Unidad 7. Área y volumen de sólidos geométricos

Competencia de la Unidad

Utilizar el área y el volumen de cuerpos geométricos para proponer soluciones a situaciones del entorno.

Relación y desarrollo

Primero y segundo ciclo

- Construcción de ángulos usando el transportador
- Clasificación y construcción de triángulos
- Clasificación y construcción de cuadriláteros
- Clasificación de cuerpos geométricos
- Figuras simétricas
- Perímetro y área de triángulos y cuadriláteros
- Patrones de cubos y prismas rectangulares y triangulares
- Longitud de la circunferencia y área del círculo
- Longitud y área de sectores circulares notables
- Volumen del prisma
- Traslaciones, giros y simetría rotacional

Séptimo grado

Unidad 8: Figuras planas y construcción de cuerpos geométricos
- Movimiento de figuras en el plano
- Círculos, segmentos y ángulos
- Planos, cuerpos geométricos y área total de prisma, pirámide y cilindro

Octavo grado

Unidad 4: Paralelismo y ángulos de un polígono
- Suma de los ángulos internos y externos de un polígono
- Rectas paralelas y ángulos

Unidad 5: Criterios de congruencia de triángulos
- Congruencia de triángulos

Unidad 6: Características de los triángulos y cuadriláteros
- Triángulos
- Paralelogramos

Unidad 7: Área y volumen de sólidos geométricos
- Características y elementos de los sólidos geométricos
- Cálculo del volumen de sólidos geométricos
- Aplicaciones de volúmenes
- Áreas de sólidos geométricos
- Aplicaciones de áreas

Noveno grado

Unidad 5: Figuras semejantes
- Semejanza
- Semejanza de triángulos
- Semejanza y paralelismo
- Aplicación de semejanza y triángulos semejantes

Unidad 6: Teorema de Pitágoras
- Teorema de Pitágoras
- Aplicación del teorema de Pitágoras

Unidad 7: Ángulo inscrito y central
- Ángulo central e inscrito
- Aplicación de ángulos central e inscrito

Plan de estudio de la Unidad

Lección	Horas	Clases
1. Características y elementos de los sólidos geométricos	1	1. Sólidos de revolución
	1	2. Características y elementos del cono y la esfera
2. Cálculo del volumen de sólidos geométricos	1	1. Volumen del prisma y del cilindro
	1	2. Comparación del volumen del prisma y la pirámide cuadrangular
	1	3. Volumen de la pirámide triangular
	1	4. Volumen del cono
	1	5. Volumen de la esfera
3. Aplicaciones de volúmenes	1	1. Volumen de sólidos compuestos
	2	2. Practica lo aprendido
4. Áreas de sólidos geométricos	1	1. Desarrollo del cono y longitud del arco
	1	2. Relación entre los elementos del patrón del cono
	1	3. Área superficial del cono
	1	4. Área superficial de la esfera
5. Aplicaciones de áreas	1	1. Áreas superficiales en sólidos compuestos
	2	2. Practica lo aprendido
	1	Prueba de la Unidad 7

17 horas clase + prueba de la Unidad 7

Puntos esenciales de cada lección

Lección 1: Características y elementos de los sólidos geométricos
A partir de giros de algunas figuras planas al rededor de su eje se pueden generar los sólidos de revolución, se encuentran las características que puedan diferenciar a cada uno de estos, así como de manera particular se identifican las características y los elementos de la esfera y el cono.

Lección 2: Cálculo del volumen de sólidos geométricos
En esta lección se deduce el volumen del prisma y el cilindro por medio del apilamiento de figuras. Tomando como referencia el volumen del prisma se encuentra el de la pirámide cuadrangular. Por último se deduce el volumen del cono y de la esfera utilizando el del cilindro.

Lección 3: Aplicaciones de volúmenes
Luego de haber deducido y encontrado los volúmenes de algunos sólidos, se estudia el volumen de sólidos compuestos, y se práctica el cálculo del volumen de cada uno de los sólidos estudiados en las lecciones anteriores.

Lección 4: Áreas de sólidos geométricos
Se inicia estudiando el patrón o plano desarrollado del cono y sus elementos. Luego se calcula el área superficial del cono y de la esfera.

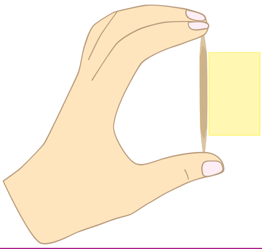
Lección 5: Aplicaciones de áreas
En la lección anterior se encontraron las áreas superficiales y laterales del cono y la esfera, para que en esta lección se calculen las áreas superficiales de sólidos compuestos. Además se realizarán problemas y ejercicios donde los estudiantes comprendan el algoritmo y en qué situaciones se debe utilizar.

Lección 1 Características y elementos de sólidos geométricos

1.1 Sólidos de revolución

P

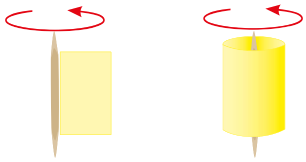
Se tiene un trozo de cartulina en forma de rectángulo, como muestra la figura.



Si se gira alrededor de un palillo de dientes, ¿qué se puede observar? ¿Se forma algún sólido geométrico que ya conoces?

S

Al doblar el rectángulo a modo que gire, se puede ver que el sólido que se forma es un cilindro.



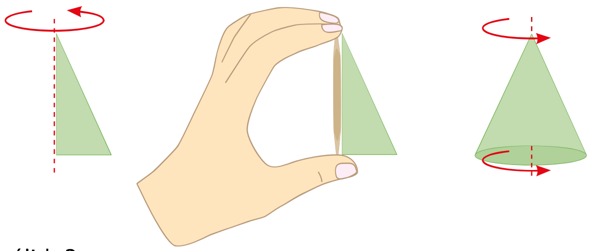
C

A los sólidos geométricos que pueden generarse girando una figura plana alrededor de un eje se les llama **sólidos de revolución**.

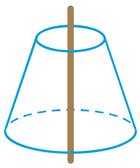
E

1. ¿Qué sólido se genera si se gira un triángulo rectángulo alrededor de un cateto?

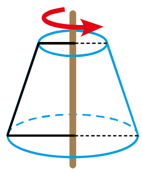
   El sólido que se forma es un cono.



2. ¿Con qué figura se ha generado el siguiente sólido?

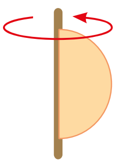


Para generar el sólido, la figura plana que se ha rotado es la mitad de un trapecio isósceles, como se puede ver a la derecha.

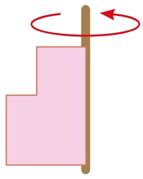


1. Dibuja el sólido que se forma al girar:

   a) Un semicírculo

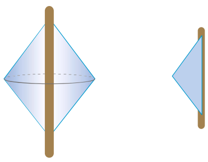


   b) Dos rectángulos

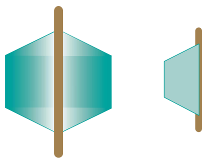


2. ¿Cuál es la figura plana que se ha girado para obtener los siguientes cuerpos geométricos?

   a)



   b)



Indicador de logro

1.1 Identifica el sólido que se genera al girar una figura plana alrededor de un eje.

Secuencia

En la Unidad 2 de cuarto grado se trabajaron las características de los sólidos mediante la observación de figuras en el entorno. Para esta clase se busca que el estudiante descubra los sólidos que se generan al hacer girar figuras planas sobre un eje.

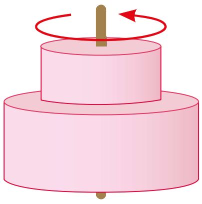
Propósito

Ⓟ, Ⓢ El estudiante debe manipular la cartulina en forma de rectángulo con el palillo de dientes y observar que al girar dicho rectángulo se generará el cilindro.

Ⓔ Se presentan dos casos en los que se puede trabajar con cartulina o simplemente deducir que al girar el triángulo rectángulo se genera el cono y para el caso del cono truncado el estudiante puede notar que solo observando un lado del eje, el sólido es generado por un trapecio isósceles.

Solución de algunos ítems:

1. b) Dos rectángulos forman dos cilindros de diferente radio.



2. a) Es un triángulo isósceles.
2. b) Es un trapecio isósceles.

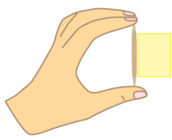
Posibles dificultades:
Para visualizar los sólidos de revolución que se generan, se necesita hacer uso del razonamiento espacial, si los estudiantes presentan muchas dificultades, el docente debe orientarles.

Materiales:
Cartulina, palillo de dientes, pegamento.

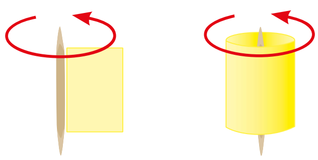
Fecha: **U7 1.1**

Ⓟ Realiza lo siguiente:
Gira alrededor del palillo el rectángulo y contesta:

¿Qué se puede observar?
¿Se forma algún sólido que ya conoces?

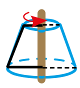


Ⓢ Al doblar el rectángulo a modo que gire, se puede ver que el sólido que se forma es un cilindro.

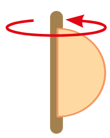


Ⓔ 2.

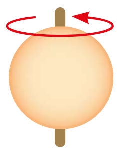
Para generar el sólido, la figura plana que se ha rotado es la mitad de un trapecio isósceles, como se puede ver a la derecha.



Ⓡ 1. a)



Es una esfera



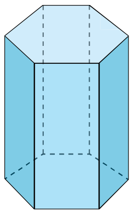
Tarea: página 148 del Cuaderno de Ejercicios.

1.2 Características y elementos del cono y la esfera

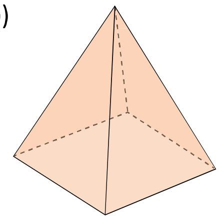
P

Escribe las características de los siguientes cuerpos geométricos:

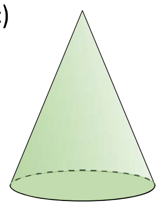
a)



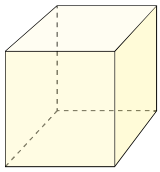
b)



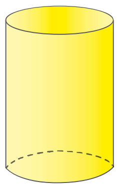
c)



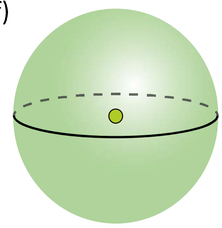
d)



e)



f)



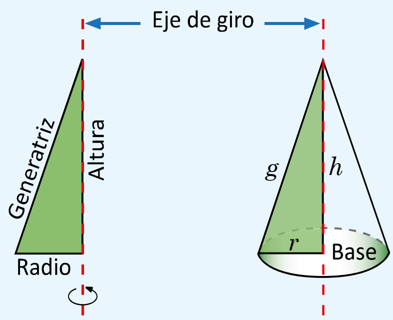
S

a) Tiene dos bases poligonales y sus caras son planas.
b) Tiene una sola base y una cúspide, además sus caras son planas.
c) Está formado por una sola cara plana círcular, un vértice y su cara lateral es curva.
d) Todas sus caras son planas y cuadradas.
e) Tiene dos bases circulares y su cara lateral es curva.
f) Es una superficie totalmente curva, no tiene caras laterales ni bases.

C

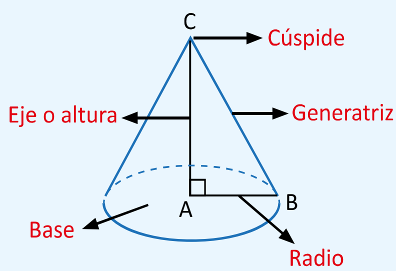
El **cono** es un sólido limitado por un círculo y por una superficie curva.

El cono puede verse como una superficie de revolución. La figura plana que se gira para generar el cono es un triángulo rectángulo y el eje de rotación es uno de los catetos del triángulo.



Los elementos que componen un cono son:

- Generatriz (g): es la línea que mediante la rotación genera el cono.
- Base: cara circular sobre la cual se apoya el cono.
- Radio (r): radio de la base.
- Vértice o cúspide.
- Altura (h): segmento que une el vértice y el centro de la base. La altura está contenida en el eje de giro.

