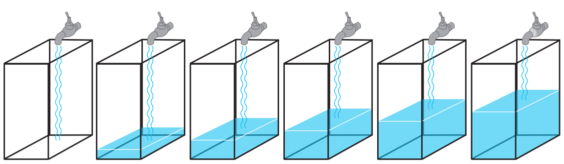
Unidad 3

Función lineal

El término función fue usado por primera vez en el año 1637, por el matemático francés René Descartes, para designar una potencia n de la variable x. En 1694, el matemático alemán Gottfried Wilhelm Leibniz utilizó el término para referirse a varios aspectos de una curva, como su pendiente. Hasta recientemente, su uso más generalizado ha sido definido en 1829 por el matemático alemán Peter Gustav Lejeune Dirichlet (1805-1859), quien escribió una definición de función donde relaciona la variable x y y mediante alguna regla o correspondencia que le asigna automáticamente un valor a y.



Para modelar el tiempo de llenado de una pila se puede utilizar la función lineal.

Las funciones permiten describir el mundo real en términos matemáticos, como por ejemplo, las variaciones de la temperatura, el movimiento de los planetas, las ondas cerebrales, los ciclos comerciales, el ritmo cardíaco, el crecimiento poblacional, etc.

Sobre las funciones, en este grado conocerás las más usuales en la modelización de fenómenos de las distintas ciencias y de la vida diaria, así como sus características generales, tanto analíticas como gráficas. Específicamente se revisará la función lineal y sus elementos, que utilizarás para resolver situaciones en diferentes contextos; por ejemplo, determinar el total a pagar en una factura, a partir del análisis de consumo mensual y los cargos fijos.

ANDA
CENTRO DE LLAMADAS 915

FACTURA No. 0905000F2241150
CENTRO DE GOBIERNO EDIFICIO A6
TEL.: 2255-5568, 2555-5569, 2555-5570

SAN SALVADOR
NOMBRE DEL CLIENTE
BULEVAR DEL HIPÓDROMO Nº 45 COL. SAN MATEO

GRUPO	CUENTA	FECHA DE FACTURA
15	012566548	22/08/2017

LEC. ACTUAL	LEC. ATENCIÓN	CONSUMO	ANDA	SERVICIO HASTA
658	670	28	01.91	25/09/2018

15	COBRO POR SERVICIO		7.17	
		SUMAS	7.17	

Treinta y ocho con 85/100
DOLARES

SALDO PENDIENTE	31.68
TOTAL A PAGAR $	38.85
COLONES ₡	339.94

ANDA: 25/09/2018 BANCOS 24/09/2018

EL AHORRO DE AGUA ES RESPONSABILIDAD DE TODOS SEAMOS "GUARDIANES DEL AGUA"

REPARE LAS FUGAS AL INTERIOR DE SU HOGAR EVITE UN CONSUMO EXCESIVO DE AGUA.

HISTORIAL DE CONSUMO
CUENTA

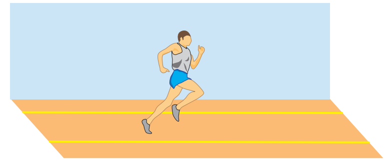
COMPROBANTE - CLIENTE

El total a pagar en una factura se puede determinar mediante una función lineal.

1.1 Recordando el sentido de la proporcionalidad directa

P

Un corredor de maratón ha avanzado 2 km en los primeros 8 minutos de su recorrido. Si mantiene la velocidad después de los 8 minutos:



1. Encuentra la constante de proporcionalidad.
2. Representa la distancia recorrida y, después de x minutos.
3. ¿Cuánto tiempo tardará en completar los 42 km del recorrido?

S

1. Como se conoce un par de valores para x y y, se sustituyen en la expresión $y = ax$ para calcular el valor de a.

   $y = ax$, cuando $x = 8$, $y = 2$.

   $2 = a(8)$

   $\frac{2}{8} = a$

   $a = \frac{1}{4}$

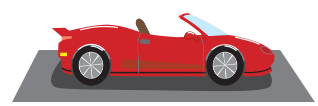
2. Al expresar la distancia y, después de x minutos, se tiene $y = \frac{1}{4}x$.

3. Para determinar en cuánto tiempo completa los 42 km de recorrido, se sustituye el valor de $y = 42$, en $y = \frac{1}{4}x$.

   $42 = \frac{1}{4}x$, entonces $x = 168$ minutos.

Por tanto, para completar los 42 km, necesita 2 horas con 48 minutos.

1. Un automóvil consume 5 litros de gasolina por cada 100 kilómetros que recorre.

   a) Encuentra la constante de proporcionalidad.
   b) Represента la cantidad de litros de gasolina consumida y, después de x kilómetros.
   c) ¿Cuántos litros de gasolina necesita para recorrer 1 250 kilómetros?

2. Por un grifo salen 38 litros de agua en 5 minutos, completa la tabla y responde.

Tiempo	5	10		
Litros de agua	38	76		152

   a) ¿Es proporcional el número de litros al tiempo transcurrido? Justifica tu respuesta.
   b) ¿Cuánto tiempo debe transcurrir para que se tengan 228 litros?

3. Tres fotografías cuestan 5 dólares, seis fotografías 9 dólares. Razona si el número de fotografías es directamente proporcional a su precio.

4. Por 3 horas de trabajo, Alberto ha cobrado \$60. ¿Cuánto cobrará por 8 horas, si el pago recibido es directamente proporcional al tiempo trabajado?

1.2 Aplicaciones de la proporcionalidad directa

P

La tabla muestra la relación entre el lado de un cuadrado y su perímetro, completa la tabla y realiza lo siguiente:

Lado x (cm)	1	2	3	4	5
Perímetro y (cm)	4	8			

1. Determina si existe proporcionalidad directa entre la medida del lado del cuadrado x y su respectivo perímetro y, justifica tu respuesta utilizando la relación $y = ax$.

2. Representa el perímetro y, cuando el lado del cuadrado mide x.

3. Representa gráficamente la relación entre la medida del lado de un cuadrado y su perímetro.

S

Al completar la tabla se tiene:

Lado x (cm)	1	2	3	4	5
Perímetro y (cm)	4	8	12	16	20

1. Como se conocen algunos valores para x y los respectivos valores para y, se puede calcular la constante de proporcionalidad calculando el cociente entre ellos:

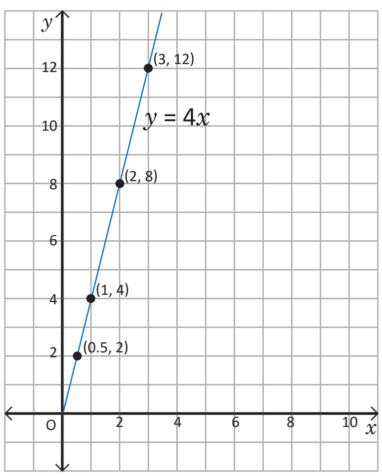
   Si $x = 2$, $y = 8$, entonces $8 = a(2)$, $a = \frac{8}{2} = 4$, se puede verificar que el cociente es igual para todos los casos.

2. Como la constante de proporcionalidad es 4, entonces $y = 4x$.

3. Para elaborar la gráfica de la relación entre el lado del cuadrado y su perímetro, es necesario representar en el plano algunos pares de valores para x y y de la tabla, luego se unen con segmentos de recta para considerar todos los posibles valores que pueda tomar el lado del cuadrado.

   - Si $x = 0$, $y = 4(0) = 0$, este sería el mínimo valor que puede tomar x, en este caso el cuadrado se vuelve un punto.

   - Si $x = 0.5$, $y = 4(0.5) = 2$.



Así se pueden determinar más pares ordenados haciendo variar la medida del lado del cuadrado.

C

Para representar la relación de proporcionalidad directa en forma $y = ax$, a partir de un par de valores de las variables:

- Se sustituyen los valores en las variables y se forma la ecuación.
- Se encuentra el valor de la constante en una ecuación.
- Se sustituye el valor de la constante en $y = ax$.

Para elaborar la gráfica de proporcionalidad directa $y = ax$, se toma el punto de origen O(0, 0) y otro punto; luego se traza la línea recta que pasa por esos puntos.

1. Un automóvil que viaja desde San Salvador hacia San Miguel, ha recorrido 50 km después de una hora de camino, si continúa a velocidad constante hasta llegar a su destino:

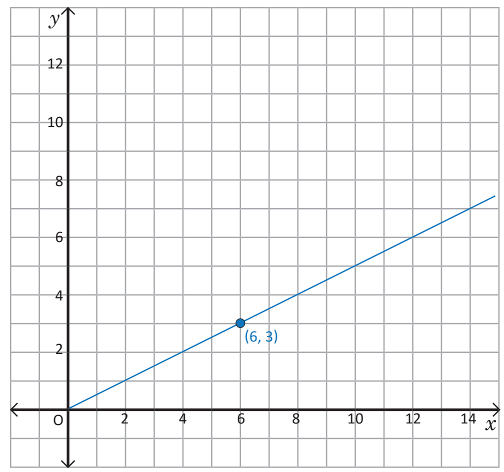
   a) Determina si existe proporcionalidad directa entre el tiempo transcurrido x y la distancia recorrida y, justifica tu respuesta.
   b) Representa la distancia recorrida y, cuando ha transcurrido x horas.
   c) Representa gráficamente la relación entre el tiempo transcurrido x y la distancia recorrida y.

2. La gráfica muestra la relación entre la cantidad de pasteles en el eje x y el total a pagar en dólares, en el eje y.

   a) ¿Cuánto cuestan 2 pasteles?

   b) Encuentra la constante de proporcionalidad entre el número de pasteles y el costo.

   c) Escribe la relación entre el número de pasteles x y el costo a pagar y de la forma $y = ax$.



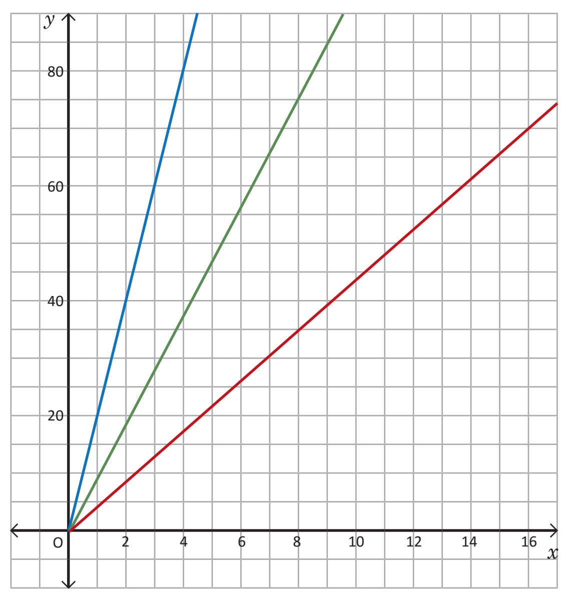
3. Un depósito se llena mediante una bomba que vierte 20 galones de agua por minuto.

   a) Identifica, ¿cuál de las tres rectas representa el agua del depósito en función del tiempo?

   b) Determina la constante de proporcionalidad.

   c) Escribe en la forma $y = ax$, la relación que hay entre la cantidad y de agua que tiene el depósito después de x minutos.

   d) ¿Qué cantidad de agua tendrá el depósito después de 15 minutos?



Para escribir la función $y = ax$ a partir de la gráfica:

- Se elige un punto por el que pasa la gráfica, cuyos valores son números enteros.
- Se sustituye el valor de x y y del par ordenado en $y = ax$ y se encuentra el valor de a.
- Se escribe $y = ax$, sustituyendo a por el valor encontrado.

1.3 Sentido de la función lineal

P

La pila de la casa de Carmen tiene 5 litros de agua, al abrir el grifo, este arroja 3 litros de agua por minuto. La tabla muestra la variación de los litros de agua en la pila a medida que transcurre el tiempo, completa los espacios vacíos y responde.

x (minutos)	0	1	2	3	4	...
y (litros de agua)	5	8	11			

a) Analiza cómo varía la cantidad de agua en la pila con el paso del tiempo, ¿es y directamente proporcional a x?
b) ¿Qué cantidad de agua tendrá la pila después de 5 minutos?
c) ¿Qué cantidad de agua tendrá la pila después de x minutos?
d) Escribe una ecuación donde y esté en términos de x.

S

Al completar la tabla se tiene:

x (minutos)	0	1	2	3	4	...
y (litros de agua)	5	5 + 3 = 8	8 + 3 = 11	11 + 3 = 14	14 + 3 = 17	...

a) Para determinar si y es directamente proporcional a x, se calculan los cocientes $\frac{y}{x}$, luego se comparan. Por ejemplo, $\frac{8}{1} = 8$, $\frac{11}{2} = 5.5$, y así sucesivamente se comparan todos a medida que el tiempo transcurre y la cantidad de agua en la pila aumenta, de donde se puede concluir que la razón $\frac{y}{x}$ no es constante y por tanto, y no es directamente proporcional a x.
b) Después de cinco minutos la pila tendrá 20 litros de agua, $20 = 5 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 5 + 3(5)$.
c) Como la cantidad de agua en la pila es igual a los litros que tenía al inicio más 3 litros por cada minuto transcurrido, entonces después de x minutos tendrá $5 + 3x$ litros de agua.
d) Considerando la cantidad de agua después de x minutos, se tiene que $y = 5 + 3x$ o $y = 3x + 5$.

C

Si se tienen dos variables x y y, donde y se puede escribir como una expresión de primer grado en x, como el ejemplo mostrado arriba, se dice que **y es una función lineal de x**, generalmente se expresa de la forma **$y = ax + b$**: donde **a** indica que es una relación de proporcionalidad entre las variables, **b** es una constante y recibe el nombre de **ecuación de la función**. Se puede obtener el valor de b observando la tabla donde $x = 0$. Cuando la constante **b** toma el valor de cero, la función lineal coincide con la proporcionalidad directa y se expresa como **$y = ax$**.

Para el ejemplo anterior, se tiene **$y = 3x + 5$**, donde se puede identificar $a = 3$ y $b = 5$. Por eso se dice que la cantidad de agua en la pila no es directamente proporcional al tiempo transcurrido.

Un recipiente que contiene agua hasta 1 cm de altura comienza a llenarse a un ritmo constante de 3 cm por minuto.

a) Completa en la siguiente tabla los valores para la cantidad de agua que tiene el recipiente, donde x es el número de minutos transcurridos y y es la altura hasta donde se ha llenado el recipiente.

x (minutos)	0	1	2	3	4	5	6	7	...
y (centímetros)	1	4	7	10					

b) ¿Cuál es la altura del agua después de un minuto? ¿Y después de dos minutos?
c) Determina el aumento de la altura en x minutos.
d) Escribe una ecuación donde y esté en términos de x.

Unidad 3

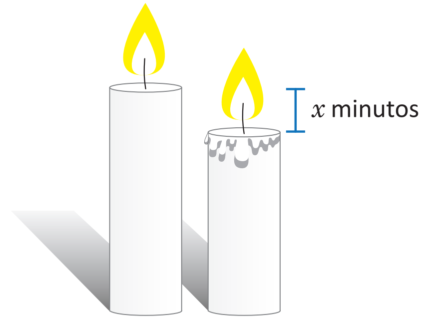
1.4 Función lineal

P

Determina si la relación entre las variables para cada una de las siguientes situaciones corresponde a una función lineal.

1. Una candela de 140 milímetros (mm) de largo se enciende y se acorta 4 mm por minuto transcurrido. Tomando como y la longitud de la candela después de x minutos de encenderla, expresa y en función de x.

2. Carlos obtiene un salario de \$200 por cada carro vendido. Representa con y el salario que Carlos recibe al vender x carros, expresa y en función de x.



S

1. Como se acorta 4 mm por minuto, después de x minutos se acorta $4x$, por tanto la longitud de la candela que tenía 140 mm al inicio, después de x minutos será $y = 140 - 4x$; es decir, $y = -4x + 140$, si se compara con la expresión $y = ax + b$, se obtiene $a = -4$ y $b = 140$; por tanto, es una función lineal.

2. Carlos recibe \$200 por cada carro vendido. Si vende x carros tiene un ingreso de $200x$; entonces su salario mensual al vender x carros será $y = 200x$, al comparar con la expresión $y = ax + b$, se obtiene que $a = 200$ y $b = 0$; por tanto, es una función lineal.

C

La expresión $y = ax + b$, para $a < 0$ y la expresión de proporcionalidad directa $y = ax$, también son casos de la función lineal.

- La expresión $y = ax + b$, para $a < 0$, a medida que x aumenta, y disminuye.
- La expresión $y = ax$, corresponde a la función lineal cuando $b = 0$.

Por ejemplo, en la situación 2 que se desarrolló, se puede ver que $y = 200x$, donde $b = 0$ y corresponde a una función lineal, y también es una relación de proporcionalidad donde la razón $\frac{y}{x} = 200$.

1. Identifica las ecuaciones que corresponden a una función lineal.

a) $y = 2x + 1$ b) $y = \frac{3}{x}$ c) $y = -3x + 2$ d) $y = 3x$

2. Escribe y en función de x, luego analiza si corresponde a una función lineal.

a) Perímetro y de un cuadrado cuyo lado mide x.
b) Altura y de un triángulo de base x y su área 16 cm^2.
c) Perímetro y de un círculo de radio x.

1.5 Sentido de la razón de cambio

Marta tiene un taller de costura, mensualmente tiene un gasto fijo de 10 dólares en energía eléctrica, más 3 dólares por cada hora trabajada.

a) Completa la siguiente tabla tomando como y el total mensual a pagar por la energía eléctrica al trabajar x horas al mes.

x (horas trabajadas)	0	1	2	3	4	...
y (dólares)	10					

b) Si trabaja 8 horas, ¿cuánto paga de energía eléctrica? Y si se trabajan 100 horas, ¿cuánto pagaría?
c) Expresa y como una función lineal de x.
d) Determina cómo cambian los valores de y a medida que los valores de x cambian.

a) Al completar la tabla con las horas trabajadas y el total a pagar, se tiene:

x (horas trabajadas)	0	1	2	3	4	...
y (dólares)	10	13	16	19	22	...

b) Como cada hora que trabaja genera un costo de 3 dólares, entonces el total a pagar después de 8 horas trabajadas es $y = 10 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 10 + 3(8) = 10 + 24 = 34$ dólares; y si trabaja 100, sería $y = 10 + 3(100) = 310$ dólares.
c) Considerando el resultado del literal b), el total a pagar después de x horas trabajadas es $y = 10 + 3x$, que es equivalente a $y = 3x + 10$.
d) Para determinar cómo cambian los valores de y respecto a los de x, se toman 2 cantidades de horas trabajadas distintas: 1 hora y 3 horas.

Variación en x: $3 - 1 = 2$
Variación en y: $19 - 13 = 6$ ➡ $\frac{\text{Variación en } y}{\text{Variación en } x} = \frac{6}{2} = 3$, el cambio en y es 3 veces el cambio en x.

Al comparar la variación de la variable y respecto a la variación de x en una función lineal, a esa razón se le llama razón de cambio; es decir, ***Razón de cambio*** $= \frac{\textbf{Variación en } y}{\textbf{Variación en } x}$.
Para el ejemplo desarrollado la razón de cambio es 3, esto se puede verificar comparando los valores de y con los de x en dos tiempos cualesquiera de la tabla.

Miguel acompañó a su padre a comprar y observó que 2 libras de tomates cuestan $ 3.00. Le preguntó a su padre cómo se calcula el precio para diferente cantidad de libras de tomates, su padre le explica que debe relacionar el número de libras de tomates con el precio de una libra.

a) Llamando x al número de libras y y al precio, completa la tabla con los datos que hacen falta.

x (libras)	0	1	2	3	4	5	6	7	...
y (dólares)	0	1.5	3						...

b) Si desea comprar 10 libras de tomates, ¿cuánto debe pagar?
c) Si un comerciante desea comprar 50 libras de tomates, ¿cuánto debe pagar?
d) Determina la razón de cambio tomando los resultados de los literales b) y c).
e) Si un comerciante desea comprar x libras de tomates, ¿cuánto debe pagar?

1.6 Razón de cambio

P

Observa los datos de la tabla:

x	0	1	2	3	4	...
y	20	18	16	14	12	...

a) Expresa y como una función lineal de x.
b) Si x toma el valor de 6, ¿cuánto vale y? Y si x toma el valor de 9, ¿cuánto vale y?
c) Calcula la razón de cambio de y respecto a x.
d) Compara la razón de cambio con el valor de a en el resultado del literal a). ¿Qué concluyes?

S

a) Al observar x = 0, y = 20 y cada vez que x aumenta una unidad y disminuye 2, entonces al expresar y en función de x, se tiene $y = 20 – 2x$, lo cual es equivalente a $y = –2x + 20$.

+1 +1 +1 +1

x	0	1	2	3	4	...
y	20	18	16	14	12	...

–2 –2 –2 –2

b) Para determinar el valor de y, se analiza la variación de los valores que se reflejan en la tabla, tal como se muestra en la figura. Mientras x aumenta una unidad, y disminuye 2; por tanto:

Si $x = 6$, $y = 20 –2(6) = 20 –12 = 8$.
Si $x = 9$, $y = 20 –2(9) = 20 –18 = 2$.

c) Se toman los valores en dos momentos y se determina el cambio en las dos variables:
Variación en x: $4 –1 = 3$. Variación en y: $12 –18 = –6$.

Utilizando la expresión ***Razón de cambio*** = $\frac{\text{Variación en } y}{\text{Variación en } x}$; se tiene Razón de cambio: $\frac{-6}{3} = -2$.

d) Al comparar la función $y = –2x + 20$, con la forma de la función lineal $y = ax + b$, se tiene que $a = –2$, en donde se puede concluir que la razón de cambio es igual al valor de a.

C

En la función lineal $y = ax + b$, la razón de cambio es constante y es equivalente al valor de a, es decir:

$$\textbf{Razón de cambio} = \frac{\text{Variación en } y}{\text{Variación en } x} = a$$

Considerando la expresión para determinar la razón de cambio se tiene:

- ***Variación en y = a × (variación en x)***, es decir, que el aumento en y es proporcional al aumento en x.
- El valor de a es equivalente al aumento de y cuando x aumenta una unidad.

