Unidad 3. Función lineal

Competencia de la Unidad

Resolver situaciones del entorno mediante el uso de la función lineal, identificando, modelando, interpretando y graficando correctamente las relaciones entre las variables.

Relación y desarrollo

Séptimo grado

Unidad 5: Ecuaciones de primer grado
- Igualdad de expresiones matemáticas
- Ecuación de primer grado
- Aplicación de ecuaciones de primer grado

Unidad 6: Proporcionalidad directa e inversa
- Proporcionalidad directa
- Proporcionalidad inversa
- Aplicación de la proporcionalidad

Octavo grado

Unidad 2: Sistemas de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas
- Métodos para resolver ecuaciones de primer grado con dos incógnitas
- Aplicación de las ecuaciones de primer grado con dos incógnitas

Unidad 3: Función lineal
- Función lineal
- Función lineal y ecuación de primer grado con dos incógnitas
- Aplicación de la función lineal

Noveno grado

Unidad 3: Ecuación cuadrática
- Ecuación cuadrática
- Aplicaciones de la ecuación cuadrática

Unidad 4: Función cuadrática de la forma $y = ax^2 + c$
- Función $y = ax^2$
- Función $y = ax^2 + c$

Plan de estudio de la Unidad

Lección	Horas	Clases
1. Función lineal	1	1. Recordando el sentido de la proporcionalidad directa
	1	2. Aplicaciones de la proporcionalidad directa
	1	3. Sentido de la función lineal
	1	4. Función lineal
	1	5. Sentido de la razón de cambio
	1	6. Razón de cambio
	1	7. Características de la función $y = ax + b$
	1	8. Relación entre la gráfica de la función $y = ax + b$ y la de $y = ax$
	1	9. Análisis gráfico de la pendiente positiva
	1	10. Análisis gráfico de la pendiente negativa
	1	11. Relación entre la razón de cambio y pendiente de la gráfica de $y = ax + b$
	1	12. Pendiente e intercepto de la gráfica de la función $y = ax + b$
	1	13. Relación entre tabla, ecuación y gráfica de función lineal
	1	Prueba del primer trimestre
	1	14. Trazo de la gráfica de la función lineal dada la pendiente y el intercepto
	1	15. Relación entre la ecuación y gráfica de la función lineal
	1	16. Valores de y cuando se delimitan los valores de x
	1	17. Expresiones de la función en $y = ax + b$ mediante la lectura de la gráfica
	1	18. Ecuación de la función a partir de un punto de la gráfica y la pendiente
	1	19. Ecuación de la función a partir de dos puntos de la gráfica

	1	20. Ecuación de la función a partir de los interceptos con los ejes
	1	21. Practica lo aprendido
	1	22. Practica lo aprendido
2. Función lineal y ecuación de primer grado con dos incógnitas	1	1. Trazo de la gráfica de una ecuación de primer grado con dos incógnitas
	1	2. Relación entre la gráfica de la ecuación $ax + by + c = 0$ y la función $y = ax + b$
	1	3. Gráfica de la ecuación $ax + by + c = 0$ a partir de los interceptos
	1	4. Trazo de la gráfica de la ecuación de la forma $ax + by + c = 0$, cuando $a = 0$
	1	5. Trazo de la gráfica de la ecuación de la forma $ax + by + c = 0$, cuando $b = 0$
	1	6. Intercepto de la gráfica de dos ecuaciones de la forma $ax + by + c = 0$
	1	7. Solución gráfica de un sistema de ecuaciones de la forma $ax + by + c = 0$
	1	8. Practica lo aprendido
3. Aplicación de la función lineal	1	1. Aplicaciones de la función lineal, parte 1
	1	2. Aplicaciones de la función lineal, parte 2
	1	3. Aplicaciones de la función lineal, parte 3
	1	4. Practica lo aprendido
	1	5. Practica lo aprendido
	1	Prueba de la Unidad 3

35 horas clase + prueba de la Unidad 3 + prueba del primer trimestre

Puntos esenciales de cada lección

Lección 1: Función lineal
Luego de trabajar la proporcionalidad directa en séptimo grado e introducir la definición de función, se retoman estos contenidos para dar paso a la definición general de la función lineal a partir de situaciones que se modelan en la forma $y = ax + b$. Primero, se hace un análisis de los valores de a y b y su relación con la gráfica de la función lineal: razón de cambio, inclinación y pendiente de la recta e intercepto con el eje y. Luego se encuentra la ecuación de una función lineal a partir de condiciones iniciales.

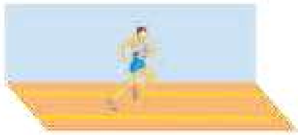
Lección 2: Función lineal y ecuación de primer grado con dos incógnitas
A partir de las características de la gráfica de la función lineal $y = ax + b$ se analizan las ecuaciones lineales con dos incógnitas estableciendo relaciones entre ambos contenidos. Se comienza trazando la gráfica de la ecuación de la forma $ax + by + c = 0$, se definen además los interceptos con los ejes de coordenadas y el significado gráfico de la solución de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.

Lección 3: Aplicación de la función lineal
Se resuelven situaciones que se modelan a partir de funciones lineales. Los problemas planteados en esta lección van desde situaciones de la vida cotidiana hasta contenidos puramente matemáticos.

1.1 Recordando el sentido de la proporcionalidad directa

P

Un corredor de maratón ha avanzado 2 km en los primeros 8 minutos de su recorrido. Si mantiene la velocidad después de los 8 minutos:



1. Encuentra la constante de proporcionalidad.
2. Representa la distancia recorrida y, después de x minutos.
3. ¿Cuánto tiempo tardará en completar los 42 km del recorrido?

S

1. Como se conoce un par de valores para x y y, se sustituyen en la expresión $y = ax$ para calcular el valor de a.

$y = ax$, cuando $x = 8$, $y = 2$.

$2 = a(8)$

$\frac{2}{8} = a$

$a = \frac{1}{4}$

2. Al expresar la distancia y, después de x minutos, se tiene $y = \frac{1}{4}x$.

3. Para determinar en cuánto tiempo completa los 42 km de recorrido, se sustituye el valor de $y = 42$, en $y = \frac{1}{4}x$.

$42 = \frac{1}{4}x$, entonces $x = 168$ minutos.

Por tanto, para completar los 42 km, necesita 2 horas con 48 minutos.

1. Un automóvil consume 5 litros de gasolina por cada 100 kilómetros que recorre.

a) Encuentra la constante de proporcionalidad. $a = \frac{1}{20}$

b) Representa la cantidad de litros de gasolina consumida y, después de x kilómetros. $y = \frac{1}{20}x$

c) ¿Cuántos litros de gasolina necesita para recorrer 1 250 kilómetros?
62.5 litros

2. Por un grifo salen 38 litros de agua en 5 minutos, completa la tabla y responde.

Tiempo	5	10	15	20
Litros de agua	38	76	114	152

a) ¿Es proporcional el número de litros al tiempo transcurrido? Justifica tu respuesta. Sí; el número y de litros después de x minutos se escribe $y = 7.6x$.

b) ¿Cuánto tiempo debe transcurrir para que se tengan 228 litros?
30 minutos

3. Tres fotografías cuestan 5 dólares, seis fotografías 9 dólares. Razona si el número de fotografías es directamente proporcional a su precio. No; $\frac{5}{3} \neq \frac{9}{6}$

4. Por 3 horas de trabajo, Alberto ha cobrado \$60. ¿Cuánto cobrará por 8 horas, si el pago recibido es directamente proporcional al tiempo trabajado? \$160

44

Indicador de logro

1.1 Utiliza lo aprendido en 7° grado para resolver situaciones que involucren proporcionalidad directa.

Secuencia

En la Unidad 6 de séptimo grado se abordaron los conceptos de función, proporcionalidad directa con valores positivos y negativos en las variables, la constante de proporcionalidad y la representación en la forma $y = ax$. En esta clase se pretende recordar esos contenidos a través de la resolución de problemas y preparar al estudiante para el estudio de la función lineal.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Representar la proporcionalidad directa en la forma $y = ax$ encontrando el valor de la constante de proporcionalidad a. Utilizar la proporcionalidad directa para calcular el valor de y dado un valor específico de x.

Ⓒ Resolver situaciones que impliquen la proporcionalidad directa escribiéndola en la forma $y = ax$ y determinar si dos cantidades son directamente proporcionales.

Para poder resolver el Problema inicial los estudiantes deben recordar que si y es una función de x tal que puede expresarse en la forma $y = ax$ entonces y es directamente proporcional a x, y al número a se le llama **constante de proporcionalidad.**

Debe aclararse además, que en el numeral 1 del Problema inicial se proveen valores particulares de x y y, y debe encontrarse el número a despejándolo de $y = ax$ (esto aplica también para los problemas 1 y 2).

Fecha: **U3 1.1**

Ⓟ Un corredor avanza 2 km en 8 min, manteniendo su velocidad constante.

1. Encuentra la constante de proporcionalidad.
2. Representa la distancia recorrida y en términos del tiempo x.
3. ¿Cuánto tardará en recorrer 42 km?

Ⓢ 1. $y = ax \Longrightarrow 2 = a(8) \Longrightarrow a = \frac{1}{4}$

2. Sustituyendo a: $y = \frac{1}{4}x$

3. Se sustituye $y = 42$:

$42 = \frac{1}{4}x \Longrightarrow x = 4(42) \Longrightarrow x = 168$

Necesita 2 horas con 48 minutos.

Ⓡ 1. a) $a = \frac{1}{20}$

b) $y = \frac{1}{20}x$

c) Necesita 62.5 litros.

2.

Tiempo	5	10	15	20
lt de agua	38	76	114	152

a) Sí, el número y de litros de agua después de x minutos es $y = 7.6x$.

b) 30 minutos.

3. No son proporcionales.

4. Cobrará $160.

Tarea: página 50 del Cuaderno de Ejercicios.

1.2 Aplicaciones de la proporcionalidad directa

P

La tabla muestra la relación entre el lado de un cuadrado y su perímetro, completa la tabla y realiza lo siguiente:

Lado x (cm)	1	2	3	4	5
Perímetro y (cm)	4	8			

1. Determina si existe proporcionalidad directa entre la medida del lado del cuadrado x y su respectivo perímetro y, justifica tu respuesta utilizando la relación $y = ax$.

2. Representa el perímetro y, cuando el lado del cuadrado mide x.

3. Representa gráficamente la relación entre la medida del lado de un cuadrado y su perímetro.

S

Al completar la tabla se tiene:

Lado x (cm)	1	2	3	4	5
Perímetro y (cm)	4	8	12	16	20

1. Como se conocen algunos valores para x y los respectivos valores para y, se puede calcular la constante de proporcionalidad calculando el cociente entre ellos:

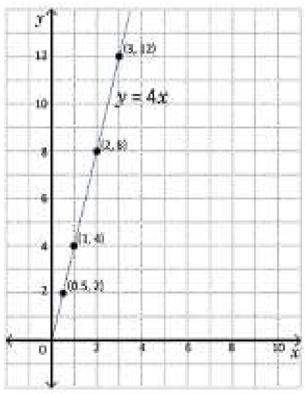
   Si $x = 2$, $y = 8$, entonces $8 = a(2)$, $a = \frac{8}{2} = 4$, se puede verificar que el cociente es igual para todos los casos.

2. Como la constante de proporcionalidad es 4, entonces $y = 4x$.

3. Para elaborar la gráfica de la relación entre el lado del cuadrado y su perímetro, es necesario representar en el plano algunos pares de valores para x y y de la tabla, luego se unen con segmentos de recta para considerar todos los posibles valores que pueda tomar el lado del cuadrado.

   - Si $x = 0$, $y = 4(0) = 0$, este sería el mínimo valor que puede tomar x, en este caso el cuadrado se vuelve un punto.

   - Si $x = 0.5$, $y = 4(0.5) = 2$.



Así se pueden determinar más pares ordenados haciendo variar la medida del lado del cuadrado.

C

Para representar la relación de proporcionalidad directa en forma $y = ax$, a partir de un par de valores de las variables:

- Se sustituyen los valores en las variables y se forma la ecuación.
- Se encuentra el valor de la constante en una ecuación.
- Se sustituye el valor de la constante en $y = ax$.

Para elaborar la gráfica de proporcionalidad directa $y = ax$, se toma el punto de origen O(0, 0) y otro punto; luego se traza la línea recta que pasa por esos puntos.

Unidad 3

45

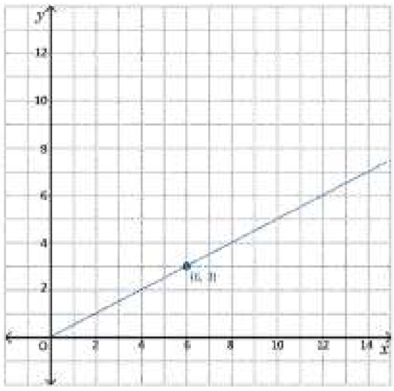
1. Un automóvil que viaja desde San Salvador hacia San Miguel, ha recorrido 50 km después de una hora de camino, si continúa a velocidad constante hasta llegar a su destino:

   a) Determina si existe proporcionalidad directa entre el tiempo transcurrido x y la distancia recorrida y, justifica tu respuesta. Sí, pues continúa a velocidad constante

   b) Representa la distancia recorrida y, cuando ha transcurrido x horas. $y = 50x$

   c) Representa gráficamente la relación entre el tiempo transcurrido x y la distancia recorrida y.

2. La gráfica muestra la relación entre la cantidad de pasteles en el eje x y el total a pagar en dólares, en el eje y.

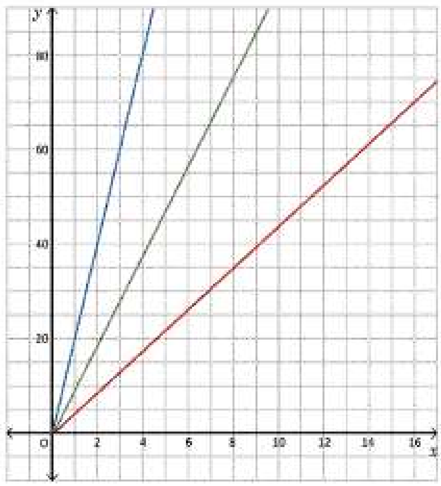


   a) ¿Cuánto cuestan 2 pasteles? \$1

   b) Encuentra la constante de proporcionalidad entre el número de pasteles y el costo. $a = \frac{1}{2}$

   c) Escribe la relación entre el número de pasteles x y el costo a pagar y de la forma $y = ax$.
   $y = \frac{1}{2}x$

3. Un depósito se llena mediante una bomba que vierte 20 galones de agua por minuto.



   a) Identifica, ¿cuál de las tres rectas representa el agua del depósito en función del tiempo? La azul

   b) Determina la constante de proporcionalidad. $a = 20$

   c) Escribe en la forma $y = ax$, la relación que hay entre la cantidad y de agua que tiene el depósito después de x minutos. $y = 20x$

   d) ¿Qué cantidad de agua tendrá el depósito después de 15 minutos? Tendrá 300 galones

Para escribir la función $y = ax$ a partir de la gráfica:

- Se elige un punto por el que pasa la gráfica, cuyos valores son números enteros.
- Se sustituye el valor de x y y del par ordenado en $y = ax$ y se encuentra el valor de a.
- Se escribe $y = ax$, sustituyendo a por el valor encontrado.

Indicador de logro

1.2 Utiliza lo aprendido en séptimo grado para resolver situaciones que involucren la proporcionalidad directa.

Secuencia

Similar a la clase 1.1, se continúa con el estudio de situaciones que involucran la proporcionalidad directa. En esta clase también se presentan tablas y gráficas para identificar si dos cantidades son directamente proporcionales.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Representar la relación de proporcionalidad directa entre la longitud del lado de un cuadrado y su perímetro, escribiéndola en la forma $y = ax$ y trazando su gráfica.

Ⓒ Establecer el procedimiento para encontrar la relación de proporcionalidad $y = ax$ a partir de dos valores particulares de x y y, y trazar la gráfica de la proporcionalidad directa.

Materiales:

- Plano cartesiano dibujado sobre un pliego de papel bond para resolver el numeral 3 del Problema inicial y el ítem 1. c) del bloque de problemas. Para no elaborar un plano por cada ejercicio o problema puede forrar una tabla de madera, primero con papel bond y luego con plástico (cinta ancha transparente), luego dibuje una cuadrícula con plumón permanente; este recurso le servirá en las clases que involucran el uso de gráficas, con plumón de pizarra dibuje los ejes en el lugar conveniente.
- Metro o escuadra de madera para trazar las gráficas.

Posibles dificultades:

Si los estudiantes no recuerdan cómo calcular el perímetro de un cuadrado puede indicarlo al momento de escribir el Problema inicial en la pizarra: "el perímetro de un cuadrado se calcula sumando las longitudes de sus cuatro lados"; dado que las longitudes son iguales entonces el perímetro puede escribirse como una multiplicación. Recuerde además que la gráfica de la proporcionalidad directa es una línea recta; debido a la naturaleza del Problema inicial en este caso no pueden incluirse valores negativos.

Primero escriba en la pizarra el problema inicial junto con su solución. Después de esto, bórrelo y escriba los ejercicios según el plan de pizarra en la siguiente página.

Fecha:

U3 1.2

Ⓟ Relación entre el lado de un cuadrado y su perímetro:

Lado x (cm)	1	2	3	4	5
Perímetro y (cm)	4	8			

1. Determina si son directamente proporcionales x y y.
2. Escribe y en términos de x.
3. Representa gráficamente la relación entre x y y.

Ⓢ Los valores faltantes en la tabla son 12, 16 y 20 respectivamente.

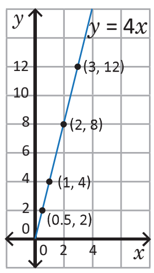
1. Al sustituir $x = 2$ y $y = 8$ para encontrar el valor de a:

$$8 = a(2) \Longrightarrow a = \frac{8}{2} \Longrightarrow a = 4$$

El cociente $\frac{y}{x}$ en cualquier caso es igual a 4.

2. $y = 4x$

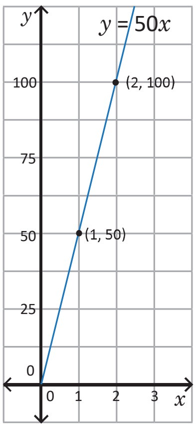
3. Se representan en el plano algunos pares de valores de x y y, y se unen con segmentos de recta.



Continuación de la clase 1.2.

Solución de algunos ítems:

Problema 1:



Observaciones:
Problema 1: no es posible colocar los valores en el eje y de uno en uno; indique a los estudiantes que escriban de 25 en 25 o de 50 en 50 los valores de y.

Problemas 2 y 3: al extraer información de la gráfica debe recordar que la primera coordenada corresponde al valor de x y la segunda al valor de y. Indique a los estudiantes que tomen valores enteros para las coordenadas para facilitar cálculos.

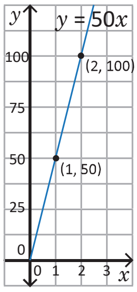
Fecha: **U3 1.2**

R

1. a) Sí existe proporcionalidad directa ya que la velocidad es constante.

   b) $y = 50x$

   c) Gráfica de $y = 50x$:



2. a) Cuestan $1.

   b) $a = \frac{1}{2}$

   c) $y = \frac{1}{2}x$

3. a) La recta azul.
   b) $a = 20$
   c) $y = 20x$
   d) Tendrá 300 galones.

Tarea: página 51 del Cuaderno de Ejercicios.

1.3 Sentido de la función lineal

P

La pila de la casa de Carmen tiene 5 litros de agua, al abrir el grifo, este arroja 3 litros de agua por minuto. La tabla muestra la variación de los litros de agua en la pila a medida que transcurre el tiempo, completa los espacios vacíos y responde.

x (minutos)	0	1	2	3	4	...
y (litros de agua)	5	8	11			

a) Analiza cómo varía la cantidad de agua en la pila con el paso del tiempo, ¿es y directamente proporcional a x?
b) ¿Qué cantidad de agua tendrá la pila después de 5 minutos?
c) ¿Qué cantidad de agua tendrá la pila después de x minutos?
d) Escribe una ecuación donde y esté en términos de x.

S

Al completar la tabla se tiene:

x (minutos)	0	1	2	3	4	...
y (litros de agua)	5	5 + 3 = 8	8 + 3 = 11	11 + 3 = 14	14 + 3 = 17	...

a) Para determinar si y es directamente proporcional a x, se calculan los cocientes $\frac{y}{x}$, luego se comparan. Por ejemplo, $\frac{8}{1} = 8$, $\frac{11}{2} = 5.5$, y así sucesivamente se comparan todos a medida que el tiempo transcurre y la cantidad de agua en la pila aumenta, de donde se puede concluir que la razón $\frac{y}{x}$ no es constante y por tanto, y no es directamente proporcional a x.
b) Después de cinco minutos la pila tendrá 20 litros de agua, $20 = 5 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 5 + 3(5)$.
c) Como la cantidad de agua en la pila es igual a los litros que tenía al inicio más 3 litros por cada minuto transcurrido, entonces después de x minutos tendrá $5 + 3x$ litros de agua.
d) Considerando la cantidad de agua después de x minutos, se tiene que $y = 5 + 3x$ o $y = 3x + 5$.

C

Si se tienen dos variables x y y, donde y se puede escribir como una expresión de primer grado en x, como el ejemplo mostrado arriba, se dice que **y es una función lineal de x**, generalmente se expresa de la forma $\boldsymbol{y = ax + b}$: donde $\boldsymbol{a}$ indica que es una relación de proporcionalidad entre las variables, $\boldsymbol{b}$ es una constante y recibe el nombre de **ecuación de la función**. Se puede obtener el valor de b observando la tabla donde $x = 0$. Cuando la constante $\boldsymbol{b}$ toma el valor de cero, la función lineal coincide con la proporcionalidad directa y se expresa como $\boldsymbol{y = ax}$.

Para el ejemplo anterior, se tiene $\boldsymbol{y = 3x + 5}$, donde se puede identificar $a = 3$ y $b = 5$. Por eso se dice que la cantidad de agua en la pila no es directamente proporcional al tiempo transcurrido.

Un recipiente que contiene agua hasta 1 cm de altura comienza a llenarse a un ritmo constante de 3 cm por minuto.

a) Completa en la siguiente tabla los valores para la cantidad de agua que tiene el recipiente, donde x es el número de minutos transcurridos y y es la altura hasta donde se ha llenado el recipiente.

x (minutos)	0	1	2	3	4	5	6	7	...
y (centímetros)	1	4	7	10	13	16	19	22	

b) ¿Cuál es la altura del agua después de un minuto? ¿Y después de dos minutos? 4 y 7 cm respectivamente
c) Determina el aumento de la altura en x minutos. $1 + 3x$
d) Escribe una ecuación donde y esté en términos de x. $y = 3x + 1$

Unidad 3

Indicador de logro

1.3 Representa dos variables en una tabla y escribe la expresión $y = ax + b$.

Secuencia

Las clases 1.1 y 1.2 sirvieron para recordar la proporcionalidad directa (expresarla en la forma $y = ax$ y trazar su gráfica). En esta clase se presentan diversas situaciones cuyas cantidades están relacionadas en la forma $y = ax + b$, es decir, y es una función lineal de x.

En la Unidad 4 de séptimo grado "Comunicación con símbolos" ya se han trabajado patrones numéricos cuya expresión algebraica era de la forma $am + n$.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Representar una situación sobre el llenado de una pila mediante la expresión de la forma $y = ax + b$ y compararla con la relación de proporcionalidad directa.

© Definir la función lineal $y = ax + b$ e indicar cuándo coincide con la proporcionalidad directa.

Posibles dificultades:
Recordar que dos cantidades son proporcionales si el cociente $\frac{y}{x}$ es constante.

Fecha: U3 1.3

Ⓟ Variación de los litros de agua a medida que transcurre el tiempo:

x (minutos)	0	1	2	3	4
y (litros)	5	8	11		

a) ¿Es y directamente proporcional a x?

b) ¿Cuál será la cantidad de agua después de 5 minutos? ¿Y después de x minutos?

c) Escribe y en términos de x.

Ⓢ Los valores de la tabla son 14 y 17 respectivamente.

a) No, ya que los cocientes $\frac{y}{x}$ no son constantes.

b) Después de 5 minutos:

$5 + 3(5) = 20$ litros.

Después de x minutos:

$5 + 3x$ litros.

c) $y = 3x + 5$.

Ⓡ a)

x (min)	0	1	2	3	4	5	6	7
y (cm)	1	4	7	10	13	16	19	22

b) 4 cm y 7 cm respectivamente.

c) El aumento es $1 + 3x$ centímetros.

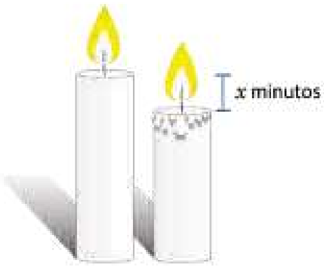
d) $y = 3x + 1$.

Tarea: página 52 del Cuaderno de Ejercicios.

1.4 Función lineal

P

Determina si la relación entre las variables para cada una de las siguientes situaciones corresponde a una función lineal.



1. Una candela de 140 milímetros (mm) de largo se enciende y se acorta 4 mm por minuto transcurrido. Tomando como y la longitud de la candela después de x minutos de encenderla, expresa y en función de x.

2. Carlos obtiene un salario de $200 por cada carro vendido. Representa con y el salario que Carlos recibe al vender x carros, expresa y en función de x.

S

1. Como se acorta 4 mm por minuto, después de x minutos se acorta $4x$, por tanto la longitud de la candela que tenía 140 mm al inicio, después de x minutos será $y = 140 - 4x$; es decir, $y = -4x + 140$, si se compara con la expresión $y = ax + b$, se obtiene $a = -4$ y $b = 140$; por tanto, es una función lineal.

2. Carlos recibe $200 por cada carro vendido. Si vende x carros tiene un ingreso de $200x$; entonces su salario mensual al vender x carros será $y = 200x$, al comparar con la expresión $y = ax + b$, se obtiene que $a = 200$ y $b = 0$; por tanto, es una función lineal.

C

La expresión $y = ax + b$, para $a < 0$ y la expresión de proporcionalidad directa $y = ax$, también son casos de la función lineal.

- La expresión $y = ax + b$, para $a < 0$, a medida que x aumenta, y disminuye.
- La expresión $y = ax$, corresponde a la función lineal cuando $b = 0$.

Por ejemplo, en la situación 2 que se desarrolló, se puede ver que $y = 200x$, donde $b = 0$ y corresponde a una función lineal, y también es una relación de proporcionalidad donde la razón $\frac{y}{x} = 200$.

1. Identifica las ecuaciones que corresponden a una función lineal.

a) $y = 2x + 1$
Lineal, $a = 2$ y $b = 1$

b) $y = \frac{3}{x}$
No es lineal

c) $y = -3x + 2$
Lineal, $a = -3$ y $b = 2$

d) $y = 3x$
Lineal, $a = 3$ y $b = 0$

2. Escribe y en función de x, luego analiza si corresponde a una función lineal.

a) Perímetro y de un cuadrado cuyo lado mide x. $y = 4x$; es una función lineal
b) Altura y de un triángulo de base x y su área 16 cm². $y = \frac{16}{x}$; no es una función lineal
c) Perímetro y de un círculo de radio x.
$y = 2\pi x$; es una función lineal

48

Indicador de logro

1.4 Identifica la función lineal dada su ecuación.

Secuencia

Como en la clase 1.3 se definió la función lineal, ahora debe determinarse si las situaciones abordadas en el Problema inicial y los ejercicios corresponden a funciones lineales. Además, para esta clase se incluyen situaciones donde el valor de y disminuye a medida que x aumenta.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Representar una situación sobre el llenado de una pila mediante la expresión de la forma $y = ax + b$ y compararla con la relación de proporcionalidad directa.

Ⓒ Establecer la relación entre la función lineal y la relación de proporcionalidad directa.

Posibles dificultades:
En el Problema inicial 1, no reconocer que al acortarse la candela 4 mm por minuto transcurrido, el valor de a es –4.

En el ejercicio 2. c) de la fijación, no clasificarla como una función lineal debido al valor de la constante $a = 2\pi$. En una función lineal $y = ax + b$, a puede tomar el valor de cualquier número.

Fecha:

U3 1.4

Ⓟ Determina si son funciones lineales:

1. La longitud y después de x minutos de una candela, cuya longitud es 140 mm y que se acorta 4 mm por minuto transcurrido.
2. El salario y de Carlos al vender x carros, si recibe $200 por cada carro vendido.

Ⓢ 1. Después de x minutos la candela se acorta $4x$; si su longitud original era 140 mm entonces:

$y = 140 - 4x = -4x + 140$

$a = -4$, $b = 140$ y es una función lineal.

Ⓡ 2. Si Carlos vende x carros, entonces su ingreso es de $200x$ dólares. Luego:

$y = 200x$

$a = 200$, $b = 0$ y es una función lineal.

1. a) Es función lineal, $a = 2$ y $b = 1$.
   b) No es función lineal.
   c) Es función lineal, $a = -3$ y $b = 2$.
   d) Es función lineal, $a = 3$ y $b = 0$.

2. a) $y = 4x$; es función lineal.
   b) $y = \frac{16}{x}$.
   c) $y = 2\pi x$; es función lineal.

Tarea: página 53 del Cuaderno de Ejercicios.

Lección 1

1.5 Sentido de la razón de cambio

P

Marta tiene un taller de costura, mensualmente tiene un gasto fijo de 10 dólares en energía eléctrica, más 3 dólares por cada hora trabajada.

a) Completa la siguiente tabla tomando como y el total mensual a pagar por la energía eléctrica al trabajar x horas al mes.

x (horas trabajadas)	0	1	2	3	4	...
y (dólares)	10					

b) Si trabaja 8 horas, ¿cuánto paga de energía eléctrica? Y si se trabajan 100 horas, ¿cuánto pagaría?
c) Expresa y como una función lineal de x.
d) Determina cómo cambian los valores de y a medida que los valores de x cambian.

S

a) Al completar la tabla con las horas trabajadas y el total a pagar, se tiene:

x (horas trabajadas)	0	1	2	3	4	...
y (dólares)	10	13	16	19	22	...

+1 +1 +1 +1

+3 +3 +3 +3

b) Como cada hora que trabaja genera un costo de 3 dólares, entonces el total a pagar después de 8 horas trabajadas es $y = 10 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 10 + 3(8) = 10 + 24 = 34$ dólares; y si trabaja 100, sería $y = 10 + 3(100) = 310$ dólares.

c) Considerando el resultado del literal b), el total a pagar después de x horas trabajadas es $y = 10 + 3x$, que es equivalente a $y = 3x + 10$.

d) Para determinar cómo cambian los valores de y respecto a los de x, se toman 2 cantidades de horas trabajadas distintas: 1 hora y 3 horas.

Variación en x: $3 - 1 = 2$
Variación en y: $19 - 13 = 6$

$\Rightarrow$ $\frac{\textit{Variación en } y}{\textit{Variación en } x} = \frac{6}{2} = 3$, el cambio en y es 3 veces el cambio en x.

C

Al comparar la variación de la variable y respecto a la variación de x en una función lineal, a esa razón se le llama razón de cambio; es decir, ***Razón de cambio*** $= \frac{\textit{Variación en } y}{\textit{Variación en } x}$.
Para el ejemplo desarrollado la razón de cambio es 3, esto se puede verificar comparando los valores de y con los de x en dos tiempos cualesquiera de la tabla.

Miguel acompañó a su padre a comprar y observó que 2 libras de tomates cuestan $ 3.00. Le preguntó a su padre cómo se calcula el precio para diferente cantidad de libras de tomates, su padre le explica que debe relacionar el número de libras de tomates con el precio de una libra.

a) Llamando x al número de libras y y al precio, completa la tabla con los datos que hacen falta.

x (libras)	0	1	2	3	4	5	6	7	...
y (dólares)	0	1.5	3	4.5	6	7.5	9	10.5	...

b) Si desea comprar 10 libras de tomates, ¿cuánto debe pagar? $15
c) Si un comerciante desea comprar 50 libras de tomates, ¿cuánto debe pagar? $75
d) Determina la razón de cambio tomando los resultados de los literales b) y c). $\frac{3}{2}$
e) Si un comerciante desea comprar x libras de tomates, ¿cuánto debe pagar?
$\frac{3}{2}x$ dólares

Unidad 3

Indicador de logro

1.6 Resuelve situaciones mediante el análisis de la razón de cambio haciendo uso de tablas.

Secuencia

Para esta clase se comienza a estudiar la razón de cambio de una función lineal, más adelante se relacionará con la constante a en la ecuación de la función lineal.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Modelar la situación presentada en el Problema inicial mediante una función lineal y determinar la razón de cambio entre los valores.