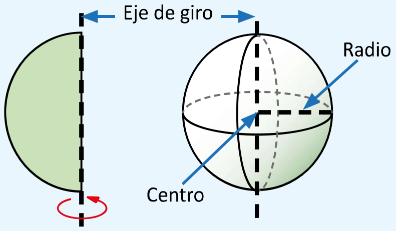


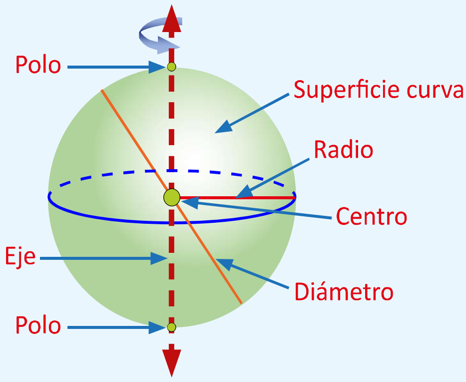
Una **esfera** es un cuerpo redondo formado por una sola superficie curva. Puede verse también como un sólido de revolución, haciendo girar un semicírculo alrededor de su diámetro.

Todo punto sobre la superficie curva equidista de un punto llamado **centro**.

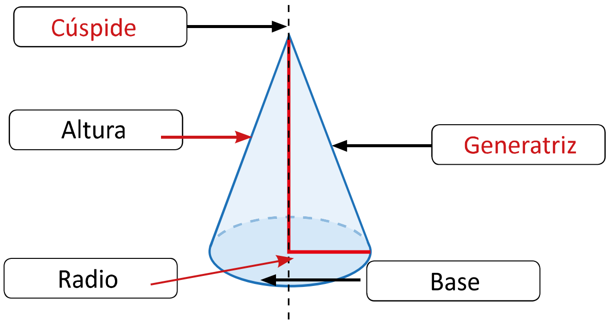
Los elementos de una esfera son:

- Centro: punto interior de la esfera que equidista de cualquier punto de la esfera.
- Radio: distancia del centro a un punto cualquiera de la esfera.
- Cuerda: segmento que une dos puntos cualesquiera de la esfera.
- Diámetro: cuerda que pasa por el centro de la esfera.
- Polos: puntos donde la esfera corta al eje de rotación.

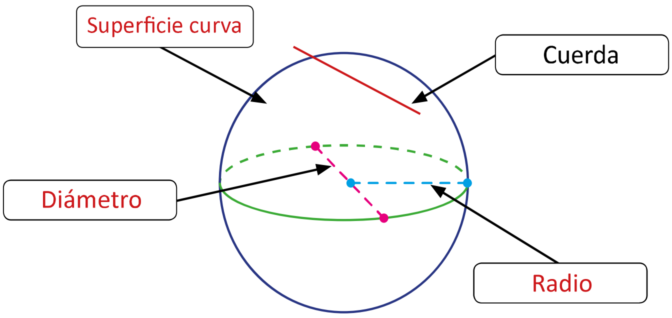




1. Dibuja en tu cuaderno los siguientes sólidos, luego escribe el nombre a los elementos que se indican con los espacios en blanco y donde sea necesario, traza una flecha para relacionar el nombre con el respectivo elemento.



2. Completa colocando los nombres de los elementos de la esfera o dibujando lo que falte, donde corresponda.



Indicador de logro

1.2 Identifica características y elementos del cono y la esfera.

Secuencia

En la Unidad 3 de tercer grado se abordó la definición de una esfera y algunos de sus elementos con objetos del entorno, en la Unidad 2 de cuarto grado fueron definidas algunas características de los conos, pirámides, prisma rectangular y cilindro, en esta clase se identificarán algunas características y elementos del cono y la esfera.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Identificar los elementos de cada una de las figuras según lo estudiado en años anteriores, para poder deducir características de cada uno de los sólidos geométricos.

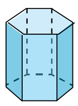
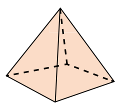
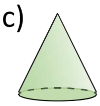
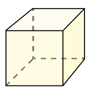
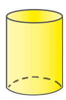
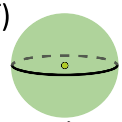
Ⓒ El estudiante leerá la conclusión junto con el docente para conocer las características y elementos del cono y la esfera, no es necesario escribirlo en la pizarra, puesto que en la parte de ejercicios ellos podrán realizar el dibujo y colocar los elementos de dichos cuerpos geométricos.

Posibles dificultades:
No recordar las características de los sólidos geométricos debido a que los estudiaron hace varios años, en tal caso el docente debe orientarles.

Materiales:
Llevar un cartel con las figuras que se presentan en el Problema inicial.

Fecha: **U7 1.2**

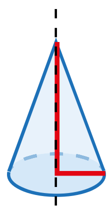
Ⓟ Escribe las características de los siguientes cuerpos geométricos.

a) 
b) 
c) 
d) 
e) 
f) 

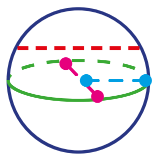
Ⓢ a) Tiene dos bases poligonales y sus caras son planas.
b) Tiene una sola base y una cúspide, además sus caras son planas.
c) Está formado por una sola cara plana circular, un vértice y su cara lateral es curva.
d) Todas sus caras son planas y cuadradas.
e) Tiene dos bases circulares y su cara lateral es curva.
f) Es una superficie totalmente curva, no tiene caras laterales ni bases.

Ⓡ

1. • Cúspide
• Altura
• Radio
• Generatriz
• Base



• Superficie curva
• Diámetro
• Cuerda
• Radio



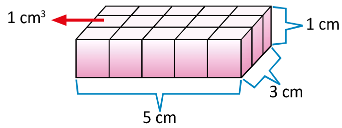
Tarea: página 149 del Cuaderno de Ejercicios.

Lección 2 Cálculo del volumen de los sólidos geométricos

2.1 Volumen del prisma y del cilindro

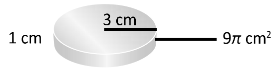
P

Observa las siguientes situaciones, luego contesta:



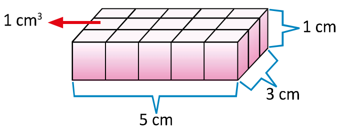
1) Con cubitos de 1 cm^3 se forma una base como se muestra:
   a) ¿Qué sólido se obtiene si se apilan 4 bloques?
   b) Deduce el volumen del sólido formado.

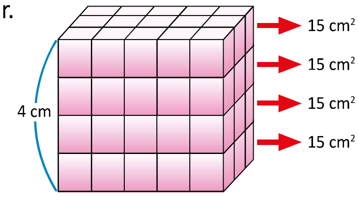
2) Se tiene un disco de radio 3 cm y altura 1 cm
   a) ¿Qué sólido se obtiene si se apilan 5 discos?
   b) Deduce el volumen del sólido formado.



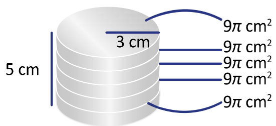
S

1. a) Se obtiene un prisma rectangular.
   b) $V = 15\ cm^2 \times 4\ cm$





2. a) Se obtiene un cilindro.
   b) $V = 9\pi\ cm^2 \times 5\ cm$



Un cilindro es un sólido limitado por dos caras circulares y por una superficie curva. La superficie curva se llama cara lateral y las dos caras circulares se llaman bases.

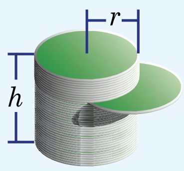
El volumen de un prima es:
V_{Prisma} = Área de base × altura

El área de un círculo de radio r está dado por la fórmula:
$A_{círculo} = \pi r^2$

C

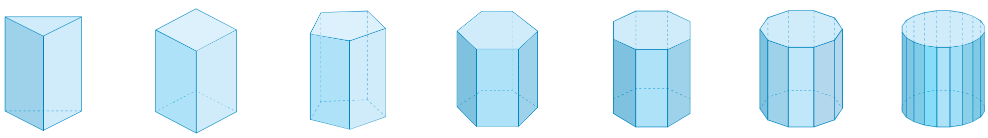
Se deduce entonces, que el volumen del cilindro se obtiene de una manera análoga al volumen de un prisma, es decir, el volumen de un cilindro es igual al producto del área de la base ($A_B = \pi r^2$) por la altura (h).

$$V_{cilindro} = A_B \times h = \pi r^2 h$$



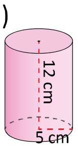
E

Observa la siguiente secuencia de cuerpos geométricos, ¿a qué figura plana se aproxima la base del prisma cuando se aumenta el número de lados?

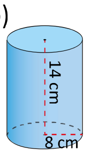


La base se aproxima a un círculo. Por tanto, el volumen del prisma se aproxima al volumen del cilindro cuando el número de lados de la base aumenta.

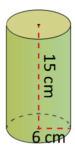
Encuentra el volumen de los siguientes sólidos utilizando el área de la base y la altura.

a)


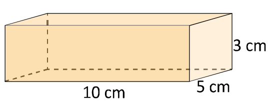
$300\pi\ cm^3$

b)


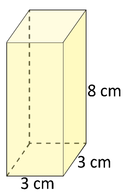
$896\pi\ cm^3$

c)


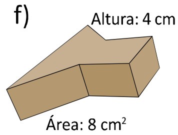
$540\pi\ cm^3$

d)


$150\ cm^3$

e)


$72\ cm^3$

f)


$32\ cm^3$

Indicador de logro

1.3 Deduce la fórmula para el cálculo del volumen del cilindro de manera análoga al cálculo del volumen del prisma.

Secuencia

En las dos clases anteriores se trabajó con las características y elementos de algunos cuerpos geométricos, en esta ocasión se trabajará en deducir el volumen del prisma y del cilindro.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Deducir el volumen de un cilindro de manera análoga al cálculo del volumen del prisma, apilando cubos y discos con 1 cm de altura.

Ⓔ El ejemplo de esta clase es para que el estudiante observe que entre más lados tenga la base del prisma, más se acerca al volumen del cilindro.

Solución de algunos ítems:

b) $V_{cilindro} = 64\pi \text{ cm}^2 \times 14 \text{ cm}$
$V_{cilindro} = 896\pi \text{ cm}^3$

c) $V_{cilindro} = 36\pi \text{ cm}^2 \times 15 \text{ cm}$
$V_{cilindro} = 540\pi \text{ cm}^3$

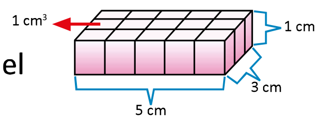
d) $V_{Prisma} = 50 \text{ cm}^2 \times 3 \text{ cm}$
$V_{Prisma} = 150 \text{ cm}^3$

Materiales:
Un cartel con las figuras del Problema inicial, fomi o cubos de madera (estos últimos dos en el caso de que se trabaje con los estudiantes con material concreto).

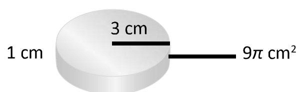
Fecha: **U7 2.1**

Ⓟ Observa las siguientes situaciones, luego contesta:

1. a) ¿Qué sólido se obtiene si se apilan 4 bloques?
   b) Deduce el volumen del sólido formado.



2. Se tiene un disco de radio 3 cm y altura 1 cm.
   a) ¿Qué sólido se obtiene si se apilan 5 discos?
   b) Deduce el volumen del sólido formado.



Ⓢ 1. a) Se obtiene un prisma rectangular.
b) $V = 15 \text{ cm}^2 \times 4 \text{ cm}$

2. a) Se obtiene un cilindro.
b) $V = 9\pi \text{ cm}^2 \times 5 \text{ cm}$

Ⓔ **Observación:**
Ver imágenes en el LT.

La base se aproxima a un círculo. Por tanto, el volumen del prisma se aproxima al volumen del cilindro cuando el número de lados de la base aumenta.

Ⓡ $V_{cilindro} = A_B \times h = \pi r^2 h$
$V_{cilindro} = 25\pi \text{ cm}^2 \times 12 \text{ cm}$
$V_{cilindro} = 300\pi \text{ cm}^3$

Tarea: página 150 del Cuaderno de Ejercicios.

2.2 Comparación del volumen del prisma y la pirámide cuadrangular

P

Si se tiene un prisma y una pirámide que tienen una base cuadrangular congruente e igual altura, ¿cuántas veces cabe el volumen de la pirámide en el prisma?, ¿qué se puede concluir con el resultado obtenido?

Un poliedro es un cuerpo geométrico limitado por caras planas y que encierran un volumen.

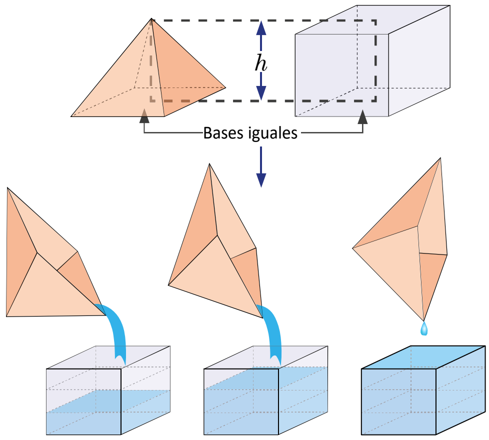
Una pirámide es un poliedro limitado por una sola base poligonal y por varias caras laterales, con forma triangular, que tienen un vértice común.

