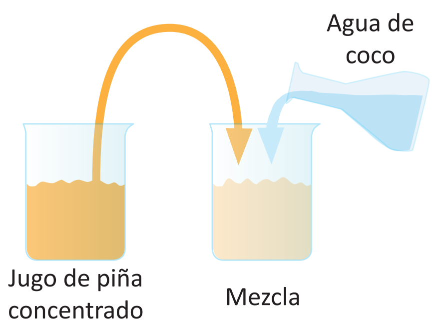
Unidad 2

Sistemas de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas

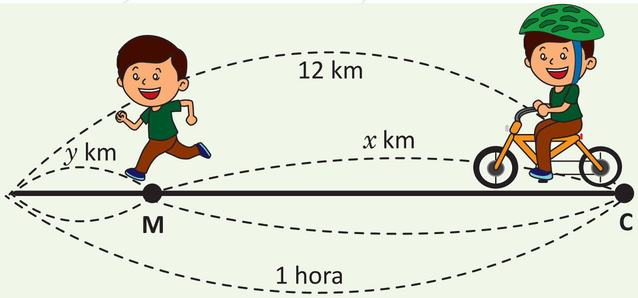
Los sistemas de ecuaciones lineales fueron resueltos por los babilonios, los cuales llamaban a las incógnitas con palabras tales como longitud y anchura, sin que tuvieran relación con problemas de medida. La matemática comienza a interesarse por las operaciones que pueden realizarse con cualquier número, y esta idea permite dar el salto desde la Aritmética al Álgebra. En este contexto, Diofanto introdujo símbolos y dio soluciones algebraicas de las ecuaciones especiales de primer grado con dos y tres incógnitas, como $x + y = 100$, $x - y = 40$.



Preparación de una mezcla.

Los sistemas de ecuaciones se utilizan para modelar situaciones de diferentes contextos, por ejemplo analizar el flujo de tráfico en una red de calles que se cruzan unas con otras, calcular el presupuesto de un proyecto, analizar la oferta y demanda mediante el equilibrio parcial, determinar la proporción de elementos para una mezcla, optimizar procesos de producción, etc.

Durante las clases siguientes estudiarás las ecuaciones de primer grado con dos incógnitas, los métodos de solución de los sistemas y sus aplicaciones para resolver situaciones de la vida cotidiana en diferentes contextos, por ejemplo: geometría, ciencias naturales, economía, etc.



Uso de los modelos matemáticos para representar la velocidad.

1.1 Solución de ecuaciones de primer grado con una incógnita

P

Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $3 + 4(x - 2) = -3 - 5(x - 5)$

b) $0.2x - 0.03 = 0.17x + 0.21$

c) $\frac{7}{12}x + \frac{5}{6} = x$

S

a) $3 + 4(x - 2) = -3 - 5(x - 5)$

$$\begin{aligned} 3 + 4x - 8 &= -3 - 5x + 25 \\ 4x - 5 &= -5x + 22 \\ 4x + 5x &= 22 + 5 \\ 9x &= 27 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

b) $0.2x - 0.03 = 0.17x + 0.21$

$$\begin{aligned} 20x - 3 &= 17x + 21 \\ 20x - 17x &= 21 + 3 \\ 3x &= 24 \\ x &= 8 \end{aligned}$$

c) $\frac{7}{12}x + \frac{5}{6} = x$

$$\begin{aligned} 12 \times \frac{7}{12}x + 12 \times \frac{5}{6} &= 12 \times x \\ 7x + 10 &= 12x \\ 7x - 12x &= -10 \\ -5x &= -10 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

1. Determina el valor de x que satisface las siguientes ecuaciones:

a) $3x - 8 = 4$

b) $-4x - 2 = -18$

c) $2x - 3 = -x - 9$

d) $11x - 15 = 12 + 2x$

e) $5(2x - 3) - 6 = 4x + 3$

f) $3(x - 2) + x = 5(x - 3) + 9$

2. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $0.5x - 1.2 = 0.4x + 3.3$

b) $3 + 0.8x = 2.4 + 0.9x$

c) $0.2x - 0.04 = 0.16x + 0.28$

d) $1.31x + 0.04 = 1.35x - 0.04$

3. Resuelve los siguientes ejercicios:

a) $\frac{1}{2}x - 3 = \frac{1}{4}x$

b) $-\frac{x}{3} - \frac{5}{6} = -\frac{4}{3}$

c) $-\frac{1}{4} = \frac{5}{4}x + \frac{5}{8}$

d) $-\frac{x + 5}{2} = \frac{3}{4}$

e) $\frac{x - 3}{3} = \frac{1}{6}x$

f) $-\frac{5x - 4}{3} = -\frac{3}{4}$

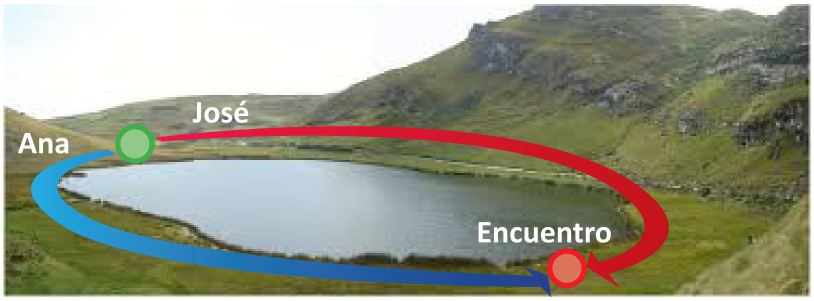
g) $\frac{x + 5}{12} = \frac{x + 7}{24}$

h) $-\left(\frac{x + 3}{2}\right) - \frac{x}{4} = \frac{3}{2}$

1.2 Aplicación de las ecuaciones de primer grado con una incógnita

P

Resuelve la siguiente situación: una laguna tiene 1 200 m de perímetro, Ana corre a una velocidad de 140 m/min en dirección horaria, mientras que José corre a una velocidad de 160 m/min en sentido antihorario. Si ambos salen del mismo punto al mismo tiempo, ¿en cuántos minutos se vuelven a encontrar?



S

La suma de las distancias recorridas por Ana y José es equivalente a 1 200 m.

	Ana	José
Velocidad (metros/minutos)	140 m/min	160 m/min
Tiempo (minutos)	x	x
Distancia (metros)	$140x$	$160x$

$$140x + 160x = 1\,200$$
$$300x = 1\,200$$
$$x = \frac{1\,200}{300}$$
$$x = 4$$

Ana y José se encontrarán después de 4 minutos.

1. Julia tiene una librería, ella tiene \$5 de ganancias por cada libro que vende y sus gastos mensuales de funcionamiento son de \$150, ¿cuál es la mínima cantidad de libros que necesita vender para no quedar endeudada?

2. Un tanque está lleno de agua. Al utilizar la cuarta parte por la mañana y la octava parte por la tarde quedan en el tanque 100 galones, ¿cuál es la capacidad del tanque?