Ⓒ Definir la razón de cambio de una función lineal.

Posibles dificultades:
No lograr determinar la ecuación de la función presentada en el Problema inicial; en este caso recuerde a los estudiantes que si el valor de y es cero cuando $x = 0$ entonces la función es de la forma $y = ax$.

Fecha:

U3 1.5

Ⓟ El gasto mensual de Marta en energía eléctrica es de $10, más $3 por cada hora trabajada.

a) Completa la tabla:

x (horas)	0	1	2	3	4
y (dólares)	10				

b) ¿Cuánto paga si trabaja 8 horas? ¿Y si trabaja 100?

c) Expresa y como función lineal de x.

d) Determina cómo cambian los valores de y a medida que cambian los de x.

Ⓢ a) Los valores son 13, 16, 19 y 22 respectivamente.

b) Después de 8 horas:
$10 + 3(8) = 34$ dólares.
Después de 100 horas:
$10 + 3(100) = 310$ dólares.

c) $y = 3x + 10$

d) $\dfrac{\text{Variación en } y}{\text{Variación en } x} = \dfrac{19-13}{3-1} = 3$

Ⓡ a) Los valores correspondientes son 4.5, 6, 7.5, 9 y 10.5 respectivamente.

b) $15.00

c) $75.00

d) Razón de cambio: $\frac{3}{2}$.

e) Debe pagar $\frac{3}{2}x$ dólares.

Tarea: página 54 del Cuaderno de Ejercicios.

1.6 Razón de cambio

Observa los datos de la tabla:

x	0	1	2	3	4	...
y	20	18	16	14	12	...

a) Expresa y como una función lineal de x.
b) Si x toma el valor de 6, ¿cuánto vale y? Y si x toma el valor de 9, ¿cuánto vale y?
c) Calcula la razón de cambio de y respecto a x.
d) Compara la razón de cambio con el valor de a en el resultado del literal a). ¿Qué concluyes?

a) Al observar $x = 0$, $y = 20$ y cada vez que x aumenta una unidad y disminuye 2, entonces al expresar y en función de x, se tiene $y = 20 - 2x$, lo cual es equivalente a $y = -2x + 20$.

x	0	1	2	3	4	...
y	20	18	16	14	12	...

b) Para determinar el valor de y, se analiza la variación de los valores que se reflejan en la tabla, tal como se muestra en la figura. Mientras x aumenta una unidad, y disminuye 2; por tanto:

Si $x = 6$, $y = 20 - 2(6) = 20 - 12 = 8$.
Si $x = 9$, $y = 20 - 2(9) = 20 - 18 = 2$.

c) Se toman los valores en dos momentos y se determina el cambio en las dos variables:
Variación en x: $4 - 1 = 3$. Variación en y: $12 - 18 = -6$.

Utilizando la expresión ***Razón de cambio*** $= \frac{\text{Variación en } y}{\text{Variación en } x}$; se tiene Razón de cambio: $\frac{-6}{3} = -2$.

d) Al comparar la función $y = -2x + 20$, con la forma de la función lineal $y = ax + b$, se tiene que $a = -2$, en donde se puede concluir que la razón de cambio es igual al valor de a.

En la función lineal $y = ax + b$, la razón de cambio es constante y es equivalente al valor de a, es decir:

$$\textit{Razón de cambio} = \frac{\text{Variación en } y}{\text{Variación en } x} = a$$

Considerando la expresión para determinar la razón de cambio se tiene:

- ***Variación en y = a × (variación en x)***, es decir, que el aumento en y es proporcional al aumento en x.
- El valor de a es equivalente al aumento de y cuando x aumenta una unidad.

Para cada una de las siguientes funciones lineales, realiza:
1. Identifica la razón de cambio.
2. Determina el valor de y, cuando $x = 4$.

a) $y = 3x - 5$ b) $y = -2x + 3$

Solución.

a) Para la función $y = 3x - 5$
1. Razón de cambio: 3
2. Valor de y, cuando $x = 4$:
$y = 3(4) - 5 = 12 - 5 = 7$

b) Para la función $y = -2x + 3$
1. Razón de cambio: −2
2. Valor de y, cuando $x = 4$:
$y = -2(4) + 3 = -8 + 3 = -5$

Para cada una de las siguientes funciones lineales, realiza:
1. Identifica la razón de cambio.
2. Determina el valor de y, cuando $x = 6$.

a) $y = 2x - 7$
Razón de cambio: 2
$y = 5$

b) $y = -3x + 4$
Razón de cambio: −3
$y = -14$

c) $y = \frac{1}{2}x + 1$
Razón de cambio: $\frac{1}{2}$
$y = 4$

Indicador de logro

1.6 Resuelve situaciones mediante el análisis de la razón y comparación con la ecuación de la función.

Secuencia

Ya definida la ecuación de la función lineal y la razón de cambio, para esta clase se compara el valor de a en la ecuación $y = ax + b$ con la razón de cambio de la función para establecer la igualdad entre ambas cantidades.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Modelar la situación presentada en el Problema inicial mediante una función lineal y determinar la razón de cambio entre los valores.

Ⓒ Establecer la igualdad entre el valor del coeficiente de la variable x en la ecuación de una función lineal y el valor de la razón de cambio de la misma.

Fecha:

U3 1.6

Ⓟ

x	0	1	2	3	4
y	20	18	16	14	12

a) Expresa y como función lineal de x.

b) Si $x = 6$, ¿cuál es el valor de y? ¿Y si $x = 9$?

c) Calcula la razón de cambio y compara este resultado con el valor de a.

Ⓢ a) Si x aumenta una unidad entonces y disminuye 2: $y = -2x + 20$

b) Si $x = 6$, $y = -2(6) + 20 = 8$

Si $x = 9$, $y = -2(9) + 20 = 2$

c) Razón de cambio: $\frac{12 - 18}{4 - 1} = -2$

$a = -2$, por tanto la razón de cambio y el valor de a son iguales.

Ⓔ Identifica la razón de cambio y calcula el valor de y cuando $x = 4$:

a) $y = 3x - 5$

Razón de cambio: 3

Si $x = 4$, $y = 3(4) - 5 = 7$

b) $y = -2x + 3$

Razón de cambio: –2

Si $x = 4$, $y = -2(4) + 3 = -5$

Ⓡ a) $y = 2x - 7$

Razón de cambio: 2

Si $x = 6$, $y = 2(6) - 7 = 5$

b) $y = -3x + 4$

Razón de cambio: –3

Si $x = 6$, $y = -3(6) + 4 = -14$

Tarea: página 55 del Cuaderno de Ejercicios.

1.7 Características de la función $y = ax + b$

P

Si se tiene en la refrigeradora una jarra con agua a una temperatura de 3° C y luego se pone a calentar en la cocina y esta eleva la temperatura del agua 2° C por cada minuto que transcurre, si se representa con x el tiempo transcurrido y con y la temperatura.

a) En tu cuaderno, elabora la siguiente tabla y complétala:

x (minutos)	0	1	2	3	4	5	...
y (centígrados)	3						...

b) Expresa y como una función lineal de x.
c) Grafica los pares ordenados (x, y) en el plano.
d) Estima otros valores para y tomando por ejemplo 0.5, 1.5, etc., para x. Grafica los pares ordenados de los valores estimados.

S

a) Al ir sumando los 2° C a la temperatura, por cada minuto que transcurre, la tabla queda de la siguiente manera:

x (minutos)	0	1	2	3	4	5	...
y (centígrados)	3	5	7	9	11	13	...

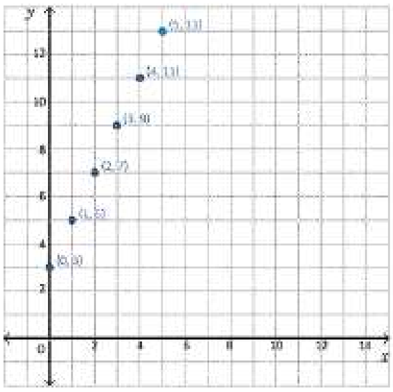
b) Al analizar la variación de los valores y con los de x, se observa que cada vez que x aumenta 1, y aumenta 2, tal como se muestra en la figura, de donde se obtiene que $y = 2x + 3$.

+1 +1 +1 +1

x (minutos)	0	1	2	3	4	5	...
y (centígrados)	3	5	7	9	11	13	...

+2 +2 +2 +2

c) Considerando los valores calculados en el literal a), los puntos quedan graficados como se muestra en la figura:

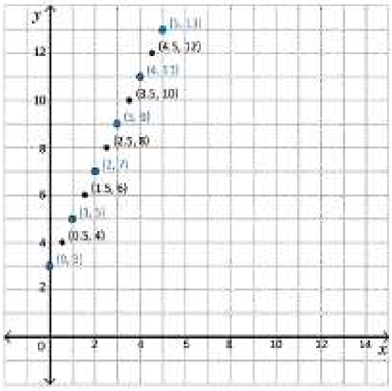


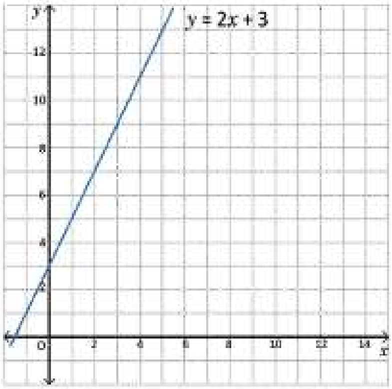
Para graficar los pares ordenados en el plano cartesiano:

El valor de x se sitúa sobre la recta horizontal o eje x, y a partir de ahí se cuentan las unidades de y desplazándose hacia arriba si es positiva o hacia abajo si es negativa.

d) Al estimar y graficar otros valores para las variables x y y, los puntos van quedando cada vez más juntos hasta formar una línea recta, tal como se muestra en la figura.

Lección 1

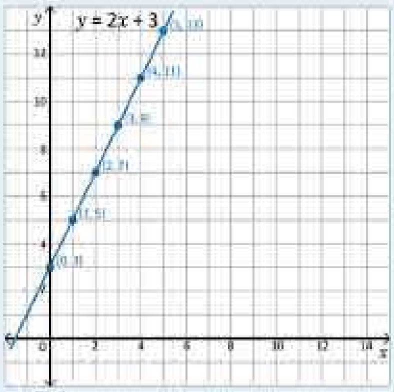




C La gráfica de la función $y = ax + b$ es una línea recta, que se puede graficar conociendo los valores de las variables x y y para al menos dos pares ordenados.

Por ejemplo, para la función $y = 2x + 3$, la gráfica es una línea recta que pasa por el punto (0, 3).

Todas las funciones lineales $y = ax + b$ tienen una línea recta como gráfica y siempre pasan por el punto (0, b); y en el caso que $b = 0$, pasan por el origen del sistema de coordenadas cartesianas.



1. En tu cuaderno, elabora la tabla y complétala, siguiendo la secuencia planteada.

x	...	0	1	2	3	4	5	...
$y = x + 5$	...	5	6	7	8	9	10	...

a) Grafica los pares ordenados (x, y) en el plano.
b) Estima otros valores para y asignándole otros valores a la variable x.
c) Completa la gráfica de la función.

2. En tu cuaderno, elabora la tabla y complétala, calculando los respectivos valores de y.

x	...	−3	−2	−1	0	1	2	3	...
$y = 2x + 3$	...	−3	−1	1	3	5	7	9	...

a) Grafica los pares ordenados (x, y) en el plano.
b) Estima otros valores para y asignándole otros valores a la variable x.
c) Completa la gráfica de la función.

Indicador de logro

1.7 Utiliza la gráfica de la función $y = ax + b$ para describir sus características.

Secuencia

En séptimo grado se trazó la gráfica de la proporcionalidad directa, ubicando los puntos que satisfacen la relación de proporcionalidad en el plano cartesiano y verificando que todos se encuentran sobre una línea recta.

De la misma forma en esta clase se plantea una situación que puede modelarse utilizando una función lineal, y para trazar la gráfica de la misma el estudiante debe ubicar los puntos que satisfacen la ecuación de la función en el plano cartesiano y concluir que se encuentran sobre una línea recta.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Modelar una situación mediante una función lineal y trazar la gráfica de la misma haciendo uso de los puntos que satisfacen la ecuación de la función. Ⓒ, Determinar las características de la gráfica de una función lineal y los elementos necesarios para trazarla.

Observación:
En el plan de pizarra, observe que aunque se ha encontrado la ecuación de la función, es decir $y = 2x + 3$, no se ha considerado la parte de la gráfica donde x es negativo; debido a la situación que se está abordando en el Problema inicial. En la Solución propuesta en el Libro de texto, en la página 52, sí se han tomado valores donde $x < 0$; omita estos resultados.

Materiales:
- Plano cartesiano dibujado sobre un pliego de papel bond para resolver el literal c) y d) del Problema inicial y el bloque de problemas.
- Metro o escuadra de madera para trazar las gráficas.

Primero escriba en la pizarra el problema inicial junto con su solución. Después de esto, bórrelo y escriba los ejercicios según el plan de pizarra que sigue.

Fecha: **U3 1.7**

Ⓟ Se tiene una jarra con agua a temperatura de 3 °C; se pone a calentar y la temperatura se eleva 2 °C cada minuto.

a) Completa la siguiente tabla:

x (min)	0	1	2	3	4	5
y (°C)	3					

b) Expresa y como una función lineal de x.

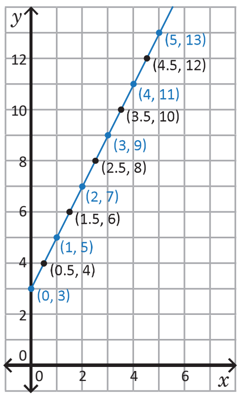
c) Grafica los pares (x, y). Estima otros valores para y y grafica los pares ordenados.

Ⓢ a) Se van sumando 2 °C a la temperatura por cada minuto que transcurre. Los valores de la tabla son 5, 7, 9, 11 y 13 grados centígrados respectivamente.

b) Cada vez que x aumenta una unidad, y aumenta 2, luego:

$$y = 2x + 3$$

c)

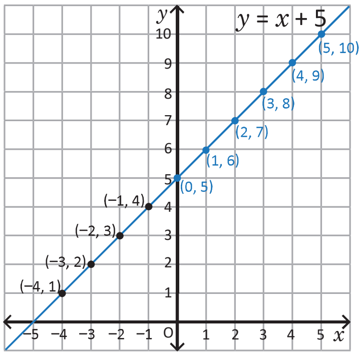


$y = 2x + 3$

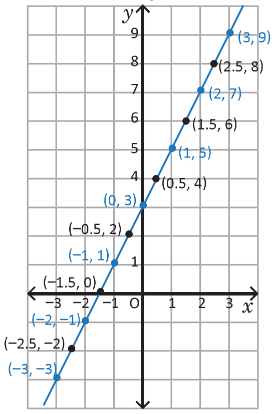
Continuación de la clase 1.7

Solución de algunos ítems:

1. Dado que no aparece ninguna situación, se consideran también valores negativos de x para trazar la gráfica de la función:



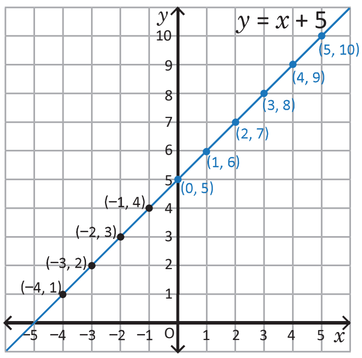
2. $y = 2x + 3$



Fecha: **U3 1.7**

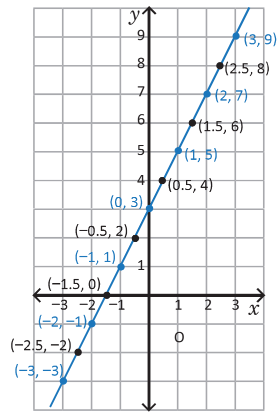
Ⓡ 1. $y = x + 5$

x	0	1	2	3	4	5
y	5	6	7	8	9	10



2. $y = 2x + 3$

$y = 2x + 3$



Tarea: página 56 del Cuaderno de Ejercicios.

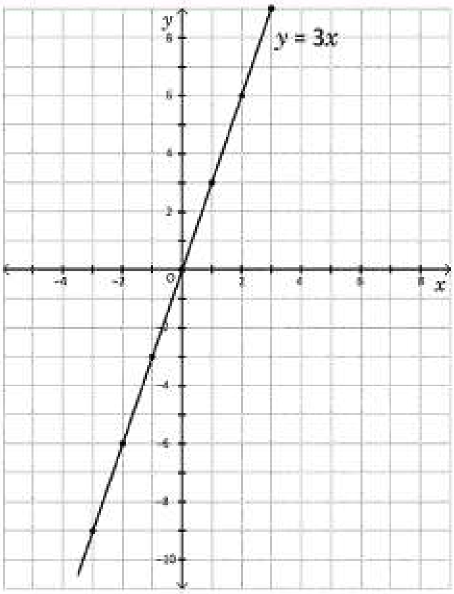
1.8 Relación entre la gráfica de la función $y = ax + b$ y la de $y = ax$

P

A partir de la gráfica de $y = 3x$, realiza lo siguiente:

a) Elabora la tabla, complétala y grafica la función $y = 3x + 2$ en el mismo plano que $y = 3x$.

x	...	−3	−2	−1	0	1	2	3	...
$y = 3x$	...	−9	−6	−3	0	3	6	9	...
$y = 3x + 2$	...								



b) Encuentra similitudes y diferencias entre la gráfica de $y = 3x$ y la de $y = 3x + 2$.

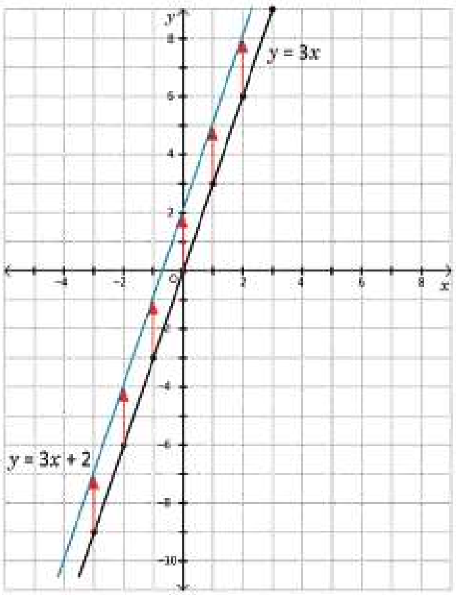
c) Compara las gráficas para $x = 0$ y $x = 2$. ¿Qué concluyes?

S

a) Asignándole a x los valores enteros desde −3 a 3 y determinando los respectivos valores de y para cada función se puede observar que los valores de $y = 3x + 2$, son el resultado de sumarle 2 a los valores de $y = 3x$. La tabla queda de la siguiente manera:

x	...	−3	−2	−1	0	1	2	3	...
$y = 3x$	...	−9	−6	−3	0	3	6	9	...
$y = 3x + 2$	...	−7	−4	−1	2	5	8	11	...

b) Al representar los puntos en el plano y unirlos, se tienen las gráficas que se muestran en el plano de la derecha, en ellas se puede ver que ambas corresponden a una línea recta, y tienen razón de cambio 3, pero se diferencian en que $y = 3x$ corta al eje y en 0 y $y = 3x + 2$ corta al eje y en 2.



c) Para $x = 0$ el valor de y en $y = 3x + 2$ es el valor de $y = 3x$ aumentado en 2. Lo mismo sucede para $x = 2$. En general, el valor de y en $y = 3x + 2$ es el de $y = 3x$ aumentado en 2.

La gráfica de la función $y = ax + b$ pasa por el punto $(0, b)$ y es paralela a la gráfica de la función $y = ax$; entonces, la gráfica de $y = ax + b$, corresponde a la gráfica de $y = ax$ desplazada b unidades sobre el eje y.

- La constante b es el valor de y cuando $x = 0$, y se le llama **intercepto** de la función lineal con el eje y.
- En el caso de las funciones de la forma $y = ax$, donde $b = 0$, el intercepto corresponde al origen del sistema de coordenadas cartesianas, donde $x = 0$ y $y = 0$.
- La gráfica de la función $y = ax + b$ es una recta paralela a la gráfica de la función $y = ax$.

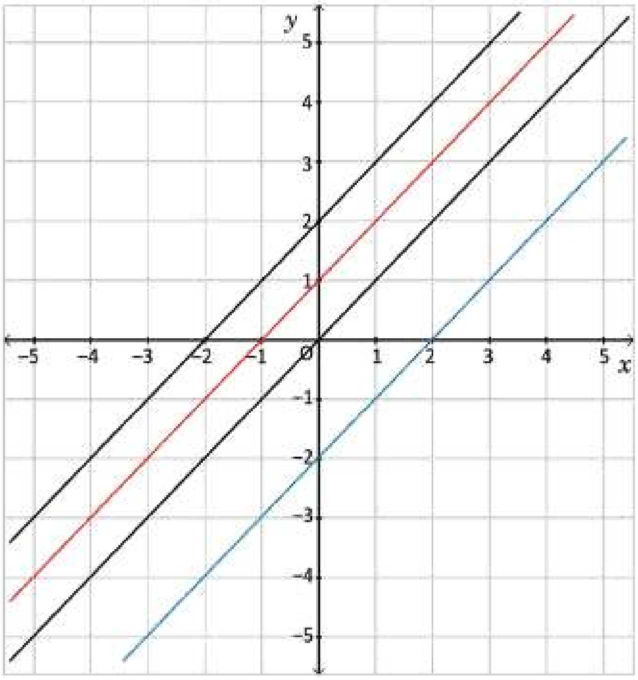
1. Relaciona las siguientes funciones con sus respectivas gráficas, luego identifica diferencias y similitudes.

a) $y = x + 2$

b) $y = x - 2$

c) $y = x + 1$

d) $y = x$



Recta negra que pasa por (0, 2)
Recta azul que pasa por (0, –2)
Recta roja que pasa por (0, 1)
Recta negra que pasa por (0, 0)

Similitudes: la razón de cambio en todas las funciones es igual a 1, y todas tienen por gráfica una línea recta.

Diferencias: sus interceptos con el eje y tienen diferentes coordenadas.

2. Considerando los resultados encontrados en el Problema inicial, determina qué relación hay entre las gráficas de las funciones.

a) $y = 2x$

b) $y = 2x + 3$

c) $y = 2x - 3$

Las tres funciones tienen por gráfica una línea recta con razón de cambio igual a 2, es decir, son rectas paralelas. Las gráficas de las funciones en b) y c) resultan de desplazar la gráfica de la función en a) 3 y –3 unidades respectivamente sobre el eje y.

Indicador de logro

1.8 Identifica la relación entre las gráficas de las funciones $y = ax$ y $y = ax + b$.

Secuencia

Establecidas las características de la función lineal, en esta clase se pretende comparar la gráfica de $y = ax$ con la de $y = ax + b$ viendo la segunda como un desplazamiento vertical de la primera. Esto sirve como introducción para los desplazamientos verticales y horizontales de las gráficas de funciones que se abordarán en noveno grado y en primero y segundo año de bachillerato.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Determinar las similitudes y diferencias entre las gráficas de las funciones $y = 3x$ y $y = 3x + 2$, visualizando el desplazamiento vertical de dos unidades hacia arriba de la gráfica de la primera para obtener la gráfica de la segunda.

Materiales:
- Plano cartesiano dibujado sobre un pliego de papel bond para resolver el literal a) del Problema inicial y el ejercicio 1 del bloque de problemas.
- Metro o escuadra de madera para trazar las gráficas.

Primero escriba en la pizarra el problema inicial junto con su solución. Después de esto, bórrelo y escriba los ejercicios según el plan de pizarra que se muestra en la siguiente página.

Fecha: **U3 1.8**

Ⓟ a) Completa la siguiente tabla:

x	–3	–2	–1	0	1	2	3
$y = 3x$	–9	–6	–3	0	3	6	9
$y = 3x + 2$							

b) Encuentra similitudes y diferencias entre las gráficas de $y = 3x$ y $y = 3x + 2$.

c) Compara las gráficas para $x = 0$ y $x = 2$; ¿qué concluyes?

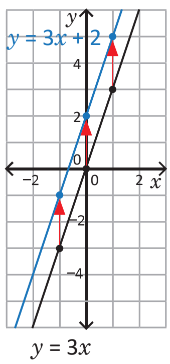
Ⓢ a) Se suma 2 a los resultados de $y = 3x$:

x	–3	–2	–1	0	1	2	3
$y = 3x$	–9	–6	–3	0	3	6	9
$y = 3x + 2$	–7	–4	–1	2	5	8	11

b) Similitudes: son líneas rectas, con razón de cambio igual a 3.

Diferencias: $y = 3x$ corta al eje y en 0, mientras que $y = 3x + 2$ en 2.

c) El valor de $y = 3x + 2$ es el valor de $y = 3x$ aumentado en dos.



Tarea: página 57 del Cuaderno de Ejercicios.

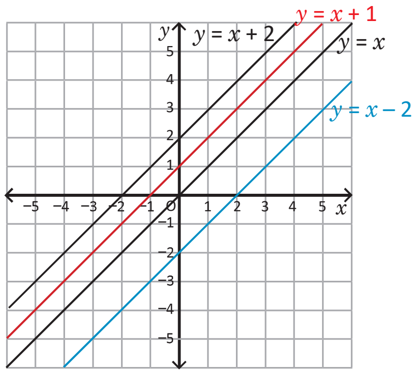
Continuación de la clase 1.8

Posibles dificultades:
En la conclusión se hace referencia a que las gráficas de las funciones lineales $y = ax$ y $y = ax + b$ son paralelas; es posible que deba recordar a sus estudiantes la definición de rectas paralelas:
"Dos rectas son paralelas si, aunque se prolonguen, guardan la misma distancia entre sí".

Fecha:

U3 1.8

Ⓡ 1.



Similitudes: la razón de cambio es 1, las gráficas son líneas rectas.

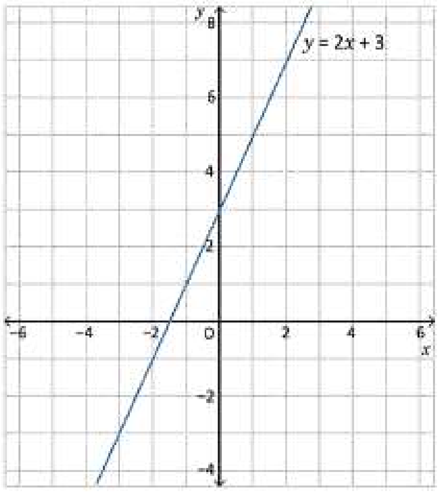
Diferencias: sus interceptos con el eje y tienen coordenadas diferentes.

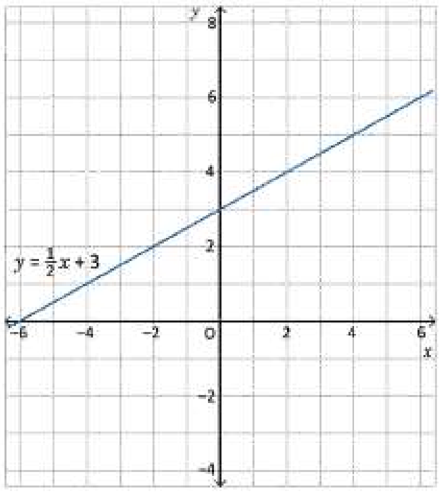
2. Son rectas paralelas con razón de cambio igual a 2 e interceptos con el eje y con coordenadas (0, 0), (0, 3) y (0, –3) respectivamente; b) y c) son el resultado de desplazar la gráfica de a) 3 y –3 unidades respectivamente sobre el eje y.

1.9 Análisis gráfico de la pendiente positiva

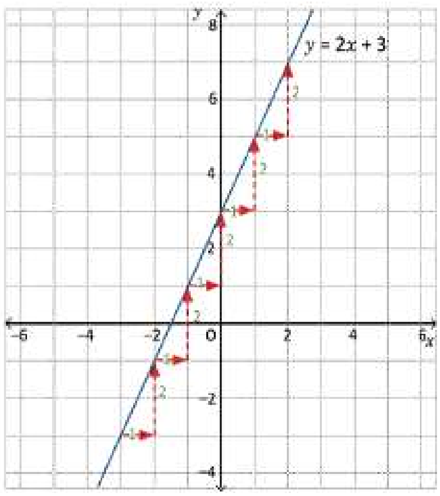
P Para la función de cada una de las gráficas, realiza lo siguiente:

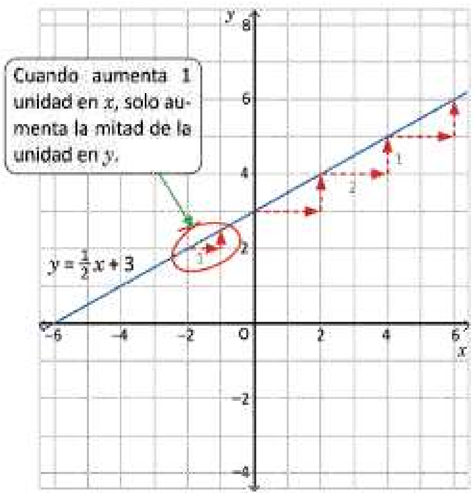
a) ¿Qué sucede con el valor de y cuando el valor de x aumenta una unidad u otra cantidad convencional?
b) ¿Qué valor le corresponde a y cuando x vale 8?
c) Determina la razón de cambio.





S a) Al analizar qué sucede con los valores de y cuando x aumenta una unidad, se obtiene que





En la gráfica de $y = 2x + 3$, se puede observar que si x aumenta 1 unidad, y aumenta 2.

En la gráfica de $y = \frac{1}{2}x + 3$, se dificulta determinar con exactitud cuánto aumenta y cuando x aumenta una unidad. En este caso se puede considerar otros valores, por ejemplo, si x aumenta 2 unidades, y aumenta 1.

b) Para determinar el valor que le corresponde a y, cuando x vale 8, es necesario analizar la gráfica, en donde se tiene que

En la gráfica de $y = 2x + 3$, si $x = 2$, $y = 7$.
- Del literal a) se tiene que por cada unidad que aumenta x, y aumenta 2; entonces, como de 2 a 8 x aumenta 6, y aumenta 12, por tanto, si $x = 8$, $y = 19$.

En la gráfica de $y = \frac{1}{2}x + 3$, si $x = 2$, $y = 4$.
- Del literal a) se tiene que cada 2 unidades que aumenta x, y aumenta 1, entonces como de 2 a 8 x aumenta 6, entonces y aumenta 3, por tanto, si $x = 8$, $y = 7$.

c) Para determinar la razón de cambio, se sustituye en la expresión:

$$\textbf{Razón de cambio} = \frac{\text{Variación en } y}{\text{Variación en } x}$$

Para la función $y = 2x + 3$.
Razón de cambio $= \frac{2}{1} = 2$
$a = 2$
Al aumentar 1 en x, y aumenta 2.

Para la función $y = \frac{1}{2}x + 3$.
Razón de cambio $= \frac{1}{2} = 0.5$
$a = \frac{1}{2}$
Al aumentar 1 en x, y aumenta $\frac{1}{2}$.

C

La inclinación de la gráfica de una función lineal $y = ax + b$, depende del valor de la razón de cambio, entonces cada vez que a aumenta, también aumenta la inclinación de la recta y viceversa.

