Paralelismo y ángulos de un polígono

4 Unidad

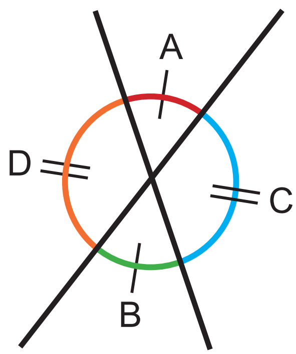


Ilustración que demuestra que los ángulos opuestos por el vértice son iguales; según Pinasco, Juan Pablo (2009) Las Geometrías.

Tales de Mileto (Miletus, Turquía; 620 a. C. - 545 a. C.) fue el primer matemático a quien se le atribuyó una serie de resultados teóricos generales, es decir, de teoremas. Si bien no se sabe cómo los demostró originalmente, hoy son parte de la geometría básica, entre ellos se tienen:

- Los ángulos opuestos por el vértice son iguales.
- Dadas dos paralelas y una transversal, los ángulos alternos internos son congruentes.

Los ángulos y rectas paralelas se utilizan en diferentes contextos, entre los que se pueden mencionar: la construcción de edificios, puentes, escaleras, vías férreas y carreteras; en el diseño de los instrumentos musicales, cables del tendido eléctrico, diseño de pisos, etc.

Bulevar Monseñor Romero

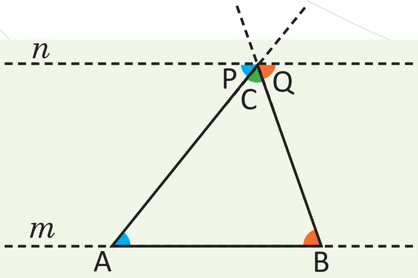


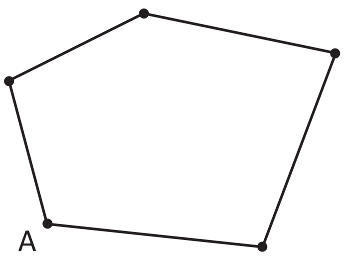
Ilustración de la demostración pitagórica de los ángulos internos de un triángulo.

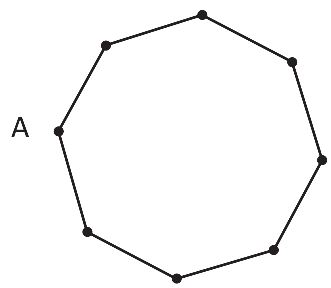
En el desarrollo de los contenidos de esta unidad recordarás la relación entre los ángulos internos de un triángulo, que te servirá de base para el estudio de los ángulos internos y externos de un polígono, así como la relación entre los ángulos que se forman entre paralelas y sus aplicaciones en situaciones cotidianas.

1.1 Suma de los ángulos internos de un polígono, parte 1

Trazando las diagonales desde el vértice A, divide estos polígonos en triángulos y determina:

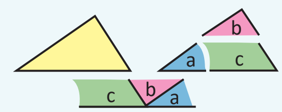
a) ¿Cuánto suman los ángulos internos del pentágono?
b) ¿Cuánto es la diferencia entre el número de lados y el número de triángulos que se forman?
c) ¿Cuánto suman los ángulos internos del octágono?
d) ¿De cuánto es la diferencia entre el número de lados y el número de triángulos que se forma?



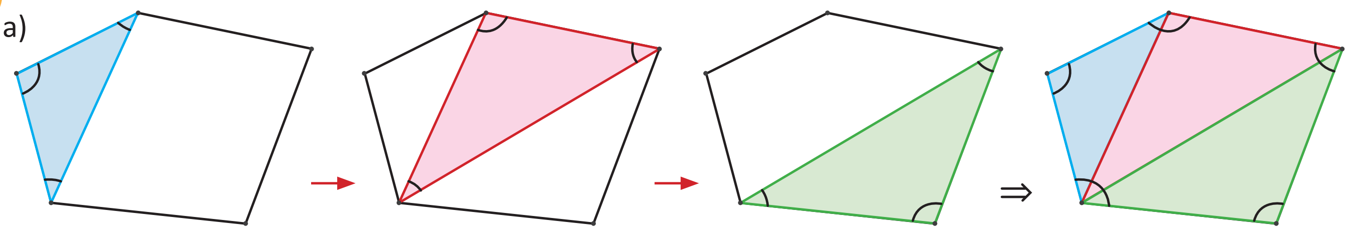


Se puede dividir el polígono en triángulos trazando todas las diagonales posibles desde uno de sus vértices.