S

Para resolver la situación planteada es importante considerar que, tanto la pirámide como el prisma, están hechos de un material resistente al agua.

Para determinar cuántas veces cabe el volumen de la pirámide en el del prisma, se llena de agua la pirámide y se vierte en el prisma, se puede comprobar que este proceso se realiza 3 veces.

A partir de este resultado se concluye que el prisma tiene tres veces el volumen de la pirámide. Es decir, el volumen de la pirámide es la tercera parte del volumen del prisma.

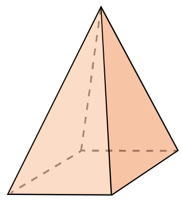


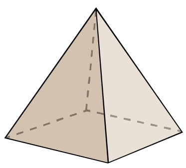
C

El volumen de la pirámide es igual a un tercio del producto del área de la base (A_B) por su altura (h):

$$V_{pirámide} = \frac{1}{3} \times A_B \times h$$

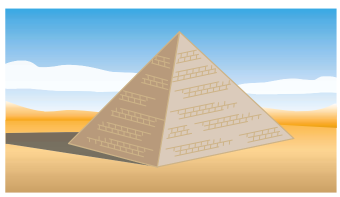
1. ¿Cuál es el volumen de una pirámide que tiene por base un cuadrado de lado 4 cm y tiene una altura de 9 cm? 48 cm^3





2. ¿Cuál es la altura de una pirámide que tiene por base un cuadrado de lado 2 cm y tiene por volumen 16 m^3? 12 cm

3. La Gran Pirámide de Giza es la única que perdura de las siete maravillas del mundo antiguo. Actualmente tiene una altura de 137 m y la base es un cuadrado de 230 m de lado. ¿Cuál es su volumen aproximado? 2 415 767 m^3



Indicador de logro

2.2 Determina la relación entre el volumen de un prisma y el de una pirámide, cuyas bases son congruentes y se utilizan para resolver problemas.

Secuencia

En la clase anterior se trabajó con el volumen de un prisma y un cilindro, realizando comparaciones entre el volumen de ambos, en esta clase se determinará la relación de los volúmenes entre el prisma y una pirámide cuando sus bases son congruentes.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Comparar el volumen de una pirámide cuadrangular con un prisma cuadrangular, que tenga base y altura congruentes, con el objetivo de verificar la relación entre volúmenes de estos cuerpos geométricos.

Ⓔ En la conclusión se obtiene la fórmula general para el volumen de una pirámide.

Solución de algunos ítems:

2. $V_{pirámide} = \frac{1}{3} \times A_B \times h$

$16\text{ cm}^3 = \frac{1}{3} \times 4\text{ cm}^2 \times h$

$16\text{ cm}^3 = \frac{4}{3}\text{ cm}^2 \times h$

$16\text{ cm} \times \frac{3}{4} = h$

$h = 12\text{ cm}$

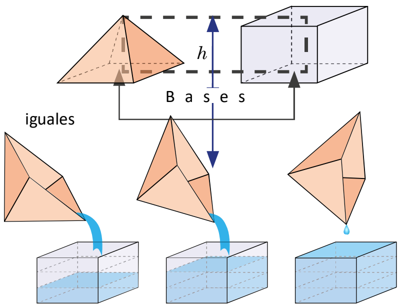
Materiales
Una pirámide y prisma cuadrangular con altura y base congruente.
Agua, arroz, maíz, maicillo, arena, etc., lo importante es ver la cantidad de veces que cabe el volumen de la pirámide cuadrangular en el prisma.

Posibles dificultades:
Para el problema 2, puede que los estudiantes tengan problemas con el despeje de la variable h, en este caso el docente debe orientarles al respecto.
Además, el problema en el Libro de texto dice que el volumen de la pirámide es 16 m^3, debe ser 16 cm^3.

Fecha: **U7 2.2**

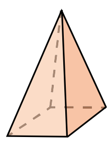
Ⓟ Si se tiene un prisma y una pirámide que tienen una base cuadrangular congruente e igual altura, ¿cuántas veces cabe el volumen de la pirámide en el prisma? ¿Qué se puede concluir con el resultado obtenido?

Ⓢ Se llena de agua la pirámide y se vierte en el prisma. A partir de este resultado se concluye que el prisma tiene tres veces el volumen de la pirámide, es decir, el volumen de la pirámide es la tercera parte del volumen del prisma.



Ⓡ

$V_{pirámide} = \frac{1}{3} \times A_B \times h$



$V_{pirámide} = \frac{1}{3} \times 16\text{ cm}^2 \times 9\text{ cm}$

$V_{pirámide} = 48\text{ cm}^3$

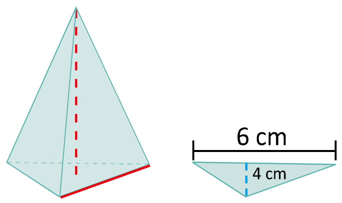
Tarea: página 151 del Cuaderno de Ejercicios.

Lección 2

2.3 Volumen de la pirámide triangular

P

Calcula el volumen de una pirámide de base triangular, si su base tiene las dimensiones mostradas en la figura y la altura de la pirámide es 7 cm.



Observa que la base en este ejemplo es triangular.

S

Se sabe que el volumen de una pirámide es igual a $V_{pirámide} = \frac{1}{3} A_B \times h$ y como en este caso la base es un triángulo, entonces el área de la base es:

$$A_B = \frac{1}{2} \times 6 \times 4 = \frac{6 \times 4}{2} = \frac{24}{2} = 12\ cm^2.$$

Luego, el volumen de la pirámide es: $V_{pirámide} = \frac{1}{3} \times 12 \times 7 = 28\ cm^3$.

C

El volumen de la pirámide triangular, se determina de manera similar al de la pirámide cuadrangular $V_{pirámide} = \frac{1}{3} \times A_B \times h$. En general, para una pirámide de base cualquiera el volumen se calcula de manera similar.

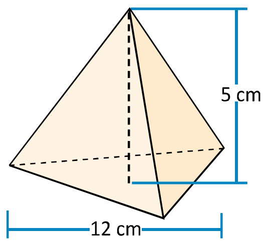
E

¿Cuál es el volumen de la pirámide mostrada si la altura del triángulo de la base es de 6 cm?

El área de la base es $A_B = \frac{1}{2} \times 12 \times 6 = \frac{12 \times 6}{2} = 36\ cm^2$.

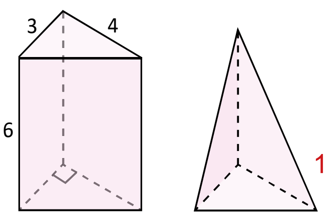
Por tanto, el volumen de la pirámide es:

$$V_{pirámide} = \frac{1}{3} A_B \times h = \frac{1}{3} \times 36 \times 5 = 60\ cm^3.$$



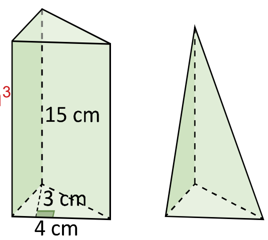
1. Para cada uno de los casos, calcula el volumen del prisma y luego el volumen de la respectiva pirámide:

a)



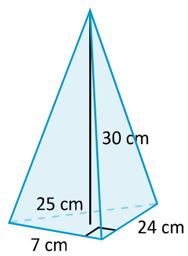
36 cm³ 12 cm³

b)



90 cm³ 30 cm³

2. Encuentra el volumen de una pirámide cuya base es 25 cm² y su altura es 9 cm.
   75 cm³
3. Encuentra el volumen de una pirámide cuyos lados del triángulo rectángulo, se muestran en la figura, y la altura de la pirámide mide 30 cm.
   840 cm³



Unidad 7

Indicador de logro

2.4 Calcula el volumen de una pirámide de base triangular utilizando la fórmula.

Secuencia

En la clase anterior se realizó la deducción del volumen de una pirámide cuadrangular, para esta clase se trabajará con la fórmula del volumen de la pirámide triangular.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Calcular el volumen de una pirámide triangular, mediante la fórmula general encontrada en la clase anterior.

Ⓔ En el ejemplo se busca que el estudiante encuentre el área de la base, comprendiendo que hay dos alturas, una de la base y la otra de la pirámide.

Solución de algunos ítems:

1. b) $A_B = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = \frac{12}{2} = 6 \text{ cm}^2$

$V_{prisma} = A_B \times h = 6 \times 15 = 90 \text{ cm}^3$

$V_{pirámide} = \frac{1}{3} \times V_{prisma} = \frac{1}{3} \times 90 \text{ cm}^3$

$= 30 \text{ cm}^3$

2. $V_{pirámide} = \frac{1}{3} A_B \times h = \frac{1}{3} \times 25 \times 9$

$= 75 \text{ cm}^3$

En cuanto al problema 3 de la fijación, el 25 no es un dato necesario para el cálculo del volumen indicado.

Observación:

- Es necesario aclarar que el triángulo base de la pirámide del Problema inicial es rectángulo.
- La base del triángulo es 12 cm, como se muestra en el Libro de texto.

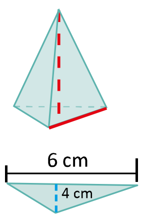
Posibles dificultades:

En el ejemplo, es posible que los estudiantes confundan la altura de la base con la altura de la pirámide o el prisma, en ese caso pedir que revisen la figura, y señalar cuál es la base, para que no haya confusión.

Fecha:

U7 2.3

Ⓟ Calcula el volumen de una pirámide de base triangular, si su base tiene las dimensiones mostradas en la figura y la altura es 7 cm.



Ⓢ Se encuentra primero el área de la base denominada A_B

$A_B = \frac{1}{2} \times 6 \times 4 = \frac{6 \times 4}{2} = \frac{24}{2} = 12 \text{ cm}^2$

Luego, el volumen de la pirámide es:

$V_{pirámide} = \frac{1}{3} \times 12 \times 7 = 28 \text{ cm}^3$

Ⓔ El área de la base es:

$A_B = \frac{1}{2} \times 12 \times 6 = \frac{12 \times 6}{2}$

$= 36 \text{ cm}^2$

$V_{pirámide} = \frac{1}{3} A_B \times h$

$= \frac{1}{3} \times 36 \times 5$

$= 60 \text{ cm}^3$

Ⓡ 1. a) $A_B = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = \frac{12}{2} = 6 \text{ cm}^2$

$V_{prisma} = A_B \times h = 6 \times 6 = 36 \text{ cm}^3$

$V_{pirámide} = \frac{1}{3} \times V_{prisma} = \frac{1}{3} \times 36 \text{ cm}^3 = 12 \text{ cm}^3$

Tarea: página 152 del Cuaderno de Ejercicios.

Lección 2

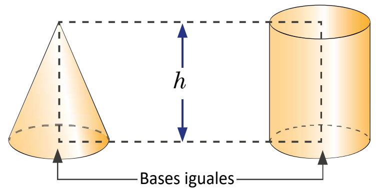
2.4 Volumen del cono

P

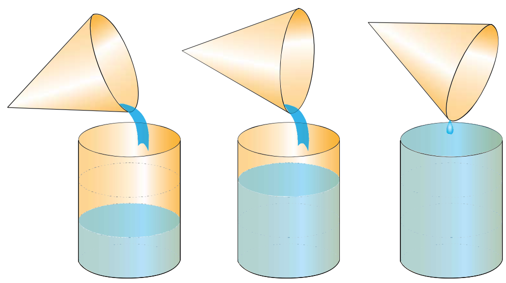
Se tiene un cilindro y un cono de bases congruentes, ¿cuántas veces cabe el volumen del cono en el cilindro?, ¿qué se puede concluir con el resultado obtenido?

S

Para resolver la situación planteada es importante considerar que tanto el cono como el cilindro están hechos de un material resistente al agua.



Para determinar cuántas veces cabe el volumen del cono en el del cilindro, se llena de agua el cono y se vierte en el cilindro, se puede comprobar que este proceso se realiza 3 veces.



A partir de este resultado se puede concluir que el cilindro tiene tres veces el volumen del cono. Es decir, el volumen del cono es la tercera parte del volumen del cilindro.