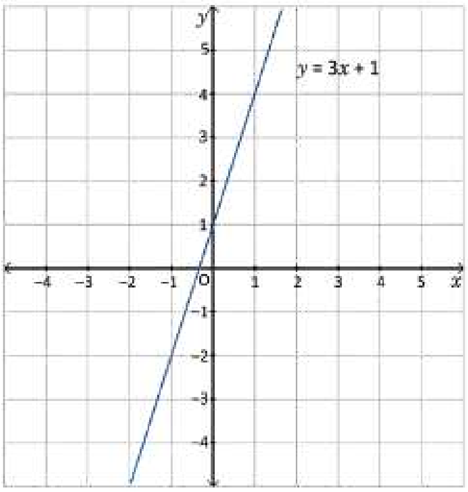
En los ejemplos desarrollados se observa que la inclinación de la gráfica de la función $y = 2x + 3$ es mayor que la de la función $y = \frac{1}{2}x + 3$.

Por tanto, si se quiere cambiar la inclinación de una línea recta, se modifica únicamente el valor de a en la función $y = ax + b$.

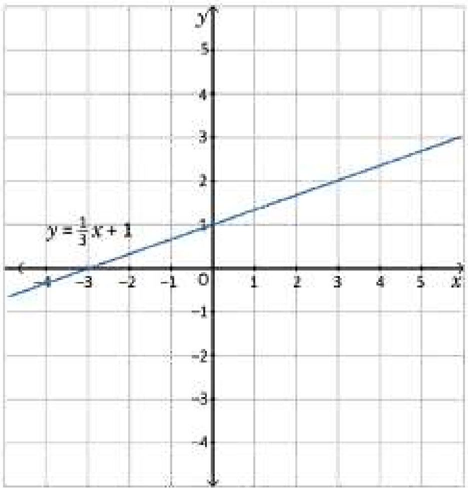
Observa las gráficas de las funciones y responde para cada caso:

a) ¿Qué sucede con el valor de y cuando el valor de x aumenta una unidad?
b) ¿Qué valor le corresponde a y, cuando x vale 6?
c) Determina la razón de cambio.

1.



2.



Indicador de logro

1.9 Analiza el significado de la razón de cambio haciendo uso de la gráfica con pendiente positiva.

Secuencia

En esta clase se establece la relación entre la inclinación de la gráfica de la función lineal $y = ax + b$ y el valor del coeficiente de la variable x (o sea, el valor de a) cuando este es positivo.

Propósito

Ⓒ Analizar el cambio de los valores de la función $y = ax + b$, para $a > 0$, cuando la variable independiente x cambia una medida convencional, e identificar resultados en la gráfica de la función.

Posibles dificultades:
Si los estudiantes no logran realizar el literal a) del Problema inicial se debe indicar que coloquen un punto sobre la gráfica de la función cuyas coordenadas sean enteras. Luego plantee la siguiente interrogante: "si en la función $y = 2x + 3$, a partir del punto nos desplazamos una unidad hacia la derecha, ¿cuántas unidades debemos desplazarnos hacia arriba para coincidir nuevamente con la función?"

Esto servirá para visualizar que deben moverse dos unidades hacia arriba y concluir que cuando x aumenta una unidad, y aumenta 2. De forma similar para la segunda función, solo debe cuidar que ahora x puede aumentar más de una unidad.

Materiales:
- Plano cartesiano dibujado sobre un pliego de papel bond con las gráficas del Problema inicial y del bloque de problemas.
- Metro o escuadra de madera para trazar las gráficas.

Primero escriba en la pizarra el problema inicial junto con su solución. Después de esto, bórrelo y escriba los ejercicios según el plan de pizarra que sigue.

Fecha:

U3 1.9

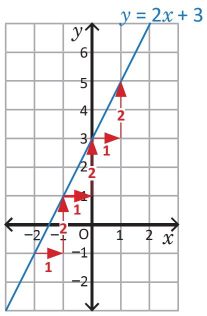
Ⓟ Con las gráficas de $y = 2x + 3$ y $y = \frac{1}{2}x + 3$:

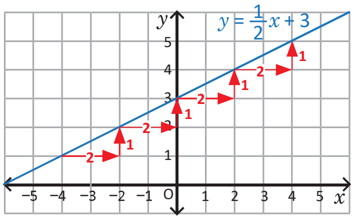
a) ¿Qué sucede con y cuando x aumenta una unidad u otra cantidad convencional?

b) ¿Cuál es el valor de y si $x = 8$?

c) Determina la razón de cambio

Ⓢ a) En $y = 2x + 3$: si x aumenta 1 unidad entonces y aumenta 2 unidades.





En $y = \frac{1}{2}x + 3$: si x aumenta 2 unidades entonces y aumenta 1 unidad.

b) Al analizar las gráficas, si $x = 8$ en $y = 2x + 3$ resulta $y = 19$, mientras que en $y = \frac{1}{2}x + 3$ resulta $y = 7$.

c) En $y = 2x + 3$, $a = 2$; mientras que en $y = \frac{1}{2}x + 3$, $a = \frac{1}{2}$.

Continuación de la clase 1.9

Solución de algunos ítems:

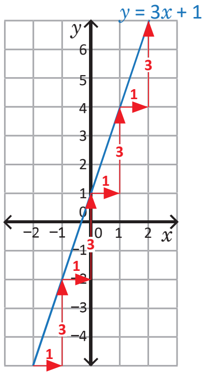
1. a) y aumenta 3 unidades
   b) $y = 19$
   c) Razón de cambio: 3

2. a) y aumenta $\frac{1}{3}$ unidades
   b) $y = 3$
   c) Razón de cambio: $\frac{1}{3}$

Fecha:

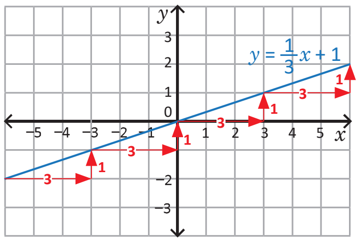
U3 1.9

Ⓡ 1.



a) y aumenta 3
b) $y = 19$
c) Razón de cambio: $a = 3$

2.



a) y aumenta $\frac{1}{3}$
b) $y = 3$
c) Razón de cambio: $a = \frac{1}{3}$

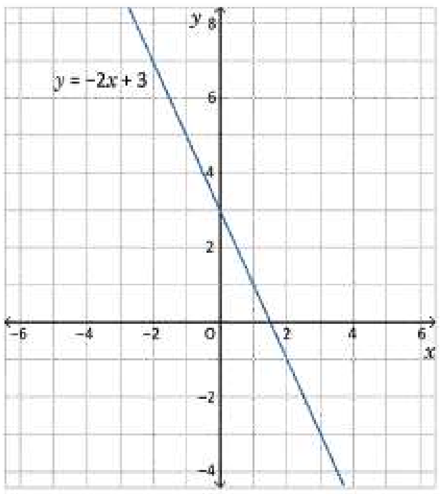
Tarea: página 58 del Cuaderno de Ejercicios.

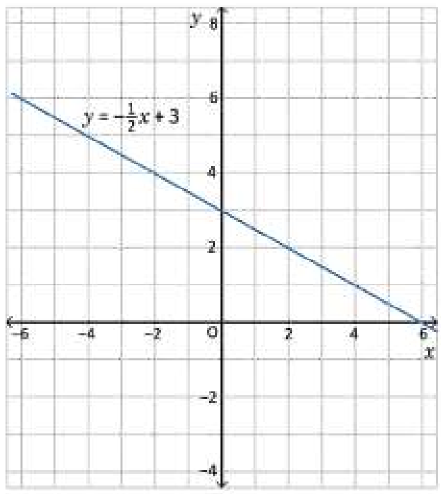
1.10 Análisis gráfico de la pendiente negativa

P Para la función de cada una de las gráficas, realiza lo siguiente:

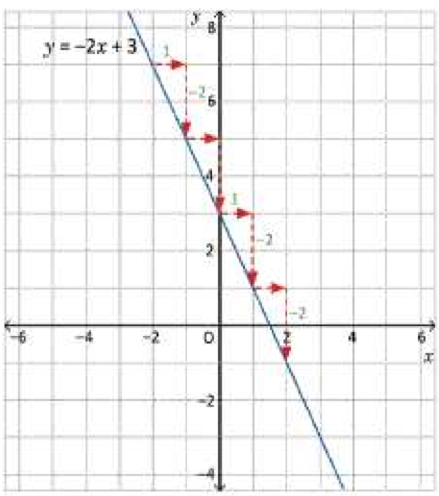
a) Analiza, ¿qué sucede con el valor de y cuando el valor de x aumenta una unidad u otra cantidad convencional?

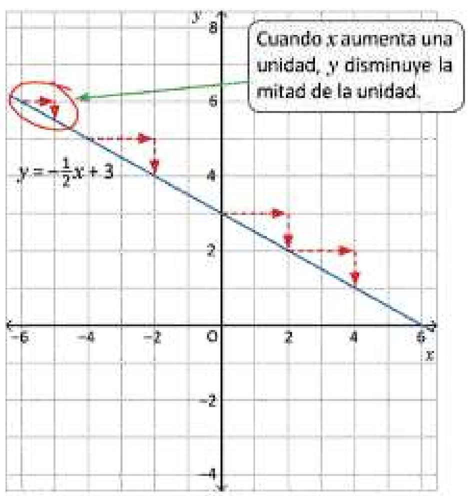
b) Determina la razón de cambio.





S a) Al analizar qué sucede con los valores de y cuando x aumenta una unidad, se obtiene que





En la gráfica de $y = -2x + 3$, se puede observar que si x aumenta 1 unidad, y disminuye 2.

En la gráfica de $y = -\frac{1}{2}x + 3$, se dificulta determinar con exactitud cuánto aumenta y cuando x aumenta una unidad. En este caso se puede considerar otros valores, por ejemplo, si x aumenta 2 unidades, y disminuye 1.

b) Para calcular la razón de cambio (***Razón de cambio*** = $\frac{\textit{Variación en } y}{\textit{Variación en } x}$), se tiene:

Para la función $y = -2x + 3$.

Razón de cambio = $\frac{-2}{1} = -2$

$a = -2$

Al aumentar 1 en x, y disminuye 2.

Para la función $y = -\frac{1}{2}x + 3$.

Razón de cambio = $\frac{-1}{2} = -\frac{1}{2}$ -0.5

$a = -\frac{1}{2}$

Al aumentar 1 en x, y disminuye 0.5 o $\frac{1}{2}$.

C

Al aumentar una unidad en la variable x, la variable y disminuye; entonces, la razón de cambio es negativa, es decir, cada vez que se desplaza una unidad a la derecha en la dirección del eje x, la línea recta que corresponde a la gráfica de la función se desplaza hacia abajo tantas unidades como el valor de la razón de cambio.

Por tanto, para una función $y = ax + b$ se tiene que

- **Si $a > 0$, al aumentar 1 unidad en x, y aumenta a unidades.**
  Ejemplo: para $y = 3x + 2$, $a > 0$, entonces cuando x aumenta 1 unidad, y aumenta 3 unidades.

- **Si $a < 0$, al aumentar 1 unidad en x, y disminuye $-a$ unidades.**
  Ejemplo: para $y = -3x + 2$, $a < 0$, entonces cuando x aumenta 1 unidad, y disminuye 3 unidades.

Observa las gráficas de las funciones y responde para cada caso:

a) ¿Qué sucede con el valor de y cuando el valor de x aumenta una unidad?
b) Determina la razón de cambio.

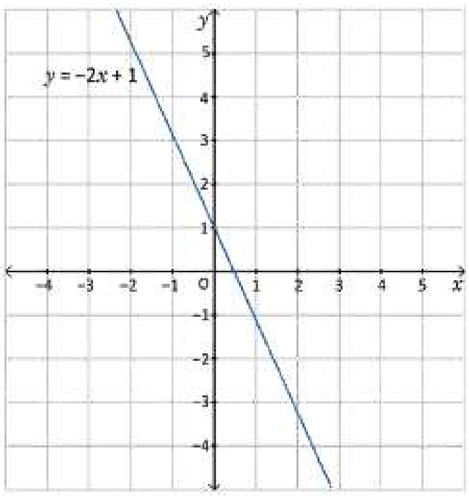


Gráfico 1

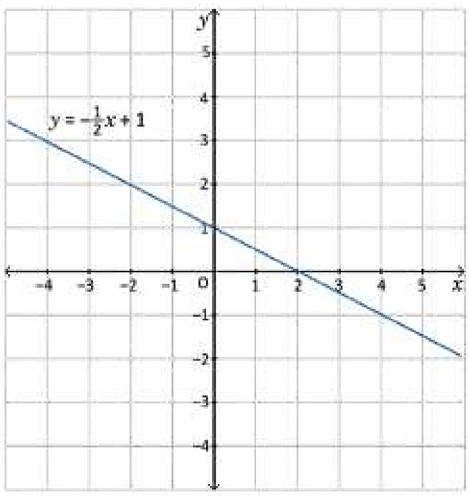


Gráfico 2

Indicador de logro

1.10 Resuelve situaciones mediante el análisis de la razón de cambio haciendo uso de gráficas con pendiente 1negativa.

Secuencia

En la clase anterior se relacionó la razón de cambio de una función lineal con la inclinación de su recta, cuando el valor del coeficiente de la variable independiente es positivo. Para esta clase se hará un análisis similar, con la variante de que la razón de cambio de las funciones presentadas son negativas.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Analizar el cambio de los valores de la función $y = ax + b$, para $a < 0$, cuando la variable independiente x cambia una medida convencional, e identificar resultados en la gráfica de la función.
Ⓒ, Determinar el aumento o disminución de $y = ax + b$ a partir del aumento de x y del valor de la razón de cambio de la función lineal.

Primero escriba en la pizarra el problema inicial junto con su solución. Después de esto, bórrelo y escriba los ejercicios según el plan de pizarra que sigue.

Fecha:

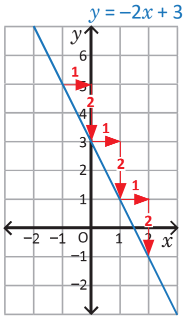
U3 1.10

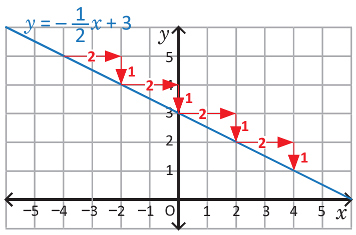
Ⓟ Con las gráficas de $y = -2x + 3$ y $y = -\frac{1}{2}x + 3$:

a) ¿Qué sucede con y cuando x aumenta una unidad u otra cantidad convencional?
b) Determina la razón de cambio.

Ⓢ

a) En $y = -2x + 3$: si x aumenta 1 unidad entonces y disminuye 2 unidades.





En $y = -\frac{1}{2}x + 3$: si x aumenta 2 unidades entonces y disminuye 1.

b) En $y = -2x + 3$, $a = -2$; mientras que en $y = -\frac{1}{2}x + 3$, $a = -\frac{1}{2}$.

Continuación de la clase 1.10.

Solución de algunos ítems:

Gráfico 1

a) y disminuye dos unidades

b) Razón de cambio: –2

Gráfico 2

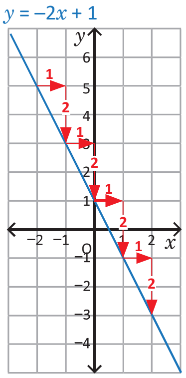
a) y disminuye $\frac{1}{2}$ unidad

b) Razón de cambio: $-\frac{1}{2}$

Fecha:

U3 1.10

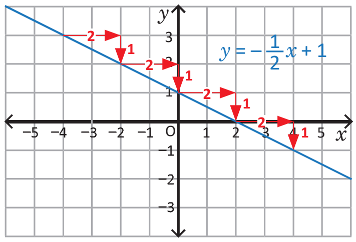
Ⓡ 1.



a) y disminuye 2

b) Razón de cambio: $a = -2$

2.



a) y disminuye $\frac{1}{2}$

c) Razón de cambio: $a = -\frac{1}{2}$

Tarea: página 59 del Cuaderno de Ejercicios.

1.11 Relación entre la razón de cambio y pendiente de la gráfica de $y = ax + b$

P

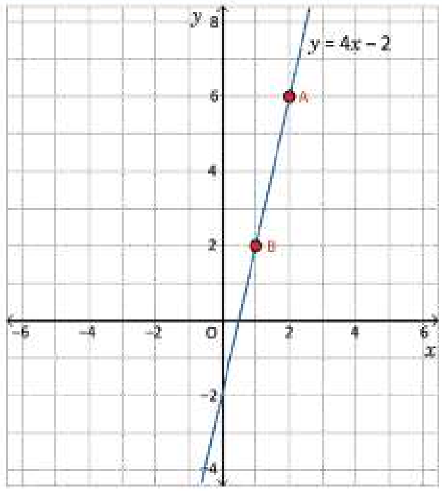
Para la función $y = 4x - 2$, realiza lo siguiente:

a) Determina la razón de cambio mediante conteo de unidades.

b) Determina la diferencia entre los valores de x y y, toma como referencia las coordenadas de los dos puntos indicados.

c) Calcula el cociente entre la diferencia de los valores de las coordenadas en y, con la diferencia de los valores de las coordenadas en x.

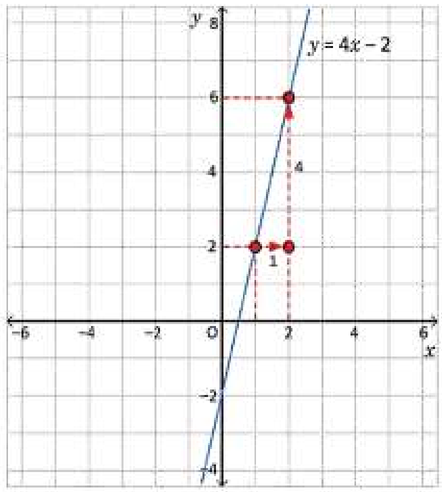
d) Compara el resultado obtenido en los literales a) y c), ¿qué concluyes?



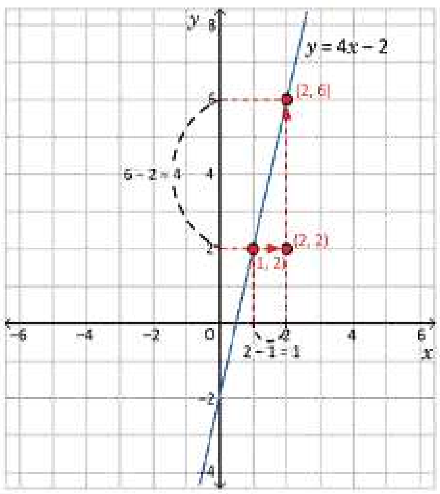
S

a) Al determinar la razón de cambio mediante conteo de unidades que incrementa y, cuando x aumenta 1 unidad, se tiene:

$$\textit{Razón de cambio} = \frac{4}{1} = 4$$



b) Para determinar la diferencia entre los valores de las coordenadas en x y y, se restan las coordenadas de los dos puntos seleccionados (Punto A y B).



Diferencia en $y = 6 - 2 = 4$.
Diferencia en $x = 2 - 1 = 1$.

c) Al calcular el cociente entre la diferencia de los valores de las coordenadas en y, con la diferencia en los valores de las coordenadas en x, se tiene:

$$\frac{\text{Diferencia en } y}{\text{Diferencia en } x} = \frac{4}{1} = 4$$

d) Al comparar los resultados obtenidos en el literal a) y en el literal c) se observa que los resultados son iguales.

Unidad 3

En la gráfica de la función lineal $y = ax + b$, la razón de cambio coincide con el valor de la pendiente y puede determinarse mediante el cálculo del cociente del incremento para cada una de las coordenadas x y y de dos puntos dados.

Por ejemplo, para una función $y = 4x - 2$, que pasa por los puntos (1, 2) y (2, 6), se tiene:

$$\textbf{Razón de cambio = Pendiente} = \frac{6-2}{2-1} = \frac{4}{1} = 4$$

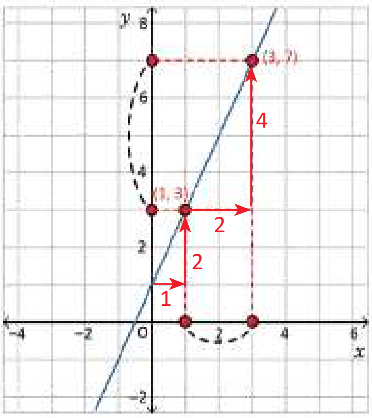
- Para cualquier función que pasa por los puntos $P_1(x_1, y_1)$ y $P_2(x_2, y_2)$, la pendiente se calcula mediante la fórmula:

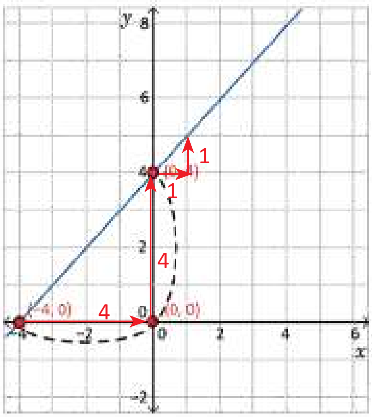
$$\textbf{Pendiente} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

- El coeficiente a en la función $y = ax + b$, corresponde a la pendiente de la línea recta de la gráfica de la función, la cual tiene el mismo valor que la razón de cambio.

Para cada una de las funciones mostradas en las gráficas siguientes realiza lo que se indica a continuación:

a) ¿Puedes determinar, cuántas unidades avanza en y cuando x avanza 1 unidad? Justifica tu respuesta.
b) Calcula el incremento en x y y, considerando las coordenadas de los puntos indicados.
c) Calcula la pendiente de la función de cada gráfica.





En la vida cotidiana se hace uso de la pendiente en diferentes contextos; por ejemplo, una pendiente se encuentra en la inclinación de un techo, de una carretera, o bien de una escalera apoyada en una pared. En matemática se usa la palabra pendiente para definir, de forma particular, el grado de inclinación de algo.

En la figura se muestra una obra arquitectónica donde se puede observar claramente el uso de la pendiente de la línea recta, en este ejemplo el puente más grande del mundo, fabricado con hormigón armado en Millau, Francia.

Indicador de logro

1.11 Identifica la relación entre la razón de cambio y la pendiente en la función lineal.

Secuencia

Como en clases anteriores se ha establecido la relación entre la razón de cambio de la función lineal y la inclinación de su recta, en esta clase se abordará el concepto de **pendiente de una recta**, vinculándolo a la razón de cambio de la misma, y en consecuencia, al valor del coeficiente de la variable independiente x en la ecuación de la función.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Calcular la razón de cambio de una función lineal haciendo uso de la gráfica de la misma y contando las unidades que aumenta y cuando x aumenta una unidad. Comparar dicho valor con el resultado del cociente de la diferencia de las coordenadas en y entre la diferencia de las coordenadas en x de dos puntos sobre la gráfica de la función.

Posibles dificultades:
Puede que los estudiantes no comprendan el literal a) del Problema inicial, en este caso indicarles que calcular la razón de cambio mediante el conteo de unidades equivale a aumentar una unidad en x y ver cuántas aumenta y (hacer uso de la gráfica de la función).

Primero escriba en la pizarra el problema inicial junto con su solución. Después de esto, bórrelo y escriba los ejercicios según el plan de pizarra que sigue.

Fecha: **U3 1.11**

Ⓟ Para la función $y = 4x - 2$:

a) Determina la razón de cambio mediante el conteo de unidades.

b) Determina la diferencia entre los valores de x y y para los puntos A(2, 6) y B(1, 2).

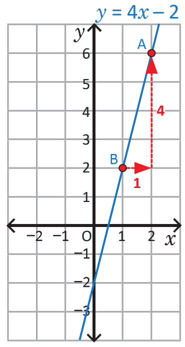
c) Calcula el cociente entre la diferencia de los valores de las coordenadas en y con la diferencia de los valores de las coordenadas en x, y compara lo resultados de a) y c); ¿qué concluyes?

Ⓢ a) Cuando x aumenta una unidad entonces y aumenta 4, luego la razón de cambio es 4.

b) Diferencia en y:
$6 - 2 = 4$

Diferencia en x:
$2 - 1 = 1$

c) $\dfrac{\text{Diferencia en } y}{\text{Diferencia en } x} = 4$



Los resultados obtenidos en los literales a) y c) son iguales.

Continuación de la clase 1.11.

Solución de algunos ítems:

Gráfico 1

a) y avanza dos unidades hacia arriba.

b) Con los puntos (1, 3) y (3, 7) se observa que el incremento en x es $3 - 1 = 2$; mientras que en y es $7 - 3 = 4$.

c) Pendiente = $\frac{4}{2} = 2$

Gráfico 2

a) y avanza una unidad hacia arriba.

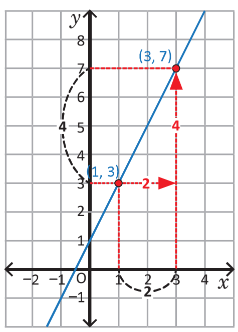
b) Con los puntos (–4, 0) y (0, 4) se observa que el incremento en x es $0 - (-4) = 4$; mientras que en y es $4 - 0 = 4$.

c) Pendiente = $\frac{4}{2} = 1$.

Fecha:

U3 1.11

R

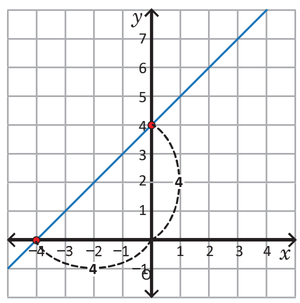


a) Avanza 2

b) Incremento en x: $7 - 3 = 4$

Incremento en y: $3 - 1 = 2$

c) Pendiente = $\frac{4}{2} = 2$



a) Avanza 1

b) Incremento en y: $4 - 0 = 4$

Incremento en x: $0 - (-4) = 4$

c) Pendiente = $\frac{4}{4} = 1$

Tarea: página 61 del Cuaderno de Ejercicios.

1.12 Pendiente e intercepto de la gráfica de la función $y = ax + b$

P

Para cada una de las funciones, calcula la pendiente y determina el valor de y donde la gráfica corta al eje y, analizando la gráfica.

1. $y = 2x - 1$
2. $y = -3x + 2$

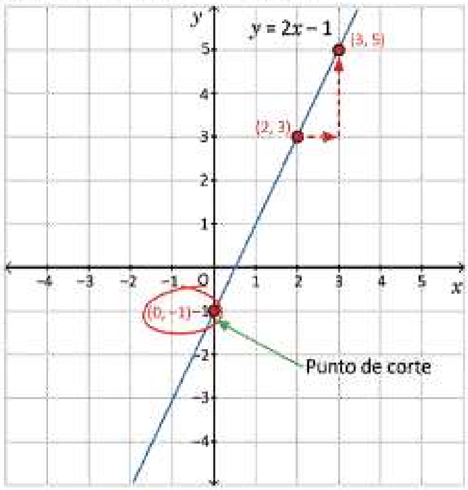
S

Para determinar la pendiente de una función, únicamente se identifica el valor de a; mientras que el valor de b corresponde al valor de y donde la gráfica corta al eje y, así para las funciones dadas se tiene:

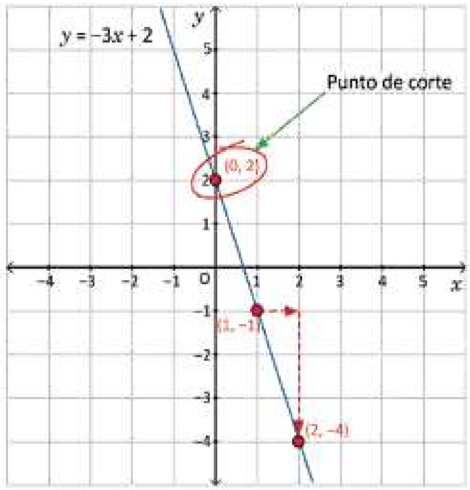
1. $y = 2x - 1$
   Pendiente: $a = 2$
   Corte con el eje y: $b = -1$
2. $y = -3x + 2$
   Pendiente: $a = -3$
   Corte con el eje y: $b = 2$

Al graficar las funciones se tiene:

1.



2.



C

Para identificar la pendiente y el punto de corte de la gráfica de la función $y = ax + b$ con el eje y, únicamente es necesario considerar que el valor del coeficiente a indica la pendiente, y la constante b corresponde al valor de y donde la gráfica corta al eje y. Al valor donde la gráfica corta al eje y se le llama **intercepto**.

- Así la función $y = ax + b$, tiene: Pendiente: a
  Intercepto con el eje y: b

b, corresponde gráficamente al punto $(0, b)$.

- Por ejemplo, la gráfica de la función $y = 3x - 5$, tiene: Pendiente: 3
  Intercepto con el eje y: -5

1. Para cada una de las funciones, identifica la pendiente y el intercepto con el eje y.

a) $y = 3x + 2$	b) $y = -2x + 1$	c) $y = 5x - 2$	d) $y = 2x - 5$
e) $y = x + 4$	f) $y = x - 2$	g) $y = -x + 6$	h) $y = \frac{1}{2}x + 3$

2. Identifica la pendiente e indica el intercepto con el eje y.

a) $y = 3x$	b) $y = 2x$	c) $y = -2x$	d) $y = x$
Pendiente: 3 Intercepto: 0	Pendiente: 2 Intercepto: 0	Pendiente: –2 Intercepto: 0	Pendiente: 1 Intercepto: 0

Unidad 3

61

Indicador de logro

1.12 Identifica la pendiente y el intercepto de una función $y = ax + b$.

Secuencia

Para esta clase se estudia cómo identificar la pendiente de una recta y las coordenadas del intercepto de esta con el eje y a partir de la ecuación de la función lineal.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Calcular el valor de la pendiente de la gráfica de una función lineal y la coordenada en y del intercepto de la gráfica con el eje y utilizando la ecuación de la función.

Ⓒ Definir el valor de la pendiente y de la segunda coordenada del punto de intersección de la gráfica de una función lineal con el eje y a partir de la ecuación de la función.

Solución de algunos ítems:

Primer ítem

a) Pendiente 3; intercepto 2
b) Pendiente –2; intercepto 1
c) Pendiente 5; intercepto –2
d) Pendiente 2; intercepto –5
e) Pendiente 1; intercepto 4
f) Pendiente 1; intercepto –2
g) Pendiente –1; intercepto 6
h) Pendiente $\frac{1}{2}$; intercepto 3

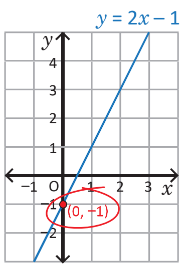
Materiales:
- Plano cartesiano dibujado sobre un pliego de papel bond para ilustrar las gráficas de las funciones del Problema inicial.
- Metro o escuadra de madera para trazar las gráficas.

Fecha: **U3 1.12**

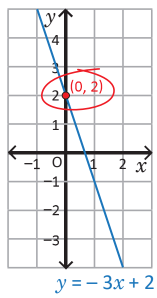
Ⓟ Para cada función calcula la pendiente y determina gráficamente el valor de y donde la recta corta al eje y:

Ⓢ 1. $y = 2x - 1$ 2. $y = -3x + 2$

1. Pendiente: $a = 2$
   Corte con el eje y: $b = -1$



2. Pendiente: $a = -3$
   Corte con el eje y: $b = 2$



Ⓡ

a) $a = 3$, $b = 2$
b) $a = -2$, $b = 1$
c) $a = 5$, $b = -2$
d) $a = 2$, $b = -5$
e) $a = 1$, $b = 4$
f) $a = 1$, $b = -2$
g) $a = -1$, $b = 6$
h) $a = \frac{1}{2}$, $b = 3$

Tarea: página 63 del Cuaderno de Ejercicios.