E

Para cada una de las siguientes funciones lineales, realiza:
1. Identifica la razón de cambio.
2. Determina el valor de y, cuando $x = 4$.

a) $y = 3x – 5$

b) $y = –2x + 3$

Solución.

a) Para la función $y = 3x – 5$
1. Razón de cambio: 3
2. Valor de y, cuando $x = 4$:
$y = 3(4) – 5 = 12 – 5 = 7$

b) Para la función $y = –2x + 3$
1. Razón de cambio: –2
2. Valor de y, cuando $x = 4$:
$y = –2(4) + 3 = –8 + 3 = –5$

Para cada una de las siguientes funciones lineales, realiza:
1. Identifica la razón de cambio.
2. Determina el valor de y, cuando $x = 6$.

a) $y = 2x – 7$

b) $y = –3x + 4$

c) $y = \frac{1}{2}x + 1$

1.7 Características de la función $y = ax + b$

P

Si se tiene en la refrigeradora una jarra con agua a una temperatura de 3° C y luego se pone a calentar en la cocina y esta eleva la temperatura del agua 2° C por cada minuto que transcurre, si se representa con x el tiempo transcurrido y con y la temperatura.

a) En tu cuaderno, elabora la siguiente tabla y complétala:

x (minutos)	0	1	2	3	4	5	...
y (centígrados)	3						...

b) Expresa y como una función lineal de x.

c) Grafica los pares ordenados (x, y) en el plano.

d) Estima otros valores para y tomando por ejemplo 0.5, 1.5, etc., para x. Grafica los pares ordenados de los valores estimados.

S

a) Al ir sumando los 2° C a la temperatura, por cada minuto que transcurre, la tabla queda de la siguiente manera:

x (minutos)	0	1	2	3	4	5	...
y (centígrados)	3	5	7	9	11	13	...

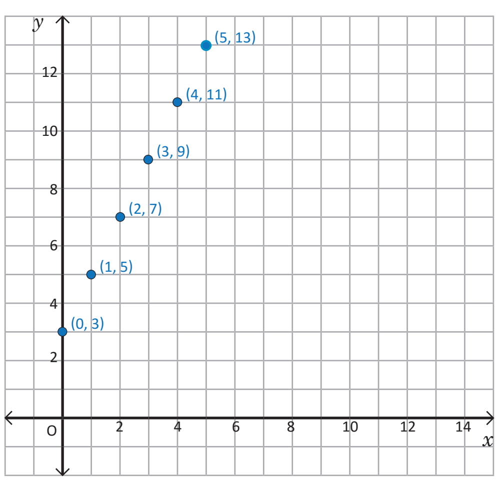
b) Al analizar la variación de los valores y con los de x, se observa que cada vez que x aumenta 1, y aumenta 2, tal como se muestra en la figura, de donde se obtiene que $y = 2x + 3$.

+1 +1 +1 +1

x (minutos)	0	1	2	3	4	5	...
y (centígrados)	3	5	7	9	11	13	...

+2 +2 +2 +2

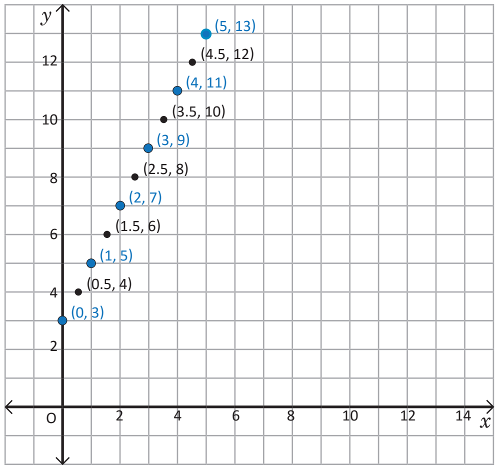
c) Considerando los valores calculados en el literal a), los puntos quedan graficados como se muestra en la figura:

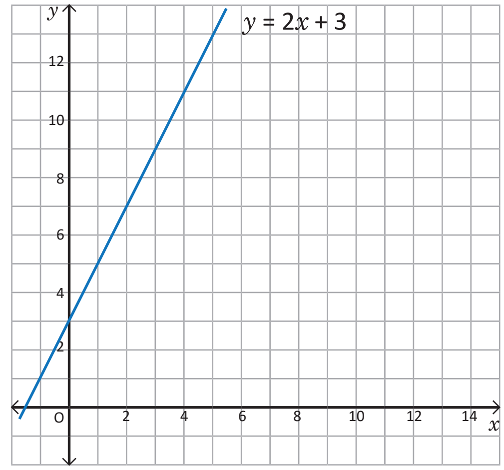


Para graficar los pares ordenados en el plano cartesiano:

El valor de x se sitúa sobre la recta horizontal o eje x, y a partir de ahí se cuentan las unidades de y desplazándose hacia arriba si es positiva o hacia abajo si es negativa.

d) Al estimar y graficar otros valores para las variables x y y, los puntos van quedando cada vez más juntos hasta formar una línea recta, tal como se muestra en la figura.

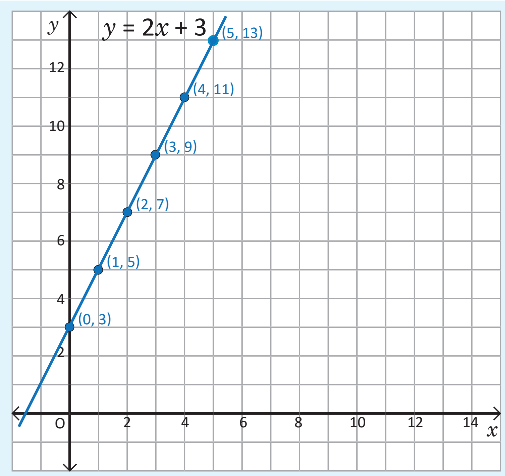




La gráfica de la función $y = ax + b$ es una línea recta, que se puede graficar conociendo los valores de las variables x y y para al menos dos pares ordenados.

Por ejemplo, para la función $y = 2x + 3$, la gráfica es una línea recta que pasa por el punto (0, 3).

Todas las funciones lineales $y = ax + b$ tienen una línea recta como gráfica y siempre pasan por el punto $(0, b)$; y en el caso que $b = 0$, pasan por el origen del sistema de coordenadas cartesianas.



1. En tu cuaderno, elabora la tabla y complétala, siguiendo la secuencia planteada.

x	...	0	1	2	3	4	5	...
$y = x + 5$	...	5	6					...

a) Grafica los pares ordenados (x, y) en el plano.
b) Estima otros valores para y asignándole otros valores a la variable x.
c) Completa la gráfica de la función.

2. En tu cuaderno, elabora la tabla y complétala, calculando los respectivos valores de y.

x	...	−3	−2	−1	0	1	2	3	...
$y = 2x + 3$	...								...

a) Grafica los pares ordenados (x, y) en el plano.
b) Estima otros valores para y asignándole otros valores a la variable x.
c) Completa la gráfica de la función.

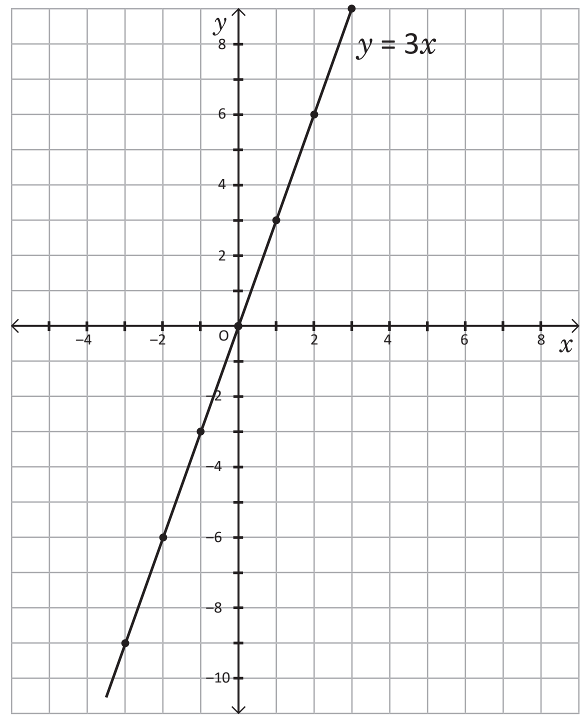
1.8 Relación entre la gráfica de la función $y = ax + b$ y la de $y = ax$

P

A partir de la gráfica de $y = 3x$, realiza lo siguiente:

a) Elabora la tabla, complétala y grafica la función $y = 3x + 2$ en el mismo plano que $y = 3x$.

x	...	−3	−2	−1	0	1	2	3	...
$y = 3x$	...	−9	−6	−3	0	3	6	9	...
$y = 3x + 2$	...								



b) Encuentra similitudes y diferencias entre la gráfica de $y = 3x$ y la de $y = 3x + 2$.

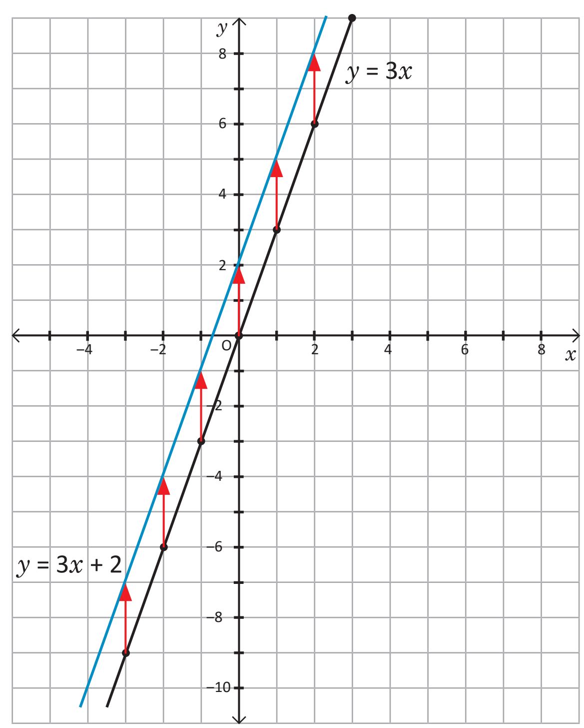
c) Compara las gráficas para $x = 0$ y $x = 2$. ¿Qué concluyes?

S

a) Asignándole a x los valores enteros desde −3 a 3 y determinando los respectivos valores de y para cada función se puede observar que los valores de $y = 3x + 2$, son el resultado de sumarle 2 a los valores de $y = 3x$. La tabla queda de la siguiente manera:

x	...	−3	−2	−1	0	1	2	3	...
$y = 3x$	...	−9	−6	−3	0	3	6	9	...
$y = 3x + 2$	...	−7	−4	−1	2	5	8	11	...

b) Al representar los puntos en el plano y unirlos, se tienen las gráficas que se muestran en el plano de la derecha, en ellas se puede ver que ambas corresponden a una línea recta, y tienen razón de cambio 3, pero se diferencian en que $y = 3x$ corta al eje y en 0 y $y = 3x + 2$ corta al eje y en 2.



c) Para $x = 0$ el valor de y en $y = 3x + 2$ es el valor de $y = 3x$ aumentado en 2. Lo mismo sucede para $x = 2$. En general, el valor de y en $y = 3x + 2$ es el de $y = 3x$ aumentado en 2.

La gráfica de la función $y = ax + b$ pasa por el punto $(0, b)$ y es paralela a la gráfica de la función $y = ax$; entonces, la gráfica de $y = ax + b$, corresponde a la gráfica de $y = ax$ desplazada b unidades sobre el eje y.

- La constante b es el valor de y cuando $x = 0$, y se le llama **intercepto** de la función lineal con el eje y.
- En el caso de las funciones de la forma $y = ax$, donde $b = 0$, el intercepto corresponde al origen del sistema de coordenadas cartesianas, donde $x = 0$ y $y = 0$.
- La gráfica de la función $y = ax + b$ es una recta paralela a la gráfica de la función $y = ax$.

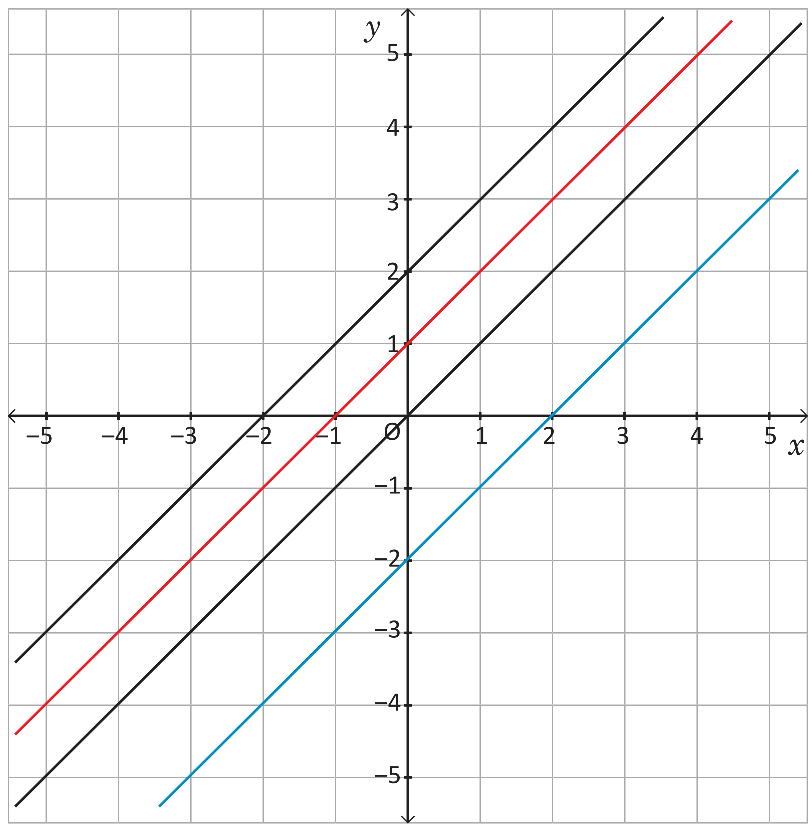
1. Relaciona las siguientes funciones con sus respectivas gráficas, luego identifica diferencias y similitudes.

   a) $y = x + 2$

   b) $y = x - 2$

   c) $y = x + 1$

   d) $y = x$



2. Considerando los resultados encontrados en el Problema inicial, determina qué relación hay entre las gráficas de las funciones.

   a) $y = 2x$

   b) $y = 2x + 3$

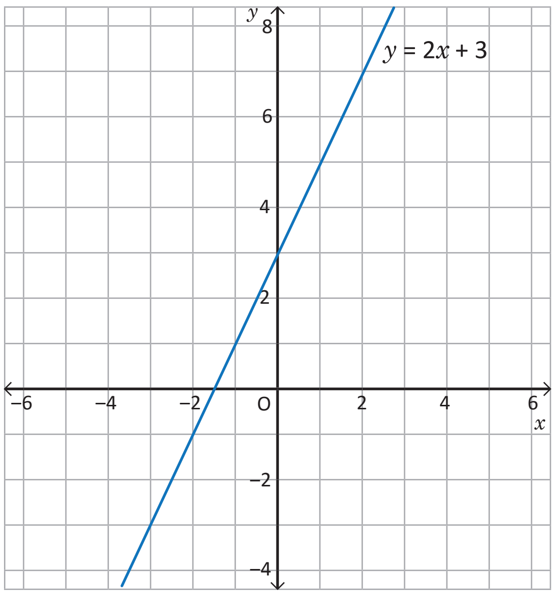
   c) $y = 2x - 3$

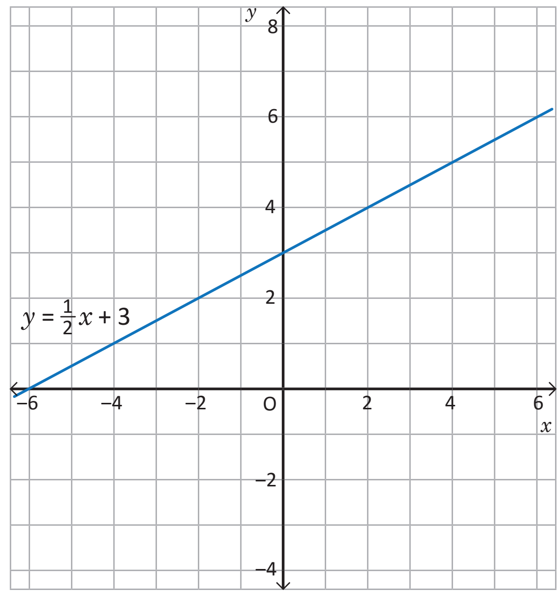
1.9 Análisis gráfico de la pendiente positiva

P

Para la función de cada una de las gráficas, realiza lo siguiente:

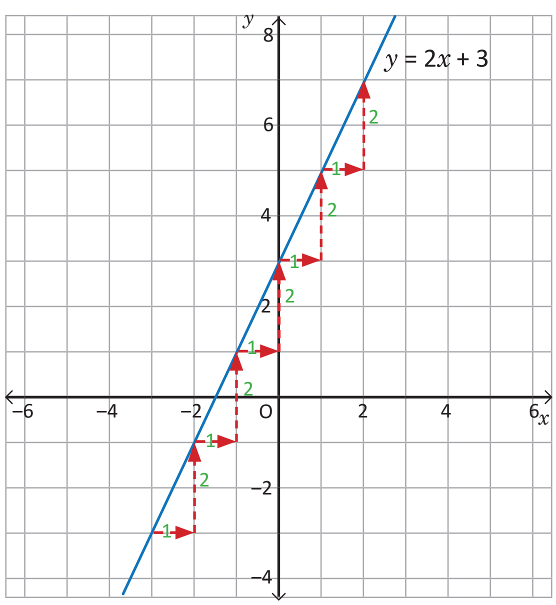
a) ¿Qué sucede con el valor de y cuando el valor de x aumenta una unidad u otra cantidad convencional?
b) ¿Qué valor le corresponde a y cuando x vale 8?
c) Determina la razón de cambio.

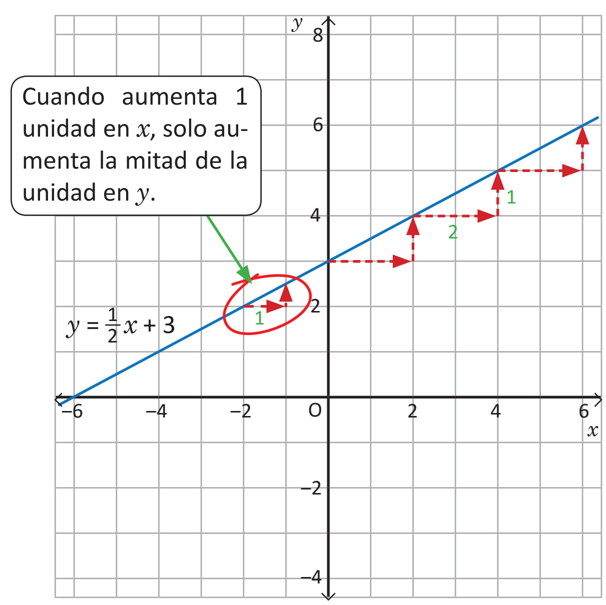




S

a) Al analizar qué sucede con los valores de y cuando x aumenta una unidad, se obtiene que





En la gráfica de $y = 2x + 3$, se puede observar que si x aumenta 1 unidad, y aumenta 2.

En la gráfica de $y = \frac{1}{2}x + 3$, se dificulta determinar con exactitud cuánto aumenta y cuando x aumenta una unidad. En este caso se puede considerar otros valores, por ejemplo, si x aumenta 2 unidades, y aumenta 1.

b) Para determinar el valor que le corresponde a y, cuando x vale 8, es necesario analizar la gráfica, en donde se tiene que

En la gráfica de $y = 2x + 3$, si $x = 2$, $y = 7$.

- Del literal a) se tiene que por cada unidad que aumenta x, y aumenta 2; entonces, como de 2 a 8 x aumenta 6, y aumenta 12, por tanto, si $x = 8$, $y = 19$.

En la gráfica de $y = \frac{1}{2}x + 3$, si $x = 2$, $y = 4$.

- Del literal a) se tiene que cada 2 unidades que aumenta x, y aumenta 1, entonces como de 2 a 8 x aumenta 6, entonces y aumenta 3, por tanto, si $x = 8$, $y = 7$.

c) Para determinar la razón de cambio, se sustituye en la expresión:

$$\textbf{\textit{Razón de cambio}} = \frac{\textit{Variación en } y}{\textit{Variación en } x}$$

Para la función $y = 2x + 3$.

Razón de cambio $= \frac{2}{1} = 2$

$a = 2$

Al aumentar 1 en x, y aumenta 2.

Para la función $y = \frac{1}{2}x + 3$.

Razón de cambio $= \frac{1}{2} = 0.5$

$a = \frac{1}{2}$

Al aumentar 1 en x, y aumenta $\frac{1}{2}$.

La inclinación de la gráfica de una función lineal $y = ax + b$, depende del valor de la razón de cambio, entonces cada vez que a aumenta, también aumenta la inclinación de la recta y viceversa.

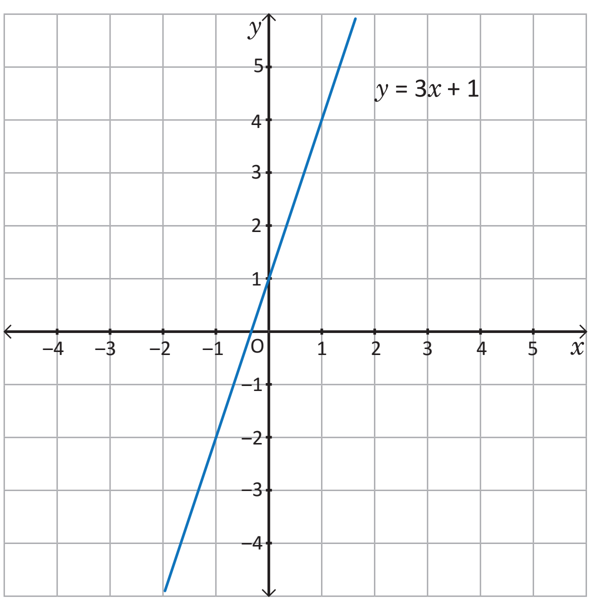
En los ejemplos desarrollados se observa que la inclinación de la gráfica de la función $y = 2x + 3$ es mayor que la de la función $y = \frac{1}{2}x + 3$.

Por tanto, si se quiere cambiar la inclinación de una línea recta, se modifica únicamente el valor de a en la función $y = ax + b$.