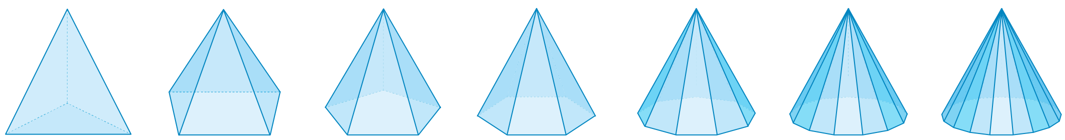
C

El volumen del cono es igual a un tercio del volumen del cilindro; es decir, es un tercio del producto del área de la base (A_B) por la altura (h).

$$V_{cono} = \frac{1}{3}A_B \times h = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

E

El volumen de una pirámide es igual a un tercio del área de su base por su altura. Observa la siguiente secuencia de cuerpos geométricos:

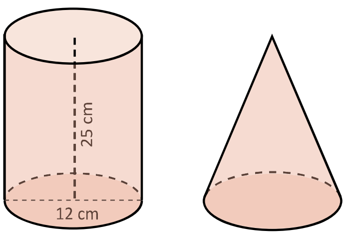


¿A qué figura se aproxima la base de la pirámide cuando aumentas su número de lados?

Solución.
La base se aproxima a un círculo. Así, cuando el número de lados de la base de una pirámide aumenta más y más, esta se aproxima a un cono.

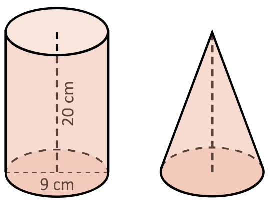
Calcula el volumen del cilindro, luego encuentra el volumen del cono de igual base y altura que el cilindro.

a)



900π cm^3 300π cm^3

b)



405π cm^3 135π cm^3

Indicador de logro

2.4 Determina la relación entre el volumen del cono y el cilindro de igual radio y altura.

Secuencia

En la clase anterior se trabajó con el volumen de la pirámide triangular, y en la clase 2.1 se dedujo el volumen del cilindro mediante el del prisma, ahora se determinará el volumen del cono mediante el del cilindro.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Comparar el volumen del cilindro con un cono que tenga base y altura congruentes, con el objetivo de verificar la relación entre los volúmenes de estos cuerpos geométricos.

Ⓔ En el Ejemplo se puede observar que entre más lados tenga la base de la pirámide más se acerca al volumen del cono.

Solución de algunos ítems:

b) $V_{cilindro} = A_B \times h = \pi r^2 h$

$V_{cilindro} = \pi(4.5)^2(20) = 405\pi \text{ cm}^3$

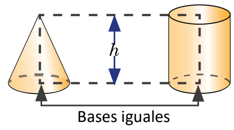
$V_{cono} = \frac{1}{3} V_{cilindro} = \frac{1}{3}(405 \text{ cm}^3) = 135\pi \text{ cm}^3$

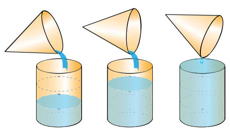
Materiales
Un cono y un cilindro. Se debe construir con un material en el que se pueda utilizar ya sea agua, granos de maíz, arroz o arena.

Fecha: **U7 2.4**

Ⓟ Se tiene un cilindro y un cono de bases congruentes, ¿cuántas veces cabe el volumen del cono en el cilindro? ¿Qué se puede concluir con el resultado obtenido?

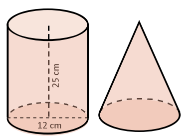
Ⓢ Se llena de agua el cono y se vierte en el cilindro. A partir de este resultado se concluye que el cilindro tiene tres veces el volumen del cono. Es decir, el volumen del cono es la tercera parte del volumen del cilindro.





Ⓔ Solución.
La base se aproxima a un círculo. Así, cuando el número de lados de la base de una pirámide aumenta más y más, esta se aproxima a un cono.

Ⓡ a)



$V_{cilindro} = A_B \times h = \pi r^2 h$

$V_{cilindro} = \pi(6)^2(25) = 900\pi \text{ cm}^3$

$V_{cono} = \frac{1}{3} V_{cilindro} = \frac{1}{3}(900\pi \text{ cm}^3)$

$= 300\pi \text{ cm}^3$

Tarea: página 153 del Cuaderno de Ejercicios.

Lección 2

2.5 Volumen de la esfera

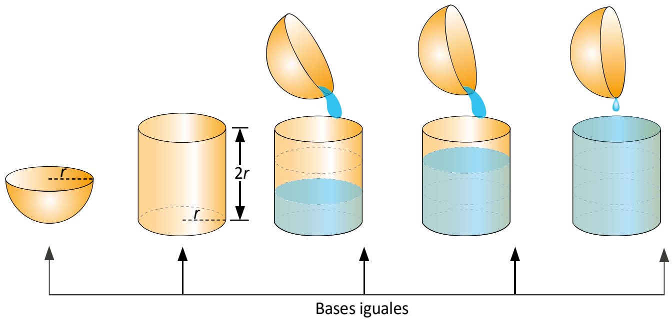
P

Se tiene una esfera y un cilindro con el mismo radio, la altura del cilindro es el diámetro de la esfera, ¿cuántas veces cabe el volumen de la esfera en el cilindro?, ¿qué puedes concluir con el resultado obtenido?

S

Para resolver la situación planteada es importante considerar que, tanto la esfera como el cilindro, están hechos de un material resistente al agua.

Se considera la mitad de una esfera hueca. Se llena de agua la mitad de la esfera y se vierte en el cilindro. Para llenar el cilindro se necesita hacer este procedimiento tres veces.



A partir de este resultado, se puede concluir que el volumen de la semiesfera es la tercera parte del volumen del cilindro; pero la esfera está formada por dos semiesferas. Entonces, el volumen de la esfera es dos terceras partes del volumen del cilindro.

El volumen de la esfera es igual a dos tercios del volumen de un cilindro que tenga el mismo radio y su altura sea igual al diámetro de la esfera. Es decir,

$$V_{esfera} = \frac{2}{3}(V_{cilindro}) = \frac{2}{3}\pi r^2 h \quad (\text{ pero } h \text{ del cilindro es } 2r)$$

$$= \frac{2}{3}\pi r^2(2r) = \frac{2}{3}(2\pi r^3) = \frac{4}{3}\pi r^3$$

A la mitad de una esfera se le conoce como semiesfera.

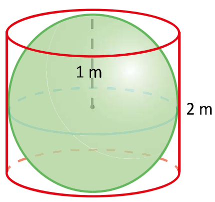
C

El volumen de la esfera es igual a dos tercios del volumen del cilindro; es decir, es dos tercios del producto del área de la base (A_B) por la altura (h).

$$V_{esfera} = \frac{2}{3}(V_{cilindro}) = \frac{4}{3}\pi r^3$$

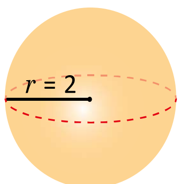
1. Calcula el volumen de una esfera inscrita en un cilindro de 2 m de altura.

$\frac{4}{3}\pi \text{ m}^3$



2. Determina el volumen de la siguiente esfera.

$\frac{32}{3}\pi\ u^3$



3. Calcula el volumen de una semiesfera de 10 cm de radio.

$\frac{2\,000}{3}\pi\ u^3$

Unidad 7

Indicador de logro

3.1 Determina la relación entre el volumen de la esfera y el cilindro con igual radio e igual altura.

Secuencia

En la clase anterior se trabajó con el volumen de un cono realizando la comparación con un cilindro, de manera similar se pretende realizar para el volumen de una esfera, para este caso se trabajará con una semiesfera y luego el resultado se multiplicará por dos.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Comparar el volumen del cilindro con una semiesfera que tenga radios congruentes, con el objetivo de verificar la relación entre los volúmenes de estos cuerpos geométricos.

Ⓒ En la conclusión se obtiene la fórmula general para el volumen de la esfera.

Solución de algunos ítems:

2. $V_{esfera} = \frac{4}{3}\pi r^3$
$V_{esfera} = \frac{4}{3}\pi(2)^3$
$V_{esfera} = \frac{32}{3}\pi\ u^3$

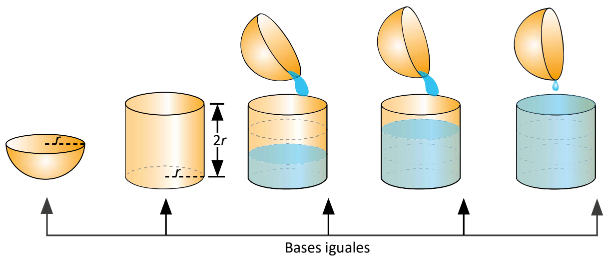
3. $V_{semiesfera} = \frac{1}{2}\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right)$
$V_{semiesfera} = \frac{1}{2}\left(\frac{4}{3}\pi(10)^3\right)$
$V_{semiesfera} = \frac{2\,000}{3}\ \text{cm}^3$

Materiales
Una semiesfera y un cilindro. Se deben construir con un material en el que se pueda utilizar ya sea agua, granos de maíz, arroz o arena.

Fecha: **U7 2.5**

Ⓟ Se tiene una esfera y un cilindro con el mismo radio, la altura del cilindro es el diámetro de la esfera, ¿cuántas veces cabe el volumen de la esfera en el cilindro? ¿Qué puedes concluir con el resultado obtenido?

Ⓢ



El volumen de la esfera es igual a dos tercios del volumen de un cilindro que tenga el mismo radio y su altura sea igual al diámetro de la esfera.

Ⓡ

$V_{cilindro} = A_B \times h = \pi r^2 h$

$V_{cilindro} = \pi(1)^2(2) = 2\pi\ \text{m}^3$

$V_{esfera} = \frac{2}{3}V_{cilindro}$

$= \frac{2}{3}(2\pi\ \text{m}^3)$

$V_{esfera} = \frac{4}{3}\pi\ \text{m}^3$

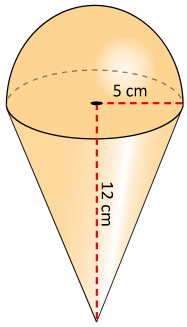
Tarea: página 154 del Cuaderno de Ejercicios.

Lección 3 Aplicaciones de volúmenes

3.1 Volumen de sólidos compuestos

P

Calcula el volumen del siguiente sólido:



Puedes descomponer el sólido en cuerpos geométricos conocidos.

S

Primero se encuentra el volumen de la semiesfera:

$$\frac{1}{2}V_{esfera} = \frac{1}{2}\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right) = \frac{4}{6}(\pi \times 5^3) = \frac{500}{6}\pi = \frac{250}{3}\pi = 83.3\pi \text{ cm}^3.$$

Luego se encuentra el volumen del cono:

$$V_{cono} = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \times 5^2 \times 12 = 100\pi \text{ cm}^3.$$

Entonces el volumen del sólido es:

$$V = \frac{1}{2}V_{esfera} + V_{cono} = \frac{250}{3}\pi \text{ cm}^3 + 100\pi \text{ cm}^3 = \frac{550}{3}\pi \text{ cm}^3 \approx 183.3\pi \text{ cm}^3.$$

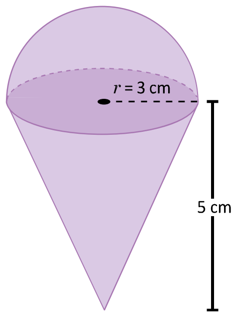
C

Para determinar el volumen de sólidos compuestos, se realiza lo siguiente:

- Se descompone el sólido en cuerpos geométricos conocidos y se calculan sus volúmenes.
- Se suman los volúmenes calculados.

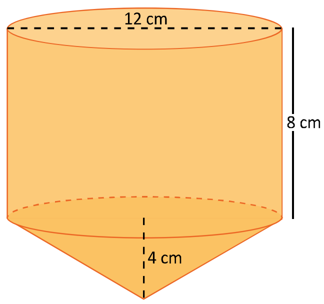
Calcula el volumen de los siguientes sólidos:

a)



33π cm^3

b)



336π cm^3

150

Indicador de logro

3.1 Utiliza las fórmulas de volúmenes de sólidos geométricos, para determinar el volumen de sólidos compuestos.

Secuencia

En las clases anteriores se dedujeron los volúmenes de algunos sólidos geométricos, en esta clase se utilizarán para calcular el volumen de algunos sólidos compuestos.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Encontrar el volumen total de sólidos compuestos, utilizando las fórmulas que se dedujeron en las clases anteriores, para ello se desarrollará cada uno de los sólidos individuales y luego se sumarán.

Ⓒ En la conclusión se destacan los pasos a seguir para determinar el volumen de los sólidos compuestos.

