frac{a}{4}$
$a = 6 \times 4$
$a = 24$
Entonces, $y = \frac{24}{x}$.

o

Utilizando $xy = a$
Cuando $x = 4$, $y = 6$
Entonces, $4 \times 6 = a$
$a = 24$
Entonces, $y = \frac{24}{x}$.

Si y es inversamente proporcional a x, representa en la forma de $y = \frac{a}{x}$, para cada uno de los siguientes literales:

a) Cuando $x = 2$, $y = 7$ b) Cuando $x = 3$, $y = 6$ c) Cuando $x = –3$, $y = 5$ d) Cuando $x = 2$, $y = –4$

e) Cuando $x = \frac{1}{3}$, $y = 6$ f) Cuando $x = –5$, $y = -\frac{3}{5}$ g) Cuando $x = –12$, $y = \frac{3}{4}$

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

2.4 Gráfica de proporcionalidad inversa cuya constante es positiva

1. Completa las tablas e identifica la constante y escribe $y = \frac{a}{x}$.

a)

x	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4
y							5		

$y = \frac{\square}{x}$

b)

x	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4
y		4							

$y = \frac{\square}{x}$

2. Si y es inversamente proporcional a x, representa en la forma de $y = \frac{a}{x}$, para cada uno de los siguientes literales:

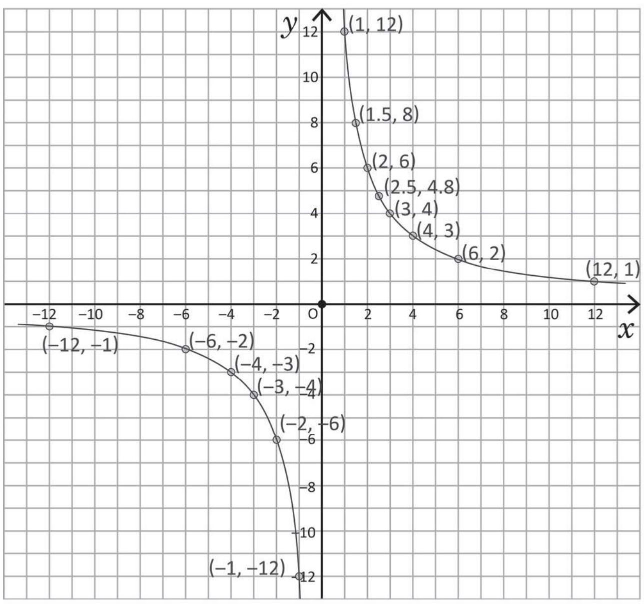
a) Cuando $x = 3$, $y = 2$ b) Cuando $x = 5$, $y = 10$ c) Cuando $x = –7$, $y = 3$ d) Cuando $x = 8$, $y = –2$

e) Cuando $x = 10$, $y = \frac{1}{5}$ f) Cuando $x = -\frac{6}{7}$, $y = –7$ g) Cuando $x = –10$, $y = \frac{4}{5}$

La gráfica de proporcionalidad inversa consta de dos líneas curvas. Por ejemplo, para la siguiente relación de proporcionalidad inversa $y = \frac{12}{x}(xy = 12)$ tienes que

x	...	–12	...	–6	...	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4	...	6	...	12	...
y	...	–1	...	–2	...	–3	–4	–6	–12		12	6	4	3	...	2	...	1	...

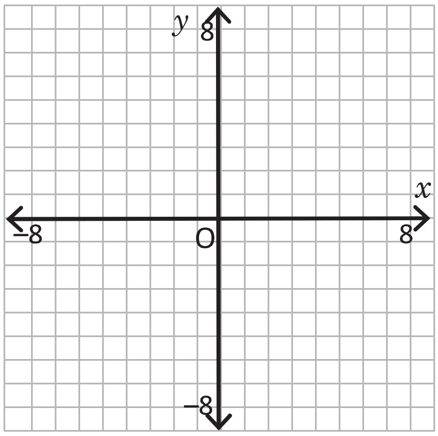
Al ubicar los puntos en el plano cartesiano, basados en los pares ordenados de la tabla y al colocar otros puntos tales como (1.5, 8), (2.5, 4.8), (–1.5, –8), (–1.25, –9.6), etc. La gráfica se representa de la siguiente manera:



En cada literal, completa la tabla que representa la proporcionalidad inversa y elabora la gráfica.