Recuerda que la suma de los ángulos internos de un triángulo es 180°.



a)



180° + 180° + 180° = 180° × 3

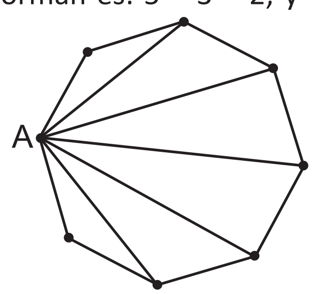
El pentágono queda divido en 3 triángulos. Como la suma de los ángulos internos de un triángulo es 180°, entonces:

Suma de los ángulos internos del pentágono = 180° + 180° + 180° = 180° × 3.

b) La diferencia entre el número de lados y el número de triángulos que se forman es: 5 – 3 = 2; y además, los ángulos internos del pentágono suman 180° × (5 – 2).

c) En el octágono se forman 6 triángulos, de donde se obtiene que la suma de los ángulos internos es 180° × 6.

d) La diferencia del número de lados y la cantidad de triángulos que se forman es: 8 – 6 = 2.



En todo polígono, al trazar las diagonales se forma un total de triángulos igual al número de lados menos 2; por tanto, la suma de los ángulos internos para un polígono de n lados es 180° × (n – 2).

Encuentra la suma de los ángulos internos de

a) Un eneágono

b) Un dodecágono

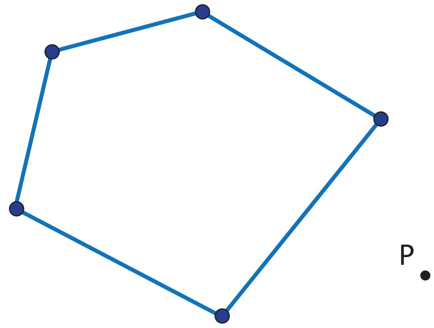
Un eneágono tiene 9 lados y un dodecágono tiene 12 lados.

1.2 Suma de los ángulos internos de un polígono, parte 2

P

Encuentra 3 maneras distintas de triangular el pentágono para determinar la suma de sus ángulos internos.

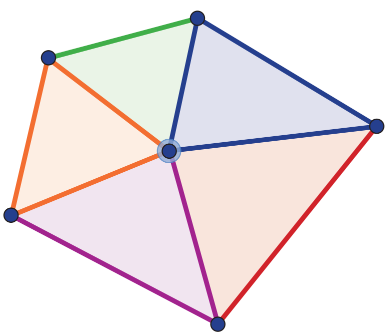
a) Desde un punto interior
b) Desde un punto del borde
c) Desde un punto exterior P
d) Compara los resultados con los obtenidos en la clase anterior



S

Considerando los tres casos se tiene:

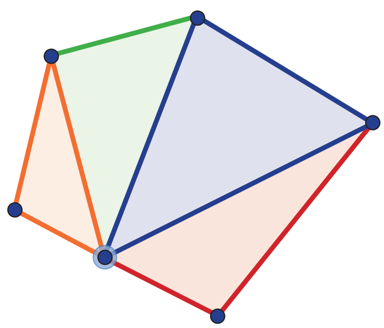
a) Se coloca un punto dentro del pentágono y desde ahí, se trazan segmentos a cada uno de los vértices para triangularlo.



Suma de los ángulos internos del pentágono = 180° × 5 – 360°; pues se le resta el ángulo que se forma en el punto interno seleccionado.