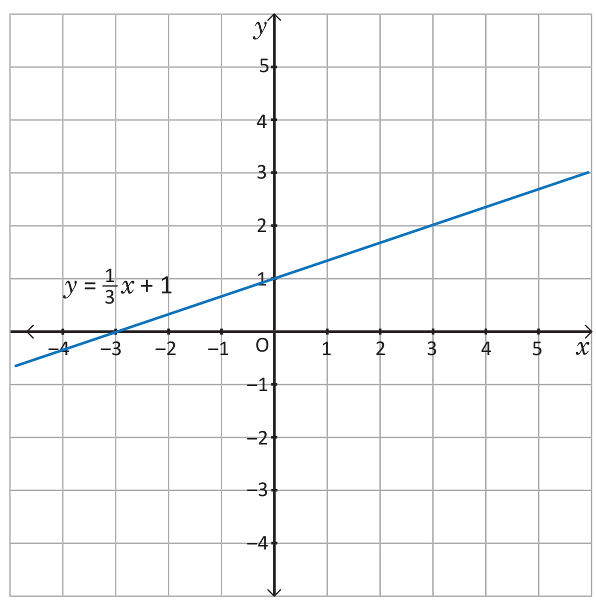
Observa las gráficas de las funciones y responde para cada caso:

a) ¿Qué sucede con el valor de y cuando el valor de x aumenta una unidad?
b) ¿Qué valor le corresponde a y, cuando x vale 6?
c) Determina la razón de cambio.

1.



2.



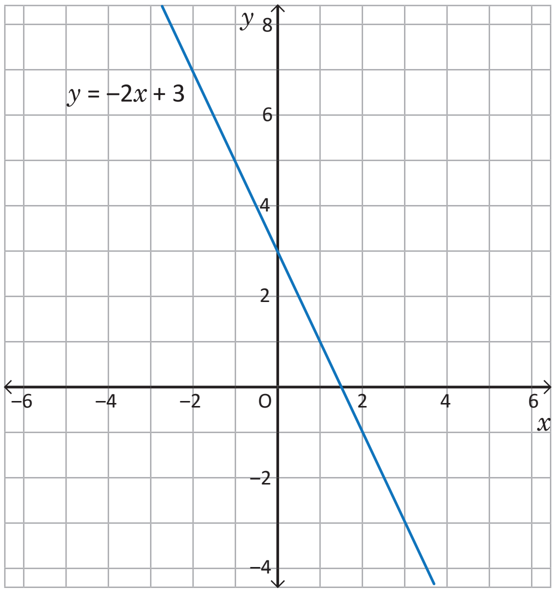
1.10 Análisis gráfico de la pendiente negativa

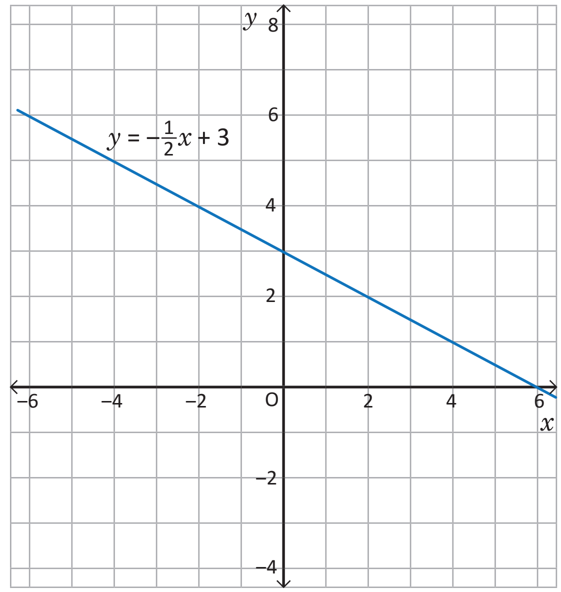
P

Para la función de cada una de las gráficas, realiza lo siguiente:

a) Analiza, ¿qué sucede con el valor de y cuando el valor de x aumenta una unidad u otra cantidad convencional?

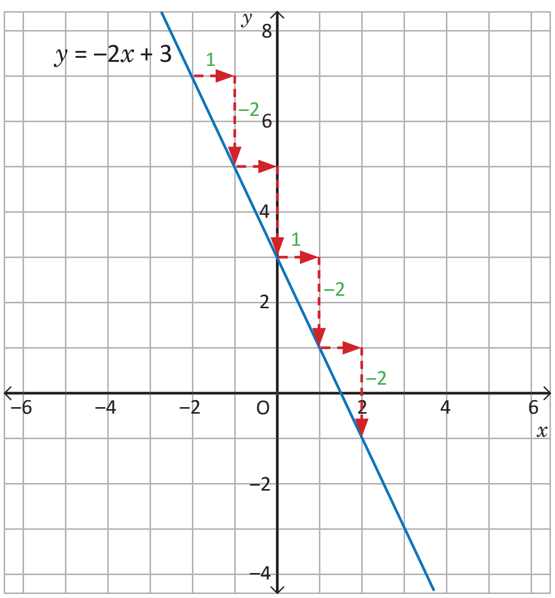
b) Determina la razón de cambio.

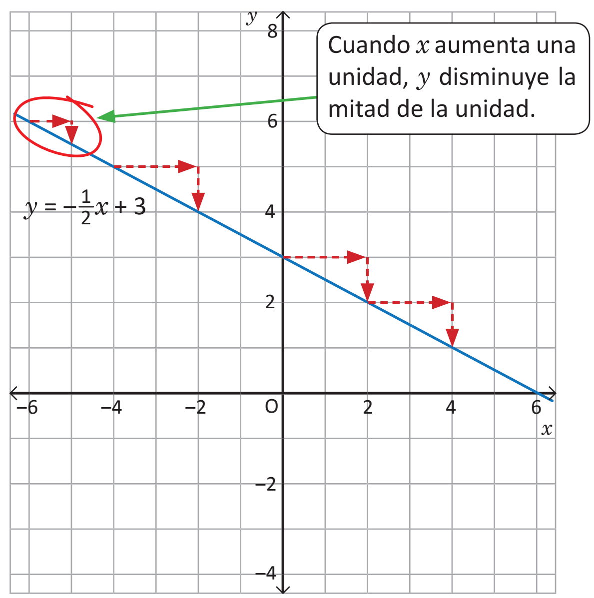




S

a) Al analizar qué sucede con los valores de y cuando x aumenta una unidad, se obtiene que





En la gráfica de $y = -2x + 3$, se puede observar que si x aumenta 1 unidad, y disminuye 2.

En la gráfica de $y = -\frac{1}{2}x + 3$, se dificulta determinar con exactitud cuánto aumenta y cuando x aumenta una unidad. En este caso se puede considerar otros valores, por ejemplo, si x aumenta 2 unidades, y disminuye 1.

b) Para calcular la razón de cambio (***Razón de cambio*** = $\frac{\textbf{\textit{Variación en y}}}{\textbf{\textit{Variación en x}}}$), se tiene:

Para la función $y = -2x + 3$.

Razón de cambio = $\frac{-2}{1}$ **= −2**

$\boldsymbol{a = -2}$

Al aumentar 1 en x, y disminuye 2.

Para la función $y = -\frac{1}{2}x + 3$.

Razón de cambio = $\frac{-1}{2} = -\frac{1}{2}$ **−0.5**

$\boldsymbol{a = -\frac{1}{2}}$

Al aumentar 1 en x, y disminuye 0.5 o $\frac{1}{2}$.

Al aumentar una unidad en la variable x, la variable y disminuye; entonces, la razón de cambio es negativa, es decir, cada vez que se desplaza una unidad a la derecha en la dirección del eje x, la línea recta que corresponde a la gráfica de la función se desplaza hacia abajo tantas unidades como el valor de la razón de cambio.

Por tanto, para una función $y = ax + b$ se tiene que

- **Si $\boldsymbol{a > 0}$, al aumentar 1 unidad en $\boldsymbol{x}$, $\boldsymbol{y}$ aumenta $\boldsymbol{a}$ unidades.**
  Ejemplo: para $y = 3x + 2$, $a > 0$, entonces cuando x aumenta 1 unidad, y aumenta 3 unidades.

- **Si $\boldsymbol{a < 0}$, al aumentar 1 unidad en $\boldsymbol{x}$, $\boldsymbol{y}$ disminuye $\boldsymbol{-a}$ unidades.**
  Ejemplo: para $y = -3x + 2$, $a < 0$, entonces cuando x aumenta 1 unidad, y disminuye 3 unidades.

Observa las gráficas de las funciones y responde para cada caso:

a) ¿Qué sucede con el valor de y cuando el valor de x aumenta una unidad?
b) Determina la razón de cambio.

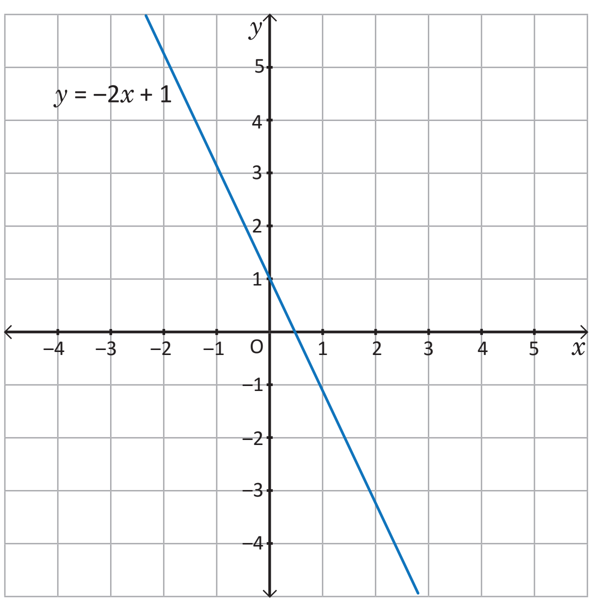


Gráfico 1

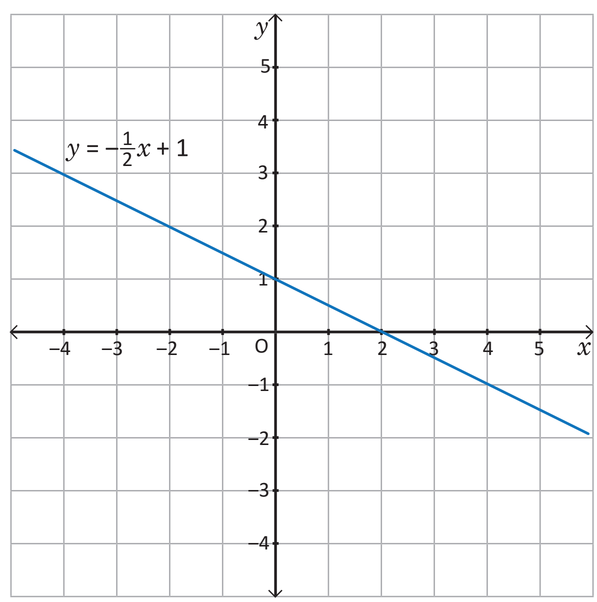
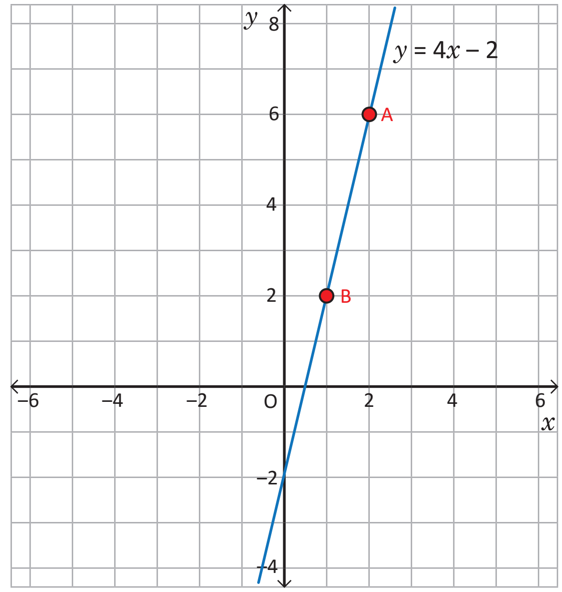


Gráfico 2

1.11 Relación entre la razón de cambio y pendiente de la gráfica de $y = ax + b$

P

Para la función $y = 4x - 2$, realiza lo siguiente:



a) Determina la razón de cambio mediante conteo de unidades.

b) Determina la diferencia entre los valores de x y y, toma como referencia las coordenadas de los dos puntos indicados.

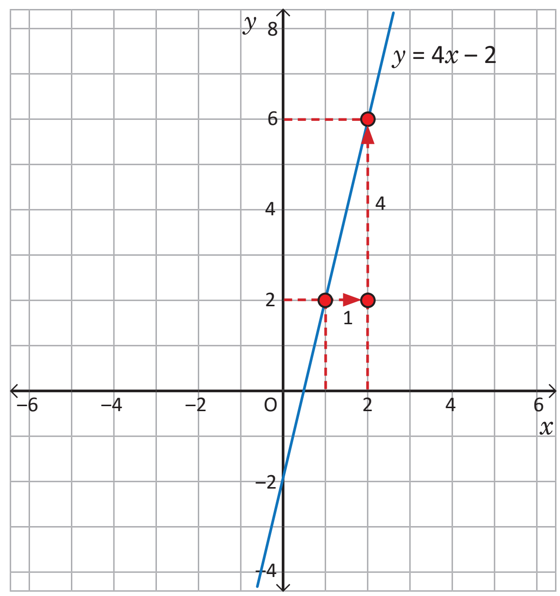
c) Calcula el cociente entre la diferencia de los valores de las coordenadas en y, con la diferencia de los valores de las coordenadas en x.

d) Compara el resultado obtenido en los literales a) y c), ¿qué concluyes?

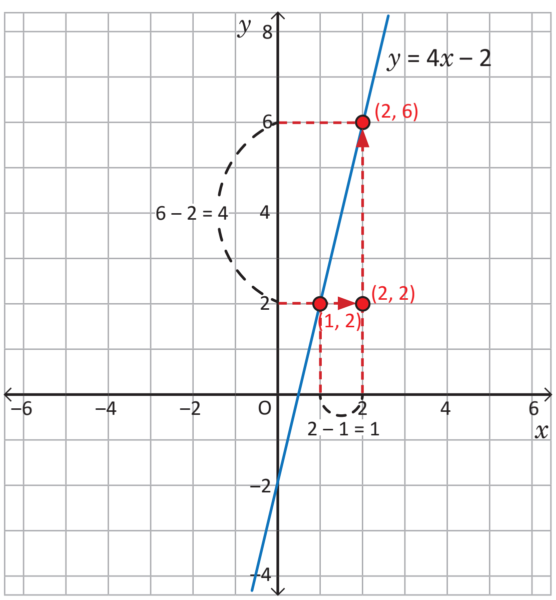
S

a) Al determinar la razón de cambio mediante conteo de unidades que incrementa y, cuando x aumenta 1 unidad, se tiene:

Razón de cambio $= \frac{4}{1} = 4$



b) Para determinar la diferencia entre los valores de las coordenadas en x y y, se restan las coordenadas de los dos puntos seleccionados (Punto A y B).



Diferencia en $y = 6 - 2 = 4$.
Diferencia en $x = 2 - 1 = 1$.

c) Al calcular el cociente entre la diferencia de los valores de las coordenadas en y, con la diferencia en los valores de las coordenadas en x, se tiene:

$$\frac{\text{Diferencia en } y}{\text{Diferencia en } x} = \frac{4}{1} = 4$$

d) Al comparar los resultados obtenidos en el literal a) y en el literal c) se observa que los resultados son iguales.

En la gráfica de la función lineal $y = ax + b$, la razón de cambio coincide con el valor de la pendiente y puede determinarse mediante el cálculo del cociente del incremento para cada una de las coordenadas x y y de dos puntos dados.

Por ejemplo, para una función $y = 4x - 2$, que pasa por los puntos (1, 2) y (2, 6), se tiene:

$$\textbf{Razón de cambio = Pendiente} = \frac{6-2}{2-1} = \frac{4}{1} = 4$$

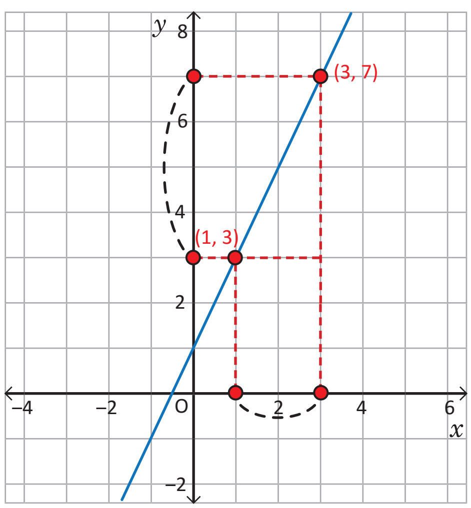
- Para cualquier función que pasa por los puntos $P_1(x_1, y_1)$ y $P_2(x_2, y_2)$, la pendiente se calcula mediante la fórmula:

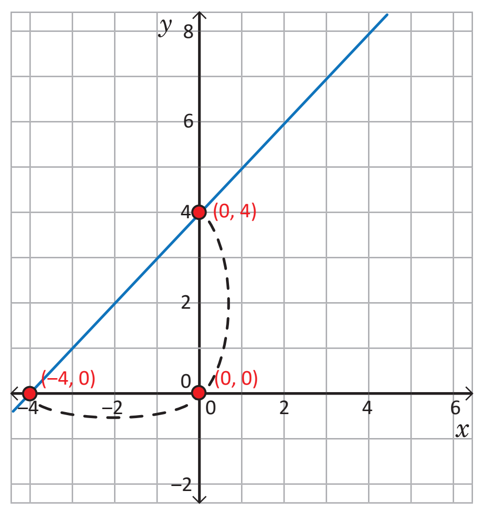
$$\textbf{Pendiente} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

- El coeficiente $\boldsymbol{a}$ en la función $y = ax + b$, corresponde a la pendiente de la línea recta de la gráfica de la función, la cual tiene el mismo valor que la razón de cambio.

Para cada una de las funciones mostradas en las gráficas siguientes realiza lo que se indica a continuación:

a) ¿Puedes determinar, cuántas unidades avanza en y cuando x avanza 1 unidad? Justifica tu respuesta.
b) Calcula el incremento en x y y, considerando las coordenadas de los puntos indicados.
c) Calcula la pendiente de la función de cada gráfica.





En la vida cotidiana se hace uso de la pendiente en diferentes contextos; por ejemplo, una pendiente se encuentra en la inclinación de un techo, de una carretera, o bien de una escalera apoyada en una pared. En matemática se usa la palabra pendiente para definir, de forma particular, el grado de inclinación de algo.

En la figura se muestra una obra arquitectónica donde se puede observar claramente el uso de la pendiente de la línea recta, en este ejemplo el puente más grande del mundo, fabricado con hormigón armado en Millau, Francia.

1.12 Pendiente e intercepto de la gráfica de la función $y = ax + b$

P

Para cada una de las funciones, calcula la pendiente y determina el valor de y donde la gráfica corta al eje y, analizando la gráfica.

1. $y = 2x - 1$
2. $y = -3x + 2$

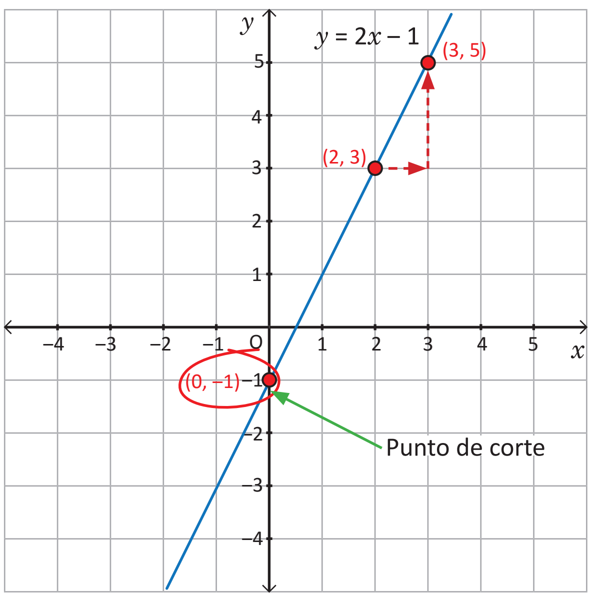
S

Para determinar la pendiente de una función, únicamente se identifica el valor de a; mientras que el valor de b corresponde al valor de y donde la gráfica corta al eje y, así para las funciones dadas se tiene:

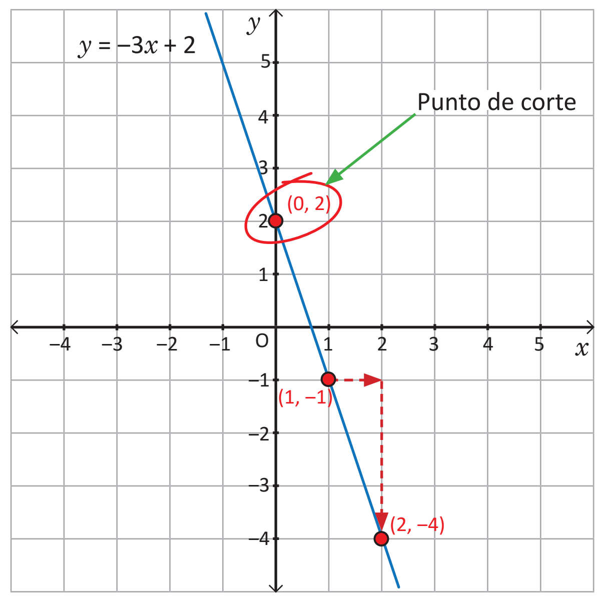
1. $y = 2x - 1$
   Pendiente: $a = 2$
   Corte con el eje y: $b = -1$
2. $y = -3x + 2$
   Pendiente: $a = -3$
   Corte con el eje y: $b = 2$

Al graficar las funciones se tiene:

1.



2.



C

Para identificar la pendiente y el punto de corte de la gráfica de la función $y = ax + b$ con el eje y, únicamente es necesario considerar que el valor del coeficiente a indica la pendiente, y la constante b corresponde al valor de y donde la gráfica corta al eje y. Al valor donde la gráfica corta al eje y se le llama **intercepto**.

- Así la función $y = ax + b$, tiene: Pendiente: a
  Intercepto con el eje y: b

b, corresponde gráficamente al punto (0, b).