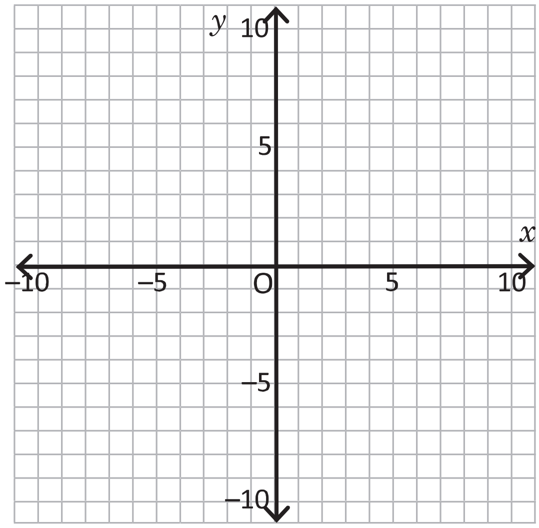
a) $y = \frac{8}{x}$

x	–8	...	–4	...	–2	–1	0	1	2	...	4	...	8
y		...		...		–8		8		...		...	



b) $y = \frac{10}{x}$

x	–10	...	–5	...	–2	–1	0	1	2	...	5	...	10
y		...		...				10		...		...	



¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

2.5 Gráfica de proporcionalidad inversa cuya constante es negativa

1. Si y es inversamente proporcional a x, representa en la forma de $y = \frac{a}{x}$, para cada uno de los siguientes literales:

a) Cuando $x = 10$, $y = -5$

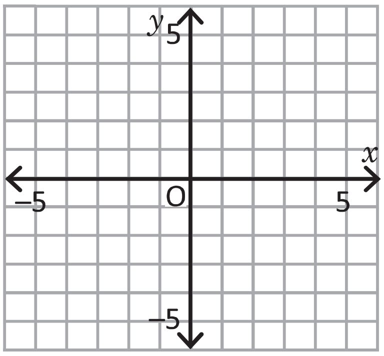
b) Cuando $x = \frac{1}{2}$, $y = 8$

c) Cuando $x = -11$, $y = -\frac{8}{11}$

d) Cuando $x = 20$, $y = -\frac{3}{4}$

2. Completa la tabla que representa la proporcionalidad inversa $y = \frac{5}{x}$ y elabora la gráfica.

x	–5	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4	5
y		...							...		

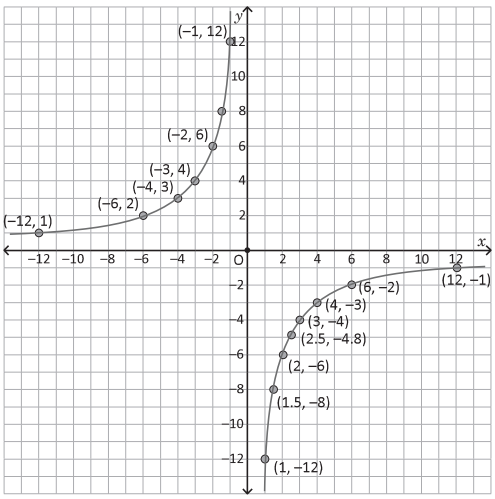


La gráfica de proporcionalidad inversa depende del valor de la constante a, tal como se muestra a continuación:

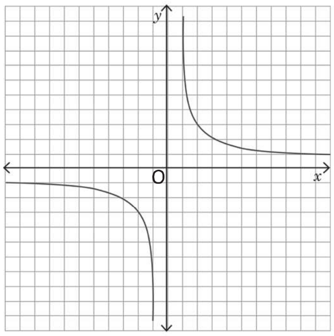
Para la siguiente relación de proporcionalidad inversa $y = -\frac{12}{x}$ ($xy = -12$) tienes que

x	...	–12	...	–6	...	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4	...	6	...	12	...
y	...	1	...	2	...	3	4	6	12		–12	–6	–4	–3	...	–2	...	–1	...