Solución de algunos ítems:

b) $V_{cilindro} = A_B \times h = \pi r^2 h$

$V_{cilindro} = \pi(6)^2(8) = 288\pi \text{ cm}^3$

$V_{cono} = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \times 6^2 \times 4$

$= \frac{144}{3}\pi \text{ cm}^3 = 48\pi \text{ cm}^3$

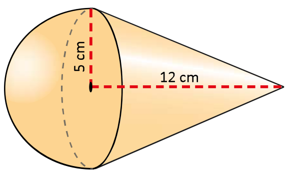
$V = V_{cilindro} + V_{cono} = 288\pi \text{ cm}^3 + 48\pi \text{ cm}^3$

$= 336\pi \text{ cm}^3$

Fecha:

U7 3.1

Ⓟ Calcula el volumen del siguiente sólido:



Ⓢ $\frac{1}{2}V_{esfera} = \frac{1}{2}\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right) = \frac{4}{6}(\pi \times 5^3)$

$= \frac{500}{6}\pi = \frac{250}{3}\pi = 83.3\pi \text{ cm}^3$

$V_{cono} = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \times 5^2 \times 12 = 100\pi \text{ cm}^3$

$V = \frac{1}{2}V_{esfera} + V_{cono} = \frac{250}{3}\pi \text{ cm}^3 + 100\pi \text{ cm}^3$

$= \frac{550}{3}\pi \text{ cm}^3 \approx 183.3\pi \text{ cm}^3$

Ⓡ a) $V_{semiesfera} = \frac{1}{2}\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right)$

$= \frac{4}{6}(\pi \times 3^3) = \frac{108}{6}\pi$

$= 18\pi \text{ cm}^3$

$V_{cono} = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \times 3^2 \times 5$

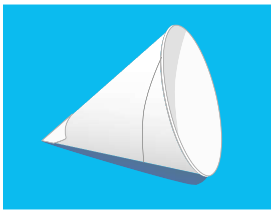
$= \frac{45}{3}\pi \text{ cm}^3 = 15\pi \text{ cm}^3$

$V = V_{semiesfera} + V_{cono} = 18\pi \text{ cm}^3 + 15\pi \text{ cm}^3$
$= 33\pi \text{ cm}^3$

Tarea: página 155 del Cuaderno de Ejercicios.

3.2 Practica lo aprendido

1. Un vaso de papel en forma de cono tiene un radio de 3 cm y una altura de 9 cm, ¿cuánta agua puede contener?
   27π cm^3
   2.87 fl oz



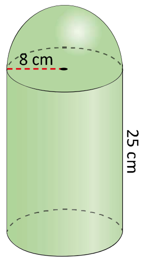
Puedes considerar que

1 cm^3 = 1 ml = 0.0338135 fl oz
(fl oz: onzas fluidas).

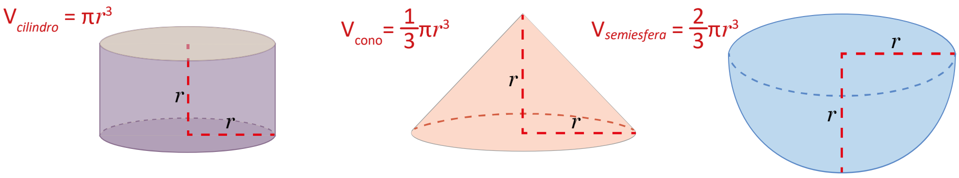
2. ¿Qué cantidad de agua puede almacenar un recipiente esférico con radio igual a 18 cm?
   $7\,776\pi$ cm^3 o bien 826.03 fl oz.

3. Calcula el volumen de una pelota cuyo diámetro mide 16 cm.
   $\frac{2\,048}{3}\pi$ cm^3

4. Calcula el volumen del siguiente cuerpo geométrico:
   $\frac{5\,824}{3}\pi$ cm^3



5. Compara los volúmenes de los tres cuerpos, ¿qué relación encuentras entre ellos?



6. Si el radio de la Tierra es de 6 370 km, calcula el volumen de nuestro planeta utilizando distintas aproximaciones del número π:
   a) 3 b) 3.14 c) π

a) 1 033 899 412 000 km^3 b) 1 082 148 051 000 km^3 c) 1 082 696 932 000 km^3

7. Encuentra el volumen de un depósito cilíndrico cuya circunferencia de la base (longitud de la circunferencia) mide 8π m y la altura 6.3 m.
   100.8π m^3

8. Un laboratorio farmacéutico envasa alcohol en frascos de forma cilíndrica, que miden 4 cm de diámetro y 10 cm de altura. Calcula la capacidad en litros de cada frasco de alcohol.
   0.04π l

Indicador de logro

3.3 Resuelve ejercicios y problemas correspondientes a volúmenes de sólidos.

Solución de algunos ítems:

1. $V_{cono} = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \times 3^2 \times 9$

$= \frac{81}{3}\pi \text{ cm}^3 = 27\pi \text{ cm}^3$

Luego para encontrar la cantidad de agua que puede contener el cono hay que multiplicar el resultado por 0.0338135 fl oz.

Es decir, si 1 cm³ = 0.0338135 fl oz, entonces $1 = \frac{0.0338135\ fl \text{ oz}}{1 \text{ cm}^3}$

$27\pi \text{ cm}^3 = 27\pi \text{ cm}^3$

$= 2.87\ fl$ oz

2. $V_{esfera} = \frac{4}{3}\pi r^3$

$V_{esfera} = \frac{4}{3}\pi(18)^3 = 7776\pi \text{ cm}^3$

$7\,776\pi \text{ cm}^3 = 7\,776\pi \text{ cm}^3\left(\frac{0.0338135\ fl \text{ oz}}{1 \text{ cm}^3}\right)$

$= 826.03\ fl$ oz

3. $V_{esfera} = \frac{4}{3}\pi r^3$

$V_{esfera} = \frac{4}{3}\pi(8)^3 = \frac{2\,048}{3}\pi \text{ cm}^3$

4. $V_{semiesfera} = \frac{1}{2}\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right) = \frac{4}{6}(\pi \times 8^3)$

$= \frac{2\,048}{6}\pi = \frac{1\,024}{3}\pi \text{ cm}^3$

$V_{cilindro} = A_B \times h = \pi r^2 h$

$V_{cilindro} = \pi(8)^2(25) = 1\,600\pi \text{ cm}^3$

$V = V_{semiesfera} + V_{cilindro}$

$= \frac{1\,024}{3}\pi \text{ cm}^3 + 1\,600\pi \text{ cm}^3$

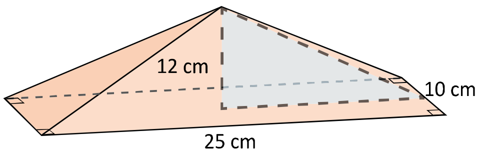
$= \frac{5\,824}{3}\pi \text{ cm}^3$

Observación:
Para el ejercicio 6, dependiendo del instrumento que se utilice para el cálculo, pueden variar los últimos dígitos.

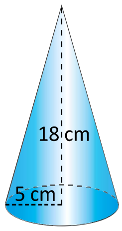
Tarea: página 156 del Cuaderno de Ejercicios.

3.3 Practica lo aprendido

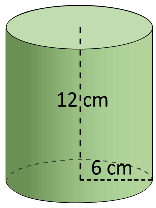
1. Encuentra el volumen de los siguientes sólidos.



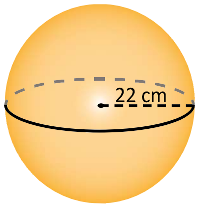
$1\,000$ cm^3



150π cm^3



432π cm^3



$\frac{42\,592}{3}\pi$ cm^3

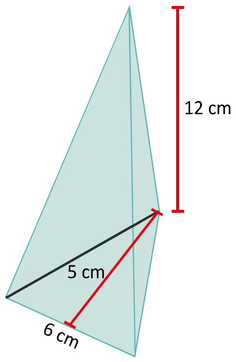
2. Si un cilindro de radio 5 cm tiene un volumen de 300π cm^3, ¿cuál es su altura?
   12 cm

3. Encuentra la altura de un cilindro cuyo volumen es de 60π cm^3 y el radio de la base es de 8 cm.
   $\frac{15}{16}$ cm

4. Encuentra el volumen de un cilindro de 15 cm de altura y 8 cm de diámetro.
   240π cm^3

5. La base de una pirámide regular es un cuadrado de 10 cm de lado. Su altura es de 15 cm. Encuentra su volumen.
   500 cm^3

6. Calcula el volumen de una pirámide triangular que tiene de altura 12 cm y las características del triángulo base son: 5 cm de altura y 6 cm de base.
   60 cm^3



7. ¿Cuál es la altura de un cono que tiene un volumen de 135π cm^3 y 9 cm de radio? 5 cm

8. Calcula el volumen de un cono de 4 cm de radio de la base y 9 cm de altura. 48π cm^3

9. Encuentra el radio de una esfera cuyo volumen es 36π cm^3. 3 cm

Indicador de logro

3.3 Resuelve ejercicios y problemas correspondientes a volúmenes de sólidos.

Solución de algunos ítems:

1. a) $V_{pirámide} = \frac{1}{3}A_b h = \frac{1}{3}(250) \times 12$

$= \frac{3\,000}{3}$ cm^3

$= 1\,000$ cm^3

b) $V_{cono} = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$V_{cono} = \frac{1}{3}\pi(5)^2(18) = 150\pi$ cm^3

c) $V_{cilindro} = \pi r^2 h = \pi(6)^2(12)$ cm^3

$V_{cilindro} = 432\pi$ cm^3

d) $V_{esfera} = \frac{4}{3}\pi r^3$

$V_{esfera} = \frac{4}{3}\pi(22)^3 = \frac{42\,592}{3}\pi$ cm^3

2. $V_{cilindro} = \pi r^2 h$

300π cm$^3 = \pi(5 \text{ cm})^2 h$

$h = \frac{300\pi \text{ cm}^3}{25\pi \text{ cm}^2} = 12$ cm

3. $V_{cilindro} = \pi r^2 h$

60π cm$^3 = \pi(8 \text{ cm})^2 h$

$h = \frac{60\pi \text{ cm}^3}{64\pi \text{ cm}^2} = \frac{15}{16}$ cm

$h = \frac{15}{16}$ cm

4. $V_{cilindro} = \pi r^2 h = \pi(4)^2(15)$ cm^3

$V_{cilindro} = 240\pi$ cm^3

5. $V_{pirámide} = \frac{1}{3}A_b h = \frac{1}{3}(100) \times 15$

$V_{pirámide} = 500$ cm^3

6. $A_B = \frac{1}{2} \times 5 \times 6 = \frac{30}{2} = 15$ cm^2

$V_{pirámide} = \frac{1}{3}A_b h = \frac{1}{3}(15) \times 12$

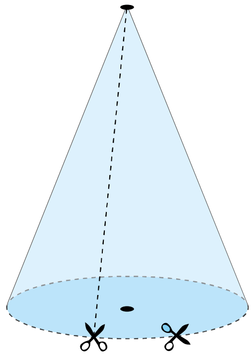
$V_{pirámide} = 60$ cm^3

Tarea: página 157 del Cuaderno de Ejercicios.

4.1 Desarrollo del cono y longitud de arco

P

Dado un cono de papel, se hace un corte como indica la figura, y además, se corta el círculo por la orilla, pero sin despegarlo del resto del cono:



a) ¿Qué figura se obtiene? Dibújalo en tu cuaderno.

b) ¿Cómo se llama la figura que se obtuvo?

c) Describe qué figuras geométricas que ya conoces aparecen en el cono desplegado.

d) Identifica, sobre tu dibujo, las generatrices y el radio del cono, ¿cuál es la longitud de arco que forma el patrón de un cono?