Lección 1

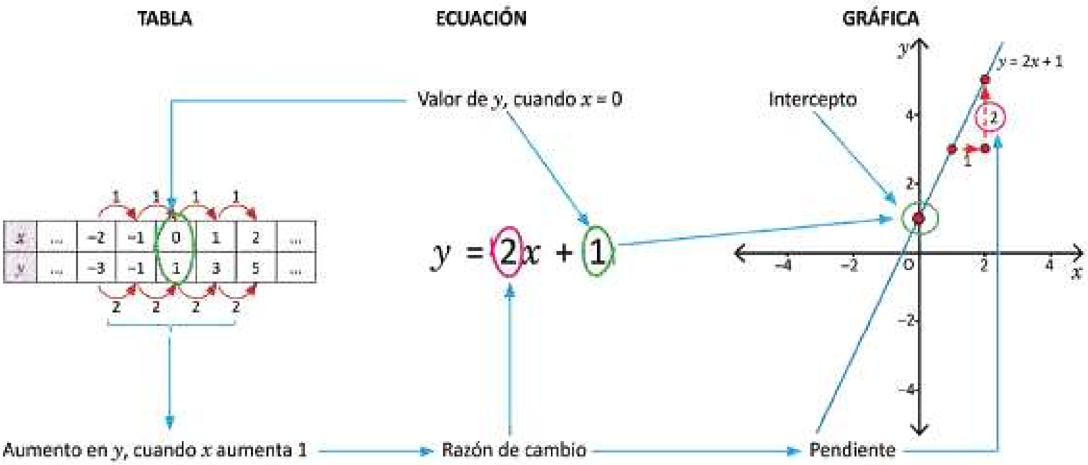
1.13 Relación entre tabla, ecuación y gráfica de función lineal

P

Para la función $y = 2x + 1$, identifica la relación entre las siguientes representaciones: tabla, ecuación y gráfica.

S

Al analizar la función $y = 2x + 1$ y comparar la respectiva tabla para algunos valores de x con la ecuación y la gráfica, se puede observar lo siguiente:



C

En el diagrama anterior que relaciona la tabla, ecuación y gráfica de la función $y = ax + b$, se puede observar que

Tabla	Ecuación	Gráfica
Valor de y, cuando $x = 0$	b	Intercepto con el eje y
Aumento en y, al aumentar 1 unidad en x	a	Pendiente

Para cada una de las funciones, determina el valor de a, b y el intercepto, luego identifica la relación entre las siguientes representaciones: tabla, ecuación y gráfica.

a) $y = 3x + 1$
$a = 3$, $b = 1$
Intercepto (0, 1)

b) $y = 4x - 3$
$a = 4$, $b = -3$
Intercepto (0, −3)

c) $y = -2x + 5$
$a = -2$, $b = 5$
Intercepto (0, 5)

d) $y = -3x - 4$
$a = -3$, $b = -4$
Intercepto (0, −4)

e) $y = 5x - 4$
$a = 5$, $b = -4$
Intercepto (0, −4)

f) $y = -2x - 1$
$a = -2$, $b = -1$
Intercepto (0, −1)

g) $y = 2x - 3$
$a = 2$, $b = -3$
Intercepto (0, −3)

h) $y = -4x + 1$
$a = -4$, $b = 1$
Intercepto (0, 1)

i) $y = -5x + 3$
$a = -5$, $b = 3$
Intercepto (0, 3)

Indicador de logro

1.13 Identifica la relación entre los elementos de la tabla, la ecuación y la gráfica de la función lineal.

Secuencia

Hasta este punto de la lección se han establecido características de una función lineal, en principio utilizando tablas para deducir la ecuación de la función y trazar la gráfica de la misma. Para esta clase se retoman todas estas herramientas (tabla, ecuación y gráfica) para determinar las relaciones entre ellas.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ, Ⓒ Analizar la relación entre las herramientas utilizadas para definir una función lineal: tablas de valores, ecuación de la función y gráfica de la función; identificando la razón de cambio, el valor de las constantes a y b en $y = ax + b$ y la pendiente e intercepto con el eje x de la recta.

Ⓔ Fijar los conocimientos sobre la relación entre la tabla, la ecuación y la gráfica de una función lineal.

Solución de algunos ítems:

En todos los literales, la relación entre la tabla, la ecuación y la gráfica de la función es la misma que se ha descrito en la Conclusión.

Materiales:
- Tabla sobre papel bond para escribir los valores de la función $y = 2x + 1$ como la que presenta la Solución del Problema inicial.
- Plano cartesiano sobre un pliego de papel bond para trazar la gráfica de la función $y = 2x + 1$.

Fecha:

U3 1.13

Ⓟ Para la función $y = 2x + 1$, identifica la relación entre: tabla, ecuación y gráfica.

Ⓢ

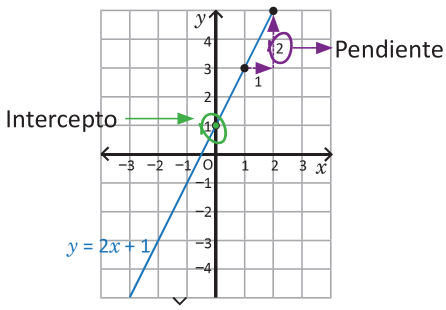
Valor de y cuando $x = 0$

x	−2	−1	0	1	2
y	−3	−1	1	2	5

Aumento en y cuando x aumenta 1: 2, 2

$$y = 2x + 1$$

Razón de cambio



Ⓡ a) $a = 3$, $b = 1$, intercepto (0, 1)
b) $a = 4$, $b = –3$, intercepto (0, –3)
c) $a = –2$, $b = 5$, intercepto (0, 5)
d) $a = –3$, $b = –4$, intercepto (0, –4)
e) $a = 5$, $b = –4$, intercepto (0, –4)

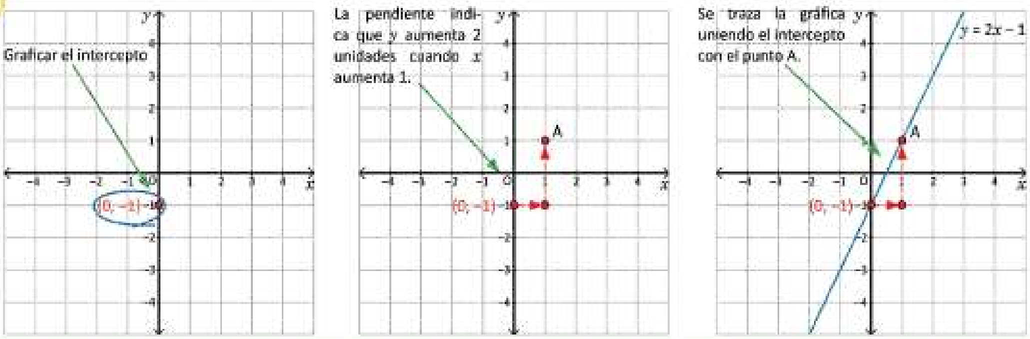
Tarea: página 64 del Cuaderno de Ejercicios.

1.14 Trazo de la gráfica de la función lineal dada la pendiente y el intercepto

P

Traza el gráfico de la función $y = ax + b$, si $a = 2$ y $b = -1$.

S



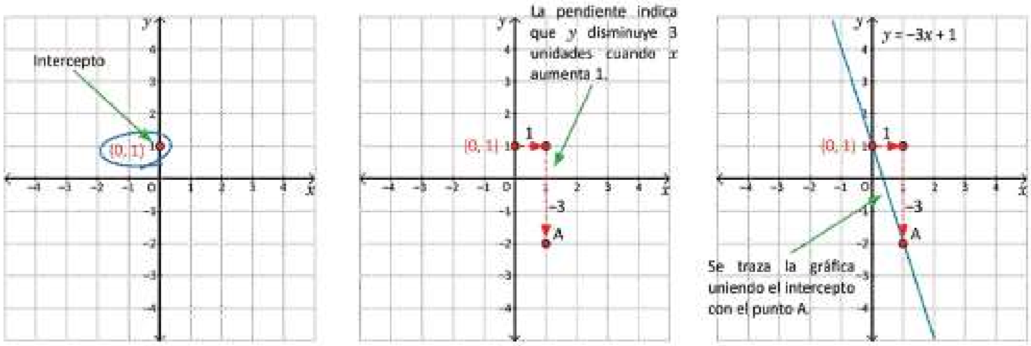
C

Para graficar una función $y = ax + b$, dado el valor de a y b, se coloca el punto $(0, b)$, luego se determina un nuevo punto por donde pasa la gráfica a partir de la pendiente, considerando la variación en x y la variación en y, tal como se ha desarrollado en el ejemplo anterior.

E

Identifica el valor de a y b en la función $y = -3x + 1$, luego gráficala.

Solución.
Al comparar la función $y = -3x + 1$ con la expresión de la función lineal $y = ax + b$, se tiene que $a = -3$ y $b = 1$.



1. Traza la gráfica de la función $y = ax + b$ en cada caso.

a) Si $a = 3$ y $b = -2$

b) Si $a = -2$ y $b = 1$

2. Para cada una de las funciones, identifica el valor de a y b, luego grafícalas.

a) $y = 3x + 1$
$a = 3$, $b = 1$

b) $y = 2x - 2$
$a = 2$, $b = -2$

c) $y = -2x + 3$
$a = -2$, $b = 3$

d) $y = 2x - 3$
$a = 2$, $b = -3$

e) $y = x + 3$
$a = 1$, $b = 3$

f) $y = x - 2$
$a = 1$, $b = -2$

g) $y = \frac{1}{2}x + 3$
$a = \frac{1}{2}$, $b = 3$

h) $y = -\frac{1}{3}x - 3$
$a = -\frac{1}{3}$, $b = -3$

Indicador de logro

1.14 Traza el gráfico de la función $y = ax + b$, dado el valor de a y b.

Secuencia

En esta clase se traza la gráfica de una función lineal $y = ax + b$ a partir de los valores de a y b en la ecuación de la función, colocando el punto de intersección de la recta con el eje y e interpretando el valor de la razón de cambio.

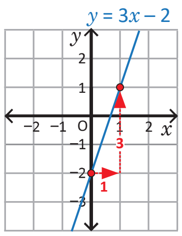
Propósito

Ⓟ, Trazar la gráfica de la función lineal $y = 2x - 1$, colocando sobre el plano cartesiano el intercepto (0, –1); a partir de este encontrar las coordenadas de otro punto sobre la gráfica de la recta interpretando el valor de la razón de cambio en la ecuación de la función.

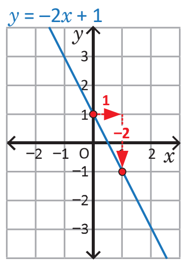
Ⓢ, Ⓒ Determinar y ejemplificar los pasos para graficar una función lineal:
$y = ax + b$ a partir de los valores de a y b.

Solución de algunos ítems:

1. a) $a = 3$ y $b = -2$



b) $a = -2$ y $b = 1$



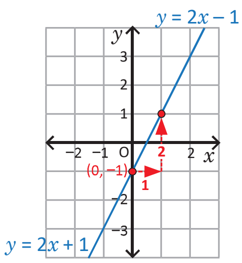
Materiales:
- Plano cartesiano sobre un pliego de papel bond para trazar la gráfica de la función $y = 2x - 1$ del Problema inicial y las gráficas del ejercicio 1 del bloque de problemas.
- Metro o escuadra de madera para trazar las gráficas.

Fecha:

U3 1.14

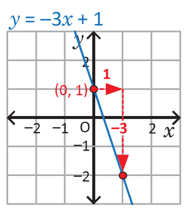
Ⓟ Traza el gráfico de $y = ax + b$ si $a = 2$ y $b = -1$.

Ⓢ $a = 2$ indica que y aumenta 2 unidades cuando x aumenta 1; $b = -1$ indica que el intercepto es (0, –1). Luego:

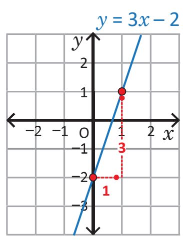


Ⓔ Identifica a y b y grafica la función $y = -3x + 1$

$a = -3$ y $b = 1$; si x aumenta 1 unidad entonces y disminuye 3, y el intercepto es (0, 1).



Ⓡ 1. a) $a = 3$, $b = -2$



Tarea: página 65 del Cuaderno de Ejercicios.

1.15 Relación entre la ecuación y gráfica de la función lineal

P

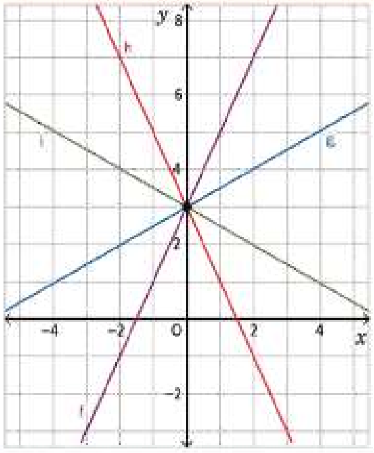
Relaciona cada función con su respectiva gráfica, considera el valor de a y b para justificar tu respuesta.

a) $y = 2x + 3$

b) $y = \frac{1}{2}x + 3$

c) $y = -2x + 3$

d) $y = -\frac{1}{2}x + 3$



S

Al observar la ecuación de las 4 funciones, se tiene que todas intersecan al eje y en $y = 3$, pues tienen $b = 3$; es decir, pasan por el punto (0, 3), esto se puede verificar en la gráfica.

Al analizar el valor de a para cada función, se tiene:

a) La función $y = 2x + 3$, tiene $a = 2$, lo que indica que cuando x aumenta 1 unidad, y aumenta 2 (ver gráfico 1).

b) La función $y = \frac{1}{2}x + 3$, tiene $a = \frac{1}{2}$, lo que indica que cuando x aumenta 2 unidades, y aumenta 1 (ver gráfico 2).

c) La función $y = -2x + 3$, tiene $a = -2$, lo que indica que cuando x aumenta 1 unidad, y disminuye 2 (ver gráfico 3).

d) La función $y = -\frac{1}{2}x + 3$, tiene $a = -\frac{1}{2}$, lo que indica que cuando x aumenta 2 unidades, y disminuye 1 (ver gráfico 4).

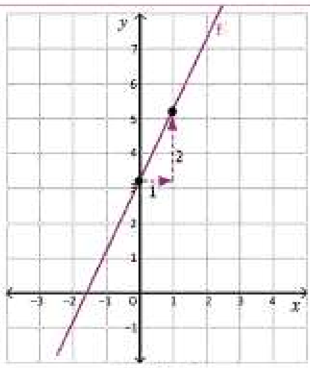


Gráfico 1

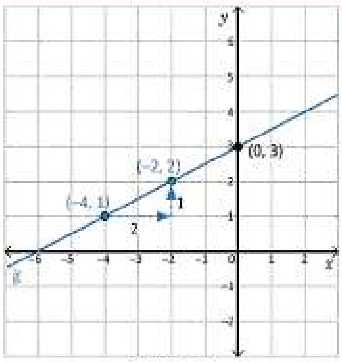


Gráfico 2

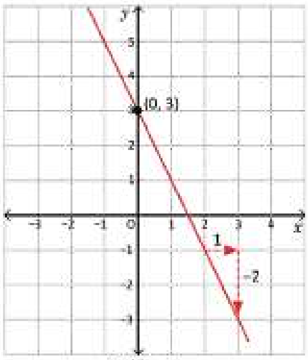


Gráfico 3

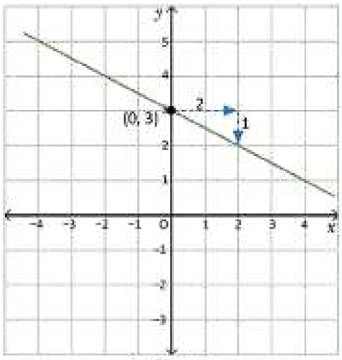


Gráfico 4

C

Para relacionar la gráfica de una función lineal con la respectiva expresión matemática, únicamente se debe relacionar:

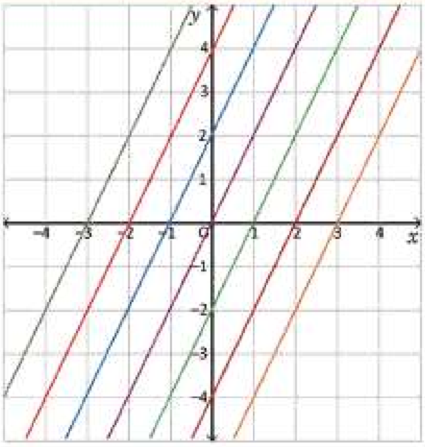
- El valor de b con el punto de intersección de la gráfica con el eje y.
- El valor de a con la variación de y cuando x aumenta una unidad.

Para el ejemplo desarrollado, como todas las funciones tienen igual valor de b, pasan por el mismo punto (0, b), donde intersecan al eje y.

Lección 1

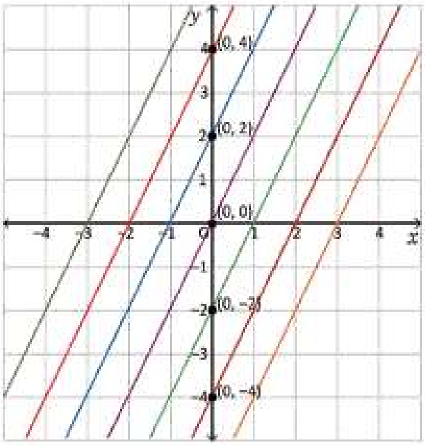
Grafica en el mismo plano las siguientes funciones, luego analiza tus resultados. ¿Qué concluyes?

a) $y = 2x$
b) $y = 2x + 2$
c) $y = 2x + 4$
d) $y = 2x + 6$
e) $y = 2x - 2$
f) $y = 2x - 4$
g) $y = 2x - 6$



Solución.

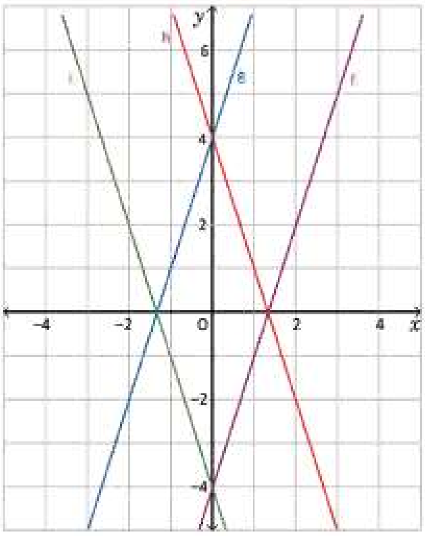
- Al observar la ecuación de las 7 funciones, se tiene que todas tienen la misma pendiente $a = 2$; es decir, por cada unidad que aumenta x, y aumenta 2.



- En este caso, la pendiente no permite establecer relación entre la gráfica y la ecuación de la función. Entonces, se establecerá la relación entre gráfica y la ecuación relacionando el valor de b con el punto de intersección de la gráfica con el eje y.

- Al realizar la relación de cada función con su respectiva gráfica, se puede concluir que si la pendiente de las funciones es la misma y únicamente cambia el valor de b, las gráficas son rectas paralelas.

1. Relaciona cada función con su respectiva gráfica, considera el valor de a y b para justificar tu respuesta.
   a) $y = 3x + 4$ Recta g
   b) $y = 3x - 4$ Recta f
   c) $y = -3x + 4$ Recta h
   d) $y = -3x - 4$ Recta i



2. Analiza las siguientes funciones y describe qué relación existe entre las gráficas de a) y b) y las de c) y d).
   a) $y = 4x + 4$
   b) $y = 4x - 4$
   a) y b) son paralelas
   c) $y = 5x + 1$
   d) $y = 5x - 1$
   c) y d) son paralelas

Unidad 3

Indicador de logro

1.15 Relaciona la ecuación de la función con la gráfica de la función $y = ax + b$.

Secuencia

Para esta clase se relaciona la ecuación de una función lineal $y = ax + b$ con su respectiva gráfica, utilizando los componentes vistos en las clases anteriores, es decir, relacionando la razón de cambio con la pendiente y el valor de b con el intercepto con el eje y. Además, esta clase sirve para dar la noción al estudiante de que por un punto pasan infinitas rectas (como en el Problema inicial), y la condición de rectas paralelas.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Identificar en cada caso la gráfica de una función lineal $y = ax + b$ a partir de los valores de a y b, cuando b toma el mismo valor en dos o más funciones.

Ⓒ Determinar las condiciones para relacionar la ecuación de una función lineal con la línea recta de su gráfica.

Solución de algunos ítems:

Las rectas de las funciones en a) y b) son paralelas ya que $a = 4$ en ambas. El intercepto de la función en a) es (0, 4) y la de la función en b) es (0, –4).

Las rectas de las funciones en c) y d) son paralelas ya que $a = 5$ en ambas. El intercepto de la función en c) es (0, 1) y la de la función en d) es (0, –1).

Materiales:
- Plano cartesiano sobre un pliego de papel bond con las gráficas del Problema inicial.
- Plano cartesiano sobre un pliego de papel bond con las gráficas del Ejemplo.

Observación:
En el plan de pizarra solo se tomarán los literales a), b), c), e) y f).

Posibles dificultades:
En el Problema inicial, hacer énfasis en que las gráficas tienen el mismo intercepto a saber (0, 3). Es necesario analizar la razón de cambio de la ecuación junto con la pendiente de la recta.

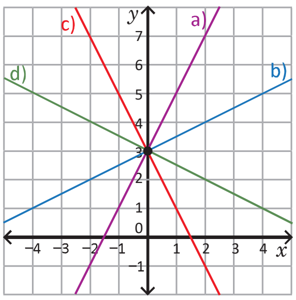
Fecha: **U3 1.15**

Ⓟ Relaciona cada función con su respectiva gráfica:

a) $y = 2x + 3$ c) $y = -2x + 3$

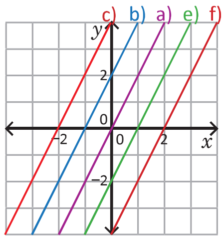
b) $y = \frac{1}{2}x + 3$ d) $y = -\frac{1}{2}x + 3$

Ⓢ



Ⓔ Grafica en el mismo plano las siguientes funciones:

a) $y = 2x$
b) $y = 2x + 2$
c) $y = 2x + 4$
e) $y = 2x - 2$
f) $y = 2x - 4$



Ⓡ 1. a) Recta g
b) Recta f
c) Recta h
d) Recta i

2. a) y b) son paralelas; c) y d) son paralelas.

Tarea: página 66 del Cuaderno de Ejercicios.

1.16 Valores de y cuando se delimitan los valores de x

P

Para la función $y = 5x - 3$, si x está entre -1 y 4, ¿entre qué valores está y?

S

Para determinar entre qué valores está y, se puede considerar dos posibles soluciones.

A partir de la expresión:

Para determinar los valores de y, se sustituye el valor de x en la expresión y se realizan las operaciones indicadas.

Si $x = -1$

$y = 5(-1) - 3$

$y = -5 - 3$

$y = -8$

$(-1, -8)$

Si $x = 4$

$y = 5(4) - 3$

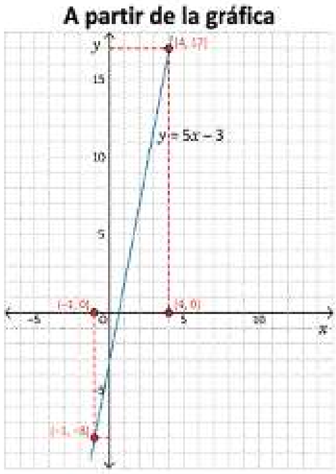
$y = 20 - 3$

$y = 17$

$(4, 17)$

Para la función $y = 5x - 3$, cuando x está entre -1 y 4, y está entre -8 y 17.

A partir de la gráfica



C

Para determinar entre qué valores se encuentra y, cuando se conocen los valores de x, se puede utilizar cualquiera de las opciones mostradas anteriormente.

- A partir de la ecuación: sustituyendo los valores de x de los extremos, se encuentran los valores de y de los extremos.
- A partir de la gráfica: identificando las coordenadas de x, se buscan las correspondientes coordenadas de y.

La opción a utilizar dependerá si se conoce la gráfica o la ecuación de la función.

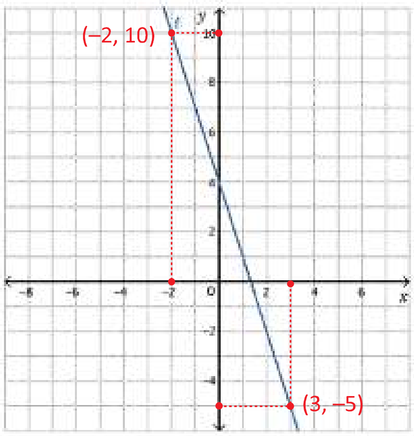
1. A partir de la ecuación de cada función, determina entre qué valores se encuentra y, conociendo los respectivos valores de x.

a) Si $y = 2x + 3$, ¿entre qué valores está y, si x está entre -3 y 5? Entre -3 y 13

b) Si $y = -x + 5$, ¿entre qué valores está y, si x está entre 2 y 5? Entre 0 y 3

c) Si $y = 3x - 5$, ¿entre qué valores está y, si x está entre -1 y 4? Entre -8 y 7

d) Si $y = \frac{2}{3}x - 5$, ¿entre qué valores está y, si x está entre -3 y -6? Entre -9 y -7



2. Para la gráfica de la derecha, determina entre qué valores está y, si x está entre -2 y 3.
Entre -5 y 10

Indicador de logro

1.16 Determina los valores de y, cuando se delimitan los valores de x.

Secuencia

En las clases anteriores se han establecido las relaciones entre la ecuación de la función lineal $y = ax + b$ y el significado gráfico que tienen los valores de a y b en la línea recta. En esta clase, y haciendo uso de esas herramientas, se hace el análisis del rango de valores posibles para la variable independiente y a partir de los valores de x.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Determinar el rango de valores posibles que toma la variable y en la función lineal $y = 5x – 3$ a partir de valores dados para la variable independiente x. En el plan de pizarra solo se colocará la solución algebraica usando la expresión; indique a sus estudiantes que verifiquen sus resultados analizando la gráfica de la función.

Ⓒ Generalizar el proceso para encontrar el rango de valores de la variable y en una función lineal a partir de los valores de la variable x.

Materiales:
- Plano cartesiano sobre un pliego de papel bond con la gráfica de la función del Problema inicial.
- Metro o escuadra de madera.

Posibles dificultades:
En el bloque de ejercicios, es posible que en la función lineal del ejercicio 1. b) los estudiantes respondan que el valor de y se encuentra entre 3 y 0, pues si $x = 2$ entonces $y = 3$, y si $x = 5$ entonces $y = 0$. Indique, al comenzar los ejercicios, que los valores de y siempre deben ordenarse del menor valor al mayor, lo mismo aplica para el ejercicio 2.

Fecha:

U3 1.16

Ⓟ Para la función $y = 5x – 3$, si x está entre –1 y 4, ¿entre qué valores está y?

Ⓢ Utilizando la ecuación de la función, si $x = –1$ entonces:

$$y = 5(–1) – 3 = –8$$

Mientras que si $x = 4$:

$$y = 5(4) – 3 = 17$$

$a > 0$, si x aumenta entonces y aumenta. Por lo tanto, si x está entre –1 y 4 entonces y está entre –8 y 17.

Ⓡ 1. a) $y = 2x + 3$:

Si $x = –3$:

$$y = 2(–3) + 3 = –3$$

Si $x = 5$:

$$y = 2(5) + 3 = 13$$

$a > 0$, luego si x está entre –3 y 5 entonces y está entre –3 y 13.

b) y está entre 0 y 3
c) y está entre –8 y 7
d) y está entre –9 y –7

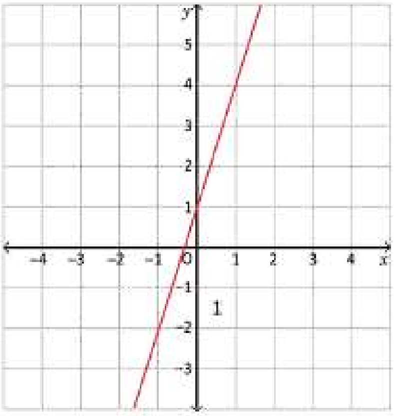
2. y está entre –5 y 10

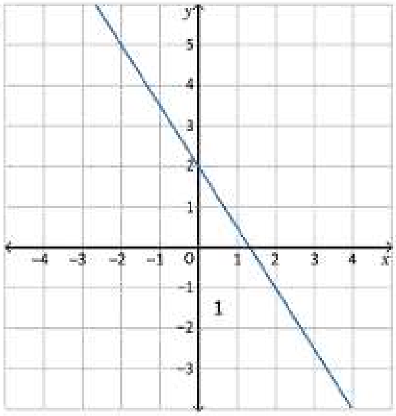
Tarea: página 67 del Cuaderno de Ejercicios.

1.17 Expresión de la función en $y = ax + b$ mediante la lectura de la gráfica

P

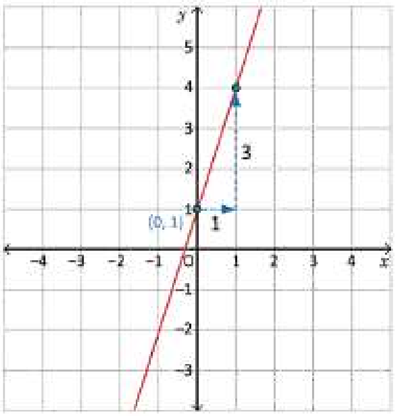
Escribe la ecuación para cada una de las funciones, cuyas gráficas se muestran a continuación:

1. 

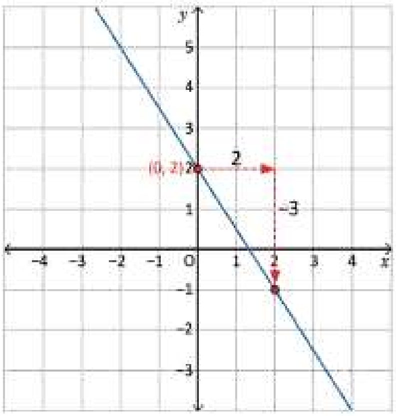
2. 

S

Para escribir la expresión matemática de una función, se identifica el intercepto b con el eje y, y se analiza la pendiente a.



$b = 1,\ a = \frac{3}{1} = 3,\ y = 3x + 1.$



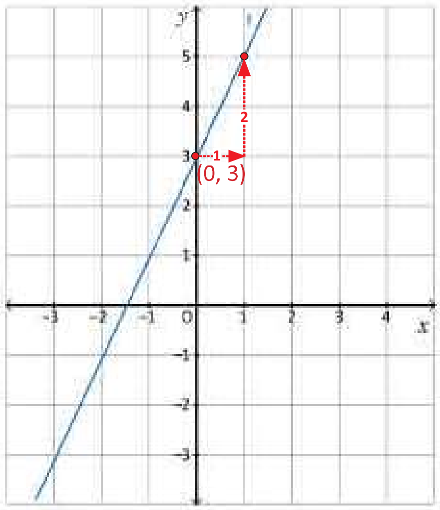
$b = 2,\ a = \frac{-3}{2} = -\frac{3}{2},\ y = -\frac{3}{2}x + 2.$

C

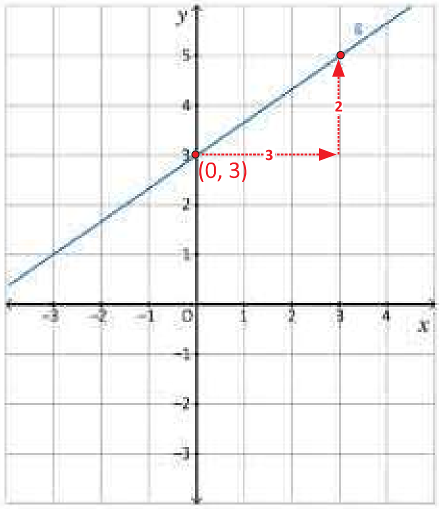
Para escribir la ecuación de una función de la forma $y = ax + b$, a partir del gráfico, es necesario identificar el intercepto con el eje y, y determinar la pendiente de la recta, tal como se muestra en los ejemplos desarrollados.