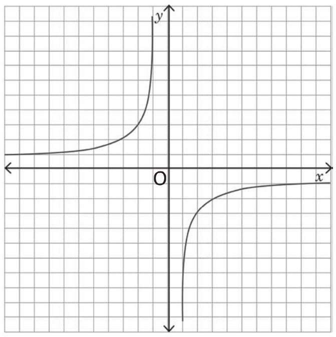
Al ubicar los puntos en el plano cartesiano, basados en los pares ordenados de la tabla y al colocar otros puntos tales como (1.5, –8), (2.5, –4.8), (–1.5, 8), (–1.25, 9.6), etc. La gráfica se representa de la siguiente manera:



La gráfica de una proporcionalidad inversa, puede presentar una de las siguientes formas, según la constante a.



($a > 0$)



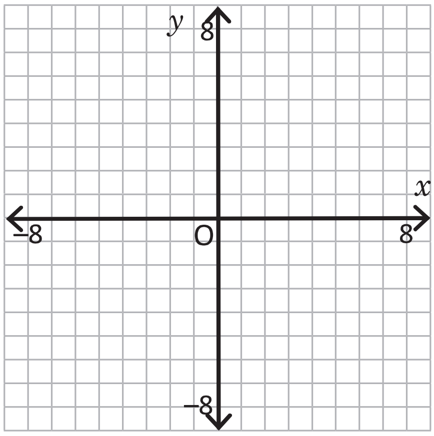
($a < 0$)

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

En cada literal, completa la tabla que representa la proporcionalidad inversa y elabora la gráfica.

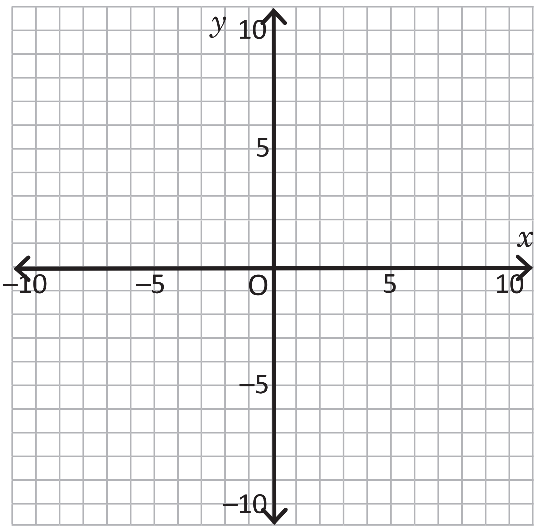
a) $y = -\frac{8}{x}$

x	–8	...	–4	...	–2	–1	0	1	2	...	4	...	8
y		...		...						...		...	



b) $y = -\frac{10}{x}$

x	–10	...	–5	...	–2	–1	0	1	2	...	5	...	10
y		...		...						...		...	



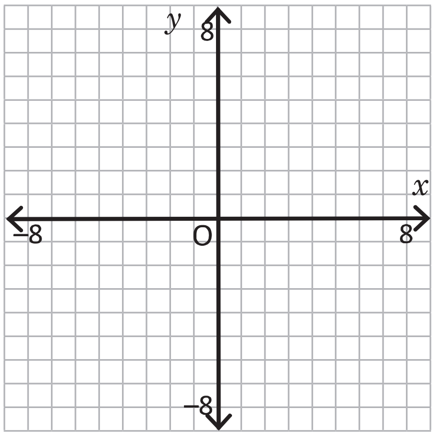
¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

3.1 Regla de tres simple directa

R

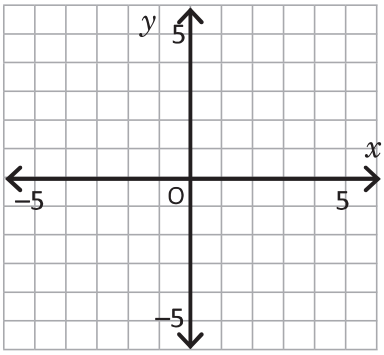
1. Completa la tabla que representa la proporcionalidad inversa $y = \frac{16}{x}$ y elabora la gráfica.

x	–8	...	–4	...	–2	–1	0	1	2	...	4	...	8
y		...		...						...		...	