3. Marta renta un equipo multimedia a \$20 por día de uso, más una cuota única de \$10, cuando se retira el equipo del local. José tiene un negocio del mismo tipo en el que cobra \$18 por día de uso del equipo, más una cuota única de \$26 al retirar el equipo. Carlos desea alquilar el equipo por 5 días, ¿a los cuántos días el costo del alquiler es el mismo en los dos negocios?, ¿en cuál negocio debe alquilar el equipo Carlos?

4. Se contrata un bus para hacer una excursión, si se hubieran completado los asientos el costo del pasaje por persona hubiera sido de \$10, pero faltaron 10 personas, entonces el costo del pasaje por persona es de \$15. ¿Cuántos asientos tiene el bus?

5. Un vehículo sale de la ciudad A a la velocidad de 60 km/h, dos horas más tarde sale de la misma ciudad otro vehículo, siguiendo al primero, con una velocidad de 90 km/h.
   a) ¿En cuántas horas alcanza el otro vehículo al primero?
   b) Si la distancia entre la ciudad A y otra ciudad B fuera 350 km, ¿lograría el segundo auto alcanzar al primero?

1.3 Sentido de la ecuación de primer grado con dos incógnitas

P

Carlos es un jugador de baloncesto, y en la final de 2015 acertó 7 tiros en total, ¿cuántos tiros libres y de 2 puntos acertó?

a) Considerando que acertó x tiros libres y y tiros de 2 puntos, escribe una ecuación que represente la condición "acertó 7 tiros."
b) Construye una tabla para determinar los valores para x y y.

S

a) Considerando x tiros libres y y tiros de 2 puntos, entonces al formar la ecuación con la condición "acertó 7 tiros", se obtiene $x + y = 7$.

b)

x	0	1	2	3	4	5	6	7
y	7	6	5	4	3	2	1	0
Total acertado	7	7	7	7	7	7	7	7

Las ecuaciones de la forma $x + y = 7$ se llaman **ecuaciones de primer grado con dos incógnitas**, y tal como se desarrolló anteriormente, para estas ecuaciones existe más de un par de valores que las satisfacen.

Las ecuaciones que se aprendieron en séptimo grado se llaman ecuaciones de primer grado con una incógnita, por ejemplo:

$$5x + 6 = 21$$

Ahora se tienen dos valores desconocidos: x y y, por lo que se les denomina con dos incógnitas.

E

Según Carlos, por acertar 7 tiros obtuvo 10 puntos. ¿Cuántos tiros libres y cuántos de 2 puntos acertó?
a) Escribe una ecuación que represente la condición "obtuvo 10 puntos."
b) Agrega una fila a la tabla anterior y encuentra los pares de valores que cumplen la nueva condición.

x	0	1	2	3	4	5	6	7
y	7	6	5	4	3	2	1	0
Total acertado: $x + y$	7	7	7	7	7	7	7	7
Total de puntos: $x + 2y$	14	13	12	11	10	9	8	7

Se considera siempre que ha acertado x tiros libres y y tiros de 2 puntos, entonces al formar una expresión con la condición "obtuvo 10 puntos", se obtiene $x + 2y = 10$.

C

Para satisfacer las dos condiciones y encontrar los valores de x y y que satisfagan las dos condiciones, se plantean las dos ecuaciones de forma simultánea $\begin{cases} x + y = 7 \\ x + 2y = 10 \end{cases}$

A la combinación de dos ecuaciones se le llama **sistema de dos ecuaciones** y la solución del sistema será el par de valores que satisfacen las dos ecuaciones. En el ejemplo, la solución del sistema es $x = 4$, $y = 3$.

Lee la siguiente situación:

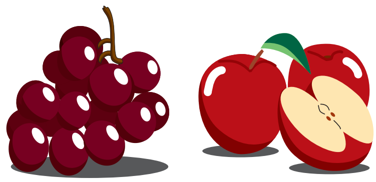
Ana tiene en su cartera 8 billetes, haciendo un total de \$55, unos billetes son de \$5 y otros de \$10. ¿Cuántos billetes de cada tipo tiene, considerando que Ana tiene x billetes de \$5 y y de \$10?

a) Escribe una ecuación que represente la condición "Ana tiene 8 billetes".
b) Escribe una ecuación que represente la condición "un total de \$55 ".
c) Elabora la tabla y determina cuántos billetes de cada tipo tiene.

1.4 Sistemas de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas

P

En la tienda Vida Sana, una libra de uvas y una de manzanas cuesta \$5 y una libra de uvas y tres de manzanas cuesta \$11. ¿Cuál es el precio de una libra de uvas y una libra de manzanas?



a) Representa cada condición con una ecuación.
b) Construye una tabla para determinar los pares de valores que cumplen cada ecuación.

S

a) Considera como x el precio de la libra de uvas y como y el precio de la libra de manzanas.

Costo de una libra de uvas + costo de una libra de manzanas $\longrightarrow$ $x + y = 5$

Costo de una libra de uvas + costo de tres libras de manzanas $\longrightarrow$ $x + 3y = 11$

b) Para elaborar la tabla, considera las dos condiciones $\begin{cases} x + y = 5 \\ x + 3y = 11 \end{cases}$

x	0	1	**2**	3	4	5
y	5	4	**3**	2	1	0
$x + y$	5	5	**5**	5	5	5
$x + 3y$	15	13	**11**	9	7	5

Los valores para x y y que cumplen las dos condiciones son $\mathbf{x = 2, y = 3}$; entonces, el precio de una libra de uvas es de \$2 y el de manzanas \$3.

C

Los valores que cumplen las dos condiciones del problema se les llama **solución del sistema**, entonces **resolver un sistema de ecuaciones** es encontrar los valores que satisfacen las dos ecuaciones.

1. De los siguientes pares de valores, ¿cuál es la solución del sistema de ecuaciones $\begin{cases} x - y = 10 \\ 2x + y = 32 \end{cases}$?

a) $x = 15, \quad y = 5$
b) $x = 20, \quad y = 6$
c) $x = 14, \quad y = 4$

2. ¿A cuál sistema de ecuaciones corresponde la solución $x = 3$, $y = 1$?

a) $\begin{cases} x + y = 4 \\ 2x - y = 6 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x + y = 4 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x + y = 4 \\ 3x + 2y = 11 \end{cases}$

1.5 Sentido del método de reducción

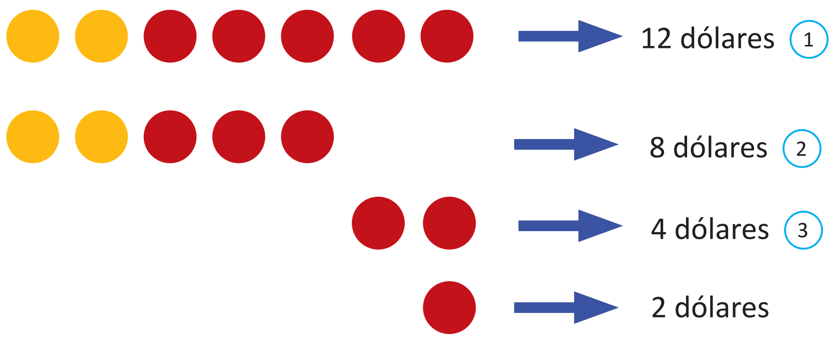
P

En el Mercado Central el precio de 2 piñas y 5 sandías es de 12 dólares y el de 2 piñas y 3 sandías es de 8 dólares, ¿cuál es el precio de 1 piña y de 1 sandía?