S

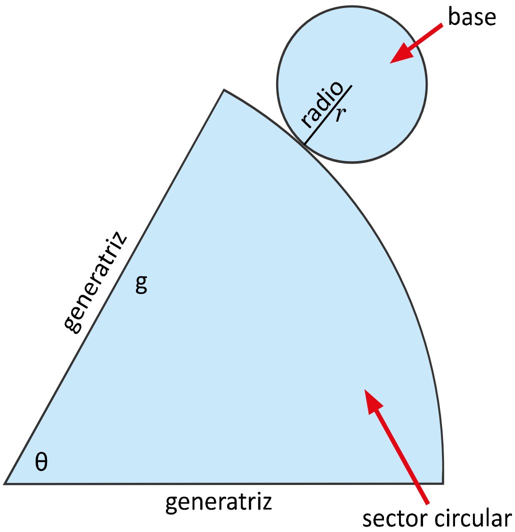
a) Al cortar el cono como sugiere la indicación, se obtiene una figura compuesta, tal como se muestra en la imagen de la derecha.

b) Una figura plana compuesta que describe un sólido geométrico, se conoce como **patrón** o **plano desarrollado** del sólido.

c) En el patrón del cono aparece un círculo con radio r, que corresponde al radio del cono y un sector circular, cuyo radio es la generatriz g del cono.

d) La circunferencia de la base es $2\pi r$, si se vuelve a armar el cono, el arco del sector circular se enrolla en la circunferencia de la base. Así, el arco tiene una longitud de

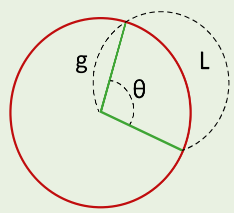
$$L = 2\pi r$$



Otra forma de calcularlo es tomando el radio del sector circular como g, y el ángulo central que es la porción del círculo limitada por dos radios, que son las generatrices del cono; el arco del sector circular es $\frac{\theta}{360}$ veces la circunferencia del círculo que forma el sector, así la longitud del arco del sector es:

$$L = 2\pi g \times \frac{\theta}{360°} = \frac{\theta}{180°}\pi g$$

Un sector circular es la porción de círculo limitada por dos radios, que forman el ángulo central θ.



Unidad 7

El patrón del cono está compuesto por un círculo de radio r, que es el radio del cono; y por un sector circular, cuyo radio es la generatriz del cono y el ángulo central θ.

Las fórmulas para calcular la longitud de arco de un sector circular son:

$$L = 2\pi r \;...(1)$$

$$L = \frac{\theta}{180°}\pi g \;...(2)$$

Encuentra la longitud de arco en los siguientes casos:

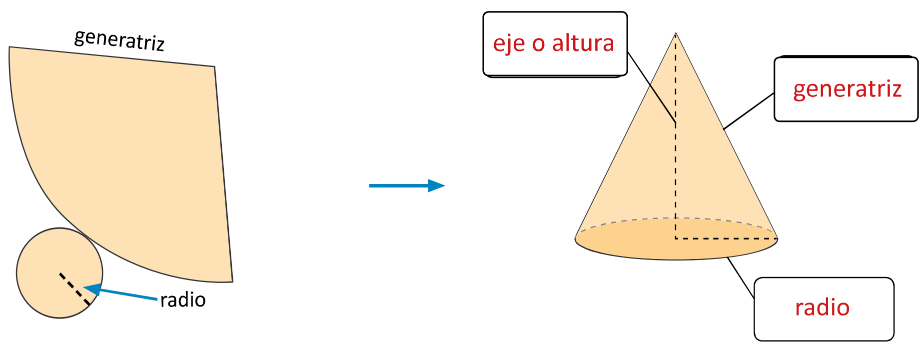
a) El radio de la base es r = 8 cm
b) La generatriz g = 12 cm y el ángulo central θ = 240°

Solución.
a) $L = 2\pi r$; entonces, $L = 2\pi \times 8 = 16\pi$; o bien,

b) $L = \frac{\theta}{180°}\pi g$; entonces, $L = \frac{240°}{180°}\pi \times 12 = \frac{4}{3}\pi \times 12 = 4\pi \times 4 = 16\pi$.

Es importante observar que los elementos conocidos son los que determinan la fórmula que se utilizará para calcular la longitud de arco.

1. Dada la siguiente figura del patrón del cono, escribe el nombre a los elementos indicados.



2. Encuentra la longitud de arco de un cono, cuya generatriz mide 10 cm y el ángulo central es 60°.

$\frac{10}{3}\pi$ cm

3. Encuentra la longitud de arco de un cono, cuyo radio mide 5 cm.

10π cm

Indicador de logro

4.1 Identifica los elementos del patrón del cono.

Secuencia

En esta clase se pretende visualizar a detalle cada uno de los elementos del patrón o plano desarrollado del cono, para ello se realizan recortes al cono y se despliega para visualizar las figuras planas que lo forman. Además, se aborda la longitud de arco.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Identificar los elementos del cono, mediante el plano desarrollado, donde se muestran las figuras geométricas involucradas, a la vez que se encuentra la longitud de arco, la cual se utilizará más adelante para encontrar el área de un cono.

Solución de algunos ítems:

2. $L = \frac{\theta}{180°}\pi g$; entonces,

$L = \frac{60°}{180°}\pi \times 10$

$= \frac{1}{3}\pi \times 10 = \frac{10}{3}\pi$ cm

3. $L = 2\pi r$ entonces,
 $L = 2\pi \times 5 = 10\pi$ cm.

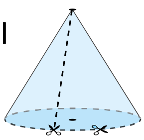
Posibles dificultades:
En esta clase pueden surgir dificultades para definir la longitud de arco, que en realidad es trabajar con la base de la circunferencia que es $2\pi r$, para esto es importante que los estudiantes recuerden cuál es la longitud de la circunferencia.

Además, es posible que se les dificulte a los estudiantes comprender una forma alternativa para encontrar la longitud de arco, en este caso explicar que esta consiste en convertir los grados a radianes y como en una vuelta completa hay 360° por eso el ángulo se divide entre esos grados. Como la generatriz del sector circular coincide con el radio, se tiene la siguiente fórmula:

$$L = 2\pi g \times \frac{\theta}{360°} = \frac{\theta}{180°}\pi g$$

Fecha: **U7 4.1**

Ⓟ a) Dibuja la figura que se obtiene al recortar el cono.
b) ¿Cómo se llama la figura que se obtuvo?



c) Describe qué figuras geométricas aparecen en el cono desplegado.
d) Identifica, sobre tu dibujo, las generatrices y el radio del cono. ¿Cuál es la longitud de arco que forma el patrón de un cono?

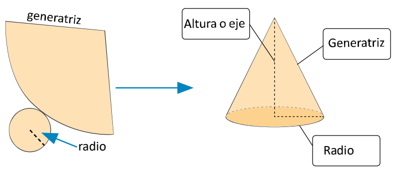
Ⓢ a) Una figura compuesta.
b) Patrón o plano desarrollado.
c) Un círculo con radio r, y un sector circular de radio g.
d) El arco tiene una longitud de: $L = 2\pi r$ o
$L = 2\pi g \times \frac{\theta}{360°} = \frac{\theta}{180°}\pi g$.

Ⓔ a) $L = 2\pi r$, entonces $L = 2\pi \times 8$
$= 16\pi$;

b) $L = \frac{\theta}{180°}\pi g$, entonces

$L = \frac{240°}{180°}\pi \times 12 = \frac{4}{3}\pi \times 12 = 4\pi \times 4$
$= 16\pi$

Ⓡ 1.



Tarea: página 158 del Cuaderno de Ejercicios.

Lección 4

4.2 Relación entre los elementos del patrón del cono

P

Utilizando las fórmulas de la clase anterior, determina las medidas de los siguientes elementos:

1. El radio r, dado el ángulo central θ del sector circular y la generatriz g del cono.
2. El ángulo central θ del sector circular, dada la generatriz g y el radio r del cono.
3. La generatriz g, dado el ángulo central θ y la longitud de arco del sector circular.
4. La generatriz g dado ángulo central θ y del arco del sector circular L.

S

Se tienen las siguientes fórmulas; encuentra la longitud de arco L:

$L = 2\pi r$ ....(1) $\qquad L = \frac{\theta}{180°}\pi g$ ....(2)

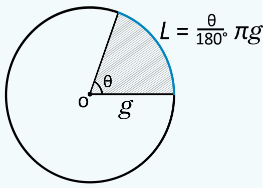
1. Por (1) y (2), se obtiene la siguiente relación:

$$2\pi r = \frac{\theta}{180°}\pi g$$

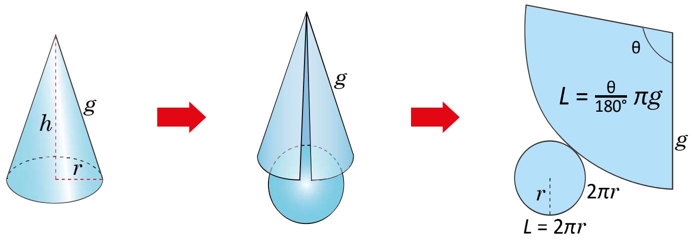
$$r = \frac{\theta}{360°}g \text{ .... (3)}$$

2. Por (3), $\theta = \frac{360°}{g}r$ .... (4)
3. Por (3), $g = \frac{360°}{\theta}r$ .... (5)
4. Por (2), $g = \frac{180°}{\theta\pi}L$ .... (6)

Longitud de arco de un sector circular.



Con el ángulo central θ y generatriz g.



C

Las medidas del cono se pueden calcular cuando la relación de la circunferencia de la base es igual a la longitud de arco del sector circular, es decir:

$$L = 2\pi r \text{ ....(1)}, \; 2\pi r = \frac{\theta}{180°}\pi g$$

Radio del cono: r
Ángulo central del sector circular: θ
Generatriz del cono: g
Longitud del arco del sector circular: L

E

Encuentra el ángulo central θ del sector circular, dada la generatriz g = 30 cm y el radio del cono r = 4 cm.

Solución.

Como $2\pi r = \frac{\theta}{180°} \times \pi g$; luego $\theta = \frac{360°}{g} \times r$, sustituyendo los valores se tiene:

$$\theta = \frac{360°}{g} \times r = \frac{360°}{30} \times 4 = 48°; \text{ entonces, } \theta = 48°.$$

1. Encuentra el ángulo θ del sector circular del plano desarrollado del cono, si la generatriz g = 18 cm y el radio del cono es r = 9 cm. 180°
2. Encuentra el radio r de un cono, si su generatriz g = 6 cm y el ángulo del sector circular del desarrollo del cono es θ = 120°. 2 cm
3. Encuentra la generatriz del desarrollo del cono, si su radio mide 4 cm y el ángulo central del sector circular mide 60°. 24 cm
4. Encuentra la generatriz del desarrollo del cono, si su ángulo es θ = 120° y la longitud de su arco es L = 8π cm. 12 cm

Indicador de logro

4.2 Determina la relación entre los elementos del patrón del cono.

Secuencia

En la clase anterior se encuentran las fórmulas que se pueden utilizar para la longitud de arco, por lo que a partir de ellas se puede deducir la relación entre los elementos que existen en el patrón del cono.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Determinar la relación entre los elementos del patrón del cono, para ello los estudiantes realizarán los despejes necesarios para encontrar 4 fórmulas.

Ⓒ Con el ejemplo se espera que el estudiante pueda encontrar el ángulo θ, utilizando las dos fórmulas encontradas en la clase anterior.

Solución de algunos ítems:

1. $2\pi r = \frac{\theta}{180°} \times \pi g;$

$\theta = \frac{360°}{g} \times r = \frac{360°}{18} \times 9 = 180°$

2. Usando la siguiente fórmula se tiene:
$r = \frac{\theta}{360°}g = \frac{120°}{360°} \times 6 = 2$ cm

3. $g = \frac{360°}{\theta}r = \frac{360°}{60°} \times 4 = 24$ cm

4. $g = \frac{180°}{\theta\pi}L = \frac{180°}{120°\pi} \times 8\pi = 12$ cm

Fecha: **U7 4.2**

Ⓟ Utilizando las fórmulas de la clase anterior, determina las medidas de los siguientes elementos:
1. El radio r, dado el ángulo central θ del sector circular y la generatriz g del cono.
2. El ángulo central θ del sector circular, dada la generatriz g y el radio r del cono.
3. La generatriz g, dado el ángulo central θ y la longitud de arco del sector circular.
4. La generatriz g dado el ángulo central θ y del arco del sector circular L.

Ⓢ 1. De la relación $L = 2\pi r = \frac{\theta}{180°}\pi g$ se tiene que $r = \frac{\theta}{360°}g$.

2. $\theta = \frac{360°}{g}r$ 3. $g = \frac{360°}{\theta}r$

4. $g = \frac{180°}{\theta\pi}L$

Ⓔ Como $2\pi r = \frac{\theta}{180°} \times \pi g$,
luego $\theta = \frac{360°}{g} \times r$
sustituyendo los valores se tiene:
$\theta = \frac{360°}{g} \times r = \frac{360°}{30} \times 4 = 48°$;

Ⓡ 1. $2\pi r = \frac{\theta}{180°} \times \pi g;$
luego $\theta = \frac{360°}{g} \times r = \frac{360°}{18} \times 9$
$\theta = 180°$

Tarea: página 159 del Cuaderno de Ejercicios.