2. Completa la tabla que representa la proporcionalidad inversa $y = -\frac{6}{x}$ y elabora la gráfica.

x	–6	–5	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4	5	6
y		...		...						...		...	



C

Cuando hay dos cantidades directamente proporcionales, y un dato desconocido, se puede encontrar el valor del dato desconocido usando las soluciones presentadas. A este proceso se le llama regla de tres simple directa. Por lo general, si se tienen los datos:

x	a	c
y	b	d

Para encontrar uno de ellos se puede hacer lo siguiente:
1. Formar una proporción $\boldsymbol{a : b = c : d}$.
2. Aplicar $\boldsymbol{ad = bc}$.
3. Despejar el dato desconocido.

Si y es directamente proporcional a x, encuentra los valores a, b, c y d aplicando la regla de tres simple directa.

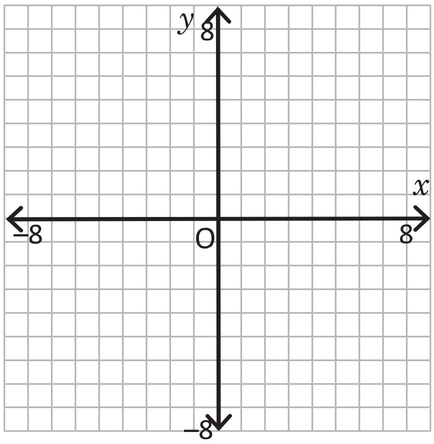
x	...	a	...	7	8	...	c	...	25
y	...	20	...	35	b	...	110	....	d

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

3.2 Regla de tres simple directa con porcentaje

1. Completa la tabla que representa la proporcionalidad inversa $y = -\frac{16}{x}$ y elabora la gráfica.

x	...	–8	...	–4	...	–2	–1	0	1	2	....	4	...	8	...
y	...		...		...						...		...		...



2. Si y es directamente proporcional a x, encuentra los valores m, n, o y p aplicando la regla de tres simple directa.

x	...	m	...	8	9	...	o	...	26
y	...	40	...	64	n	...	96	...	p

En situaciones que involucren porcentajes, se puede aplicar la regla de tres simple directa.
Por ejemplo:
La tabla muestra el número de estudiantes, y estudiantes que corresponde a x%. Como se observa y es directamente proporcional a x, aplicando la regla de tres simple directa puedes encontrar el número de estudiantes que corresponde al 90%.

× 5

Porcentaje (%)	10	...	50	...	90	100
No. estudiantes	5	...	25	...	d	50

× 5

$$10:5 = 90:d$$
$$10d = 5(90)$$
$$d = 45$$

o

$$\frac{5}{10} = \frac{d}{90}$$
$$d = \frac{5(90)}{10}$$
$$d = 45$$

1. En una escuela se está impulsando un proyecto de "cero papel" que consiste en dotar a los estudiantes y a la escuela con recursos tecnológicos para evitar el uso de papel para el desarrollo de las asignaturas. Algunos padres apoyan el proyecto mientras que otros no, por considerar que no es sostenible y decir que hay otros puntos negativos al hacer un proyecto como este. Al preguntar a 200 padres de familia su opinión sobre el proyecto, el 30% lo apoya. ¿Cuántos padres de familia son el 30%?

2. Ante la escasez del recurso hídrico que sufre el país, en el 2016 ANDA instaló 30 tanques de almacenamiento de agua potable en distintos sectores del Área Metropolitana de San Salvador. Si solo hay tanques con 2 diferentes capacidades de almacenamiento, determina su capacidad máxima, según la información en los siguientes literales:
   a) Para un tanque que se está llenando, al contener 180 litros tiene el 3% de su capacidad máxima.
   b) Para un tanque que se está llenando, al contener 4 000 litros tiene el 40% de su capacidad máxima.