S

Si se representa gráficamente:

Precio de 1 piña, precio de 1 sandía.



El precio de 1 piña es de \$1 y el de la sandía de \$2.

Llamando x dólares al precio de la piña y y dólares al de la sandía, al representar la solución gráfica 1 y 2 se tiene:

$$\begin{cases} 2x + 5y = 12 & (1) \\ 2x + 3y = 8 & (2) \end{cases}$$

A partir de estas dos ecuaciones se obtiene: $2y = 4$ (3)

$y = 2$

$2x + 3 \times 2 = 8$, de donde se obtiene $x = 1$.

C

Para resolver un sistema de ecuaciones en el que los coeficientes de una de las incógnitas tienen igual signo e igual valor absoluto:

1. Se encuentra la diferencia restando los miembros izquierdos y derechos de las dos ecuaciones, respectivamente.
2. Se obtiene una nueva ecuación con una incógnita.
3. Se resuelve la ecuación obtenida.
4. Se sustituye el valor obtenido en cualquiera de las dos ecuaciones del sistema.

$$\begin{array}{rr} & 2x + 5y = 12 \\ (-) & 2x + 3y = 8 \\ \hline & 2y = 4 \\ & y = 2 \end{array}$$

Sustituyendo $y = 2$ en la ecuación (2)

$$\begin{aligned} 2x + 3y &= 8 \\ 2x + 3 \times 2 &= 8 \\ 2x + 6 &= 8 \\ 2x &= 2 \\ x &= 1 \end{aligned}$$

Al proceso descrito se le llama **reducción**. Por ejemplo, para el sistema resuelto, x tiene coeficientes de igual valor absoluto e igual signo.

$$\begin{cases} 2x + 5y = 12 \\ 2x + 3y = 8 \end{cases}$$

Resuelve los sistemas de ecuaciones aplicando reducción por sustracción.

a) $\begin{cases} 2x + 7y = 22 \\ 2x + 3y = 14 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x - 2y = 20 \\ 2x - 2y = 10 \end{cases}$

c) $\begin{cases} -x + 34y = 0 \\ 2x + 34y = 9 \end{cases}$

1.6 Método de reducción por adición

P

Resuelve el sistema de ecuaciones $\begin{cases} 3x - 5y = 25 & ① \\ 5x + 5y = 15 & ② \end{cases}$

Considera los signos de los coeficientes e indica qué operación realizar para aplicar el método de reducción.

Considera el signo y valor absoluto de los coeficientes de la letra y.

S

Al sumar los miembros izquierdo y derecho, respectivamente, de las dos ecuaciones se obtiene:

$$\begin{array}{rrcll} & 3x - 5y &=& 25 & \longrightarrow ① \\ (+) & 5x + 5y &=& 15 & \longrightarrow ② \\ \hline & 8x &=& 40 & \\ & x &=& 5 & \end{array}$$

Generalmente, en álgebra, se suprime el símbolo × y se expresa la multiplicación con paréntesis; por ejemplo, 5 × 5 = 5(5).

Sustituye $x = 5$ en ② y encuentra el valor de y,

$$\begin{aligned} 5x + 5y &= 15 \\ 5(5) + 5y &= 15 \\ 5y &= 15 - 25 \\ 5y &= -10 \\ y &= -2 \end{aligned}$$

La solución del sistema es $x = 5$, $y = -2$.

C

Para resolver un sistema de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas, aplicando reducción, es necesario considerar siempre el valor absoluto y el signo de los coeficientes de las incógnitas.

Si los coeficientes de una de ellas tienen igual valor absoluto pero distinto signo, se suman respectivamente los términos en ambos miembros de las dos ecuaciones.

Por ejemplo, en el sistema resuelto anteriormente, los coeficientes de y tienen igual valor absoluto, pero distinto signo:

$$\begin{cases} 3x - 5y = 25 \\ 5x + 5y = 15 \end{cases}$$

Tal como se muestra, cuando se resuelve un sistema de ecuaciones aplicando reducción, se obtiene una tercera ecuación con una incógnita:

- Si la ecuación obtenida no contiene a y, se dice **reducir** y.
- Si la ecuación obtenida no contiene a x, se dice **reducir** x.

Resuelve los sistemas de ecuaciones aplicando el método de reducción por adición.

a) $\begin{cases} 7x - 4y = 3 \\ 2x + 4y = 42 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x + 3y = 20 \\ -2x + 5y = -4 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3x + 2y = 4 \\ -3x - 4y = -2 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x - 2y = -7 \\ -2x + 2y = 2 \end{cases}$

1.7 Método de reducción por adición o sustracción, parte 1

P

¿Cómo puedes reducir un sistema cuando los valores absolutos de los coeficientes de la incógnita a reducir no son iguales?

Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones: $\begin{cases} x + 3y = -4 & (1) \\ 4x + 2y = 4 & (2) \end{cases}$

S

$$\begin{array}{llrl} (1) & \times 4 \longrightarrow & & 4x + 12y = -16 \\ (2) & \longrightarrow & (-) & 4x + 2y \;\; = 4 \\ \hline & & & 10y = -20 \\ & & & y = -2 \end{array}$$

Sustituyendo y en (1)

$$\begin{aligned} x + 3y &= -4 \\ x + 3(-2) &= -4 \\ x - 6 &= -4 \\ x &= -4 + 6 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

La solución del sistema es $x = 2$, $y = -2$.

Recuerda la propiedad de las igualdades: cuando multiplicas una ecuación por un número, se multiplica todos los términos de ambos miembros. Por ejemplo, si multiplicas la ecuación $x + 3y = -4$ por 4:

$$4(x + 3y) = 4(-4)$$

C

Para resolver el sistema de ecuaciones donde ninguna de las incógnitas tiene coeficiente con igual valor absoluto, pero al analizar los coeficientes para una de las incógnitas uno es múltiplo del otro, es necesario:

1. Identificar la incógnita que conviene reducir.
2. Multiplicar una ecuación por un número de modo que el valor absoluto del coeficiente sea igual al coeficiente de la misma incógnita de la otra ecuación.
3. Determinar qué operación realizar: suma o resta.
4. Resolver la ecuación reducida.
5. Sustituir el valor encontrado en el numeral 4 en cualquiera de las ecuaciones del sistema.

Para el ejemplo resuelto se eligió reducir x, pues tiene coeficiente 1 en (1).

Resuelve los sistemas de ecuaciones aplicando el método de reducción por adición o sustracción.

a) $\begin{cases} 2x + y = 9 \\ 3x + 5y = 17 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 5x + 6y = 8 \\ x + 3y = 7 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3x + 2y = 25 \\ 9x + 5y = 64 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 2x + 3y = -1 \\ 6x + 5y = -7 \end{cases}$

Identificar la incógnita en la que se desea reducir, luego pensar un número por el que se debe multiplicar para que sus coeficientes tengan igual valor absoluto.