- Por ejemplo, la gráfica de la función $y = 3x - 5$, tiene: Pendiente: 3
  Intercepto con el eje y: – 5

1. Para cada una de las funciones, identifica la pendiente y el intercepto con el eje y.

a) $y = 3x + 2$ b) $y = -2x + 1$ c) $y = 5x - 2$ d) $y = 2x - 5$
e) $y = x + 4$ f) $y = x - 2$ g) $y = -x + 6$ h) $y = \frac{1}{2}x + 3$

2. Identifica la pendiente e indica el intercepto con el eje y.

a) $y = 3x$ b) $y = 2x$ c) $y = -2x$ d) $y = x$

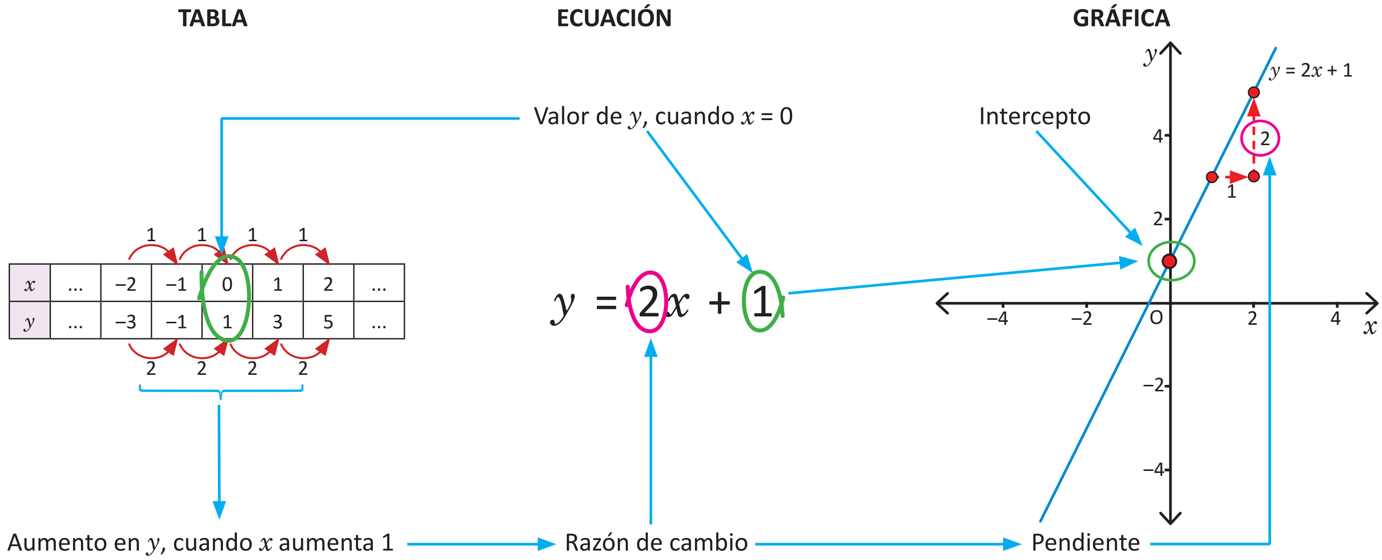
1.13 Relación entre tabla, ecuación y gráfica de función lineal

P

Para la función $y = 2x + 1$, identifica la relación entre las siguientes representaciones: tabla, ecuación y gráfica.

S

Al analizar la función $y = 2x + 1$ y comparar la respectiva tabla para algunos valores de x con la ecuación y la gráfica, se puede observar lo siguiente:



C

En el diagrama anterior que relaciona la tabla, ecuación y gráfica de la función $y = ax + b$, se puede observar que

Tabla	Ecuación	Gráfica
Valor de y, cuando $x = 0$	b	Intercepto con el eje y
Aumento en y, al aumentar 1 unidad en x	a	Pendiente

Para cada una de las funciones, determina el valor de a, b y el intercepto, luego identifica la relación entre las siguientes representaciones: tabla, ecuación y gráfica.

a) $y = 3x + 1$

b) $y = 4x - 3$

c) $y = -2x + 5$

d) $y = -3x - 4$

e) $y = 5x - 4$

f) $y = -2x - 1$

g) $y = 2x - 3$

h) $y = -4x + 1$

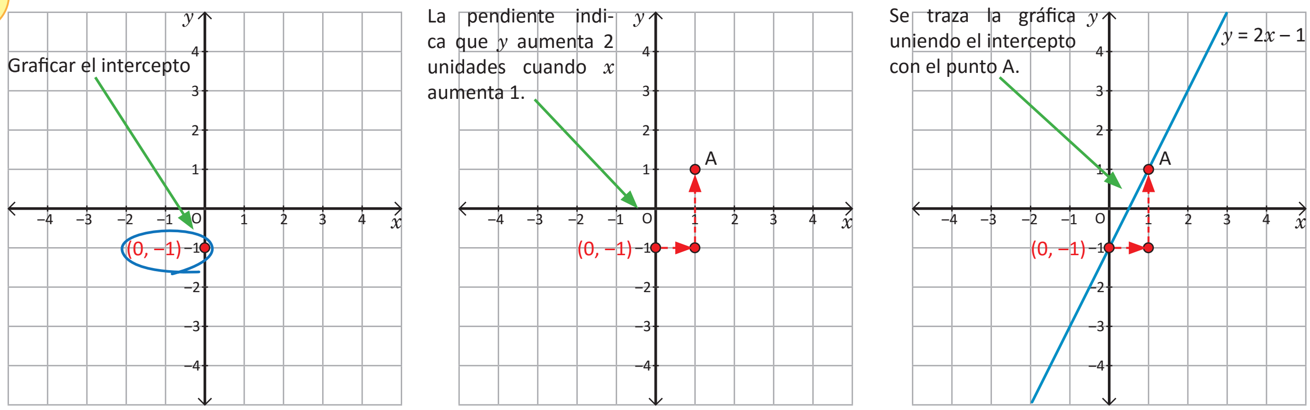
i) $y = -5x + 3$

1.14 Trazo de la gráfica de la función lineal dada la pendiente y el intercepto

P

Traza el gráfico de la función $y = ax + b$, si $a = 2$ y $b = -1$.

S



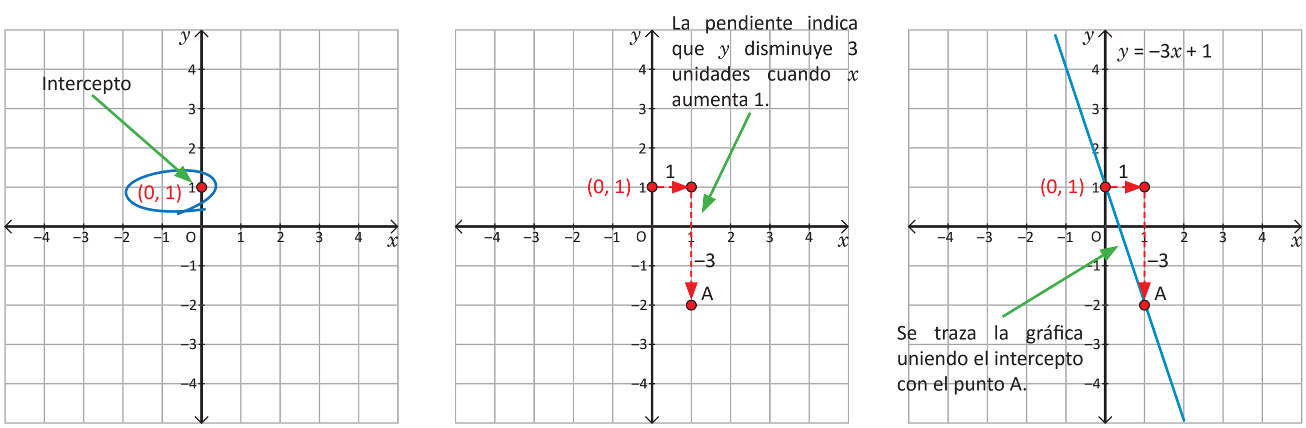
C

Para graficar una función $y = ax + b$, dado el valor de a y b, se coloca el punto (0, b), luego se determina un nuevo punto por donde pasa la gráfica a partir de la pendiente, considerando la variación en x y la variación en y, tal como se ha desarrollado en el ejemplo anterior.

E

Identifica el valor de a y b en la función $y = -3x + 1$, luego grafícala.

Solución.
Al comparar la función $y = -3x + 1$ con la expresión de la función lineal $y = ax + b$, se tiene que $a = -3$ y $b = 1$.



1. Traza la gráfica de la función $y = ax + b$ en cada caso.

   a) Si $a = 3$ y $b = -2$

   b) Si $a = -2$ y $b = 1$

2. Para cada una de las funciones, identifica el valor de a y b, luego grafícalas.

   a) $y = 3x + 1$
   b) $y = 2x - 2$
   c) $y = -2x + 3$
   d) $y = 2x - 3$
   e) $y = x + 3$
   f) $y = x - 2$
   g) $y = \frac{1}{2}x + 3$
   h) $y = -\frac{1}{3}x - 3$

1.15 Relación entre la ecuación y gráfica de la función lineal

P

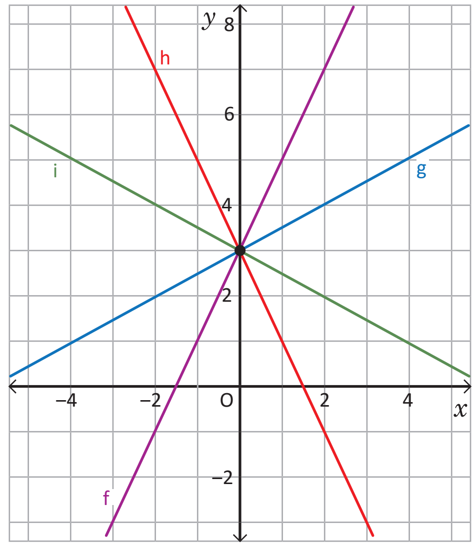
Relaciona cada función con su respectiva gráfica, considera el valor de a y b para justificar tu respuesta.

a) $y = 2x + 3$

b) $y = \frac{1}{2}x + 3$

c) $y = -2x + 3$

d) $y = -\frac{1}{2}x + 3$



S

Al observar la ecuación de las 4 funciones, se tiene que todas intersecan al eje y en $y = 3$, pues tienen $b = 3$; es decir, pasan por el punto (0, 3), esto se puede verificar en la gráfica.

Al analizar el valor de a para cada función, se tiene:

a) La función $y = 2x + 3$, tiene $a = 2$, lo que indica que cuando x aumenta 1 unidad, y aumenta 2 (ver gráfico 1).

b) La función $y = \frac{1}{2}x + 3$, tiene $a = \frac{1}{2}$, lo que indica que cuando x aumenta 2 unidades, y aumenta 1 (ver gráfico 2).

c) La función $y = -2x + 3$, tiene $a = -2$, lo que indica que cuando x aumenta 1 unidad, y disminuye 2 (ver gráfico 3).

d) La función $y = -\frac{1}{2}x + 3$, tiene $a = -\frac{1}{2}$, lo que indica que cuando x aumenta 2 unidades, y disminuye 1 (ver gráfico 4).

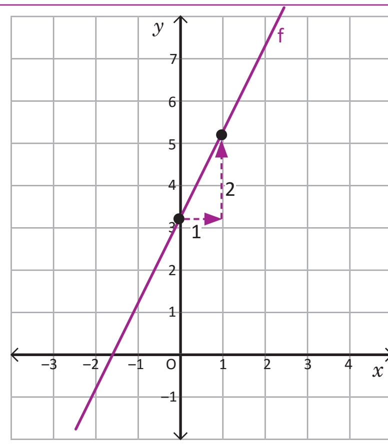


Gráfico 1

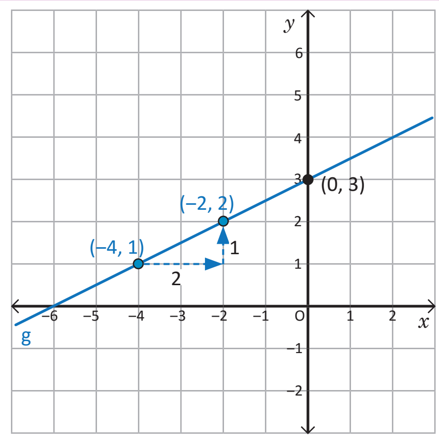


Gráfico 2

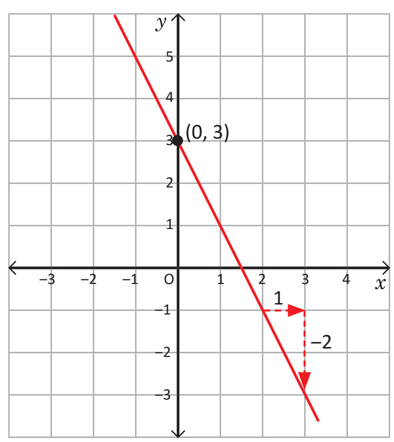


Gráfico 3

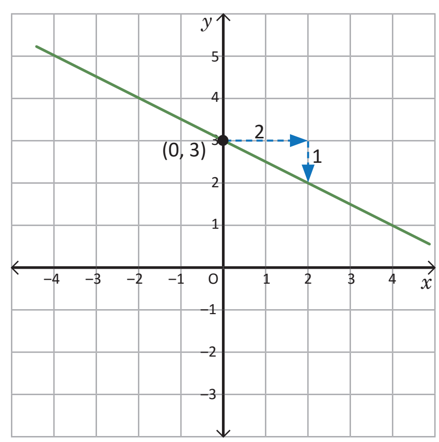


Gráfico 4

C

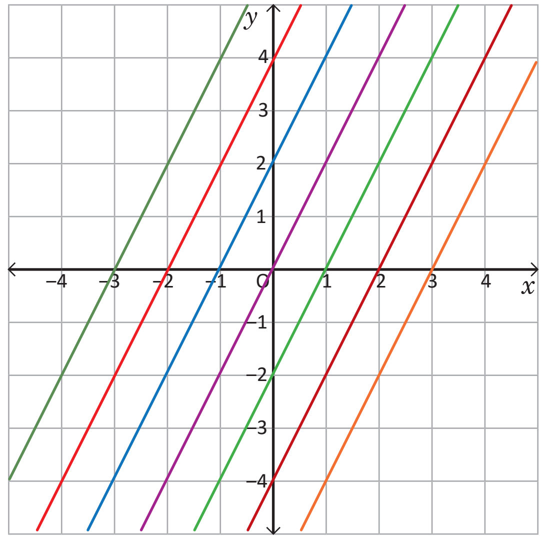
Para relacionar la gráfica de una función lineal con la respectiva expresión matemática, únicamente se debe relacionar:

- El valor de b con el punto de intersección de la gráfica con el eje y.
- El valor de a con la variación de y cuando x aumenta una unidad.

Para el ejemplo desarrollado, como todas las funciones tienen igual valor de b, pasan por el mismo punto (0, b), donde intersecan al eje y.

E

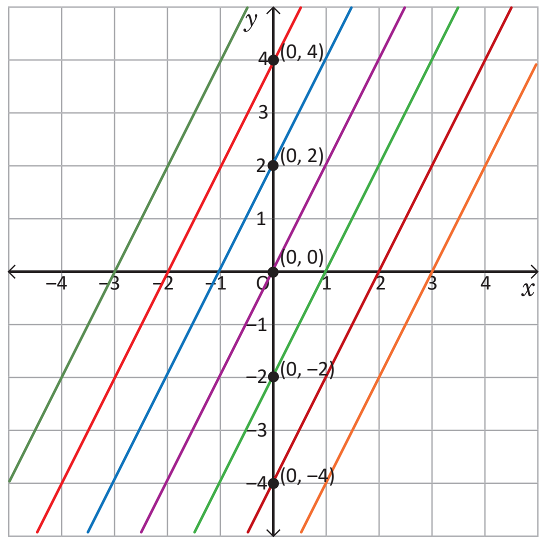
Grafica en el mismo plano las siguientes funciones, luego analiza tus resultados. ¿Qué concluyes?



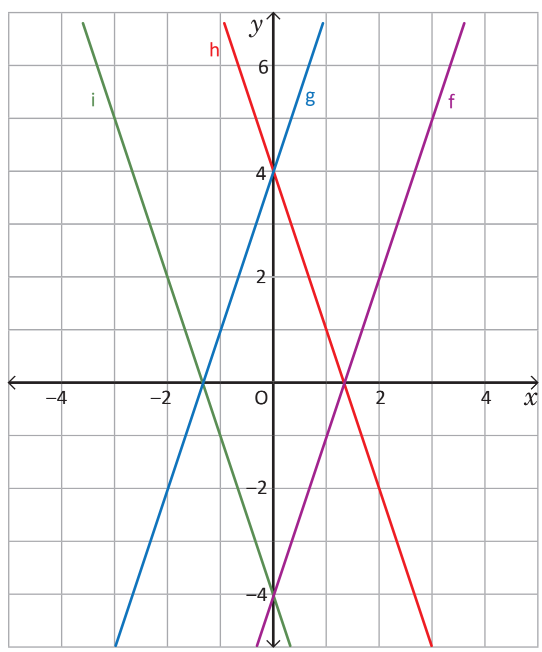
a) $y = 2x$
b) $y = 2x + 2$
c) $y = 2x + 4$
d) $y = 2x + 6$
e) $y = 2x - 2$
f) $y = 2x - 4$
g) $y = 2x - 6$

Solución.

- Al observar la ecuación de las 7 funciones, se tiene que todas tienen la misma pendiente $a = 2$; es decir, por cada unidad que aumenta x, y aumenta 2.
- En este caso, la pendiente no permite establecer relación entre la gráfica y la ecuación de la función. Entonces, se establecerá la relación entre gráfica y la ecuación relacionando el valor de b con el punto de intersección de la gráfica con el eje y.
- Al realizar la relación de cada función con su respectiva gráfica, se puede concluir que si la pendiente de las funciones es la misma y únicamente cambia el valor de b, las gráficas son rectas paralelas.



1. Relaciona cada función con su respectiva gráfica, considera el valor de a y b para justificar tu respuesta.
   a) $y = 3x + 4$
   b) $y = 3x - 4$
   c) $y = -3x + 4$
   d) $y = -3x - 4$



2. Analiza las siguientes funciones y describe qué relación existe entre las gráficas de a) y b) y las de c) y d).
   a) $y = 4x + 4$
   b) $y = 4x - 4$
   c) $y = 5x + 1$
   d) $y = 5x - 1$

1.16 Valores de y cuando se delimitan los valores de x

P

Para la función $y = 5x - 3$, si x está entre -1 y 4, ¿entre qué valores está y?

S

Para determinar entre qué valores está y, se puede considerar dos posibles soluciones.

A partir de la expresión:

Para determinar los valores de y, se sustituye el valor de x en la expresión y se realizan las operaciones indicadas.

Si $x = -1$

$y = 5(-1) - 3$

$y = -5 - 3$

$y = -8$

$(-1, -8)$

Si $x = 4$

$y = 5(4) - 3$

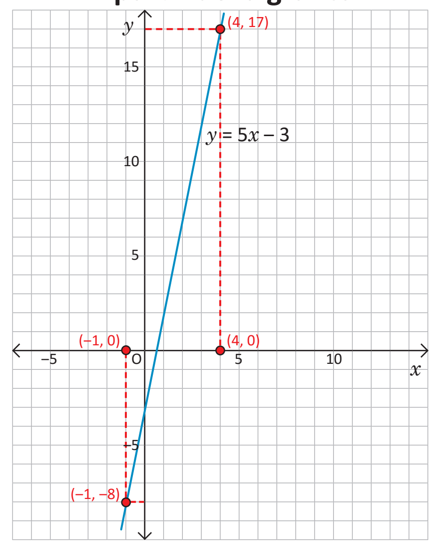
$y = 20 - 3$

$y = 17$

$(4, 17)$

Para la función $y = 5x - 3$, cuando x está entre -1 y 4, y está entre -8 y 17.

A partir de la gráfica



C

Para determinar entre qué valores se encuentra y, cuando se conocen los valores de x, se puede utilizar cualquiera de las opciones mostradas anteriormente.

- A partir de la ecuación: sustituyendo los valores de x de los extremos, se encuentran los valores de y de los extremos.
- A partir de la gráfica: identificando las coordenadas de x, se buscan las correspondientes coordenadas de y.

La opción a utilizar dependerá si se conoce la gráfica o la ecuación de la función.

1. A partir de la ecuación de cada función, determina entre qué valores se encuentra y, conociendo los respectivos valores de x.

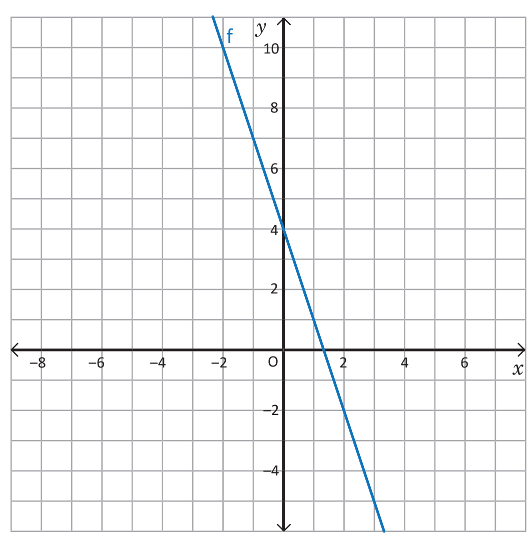
a) Si $y = 2x + 3$, ¿entre qué valores está y, si x está entre -3 y 5?

b) Si $y = -x + 5$, ¿entre qué valores está y, si x está entre 2 y 5?

c) Si $y = 3x - 5$, ¿entre qué valores está y, si x está entre -1 y 4?

d) Si $y = \frac{2}{3}x - 5$, ¿entre qué valores está y, si x está entre -3 y -6?

2. Para la gráfica de la derecha, determina entre qué valores está y, si x está entre -2 y 3.

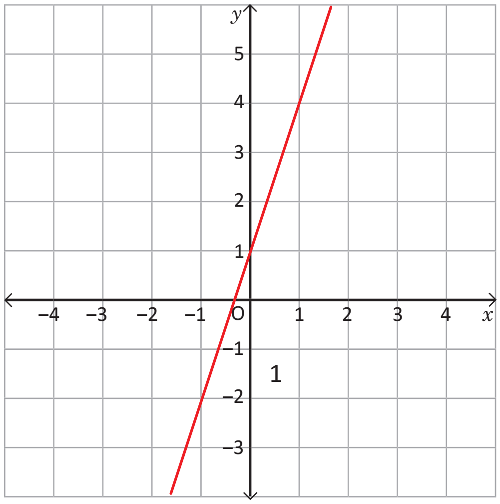


1.17 Expresión de la función en $y = ax + b$ mediante la lectura de la gráfica

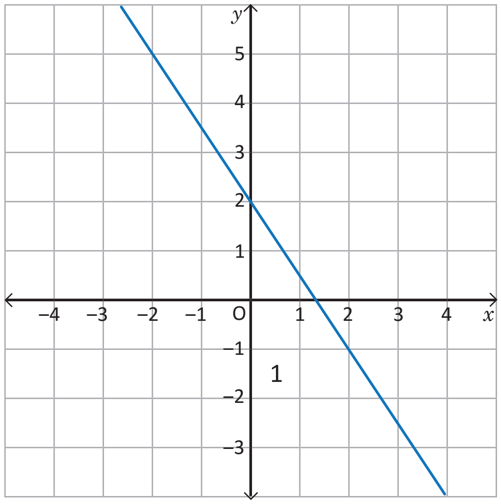
P

Escribe la ecuación para cada una de las funciones, cuyas gráficas se muestran a continuación:

1.