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

3.3 Regla de tres simple directa en conversión de unidades

1. Si y es directamente proporcional a x, encuentra los valores q, r, s y t aplicando la regla de tres simple directa.

x	...	q	...	5	6	...	9	...	s	...	23
y	...	45	...	75	r	...	135	...	270	....	t

2. El Impuesto al Valor Agregado (IVA) es un tributo o impuesto de naturaleza indirecta que recae sobre el consumo y grava: las entregas de bienes y prestaciones de servicios efectuadas por empresarios y profesionales. El IVA es del 13% del precio neto.
   a) Si Ana hace una compra en la cual el precio sin IVA es de 200 dólares, ¿cuánto es de IVA?
   b) Si el precio de la compra es de 300 dólares y el IVA no está incluido, ¿cuánto tendrá que pagar en total con el impuesto?

En situaciones de conversión de unidades se puede aplicar regla de tres simple directa, tanto en el mismo sistema métrico como entre diferentes sistemas de medidas.
Ejemplo:
En todos los casos siguientes existe una relación directamente proporcional entre las variables. Entonces, aplicando la regla de tres simple directa puedes encontrar el valor desconocido en cada caso. Por lo que se tiene:

a) Peso (aproximado)

Libras	1	...	4
Gramos	454	...	d

Forma 1

$1 : 454 = 4 : d$

$d = 4 \times 454$

$d = 1\,816$

Forma 2

$\frac{454}{1} = \frac{d}{4}$

$d = \frac{4 \times 454}{1}$

$c = 1\,816$

b) Capacidad (aproximada)

Galones	1	2	...
Litros	b	7.58	...

Forma 1

$1 : b = 2 : 7.58$

$2b = 7.58$

$b = 3.79$

Forma 2

$\frac{b}{1} = \frac{7.58}{2}$

$b = \frac{7.58}{2}$

$b = 3.79$

c) Volumen

Litros	a	...	5
cm^3	1000	...	5000

Forma 1

$a : 1\,000 = 2 : 2\,000$

$2\,000a = 2 \times 1\,000$

$a = 1$

Forma 2

$\frac{1\,000}{a} = \frac{2\,000}{2}$

$a = \frac{2 \times 1\,000}{2\,000}$

$a = 1$

1. Aplica la regla de tres simple para encontrar el valor desconocido en cada conversión.

a) Longitud

Km	1	...	d
m	1 000	...	12 000

b) Tiempo

Horas	1	...	c
Segundos	3 600	...	9 000

c) Peso

Libras	2	...	6
Onzas	32	...	d

2. Responde lo siguiente:
   a) ¿A cuántos kilómetros por hora corresponde la velocidad de una bicicleta que en cierto momento es de 150 m en 10 segundos?
   b) ¿A cuántos metros por minuto equivale la velocidad de 40 km por hora?

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

3.4 Autoevaluación de lo aprendido

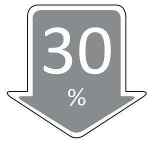
Resuelve y marca con una "×" la casilla que consideres adecuada de acuerdo a lo que aprendiste.
Sé consciente con lo que respondas.