1.8 Método de reducción por adición o sustracción, parte 2

P

Resuelve el sistema $\begin{cases} 3x - 4y = 3 & (1) \\ 2x - 3y = 1 & (2) \end{cases}$

¿Qué debes hacer para que los coeficientes de una de las incógnitas tengan igual valor absoluto y aplicar el método de reducción?

S

$$\begin{array}{llr} (1) \times 2 & \longrightarrow & 6x - 8y = 6 \\ (2) \times 3 & \longrightarrow & (-)\ 6x - 9y = 3 \\ \hline & & y = 3 \end{array}$$

Sustituyendo y en (2)

$$\begin{aligned} 2x - 3y &= 1 \\ 2x - 3(3) &= 1 \\ 2x - 9 &= 1 \\ 2x &= 1 + 9 \\ 2x &= 10 \\ x &= 5 \end{aligned}$$

La solución del sistema es $x = 5$, $y = 3$.

$$\begin{array}{llr} (1) \times 3 & \longrightarrow & 9x - 12y = 9 \\ (2) \times 4 & \longrightarrow & (-)\ 8x - 12y = 4 \\ \hline & & x \qquad = 5 \end{array}$$

Sustituyendo x en (1)

$$\begin{aligned} 3x - 4y &= 3 \\ 3(5) - 4y &= 3 \\ 15 - 4y &= 3 \\ -4y &= 3 - 15 \\ -4y &= -12 \\ y &= 3 \end{aligned}$$

La solución del sistema es $x = 5$, $y = 3$.

C

Para resolver el sistema de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas aplicando reducción, es necesario:

1. Identificar la incógnita que se va a reducir.
2. Multiplicar cada una de las ecuaciones por un número de tal manera que la incógnita que se va a reducir tenga coeficientes de igual valor absoluto.
3. Identificar si se suma o resta para reducir.
4. Resolver la ecuación reducida.
5. Sustituir el valor obtenido en la ecuación reducida, en una de las ecuaciones del sistema.

Resuelve los sistemas de ecuaciones aplicando el método de reducción por adición o sustracción.

a) $\begin{cases} 3x - 2y = 18 \\ 7x - 5y = 41 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x + 3y = 37 \\ 3x + 5y = 58 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 6x - 5y = -1 \\ 4x - 3y = 1 \end{cases}$

d) $\begin{cases} \frac{1}{2}x + 2y = 6 \\ \frac{1}{2}x - 2y = 0 \end{cases}$

Para igualar los valores absolutos de los coeficientes primero piensa la incógnita que vas a reducir

Para tener coeficientes del mismo valor absoluto, se puede pensar en el mcm de los coeficientes para que los cálculos sean más sencillos.

1.9 Sentido del método de sustitución

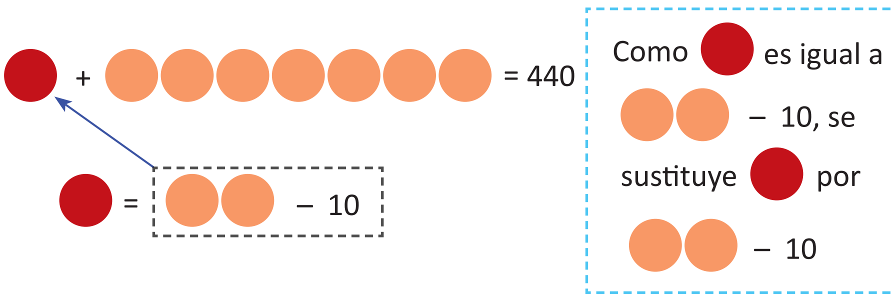
P

En el Mercado Central el costo de 1 quintal de frijol y 7 quintales de maíz es de 440 dólares y el costo de 1 quintal de frijol es de 10 dólares menos que el de 2 quintales de maíz. ¿Cuál es el precio de un quintal de frijol y de uno de maíz?

S

Si se representa gráficamente:

Precio de un quintal de frijol ●, precio de un quintal de maíz ●.



Representando por x el precio del quintal de frijol y por y el de maíz, para satisfacer las dos condiciones se forma el sistema:

$$\begin{cases} x + 7y = 440 & \text{①} \\ x = 2y - 10 & \text{②} \end{cases}$$

En la ecuación ② puede verse que $x = 2y - 10$.

Al sustituir ② en ① se obtiene:

$$(2y - 10) + 7y = 440$$
$$2y - 10 + 7y = 440$$
$$9y = 440 + 10$$
$$9y = 450$$
$$y = 50$$

Sustituyendo el valor obtenido $y = 50$ en la ecuación ②

$$x = 2(50) - 10$$
$$x = 100 - 10$$
$$x = 90$$

$$x = 2y - 10$$
$$\downarrow$$
$$x + 7y = 440$$
$$\downarrow$$
$$(2y - 10) + 7y = 440$$

C

De las dos ecuaciones del sistema se obtuvo una nueva ecuación con una incógnita, sustituyendo la incógnita x en la ecuación $x + 7y = 440$, y al resolverla se obtiene que el costo del quintal de maíz es de \$50 y el de frijol de \$90.

Tal como se muestra en el ejemplo, el método que reduce en una incógnita al sustituir una de las incógnitas por su expresión equivalente, se llama **sustitución.**

Resuelve los sistemas de ecuaciones aplicando sustitución.

a) $\begin{cases} x - 3y = 3 \\ x = 9y - 3 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 9x - 3y = 12 \\ y = 11 - 2x \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3x - \frac{1}{2}y = 10 \\ \frac{1}{2}y = 9 - 2x \end{cases}$

d) $\begin{cases} 2x - y = -1 \\ 2y = 7 - x \end{cases}$

1.10 Método de sustitución

P

Aplica el método de sustitución para resolver el siguiente sistema y describe el proceso realizado:

$$\begin{cases} 5x + y = 14 \\ 2x + 3y = 16 \end{cases}$$

S

Se tiene el sistema:

$$5x + y = 14 \quad (1)$$
$$2x + 3y = 16 \quad (2)$$

Despeja la incógnita que tenga coeficiente 1.

Se despeja y en la ecuación (1) y se obtiene: $y = 14 - 5x$,
se sustituye y por $14 - 5x$ en la ecuación (2)

$$\begin{aligned} 2x + 3y &= 16 \\ 2x + 3(14 - 5x) &= 16 \\ 2x + 42 - 15x &= 16 \\ -13x + 42 &= 16 \\ -13x &= 16 - 42 \\ -13x &= -26 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{gathered} 5x + y = 14 \\ \downarrow \\ y = 14 - 5x \\ \downarrow \\ 2x + 3y = 16 \\ \downarrow \\ 2x + 3(14 - 5x) = 16 \end{gathered}$$

Al sustituir $x = 2$ en $y = 14 - 5x$

$$\begin{aligned} y &= 14 - 5x \\ y &= 14 - 5(2) \\ y &= 14 - 10 \\ y &= 4 \end{aligned}$$

La solución del sistema es $x = 2$, $y = 4$.