Suma de ángulos internos del pentágono = 180° × 5 – 180° × 2
= 180° × 3 = 540°

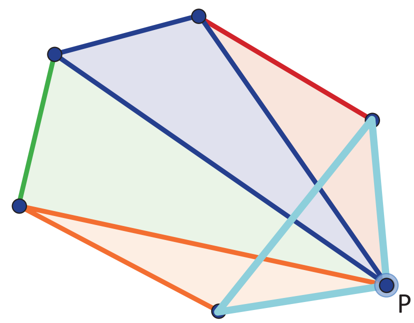
b) Se coloca un punto sobre cualquiera de los lados del pentágono y desde ahí se trazan segmentos a cada uno de los vértices no adyacentes para triangularlo.



Suma de los ángulos internos del pentágono = 180° × 4 – 180°; pues se le resta el ángulo llano que se forma en el punto del borde que fue seleccionado.

Suma de ángulos internos del pentágono = 180° × 4 – 180°
= 180° × 3 = 540°

c) Se coloca un punto fuera del pentágono y desde ahí se trazan segmentos a cada uno de los vértices.



Suma de los ángulos internos del pentágono = 180° × 4 – 180°; pues se le resta la suma de los ángulos internos del triángulo que se forma con el punto externo que fue seleccionado y el lado del pentágono.

Suma de ángulos internos del pentágono = 180° × 4 – 180°
= 180° × 3 = 540°

d) Al comparar los resultados obtenidos en los tres literales anteriores, se observa que son exactamente iguales entre sí e iguales a los resultados de la clase anterior.

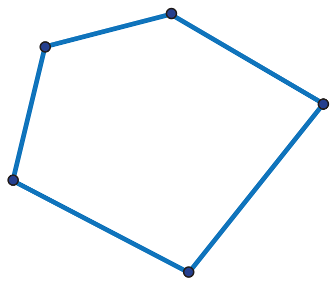
C

La suma de los ángulos internos de un polígono se puede determinar utilizando distintas estrategias de triangulación, esto puede ser:

a) Desde un vértice cualquiera cuidando que las diagonales que se trazan no se corten entre sí.
b) Triangulando desde un punto interno al polígono.
c) Triangulando desde un punto sobre el borde del polígono.
d) Triangulando desde un punto externo del polígono.

E

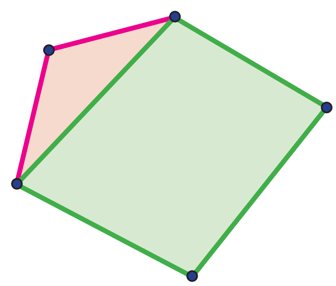
Determina la suma de los ángulos internos del pentágono, utilizando una estrategia distinta a las ya utilizadas.



Piensa en dividir el pentágono en cuadriláteros y/o triángulos.

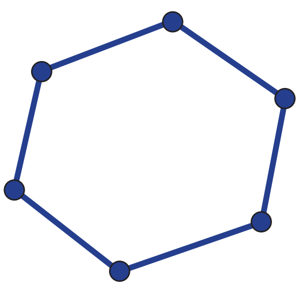
Se puede dividir en un cuadrilátero y un triángulo y luego determinar la suma de los ángulos.

Suma de ángulos internos = 180° + 360°
= 180°+ 2 × 180°
= 3 × 180°

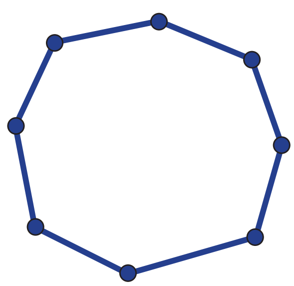


Encuentra la suma de los ángulos internos de

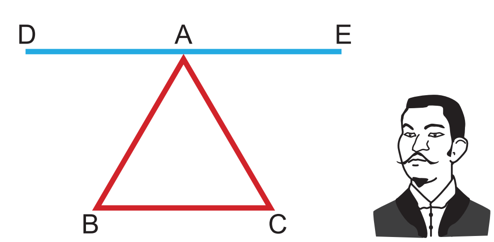
Un hexágono



Un octágono



La figura de Pitágoras en los comienzos de la matemática es central por haber relacionado, en cierto modo, los problemas aritméticos que dependen de números, con los problemas geométricos relacionados con figuras; además de ello existen dos resultados importantes que debemos a Pitágoras o a su escuela, uno de ellos es: "En todo triangulo, la suma de los ángulos interiores es igual a dos rectos".