<table>
<tr><th>Ítem</th><th>Sí</th><th>Podría mejorar</th><th>No</th><th>Comentario</th></tr>
<tr><td>1. Resuelvo problemas como
En la siguiente situación, si la relación entre las variables es de proporcionalidad inversa, elabora una tabla, escribe la constante y la expresión $y = \frac{a}{x}$.
En un recorrido de 12 km, la velocidad es x km/h y el tiempo es y horas.</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>2. Resuelvo problemas como
Completa las tablas e identifica la constante y escribe $y = \frac{a}{x}$.
<table>
<tr><td>x</td><td>...</td><td>−4</td><td>−3</td><td>−2</td><td>−1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr>
<tr><td>y</td><td>...</td><td></td><td>$-\frac{8}{3}$</td><td></td><td>−8</td><td></td><td>8</td><td></td></tr>
</table></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>3. Resuelvo problemas como
Si y es inversamente proporcional a x, representa en la forma de $y = \frac{a}{x}$, cuando $x = 3$, $y = 5$.</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>4. Resuelvo problemas como
Completa la tabla que representa la proporcionalidad inversa y elabora la gráfica.
$y = \frac{6}{x}$
<table>
<tr><td>x</td><td>−6</td><td>−5</td><td>−4</td><td>−3</td><td>−2</td><td>−1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td></tr>
<tr><td>y</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>−3</td><td></td><td></td><td>6</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>5. Resuelvo problemas como
Completa la tabla que representa la proporcionalidad inversa y elabora la gráfica.
$y = -\frac{6}{x}$
<table>
<tr><td>x</td><td>−6</td><td>−5</td><td>−4</td><td>−3</td><td>−2</td><td>−1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td></tr>
<tr><td>y</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>3</td><td></td><td></td><td>−6</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>6. Resuelvo problemas como
Si y es directamente proporcional a x, encuentra los valores a, b, c y d aplicando la regla de tres simple directa.
<table>
<tr><td>x</td><td>...</td><td>a</td><td>...</td><td>8</td><td>9</td><td>...</td><td>c</td><td>...</td><td>25</td></tr>
<tr><td>y</td><td>...</td><td>28</td><td>...</td><td>56</td><td>b</td><td>...</td><td>147</td><td>...</td><td>d</td></tr>
</table></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>7. Resuelvo problemas como
Encuentra la cantidad desconocida en el problema, aplicando la regla de tres simple directa.
En un estudio de preferencia entre mango verde y maduro, se encuestaron a 150 personas y el 60% prefieren mango verde. ¿Cuántas personas han respondido que prefieren mango verde?</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>8. Resuelvo problemas como
Aplica regla de tres simple directa para encontrar el valor desconocido en la conversión.
Área (aproximadamente)
<table>
<tr><td>m^2</td><td>1</td><td>5</td></tr>
<tr><td>v^2</td><td>0.7</td><td>d</td></tr>
</table></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

3.5 Aplicación de la regla de tres simple inversa

1. En una tienda de ropa todas las prendas tienen el 30% de descuento al llevar solo una, pero si se compran dos prendas hay un descuento del 50% en el total. Si Antonio quiere comprar una camisa de 20 dólares y un pantalón de 40 dólares, ¿es más conveniente ir 2 veces a la tienda a comprar una prenda cada vez o es mejor hacer una sola compra?



2. Aplica la regla de tres simple para encontrar el valor desconocido en cada conversión.

yd^2	2	...	d
m^2	1.68	...	4.20

Donde:
yd^2 son "yardas cuadradas"

Cuando hay dos cantidades inversamente proporcionales, y hay dos pares de ellas (4 cantidades) con tres conocidas y una desconocida, se puede encontrar el valor de este dato usando la solución presentada en clase. Recuerda que a este proceso se le llama **regla de tres simple inversa**. Por lo general, si se tienen los datos:

x	a	c
y	b	d

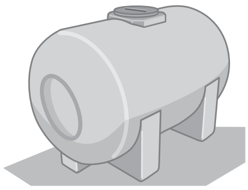
Para encontrar uno de ellos se debe hacer lo siguiente:
1. Establecer una igualdad basándose en la idea de constante: $\boldsymbol{ab = cd}$.
2. Despejar el dato desconocido.

Por ejemplo:
Una cooperativa de café piensa comprar una maquinaria pequeña para lavar el café, asumiendo cada productor la misma cantidad de dinero. Si solo son 2 productores, a cada uno le toca pagar \$600. Para que el costo por productor sea \$75, ¿cuántos productores deben aportar?
Considerando que la constante de proporcionalidad inversa se calcula por xy, entonces:

Productor (x)	2	...	c
Costo por productor (y)	600	...	75

$$2 \times 600 = 75c$$
$$75c = 1\,200$$
$$c = 16$$

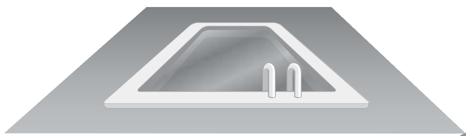
1. Debido a la escasez de agua, las familias de una comunidad han decidido comprar un tanque y así contar con agua para los días de escasez, asumiendo cada familia la misma cantidad de dinero. Si solo aportan dinero 3 familias, a cada una le toca pagar 500 dólares.