C

Para resolver un sistema de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas aplicando sustitución, es necesario considerar:

1. Identificar la incógnita que resulta más fácil despejar.
2. Realizar el despeje.
3. Sustituir la incógnita despejada en el numeral 2 en la otra ecuación.
4. Resolver la ecuación obtenida.

Resuelve los sistemas de ecuaciones aplicando el método de sustitución.

a) $\begin{cases} 3x + y = 24 \\ 7x - 3y = 8 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x - 3y = -11 \\ 4x + 2y = 40 \end{cases}$

Para identificar la incógnita que resulta más fácil despejar se puede ver los coeficientes.

c) $\begin{cases} x = y + 9 \\ 7x - 2y = 57 \end{cases}$

d) $\begin{cases} y = 2x - 5 \\ y = 5x + 4 \end{cases}$

1.11 Solución de sistemas de ecuaciones con dos incógnitas

P

Dado el sistema $\begin{cases} 10x - 3y = 4 \\ 3y = 4x + 2 \end{cases}$

- Indica el método que consideras más adecuado para resolverlo. Justifica tu respuesta.
- Determina la solución.

S

- Aplicando reducción.

$$\begin{cases} 10x - 3y = 4 & (1) \\ 3y = 4x + 2 & (2) \end{cases}$$

$$\begin{array}{rr} & 10x - 3y = 4 \\ (+) & -4x + 3y = 2 \\ \hline & 6x \qquad = 6 \\ & x = 1 \end{array}$$

- En (2) sustituye $x = 1$

$$3y = 4(1) + 2$$
$$3y = 4 + 2$$
$$3y = 6$$
$$y = 2$$

La solución del sistema es $x = 1$, $y = 2$.

- Aplicando sustitución.

$$\begin{cases} 10x - 3y = 4 & (1) \\ 3y = 4x + 2 & (2) \end{cases}$$

- Sustituye $3y$ en la ecuación (1)

$$10x - 3y = 4$$
$$10x - (4x + 2) = 4$$
$$10x - 4x - 2 = 4$$
$$6x = 4 + 2$$
$$x = 1$$

- Sustituye $x = 1$ en (2)

$$3y = 4(1) + 2$$
$$3y = 4 + 2$$
$$3y = 6$$
$$y = 2$$

La solución del sistema es $x = 1$, $y = 2$.

C

Para resolver un sistema de ecuaciones, se puede seleccionar un método según los tipos de ecuaciones.

- Cuando las incógnitas tienen coeficientes del mismo valor absoluto o uno de sus coeficientes es múltiplo del otro, es más fácil aplicar el método de **reducción**.
- Cuando una ecuación tiene despejada una incógnita o la incógnita tiene coeficiente 1, es más fácil aplicar **sustitución**.

1. Resuelve los sistemas de ecuaciones aplicando el método que consideres más adecuado.

a) $\begin{cases} 3x + 2y = 14 \\ 2y = 5x - 2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} -3x + 4y = 6 \\ 9x - 8y = -18 \end{cases}$

c) $\begin{cases} y = 2x + 11 \\ 5x + 6y = -2 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 3x - 2y = 12 \\ 4x + y = 5 \end{cases}$

2. ¿En qué casos es más útil emplear el método de sustitución? ¿En qué casos es más útil emplear el método de reducción?

1.12 Sistemas de ecuaciones con coeficientes decimales

P

Resuelve el sistema de ecuaciones.

$$\begin{cases} 0.4x + 1.7y = 5.8 & (1) \\ 0.1x + 0.3y = 1.2 & (2) \end{cases}$$

Convierte los coeficientes en números enteros y aplica uno de los métodos estudiados.

S

1. Se convierten en ecuaciones con coeficientes enteros:

$$(1) \times 10 \longrightarrow 4x + 17y = 58$$
$$(2) \times 10 \longrightarrow x + 3y = 12$$

2. Se despeja x en (2)

$$x + 3y = 12$$
$$x = 12 - 3y \quad (3)$$

3. Se sustituye x en la ecuación (1)

$$\begin{aligned} 4x + 17y &= 58 \\ 4(12 - 3y) + 17y &= 58 \\ 48 - 12y + 17y &= 58 \\ 5y &= 58 - 48 \\ 5y &= 10 \\ y &= 2 \end{aligned}$$

4. Se sustituye $y = 2$ en (3)

$$x = 12 - 3(2)$$
$$x = 6$$

La solución del sistema es $x = 6$, $y = 2$.

Cuando se multiplica un número decimal por 10, 100 o 1 000, es equivalente a mover el punto decimal a la derecha tantas unidades como ceros acompañan a la unidad.

$0.123 \times 10 = 1.23$	$0.2 \times 10 = 2$
$0.123 \times 100 = 12.3$	$0.2 \times 100 = 20$
$0.123 \times 1\,000 = 123$	$0.2 \times 1\,000 = 200$

Recuerda multiplicar todos los términos de ambos miembros de la ecuación.

C

Tal como se muestra en el ejemplo desarrollado, para resolver el sistema de ecuaciones cuyos coeficientes son decimales, se multiplica cada ecuación por un número tal que los coeficientes se conviertan en números enteros, luego se aplica el método que se considere más adecuado.

Resuelve el sistema aplicando el método más adecuado.

a) $\begin{cases} 0.2x + 0.4y = 3 \\ 5x + y = 21 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 0.15x + 0.08y = 1 \\ 0.5x + 0.3y = 3.5 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 0.2x + 0.3y = 0.1 \\ x + 0.5y = 3.5 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 0.8x + 2y = 0.9 \\ 0.4x - 3y = -0.55 \end{cases}$

¿Por cuánto se debe multiplicar cada ecuación para convertir los coeficientes en números enteros?

Aunque no se conviertan en enteros los coeficientes se puede resolver el sistema, pero el cálculo será más complejo.

Intenta resolver los sistemas sin convertir los coeficiente a números enteros, luego compara tus resultados.

1.13 Sistemas de ecuaciones con coeficientes fraccionarios

P

Resuelve el sistema de ecuaciones.

$$\begin{cases} \frac{2}{3}x + \frac{3}{4}y = 12 & (1) \\ \frac{7}{9}x + y = 15 & (2) \end{cases}$$

Convierte los coeficientes en números enteros y luego aplica uno de los métodos estudiados: reducción o sustitución.

S

1. Se convierten en ecuaciones con coeficientes enteros:

$$(1) \times 12 \longrightarrow 8x + 9y = 144$$
$$(2) \times 9 \longrightarrow 7x + 9y = 135$$

2. Se reduce en y, restando (2) de (1)

$$\begin{array}{lrl} (1) \longrightarrow & & 8x + 9y = 144 \\ (2) \longrightarrow & (-) & 7x + 9y = 135 \\ \hline & & x \qquad = 9 \end{array}$$

Se debe aplicar las propiedades de las igualdades estudiadas en séptimo grado.

No olvidar multiplicar todos los términos de ambos miembros de las ecuaciones.

3. Se sustituye $x = 9$ en la ecuación (1)

$$\begin{aligned} 8(9) + 9y &= 144 \\ 9y &= 144 - 72 \\ 9y &= 72 \\ y &= 8 \end{aligned}$$

La solución del sistema es $x = 9$, $y = 8$.