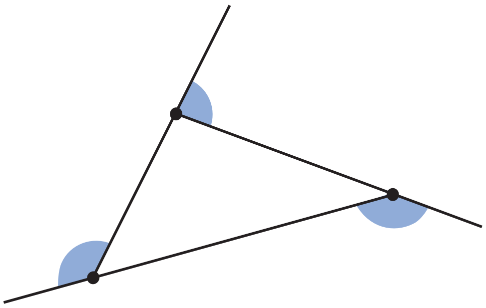


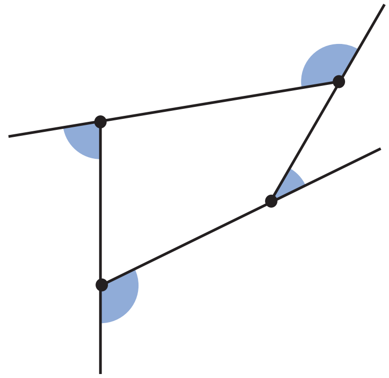
Hazlo utilizando al menos 2 de las estrategias aprendidas en esta clase.

1.3 Suma de los ángulos externos de un polígono

P

Encuentra la suma de los ángulos externos de estos polígonos.

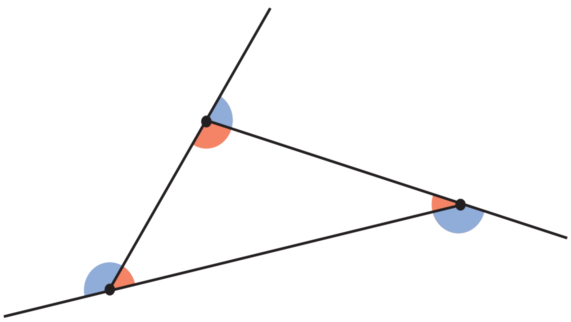




Un ángulo externo es el que se forma por un lado del polígono y la prolongación del lado contiguo.

En la suma de los ángulos externos se toma solo uno de cada vértice.

S



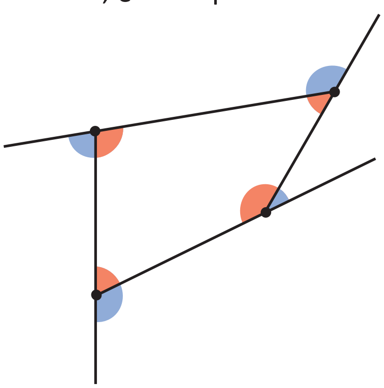
En cada uno de los vértices del triángulo se forma un ángulo de 180°, al sumar su ángulo interno con el repectivo ángulo externo. Cuando se agrega la suma de los ángulos internos y externos de los otros vértices, se tiene 180° × 3.

Pero 180° × 3 contiene la suma de los ángulos internos 180° × (3 – 2); por tanto, la suma de los ángulos externos de un triángulo es:

$$180° \times 3 - 180°(3-2) = 180° \times [3-(3-2)]$$
$$= 180° \times 2 = 360°$$

La suma de los ángulos externos de un triángulo es 360°.

Ahora, ¿cómo puedes encontrar la suma de los ángulos externos del siguiente cuadrilátero?



En el cuadrilátero cada ángulo interno junto al respectivo externo suman 180°; por tanto, se tiene 180° × 4 y al restarle los ángulos internos: 180° × (4 – 2), se tiene $180° \times 4 - 180° \times (4-2) = 180° \times [4-(4-2)]$
$=180° \times 2 = 360°$.

La suma de los ángulos externos de un cuadrilátero es 360°.

C

- La suma de los ángulos externos de un polígono no depende del número de lados.
- La suma de los ángulos externos de un polígono es 360°.