Escribe la ecuación de cada una de las funciones cuyas gráficas se muestran a continuación:

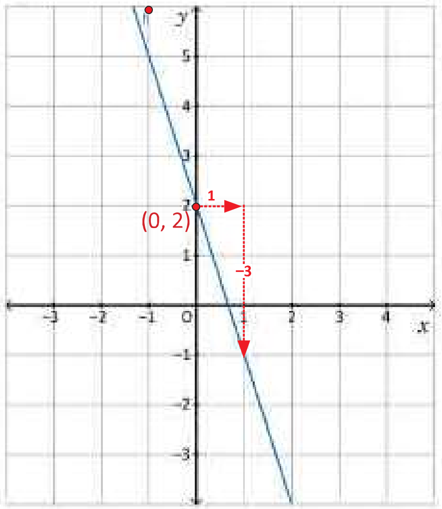
a) $y = 2x + 3$



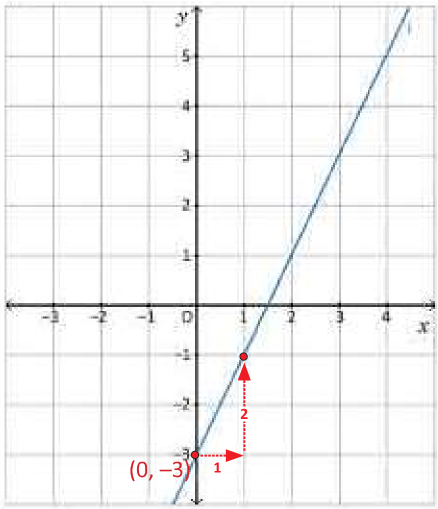
b) $y = \frac{2}{3}x + 3$



c) $y = -3x + 2$



d) $y = 2x - 3$



Indicador de logro

1.17 Escribe la función de la forma $y = ax + b$, a partir del gráfico, identificando la pendiente y el intercepto.

Secuencia

Para esta clase los estudiantes deben escribir la ecuación de una función lineal a partir de la gráfica de la misma. Para ello deben identificar en la recta el intercepto de esta con el eje y y su pendiente.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Encontrar la ecuación de las funciones lineales a partir de sus gráficas, mediante la identificación de las coordenadas de los interceptos con el eje y y el valor de la pendiente de la recta.

Ⓒ Determinar el procedimiento para encontrar y escribir la ecuación de una función lineal a partir de su gráfica.

Solución de algunos ítems:

a) Intercepto (0, 3), entonces $b = 3$.

$$a = \frac{2}{1} = 2$$

Luego la ecuación de la función es:

$$y = 2x + 3$$

b) Intercepto (0, 3), entonces $b = 3$.

$$a = \frac{2}{3}$$

Luego la ecuación de la función es:

$$y = \frac{2}{3}x + 3$$

c) Intercepto (0, 2), entonces $b = 2$.

$$a = \frac{-3}{1} = -3$$

Luego la ecuación de la función es:

$$y = -3x + 2$$

d) Intercepto (0, –3), entonces $b = -3$.

$$a = \frac{2}{1} = 2$$

Luego la ecuación de la función es:

$$y = 2x - 3$$

Materiales:
- Plano cartesiano sobre un pliego de papel bond con las gráficas de la funciones del Problema inicial.
- Plano cartesiano sobre un pliego de papel bond con la gráfica de la función del literal a) del bloque de ejercicios y problemas.
- Metro o escuadra de madera.

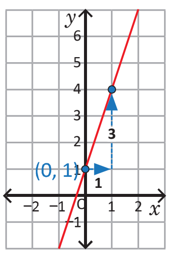
Para el plan de pizarra colocar las gráficas de las funciones en la parte de solución para optimizar el espacio.

Fecha: **U3 1.17**

Ⓟ Escribe la ecuación para cada una de las funciones cuyas gráficas se presentan:

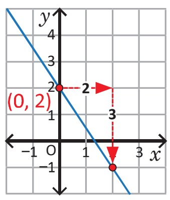
Ⓢ 1. Se identifica el intercepto con el eje y y se analiza la pendiente como se muestra en la gráfica.

$b = 1$ y $a = 3$; luego la ecuación de la recta es $y = 3x + 1$.



2. De forma similar al numeral anterior, $b = 2$, $a = -\frac{3}{2}$. Luego, la ecuación de la recta es:

$$y = -\frac{3}{2}x + 2$$



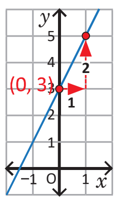
Ⓡ 1. a) $b = 3$, $a = 2$:

$$y = 2x + 3$$

b) $y = \frac{2}{3}x + 3$

c) $y = -3x + 2$

d) $y = 2x - 3$



Tarea: página 68 del Cuaderno de Ejercicios.

Lección 1

1.18 Ecuación de la función a partir de un punto de la gráfica y la pendiente

P

Escribe la ecuación de la función lineal cuya gráfica tiene pendiente $\frac{2}{3}$ y pasa por el punto (3, 4).

S

Para determinar la ecuación, se identifican los elementos proporcionados.

A partir de los datos proporcionados:

- La pendiente es $\frac{2}{3}$, la función lineal es $y = \frac{2}{3}x + b$.
- La gráfica pasa por el punto (3, 4), al sustituir el valor de x y y en la expresión se tiene: $x = 3$, $y = 4$.

$$4 = \frac{2}{3}(3) + b$$

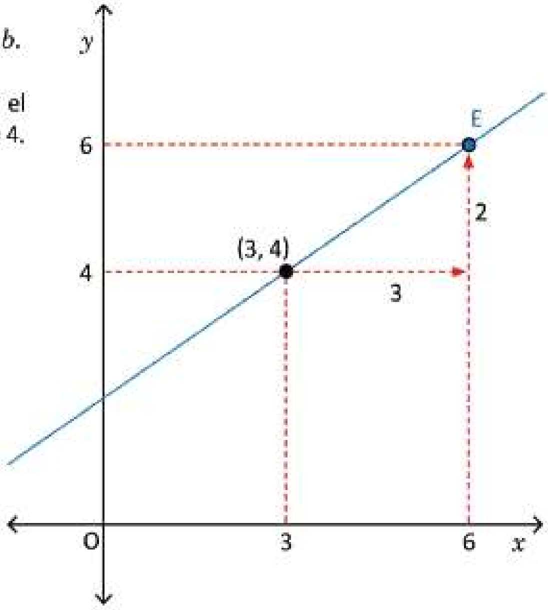
$$4 = 2 + b$$

$$2 = b$$

Entonces, $y = \frac{2}{3}x + 2$.

- Para graficar, se toma el punto (3, 4) ya dado; luego, con la pendiente se busca un nuevo punto por donde pasa la gráfica. Como la pendiente es $\frac{2}{3}$, desde el punto (3, 4) al avanzar 3 unidades en x hacia la derecha, se avanza 2 unidades en y hacia arriba y se llega al punto (6, 6).

Representación gráfica de la función



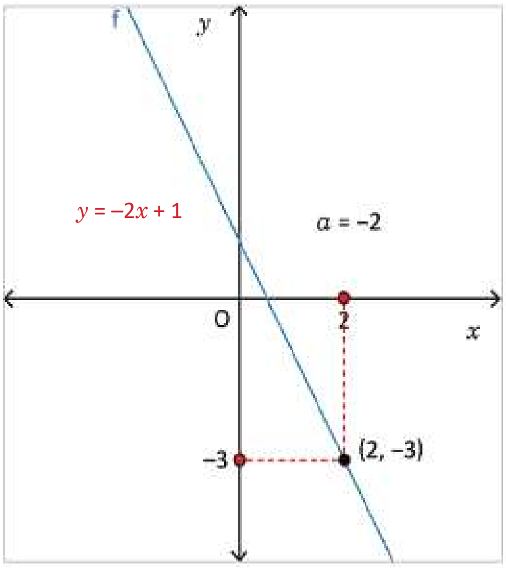
C

Para determinar la ecuación de la función lineal cuando se conoce la pendiente y las coordenadas (x, y) de un punto por donde pasa la gráfica, se realiza lo siguiente:

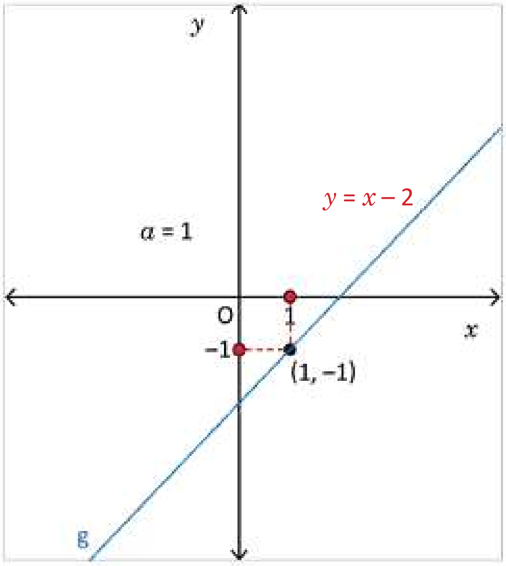
1. Sustituir la pendiente en la forma $y = ax + b$.
2. Sustituir los valores de las coordenadas del punto (x, y) en $y = ax + b$ y calcular el valor de b.
3. Escribir la ecuación $y = ax + b$ con los valores a y b encontrados.

Escribe la ecuación de cada una de las funciones cuyas gráficas se muestran a continuación:

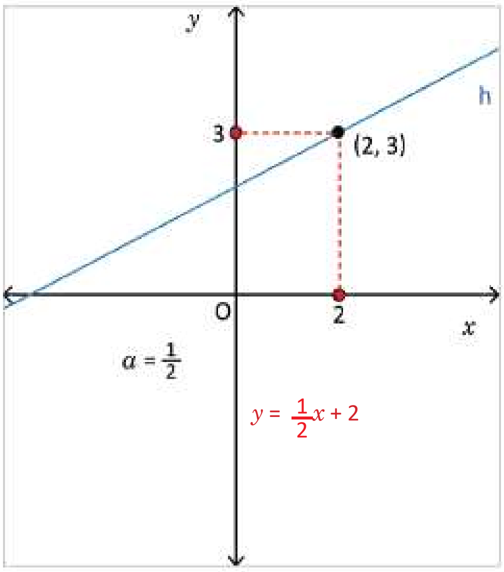
a)



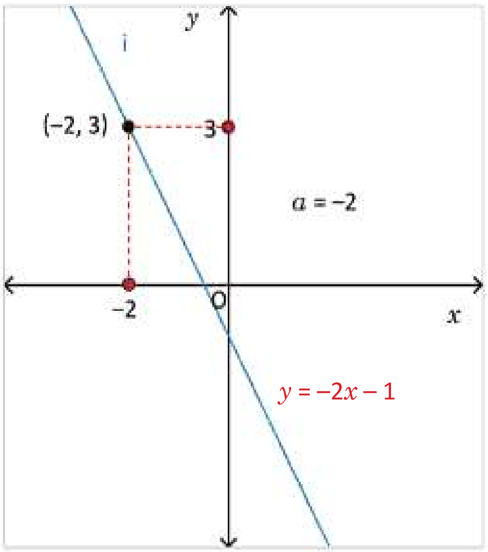
b)



c)



d)



Indicador de logro

1.18 Escribe la función de la forma $y = ax + b$, conociendo las coordenadas de un punto de la gráfica y el valor de a.

Secuencia

En la clase 1.17 se dedujo la ecuación de una función lineal a partir de su gráfica, identificando en la misma las coordenadas del intercepto con el eje y y el valor de la pendiente de la recta. En esta clase se proporciona la pendiente de la recta y un punto sobre la misma que no necesariamente es el intercepto sobre el eje y para que el estudiante recuerde que este punto satisface la ecuación de la función $y = ax + b$ y encontrar el valor de b.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Utilizar las condiciones iniciales sobre el valor de la pendiente de la gráfica de una función lineal y un punto sobre la misma para encontrar la ecuación de la función.

Ⓒ Determinar el procedimiento para encontrar y escribir la ecuación de una función lineal a partir del valor de la pendiente de la gráfica y las coordenadas de un punto sobre la misma.

Solución de algunos ítems:

a) $y = -2x + b$; si $x = 2$ entonces $y = -3$,
luego:

$$-3 = -2(2) + b$$
$$b = -3 + 4$$
$$b = 1$$

La ecuación de la función es:

$$y = -2x + 1$$

b) $y = x + b$; si $x = 1$ entonces $y = -1$,
luego:

$$-1 = 1 + b$$
$$b = -1 - 1$$
$$b = -2$$

La ecuación de la función es:

$$y = x - 2$$

c) $y = \frac{1}{2}x + b$; si $x = 2$ entonces $y = 3$,
luego:

$$3 = \frac{1}{2}(2) + b$$
$$b = 3 - 1$$
$$b = 2$$

La ecuación de la función es:

$$y = \frac{1}{2}x + 2$$

Posibles dificultades:
En el Problema inicial, los estudiantes podrían no recordar qué significa que la gráfica de la función pase por el punto (3, 4); en este caso, se les debe recordar que (3, 4) satisface la ecuación de la función, es decir, si $x = 3$ entonces $y = 4$.

Fecha: **U3 1.18**

Ⓟ Escribe la ecuación de la función lineal cuya gráfica tiene pendiente $\frac{2}{3}$ y pasa por el punto (3, 4).

Ⓢ $a = \frac{2}{3}$, la ecuación es $y = \frac{2}{3}x + b$. Se sustituyen $x = 3$ y $y = 4$ en la ecuación para encontrar el valor de b:

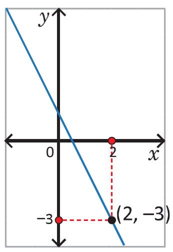
$$4 = \frac{2}{3}(3) + b$$
$$b = 4 - 2$$
$$b = 2$$

La ecuación de la función es:

$$y = \frac{2}{3}x + 2$$

Ⓡ a) $a = -2$, $y = -2x + b$; se sustituyen $x = 2$ y $y = -3$:

$$-3 = -2(2) + b$$
$$b = -3 + 4$$
$$b = 1$$



La ecuación de la función es:

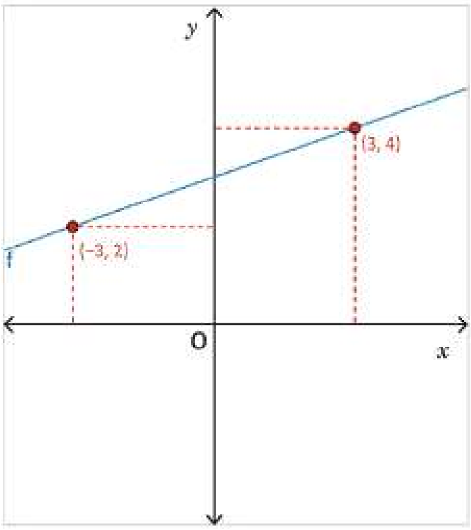
$$y = -2x + 1$$

b) $y = x - 2$
c) $y = \frac{1}{2}x + 2$
d) $y = -2x - 1$

Tarea: página 70 del Cuaderno de Ejercicios.

1.19 Ecuación de la función a partir de dos puntos de la gráfica

P Para la función de la gráfica con las dos coordenadas dadas, escribe la ecuación de la forma $y = ax + b$.



S La ecuación de la función se puede determinar aplicando una de las formas siguientes:

Calculando la pendiente:

- Pasa por los puntos (−3, 2) y (3, 4), entonces:

$$a = \frac{4-2}{3-(-3)} = \frac{2}{3+3} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

- La gráfica de la función $y = \frac{1}{3}x + b$ pasa por el punto (3, 4), al sustituir los valores se tiene:

$$4 = \frac{1}{3}(3) + b$$
$$4 = 1 + b$$
$$3 = b$$
$$b = 3$$

Entonces, la función lineal es $y = \frac{1}{3}x + 3$.

Mediante sistemas de ecuaciones:

Como pasa por los puntos (−3, 2) y (3, 4), entonces:
- Para el punto (−3, 2), sustituyendo se tiene:
  $2 = -3a + b$ ①
- Para el punto (3, 4), sustituyendo se tiene:
  $4 = 3a + b$ ②

Al resolver las ecuaciones ① y ② como sistemas de ecuaciones, se encuentran los valores de $a = \frac{1}{3}$ y $b = 3$, luego se escribe la función $y = \frac{1}{3}x + 3$.

C Para determinar la ecuación de una función cuando se conocen las coordenadas de dos puntos $A(x_A, y_A)$ y $B(x_B, y_B)$ de la gráfica, se puede:

1. Determinar la pendiente a utilizando la fórmula $a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$.

2. Sustituyendo en $y = ax + b$, el valor de a calculado en 1 y las coordenadas de uno de los puntos dados, para encontrar el valor de b.

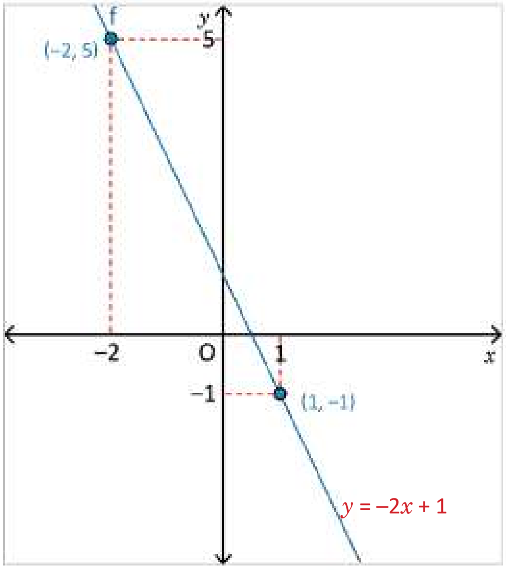
3. Escribir la ecuación $y = ax + b$, sustituyendo los valores de a y b encontrados.

Unidad 3

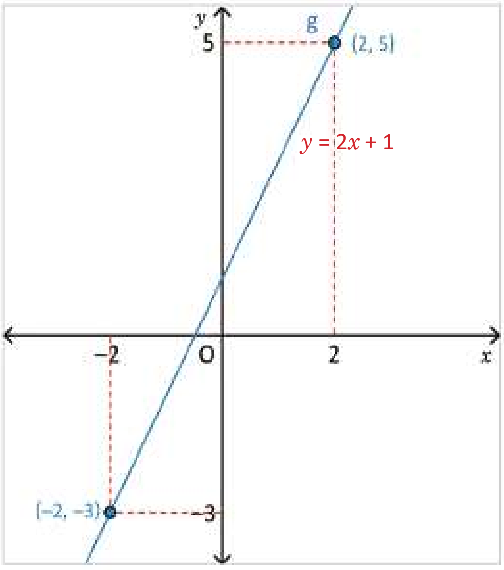
O bien, se puede tomar las coordenadas de los dos puntos dados para formar un sistema de ecuaciones lineales, tal como se muestra en el ejemplo desarrollado.

Escribe la ecuación de cada una de las funciones cuyas gráficas se muestran a continuación:

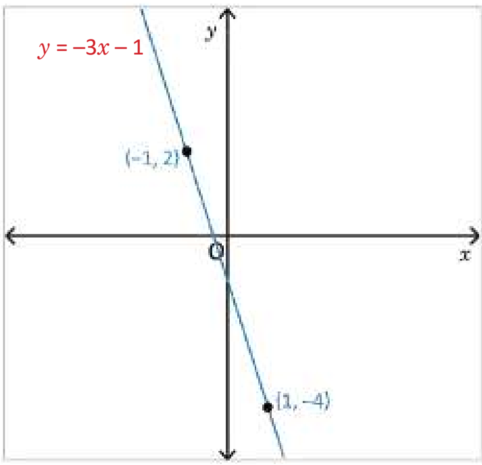
a)



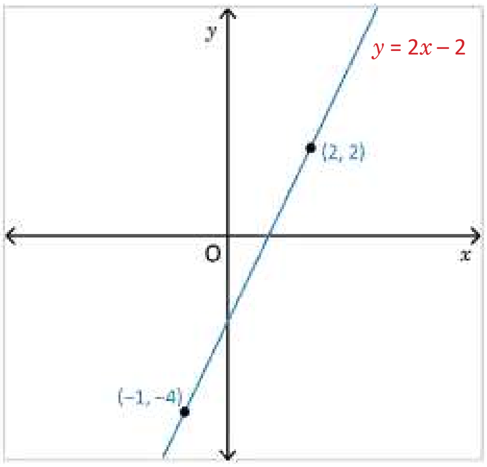
b)



c)



d)



Indicador de logro

1.19 Escribe la función de la forma $y = ax + b$, identificando dos puntos de la gráfica.

Secuencia

Ahora que el estudiante puede determinar la ecuación de la función lineal a partir de un punto y la pendiente, se le presenta el caso en el que se dispone de dos puntos de la gráfica de una función lineal para determinar su ecuación.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Determinar la ecuación de una función lineal a partir de dos puntos, por medio del cálculo de la pendiente, o bien, la resolución de un sistema de ecuaciones.

Solución de algunos ítems:

a) Pendiente

$a = \frac{-1-5}{1-(-2)} = \frac{-1-5}{1+2} = \frac{-6}{3} = -2$

Intercepto

Se evalúa (1, –1) en la ecuación

$$\begin{aligned} y &= -2x + b \\ -1 &= -2(1) + b \\ -1 &= -2 + b \\ -1 + 2 &= b \\ 1 &= b \end{aligned}$$

Por lo tanto, $y = -2x + 1$

b) Pendiente

$a = \frac{-3-5}{-2-2} = \frac{-8}{-4} = 2$

Intercepto

Se evalúa (2, 5) en la ecuación

$$\begin{aligned} y &= 2x + b \\ 5 &= 2(2) + b \\ 5 &= 4 + b \\ 5 - 4 &= b \end{aligned}$$

$1 = b$. La ecuación es $y = 2x + 1$.

c) Pendiente

$a = \frac{-4-2}{1-(-1)} = \frac{-4-2}{1+1} = \frac{-6}{2} = -3$

Intercepto

Se evalúa (–1, 2) en la ecuación

$$\begin{aligned} y &= -3x + b \\ 2 &= -3(-1) + b \\ 2 &= 3 + b \\ 2 - 3 &= b \\ -1 &= b \end{aligned}$$

La ecuación es $y = -3x - 1$.

Posibles dificultades:

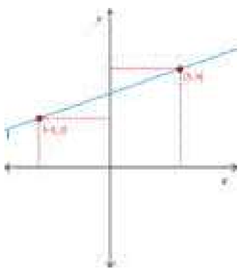
Es posible que el estudiante no coloque el signo de las coordenadas de los puntos cuando calcula la pendiente, por lo que se sugiere recalcar esto en la solución del Problema inicial.

Fecha:

U3 1.19

Ⓟ Para la función de la gráfica con las dos coordenadas dadas, escribe la ecuación de la forma $y = ax + b$.

Los puntos son (–3, 2) y (3, 4).



Ⓢ Calculando la pendiente. $a = \frac{4-2}{3-(-3)} = \frac{2}{3+3} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

Se determina b evaluando el punto (3, 4) en la ecuación

$y = \frac{1}{3}x + b$: $4 = \frac{1}{3}(3) + b$

$4 = 1 + b$

$b = 3$

Entonces, la función lineal es $y = \frac{1}{3}x + 3$.

Ⓡ a) $y = -2x + 1$

b) $y = 2x + 1$

c) $y = -3x - 1$

d) $y = 2x - 2$

Tarea: página 72 del Cuaderno de Ejercicios.

1.20 Ecuación de la función a partir de los interceptos con los ejes

P

Escribe la ecuación de la función lineal que pasa por lo puntos (–4, 0) y (0, 6).

S

Para determinar la ecuación de la función lineal que pasa por los puntos, es necesario considerar:

- El punto (0, 6) tiene la forma (0, y), por lo que corresponde al intercepto con el eje y, entonces $b = 6$.
- Se calcula la pendiente con las coordenadas de los puntos (–4, 0) y (0, 6).

$$a = \frac{6-0}{0-(-4)} = \frac{6}{0+4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

- Se escribe la ecuación sustituyendo el valor determinado de a y b en la expresión $y = ax + b$, y se obtiene $y = \frac{3}{2}x + 6$.

Los puntos de la forma (x, 0) y (0, y) se llaman interceptos.

(0, y) intercepto con el eje y; (x, 0) intercepto con el eje x.

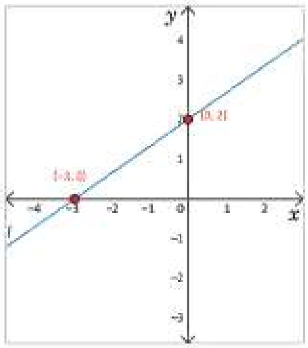
C

Cuando se conocen las coordenadas de dos puntos de la forma (x, 0), (0, y) de la gráfica de una función lineal, entonces se puede determinar la ecuación considerando que

1. Para (0, y) $\Rightarrow$ $y = b$ corresponde al intercepto con el eje y.
2. La pendiente $a = \frac{y-0}{0-x} = \frac{y}{-x} = -\frac{y}{x}$.
3. Se escribe la ecuación sustituyendo los valores calculados de a y b en la expresión $y = ax + b$.

E

Considerando las coordenadas de los puntos que se muestra en la gráfica de la función, escribe la respectiva ecuación.



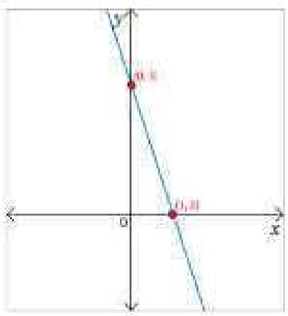
Solución.

Para determinar la ecuación de la función lineal que pasa por los puntos que se muestran en la gráfica, se procede de manera similar al ejemplo anterior.

- Se identifica el intercepto con el eje y, $b = 2$.
- Se calcula la pendiente $a = \frac{2}{-(-3)} = \frac{2}{3}$.
- Se escribe la ecuación sustituyendo el valor determinado para a y b, en la expresión $y = ax + b$, se obtiene $y = \frac{2}{3}x + 2$.

1. Escribe la ecuación para la función lineal que pasa por los puntos:
   a) (0, 3) y (4, 0) $y = -\frac{3}{4}x + 3$
   b) (–2, 0) y (0, 4) $y = 2x + 4$
   c) (3, 0) y (0, 6) $y = -2x + 6$

2. Considerando las coordenadas de los puntos que se muestra en la gráfica de la función, escribe la respectiva ecuación.
   $y = -3x + 3$



Indicador de logro

1.20 Escribe la función de la forma $y = ax + b$, a partir de las coordenadas de dos puntos de la forma $(x, 0)$ y $(0, y)$.

Secuencia

Para esta clase se estudia la ecuación de la función lineal a partir de los interceptos con los ejes coordenados, este es un caso particular de lo tratado en la clase anterior.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Determinar la ecuación de una función lineal a partir de sus interceptos con los ejes. En este punto el estudiante es capaz de calcular la pendiente a partir de dos puntos y conoce el intercepto de la función lineal.

Mostrar la simplificación del proceso para obtener la ecuación de la función lineal a partir de dos puntos cuando estos son los interceptos con los ejes coordenados.

Solución de algunos ítems:

1. a) $a = -\frac{3}{4}$, $b = 3$, $y = -\frac{3}{4}x + 3$

2. Intercepto en el eje y: $(0, 3)$
   Intercepto en el eje x: $(1, 0)$
   $a = -\frac{3}{1} = -3$, $b = 3$, $y = -3x + 3$

Observación: Otra fórmula utilizada cuando se tienen los interceptos con los ejes $(r, 0)$ y $(0, s)$ es la ecuación $\frac{x}{r} + \frac{y}{s} = 1$.

Fecha:

U3 1.20

Ⓟ Escribe la ecuación de la función lineal que pasa por los puntos $(-4, 0)$ y $(0, 6)$.

Ⓢ Intercepto
$(0, 6) \rightarrow b = 6$

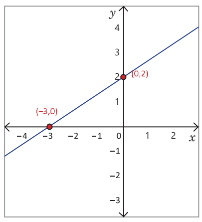
Pendiente

$$a = \frac{6-0}{0-(-4)} = \frac{6}{0+4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

Por lo que, la función lineal es

$y = \frac{3}{2}x + 6$.

Ⓔ Escribe la ecuación de la función lineal a partir del siguiente gráfico.



Intercepto
$(0, 2) \rightarrow b = 2$

Pendiente
$a = -\frac{2}{-3} = \frac{2}{3}$
La función lineal es $y = \frac{2}{3}x + 2$.

Ⓡ 1. a) $y = -\frac{3}{4}x + 3$ 2. $y = -3x + 3$
b) $y = 2x + 4$
c) $y = -2x + 6$

Tarea: página 74 del Cuaderno de Ejercicios.

1.21 Practica lo aprendido

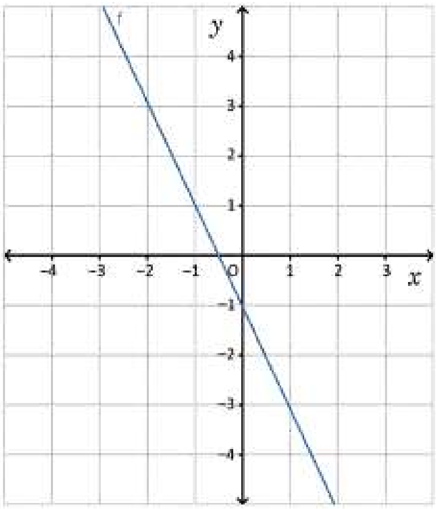
Resuelve de manera ordenada, en tu cuaderno, cada una de las situaciones planteadas:

1. Un determinado día, Ana pagó 3.6 dólares por 3 euros, y Carlos pagó 8.4 dólares por 7 euros.
   a) Encuentra la ecuación de la recta que nos da el precio en euros y, de x dólares. $y = \frac{5}{6}x$
   b) Represéntala gráficamente.
   c) ¿Cuánto habrían pagado por 15 euros? $18

2. Un algodonero recoge 30 kg de algodón por cada hora de trabajo, y demora media hora preparándose todos los días cuando inicia la jornada. La función lineal que representa esta situación está dada por la ecuación $y = 30x - 15$; donde y representa los kg de algodón recogido y x es el tiempo transcurrido en horas.
   a) Realiza una tabla para la función y grafícala.
   b) ¿Cuántos kg de algodón se recogerán en una jornada de 8 horas? 225 kg

3. Se llena una piscina con una manguera en forma constante, de modo que la altura alcanzada por el agua aumenta 15 cm por cada hora que transcurre. Si inicialmente el agua que había en la piscina llegaba a una altura de 12 cm.
   a) ¿Cuál será la altura alcanzada por el agua después de 3 horas? 57 cm
   b) Escribe la altura y del agua después de x horas. $y = 15x + 12$

4. Para la función de la gráfica, realiza lo siguiente:
   a) Identifica el intercepto. $b = -1$
   b) Determina la razón de cambio. $a = -2$
   c) Escribe la ecuación de la función. $y = -2x - 1$



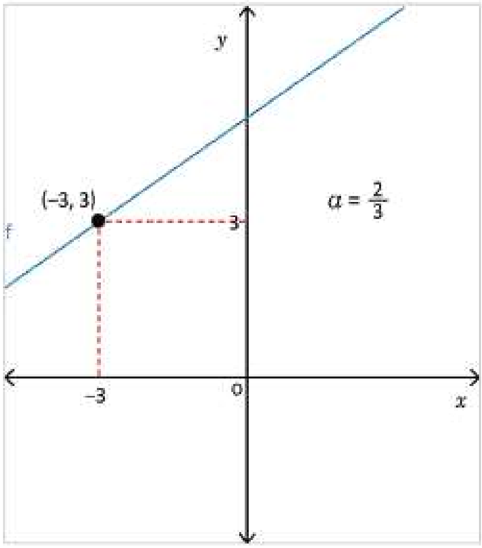
5. Grafica las siguientes funciones en el mismo plano, luego realiza lo que se pide en cada numeral.
   a) $y = 3x$ b) $y = 3x + 1$
   c) $y = 3x - 1$ d) $y = -3x + 1$
   e) $y = -3x - 1$ f) $y = 3x + 2$
   g) $y = 3x + 3$ h) $y = 3x + 5$

   I. Identifica el intercepto.
   II. Determina la razón de cambio.
   III. ¿Qué concluyes?

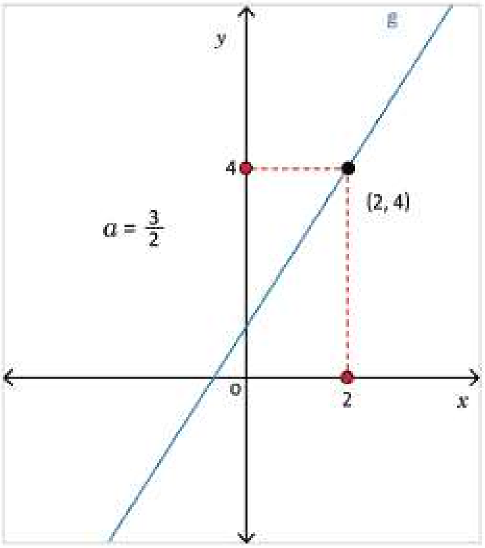
   a) $b = 0$, $a = 3$ b) $b = 1$, $a = 3$
   c) $b = -1$, $a = 3$ d) $b = 1$, $a = -3$
   e) $b = -1$, $a = -3$ f) $b = 2$, $a = 3$
   g) $b = 3$, $a = 3$ h) $b = 5$, $a = 3$

   Se concluye que si las funciones lineales tienen la misma pendiente entonces son rectas paralelas.