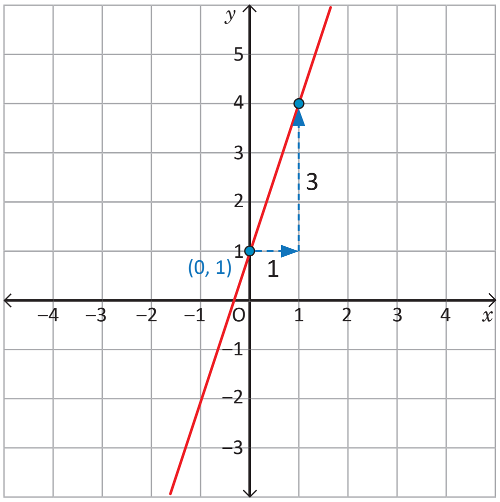


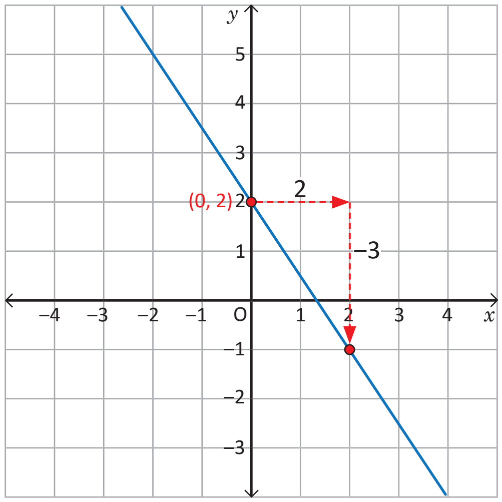
2.



S

Para escribir la expresión matemática de una función, se identifica el intercepto b con el eje y, y se analiza la pendiente a.





$b = 1,\ a = \frac{3}{1} = 3,\ y = 3x + 1.$

$b = 2,\ a = \frac{-3}{2} = -\frac{3}{2},\ y = -\frac{3}{2}x + 2.$

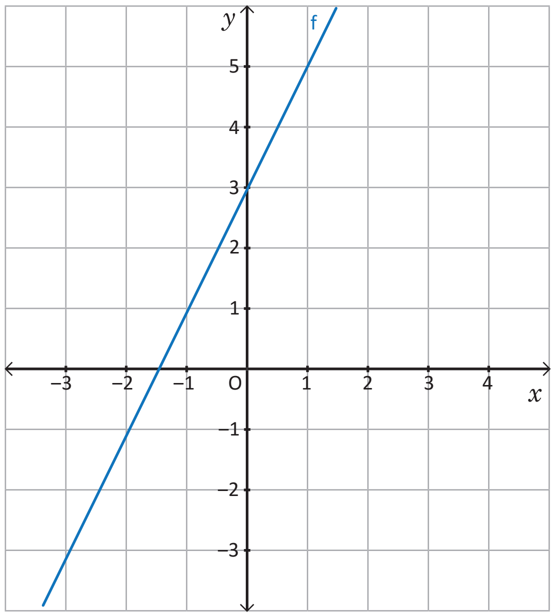
C

Para escribir la ecuación de una función de la forma $y = ax + b$, a partir del gráfico, es necesario identificar el intercepto con el eje y, y determinar la pendiente de la recta, tal como se muestra en los ejemplos desarrollados.

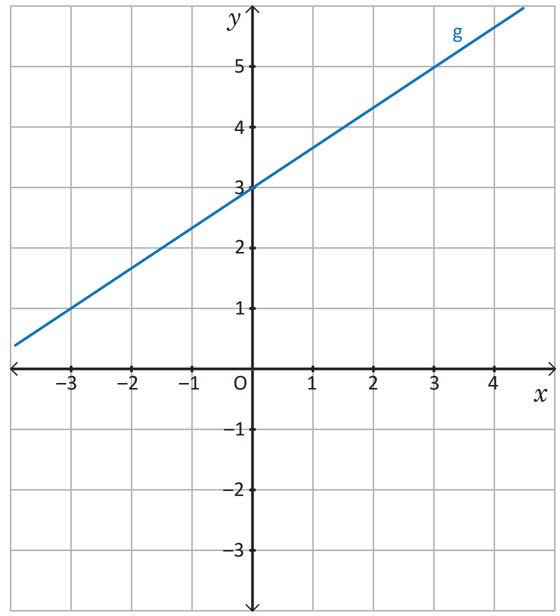
Unidad 3

Escribe la ecuación de cada una de las funciones cuyas gráficas se muestran a continuación:

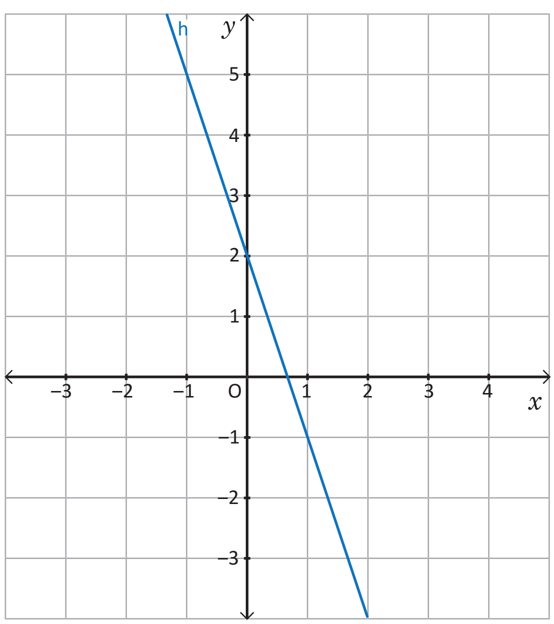
a)



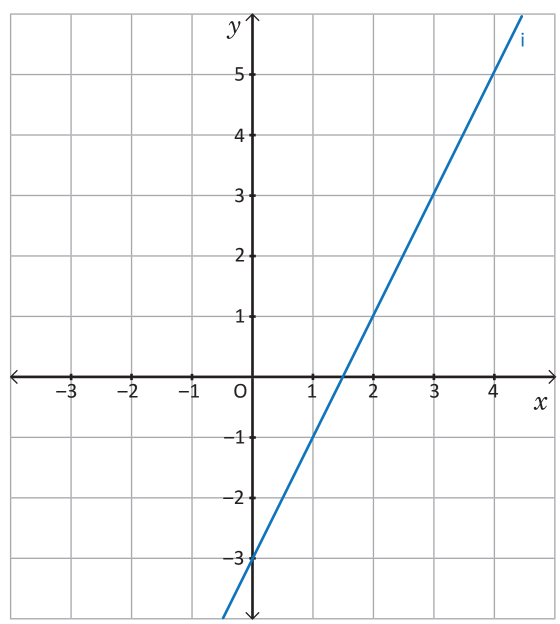
b)



c)



d)



1.18 Ecuación de la función a partir de un punto de la gráfica y la pendiente

P

Escribe la ecuación de la función lineal cuya gráfica tiene pendiente $\frac{2}{3}$ y pasa por el punto (3, 4).

S

Para determinar la ecuación, se identifican los elementos proporcionados.

A partir de los datos proporcionados:

- La pendiente es $\frac{2}{3}$, la función lineal es $y = \frac{2}{3}x + b$.
- La gráfica pasa por el punto (3, 4), al sustituir el valor de x y y en la expresión se tiene: $x = 3$, $y = 4$.

$$4 = \frac{2}{3}(3) + b$$

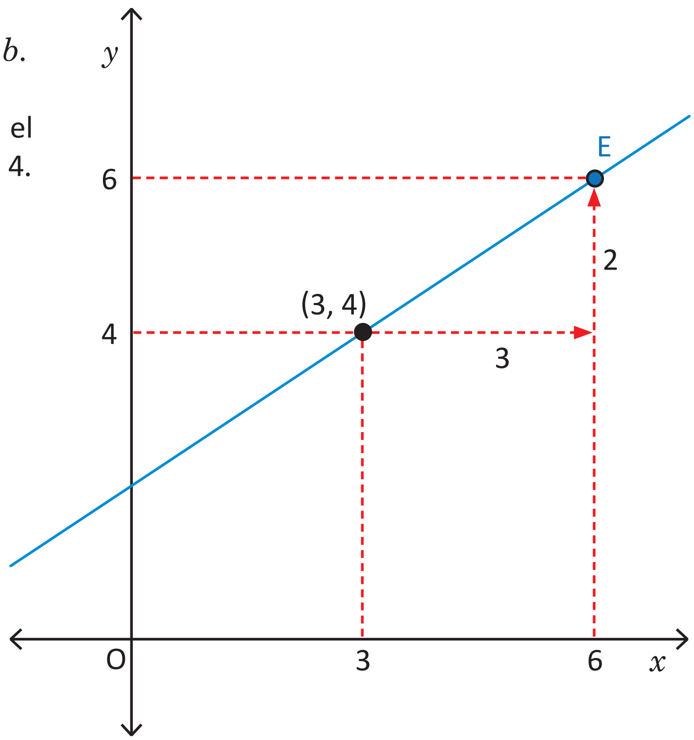
$$4 = 2 + b$$

$$2 = b$$

Entonces, $y = \frac{2}{3}x + 2$.

- Para graficar, se toma el punto (3, 4) ya dado; luego, con la pendiente se busca un nuevo punto por donde pasa la gráfica. Como la pendiente es $\frac{2}{3}$, desde el punto (3, 4) al avanzar 3 unidades en x hacia la derecha, se avanza 2 unidades en y hacia arriba y se llega al punto (6, 6).

Representación gráfica de la función



C

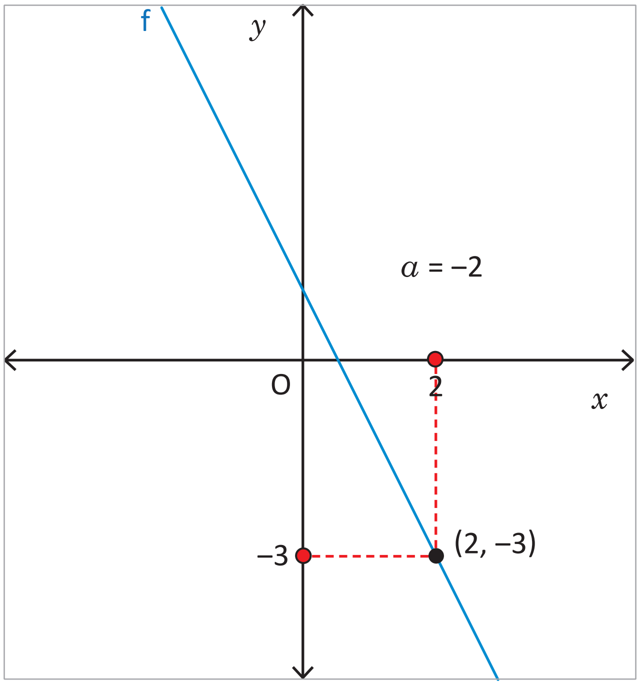
Para determinar la ecuación de la función lineal cuando se conoce la pendiente y las coordenadas (x, y) de un punto por donde pasa la gráfica, se realiza lo siguiente:

1. Sustituir la pendiente en la forma $y = ax + b$.
2. Sustituir los valores de las coordenadas del punto (x, y) en $y = ax + b$ y calcular el valor de b.
3. Escribir la ecuación $y = ax + b$ con los valores a y b encontrados.

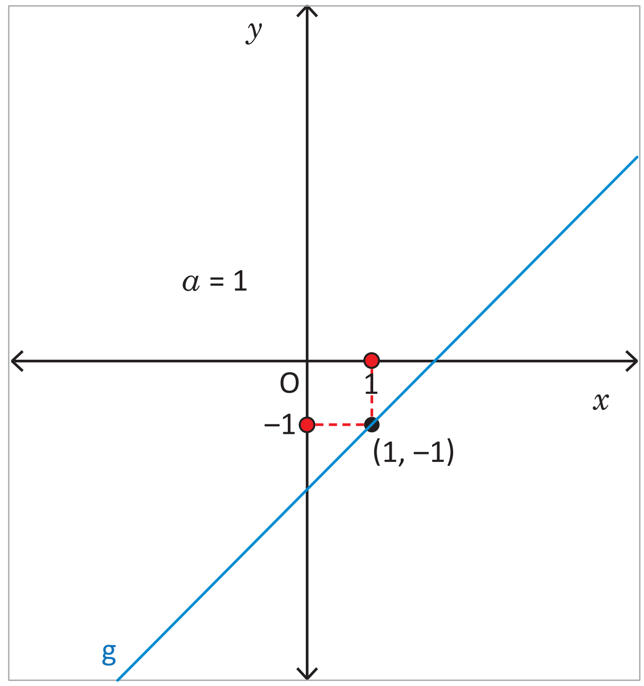
Unidad 3

Escribe la ecuación de cada una de las funciones cuyas gráficas se muestran a continuación:

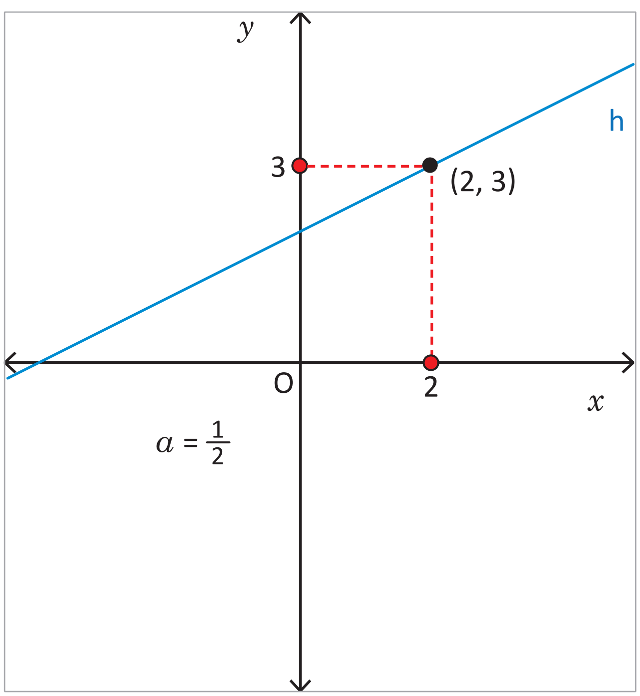
a)



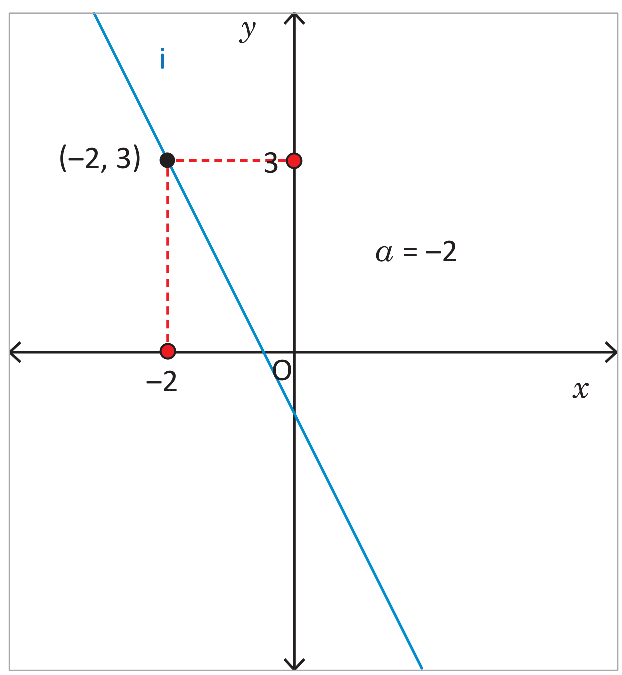
b)



c)

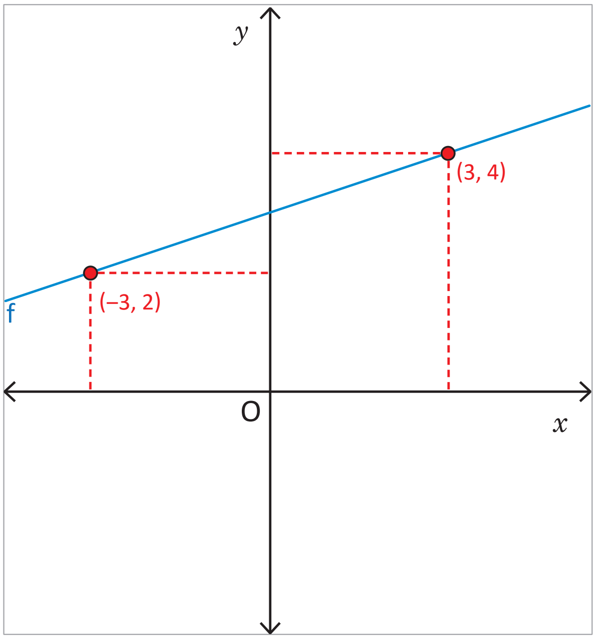


d)



1.19 Ecuación de la función a partir de dos puntos de la gráfica

P Para la función de la gráfica con las dos coordenadas dadas, escribe la ecuación de la forma $y = ax + b$.



S La ecuación de la función se puede determinar aplicando una de las formas siguientes:

Calculando la pendiente:

- Pasa por los puntos (−3, 2) y (3, 4), entonces:

$$a = \frac{4-2}{3-(-3)} = \frac{2}{3+3} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

- La gráfica de la función $y = \frac{1}{3}x + b$ pasa por el punto (3, 4), al sustituir los valores se tiene:

$$4 = \frac{1}{3}(3) + b$$
$$4 = 1 + b$$
$$3 = b$$
$$b = 3$$

Entonces, la función lineal es $y = \frac{1}{3}x + 3$.

Mediante sistemas de ecuaciones:

Como pasa por los puntos (−3, 2) y (3, 4), entonces:

- Para el punto (−3, 2), sustituyendo se tiene:
  $2 = -3a + b$ ①

- Para el punto (3, 4), sustituyendo se tiene:
  $4 = 3a + b$ ②

Al resolver las ecuaciones ① y ② como sistemas de ecuaciones, se encuentran los valores de $a = \frac{1}{3}$ y $b = 3$, luego se escribe la función $y = \frac{1}{3}x + 3$.

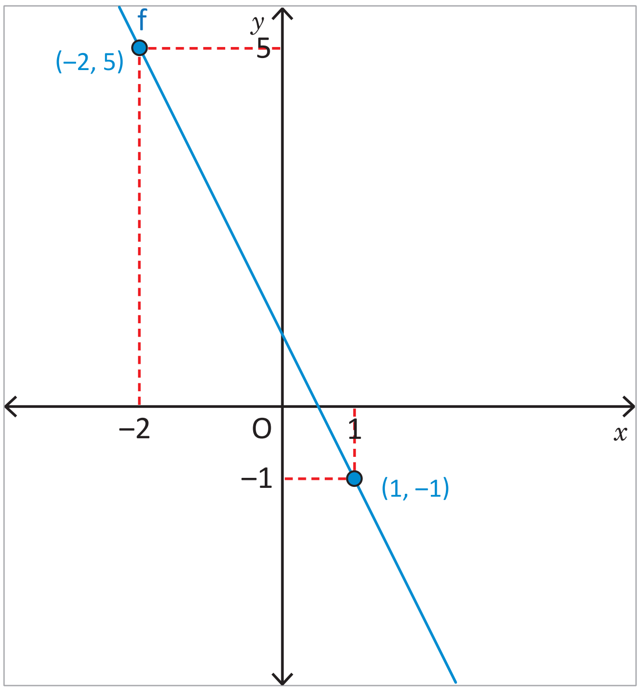
C Para determinar la ecuación de una función cuando se conocen las coordenadas de dos puntos A(x_A, y_A) y B (x_B, y_B) de la gráfica, se puede:

1. Determinar la pendiente a utilizando la fórmula $a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$.
2. Sustituyendo en $y = ax + b$, el valor de a calculado en 1 y las coordenadas de uno de los puntos dados, para encontrar el valor de b.
3. Escribir la ecuación $y = ax + b$, sustituyendo los valores de a y b encontrados.

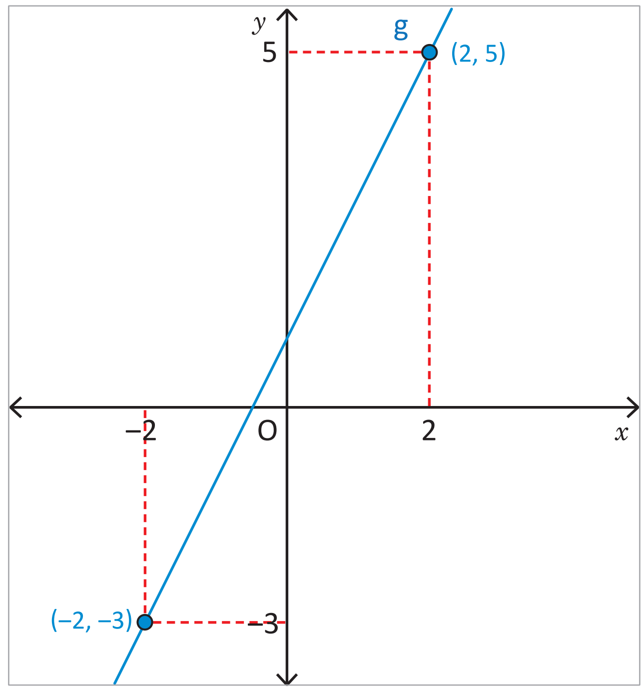
O bien, se puede tomar las coordenadas de los dos puntos dados para formar un sistema de ecuaciones lineales, tal como se muestra en el ejemplo desarrollado.