Encuentra la suma de los ángulos externos de

a) Un pentágono

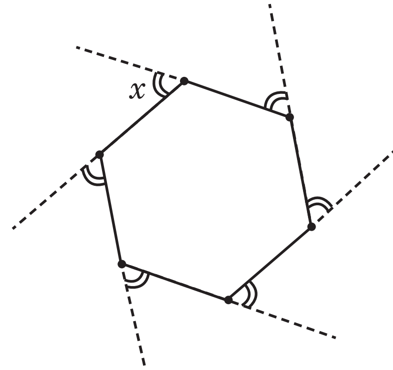
b) Un hexágono

Unidad 4

1.4 Suma de los ángulos internos de un polígono regular

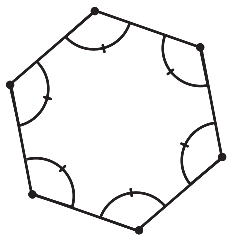
Para el hexágono regular que se muestra determina:

a) La medida de cada uno de sus ángulos internos.
b) El valor de x.



Un polígono regular tiene todos sus ángulos internos iguales.

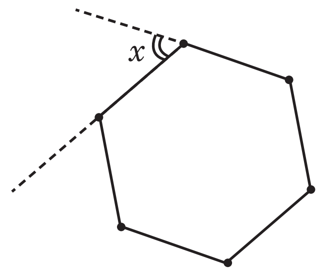
a)



Los ángulos internos del hexágono suman $180° \times (6 - 2) = 720°$, por tanto:

Cada ángulo interno mide $\frac{720°}{6} = 120°$.

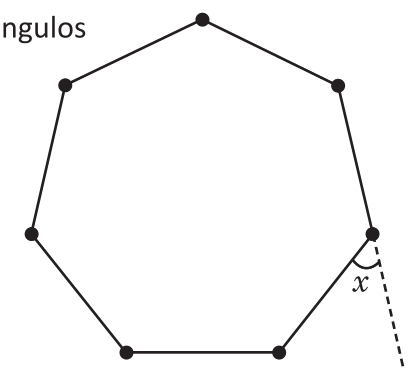
b)



A partir del literal a) se tiene que cada ángulo interno mide 120°. Como x es un ángulo externo, entonces $x + 120° = 180°$, por tanto $x = 60°$.

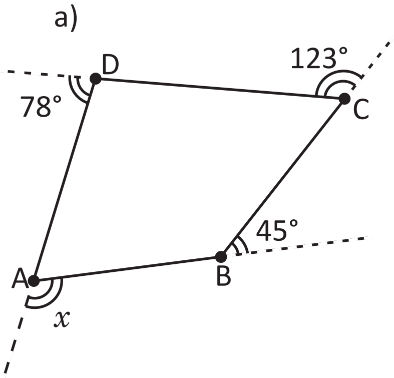
En un polígono regular todos los ángulos internos son iguales y la suma es igual a $180° \times (n - 2)$. Además, todos los ángulos externos, también son iguales entre sí.

1. Para el heptágono regular determina la medida de cada uno de sus ángulos internos y el valor de x.

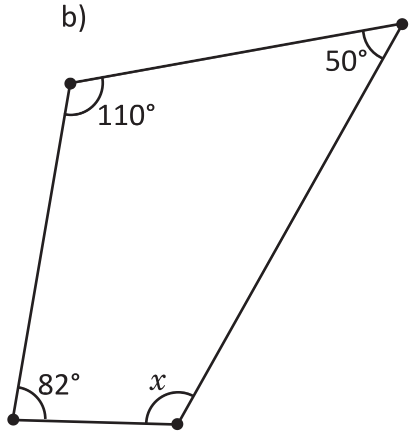


2. Encuentra la medida del ángulo x en cada caso.

a)



b)

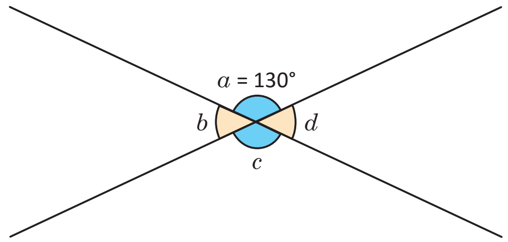


Utiliza tus conocimientos sobre la suma de los ángulos internos y externos de un cuadrilátero.

2.1 Ángulos opuestos por el vértice

P

Si el $\measuredangle a$ mide 130°, ¿cuánto miden los otros ángulos de la figura?