C

Tal como se muestra en el ejemplo desarrollado, para resolver el sistema de ecuaciones cuyo coeficiente es un número fraccionario, se multiplica cada ecuación por un número tal que los coeficientes fraccionarios se conviertan en números enteros, luego se aplica el método de solución que se considere más adecuado.

Aunque no se conviertan en enteros los coeficientes se puede resolver el sistema, pero el cálculo será más complejo.

Intenta resolver los sistemas sin convertir los coeficiente a números enteros, luego compara tus resultados.

Resuelve los sistemas aplicando el método más adecuado.

a) $\begin{cases} \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y = 6 \\ 3x + 5y = 63 \end{cases}$

b) $\begin{cases} \frac{1}{3}x + \frac{1}{4}y = 3 \\ x - 2y = -2 \end{cases}$

Para saber por cuál número multiplicar, considera el mcm de los denominadores.

c) $\begin{cases} \frac{1}{2}x - \frac{2}{3}y = -4 \\ x + \frac{1}{3}y = 7 \end{cases}$

d) $\begin{cases} \frac{4}{3}x + \frac{2}{5}y = -2 \\ \frac{1}{3}x + y = 4 \end{cases}$

1.14 Sistemas de ecuaciones que contienen signos de agrupación

P

Resuelve el sistema de ecuaciones.

$$\begin{cases} 8x - 3(x - y) = 50 & \text{(1)} \\ 3(x + y) - (6y - 5x) = 41 & \text{(2)} \end{cases}$$

Suprimir los signos de agrupación para obtener un sistema equivalente y luego aplicar uno de los métodos estudiados: reducción o sustitución.

S

1. Realiza las operaciones indicadas:

$$\begin{array}{llll} (1) & \longrightarrow 8x - 3x + 3y = 50 & \longrightarrow & 5x + 3y = 50 \\ (2) & \longrightarrow 3x + 3y - 6y + 5x = 41 & \longrightarrow & 8x - 3y = 41 \end{array}$$

2. Reduce en y, sumando (1) y (2)

$$\begin{array}{lrl} (1) \longrightarrow & & 5x + 3y = 50 \\ (2) \longrightarrow & (+) & 8x - 3y = 41 \\ \hline & & 13x \quad\; = 91 \\ & & x = 7 \end{array}$$

En séptimo grado se aprendió a suprimir los signos de agrupación efectuando las operaciones indicadas y aplicando la ley de los signos.

3. Sustituye x en la ecuación (1)

$$\begin{aligned} 5x + 3y &= 50 \\ 5(7) + 3y &= 50 \\ 3y &= 50 - 35 \\ 3y &= 15 \\ y &= 5 \end{aligned}$$

La solución del sistema es $x = 7$, $y = 5$.

C

Para resolver un sistema de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas que tiene signos de agrupación, como el que se muestra en el ejemplo, es necesario:

- Suprimir los signos de agrupación y efectuar las operaciones indicadas.
- Resolver el sistema aplicando el método que se considere más adecuado.

Resuelve el sistema aplicando el método más adecuado.

a) $\begin{cases} 4x - 3y = 21 \\ 4(y - x) + y = -27 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2(x - y) + 34 = 0 \\ 3x + 5y = -7 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2x + 5(2x + y) = 19 \\ 5(6x + y) - 10 = 45 \end{cases}$

d) $\begin{cases} \frac{1}{2}(4x - 4) + \frac{3}{2}y = 2 \\ 3(2x + 34) - 5y = -4 \end{cases}$

1.15 Sistemas de ecuaciones de la forma $ax + by + c = 0$

P

Resuelve el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 0.8x + 1.3y - 14.5 = 0 & (1) \\ 0.4x - 0.3y - 2.5 = 0 & (2) \end{cases}$$

Transformar cada una de las ecuaciones del sistema a la forma $ax + by = -c$, dejando los dos términos con incógnitas a un solo miembro de la igualdad.

S

1. Transpone el término independiente c para llevar a la forma $ax + by = -c$.

$$(1) \longrightarrow 0.8x + 1.3y = 14.5$$
$$(2) \longrightarrow 0.4x - 0.3y = 2.5$$

2. Multiplica por 10 para convertir los coeficientes a números enteros.

$$\times 10 \longrightarrow 8x + 13y = 145$$
$$\times 10 \longrightarrow 4x - 3y = 25$$

3. Reduce x, restando 2 veces (2) de (1)

$$\begin{array}{lr} (1) \longrightarrow & 8x + 13y = 145 \\ (2) \times 2 \longrightarrow & (-)\ \ 8x - 6y = 50 \\ \hline & 19y = 95 \\ & y = 5 \end{array}$$

4. Sustituye $y = 5$ en la ecuación (2)

$$\begin{aligned} 4x - 3y &= 25 \\ 4x - 3(5) &= 25 \\ 4x - 15 &= 25 \\ 4x &= 25 + 15 \\ 4x &= 40 \\ x &= 10 \end{aligned}$$

La solución del sistema es $x = 10$, $y = 5$.

C

Para resolver un sistema de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas de la forma $ax + by + c = 0$, como el que se muestra en el ejemplo, se debe:

- Llevar las ecuaciones a la forma $ax + by = -c$, efectuando la transposición de términos.
- Resolver el sistema aplicando el método que se considere más adecuado.

Resuelve los sistemas aplicando el método más adecuado.

a) $\begin{cases} 2x + 5y + 1 = 0 \\ 3x - 2y - 8 = 0 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x - 5y - 4 = 0 \\ 15y = 4x + 3 \end{cases}$

Intenta también resolver los sistemas sin llevar a la forma $ax + by = -c$.

1.16 Practica lo aprendido

Resuelve los sistemas de ecuaciones aplicando el método más adecuado.

1. $\begin{cases} x + 3y = 4 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$

2. $\begin{cases} x + 3y = 7 \\ 5x - 2y = -16 \end{cases}$

3. $\begin{cases} x + 4y = 3 \\ 6x - 5y = -11 \end{cases}$

4. $\begin{cases} x + y = 16 \\ 5x - 3y = 32 \end{cases}$

5. $\begin{cases} x + y = 30 \\ 0.8x - 0.5y = -2 \end{cases}$

6. $\begin{cases} 0.8x - 0.2y = 7 \\ 0.4x + 2y = 14 \end{cases}$

1.17 Practica lo aprendido

Resuelve los sistemas de ecuaciones aplicando el método más adecuado.