Familias (x)		3	...	a	...	b	30
Costo por familia (y)		500	...	100	...	50	c

a) Para que el costo por familia sea de 100 dólares, ¿cuántas familias deben aportar?
b) Para que el costo por familia sea de 50 dólares, ¿cuántas familias deben aportar?
c) Cuando se reúnen 30 familias, ¿cuánto dinero le toca a cada una?

2. Una piscina tarda en llenarse 36 horas si solo se utilizan dos grifos. Si se utilizan dos grifos más, ¿cuánto tardará en llenarse la piscina?



¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

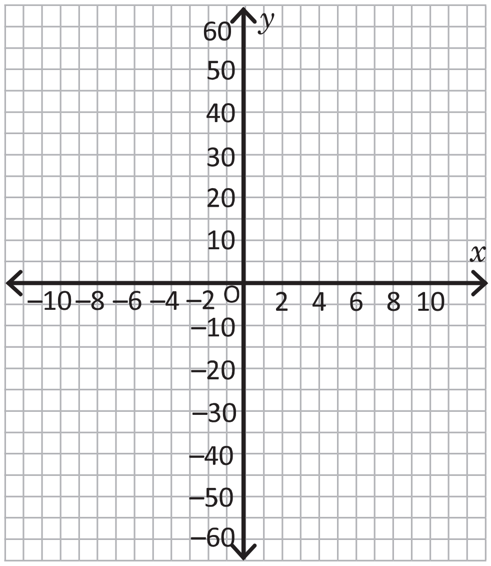
Problemas de aplicación

1. **Calentamiento global.** El caluroso verano que se ha instalado en Suecia ha acelerado considerablemente el derretimiento del hielo, hasta tal grado que a partir del 1 de agosto el pico sur de la montaña Kebnekaise ya no es el más alto del país, informa un comunicado de la Universidad de Estocolmo.

   Debido a las altas temperaturas, a lo largo de julio el pico sur perdió hasta 14 centímetros de altura al día y desde el 2 de julio hasta el 31 de julio llegó a medir 2.097 metros sobre el nivel del mar en vez de los 2 101.2 metros que mostraban las mediciones a principios del mes.
   La medición final se realizará a finales del verano, cuando el derretimiento del hielo se detenga. El pico sur de la montaña Kebnekaise se mide desde 1880 y a lo largo de los últimos 20 años ha ido perdiendo un metro por año por el derretimiento.

   a) Completa la siguiente tabla que muestra una relación de proporcionalidad directa entre el tiempo en días y el derretimiento del hielo en cm.
   b) Según los datos de la tabla, plantea la ecuación y elabora la gráfica de la proporcionalidad directa.

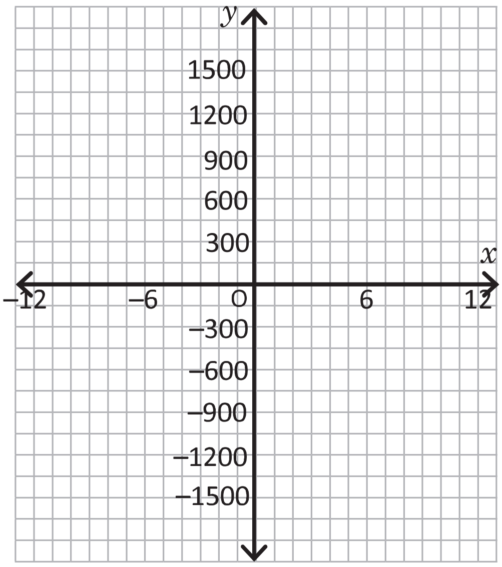
x (días)	1	2	3	4	5	6
y (cm)	14	28				



2. **Contaminación.** El presidente de Chile, Sebastián Piñera, ha promulgado la ley que prohíbe la entrega de bolsas de plástico en el comercio. El país andino es pionero en América Latina en adoptar esta drástica medida encaminada a proteger el medioambiente. "Se excluyen de esta prohibición las bolsas que constituyan el envase primario de alimentos, que sea necesario por razones higiénicas o porque su uso ayude a prevenir el desperdicio de alimentos", reza la normativa.