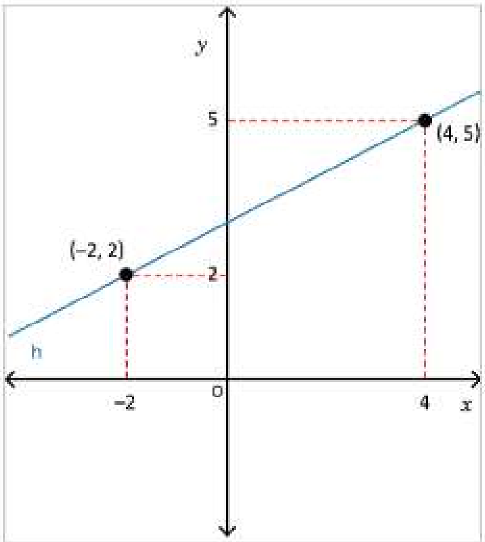
c) $y = \frac{2}{3}x + 5$



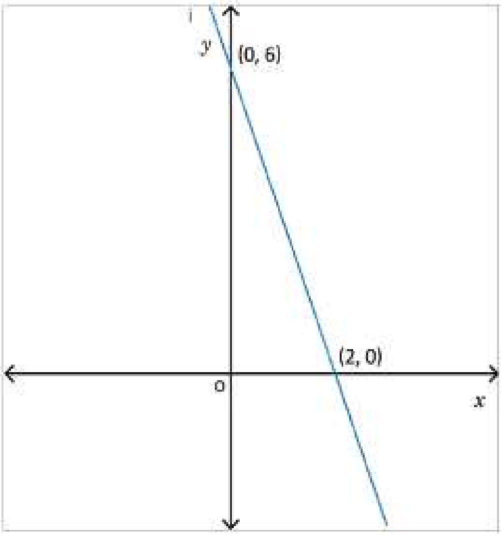
d) $y = \frac{3}{2}x + 1$



e) $y = \frac{1}{2}x + 3$



f) $y = -3x + 6$



5. Determina la ecuación $y = ax + b$, considerando la información proporcionada en cada caso.

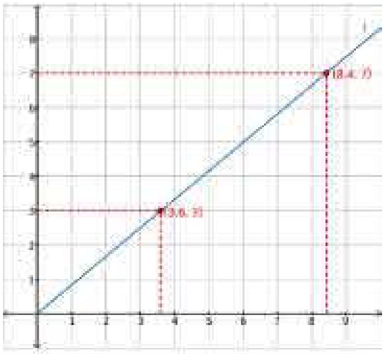
a) Tiene pendiente 3 y pasa por el punto (0, 5). $y = 3x + 5$
b) Tiene pendiente $\frac{3}{4}$ y pasa por el punto (4, 3). $y = \frac{3}{4}x$
c) Pasa por los puntos (0, −2) y (6, 2). $y = \frac{2}{3}x - 2$
d) Pasa por los puntos (−2, 1) y (−1, 3). $y = 2x + 5$
e) La función cuya gráfica es paralela a la de la función $y = 3x - 2$, y pasa por el punto (0, 7). $y = 3x + 7$

Indicador de logro

1.21 Resuelve problemas correspondientes a la función lineal.

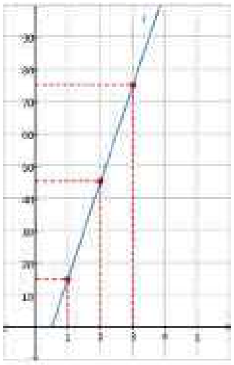
Solución de algunos ítems:

1. b)



2. a)

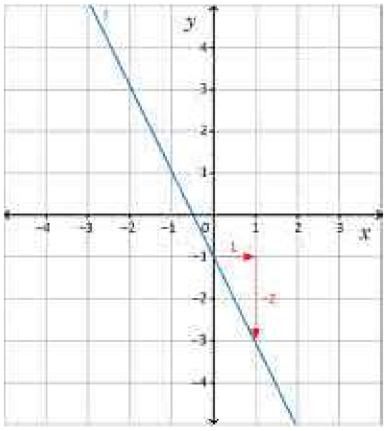
x	1	2	3	4	5
y	15	45	75	105	135



b) $y = 30(8) - 15 = 225$

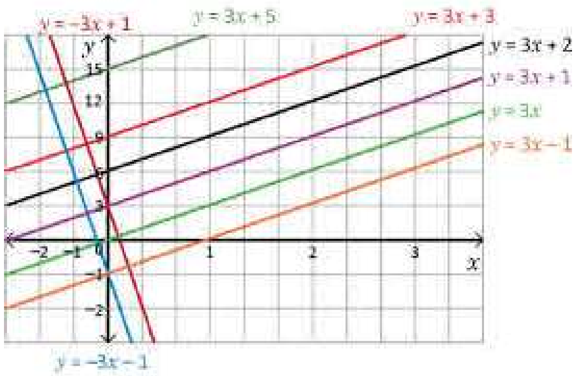
3. a) $15(3) + 12 = 57$

4. b)



$a = -2$

5.



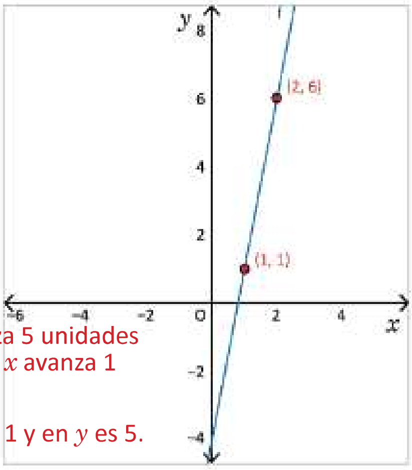
Observación: Es importante considerar que en los problemas del 1 al 3 la solución tiene sentido para valores de x mayores o iguales a cero.

Tarea: página 76 del Cuaderno de Ejercicios.

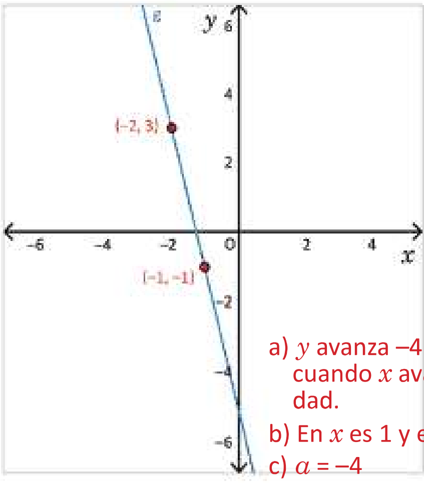
1.22 Practica lo aprendido

Resuelve de manera ordenada, en tu cuaderno, cada una de las situaciones planteadas.

1. Para las funciones de las gráficas siguientes:
   a) Determina cuántas unidades avanza y, cuando x avanza 1 unidad, justifica tu respuesta.
   b) El incremento en x y y, considerando las coordenadas de los puntos indicados.
   c) Calcula la pendiente de la función en cada caso.



a) y avanza 5 unidades cuando x avanza 1 unidad.
b) En x es 1 y en y es 5.
c) $a = 5$



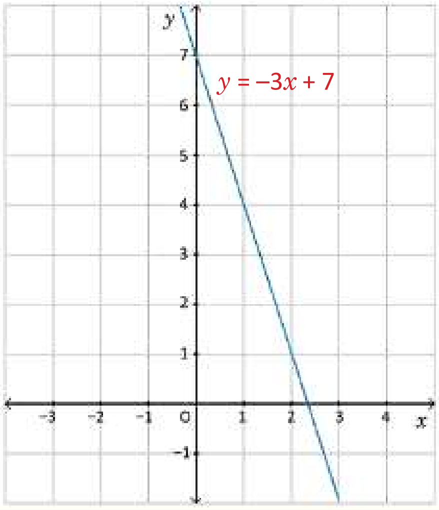
a) y avanza −4 unidades cuando x avanza 1 unidad.
b) En x es 1 y en y es −4.
c) $a = -4$

2. Identifica la pendiente y el intercepto para cada una de las siguientes funciones:
   a) $y = x + 1$ — $a = 1$, $b = 1$
   b) $y = 7x + 4$ — $a = 7$, $b = 4$
   c) $y = -5x + 4$ — $a = -5$, $b = 4$
   d) $y = \frac{5}{3}x - 2$ — $a = \frac{5}{3}$, $b = -2$

3. Determina entre qué valores está y, en cada caso.
   a) $y = 8x - 10$, x está entre −1 y 5.
   y está entre −18 y 30
   b) $y = -6x + 5$, x está entre −2 y 3.
   y está entre −13 y 17

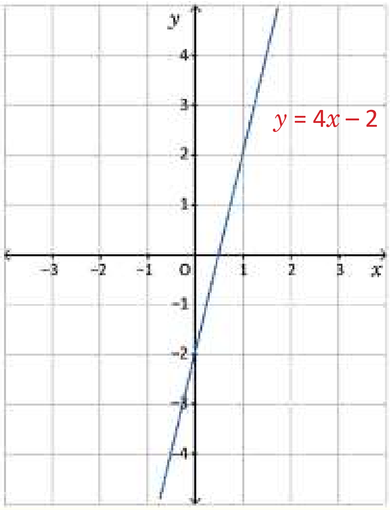
4. Escribe la ecuación de la función graficada en cada literal:

a)



$y = -3x + 7$

b)



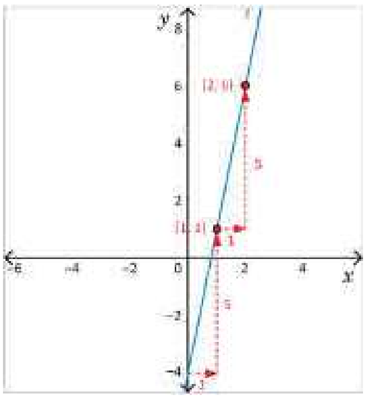
$y = 4x - 2$

Indicador de logro

1.22 Resuelve problemas correspondientes a la función lineal.

Solución de algunos ítems:

1. a) Gráficamente



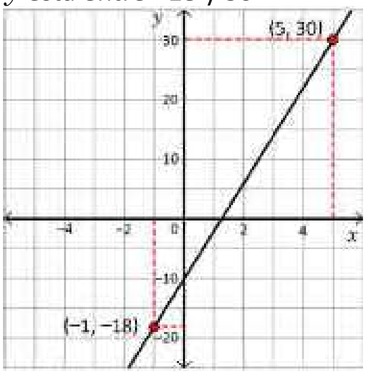
y avanza 5 unidades cuando x avanza 1 unidad.

b) Los puntos indicados son (1, 1) y (2, 6), el incremento en x es 1 y el incremento en y es 5.

3. a) $y = 8(-1) - 10 = -18$

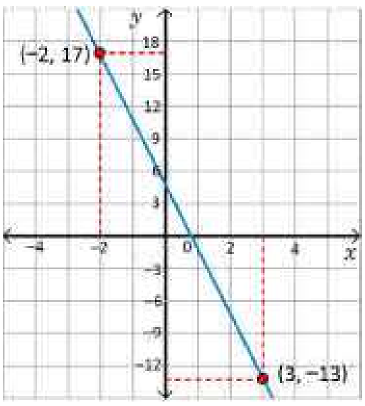
$y = 8(5) - 10 = 30$

y está entre –18 y 30



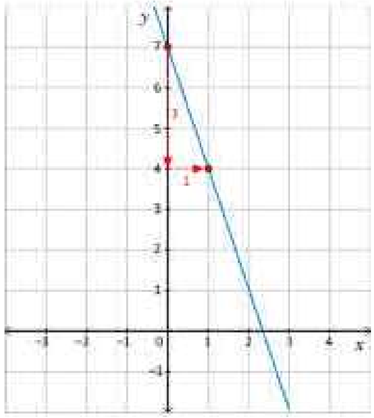
b) $y = -6(-2) + 5 = 17$, $y = -6(3) + 5 = -13$

y está entre –13 y 17



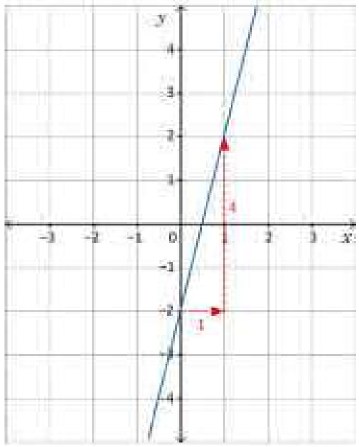
4. a) Gráficamente $a = -3$ y $b = 7$

La ecuación es $y = -3x + 7$



b) Gráficamente $a = 4$ y $b = -2$

La ecuación es $y = 4x - 2$



Tarea: página 77 del Cuaderno de Ejercicios.

4. c) Pendiente $a = \frac{2}{3}$

Intercepto
Se evalúa (–3, 3) en la ecuación

$$y = \frac{2}{3}x + b$$
$$3 = \frac{2}{3}(-3) + b$$
$$3 = -2 + b$$
$$3 + 2 = b$$
$$5 = b$$

Así la ecuación es $y = \frac{2}{3}x + 5$.

e) Pendiente
$$a = \frac{5-2}{4-(-2)} = \frac{5-2}{4+2} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Intercepto
Se evalúa (–2, 2) en la ecuación

$$y = \frac{1}{2}x + b$$
$$2 = \frac{1}{2}(-2) + b$$
$$2 = -1 + b$$
$$2 + 1 = b$$
$$3 = b$$

Así la ecuación es $y = \frac{1}{2}x + 3$.

f) Pendiente
$$a = -\frac{6}{2} = -3$$

Intercepto
$b = 6$

Por lo tanto, la ecuación es:
$y = -3x + 6$.

5. c) Pendiente
$$a = \frac{2-(-2)}{6-0} = \frac{2+2}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

Intercepto
$b = -2$

Así, la ecuación es $y = \frac{2}{3}x - 2$.

e) Sea $y = ax + b$ la ecuación de la función lineal que se pide, entonces por paralelismo se debe cumplir que la pendiente $a = 3$ y el intercepto $b = 7$.

Entonces la ecuación es $y = 3x + 7$.

Lección 2 Función lineal y ecuación de primer grado con dos incógnitas

2.1 Trazo de la gráfica de una ecuación de primer grado con dos incógnitas

P

¿Cómo puedes representar gráficamente la ecuación $x + 2y + 4 = 0$?

S

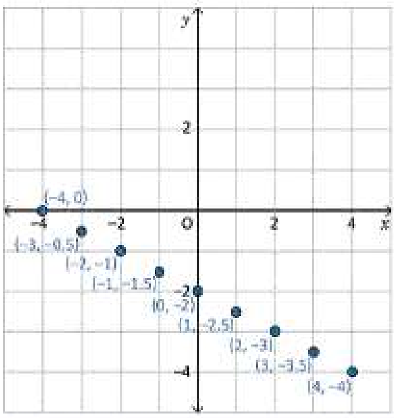
Para representar gráficamente una ecuación $x + 2y + 4 = 0$, es necesario conocer algunos valores de x y los respectivos valores de y, para representarlos en el plano como pares ordenados. Por ejemplo, si $x = -4$, al sustituir en la ecuación se tiene $-4 + 2y + 4 = 0$, $2y = 0$, entonces $y = 0$. Los valores obtenidos se organizan en la tabla.

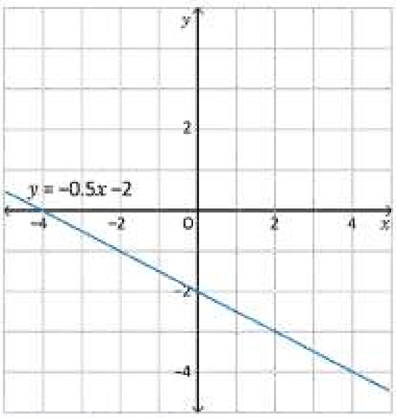
x	...	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	...
y	...	0	$-\frac{1}{2}$	-1	$-\frac{3}{2}$	-2	$-\frac{5}{2}$	-3	$-\frac{7}{2}$	-4	...

Para facilitar el cálculo, se puede resolver en y la ecuación, así se tiene: $x + 2y + 4 = 0 \Rightarrow 2y = -x - 4$, x y 4 pasan a la derecha; $y = -\frac{1}{2}x - 2$, se divide entre 2 ambos miembros.

Otra manera de hacerlo es encontrando el valor de y que corresponde a un valor x, y sustituyendo otros valores para x.

Si $x = -2$, $y = -\frac{1}{2}(-2) - 2$, entonces $y = -1$.





C

Para representar gráficamente la ecuación de la forma $ax + by + c = 0$, es necesario determinar algunos valores para x y y que hacen cierta la ecuación y representarlos como pares ordenados en el plano.

Al comparar la representación gráfica de la ecuación de la forma $ax + by + c = 0$, con la gráfica de la función lineal, se puede concluir que en ambos casos la gráfica es una línea recta y que para graficar la ecuación $ax + by + c = 0$, es necesario encontrar el valor de y correspondiente a x.

Para cada una de las ecuaciones:

1. Determina el valor de y correspondiente a x.
2. Elabora la tabla para organizar los pares ordenados.
3. Represéntalas gráficamente.

a) $-x + y - 3 = 0$
1. $y = x + 3$

b) $-2x + y - 2 = 0$
1. $y = 2x + 2$

c) $x + 2y - 6 = 0$
1. $y = -\frac{1}{2}x + 3$

Unidad 3

77

Indicador de logro

2.1 Comprueba que la gráfica de una ecuación de primer grado con dos incógnitas tiene la misma forma de la función lineal.

Secuencia

Se introduce la ecuación de primer grado con dos incógnitas que se estudiará a lo largo de esta lección. Se establecerá que la representación gráfica de esta ecuación coincide con la función lineal que se obtiene despejando la variable y.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Representar gráficamente una ecuación de primer grado con dos incógnitas por medio de la tabulación de valores para comprobar que su forma es la misma que la de una función lineal.

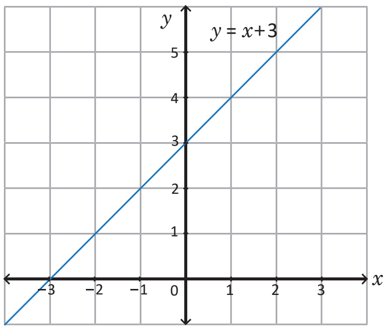
Solución de algunos ítems:

a) 1. $y = x + 3$

2.

x	−2	−1	0	1	2
y	1	2	3	4	5

3.

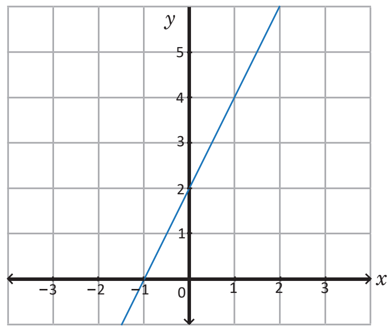


b) 1. $y = 2x + 2$

2.

x	−2	−1	0	1	2
y	2	0	2	4	6

3.



c) 1. $y = -\frac{1}{2}x + 3$

2.

x	−2	−1	0	1	2
y	4	$\frac{7}{2}$	3	$\frac{5}{2}$	2

Fecha:

U3 2.1

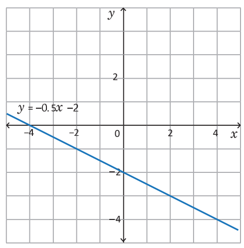
Ⓟ ¿Cómo puedes representar gráficamente la ecuación $x + 2y + 4 = 0$?

Ⓢ Evaluando valores de x en la ecuación:

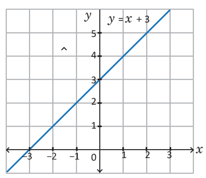
Si $x = -4 \rightarrow -4 + 2y + 4 = 0 \rightarrow y = 0$
Si $x = -3 \rightarrow -3 + 2y + 4 = 0 \rightarrow y = -\frac{1}{2}$
Si $x = -2 \rightarrow -2 + 2y + 4 = 0 \rightarrow y = -1$
Si $x = -1 \rightarrow -1 + 2y + 4 = 0 \rightarrow y = -\frac{3}{2}$
Si $x = 0 \rightarrow 0 + 2y + 4 = 0 \rightarrow y = -2$
Si $x = 1 \rightarrow 1 + 2y + 4 = 0 \rightarrow y = -\frac{5}{2}$

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
y	0	$-\frac{1}{2}$	−1	$-\frac{3}{2}$	−2	$-\frac{5}{2}$	−3	$-\frac{7}{2}$	−4

Esta gráfica es también la representación gráfica de $y = -\frac{1}{2}x - 2$.



Ⓡ a) 1. $y = x + 3$



b) 1. $y = 2x + 2$

c) 1. $y = -\frac{1}{2}x + 3$

Tarea: página 78 del Cuaderno de Ejercicios.

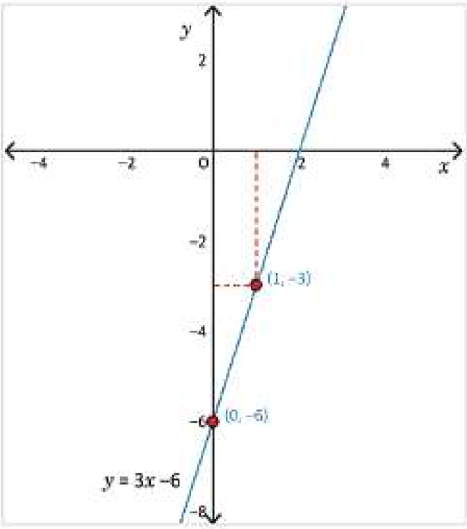
2.2 Relación entre la gráfica de la ecuación $ax + by + c = 0$ y la función $y = ax + b$

P

Lleva la ecuación $-6x + 2y + 12 = 0$, a la forma $y = ax + b$, luego grafícala.

S

- Para llevar la ecuación $-6x + 2y + 12 = 0$ a la forma $y = ax + b$, se despeja y:
  $2y = 6x - 12$, $-6x$ y 12 pasan al miembro derecho,
  $y = 3x - 6$, se dividen ambos miembros entre 2.



- Ahora para graficar, se tiene que la pendiente es $a = 3$, y el intercepto $b = -6$, es decir pasa por el punto (0, 6).
- Se determina otro punto de la gráfica:

Si $x = 1$

$y = 3(1) -6$

$y = -3$

O sea que la gráfica pasa por el punto (1, −3).

Trazar la gráfica que pasa por los puntos (0, −6) y (1, −3).

C

Para llevar la ecuación de primer grado con dos incógnitas a la forma $y = ax + b$ de la línea recta, es necesario:

1. Resolver la ecuación $6x + 2y + 12 = 0$, sobre y.
2. Identificar la pendiente a y el intercepto b.
3. A partir de la pendiente y el intercepto, encontrar las coordenadas de otro punto de la gráfica.
4. Trazar la línea recta que pasa por los dos puntos determinados.

Para cada una de las siguientes ecuaciones, realiza:

1. Lleva la ecuación a la forma $y = ax + b$, resolviendo sobre y.
2. Determina otro punto por donde pasa la gráfica.
3. Traza la gráfica.

a) $-x + y = 6$ 1. $y = x + 6$ 2. (1, 7)
b) $2x + y = 10$ 1. $y = -2x + 10$ 2. (1, 8)
c) $3x - y = 1$ 1. $y = 3x - 1$ 2. (1, 2)

Indicador de logro

2.2 Transforma las ecuaciones de primer grado con dos incógnitas a la forma $y = ax + b$, de la función lineal.

Secuencia

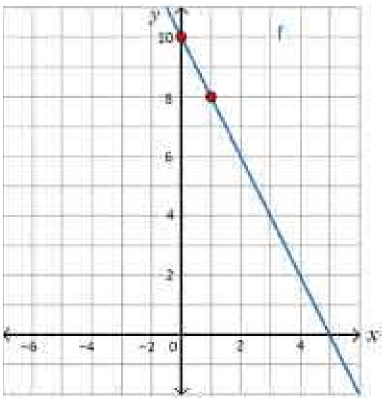
Ahora que el estudiante conoce que la ecuación de primer grado determina una función lineal se procede a determinar dicha función realizando el despeje de la variable y.

Propósito

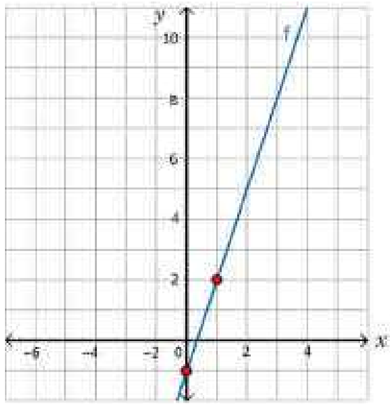
Ⓟ, ⓈDespejar la variable y de una ecuación dada para llevarla a la forma $y = ax + b$ y obtener dos puntos, de tal manera que uno de ellos sea el intercepto de la función, para luego graficarla.
Resumir el proceso para convertir una ecuación de primer grado con dos incógnitas a una función lineal y elaborar su gráfica.

Solución de algunos ítems:

b) 1. $y = -2x + 10$
2. (1, 8)
3.



c) 1. $y = 3x - 1$
2. (1, 2)
3.



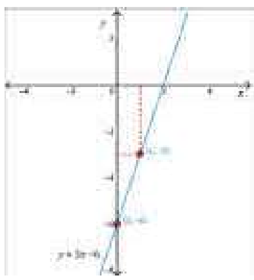
Fecha:

U3 2.2

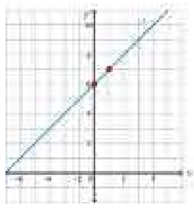
Ⓟ Lleva la ecuación $-6x + 2y + 12 = 0$, a la forma $y = ax + b$, luego grafícala.

Ⓢ Se despeja y: $2y = 6x - 12$
$y = 3x - 6$
Intercepto $b = -6$ así la recta pasa por el punto (0, 6).
Se determina otro punto de la gráfica:
Si $x = 1$, $y = 3(1) - 6$
$y = -3$
El punto es (1, −3)

Trazar la gráfica que pasa por
(0, −6) y (1, −3)



Ⓡ a) 1. $y = x + 6$
2. (1, 7)
3.



Tarea: página 79 del Cuaderno de Ejercicios.

2.3 Gráfica de la ecuación $ax + by + c = 0$ a partir de los interceptos

P

Para la ecuación $2x + y - 4 = 0$, realiza lo siguiente:

1. Identifica los interceptos con el eje y, cuando $x = 0$.
2. Identifica los interceptos con el eje x, cuando $y = 0$.
3. Traza la gráfica de la ecuación.

S

Los interceptos con los ejes son:

1. El intercepto con el eje y, como $x = 0$, se tiene

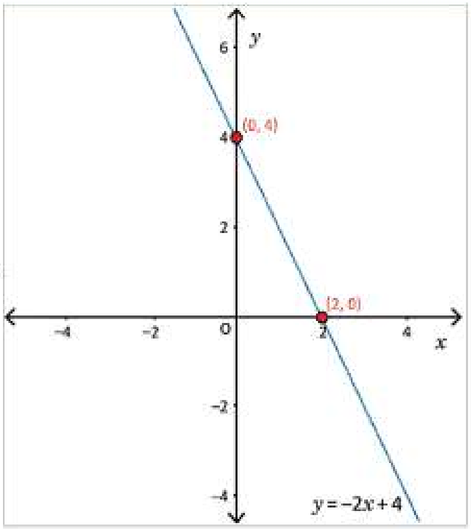
$$2(0) + y - 4 = 0$$
$$0 + y - 4 = 0$$
$$y = 4$$

Se obtiene el punto (0, 4).

2. El intercepto con el eje x, $y = 0$, entonces sustituyendo en la expresión $2x + y - 4 = 0$

$$2x + 0 - 4 = 0$$
$$2x - 4 = 0$$
$$2x = 4$$
$$x = 2$$

Se obtiene el punto (2, 0).



3. Representa los puntos (0, 4) y (2, 0) y traza la gráfica.

C

Para trazar la gráfica de la ecuación $ax + by + c = 0$, basta con conocer dos puntos y se pueden utilizar los interceptos con los ejes x y y, es necesario:

1. Identificar el intercepto con el eje y, $(0, b)$.
2. Determinar el intercepto con el eje x, haciendo $y = 0$ y calculando el respectivo valor de x, obteniendo el punto $(x, 0)$.
3. Representar los interceptos y trazar la gráfica.

Para cada una de las ecuaciones, realiza lo siguiente:

1. Determina el valor de los interceptos de la gráfica con los ejes y y x.
2. Traza la gráfica de la ecuación.

a) $3x + y = 6$

1. En y (0, 6). En x (2, 0).

b) $5x - 2y = 10$

1. En y (0, −5). En x (2, 0).

c) $3x - y = -6$

1. En y (0, 6). En x (−2, 0).

Indicador de logro

2.3 Grafica la ecuación de la forma $ax + by + c = 0$, identificando los interceptos con los ejes x y y.

Secuencia

En esta clase se aborda la representación gráfica de la ecuación de primer grado con dos incógnitas a partir de sus interceptos con los ejes y así prescindir del despeje de la variable y.

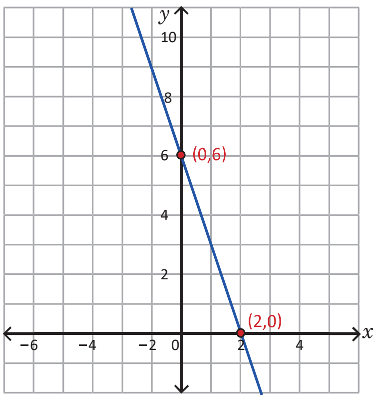
Propósito

Ⓟ, Ⓢ Graficar una ecuación de primer grado con dos incógnitas encontrando los interceptos de la función con los ejes coordenados.

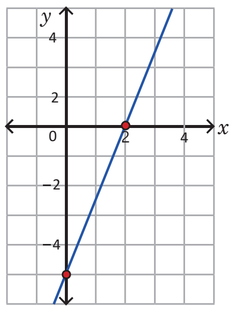
Ⓒ Establecer los pasos para graficar la ecuación $ax + by + c = 0$ a partir de los interceptos con los ejes.

Solución de algunos ítems:

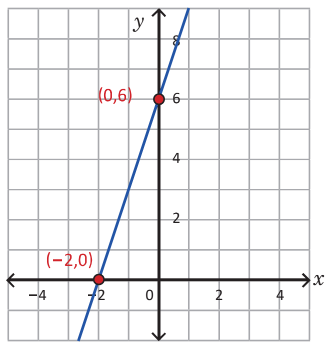
a) 2.



b) 2.



c) 2.



Materiales:
- Plano cartesiano sobre un pliego de papel bond para graficar la ecuación del Problema inicial y las del literal a) y b) del bloque de ejercicios y problemas.
- Metro o escuadra de madera.

Fecha:

U3 2.3

Ⓟ Para la ecuación $2x + y - 4 = 0$, realiza lo siguiente:
1. Identifica los interceptos con el eje y, cuando $x = 0$.
2. Identifica los interceptos con el eje x, cuando $y = 0$.
3. Traza la gráfica de la ecuación.

Ⓢ 1. Si $x = 0 \rightarrow 2(0) + y - 4 = 0$

$y - 4 = 0$

se despeja y, $y = 4$

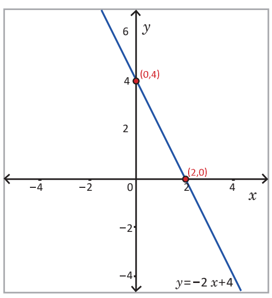
El intercepto en y es $(0, 4)$.

2. Si $y = 0 \rightarrow 2x + 0 - 4 = 0$

$2x - 4 = 0$

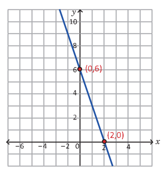
se despeja x, $x = 2$.