1. $\begin{cases} \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}y = 4 \\ x + y = 10 \end{cases}$

2. $\begin{cases} \frac{1}{3}x + \frac{1}{5}y = 3 \\ \frac{1}{3}x - \frac{1}{2}y = -4 \end{cases}$

3. $\begin{cases} 3x + 2y = 1 \\ \frac{x-5}{4} = x + 2y \end{cases}$

4. $\begin{cases} x - 2(x + y) = 3y - 2 \\ \frac{1}{3}x + \frac{1}{2}y = 3 \end{cases}$

5. $\begin{cases} 6x - 5y - 7 = 0 \\ -13x + 30y - 4 = 0 \end{cases}$

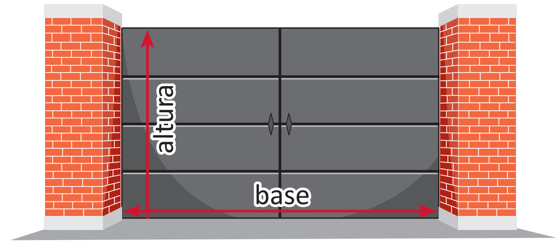
6. $\begin{cases} 0.2x + 0.3y + 0.2 = 0 \\ \frac{3}{2}x + \frac{5}{4}y - \frac{5}{2} = 0 \end{cases}$

Unidad 2

2.1 Aplicación de sistemas de ecuaciones en geometría

P

Encuentra las dimensiones de un portón, sabiendo que el perímetro mide 16 metros y la base mide 2 metros más que la altura.



S

1. Identifica las cantidades conocidas y las desconocidas, y define las incógnitas; sea x la base y y la altura.
   "El perímetro mide 16 m" $\longrightarrow$ $2x + 2y = 16$
   "La base excede en 2 m a la altura" $\longrightarrow$ $y = x - 2$

2. Encuentra las igualdades y escribe el sistema $\begin{cases} 2x + 2y = 16 & \text{1} \\ y = x - 2 & \text{2} \end{cases}$

3. Resuelve el sistema aplicando sustitución.

$$\begin{aligned} 2x + 2(x - 2) &= 16 \\ 2x + 2x - 4 &= 16 \\ 4x - 4 &= 16 \\ 4x &= 20 \\ x &= 5 \end{aligned}$$

   - Sustituye el valor $x = 5$ en 2

$$\begin{aligned} y &= 5 - 2 \\ y &= 3 \end{aligned}$$

   La base es 5 m y la altura 3 m.

4. Verifica si la solución es pertinente a la situación.
   Los valores son positivos, por tanto son pertinentes para las dimensiones del portón.

> Escribir una ecuación para cada una de las condiciones que plantea el problema.
>
> El perímetro es:
> 2(base) + 2(altura) = 16
> $2x + 2y = 16$

C

Para resolver problemas mediante el uso de sistemas de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas, es necesario:

1. Definir las cantidades que se representan con las incógnitas.
2. Escribir las ecuaciones que corresponden a las condiciones del problema para plantear el sistema.
3. Resolver el sistema de ecuaciones.
4. Verificar si la solución es pertinente a la situación.

1. Don Carlos heredó una parcela de forma rectangular, en la cual el largo más el ancho mide 30 metros y la diferencia entre el largo y el ancho es de 6 metros. ¿Cuánto mide de largo y de ancho la parcela?

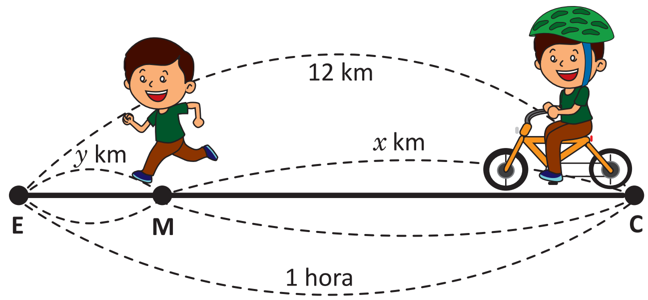
2. La base de un rectángulo mide 20 cm más que su altura. Si el perímetro mide 172 cm, ¿cuáles son las dimensiones del rectángulo?

2.2 Aplicación de sistemas de ecuaciones en ciencias naturales

P

Antonio, para ir a la escuela que dista 12 km de su casa, viaja en bicicleta a una velocidad de 20 km por hora, desde su casa hasta el mercado y de ahí hasta la escuela corre a 4 km por hora. El recorrido tarda en total 1 hora. ¿Cuál es la distancia que hay entre su casa y el mercado y del mercado a la escuela?

a) Elabora la tabla que representa la relación entre distancias y tiempos.
b) Escribe un sistema de ecuaciones que represente la información, luego resuélvelo.



S

a)

	Desde la casa (C) al mercado (M)	Desde el mercado (M) a la escuela (E)	Total
Distancia	x km	y km	12 km
Velocidad	20 km por hora	4 km por hora	--------
Tiempo	$\frac{x}{20}$ hora	$\frac{y}{4}$ hora	1 hora

Velocidad = $\frac{distancia}{tiempo}$

Tiempo = $\frac{distancia}{velocidad}$

b) Se plantea el sistema con las condiciones dadas: $\begin{cases} x + y = 12 \\ \frac{x}{20} + \frac{y}{4} = 1 \end{cases}$

Se resuelve aplicando reducción: 1 → ; 2 × 20 →

$$\begin{array}{r} x + y = 12 \\ (-)\ \ x + 5y = 20 \\ \hline -4y = -8 \\ y = 2 \end{array}$$

- Sustituyendo $y = 2$ en 1

$x + 2 = 12$

$x = 10$

Los valores $x = 10$ km, $y = 2$ km satisfacen las dos condiciones del problema; por tanto desde la casa al mercado hay 10 km y del mercado a la escuela hay 2 km.

C

Para resolver situaciones de las ciencias naturales, es importante que se identifique e indique las magnitudes que serán representadas por las incógnitas x y y; luego plantear el sistema y resolverlo.

1. Carlos viajó a la playa el fin de semana en su vehículo; desde su casa a la playa hay 50 km, desde su casa hasta la gasolinera llevaba una velocidad de 30 km por hora, y de ahí hasta la playa condujo a 15 km por hora. El recorrido tarda en total 2 horas. ¿Cuál es la distancia que hay entre su casa y la gasolinera y de la gasolinera a la playa?

2. Un bote que navega en aguas tranquilas, alcanza una velocidad de 25 km por hora y con el viento a su favor 30 km por hora. Para ir desde el muelle hasta el punto de pesca tardó 3 horas y media. ¿Cuánto tiempo navegó en aguas tranquilas y cuánto tiempo con el viento a su favor, considerando que entre los dos lugares hay 92 kilómetros?

2.3 Aplicación de sistemas de ecuaciones en aritmética, parte 1

P

Ana compró su vestido con un descuento del 15%, su hermana Beatriz compró otro vestido 25 dólares más caro que el de Ana, pero consiguió un descuento del 20%, y al final solamente pagó 8 dólares más que Ana. ¿Cuál era el precio de cada vestido sin el descuento?

a) Elabora la tabla que representa la relación entre los precios.
b) Escribe el sistema de ecuaciones que represente las condiciones del problema y resuélvelo.

S

1.