Escribe la ecuación de cada una de las funciones cuyas gráficas se muestran a continuación:

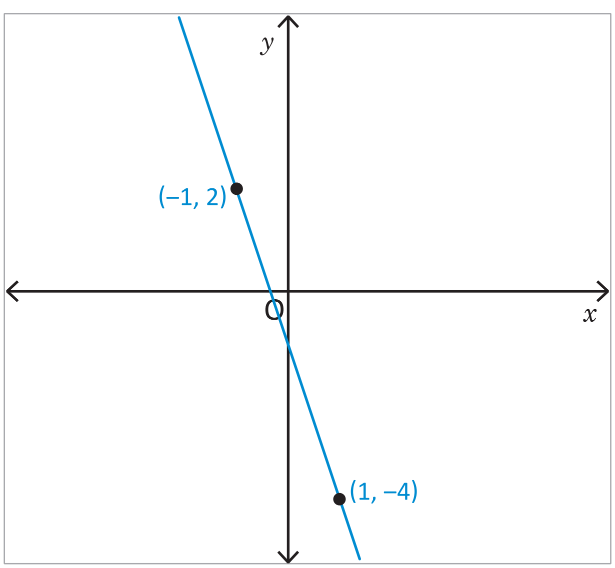
a)



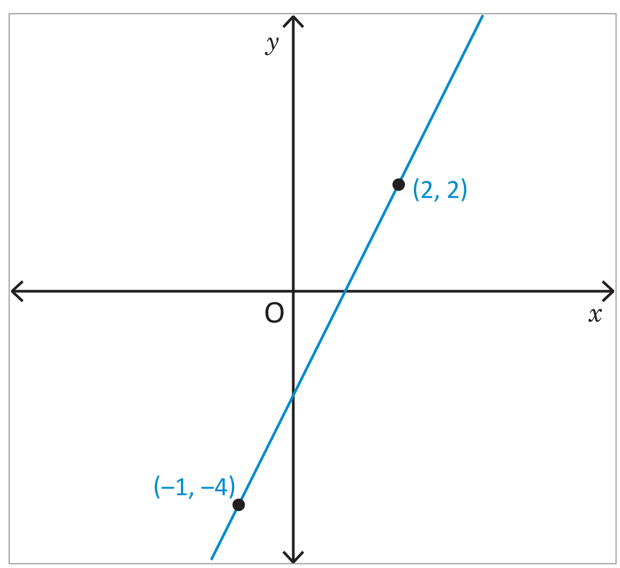
b)



c)



d)



1.20 Ecuación de la función a partir de los interceptos con los ejes

P

Escribe la ecuación de la función lineal que pasa por lo puntos (–4, 0) y (0, 6).

S

Para determinar la ecuación de la función lineal que pasa por los puntos, es necesario considerar:

- El punto (0, 6) tiene la forma (0, y), por lo que corresponde al intercepto con el eje y, entonces $b = 6$.
- Se calcula la pendiente con las coordenadas de los puntos (–4, 0) y (0, 6).

$$a = \frac{6-0}{0-(-4)} = \frac{6}{0+4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

- Se escribe la ecuación sustituyendo el valor determinado de a y b en la expresión $y = ax + b$, y se obtiene $y = \frac{3}{2}x + 6$.

Los puntos de la forma (x, 0) y (0, y) se llaman interceptos.

(0, y) intercepto con el eje y; (x, 0) intercepto con el eje x.

C

Cuando se conocen las coordenadas de dos puntos de la forma (x, 0), (0, y) de la gráfica de una función lineal, entonces se puede determinar la ecuación considerando que

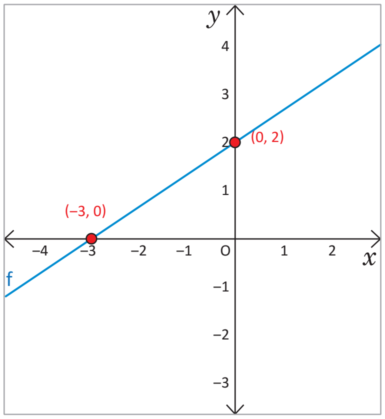
1. Para (0, y) ➡ $y = b$ corresponde al intercepto con el eje y.

2. La pendiente $a = \frac{y-0}{0-x} = \frac{y}{-x} = -\frac{y}{x}$.

3. Se escribe la ecuación sustituyendo los valores calculados de a y b en la expresión $y = ax + b$.

E

Considerando las coordenadas de los puntos que se muestra en la gráfica de la función, escribe la respectiva ecuación.



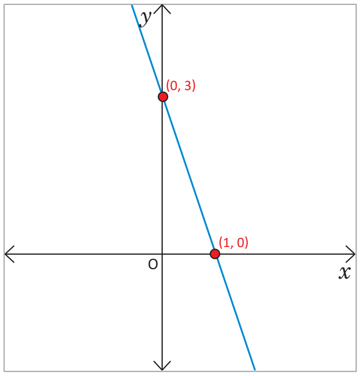
Solución.

Para determinar la ecuación de la función lineal que pasa por los puntos que se muestran en la gráfica, se procede de manera similar al ejemplo anterior.

- Se identifica el intercepto con el eje y, $b = 2$.
- Se calcula la pendiente $a = \frac{2}{-(-3)} = \frac{2}{3}$.
- Se escribe la ecuación sustituyendo el valor determinado para a y b, en la expresión $y = ax + b$, se obtiene $y = \frac{2}{3}x + 2$.

1. Escribe la ecuación para la función lineal que pasa por los puntos:
   a) (0, 3) y (4, 0)
   b) (–2, 0) y (0, 4)
   c) (3, 0) y (0, 6)

2. Considerando las coordenadas de los puntos que se muestra en la gráfica de la función, escribe la respectiva ecuación.



1.21 Practica lo aprendido

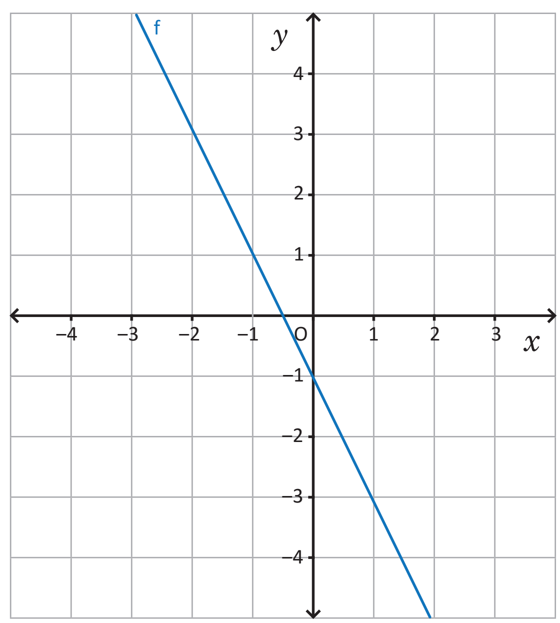
Resuelve de manera ordenada, en tu cuaderno, cada una de las situaciones planteadas:

1. Un determinado día, Ana pagó 3.6 dólares por 3 euros, y Carlos pagó 8.4 dólares por 7 euros.
   a) Encuentra la ecuación de la recta que nos da el precio en euros y, de x dólares.
   b) Represéntala gráficamente.
   c) ¿Cuánto habrían pagado por 15 euros?

2. Un algodonero recoge 30 kg de algodón por cada hora de trabajo, y demora media hora preparándose todos los días cuando inicia la jornada. La función lineal que representa esta situación está dada por la ecuación $y = 30x - 15$; donde y representa los kg de algodón recogido y x es el tiempo transcurrido en horas.
   a) Realiza una tabla para la función y grafícala.
   b) ¿Cuántos kg de algodón se recogerán en una jornada de 8 horas?

3. Se llena una piscina con una manguera en forma constante, de modo que la altura alcanzada por el agua aumenta 15 cm por cada hora que transcurre. Si inicialmente el agua que había en la piscina llegaba a una altura de 12 cm.
   a) ¿Cuál será la altura alcanzada por el agua después de 3 horas?
   b) Escribe la altura y del agua después de x horas.

4. Para la función de la gráfica, realiza lo siguiente:
   a) Identifica el intercepto.
   b) Determina la razón de cambio.
   c) Escribe la ecuación de la función.



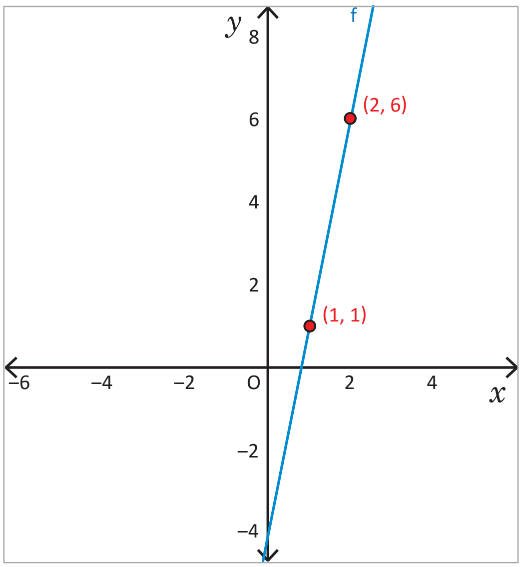
5. Grafica las siguientes funciones en el mismo plano, luego realiza lo que se pide en cada numeral.
   a) $y = 3x$ b) $y = 3x + 1$
   c) $y = 3x - 1$ d) $y = -3x + 1$
   e) $y = -3x - 1$ f) $y = 3x + 2$
   g) $y = 3x + 3$ h) $y = 3x + 5$

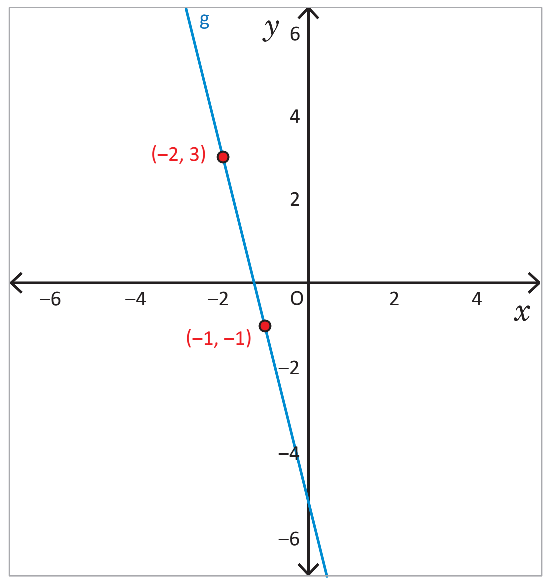
   I. Identifica el intercepto.
   II. Determina la razón de cambio.
   III. ¿Qué concluyes?

1.22 Practica lo aprendido

Resuelve de manera ordenada, en tu cuaderno, cada una de las situaciones planteadas.

1. Para las funciones de las gráficas siguientes:
   a) Determina cuántas unidades avanza y, cuando x avanza 1 unidad, justifica tu respuesta.
   b) El incremento en x y y, considerando las coordenadas de los puntos indicados.
   c) Calcula la pendiente de la función en cada caso.



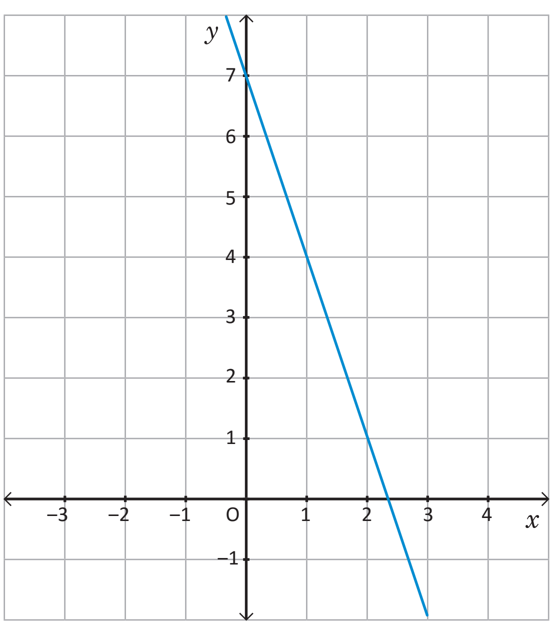


2. Identifica la pendiente y el intercepto para cada una de las siguientes funciones:
   a) $y = x + 1$ b) $y = 7x + 4$ c) $y = -5x + 4$ d) $y = \frac{5}{3}x - 2$

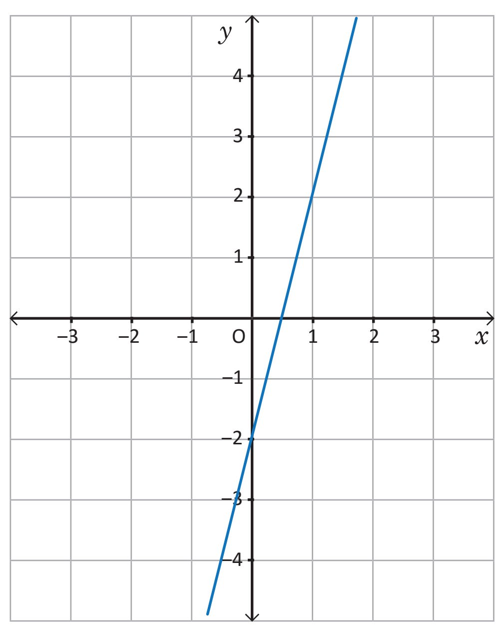
3. Determina entre qué valores está y, en cada caso.
   a) $y = 8x - 10$, x está entre −1 y 5.   b) $y = -6x + 5$, x está entre −2 y 3.

4. Escribe la ecuación de la función graficada en cada literal:

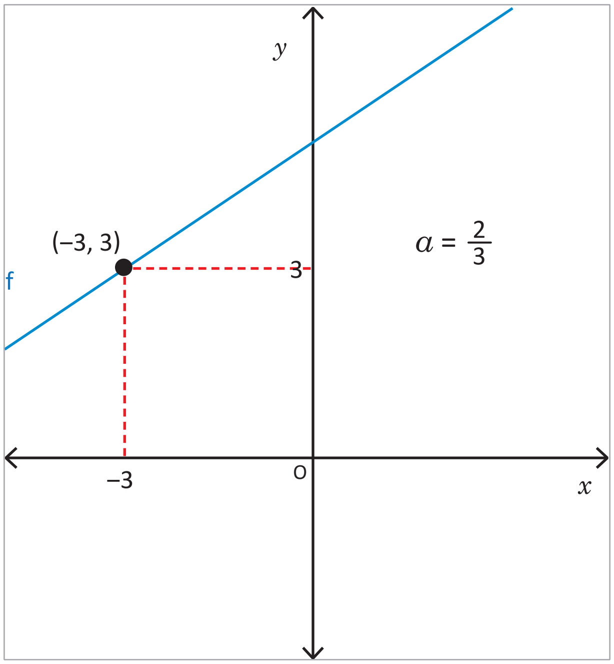
a)



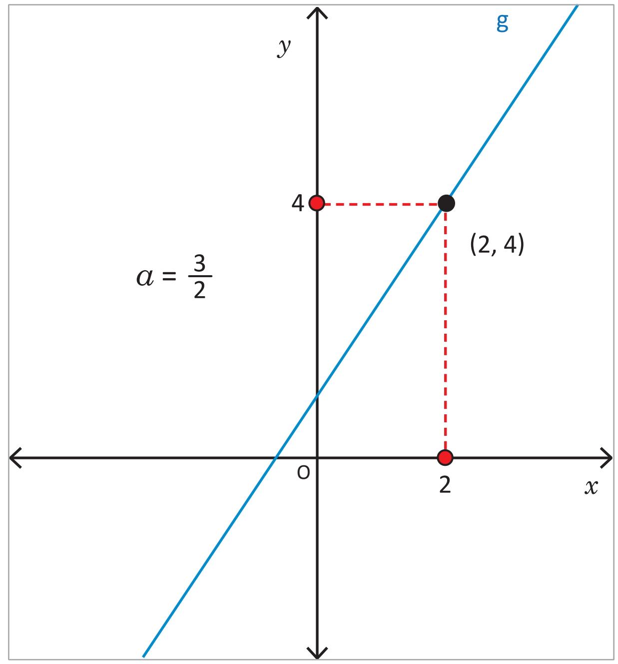
b)



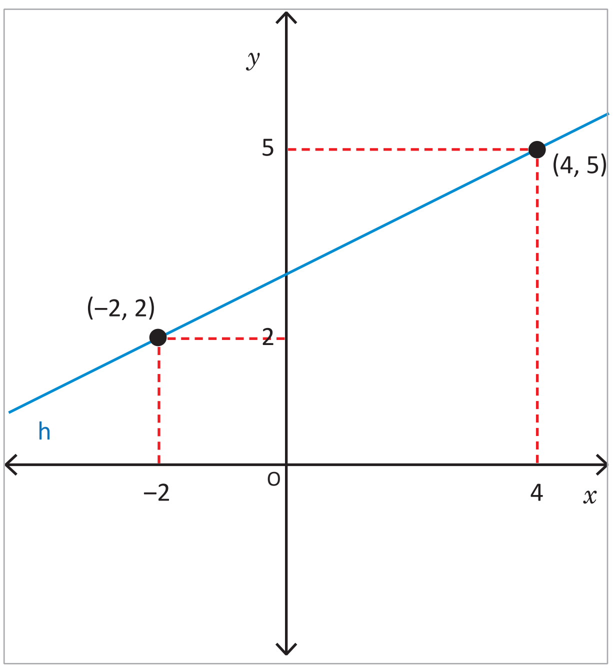
c)



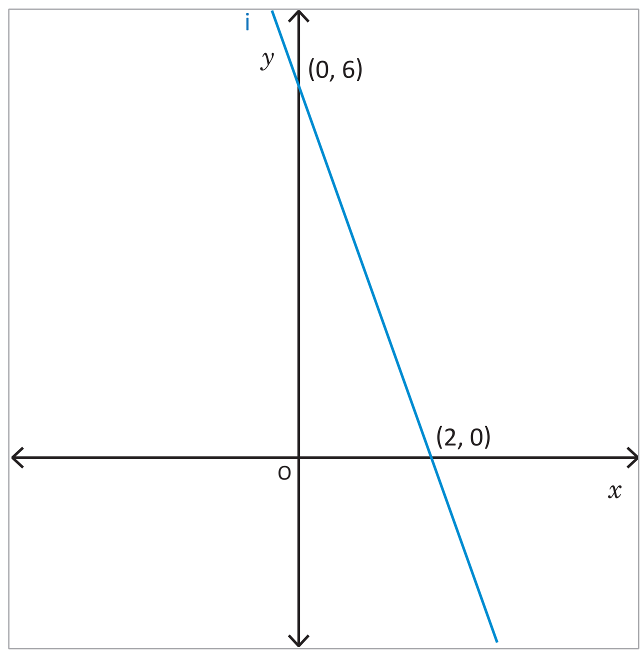
d)



e)



f)



5. Determina la ecuación $y = ax + b$, considerando la información proporcionada en cada caso.

   a) Tiene pendiente 3 y pasa por el punto (0, 5).
   b) Tiene pendiente $\frac{3}{4}$ y pasa por el punto (4, 3).
   c) Pasa por los puntos (0, −2) y (6, 2).
   d) Pasa por los puntos (−2, 1) y (−1, 3).
   e) La función cuya gráfica es paralela a la de la función $y = 3x - 2$, y pasa por el punto (0, 7).

2.1 Trazo de la gráfica de una ecuación de primer grado con dos incógnitas

P

¿Cómo puedes representar gráficamente la ecuación $x + 2y + 4 = 0$?

S

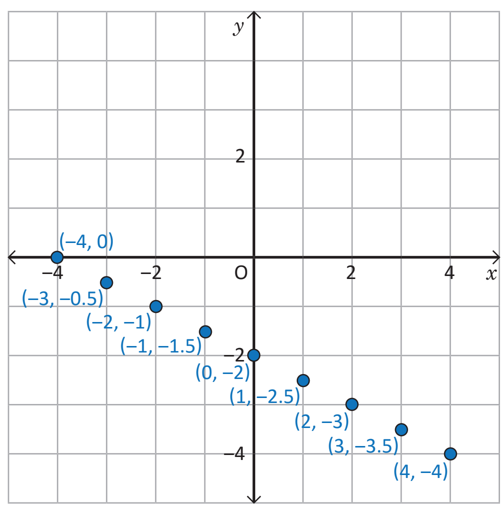
Para representar gráficamente una ecuación $x + 2y + 4 = 0$, es necesario conocer algunos valores de x y los respectivos valores de y, para representarlos en el plano como pares ordenados. Por ejemplo, si $x = -4$, al sustituir en la ecuación se tiene $-4 + 2y + 4 = 0$, $2y = 0$, entonces $y = 0$. Los valores obtenidos se organizan en la tabla.

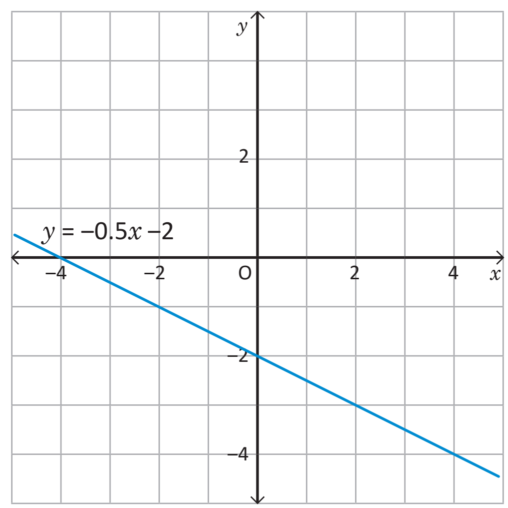
x	...	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	...
y	...	0	$-\frac{1}{2}$	-1	$-\frac{3}{2}$	-2	$-\frac{5}{2}$	-3	$-\frac{7}{2}$	-4	...

Para facilitar el cálculo, se puede resolver en y la ecuación, así se tiene: $x + 2y + 4 = 0 \Rightarrow 2y = -x - 4$, x y 4 pasan a la derecha; $y = -\frac{1}{2}x - 2$, se divide entre 2 ambos miembros.

Otra manera de hacerlo es encontrando el valor de y que corresponde a un valor x, y sustituyendo otros valores para x.

Si $x = -2$, $y = -\frac{1}{2}(-2) -2$, entonces $y = -1$.





C

Para representar gráficamente la ecuación de la forma $ax + by + c = 0$, es necesario determinar algunos valores para x y y que hacen cierta la ecuación y representarlos como pares ordenados en el plano.

Al comparar la representación gráfica de la ecuación de la forma $ax + by + c = 0$, con la gráfica de la función lineal, se puede concluir que en ambos casos la gráfica es una línea recta y que para graficar la ecuación $ax + by + c = 0$, es necesario encontrar el valor de y correspondiente a x.