El intercepto en x es $(2, 0)$.



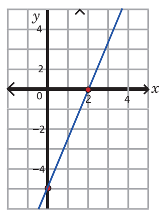
Ⓡ a) 1. En y $(0, 6)$. En x $(2, 0)$.

2.



b) 1. En y $(0, -5)$. En x $(2, 0)$.

2.



Tarea: página 80 del Cuaderno de Ejercicios.

Lección 2

2.4 Trazo de la gráfica de la ecuación de la forma $ax + by + c = 0$, cuando $a = 0$

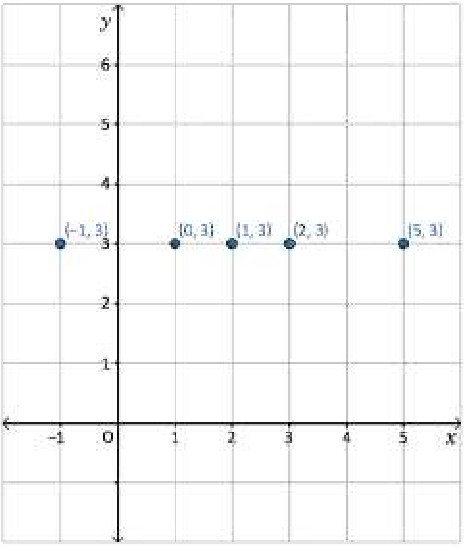
P

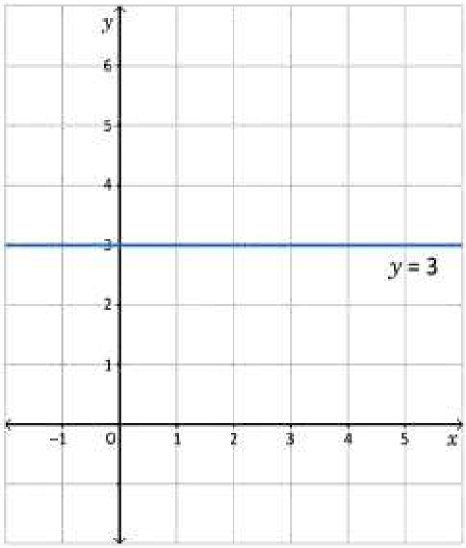
Para la ecuación $3y - 9 = 0$, realiza lo siguiente:

1. Resuelve la ecuación en y.
2. Determina al menos 4 pares de valores para x y y que cumplen la igualdad.
3. Traza la gráfica de la ecuación.

S

1. Al resolver la ecuación en y, se tiene $3y = 9$, entonces $y = 3$.
2. Para determinar los pares ordenados, como en la ecuación $y = 3$, no aparece x, entonces serán todos los pares ordenados que tengan $y = 3$, por ejemplo: (−1, 3), (0, 3), (1, 3), (2, 3), (5, 3), etc.
3. Entonces al representar gráficamente se tiene:





C

Para representar gráficamente la ecuación $by + c = 0$, se traza una recta horizontal en $y = -\frac{c}{b}$, pues x puede tomar cualquier valor; por tanto, la gráfica será una recta paralela al eje x, tal como se muestra en el ejemplo desarrollado.

En cada una de las siguientes ecuaciones de la forma $by + c = 0$:

1. Despeja la incógnita y.
2. Represéntala gráficamente trazando la línea recta paralela al eje x, la cual pasa por el punto $(0, -\frac{c}{b})$.

a) $2y - 10 = 0$
1. $y = 5$

b) $-3y - 9 = 0$
1. $y = -3$

c) $\frac{1}{2}y - 3y = 0$
1. $y = 0$

d) $4y + 12 = 0$
1. $y = -3$

Indicador de logro

2.4 Representa gráficamente la ecuación de la forma $by = c$.

Secuencia

Se estudia el caso en el que la ecuación de primer grado con dos incógnitas tiene cero como coeficiente de la variable x y por tanto, la representación gráfica es una recta horizontal.

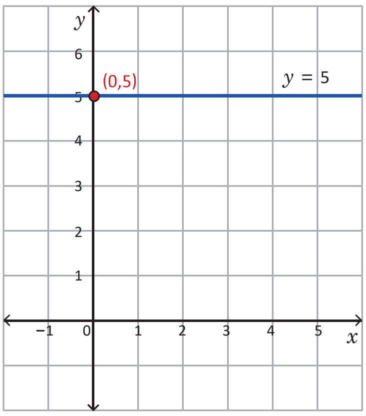
Propósito

Ⓟ, Ⓢ Interpretar que los pares ordenados que cumplen la ecuación $by = c$ pertenecen a una recta horizontal.

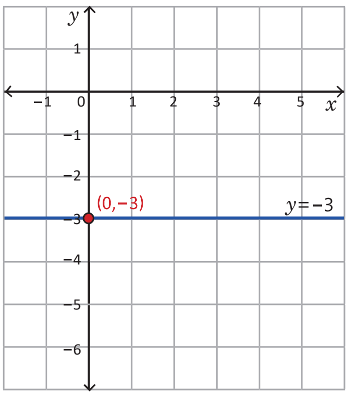
Solución de algunos ítems:

a) 1. $2y - 10 = 0 \Longrightarrow 2y = 10 \Longrightarrow y = 5$

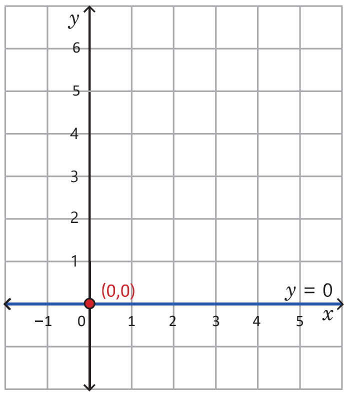
2.



b) 2.



c) 2.



Fecha:

U3 2.4

Ⓟ Para la ecuación $3y - 9 = 0$, realiza lo siguiente:
1. Resuelve la ecuación en y.
2. Determina al menos 4 pares de valores para x y y que cumplen la igualdad.
3. Traza la gráfica de la ecuación.

Ⓢ 1. $3y - 9 = 0$

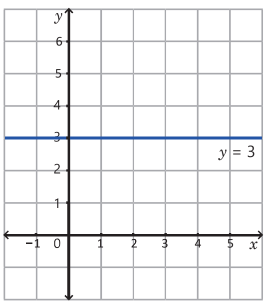
$3y = 9$

$y = 9 \div 3$

$y = 3$

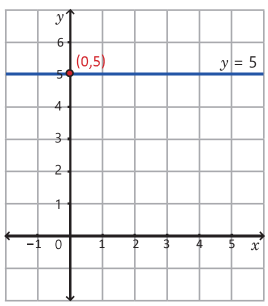
2. (−1, 3), (0, 3), (1, 3), (2, 3), (5, 3)

3.



Ⓡ 1. a) $y = 5$

2. a)



Tarea: página 81 del Cuaderno de Ejercicios.

2.5 Trazo de la gráfica de la ecuación $ax + by + c = 0$, cuando $b = 0$

P

Para la ecuación $3x + 6 = 0$, realiza lo siguiente:

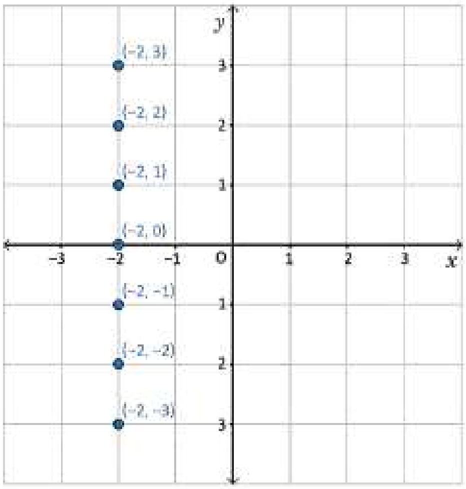
1. Resuelve la ecuación en x.
2. Determina al menos 4 pares de valores para x y y que cumplen la igualdad.
3. Traza la gráfica de la ecuación.

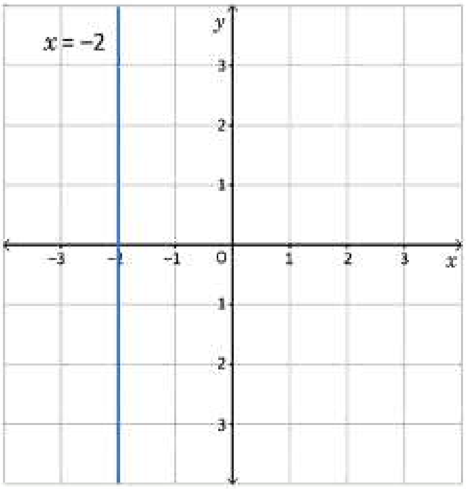
S

1. Al resolver la ecuación en x, se tiene $3x = -6$, entonces $x = -2$.

2. Para determinar los pares ordenados, como en la ecuación $x = -2$, no aparece y, entonces serán todos los pares ordenados que tengan $x = -2$, por ejemplo: $(-2, -3)$, $(-2, -2)$, $(-2, -1)$, $(-2, 0)$, $(-2, 1)$, $(-2, 2)$, $(-2, 3)$, etc.

3. Entonces, al representar gráficamente se tiene:





C

Para representar gráficamente la ecuación $ax + c = 0$, únicamente se traza una recta vertical en $x = -\frac{c}{a}$ pues y puede tomar cualquier valor; por tanto, la gráfica será una recta paralela al eje y, tal como se muestra en el ejemplo desarrollado.

En cada una de las siguientes ecuaciones $ax + c = 0$:

1. Despeja la incógnita x.
2. Represéntala gráficamente trazando la línea recta paralela al eje y, la cual pasa por el punto $(-\frac{c}{a}, 0)$.

a) $x - 2 = 0$ — 1. $x = 2$

b) $-2x + 6 = 0$ — 1. $x = 3$

c) $5x + 20 = 0$ — 1. $x = -4$

d) $\frac{1}{2}x - 2 = 0$ — 1. $x = 4$

Indicador de logro

2.5 Representa gráficamente la ecuación de la forma $ax = c$.

Secuencia

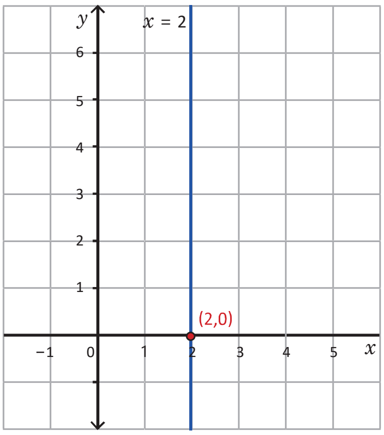
Ahora se estudia el caso en el cual el coeficiente de y es cero y por tanto la representación de la gráfica es una recta vertical.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ De forma análoga al caso visto en la clase anterior se debe interpretar que los pares ordenados que cumplen la ecuación $ax = c$ pertenecen a una recta vertical. Hasta esta clase el estudiante ha adquirido los conocimientos para reconocer y graficar diversos tipos de ecuaciones de la línea recta.

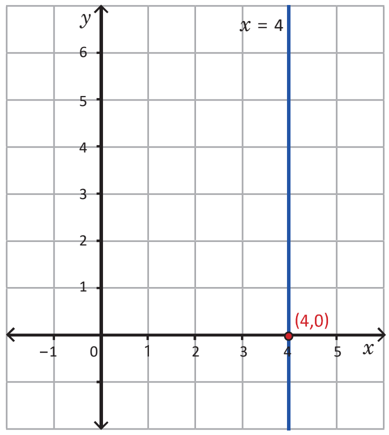
Solución de algunos ítems:

a) 2.



d) 1. $\frac{1}{2}x - 2 = 0 \Longrightarrow x - 4 = 0 \Longrightarrow x = 4$

2.



Fecha:

U3 2.5

Ⓟ Para la ecuación $3x + 6 = 0$, realiza lo siguiente:

1. Resuelve la ecuación en x.
2. Determina al menos 4 pares de valores para x y y que cumplen la igualdad.
3. Traza la gráfica de la ecuación.

Ⓢ 1. $3x + 6 = 0$

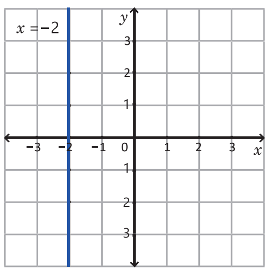
$3x = -6$

$x = -6 \div 3$

$x = -2$

2. (−2, −3), (−2, −2), (−2, −1), (−2, 0), (−2, 1), (−2, 2), (−2, 3)

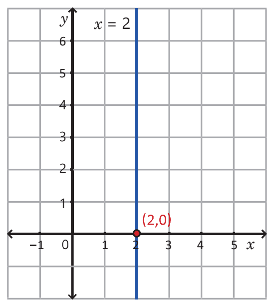
3.



Ⓡ 1. a) $x - 2 = 0$

$x = 2$

2. a)



Tarea: página 82 del Cuaderno de Ejercicios.

2.6 Intercepto de la gráfica de dos ecuaciones de la forma $ax + by + c = 0$

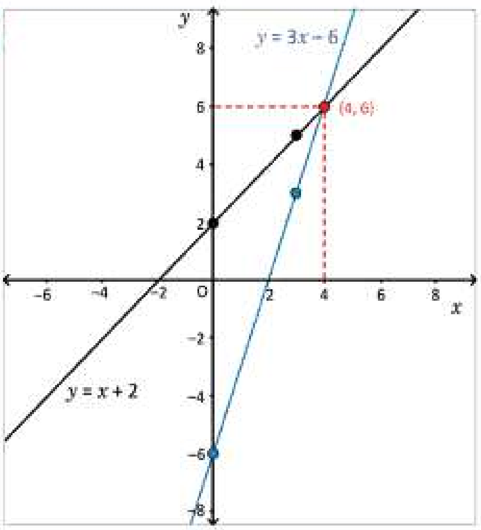
P

Para el sistema de ecuaciones $\begin{cases} -3x + y + 6 = 0 & ① \\ x - y + 2 = 0 & ② \end{cases}$, realiza lo siguiente:

1. Lleva las dos ecuaciones a la forma $y = ax + b$.
2. Grafica las dos ecuaciones en un mismo plano.
3. Identifica las coordenadas del punto donde se intersecan las dos rectas.
4. Interpreta el sentido del punto de intersección.

S

1. Al resolver las ecuaciones en y se tiene $\begin{cases} y = 3x - 6 & ① \\ y = x + 2 & ② \end{cases}$



2. Para obtener la gráfica de cada ecuación se identifican dos puntos, estos pueden ser el intercepto con el eje y y un punto adicional.

① Si $x = 3$, entonces:

$y = 3(3) - 6$
$y = 9 - 6$
$y = 3$

Pasa por los puntos $(0, -6)$ y $(3, 3)$

②

$y = x + 2$
$y = 3 + 2$
$y = 5$

Pasa por los puntos $(0, 2)$ y $(3, 5)$

3. Al trazar líneas paralelas al eje y y eje x, respectivamente, se determina las coordenadas del punto en que se cortan las dos gráficas, tal como se muestra en la gráfica corresponde al punto $(4, 6)$.

4. Como el punto $(4, 6)$ corresponde a la gráfica de las dos ecuaciones, se puede decir que satisface las dos ecuaciones; por tanto corresponde a la solución del sistema de las dos ecuaciones lineales con dos incógnitas. Entonces la solución del sistema es $x = 4$, $y = 6$.

Otra manera de encontrar la solución del sistema propuesto es mediante cualquiera de los métodos ya conocidos.

C

Cuando se grafica un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas en un solo plano, las coordenadas del punto en que se intersecan las dos gráficas, corresponde a la solución del sistema, por tanto, un sistema de ecuaciones también se puede resolver de manera gráfica, representando las dos gráficas en un solo plano e identificando las coordenadas que corresponden al punto de intersección.

Para cada uno de los sistemas de ecuaciones, realiza lo siguiente:

1. Lleva las dos ecuaciones a la forma pendiente intercepto.
2. Grafica las dos ecuaciones en un mismo plano.
3. Identifica las coordenadas del punto donde se intersecan las dos rectas.
4. Encuentra la solución aplicando un método conocido.

a) $\begin{cases} x + y = 7 & ① \\ -x + y = -1 & ② \end{cases}$ 1. $y = -x + 7$ 4. $(4, 3)$
$y = x - 1$

b) $\begin{cases} 2x + y = 8 & ① \\ -2x + y = -8 & ② \end{cases}$ 1. $y = -2x + 8$ 4. $(4, 0)$
$y = 2x - 8$

Indicador de logro

2.6 Determina el intercepto de la gráfica de dos ecuaciones de la forma $ax + by + c = 0$.

Secuencia

En la Unidad 2 se estudiaron los métodos para resolver un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas. En esta clase se explica gráficamente el significado de su solución utilizando los conocimientos adquiridos en esta lección.

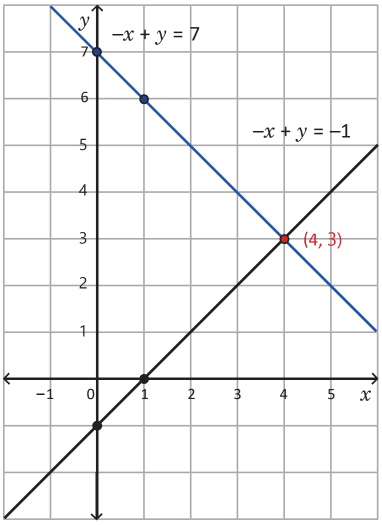
Propósito

Ⓟ, Ⓢ Interpretar el intercepto de dos rectas como la solución del sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas que se obtiene de sus ecuaciones.

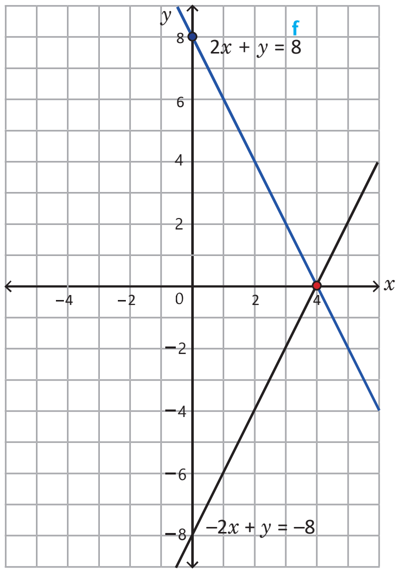
Solución de algunos ítems:

1. (Enfatizar la facilidad de aplicar el método de reducción).

a) 2.



b) 2.



Fecha:

U3 2.6

(P) Dado el sistema realiza lo siguiente:
$\begin{cases} -3x + y + 6 = 0 & ① \\ x - y + 2 = 0 & ② \end{cases}$

1. Lleva las dos ecuaciones a la forma $y = ax + b$ y grafícalas en un mismo plano.
2. Identifica el punto de intersección de las dos rectas.
3. Interpreta este resultado

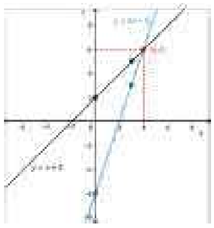
(S) 1. $\begin{cases} y = 3x - 6 & ① \\ y = x + 2 & ② \end{cases}$

Si $x = 3$, entonces:

① Puntos (0, –6) y (3, 3)

② Puntos (0, 2) y (3, 5)

2.

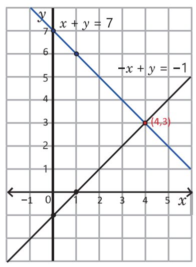


3. El intercepto (4, 6) satisface ① y ② por tanto corresponde a la solución del sistema. Entonces la solución del sistema es $x = 4$, $y = 6$.

(R) a) $\begin{cases} x + y = 7 & ① \\ -x + y = -1 & ② \end{cases}$

1. $\begin{cases} y = -x + 7 & ① \\ y = x - 1 & ② \end{cases}$

2.



3. (4, 3)
4. (4, 3)

Tarea: página 83 del Cuaderno de Ejercicios.

Lección 2

2.7 Solución gráfica de un sistema de ecuaciones de la forma $ax + by + c = 0$

P

Resuelve gráficamente el sistema: $\begin{cases} 2x + 3y = 12 & ① \\ -x - 3y = 3 & ② \end{cases}$

Para graficar las ecuaciones, puedes determinar los interceptos con los ejes x y y.

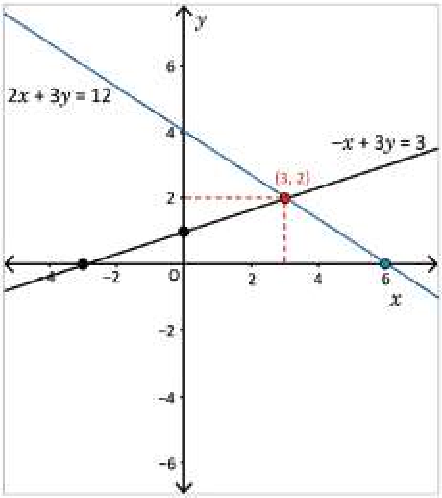
S

Para resolver el sistema gráficamente, se pueden utilizar los interceptos, y realizar lo siguiente:

1. Determinar las coordenadas de los interceptos de cada una de las ecuaciones con los ejes x y y.

2. Se grafican las dos ecuaciones en un mismo plano, a partir de los interceptos.

Ecuación	Intercepto eje y ($x = 0$)	Intercepto eje x ($y = 0$)	Par ordenado
$2x + 3y = 12$	$2(0) + 3y = 12$ $y = 4$ $(0, 4)$	$2x + 3(0) = 12$ $x = 6$ $(6, 0)$	$(0, 4)$ y $(6, 0)$
$-x + 3y = 3$	$-(0) + 3y = 3$ $y = 1$ $(0, 1)$	$-x + 3(0) = 3$ $x = -3$ $(-3, 0)$	$(0, 1)$ y $(-3, 0)$



3. Construir las gráficas e identificar el intercepto.

4. Analizar la solución, tal como se muestra en la gráfica, la solución del sistema de ecuaciones es $x = 3$, $y = 2$.

C

Para determinar la solución de un sistema de ecuaciones de manera gráfica, se pueden utilizar los interceptos y se realiza lo siguiente:

1. Determinar el intercepto con cada uno de los ejes x y y.
2. Representar los interceptos en el plano y construir la gráfica.
3. Identificar los valores de x y y que corresponden al punto de intersección de las rectas.

Determina la solución de los siguientes sistemas de ecuaciones, de forma gráfica.

a) $\begin{cases} 3x + 4y = 12 & ① \\ x + 4y = -4 & ② \end{cases}$ (8, –3)

b) $\begin{cases} -x + y = -2 & ① \\ -x + 2y = 2 & ② \end{cases}$ (6, 4)

Unidad 3

Indicador de logro

2.7 Determina la solución de un sistema de dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas de forma gráfica.

Secuencia

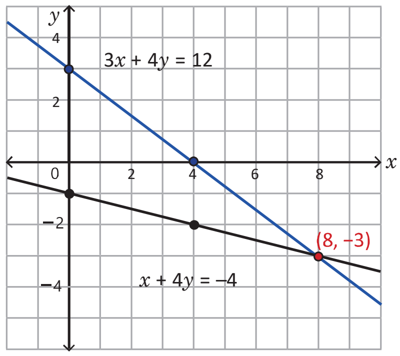
En la clase anterior se interpretó el intercepto de dos rectas como la solución del sistema de ecuaciones que establecen. Esto se utiliza ahora para resolver sistemas de dos ecuaciones lineales.

Propósito

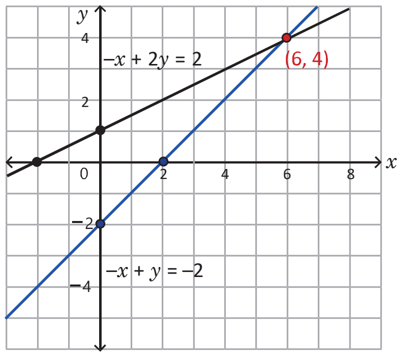
Ⓟ, Ⓢ Resolver un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas a partir de la representación gráfica del intercepto.

Solución de algunos ítems:

a)



b)



Fecha:

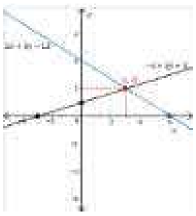
U3 2.7

Ⓟ Resuelve gráficamente el sistema

$$\begin{cases} 2x + 3y = 12 & (1) \\ -x - 3y = 3 & (2) \end{cases}$$

Ⓢ

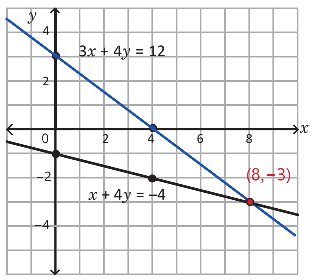
Ecuación	Intercepto eje y ($x = 0$)	Intercepto eje x ($y = 0$)	Par ordenado
$2x + 3y = 12$	$2(0) + 3y = 12$ $y = 4$ $(0, 4)$	$2x + 3(0) = 12$ $x = 6$ $(6, 0)$	$(0, 4)$ y $(6, 0)$
$-x + 3y = 3$	$-(0) + 3y = 3$ $y = 1$ $(0, 1)$	$-x + 3(0) = 3$ $x = -3$ $(-3, 0)$	$(0, 1)$ y $(-3, 0)$



El intercepto es (3, 2)

Entonces la solución del sistema es $x = 3$ y $y = 2$.

Ⓡ a)



Solución $x = 8$, $y = -3$

Tarea: página 84 del Cuaderno de Ejercicios.

2.8 Practica lo aprendido

Resuelve los problemas aplicando las estrategias y métodos de solución aprendidos.

1. Para cada una de las ecuaciones lineales, realiza lo siguiente:
   - Resuélvela en y, llevándola a la forma $y = ax + b$, si es posible.
   - Identifica los interceptos con cada uno de los ejes, si es posible.
   - Grafícala en el plano cartesiano.

a) $2x + y = 6$
$y = -2x + 6$, $(0, 6)$, $(3, 0)$

b) $x + 3y = 12$
$y = -\frac{1}{3}x + 4$, $(0, 4)$, $(12, 0)$

c) $3x + 4y = 12$
$y = -\frac{3}{4}x + 3$, $(0, 3)$, $(4, 0)$

d) $5x - 3y = 15$
$y = \frac{5}{3}x - 5$, $(0, -5)$, $(3, 0)$

e) $\frac{1}{2}y - 3 = 0$
$y = 6$, $(0, 6)$

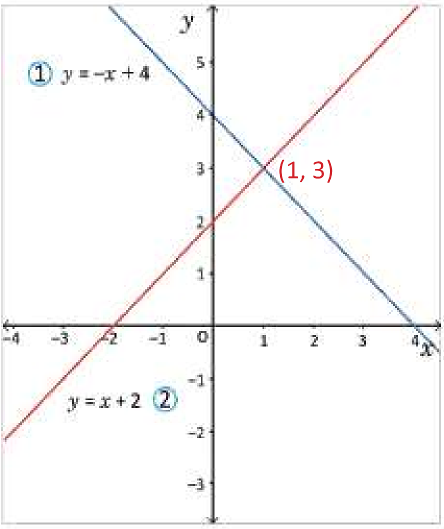
f) $3y + 9 = 0$
$y = -3$, $(0, -3)$

g) $\frac{1}{3}x - 1 = 0$
$x = 3$, $(3, 0)$

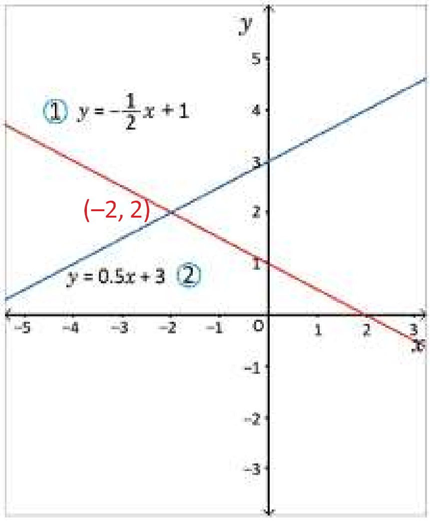
h) $2x + 6 = 0$
$x = -3$, $(-3, 0)$

2. Relaciona cada ecuación del sistema con su respectiva representación gráfica e identifica la solución.

a)



b)



3. Para cada uno de los sistemas realiza lo siguiente:
   - Expresa las ecuaciones en la forma $y = ax + b$.
   - Grafica las dos ecuaciones en un mismo plano.
   - Determina la solución del sistema.

a) $\begin{cases} -2x + 5y = 10 & ① \\ 2x + 3y = 6 & ② \end{cases}$
$y = \frac{2}{5}x + 2$, $y = -\frac{2}{3}x + 2$ $(0, 2)$

b) $\begin{cases} x - y = 1 & ① \\ 2x + 3y = 12 & ② \end{cases}$
$y = x - 1$, $y = -\frac{2}{3}x + 4$ $(3, 2)$

c) $\begin{cases} -x + 2y = -6 & ① \\ -2x - y = -2 & ② \end{cases}$
$y = \frac{1}{2}x - 3$, $y = -2x + 2$ $(2, -2)$

d) $\begin{cases} -x + y = -1 & ① \\ x + y = 3 & ② \end{cases}$
$y = x - 1$, $y = -x + 3$ $(2, 1)$

4. Grafica cada uno de los sistemas de ecuaciones e indica si tienen solución, justifica tu respuesta.

a) $\begin{cases} 4x + 6y = 12 & ① \\ 2x + 3y = 6 & ② \end{cases}$
Sí tiene

b) $\begin{cases} -x + 3y = 5 & ① \\ -x + 3y = -2 & ② \end{cases}$
No tiene

c) $\begin{cases} -x + 3y = 3 & ① \\ -3x - y = 9 & ② \end{cases}$
Sí tiene, $x = -3$, $y = 0$

d) $\begin{cases} -3x + 4y = 0 & ① \\ -4x - 3y = 0 & ② \end{cases}$
Sí tiene, $x = 0$, $y = 0$

84

Indicador de logro

2.8 Resuelve problemas correspondientes a la función lineal.

Solución de algunos ítems:

1. a) $y = -2x + 6$

Interceptos

En el eje y: (0, 6)

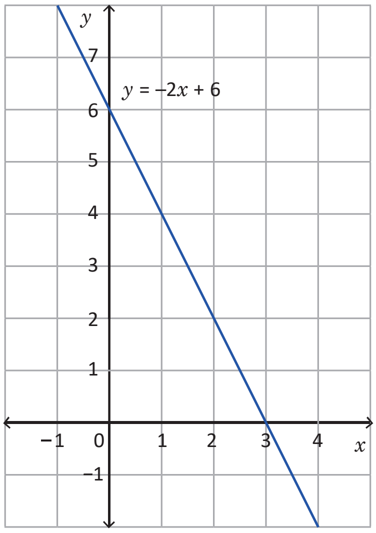
En el eje x: si $y = 0$

$2x + 0 = 6$

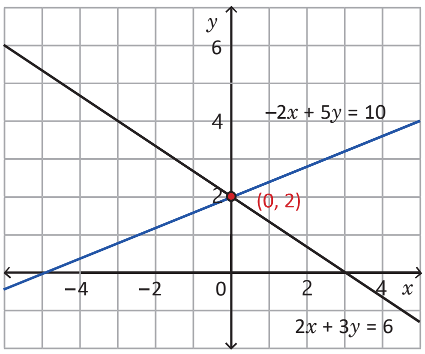
$2x = 6$

$x = 3$

Punto (3, 0)

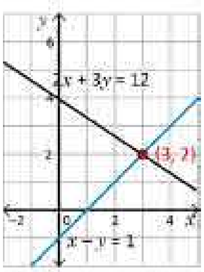


3. a)

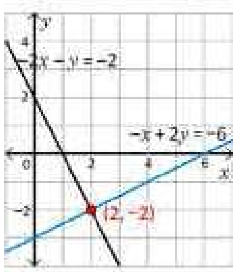


La solución del sistema es $x = 0$ y $y = 2$.