	Vestido de Ana	Vestido de Beatriz	Comparación de precios
Precio original	x dólares	y dólares	$y = x + 25$
Descuento	15% de x	20% de y	− − − − − − − −
Precio con descuento	$0.85x$ dólares	$0.8y$ dólares	$0.8y = 0.85x + 8$ dólares

2. Se plantea el sistema con las condiciones del problema: $\begin{cases} y = x + 25 & (1) \\ 0.8y = 0.85x + 8 & (2) \end{cases}$

- Se convierten en enteros los coeficientes de la ecuación (2)
  $80y = 85x + 800$

3. Aplicando el método de sustitución:

$$\begin{aligned} 80(x + 25) &= 85x + 800 \\ 80x + 2\,000 &= 85x + 800 \\ 80x - 85x &= 800 - 2\,000 \\ x &= 240 \end{aligned}$$

- Sustituyendo $x = 240$ en la ecuación (1)
  $y = 240 + 25$
  $y = 265$

4.

	Precio sin descuento	Descuento	Precio con descuento
Ana	$240.00	$36.00	$204.00
Beatriz	$265.00	$53.00	$212.00

Por tanto, Ana pagó $204.00 por el vestido y Beatriz $212.00.

C

Para resolver situaciones sobre tanto por ciento mediante el uso de sistemas de ecuaciones, es importante indicar los datos que serán representados por las magnitudes x y y; luego plantear el sistema y resolverlo.

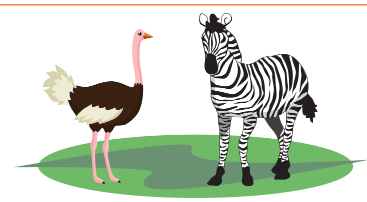
1. María ha comprado un pantalón y una blusa. Los precios de estas prendas suman $70.00, pero le han hecho un descuento del 10% en el pantalón y un 20% en la blusa, pagando en total $59.00, ¿cuál es el precio sin descuento de cada prenda?

2. Un comerciante compra dos objetos por $200.00 y los vende por un total de $233.00. Si en la venta de uno de los objetos gana el 25% y en el otro pierde el 20%, ¿cuánto pagó por cada uno de los objetos?

2.4 Aplicación de sistemas de ecuaciones en aritmética, parte 2

P

En el zoológico tienen avestruces y cebras a razón de 7 a 8, si entre todas se cuentan 92 patas, ¿cuántas avestruces y cuántas cebras hay?



S

1. Llamando y al número de avestruces y x al número de cebras, representa las condiciones:

“a razón de 7 a 8” $y:x = 7:8 \longrightarrow 8y = 7x$

“se cuentan 92 patas” $4x + 2y = 92 \longrightarrow 4x + 2y = 92$

2. Se plantea el sistema:

$$\begin{cases} 8y = 7x & (1) \\ 4x + 2y = 92 & (2) \end{cases}$$

3. Se resuelve el sistema:

- Despejar y de la ecuación (1)

$$y = \frac{7}{8}x$$

- Sustituir $y = \frac{7}{8}x$, en la ecuación (2)

$$4x + 2\left(\frac{7}{8}x\right) = 92$$

$$4x + \frac{7}{4}x = 92$$

$$16x + 7x = 368$$

$$23x = 368$$

$$x = 16$$

- Sustituye el valor $x = 16$ en (1)

$$y = \frac{7}{8}(16)$$

$$y = 7(2)$$

$$y = 14$$

Por lo tanto, hay 14 avestruces y 16 cebras.

- Las partes de una razón:

$a:b$

Antecedente (a) Consecuente (b)

- La propiedad fundamental de las proporciones.

Si $a:b = c:d$, entonces:
$a \times d = b \times c$

C

Los sistemas de ecuaciones pueden utilizarse para resolver distintas situaciones de la vida cotidiana, tal como se evidencia en los ejemplos desarrollados:

- Geometría: áreas de figuras planas, perímetro, etc.
- Ciencias naturales: movimiento rectilíneo, etc.
- Matemática financiera: tanto por ciento, etc.
- Aritmética: razones, proporciones, etc.

1. Un fontanero y su ayudante reciben por la instalación de tres sanitarios $270.00, los que se reparten en la razón 7:2, ¿cuánto dinero recibirá cada uno?

2. Las edades de dos hermanos son entre sí como 2:5 y ambas edades suman 28 años, ¿cuál es la edad de cada uno?

3. El perímetro de una cancha de fútbol mide 432 metros. Si la razón entre el ancho y el largo es 5:7, ¿cuánto mide cada lado de la cancha?

2.5 Practica lo aprendido

Resuelve los problemas aplicando las estrategias y métodos de solución aprendidos.

1. Mario entrena en el río. Primero nada contra la corriente y demora 30 minutos en recorrer 2 kilómetros. Luego, nada a favor de la corriente y demora 15 minutos en recorrer la misma distancia.
   a) ¿Cuántas cantidades desconocidas involucra el problema? ¿Cuáles son?
   b) ¿Cuáles son los datos conocidos del problema?
   c) ¿Qué condiciones impone el problema sobre estas cantidades? ¿Cómo se expresan matemáticamente estas condiciones?
   d) ¿Cuál es la velocidad de Mario respecto al río y la velocidad del río respecto a la orilla?

2. Carlos pagó una cuenta de $300 con billetes de $5 y de $10. En total empleó 45 billetes para hacer el pago, ¿cuántos billetes de cada valor utilizó?

3. Un número de dos cifras es tal, que la cifra que ocupa el lugar de las decenas es el doble de la que ocupa el lugar de las unidades, y la diferencia de las dos cifras es igual a 3. Calcula ese número.

4. Juan dispone de un capital de $8,000.00, del cual una parte la deposita en una cuenta al 5% de interés anual y otra al 6% anual. Calcula ambas partes sabiendo que el capital acumulado al cabo de un año será de $8,450.00.

5. Miguel pagó $84.00 por 3 cajas de clavos y 5 cajas de tornillos. José compró 5 cajas de clavos y 7 de tornillos, y tuvo que pagar $124.00, ¿cuál es el precio de cada caja de clavos y de cada caja de tornillos?

2.6 Practica lo aprendido

Valora si los datos y las condiciones son suficientes para que los siguientes problemas tengan solución o que la solución sea lógica.

1. En la granja El Corral se han envasado 300 litros de leche en 120 botellas de dos y cinco litros. ¿Cuántas botellas de cada tipo se han utilizado?

2. El propietario de una hacienda ha decidido sembrar dos tipos de cultivo: maíz y frijol. La semilla del maíz cuesta $4 por tarea, y la del frijol $8 por tarea. El costo de mano de obra es de $10 por tarea para el maíz y de $20 por tarea para el frijol. Si el propietario dispone gastar $216 en semillas y $5,400 en mano de obra, ¿cuántas hectáreas de cada cultivo podrá sembrar?

3. Si al antecedente de una razón le sumamos 3 y al consecuente le restamos 2, la razón se convierte en 6:7; pero si al antecedente le restamos 5 y al consecuente le sumamos 2, la razón resultante es 2:5, ¿cuál es el valor del antecedente y del consecuente de la razón?

4. Un elaborador de jugos artesanales se dispone a preparar una mezcla entre dos variedades. Para responder a un pedido de compra, el volumen total de la mezcla a obtener debe ser de 1 420 litros. Si el volumen de coco que interviene en la mezcla es igual a dos tercios del volumen de piña más 120 litros, ¿cuántos litros de cada variedad deben mezclarse para obtener la variedad de jugo deseada?