Dos ángulos son opuestos por el vértice si uno de ellos tiene como lados la prolongación de los lados del otro.

Dos ángulos opuestos por el vértice son iguales.

S

Se tiene que $a + b$ = 180°, por ser suplementarios, entonces el $\measuredangle b$ = 50°.

$$\left.\begin{array}{l}\measuredangle a = \measuredangle c\\ \measuredangle b = \measuredangle d\end{array}\right\}\text{por ser opuestos por el vértice.}$$

Por tanto, $\measuredangle a = \measuredangle c$ = 130° y $\measuredangle b = \measuredangle d$ = 50°.

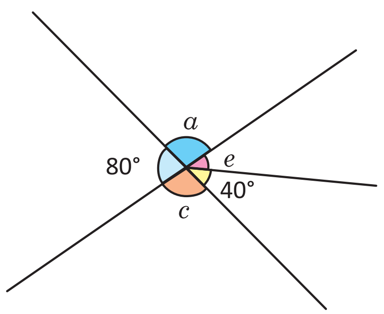
Se pueden encontrar las medidas de los ángulos formados en un vértice común, utilizando los ángulos opuestos por el vértice y los suplementarios.

C

Cuando se tienen dos rectas que se intersectan, se forman dos pares de ángulos opuestos por el vértice, cuyas medidas se pueden determinar conociendo únicamente el valor de uno de ellos.

E

Determina la medida de los ángulos indicados.



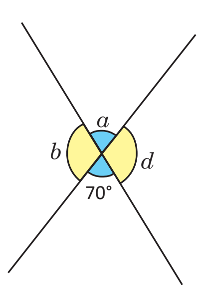
$\measuredangle c$ + 80° = 180°, por ser suplementarios, entonces el $\measuredangle c$ = 100°.

$$\left.\begin{array}{r}\measuredangle a = \measuredangle c\\ \measuredangle e + 40° = 80°\end{array}\right\}\text{por ser opuestos por el vértice.}$$

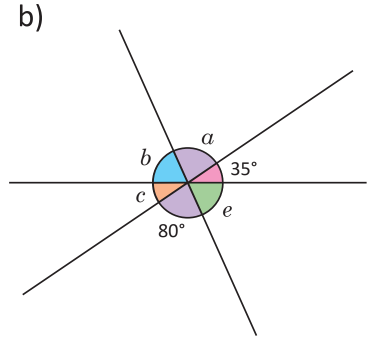
Por tanto, $\measuredangle a = \measuredangle c$ = 100° y $\measuredangle e$ = 80° – 40° = 40°.

Determina la medida de los ángulos que se indican en cada literal.

a)



b)



La tradición matemática griega, instaurada por Pitágoras, es la base de los estudios matemáticos de la Academia de Platón y en manos de Euclides alcanza el carácter de modelo geométrico canónico en el texto *Los Elementos*. En la proposición I. 32 del primer libro de este texto, se establece que "Si se prolonga uno de los lados de un triángulo, el ángulo externo es igual a los dos internos y opuestos, juntos, y los tres ángulos internos del triángulo son iguales a dos rectos", aunque Pitágoras ya había demostrado este teorema mediante el uso de paralelas.

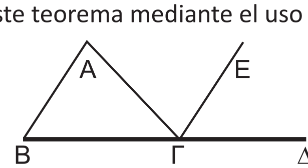
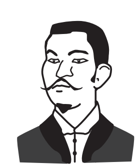


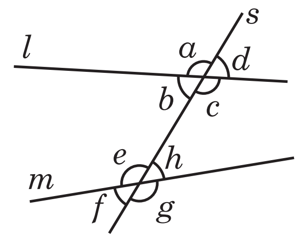
Ilustración de la demostración I. 32, según Euclides.



2.2 Ángulos correspondientes y ángulos alternos

P

En el siguiente diagrama identifica:



1. Los ángulos que se encuentran entre las rectas l y m.
2. Los ángulos que no están entre las rectas l y m.
3. Los ángulos que se encuentran a la izquierda o a la derecha de s.