Para cada una de las ecuaciones:

1. Determina el valor de y correspondiente a x.
2. Elabora la tabla para organizar los pares ordenados.
3. Represéntalas gráficamente.

a) $-x + y - 3 = 0$ b) $-2x + y - 2= 0$ c) $x + 2y - 6 = 0$

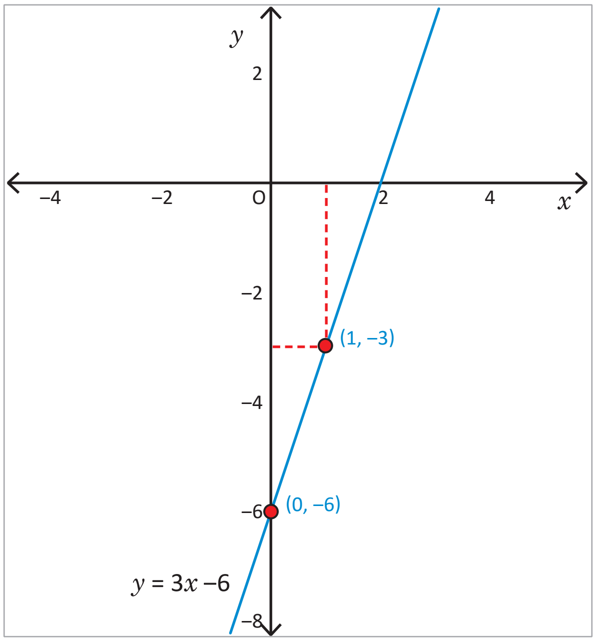
2.2 Relación entre la gráfica de la ecuación $ax + by + c = 0$ y la función $y = ax + b$

P

Lleva la ecuación $-6x + 2y + 12 = 0$, a la forma $y = ax + b$, luego grafícala.

S

- Para llevar la ecuación $-6x + 2y + 12 = 0$ a la forma $y = ax + b$, se despeja y:
  $2y = 6x - 12$, $-6x$ y 12 pasan al miembro derecho,
  $y = 3x - 6$, se dividen ambos miembros entre 2.



- Ahora para graficar, se tiene que la pendiente es $a = 3$, y el intercepto $b = -6$, es decir pasa por el punto (0, 6).
- Se determina otro punto de la gráfica:

Si $x = 1$

$$y = 3(1) - 6$$

$$y = -3$$

O sea que la gráfica pasa por el punto (1, −3).

Trazar la gráfica que pasa por los puntos (0, −6) y (1, −3).

C

Para llevar la ecuación de primer grado con dos incógnitas a la forma $y = ax + b$ de la línea recta, es necesario:

1. Resolver la ecuación $6x + 2y + 12 = 0$, sobre y.
2. Identificar la pendiente a y el intercepto b.
3. A partir de la pendiente y el intercepto, encontrar las coordenadas de otro punto de la gráfica.
4. Trazar la línea recta que pasa por los dos puntos determinados.

Para cada una de las siguientes ecuaciones, realiza:

1. Lleva la ecuación a la forma $y = ax + b$, resolviendo sobre y.
2. Determina otro punto por donde pasa la gráfica.
3. Traza la gráfica.

a) $-x + y = 6$
b) $2x + y = 10$
c) $3x - y = 1$

2.3 Gráfica de la ecuación $ax + by + c = 0$ a partir de los interceptos

P

Para la ecuación $2x + y - 4 = 0$, realiza lo siguiente:

1. Identifica los interceptos con el eje y, cuando $x = 0$.
2. Identifica los interceptos con el eje x, cuando $y = 0$.
3. Traza la gráfica de la ecuación.

S

Los interceptos con los ejes son:

1. El intercepto con el eje y, como $x = 0$, se tiene

$$2(0) + y - 4 = 0$$
$$0 + y - 4 = 0$$
$$y = 4$$

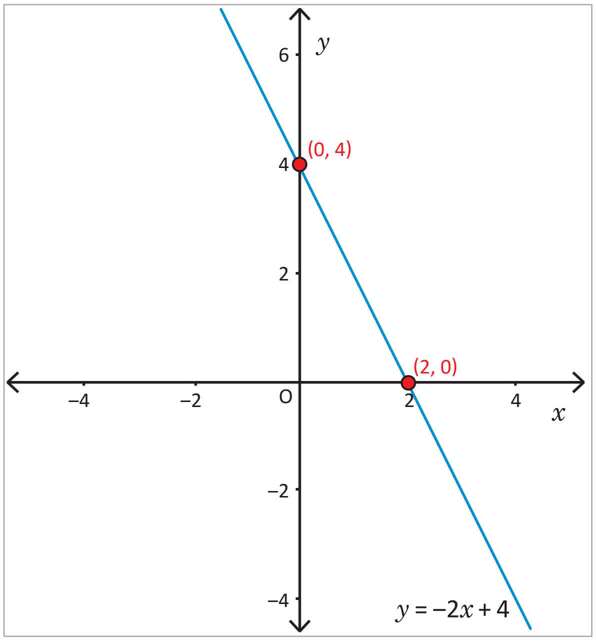
Se obtiene el punto (0, 4).

2. El intercepto con el eje x, $y = 0$, entonces sustituyendo en la expresión $2x + y - 4 = 0$

$$2x + 0 - 4 = 0$$
$$2x - 4 = 0$$
$$2x = 4$$
$$x = 2$$

Se obtiene el punto (2, 0).

3. Representa los puntos (0, 4) y (2, 0) y traza la gráfica.



C

Para trazar la gráfica de la ecuación $ax + by + c = 0$, basta con conocer dos puntos y se pueden utilizar los interceptos con los ejes x y y, es necesario:

1. Identificar el intercepto con el eje y, $(0, b)$.
2. Determinar el intercepto con el eje x, haciendo $y = 0$ y calculando el respectivo valor de x, obteniendo el punto $(x, 0)$.
3. Representar los interceptos y trazar la gráfica.

Para cada una de las ecuaciones, realiza lo siguiente:

1. Determina el valor de los interceptos de la gráfica con los ejes y y x.
2. Traza la gráfica de la ecuación.

a) $3x + y = 6$ b) $5x - 2y = 10$ c) $3x - y = -6$

2.4 Trazo de la gráfica de la ecuación de la forma $ax + by + c = 0$, cuando $a = 0$

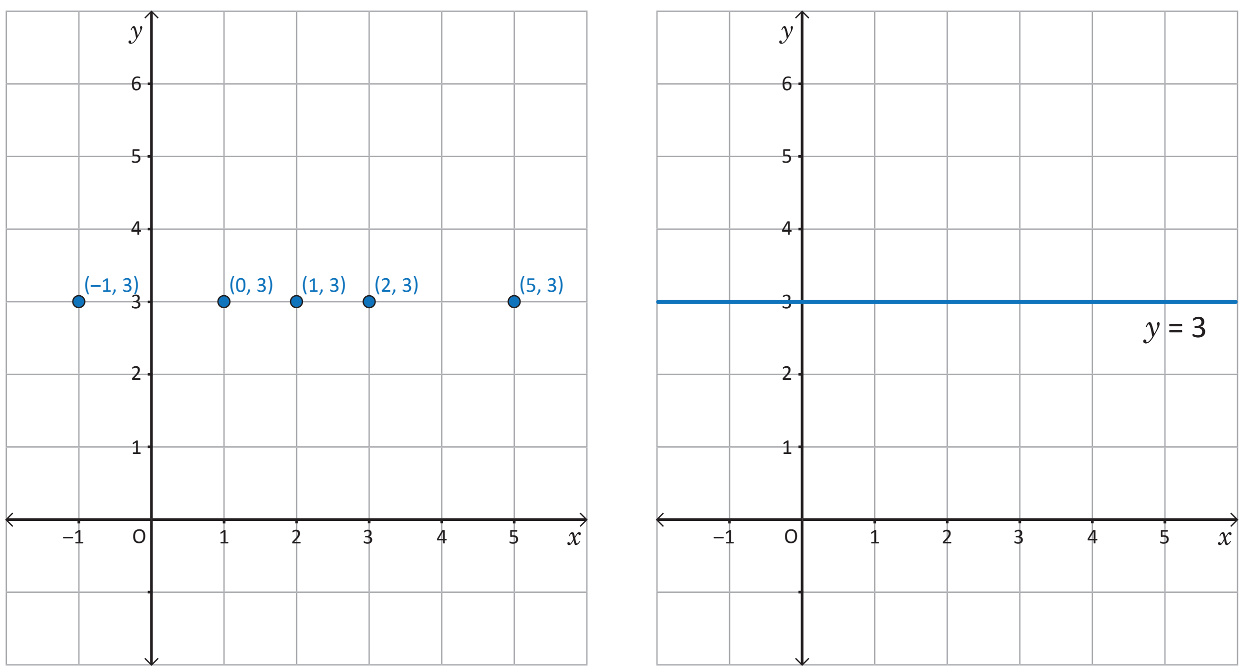
P

Para la ecuación $3y - 9 = 0$, realiza lo siguiente:

1. Resuelve la ecuación en y.
2. Determina al menos 4 pares de valores para x y y que cumplen la igualdad.
3. Traza la gráfica de la ecuación.

S

1. Al resolver la ecuación en y, se tiene $3y = 9$, entonces $y = 3$.
2. Para determinar los pares ordenados, como en la ecuación $y = 3$, no aparece x, entonces serán todos los pares ordenados que tengan $y = 3$, por ejemplo: (–1, 3), (0, 3), (1, 3), (2, 3), (5, 3), etc.
3. Entonces al representar gráficamente se tiene:



C

Para representar gráficamente la ecuación $by + c = 0$, se traza una recta horizontal en $y = -\frac{c}{b}$, pues x puede tomar cualquier valor; por tanto, la gráfica será una recta paralela al eje x, tal como se muestra en el ejemplo desarrollado.

En cada una de las siguientes ecuaciones de la forma $by + c = 0$:

1. Despeja la incógnita y.
2. Represéntala gráficamente trazando la línea recta paralela al eje x, la cual pasa por el punto $(0, -\frac{c}{b})$.

a) $2y - 10 = 0$ b) $-3y - 9 = 0$ c) $\frac{1}{2}y - 3y = 0$ d) $4y + 12 = 0$

2.5 Trazo de la gráfica de la ecuación $ax + by + c = 0$, cuando $b = 0$

P

Para la ecuación $3x + 6 = 0$, realiza lo siguiente:

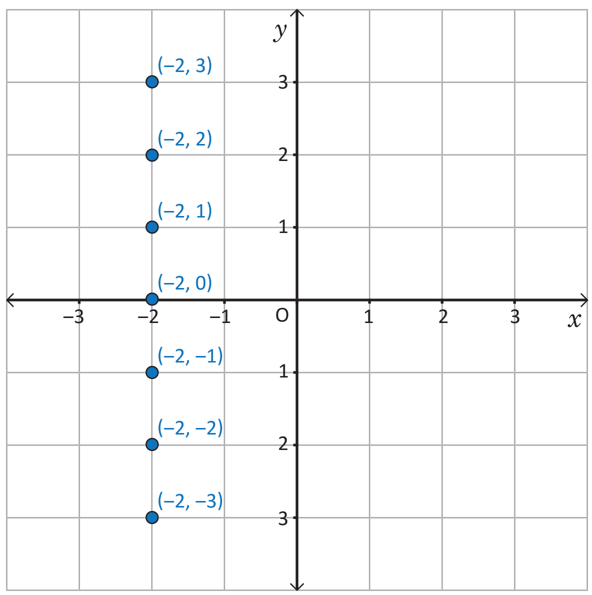
1. Resuelve la ecuación en x.
2. Determina al menos 4 pares de valores para x y y que cumplen la igualdad.
3. Traza la gráfica de la ecuación.

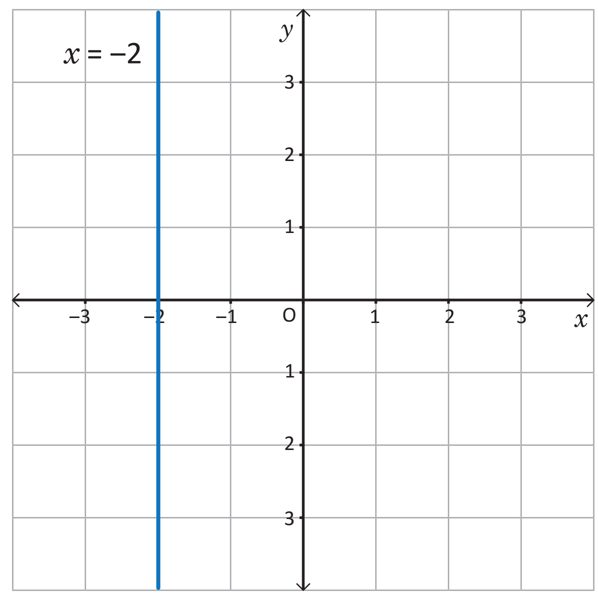
S

1. Al resolver la ecuación en x, se tiene $3x = -6$, entonces $x = -2$.

2. Para determinar los pares ordenados, como en la ecuación $x = -2$, no aparece y, entonces serán todos los pares ordenados que tengan $x = -2$, por ejemplo: $(-2, -3)$, $(-2, -2)$, $(-2, -1)$, $(-2, 0)$, $(-2, 1)$, $(-2, 2)$, $(-2, 3)$, etc.

3. Entonces, al representar gráficamente se tiene:





C

Para representar gráficamente la ecuación $ax + c = 0$, únicamente se traza una recta vertical en $x = -\frac{c}{a}$ pues y puede tomar cualquier valor; por tanto, la gráfica será una recta paralela al eje y, tal como se muestra en el ejemplo desarrollado.

En cada una de las siguientes ecuaciones $ax + c = 0$:

1. Despeja la incógnita x.
2. Represéntala gráficamente trazando la línea recta paralela al eje y, la cual pasa por el punto $(-\frac{c}{a}, 0)$.

a) $x - 2 = 0$ b) $-2x + 6 = 0$ c) $5x + 20 = 0$ d) $\frac{1}{2}x - 2 = 0$

2.6 Intercepto de la gráfica de dos ecuaciones de la forma $ax + by + c = 0$

P

Para el sistema de ecuaciones $\begin{cases} -3x + y + 6 = 0 & ① \\ x - y + 2 = 0 & ② \end{cases}$, realiza lo siguiente:

1. Lleva las dos ecuaciones a la forma $y = ax + b$.
2. Grafica las dos ecuaciones en un mismo plano.
3. Identifica las coordenadas del punto donde se intersecan las dos rectas.
4. Interpreta el sentido del punto de intersección.

S

1. Al resolver las ecuaciones en y se tiene $\begin{cases} y = 3x - 6 & ① \\ y = x + 2 & ② \end{cases}$

2. Para obtener la gráfica de cada ecuación se identifican dos puntos, estos pueden ser el intercepto con el eje y y un punto adicional.

① Si $x = 3$, entonces:

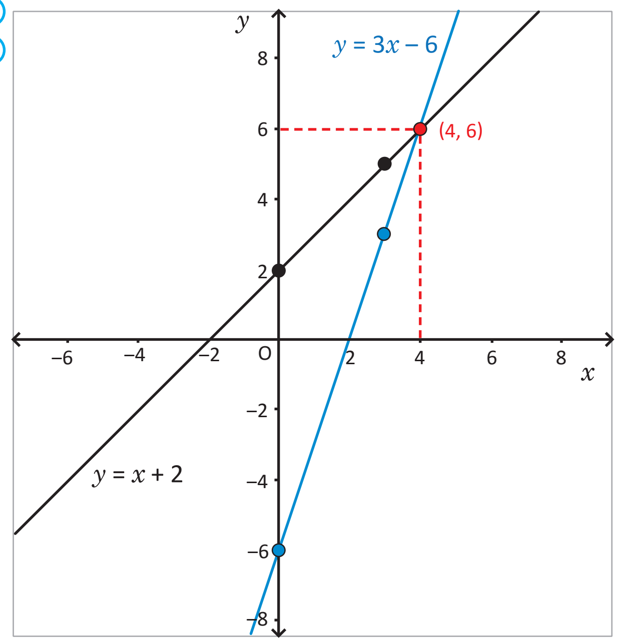
$y = 3(3) - 6$
$y = 9 - 6$
$y = 3$

Pasa por los puntos (0, −6) y (3, 3)

②

$y = x + 2$
$y = 3 + 2$
$y = 5$

Pasa por los puntos (0, 2) y (3, 5)



3. Al trazar líneas paralelas al eje y y eje x, respectivamente, se determina las coordenadas del punto en que se cortan las dos gráficas, tal como se muestra en la gráfica corresponde al punto (4, 6).

4. Como el punto (4, 6) corresponde a la gráfica de las dos ecuaciones, se puede decir que satisface las dos ecuaciones; por tanto corresponde a la solución del sistema de las dos ecuaciones lineales con dos incógnitas. Entonces la solución del sistema es $x = 4$, $y = 6$.

Otra manera de encontrar la solución del sistema propuesto es mediante cualquiera de los métodos ya conocidos.

C

Cuando se grafica un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas en un solo plano, las coordenadas del punto en que se intersecan las dos gráficas, corresponde a la solución del sistema, por tanto, un sistema de ecuaciones también se puede resolver de manera gráfica, representando las dos gráficas en un solo plano e identificando las coordenadas que corresponden al punto de intersección.

Para cada uno de los sistemas de ecuaciones, realiza lo siguiente:

1. Lleva las dos ecuaciones a la forma pendiente intercepto.
2. Grafica las dos ecuaciones en un mismo plano.
3. Identifica las coordenadas del punto donde se intersecan las dos rectas.
4. Encuentra la solución aplicando un método conocido.

a) $\begin{cases} x + y = 7 & ① \\ -x + y = -1 & ② \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x + y = 8 & ① \\ -2x + y = -8 & ② \end{cases}$

2.7 Solución gráfica de un sistema de ecuaciones de la forma $ax + by + c = 0$

P

Resuelve gráficamente el sistema: $\begin{cases} 2x + 3y = 12 & ① \\ -x - 3y = 3 & ② \end{cases}$

Para graficar las ecuaciones, puedes determinar los interceptos con los ejes x y y.

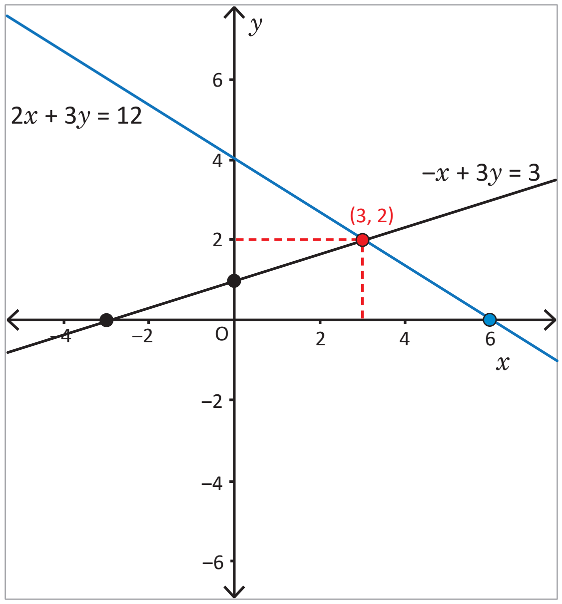
S

Para resolver el sistema gráficamente, se pueden utilizar los interceptos, y realizar lo siguiente:

1. Determinar las coordenadas de los interceptos de cada una de las ecuaciones con los ejes x y y.

2. Se grafican las dos ecuaciones en un mismo plano, a partir de los interceptos.

Ecuación	Intercepto eje y ($x = 0$)	Intercepto eje x ($y = 0$)	Par ordenado
$2x + 3y = 12$	$2(0) + 3y = 12$ $y = 4$ $(0, 4)$	$2x + 3(0) = 12$ $x = 6$ $(6, 0)$	$(0, 4)$ y $(6, 0)$
$-x + 3y = 3$	$-(0) + 3y = 3$ $y = 1$ $(0, 1)$	$-x + 3(0) = 3$ $x = -3$ $(-3, 0)$	$(0, 1)$ y $(-3, 0)$



3. Construir las gráficas e identificar el intercepto.

4. Analizar la solución, tal como se muestra en la gráfica, la solución del sistema de ecuaciones es $x = 3$, $y = 2$.

C

Para determinar la solución de un sistema de ecuaciones de manera gráfica, se pueden utilizar los interceptos y se realiza lo siguiente:

1. Determinar el intercepto con cada uno de los ejes x y y.
2. Representar los interceptos en el plano y construir la gráfica.
3. Identificar los valores de x y y que corresponden al punto de intersección de las rectas.

Determina la solución de los siguientes sistemas de ecuaciones, de forma gráfica.

a) $\begin{cases} 3x + 4y = 12 & ① \\ x + 4y = -4 & ② \end{cases}$

b) $\begin{cases} -x + y = -2 & ① \\ -x + 2y = 2 & ② \end{cases}$

2.8 Practica lo aprendido

Resuelve los problemas aplicando las estrategias y métodos de solución aprendidos.