4.3 Área superficial del cono

P

El patrón del cono está formado por los siguientes elementos:

a) La cara lateral del cono que es un sector circular con ángulo $\theta = \frac{360°}{g} \times r$, g es la generatriz del cono, el cual es el radio del sector circular,

b) Un círculo de radio r.

Expresa el área de la cara lateral y del círculo del cono. ¿Cuál es su área total?

S

a) El área lateral del cono $A_{Lateral}$, es el área del sector circular en el patrón del cono, el cual es proporcional al área total del círculo con el radio g; πg^2, por el ángulo central θ del sector circular:

$$A_{Lateral} = \pi g^2 \times \frac{\theta}{360°} \quad ... (1)$$

Luego por (1) y sustituyendo $\theta = \frac{360°}{g} \times r$ en (1), se tiene:

$$\begin{aligned} A_{Lateral} &= \pi g^2 \times \frac{\theta}{360°} \\ &= \pi g^2 \times \frac{1}{360°} \times \theta \\ &= \pi g^2 \times \frac{1}{360°} \times \frac{360°}{g} \times r. \\ A_{Lateral} &= \pi r g \end{aligned}$$

b) El área de la base es: $A_{Base} = \pi r^2$.

El área total será la suma del área lateral más el área de la base, es decir:

$$A_{Total} = A_{Lateral} + A_{Base} = \pi r g + \pi r^2 = \pi r(g + r).$$

C

Se utiliza el plano desarrollado del cono para calcular su área lateral y total, cuando el radio del cono es r y la generatriz es g:

Área lateral $A_{Lateral}$: Es el área del sector circular que aparece en el desarrollo del cono. Su área está dada por:

$$A_{Lateral} = \pi r g$$

Área total A_{Total}: Es la suma del área lateral y el área de la base.

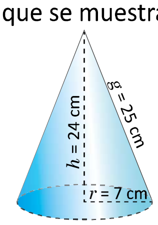
Como la base del cono es un círculo, se tiene que el área total es:

$$A_{Total} = A_{Lateral} + A_{Base} = \pi r g + \pi r^2 = \pi r(g + r).$$

1. Calcula el área lateral y total del cono que se muestra en la figura:

$A_{Lateral} = 175\pi$ cm²

$A_{Total} = 224\pi$ cm²



2. Encuentra la generatriz de un cono que tiene las siguientes especificaciones: radio de $r = 6$ cm y una área lateral de $A_{Lateral} = 120\pi$ cm². 20 cm

Indicador de logro

4.3 Determina el área total del cono a partir de su patrón o plano desarrollado.

Secuencia

En la clase anterior se encuentran las fórmulas para poder deducir los elementos del cono, ahora se buscará que el estudiante pueda encontrar el área superficial del cono.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Determinar el área total del cono, para ello se calculará el área lateral y el área de su base que es un círculo.

Solución de algunos ítems:

2. $A_{Lateral} = \pi r g$

$120\pi \text{ cm}^2 = \pi(6 \text{ cm})g$

$g = \dfrac{120\,\pi \text{ cm}^2}{6\,\pi \text{ cm}} = 20 \text{ cm}$

Fecha: **U7 4.3**

Ⓟ Encontrar en el patrón del cono el área de lo siguiente:

a) La cara lateral del cono que es un sector circular con ángulo $\theta = \frac{360°}{g} \times r$, g es la generatriz del cono, la cual es el radio del sector circular.

b) Un círculo de radio r.

Ⓢ a) El área lateral del cono $A_{Lateral}$, es el área del sector circular en el patrón del cono, el cual es proporcional al área total del círculo con el radio g; πg^2, por el ángulo central θ del sector circular:

$$A_{Lateral} = \pi g^2 \times \frac{\theta}{360°} \ldots (1)$$

Luego por (1) y sustituyendo $\theta = \frac{360°}{g} \times r$ en (1), se tiene:

$$A_{Lateral} = \pi r g$$

El área de la base es: $A_{Base} = \pi r^2$

$A_{Total} = A_{Lateral} + A_{Base} = \pi r g + \pi r^2 = \pi r(g + r)$

Ⓡ $A_{Lateral} = \pi r g = \pi(7)(25) = 175\pi \text{ cm}^2$

$A_{Base} = \pi(7)^2 = 49\pi \text{ cm}^2$

$A_{Total} = 175\pi \text{ cm}^2 + 49\pi \text{ cm}^2$

$A_{Total} = 224\pi \text{ cm}^2$

Tarea: página 160 del Cuaderno de Ejercicios.

Lección 4

4.4 Área superficial de la esfera

P

Se tiene una esfera y un círculo de radio r, ¿qué relación existe entre el área de la esfera comparada con la del círculo?, ¿qué se puede concluir sobre el área de la esfera?

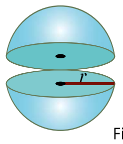
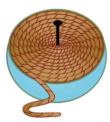
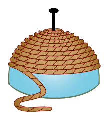
S

Para resolver esta situación, es necesario tomar una esfera que se pueda cortar, un cordel y un clavo. Luego se realiza lo siguiente:

1. Se corta la esfera en 2 partes iguales, formando así dos semiesferas (ver figura A).
2. Se fija el cordel en el centro del círculo de una de las semiesferas, se enrolla hasta cubrir todo el círculo y se corta lo que sobra (ver figura B); luego se desenrolla el cordel utilizado.
3. Se fija el cordel sobre uno de los polos de la esfera y se enrolla (ver figura C), se repite este proceso hasta cubrir la esfera.

Al hacer este procedimiento, debes tomar en cuenta que para recubrir totalmente la esfera, es necesario cortar 3 pedazos de cordel con igual longitud que el primero.

Con este resultado, se tiene que el área superficial de la esfera es cuatro veces el área del círculo de igual radio.

Corta por el medio una esfera (bola) de radio r	Envuelve el cordel alrededor de un alfiler colocado en el centro de la región circular	Envuelve el cordel alrededor del hemisferio
 Figura A	 Figura B	 Figura C

C

Como el área de un círculo de radio r es igual a πr^2, entonces el área superficial de la esfera es:

$$A_{\text{esfera}} = 4\pi r^2$$

E

Otra forma de ver el área de la esfera

Al comparar el área de la esfera con el área lateral de un cilindro, cuyo radio sea igual al de la esfera y su altura es el diámetro de la esfera, ¿qué se obtiene?, ¿cuál es la relación entre el área de la esfera y el área lateral del cilindro?

Se puede hacer la misma actividad anterior, pero ahora cubriendo el cilindro con el cordel y luego cubrir la esfera con ese mismo cordel.

Solución.
Se puede concluir que, el área de una esfera de radio r es igual al área lateral de un cilindro de radio r y altura $2r$. Es decir, $A = 2\pi rh = 2\pi r(2r) = 4\pi r^2$.

1. ¿Cuál será el área total de una esfera cuyo diámetro es igual a 12 cm? 144π cm^2

2. ¿Cuál es el diámetro de una esfera cuya área es igual a 144π cm^2? 12 cm

Indicador de logro

4.4 Determina la relación entre el área superficial de una esfera y el área del círculo de igual radio.

Secuencia

En la clase anterior se trabajó con el área lateral y total del cono, para esta clase se calculará el área superficial de la esfera, determinando la relación entre esta y el área del círculo de igual radio.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Determinar la relación entre el área superficial de una esfera y el área del círculo de igual radio, realizando el experimento con un cordel y una esfera.

Con el ejemplo se busca que el estudiante también conozca la relación para encontrar el área superficial de una esfera con el área superficial del cilindro, el cual se encontró en la Unidad 8 de séptimo grado. De esta manera el estudiante tendría otra alternativa para encontrar el área de una esfera.

Solución de algunos ítems:

2. $A_{esfera} = 4\pi r^2$

$144\pi \text{ cm}^2 = 4\pi r^2$

$r^2 = 36 \text{ cm}^2$

r = 6 cm por lo que el diámetro es 12 cm, también se puede utilizar el problema 1 para deducir que el diámetro es 12 cm.

Fecha: **U7 4.4**

Ⓟ Se tiene una esfera y un círculo de radio r, ¿qué relación existe entre el área de la esfera comparada con la del círculo?, ¿qué se puede concluir sobre el área de la esfera?

Ⓢ

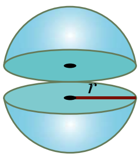


Figura A

Se corta la esfera en dos partes iguales.

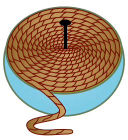


Figura B

Envuelve el cordel alrededor de un alfiler colocado en el centro de la región circular.

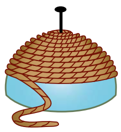


Figura C

Envuelve el cordel alrededor del hemisferio.

En conclusión, el área de la esfera es cuatro veces el área del círculo, entonces: $A_{esfera} = 4\pi r^2$.

Ⓔ Se puede concluir que, el área de una esfera de radio r es igual al área lateral de un cilindro de radio r y altura $2r$. Es decir, $A = 2\pi rh = 2\pi r(2r) = 4\pi r^2$

Ⓡ 1. $A_{esfera} = 4\pi r^2$

$A_{esfera} = 4\pi(6)^2$

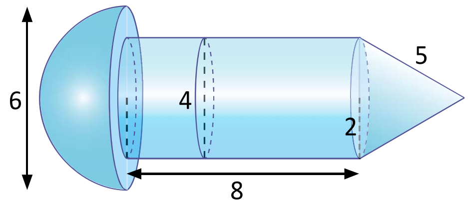
$A_{esfera} = 144\pi \text{ cm}^2$

Tarea: página 161 del Cuaderno de Ejercicios.

5.1 Areas superficiales en sólidos compuestos

P

Encuentra el área superficial del siguiente sólido:



Área de la semiesfera:	$A_{semiesfera} = \frac{1}{2}(4\pi r^2)$
Área lateral del cilindro:	$A_{Lateral} = 2\pi rh$
Área lateral del cono:	$A_{Lcono} = \pi rg$
Área del círculo:	$A_{círculo} = \pi r^2$

S

Primero se encuentra el área de la semiesfera:

$$A_{Semiesfera} = \frac{1}{2}(4\pi r^2) = 2 \times \pi \times 3^2 = 18\pi \text{ cm}^2.$$

Luego, se calcula el área lateral del cilindro:

$$A_{Lateral} = 2\pi rh = 2\pi \times 2 \times 8 = 32\pi \text{ cm}^2.$$

El área lateral del cono:

$$A_{Lcono} = \pi rg = \pi \times 2 \times 5 = 10\pi \text{ cm}^2.$$

Luego, del área del círculo de la semiesfera se resta el área del círculo de la tapa del cilindro:

$$A_{Círculos} = \pi\left(\frac{6}{2}\right)^2 - \pi\left(\frac{4}{2}\right)^2 = 9\pi - 4\pi = 5\pi \text{ cm}^2.$$

Por tanto, el área de la figura A:

$$A_{Figura} = A_{Semiesfera} + A_{Lateral} + A_{Lcono} + A_{Círculos} = 18\pi + 32\pi + 10\pi + 5\pi = 65\pi \text{ cm}^2.$$

C

Para encontrar el área superficial de figuras compuestas, se suman o se restan las áreas de cada uno de los sólidos que aparecen en el problema.

1. Encuentra el área del cuerpo geométrico que se muestra en la figura 1.

   90π cm^2

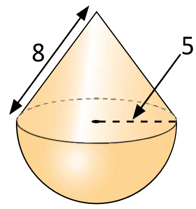


Figura 1

2. Calcula el área superficial de las esferas cuyos radios son: 5 cm, 10 cm y 50 cm. ¿Qué relación hay entre las áreas de las esferas?

   100π cm^2, 400π cm^2, $10\,000\pi$ cm^2

3. Se construirá una bodega con la forma de un cilindro para almacenar granos básicos, con un techo semiesférico como se muestra en la figura 2. Si las paredes del cilindro tienen una altura de 10 m y el área lateral del cilindro es de 100π m^2, determina el radio del cilindro.

   5 cm

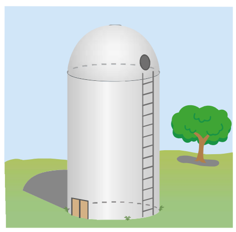


Figura 2

Indicador de logro

5.1 Utiliza las fórmulas deducidas sobre áreas superficiales de sólidos, para determinar el área superficial de sólidos compuestos.