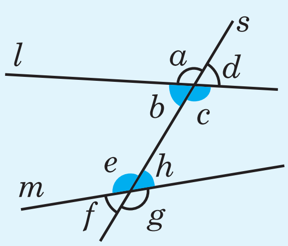
S

1. $\measuredangle b$ y $\measuredangle c$, $\measuredangle e$ y $\measuredangle h$ — Entre las rectas l y m.
2. $\measuredangle a$ y $\measuredangle d$, $\measuredangle f$ y $\measuredangle g$ — Fuera de las rectas l y m.
3. $\measuredangle a$ y $\measuredangle e$, $\measuredangle b$ y $\measuredangle f$ — A la izquierda de s. $\measuredangle d$ y $\measuredangle h$, $\measuredangle c$ y $\measuredangle g$ — A la derecha de s.

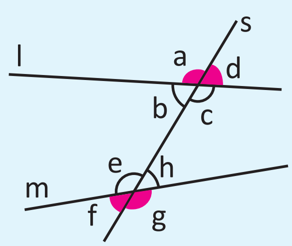
C

Los ángulos que se identificaron reciben nombres especiales, según la posición respecto a las rectas que los forman, tal como se muestra a continuación:

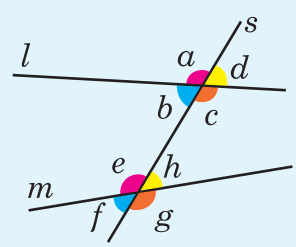
Internos:
$\measuredangle b$, $\measuredangle c$, $\measuredangle e$ y $\measuredangle h$



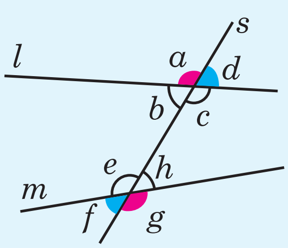
Externos:
$\measuredangle a$, $\measuredangle d$, $\measuredangle f$ y $\measuredangle g$



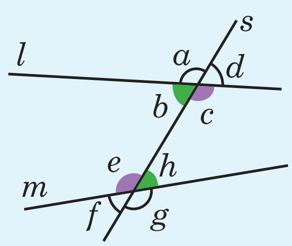
Correspondientes:
$\measuredangle a$ y $\measuredangle e$, $\measuredangle d$ y $\measuredangle h$,
$\measuredangle b$ y $\measuredangle f$, $\measuredangle c$ y $\measuredangle g$



Alternos externos:
$\measuredangle a$ y $\measuredangle g$, $\measuredangle d$ y $\measuredangle f$

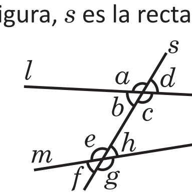


Alternos internos:
$\measuredangle b$ y $\measuredangle h$, $\measuredangle c$ y $\measuredangle e$



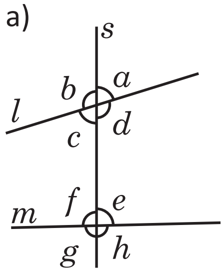
A la recta que corta a dos o más rectas se le llama secante.

En la figura, s es la recta secante.

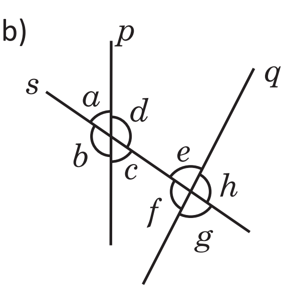


Para cada uno de los siguientes literales indica los ángulos internos, externos, alternos internos, alternos externos y correspondientes.

a)



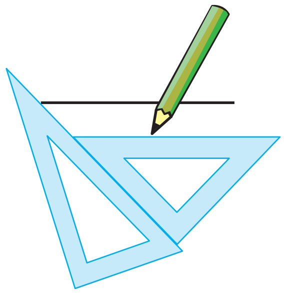
b)



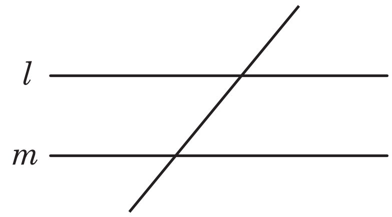
2.3 Caracterización de los ángulos correspondientes

Construye dos rectas paralelas l y m, traza una secante, ¿qué relación existe entre la medida de los ángulos correspondientes?