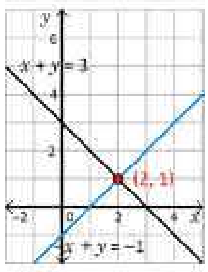
3. b)



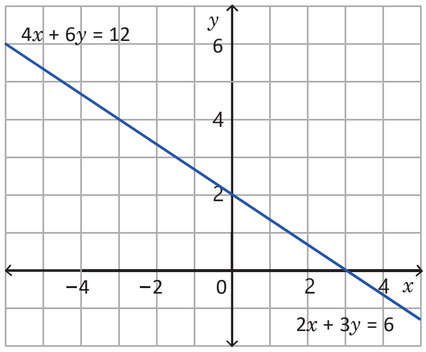
3. c)



3. d)

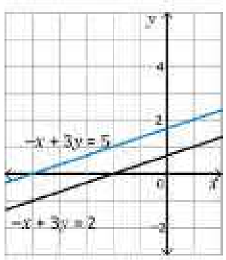


4. a)

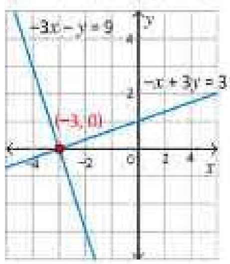


Sí tiene solución. Ambas ecuaciones representan la misma gráfica por lo que cada punto de la recta es solución del sistema.

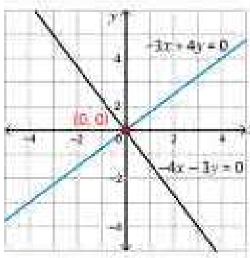
4. b)



4. c)



4. d)



Tarea: página 85 del Cuaderno de Ejercicios.

Lección 3 Aplicación de la función lineal

3.1 Aplicaciones de la función lineal, parte 1

P

En el recibo del consumo mensual de agua de la casa de Carlos, aparecen reflejados los siguientes conceptos: servicio de alcantarillado \$3.00 mensuales y \$0.50 por metro cúbico (m^3) de agua consumida.

1. ¿Cuánto deberá pagar en un mes que haya consumido 16 m^3?
2. Escribe el total y a pagar, cuando se consumen x metros cúbicos de agua.
3. Representa gráficamente la función que relaciona el consumo del agua en metros cúbicos con el costo total a pagar.

S

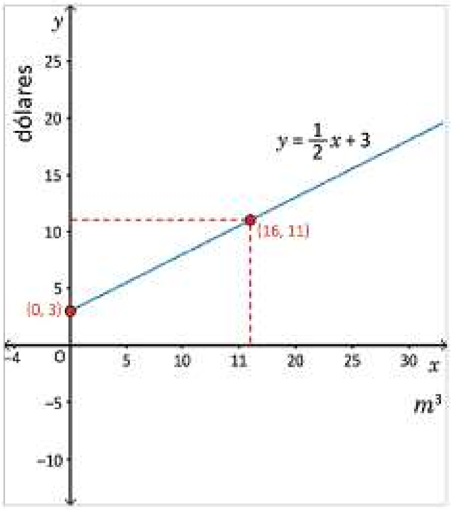
1. Para determinar cuánto debe pagar Carlos al consumir 16 metros cúbicos de agua, se considera servicio de alcantarillado + 0.50 × total de m^3 de agua consumidos:

$$3 + 0.5(16) = 3 + 8 = 11.$$

Por 16 metros cúbicos deberá pagar 11 dólares.

2. A partir del literal anterior, si se sustituye para x metros cúbicos se tiene: $y = 3 + 0.5x$, que es equivalente a $y = 0.5x + 3$.

3. Conociendo el costo cuando no se ha generado consumo de agua y el costo cuando se consumen 16 metros cúbicos, se puede trazar la gráfica, tal como se muestra en la figura.



Como x representa el consumo, $x \geq 0$; por tanto, no aparece la gráfica para valores negativos de x.

C

Para resolver problemas aplicando la función lineal, únicamente se necesita identificar las dos variables x y y, y pensar en y como una función lineal de x, luego dar respuesta a la situación planteada.

La relación entre los grados Fahrenheit (F) y los Celsius (C) es la siguiente:

- 0° C es equivalente a 32° F y 100° C a 212° F.
- Si x° C equivalen a y° F, y es una función lineal de x, encuentra la ecuación que relaciona las dos variables. $y = \frac{9}{5}x + 32$

1. Determina la variación térmica de un día de invierno en que se registra una temperatura mínima de 0° C y una máxima de 15° C, exprésala en grados Fahrenheit. 27 °F

2. ¿A qué temperatura un termómetro Fahrenheit marca numéricamente el triple que el de Celsius? 80 °F

Unidad 3

Indicador de logro

3.1 Resuelve problemas mediante el uso de la función lineal.

Secuencia

En esta lección se estudiarán las aplicaciones de la función lineal. Para esta clase se trabaja un problema aplicado y sencillo sobre el planteamiento de una función lineal a partir del enunciado.

Indicar a los estudiantes que lean el enunciado del problema en el LT.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Escribir como función lineal y representar gráficamente la solución de un problema aplicado.

Solución de algunos ítems:

La ecuación que relaciona las variables tiene la forma $y = ax + b$.

El punto (0, 32) da el intercepto $b = 32$

Pendiente
$a = \frac{212 - 32}{100 - 0} = \frac{180}{100} = \frac{9}{5}$

La ecuación es $y = \frac{9}{5}x + 32$.

1. Si $x = 0$ entonces $y = \frac{9}{5}(0) + 32 = 32$

   Si $x = 15$ entonces $y = \frac{9}{5}(15) + 32 = 59$

   La variación es 59 – 32 = 27 °F

2.
$$\begin{aligned} y &= 3x \\ \frac{9}{5}x + 32 &= 3x \\ 9x + 160 &= 15x \\ 9x - 15x &= -160 \\ -6x &= -160 \\ x &= \frac{160}{6} \\ x &= \frac{80}{3} \end{aligned}$$

Se calcula la temperatura en grados Fahrenheit:

$y = 3\left(\frac{80}{3}\right) = 80$

Por lo tanto a 80 °F será el triple que su correspondiente temperatura en grados Celsius.

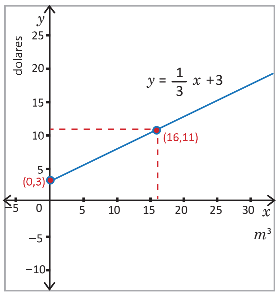
Fecha: **U3 3.1**

Ⓟ 1. ¿Cuánto deberá pagar en un mes que haya consumido 16 m^3?
2. Escribe el total y a pagar, cuando se consumen x metros cúbicos de agua.
3. Representa gráficamente la función que relaciona el consumo del agua con el costo total a pagar.

Ⓢ 1. 3 + 0.5(16) = 3 + 8 = 11.
Por 16 metros cúbicos deberá pagar 11 dólares.

2. $y = 0.5x + 3$

3.



Ⓡ 1. $y = \frac{9}{5}x + 32$

2. 27 °F

3. 80 °F

Tarea: página 86 del Cuaderno de Ejercicios.

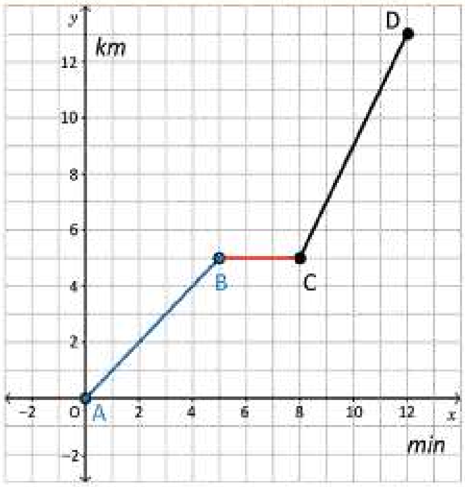
3.2 Aplicaciones de la función lineal, parte 2

P

Mario participó en una carrera, después de 5 minutos tuvo dificultades e hizo una parada, luego de 3 minutos se restableció y retomó la carrera, para recuperar el tiempo perdido aumentó la velocidad. Considerando y kilómetros recorridos en x minutos, responde:

1. ¿A qué distancia del punto de partida hizo la parada Mario?

2. Expresa la distancia recorrida y después de transcurrido x minutos en el recorrido, tanto antes como después de la parada.

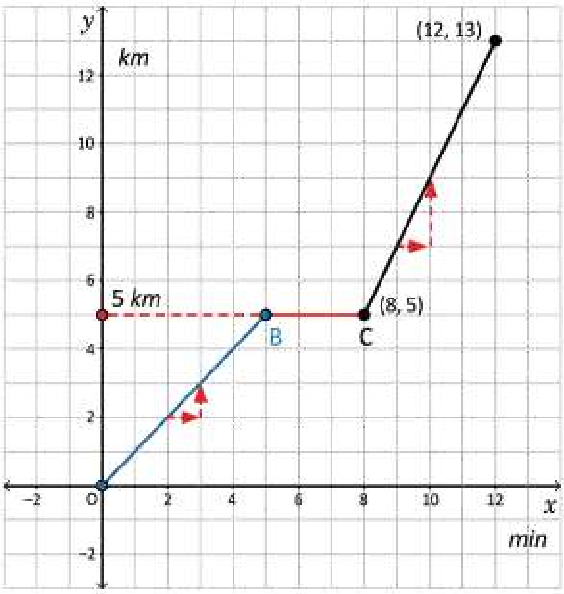


S

1. Para determinar a qué distancia se encontraba Mario, se traza una línea paralela al eje x y que pase por el punto en que se detuvo, se puede observar que Mario paró a 5 km del punto de partida.

2. Distancia antes y después de la parada.
   - Al determinar la razón de cambio antes de la parada, se observa que por cada minuto que pasa, Mario recorre 1 km, es decir, $a = 1$; por tanto, la distancia y antes de la parada es $y = x$.

   - Al determinar la razón de cambio después de la parada puede verse que por cada minuto que transcurre, Mario recorre 2 km, es decir, $a = 2$, además pasa por el punto (12, 13); de donde se obtiene el valor de b al sustituir en $y = ax + b$:



$$13 = 2(12) + b$$
$$13 = 24 + b$$
$$13 - 24 = b$$
$$-11 = b$$

Por tanto, la distancia y después de la parada puede expresarse como $y = 2x - 11$.

María salió de su casa hacia la escuela que dista 1 500 m de su casa.

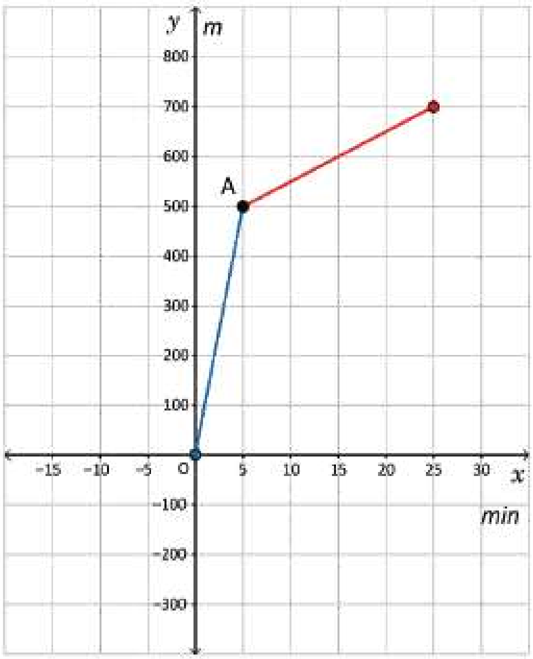
De la casa hasta el punto A se desplazó en bicicleta, y a partir de ahí se fue caminando. La gráfica muestra la relación entre el tiempo x (minutos) transcurridos desde que sale de casa y la distancia recorrida y (metros).

a) Determina la velocidad en metros por minuto mientras se desplaza en bicicleta. 100 m/min

b) Expresa la relación entre el tiempo transcurrido x minutos y la distancia recorrida y metros, desde 0 a 5 minutos. $y = 100x$

c) ¿Cuál es la velocidad de María cuando se desplaza caminando? 10 m/min

d) Expresa la relación entre los x minutos transcurridos y la distancia y recorrida desde 5 a 25 minutos. $y = 10x + 450$



Indicador de logro

3.2 Extrae información de un gráfico para resolver problemas.

Secuencia

Para esta clase se presenta un problema aplicado cuya solución implica la comprensión de un gráfico así como utilizar más de una función lineal.

Indicar al estudiante que lea el enunciado del problema para utilizar el tiempo adecuadamente.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Interpretar la gráfica que representa el problema planteado. Ejemplificar el caso en el que se deben utilizar diferentes funciones lineales dependiendo del valor de la variable x.

Solución de algunos ítems:

Recordar a los estudiantes que la velocidad se calcula como la razón de la distancia sobre el tiempo.

a) Distancia recorrida: 500 m
Tiempo: 5 min
Velocidad = 500 m ÷ 5 min
= 100 m/min

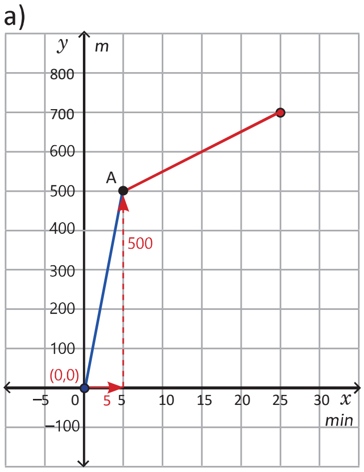
b) Intercepto $b = 0$

Pendiente $a = \frac{500}{5} = 100$

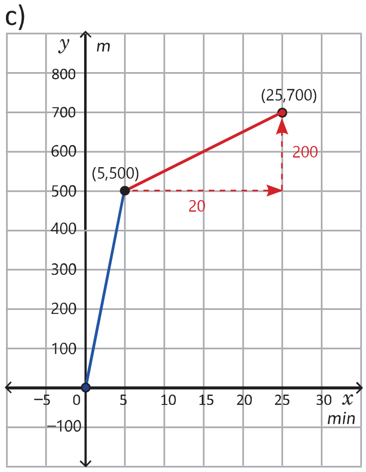
Ecuación $y = 100x$

c) Distancia recorrida: 200 m
Tiempo = 20 min
Velocidad = 200 m ÷ 20 min
= 10 m/min

a)



c)



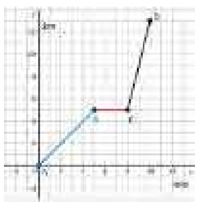
d) Pendiente $a = \frac{200}{20} = 10$. Intercepto, la ecuación es $y = 10x + b$ y pasa por (5 500)
$500 = 10(5) + b$, de donde $b = 450$.

Por lo tanto, la distancia recorrida desde 5 min hasta 50 min se puede escribir como $y = 10x + 450$.

Fecha: **U3 3.2**

Ⓟ Responde:

1. ¿A qué distancia del punto de partida hizo la parada Mario?
2. Expresa la distancia recorrida y después de transcurrido x minutos en el recorrido, tanto antes como después de la parada.

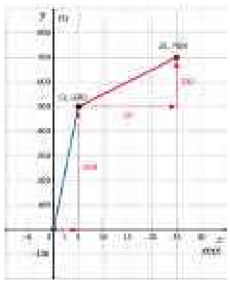


Ⓢ 1. Mario paró a 5 km del punto de partida.

2. Antes
$a = 1$
$b = 0$
la distancia es
$y = x$

Después
$a = 2$
pasa por (12, 13)
$13 = 2(12) + b$
$13 = 24 + b$
$-11 = b$

Ⓡ La distancia es $y = 2x - 11$



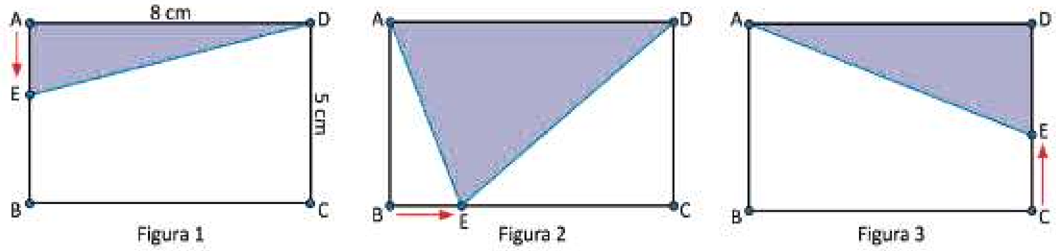
1. 100 m/min
2. $y = 100x$
3. 10 m/min
4. $y = 10x + 450$

Tarea: página 87 del Cuaderno de Ejercicios.

3.3 Aplicaciones de la función lineal, parte 3

P

En el rectángulo ABCD, el punto E se mueve sobre el borde del rectángulo desde el punto A, hasta D, pasando por los puntos B y C. Cuando el punto E se ha movido x cm, se toma el área del triángulo AED como y cm^2. Observa las figuras y responde:



1. Explica qué sucede con el área del triángulo AED, cuando:

   a) E se desplaza sobre el lado AB, es decir $0 \leq x \leq 5$.
   b) E se desplaza sobre el lado BC, es decir $5 \leq x \leq 13$.
   c) E se desplaza sobre el lado CD, es decir $13 \leq x \leq 18$.

2. Expresa el área y del triángulo AED, cuando E se mueve de A hasta B (ver figura 1).

3. Determina el área y del triángulo AED, cuando E se mueve de B hasta C (ver figura 2).

4. Expresa el área y del triángulo AED, cuando E se mueve de C hasta D (ver figura 3).

S

1. Al observar el movimiento que realiza el punto E en cada uno de los casos se puede concluir que
   a) Cuando E se mueve sobre el lado AB, el área del triángulo AED aumenta.
   b) Cuando E se mueve sobre el lado BC, el área del triángulo se mantiene constante, pues la base es 8 cm y la altura es 5 cm, en cualquier momento.
   c) Cuando E se mueve sobre el lado CD, el área del triángulo disminuye hasta llegar a cero.

2. El área del triángulo AED, cuando E se mueve sobre AB, se puede calcular considerando que la base es 8 cm y la altura x, entonces $y = \frac{1}{2}(8)(x) = 4x$; es decir, $y = 4x$ para $0 \leq x \leq 5$.

3. El área del triángulo AED, cuando E se mueve sobre BC, en este caso la base es 8 cm y la altura 5 cm, entonces el área es $y = \frac{8(5)}{2}$; es decir $y = 20$ para $5 \leq x \leq 13$.

4. El área del triángulo AED, cuando E se mueve sobre CD, en este caso la base es 8 cm y la altura es $(18 - x)$ cm, entonces el área es $y = \frac{1}{2}(8)(18 - x) = 4(18 - x) = 72 - 4x$; es decir, $y = -4x + 72$, para $13 \leq x \leq 18$.

Representa gráficamente en un mismo plano el área del triángulo AED, cuando:

a) E se mueve sobre el lado AB.
b) E se mueve sobre el lado BC.
c) E se mueve sobre el lado CD.

Indicador de logro

3.3 Determina el área de una figura plana mediante el uso de la función lineal.

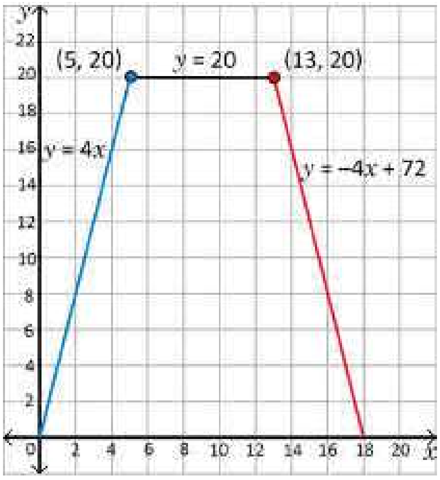
Secuencia

Para esta clase se presenta un problema de razonamiento sobre áreas de figuras planas, en el que se deben utilizar funciones lineales para representar la situación planteada.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Escribir las funciones lineales que describen el proceso planteado en cada uno de los numerales del problema.

Solución de algunos ítems:



Materiales:
- Pliego de papel bond con los rectángulos del Problema inicial.
- Pliego de papel bond con la imagen del ejercicio del bloque de problemas y ejercicios.

Fecha: U3 3.3

Ⓟ 1. Explica qué sucede con el área del triángulo AED, cuando:

a) E se desplaza sobre el lado AB, es decir $0 \leq x \leq 5$.
b) E se desplaza sobre el lado BC, es decir $5 \leq x \leq 13$.
c) E se desplaza sobre el lado CD, es decir $13 \leq x \leq 18$.

Expresa el área y del triángulo AED, cuando:
2. E se mueve de A hasta B.
3. E se mueve de B hasta C.
4. E se mueve de C hasta D.

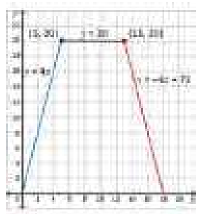
Ⓢ 1. a) Aumenta.
b) Se mantiene constante pues la base es 8 cm y la altura es 5 cm, en cualquier momento.
c) Disminuye.

2. La base es 8 cm y la altura x. Área:
$y = \frac{1}{2}(8)(x) = 4x$

3. La base es 8 cm y la altura 5 cm
Área: $y = \frac{8(5)}{2} = 20$

4. La base es 8 cm y la altura es $(18 - x)$
Área: $y = \frac{1}{2}(8)(18 - x)$
$y = 72 - 4x$
$y = -4x + 72$

Ⓡ



Tarea: página 88 del Cuaderno de Ejercicios.

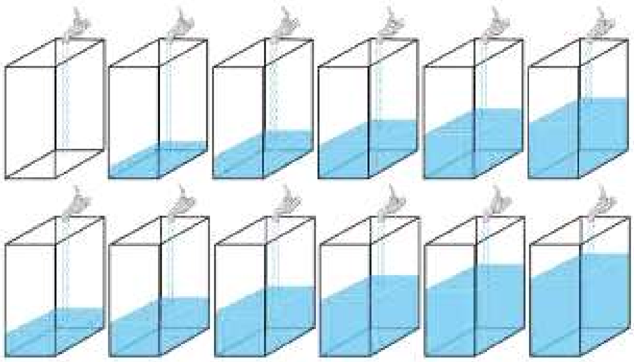
3.4 Practica lo aprendido

Resuelve los problemas aplicando las estrategias y métodos de solución aprendidos.

1. Don Juan, tiene una microempresa familiar dedicada a la elaboración de armarios. Esta microempresa cuenta con un pequeño local por el cual pagan 800 dólares mensuales de alquiler y dos empleados que cobran 600 dólares mensuales cada uno. El costo de materia prima de cada armario más gastos de distribución asciende a 100 dólares y el precio por unidad de venta es de 150 dólares.

   a) Define la función lineal **Costo total** y, de elaboración de x unidades de clósets y grafícala. $y = 100x + 2\,000$
   b) Define la función lineal y **Ingreso total**, por la venta de x clósets y grafícala, (considera que Ingreso = precio unitario por número de unidades vendidas). $y = 150x$
   c) Define la función lineal y **Utilidad total** (Utilidad = Ingreso total – Costo total), para x armarios vendidos. $y = 50x - 2\,000$
   d) Para que don Juan no se quede endeudado, ¿cuántos armarios debe vender como mínimo por mes?
   40 armarios

2. Miguel lavó la pila de su casa, luego abrió el grifo y observó que por cada minuto que transcurría, el nivel de agua en la pila subía un centímetro; mientras que la pila de su tía tenía agua hasta un nivel de 2 centímetros y al abrir el grifo la cantidad de agua aumentó de la misma manera que en el caso de Miguel. Considerando que ambas pilas tienen 90 cm de altura, realiza lo siguiente:



   a) Toma la medida del nivel de agua en distintos momentos y organiza los resultados en una tabla.
   b) ¿Es posible determinar el tiempo de llenado de la pila?
   c) ¿Es posible comparar los datos del llenado de la pila de Miguel con los datos del llenado de la pila de la tía?, ¿existe alguna relación? Miguel: 90 minutos Su tía: 88 minutos
   Se llenan a la misma razón 1 m/1 min

3. Han llegado las rebajas de fin de año y en una tienda aplican el 20% de descuento en todos los productos.

   a) Escribe una ecuación que relacione el precio rebajado y con el precio original x. $y = 0.8x$
   b) ¿Cuánto se debe pagar por una camisa que originalmente costaba \$60.00? \$48
   c) Considera productos de distintos precios y elabora una gráfica que relacione el precio original x con el rebajado y.

Indicador de logro

3.4 Resuelve problemas correspondientes a la función lineal.

Solución de algunos ítems:

1. a) $y = 800 + 2(600) + 100x$
$y = 100x + 2\,000$

b) $y = 150x$

c) $y = 150x - (100x + 2\,000)$
$y = 50x - 2\,000$

d) Para no endeudarse la utilidad debe ser cero si $y = 0$, es decir:

$$0 = 50x - 2\,000$$
$$2\,000 = 50x$$
$$2\,000 \div 50 = x$$
$$40 = x$$

Por lo tanto, para no quedar endeudado don Juan debe vender 40 armarios.

2. a) Pila de Miguel

x (min)	0	1	2	5	10
y (cm)	0	1	2	5	10

Pila de la tía

x (min)	0	1	2	5	10
y (cm)	2	3	4	7	12

b) La pila de Miguel se llena a razón 1 m/1 min. Entonces la pila estará llena cuando hayan pasado 90 minutos, pues la pila tendrá agua a un nivel de 90 cm.

La pila de su tía después de x minutos tiene $x + 2$ centímetros de agua. Si la pila se llena en x minutos entonces $x + 2 = 90$, por lo que la pila se llenará en $x = 88$ minutos.

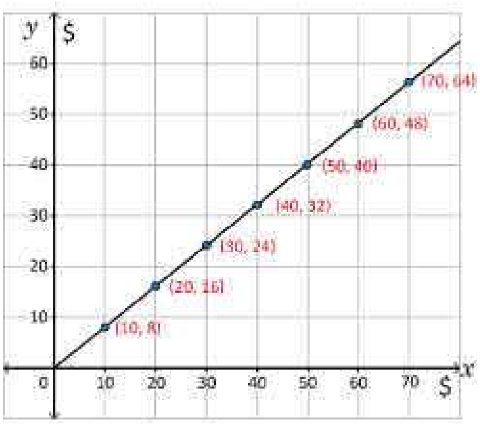
c) Sí pueden compararse los datos de las dos pilas: ambas se llenan a la misma razón 1 m/1 min.

3. a) $y : 80 = x : 100$
$100y = 80x$
$y = 80x \div 100$
$y = 0.8x$

b) $y = 0.8(60)$
$y = 48$

3. c)

x (Precio original)	10	20	30	40	50	60	70
y (Precio rebajado)	8	16	24	32	40	48	56



Tarea: página 90 del Cuaderno de Ejercicios.

3.5 Practica lo aprendido

Resuelve los problemas aplicando las estrategias y métodos de solución aprendidos.

1. En una ciudad existen dos compañías de telefonía:

   - La compañía A ofrece una cuota fija de $15.00 al mes, más $0.05 el minuto consumido.
   - La compañía B cobra únicamente el consumo a $0.25 el minuto.

   a) Grafica en un mismo plano la función lineal entre x minutos consumidos y el importe y de pago de la factura mensual para ambas compañías.
   b) Si se habló menos de 70 minutos al mes, ¿cuál compañía conviene contratar? Compañía B
   c) ¿En qué casos es indiferente que se contrate cualquiera de las dos compañías? $x = 75$
   d) ¿En qué caso conviene contratar la compañía A? Si en el mes se habla más de 75 minutos.

2. En una ciudad se cuenta con una regulación sobre estacionamientos, la norma indica que se debe pagar cierta cantidad por cada minuto y que no hay un mínimo.

   - José deposita $1.10 y el parquímetro indica que dispone de 45 minutos (3/4 de hora).
   - Beatriz con $3.30 tiene 3 horas y media.

   a) Halla la ecuación que relaciona el precio con el tiempo. $y = \frac{1}{75}x + \frac{1}{2}$
   b) Dibuja la gráfica.
   c) ¿Cuánto hay que pagar por estacionarse 40 minutos (2/3 de hora)? $1.03
   d) Si se paga $4.50, ¿de cuánto tiempo se dispone para estacionarse? 300 minutos o 5 horas

3. Marta es vendedora de automóviles, tiene un sueldo fijo de $800 mesuales más una comisión de $100 por cada automóvil que venda. Encuentra la función que expresa el sueldo de Marta en un mes que haya vendido x automóviles y dibuja su gráfica. $y = 100x + 800$

4. A Julia sus padres le dan cada mes $10.00 para su refrigerio más $0.50 por cada día que haga la limpieza. Encuentra la función que expresa el dinero que recibe Julia, al final del mes, habiendo hecho la limpieza x días y dibuja su gráfica. $y = 0.5x + 10$

5. En un negocio de reparación de llantas un trabajador tiene un sueldo diario formado por la suma de una base fija más $2 por cada llanta reparada. En cierto día del mes, después de que había reparado 12 llantas, el empleado calculó que su sueldo diario era de $44.

   a) ¿Cuál es el sueldo diario fijo del trabajador? $20
   b) ¿Cuál es la función que representa el sueldo del trabajador cuando arregla x llantas? $y = 2x + 20$
   c) Grafica la función lineal que representa el sueldo diario del trabajador.

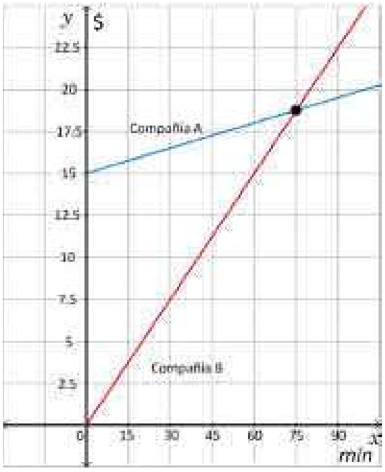
6. En una factura de agua potable el cargo fijo es de $3.00, y el costo del metro cúbico de agua es de $1.50. Considerando que el monto a cancelar se calcula mediante una función lineal:

   a) Escribe la ecuación para determinar el total de la factura y para x metros cúbicos. $y = 1.5x + 3$
   b) Elabora una gráfica para la relación entre el consumo de agua x y el costo a pagar y.
   c) ¿Cuánto se facturó en diciembre, si en ese mes el consumo fue de 28 m^3? $45

Indicador de logro

3.5 Resuelve problemas correspondientes a la función lineal.

1. Si se dificulta trazar la gráfica se debe sugerir la escala mostrada en la solución.
   a) Compañía A: $y = 0.05x + 15$
   Compañía B: $y = 0.25x$



   b) La compañía B
   c) Es indiferente si el cobro de las compañías es el mismo.

$$0.25x = 0.05x + 15$$
$$25x = 5x + 1\,500$$
$$20x = 1\,500$$
$$x = 75$$

   Así, es indiferente si en el mes se habla 75 minutos.
   d) Si en el mes se habla más de 75 minutos.

2. Se utilizan los tiempos en minutos.
   a) Los puntos son (45, 1.1) y (210, 3.3)
   Pendiente

$$a = \frac{3.3 - 1.1}{210 - 45} = \frac{2.2}{165} = \frac{22}{1650} = \frac{1}{75}$$

   Intercepto

$$1.1 = \frac{1}{75}(45) + b$$
$$1.1 = \frac{3}{5} + b$$
$$11 = 6 + 10b$$
$$5 = 10b$$
$$\frac{1}{2} = b$$

   La ecuación es $y = \frac{1}{75}x + \frac{1}{2}$

   c) Utilizar calculadora en este literal.
   d)

$$4.5 = \frac{1}{75}x + \frac{1}{2}$$
$$45 = \frac{2}{15}x + 5$$
$$15(45) = 2x + 15(5)$$
$$15(45 - 5) = 2x$$
$$15(40) = 2x$$
$$15(20) = x$$
$$300 = x$$

Aplicación de la matemática al entorno
En esta clase se plantean situaciones del entorno que el estudiante debe resolver mediante la generación de un modelo matemático, fortaleciendo así el desarrollo de capacidades productivas y ciudadanas. Es importante que se aproveche este momento para enfatizar en el uso adecuado de los recursos naturales.

Observación: Es importante hacer énfasis al estudiante que para algunos de estos problemas, la solución tiene sentido para valores de x mayores o iguales a cero. Es importante que se identifiquen y se justifique la razón.

Tarea: página 91 del Cuaderno de Ejercicios.