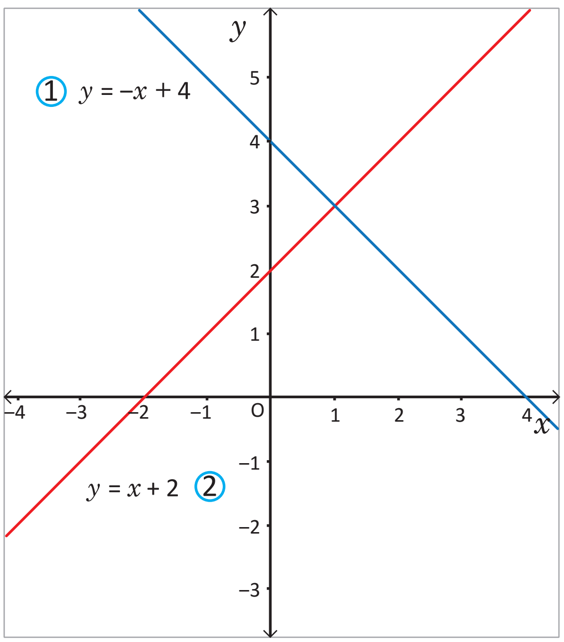
1. Para cada una de las ecuaciones lineales, realiza lo siguiente:
   - Resuélvela en y, llevándola a la forma $y = ax + b$, si es posible.
   - Identifica los interceptos con cada uno de los ejes, si es posible.
   - Grafícala en el plano cartesiano.

   a) $2x + y = 6$ b) $x + 3y = 12$ c) $3x + 4y = 12$ d) $5x - 3y = 15$

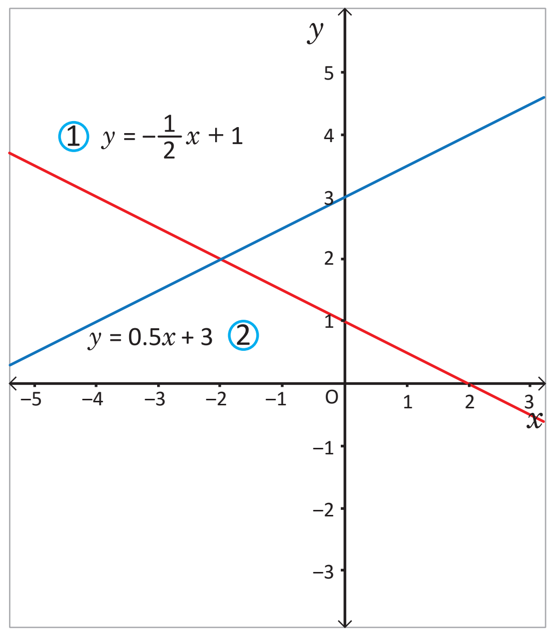
   e) $\frac{1}{2}y - 3 = 0$ f) $3y + 9 = 0$ g) $\frac{1}{3}x - 1 = 0$ h) $2x + 6 = 0$

2. Relaciona cada ecuación del sistema con su respectiva representación gráfica e identifica la solución.

   a)



   b)



3. Para cada uno de los sistemas realiza lo siguiente:
   - Expresa las ecuaciones en la forma $y = ax + b$.
   - Grafica las dos ecuaciones en un mismo plano.
   - Determina la solución del sistema.

   a) $\begin{cases} -2x + 5y = 10 & ① \\ 2x + 3y = 6 & ② \end{cases}$ b) $\begin{cases} x - y = 1 & ① \\ 2x + 3y = 12 & ② \end{cases}$ c) $\begin{cases} -x + 2y = -6 & ① \\ -2x - y = -2 & ② \end{cases}$ d) $\begin{cases} -x + y = -1 & ① \\ x + y = 3 & ② \end{cases}$

4. Grafica cada uno de los sistemas de ecuaciones e indica si tienen solución, justifica tu respuesta.

   a) $\begin{cases} 4x + 6y = 12 & ① \\ 2x + 3y = 6 & ② \end{cases}$ b) $\begin{cases} -x + 3y = 5 & ① \\ -x + 3y = -2 & ② \end{cases}$ c) $\begin{cases} -x + 3y = 3 & ① \\ -3x - y = 9 & ② \end{cases}$ d) $\begin{cases} -3x + 4y = 0 & ① \\ -4x - 3y = 0 & ② \end{cases}$

3.1 Aplicaciones de la función lineal, parte 1

P

En el recibo del consumo mensual de agua de la casa de Carlos, aparecen reflejados los siguientes conceptos: servicio de alcantarillado \$3.00 mensuales y \$0.50 por metro cúbico (m^3) de agua consumida.

1. ¿Cuánto deberá pagar en un mes que haya consumido 16 m^3?
2. Escribe el total y a pagar, cuando se consumen x metros cúbicos de agua.
3. Representa gráficamente la función que relaciona el consumo del agua en metros cúbicos con el costo total a pagar.

S

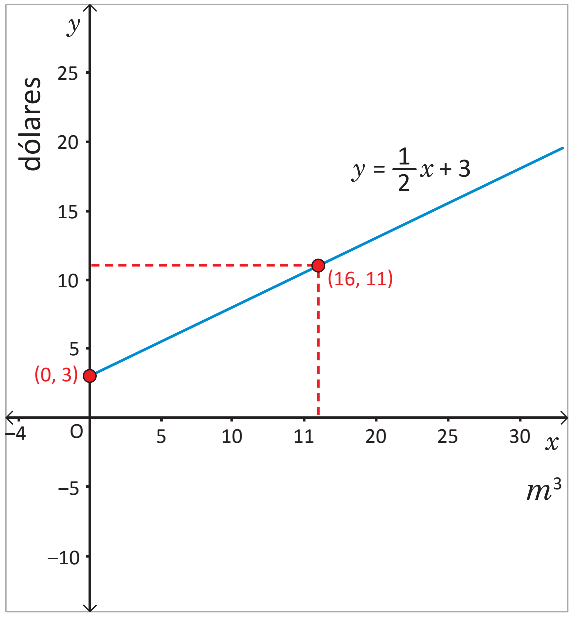
1. Para determinar cuánto debe pagar Carlos al consumir 16 metros cúbicos de agua, se considera servicio de alcantarillado + 0.50 × total de m^3 de agua consumidos:

$$3 + 0.5(16) = 3 + 8 = 11.$$

   Por 16 metros cúbicos deberá pagar 11 dólares.

2. A partir del literal anterior, si se sustituye para x metros cúbicos se tiene: $y = 3 + 0.5x$, que es equivalente a $y = 0.5x + 3$.

3. Conociendo el costo cuando no se ha generado consumo de agua y el costo cuando se consumen 16 metros cúbicos, se puede trazar la gráfica, tal como se muestra en la figura.



Como x representa el consumo, $x \geq 0$; por tanto, no aparece la gráfica para valores negativos de x.

C

Para resolver problemas aplicando la función lineal, únicamente se necesita identificar las dos variables x y y, y pensar en y como una función lineal de x, luego dar respuesta a la situación planteada.

La relación entre los grados Fahrenheit (F) y los Celsius (C) es la siguiente:

- 0° C es equivalente a 32° F y 100° C a 212° F.
- Si x° C equivalen a y° F, y es una función lineal de x, encuentra la ecuación que relaciona las dos variables.

  1. Determina la variación térmica de un día de invierno en que se registra una temperatura mínima de 0° C y una máxima de 15° C, exprésala en grados Fahrenheit.

  2. ¿A qué temperatura un termómetro Fahrenheit marca numéricamente el triple que el de Celsius?

Unidad 3

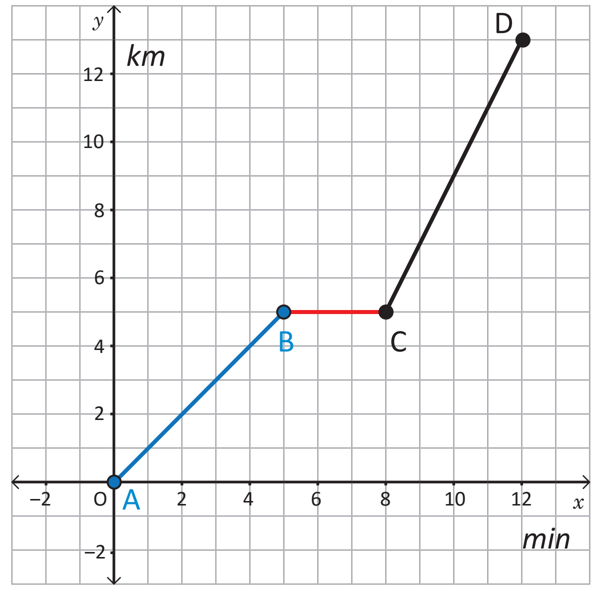
3.2 Aplicaciones de la función lineal, parte 2

P

Mario participó en una carrera, después de 5 minutos tuvo dificultades e hizo una parada, luego de 3 minutos se restableció y retomó la carrera, para recuperar el tiempo perdido aumentó la velocidad. Considerando y kilómetros recorridos en x minutos, responde:

1. ¿A qué distancia del punto de partida hizo la parada Mario?

2. Expresa la distancia recorrida y después de transcurrido x minutos en el recorrido, tanto antes como después de la parada.

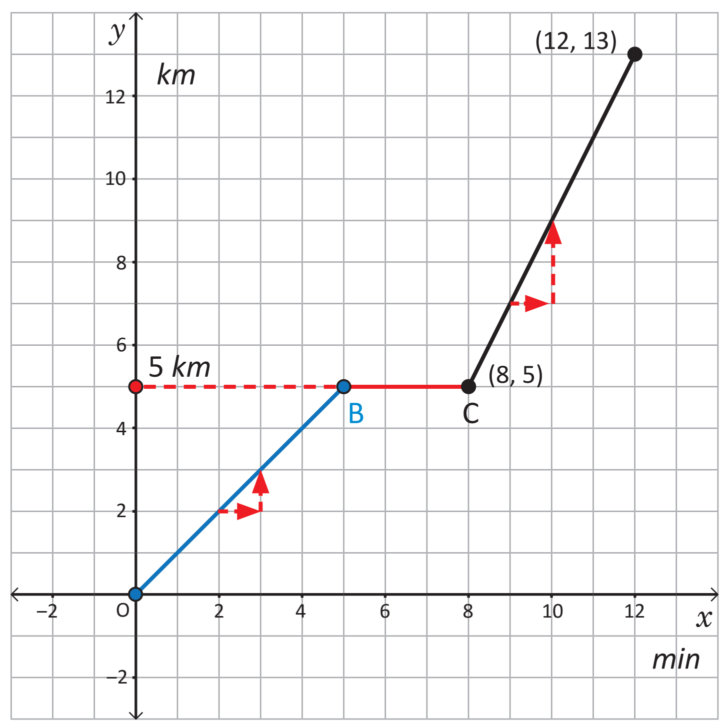


S

1. Para determinar a qué distancia se encontraba Mario, se traza una línea paralela al eje x y que pase por el punto en que se detuvo, se puede observar que Mario paró a 5 km del punto de partida.

2. Distancia antes y después de la parada.
   - Al determinar la razón de cambio antes de la parada, se observa que por cada minuto que pasa, Mario recorre 1 km, es decir, $a = 1$; por tanto, la distancia y antes de la parada es $y = x$.

   - Al determinar la razón de cambio después de la parada puede verse que por cada minuto que transcurre, Mario recorre 2 km, es decir, $a = 2$, además pasa por el punto (12, 13); de donde se obtiene el valor de b al sustituir en $y = ax + b$:



$$13 = 2(12) + b$$
$$13 = 24 + b$$
$$13 - 24 = b$$
$$-11 = b$$

Por tanto, la distancia y después de la parada puede expresarse como $y = 2x - 11$.

María salió de su casa hacia la escuela que dista 1 500 m de su casa.

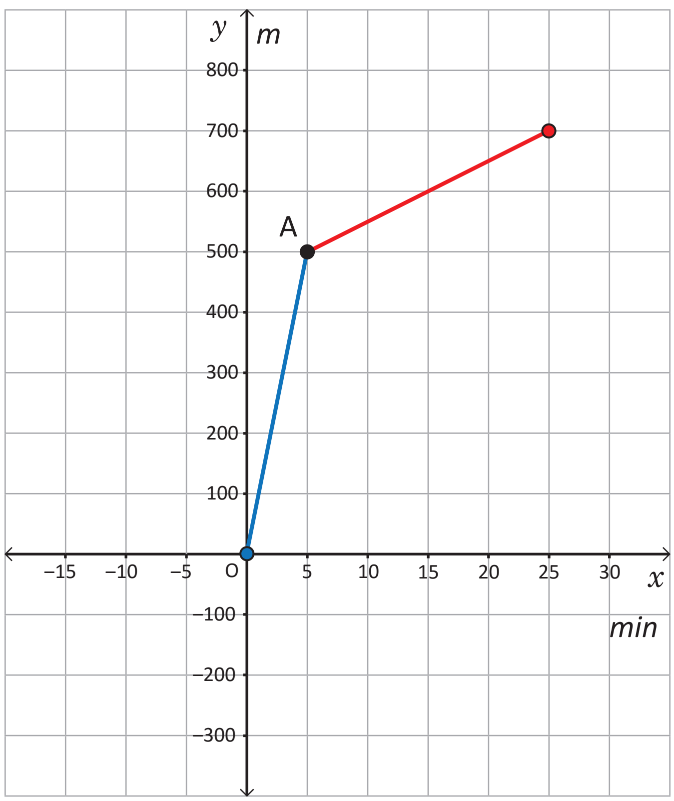
De la casa hasta el punto A se desplazó en bicicleta, y a partir de ahí se fue caminando. La gráfica muestra la relación entre el tiempo x (minutos) transcurridos desde que sale de casa y la distancia recorrida y (metros).

a) Determina la velocidad en metros por minuto mientras se desplaza en bicicleta.

b) Expresa la relación entre el tiempo transcurrido x minutos y la distancia recorrida y metros, desde 0 a 5 minutos.

c) ¿Cuál es la velocidad de María cuando se desplaza caminando?

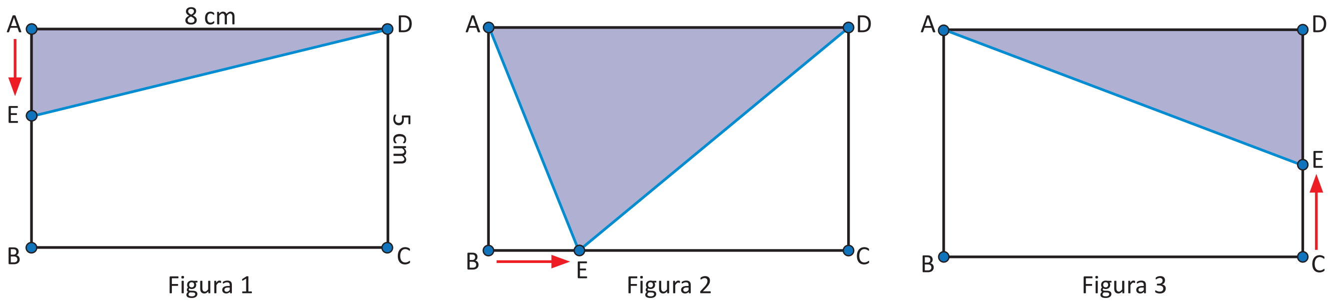
d) Expresa la relación entre los x minutos transcurridos y la distancia y recorrida desde 5 a 25 minutos.



3.3 Aplicaciones de la función lineal, parte 3

P

En el rectángulo ABCD, el punto E se mueve sobre el borde del rectángulo desde el punto A, hasta D, pasando por los puntos B y C. Cuando el punto E se ha movido x cm, se toma el área del triángulo AED como y cm². Observa las figuras y responde:



1. Explica qué sucede con el área del triángulo AED, cuando:

   a) E se desplaza sobre el lado AB, es decir $0 \leq x \leq 5$.
   b) E se desplaza sobre el lado BC, es decir $5 \leq x \leq 13$.
   c) E se desplaza sobre el lado CD, es decir $13 \leq x \leq 18$.

2. Expresa el área y del triángulo AED, cuando E se mueve de A hasta B (ver figura 1).

3. Determina el área y del triángulo AED, cuando E se mueve de B hasta C (ver figura 2).

4. Expresa el área y del triángulo AED, cuando E se mueve de C hasta D (ver figura 3).

S

1. Al observar el movimiento que realiza el punto E en cada uno de los casos se puede concluir que
   a) Cuando E se mueve sobre el lado AB, el área del triángulo AED aumenta.
   b) Cuando E se mueve sobre el lado BC, el área del triángulo se mantiene constante, pues la base es 8 cm y la altura es 5 cm, en cualquier momento.
   c) Cuando E se mueve sobre el lado CD, el área del triángulo disminuye hasta llegar a cero.

2. El área del triángulo AED, cuando E se mueve sobre AB, se puede calcular considerando que la base es 8 cm y la altura x, entonces $y = \frac{1}{2}(8)(x) = 4x$; es decir, $y = 4x$ para $0 \leq x \leq 5$.

3. El área del triángulo AED, cuando E se mueve sobre BC, en este caso la base es 8 cm y la altura 5 cm, entonces el área es $y = \frac{8(5)}{2}$; es decir $y = 20$ para $5 \leq x \leq 13$.

4. El área del triángulo AED, cuando E se mueve sobre CD, en este caso la base es 8 cm y la altura es $(18 - x)$ cm, entonces el área es $y = \frac{1}{2}(8)(18 - x) = 4(18 - x) = 72 - 4x$; es decir, $y = -4x + 72$, para $13 \leq x \leq 18$.

Representa gráficamente en un mismo plano el área del triángulo AED, cuando:

a) E se mueve sobre el lado AB.
b) E se mueve sobre el lado BC.
c) E se mueve sobre el lado CD.

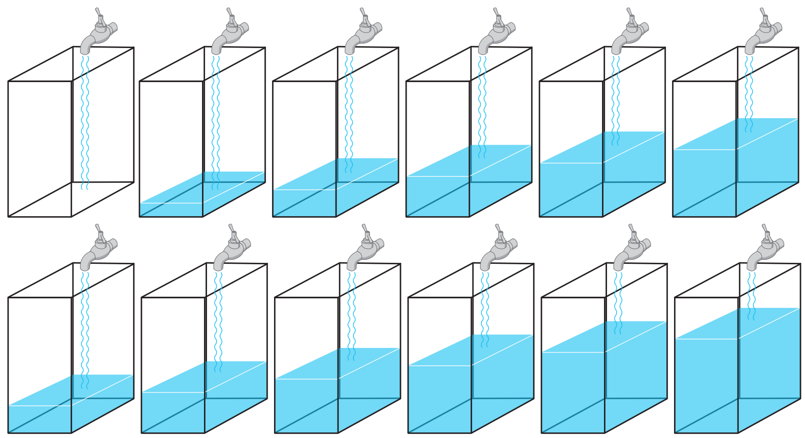
3.4 Practica lo aprendido

Resuelve los problemas aplicando las estrategias y métodos de solución aprendidos.

1. Don Juan, tiene una microempresa familiar dedicada a la elaboración de armarios. Esta microempresa cuenta con un pequeño local por el cual pagan 800 dólares mensuales de alquiler y dos empleados que cobran 600 dólares mensuales cada uno. El costo de materia prima de cada armario más gastos de distribución asciende a 100 dólares y el precio por unidad de venta es de 150 dólares.

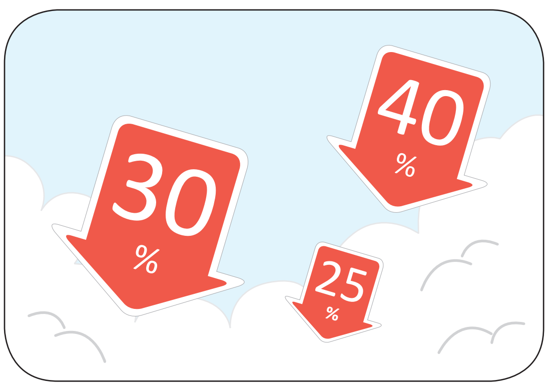
    a) Define la función lineal **Costo total** y, de elaboración de x unidades de clósets y grafícala.
    b) Define la función lineal y **Ingreso total**, por la venta de x clósets y grafícala, (considera que Ingreso = precio unitario por número de unidades vendidas).
    c) Define la función lineal y **Utilidad total** (Utilidad = Ingreso total – Costo total), para x armarios vendidos.
    d) Para que don Juan no se quede endeudado, ¿cuántos armarios debe vender como mínimo por mes?

2. Miguel lavó la pila de su casa, luego abrió el grifo y observó que por cada minuto que transcurría, el nivel de agua en la pila subía un centímetro; mientras que la pila de su tía tenía agua hasta un nivel de 2 centímetros y al abrir el grifo la cantidad de agua aumentó de la misma manera que en el caso de Miguel. Considerando que ambas pilas tienen 90 cm de altura, realiza lo siguiente:



    a) Toma la medida del nivel de agua en distintos momentos y organiza los resultados en una tabla.
    b) ¿Es posible determinar el tiempo de llenado de la pila?
    c) ¿Es posible comparar los datos del llenado de la pila de Miguel con los datos del llenado de la pila de la tía?, ¿existe alguna relación?

3. Han llegado las rebajas de fin de año y en una tienda aplican el 20% de descuento en todos los productos.



    a) Escribe una ecuación que relacione el precio rebajado y con el precio original x.
    b) ¿Cuánto se debe pagar por una camisa que originalmente costaba $60.00?
    c) Considera productos de distintos precios y elabora una gráfica que relacione el precio original x con el rebajado y.

3.5 Practica lo aprendido

Resuelve los problemas aplicando las estrategias y métodos de solución aprendidos.

1. En una ciudad existen dos compañías de telefonía:

    - La compañía A ofrece una cuota fija de $15.00 al mes, más $0.05 el minuto consumido.
    - La compañía B cobra únicamente el consumo a $0.25 el minuto.

    a) Grafica en un mismo plano la función lineal entre x minutos consumidos y el importe y de pago de la factura mensual para ambas compañías.
    b) Si se habló menos de 70 minutos al mes, ¿cuál compañía conviene contratar?
    c) ¿En qué casos es indiferente que se contrate cualquiera de las dos compañías?
    d) ¿En qué caso conviene contratar la compañía A?

2. En una ciudad se cuenta con una regulación sobre estacionamientos, la norma indica que se debe pagar cierta cantidad por cada minuto y que no hay un mínimo.

    - José deposita $1.10 y el parquímetro indica que dispone de 45 minutos (3/4 de hora).
    - Beatriz con $3.30 tiene 3 horas y media.

    a) Halla la ecuación que relaciona el precio con el tiempo.
    b) Dibuja la gráfica.
    c) ¿Cuánto hay que pagar por estacionarse 40 minutos (2/3 de hora)?
    d) Si se paga $4.50, ¿de cuánto tiempo se dispone para estacionarse?

3. Marta es vendedora de automóviles, tiene un sueldo fijo de $800 mesuales más una comisión de $100 por cada automóvil que venda. Encuentra la función que expresa el sueldo de Marta en un mes que haya vendido x automóviles y dibuja su gráfica.

4. A Julia sus padres le dan cada mes $10.00 para su refrigerio más $0.50 por cada día que haga la limpieza. Encuentra la función que expresa el dinero que recibe Julia, al final del mes, habiendo hecho la limpieza x días y dibuja su gráfica.

5. En un negocio de reparación de llantas un trabajador tiene un sueldo diario formado por la suma de una base fija más $2 por cada llanta reparada. En cierto día del mes, después de que había reparado 12 llantas, el empleado calculó que su sueldo diario era de $44.

    a) ¿Cuál es el sueldo diario fijo del trabajador?
    b) ¿Cuál es la función que representa el sueldo del trabajador cuando arregla x llantas?
    c) Grafica la función lineal que representa el sueldo diario del trabajador.

6. En una factura de agua potable el cargo fijo es de $3.00, y el costo del metro cúbico de agua es de $1.50. Considerando que el monto a cancelar se calcula mediante una función lineal:

    a) Escribe la ecuación para determinar el total de la factura y para x metros cúbicos.
    b) Elabora una gráfica para la relación entre el consumo de agua x y el costo a pagar y.
    c) ¿Cuánto se facturó en diciembre, si en ese mes el consumo fue de 28 m^3?