   La legislación da un plazo de adecuación de seis meses a las grandes empresas, mientras que "las micro, pequeñas y medianas empresas" gozarán de un plazo de dos años. Según la ley, durante el período de adaptación las tiendas solo podrán entregar un máximo de dos bolsas plásticas "a los consumidores por cada compra que realicen". La sanción por incumplimiento será del equivalente a 370 dólares por cada bolsa de plástico entregada.

   Estableciendo como un número negativo la multa que debe pagar un negocio por cada bolsa plástica.
   a) Completa la tabla.
   b) Según los datos de la tabla, plantea la ecuación y elabora la gráfica de la proporcionalidad directa.



x (bolsas)	1	2	3	4	5	6
y (multa)	–370	–740				

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

Problemas de aplicación

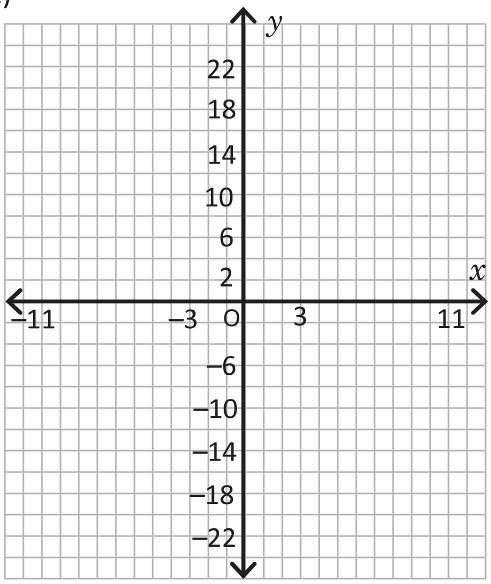
3. Ley de Ohm. Georg Ohm descubrió que, a una temperatura constante, la corriente eléctrica que fluye a través de una resistencia lineal fija es directamente proporcional a la tensión aplicada a través de ella, y también inversamente proporcional a la resistencia. Esta relación entre el voltaje, la corriente y la resistencia forma la base de la ley de Ohms que se muestra a continuación:

$$\text{Corriente (C)} = \frac{\text{Voltage (V)}}{\text{Resistencia (R)}}$$

a) Completa la siguiente tabla que muestra una relación de proporcionalidad inversa entre la corriente (C) y la resistencia (R), para un voltaje de 24V.

b) Según los datos de la tabla, plantea la ecuación y elabora la gráfica de la proporcionalidad inversa.

Resistencia	1	2	3	4	5	6
Corriente	24	12		6		



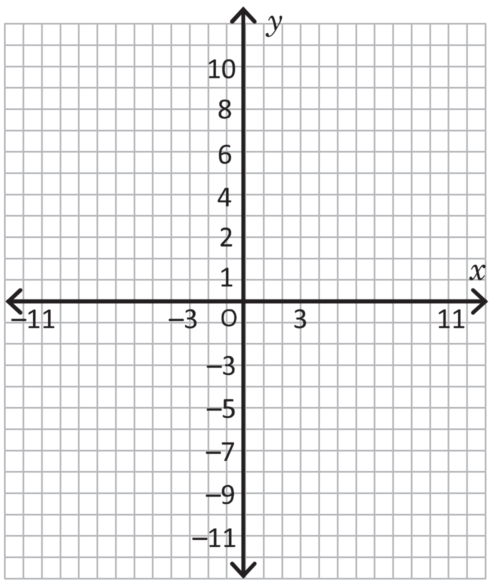
4. Solución química. La proporcionalidad inversa es de fundamental importancia en el laboratorio cuando se diluyen soluciones concentradas. La concentración c de una solución viene dada por $c = \frac{n}{v}$. Donde n es la cantidad de soluto y v es el volumen de la solución.

Suponiendo que se tienen 12 cm^3 de soluto.

a) Completa la siguiente tabla que muestra una relación de proporcionalidad inversa entre el volumen de la solución (v) y la concentración (c).

b) Según los datos de la tabla, plantea la ecuación y elabora la gráfica de la proporcionalidad inversa.

Solución (v)	1	2	3	4	5	6
Concentración (c)	12	6			2.4	



¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?