Secuencia

En séptimo grado se trabajó con el área superficial del cilindro, en las clases anteriores de esta unidad se estudiaron las del cono y la esfera; es el momento oportuno para trabajar con sólidos compuestos.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Calcular las áreas superficiales de sólidos compuestos. Es importante que el estudiante observe que hay áreas que se comparten entre los sólidos las cuales no se deben contar dos veces.

Solución de algunos ítems:

2.

a) $A_{esfera} = 4\pi r^2 = 4\pi(5)^2 = 100\pi$ cm^2

b) $A_{esfera} = 4\pi r^2 = 4\pi(10)^2 = 400\pi$ cm^2

c) $A_{esfera} = 4\pi r^2 = 4\pi(50)^2 = 10\,000\pi$ cm^2

3.

Área lateral del cilindro: $A_{Lateral} = 2\pi rh$

$$100\pi \text{ cm}^2 = 2\pi r(10 \text{ cm})$$

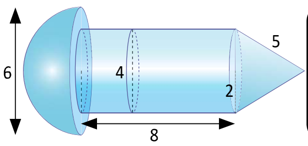
$$\frac{100\pi \text{ cm}^2}{20\pi \text{ cm}} = r$$

$$r = 5 \text{ cm}$$

Posibles dificultades:
En el cálculo del área total de un sólido es posible que el estudiante no repare en que hay figuras compartidas y que se cuenten sus áreas dos veces, al respecto se debe orientar para que tengan esta consideración.

Fecha: **U7 5.1**

Ⓟ Encuentra el área superficial del siguiente sólido:



Área de la semiesfera:	$A_{semiesfera} = \frac{1}{2}(4\pi r^2)$
Área lateral del cilindro:	$A_{Lateral} = 2\pi rh$
Área lateral del cono:	$A_{Lcono} = \pi rg$
Área del círculo:	$A_{círculo} = \pi r^2$

$$A_{Semiesfera} = \frac{1}{2}(4\pi r^2) = 2 \times \pi \times 3^2 = 18\pi \text{ cm}^2$$

Ⓢ Área lateral del cilindro: $A_{Lateral} = 2\pi rh = 2\pi \times 2 \times 8$
$= 32\pi$ cm^2

$$A_{Lcono} = \pi rg = \pi \times 2 \times 5 = 10\pi \text{ cm}^2$$

Luego del área del círculo de la semiesfera se resta el área del círculo de la tapa del cilindro:

$$A_{Círculos} = \pi\left(\frac{6}{2}\right)^2 - \pi\left(\frac{4}{2}\right)^2 = 9\pi - 4\pi = 5\pi \text{ cm}^2$$

$A_{Figura} = A_{Semiesfera} + A_{Lateral} + A_{Lcono} + A_{Círculos}$
$= 18\pi + 32\pi + 10\pi + 5\pi$
$= 65\pi$ cm^2

Ⓡ $A_{Semiesfera} = \frac{1}{2}(4\pi r^2)$
$= 2 \times \pi \times 5^2$
$= 50\pi$ cm^2

$A_{Lcono} = \pi rg = \pi \times 5 \times 8$
$= 40\pi$ cm^2

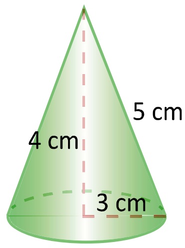
$A_{Figura} = 50\pi$ cm$^2 + 40\pi$ cm^2
$= 90\pi$ cm^2

Tarea: página 162 del Cuaderno de Ejercicios.

5.2 Practica lo aprendido

1. Calcula el área lateral y total de un cono cuya altura mide 4 cm, la generatriz mide 5 cm y el radio de la base es de 3 cm.

   15π cm^2 y 24π cm^2



2. Calcula el área de una semiesfera de 10 cm de radio.

   200π cm^2

3. Encuentra el área de una esfera que tiene un volumen de 144π cm^3.

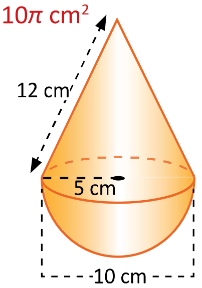
   90.63π cm^2

4. Una esfera de radio 4 cm será recubierta con una capa metálica de 1 cm de espesor. Calcula la cantidad de material necesario para recubrir la esfera.

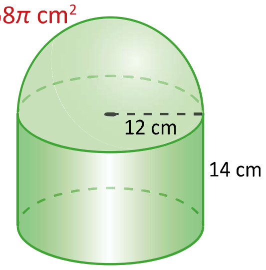
   $\frac{244\pi}{3}$ cm^3

5. Calcula el área superficial de las siguientes figuras:

   a) 110π cm^2

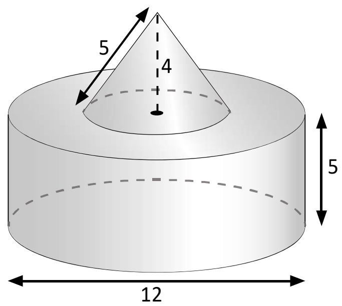


   b) 768π cm^2



6. Encuentra el volumen de la siguiente figura, si el diámetro del cono es 6 cm.

   192π cm^3



Unidad 7

Indicador de logro

5.2 Resuelve ejercicios y problemas correspondientes a áreas y volúmenes de sólidos.

Solución de algunos ítems:

1. $A_{Lateral} = \pi rg = \pi(3\text{ cm})(5\text{ cm})$
$= 15\pi\text{ cm}^2$

$A_{Base} = \pi r^2 = \pi(3)^2 = 9\pi\text{ cm}^2$

$A_{Total} = 15\pi\text{ cm}^2 + 9\pi\text{ cm}^2 = 24\pi\text{ cm}^2$

2. $A_{Semiesfera} = \frac{1}{2}(4\pi r^2)$
$= 2 \times \pi \times 10^2 = 200\pi\text{ cm}^2$

3. $V_{esfera} = \frac{4}{3}\pi r^3$

$144\pi\text{ cm}^3 = \frac{4}{3}\pi r^3$

$108\text{ cm}^3 = r^3$
$r = 4.76\text{ cm}$

Entonces el área de la esfera es:

$A_{esfera} = 4\pi r^2 = 4\pi(4.76)^2$
$= 90.63\pi\text{ cm}^2$

4. La cantidad de material necesario es:

$V_{capa} = \frac{4}{3}(R^3 - r^3)\pi$

$V_{capa} = \frac{4}{3}(5^3 - 4^3)\pi$

$V_{capa} = \frac{244}{3}\pi\text{ cm}^3$

5. a) $A_{Semiesfera} = \frac{1}{2}(4\pi r^2)$

$= 2 \times \pi \times 5^2$
$= 50\pi\text{ cm}^2$

$A_{Lcono} = \pi rg = \pi \times 5 \times 12$
$= 60\pi\text{ cm}^2$

$A_{Figura} = 50\pi\text{ cm}^2 + 60\pi\text{ cm}^2$
$= 110\pi\text{ cm}^2$

b) $A_{Semiesfera} = \frac{1}{2}(4\pi r^2) = 2 \times \pi \times 12^2$
$= 288\pi\text{ cm}^2$

Área lateral del cilindro: $A_{Lateral} = 2\pi rh$
$A_{Lateral} = 2\pi \times 12 \times 14 = 336\pi\text{ cm}^2$
$A_{Círculo} = \pi(12)^2 = 144\pi\text{ cm}^2$

$A_{Figura} = 288\pi\text{ cm}^2 + 336\pi\text{ cm}^2 + 144\pi\text{ cm}^2$
$= 768\pi\text{ cm}^2$

6. $V_{figura} = V_{cilindro} + V_{cono}$

$= \pi r^2 h + \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$= \pi 6^2(5) + \frac{1}{3}\pi(3)^2(4)$

$= 180\pi + 12\pi$

$= 192\pi\text{ cm}^3$

Tarea: página 163 del Cuaderno de Ejercicios.

5.3 Practica lo aprendido

Volúmenes de sólidos geométricos:

Volumen de un cilindro: $V_{cilindro} = A_B \times h = \pi r^2 h$

Volumen de un cono: $V_{cono} = \frac{1}{3} \times A_B \times h = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

Volumen de la pirámide: $V_{pirámide} = \frac{1}{3} A_B \times h$

Volumen de la esfera: $V_{esfera} = \frac{4}{3}\pi r^3$

Áreas de sólidos geométricos:

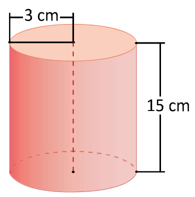
Área lateral del cilindro: $A_{Lateral} = 2\pi r h$

Área total del cono: $A_{cono} = \pi r(g + r)$

Área total del cilindro: $A_{cilindro} = 2\pi r(h + r)$

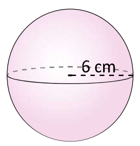
Área de la esfera: $A_{esfera} = 4\pi r^2$

1. ¿Cuál es el volumen de un cilindro cuyo radio es de 3 cm y su altura es de 15 cm? 135π cm^3



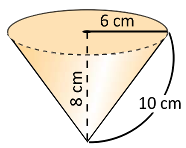
2. Calcula el área y volumen de los siguientes sólidos:

a)



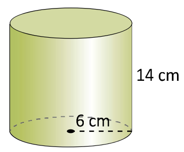
144π cm^2 y 288π cm^3

b)



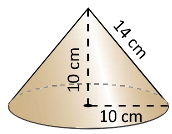
96π cm^2 y 96π cm^3

c)

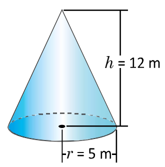


240π cm^2 y 504π cm^3

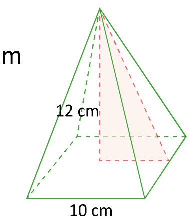
3. Encuentra el área total de un cono rectangular (altura = radio) de radio 10 cm.
240π cm^2



4. Calcula el volumen del siguiente cono:
100π cm^3

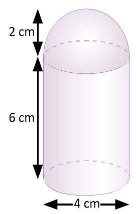


5. Calcula el volumen de una pirámide cuadrangular cuya base tiene de lado 10 cm y 12 cm de altura. 400 cm^3



6. Calcula el área total y volumen de un cono de 7 cm de radio de la base, 24 cm de altura y generatriz 25 cm.
224π cm^2 y 392π cm^3

7. Calcula el área total y volumen de la siguiente figura compuesta:
Área 36π cm^2 Volumen $\frac{88}{3}\pi$ cm^3



Indicador de logro

5.3 Resuelve ejercicios y problemas correspondientes a áreas y volúmenes de sólidos

Solución de algunos ítems:

1. $V_{cilindro} = \pi r^2 h = \pi(3)^2(15)$
$= \pi(9)(15) = 135\pi \text{ cm}^3$

2. a) $A_{esfera} = 4\pi r^2 = 4\pi(6)^2 = 144\pi \text{ cm}^2$

$V_{esfera} = \frac{4}{3}\pi(6)^3 = \frac{864}{3}\pi \text{ cm}^3$

$= 288\pi \text{ cm}^3$

b) $A_{cono} = \pi r(g + r) = \pi(6)(10 + 6)$
$= \pi(6)(16) = 96\pi \text{ cm}^2$

$V_{cono} = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$V_{cono} = \frac{1}{3}\pi(6)^2(8) = 96\pi \text{ cm}^3$

c) $A_{cilindro} = 2\pi r(h + r)$
$= 2\pi(6)(14 + 6)$
$= 12\pi(20) = 240\pi \text{ cm}^2$

$V_{cilindro} = \pi r^2 h = \pi(6)^2(14)$
$= \pi(36)(14) = 504\pi \text{ cm}^3$

3. $A_{cono} = \pi r(g + r) = \pi(10)(14 + 10)$
$= \pi(10)(24) = 240\pi \text{ cm}^2$

4. $V_{cono} = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$V_{cono} = \frac{1}{3}\pi(5)^2(12) = 100\pi \text{ cm}^3$

5. $V_{pirámide} = \frac{1}{3}A_B \times h$

$A_B = 10 \text{ cm} \times 10 \text{ cm} = 100 \text{ cm}^2$

$V_{pirámide} = \frac{1}{3}100 \text{ cm}^2 \times 12 \text{ cm}$

$= 400 \text{ cm}^3$

6. $A_{cono} = \pi r(g + r) = \pi(7)(25 + 7)$
$= \pi(7)(32) = 224\pi \text{ cm}^2$

$V_{cono} = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$V_{cono} = \frac{1}{3}\pi(7)^2(24) = 392\pi \text{ cm}^3$

Tarea: página 164 del Cuaderno de Ejercicios.