1. Se trazan las paralelas haciendo uso de las escuadras.

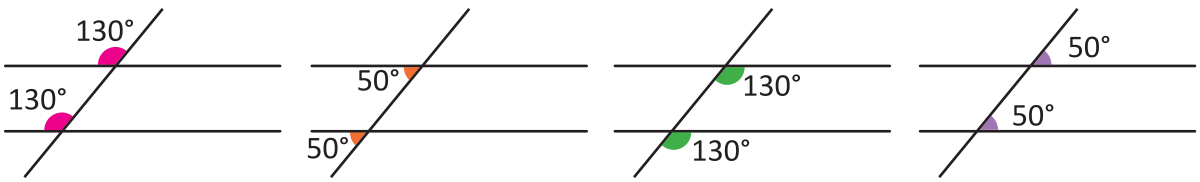


2. Se traza una recta secante a las paralelas construidas.



Para denotar el paralelismo entre dos rectas se utiliza el símbolo ∥; es decir, si la recta m es paralela a la recta l se denota como $m \parallel l$.

3. Se miden los ángulos con el transportador.

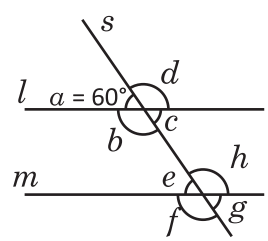


Si dos rectas paralelas son cortadas por una recta secante, los ángulos correspondientes son iguales.

Esta afirmación se cumple también en sentido contrario; es decir, si los ángulos correspondientes que se forman entre dos rectas cortadas por una secante son iguales, entonces las rectas son paralelas.

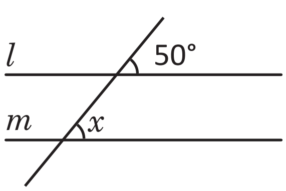
Dado que $l \parallel m$ y la medida del $\sphericalangle a$ = 60°, determina la medida de los ángulos restantes.

$\sphericalangle a + \sphericalangle d$ = 180°, por ser suplementarios $\Rightarrow$ $\sphericalangle d$ = 120°.
$\sphericalangle c = \sphericalangle a$ = 60° y $\sphericalangle b = \sphericalangle d$ =120°, por ser opuestos por el vértice.
$\sphericalangle e = \sphericalangle a$ = 60°, $\sphericalangle g = \sphericalangle c$ = 60°,
$\sphericalangle f = \sphericalangle b$ = 120° y $\sphericalangle h = \sphericalangle d$ =120°, por ser correspondientes.

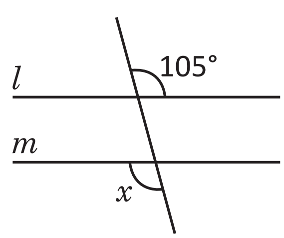


Dado que $l \parallel m$. Determina el valor de x.

a)



b)

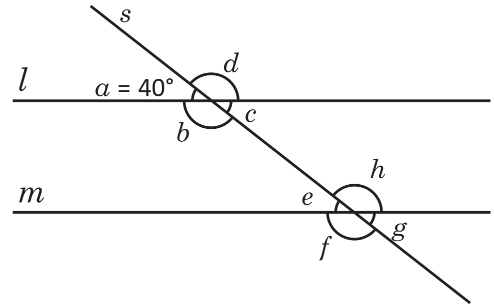


2.4 Caracterización de los ángulos alternos

P

Dado que las rectas l, m, son paralelas y s es la recta secante, realiza lo siguiente:

1. Calcula el valor de los ángulos restantes.
2. Determina qué relación existe entre los pares de ángulos alternos internos y externos.



S

1. Calculando la medida de los ángulos

$\measuredangle a + \measuredangle b = 180°$, por ser suplementarios.

$\measuredangle b = 140°$

$\left.\begin{array}{l}\measuredangle c = \measuredangle a = 40° \\ \measuredangle d = \measuredangle b = 140°\end{array}\right\}$ son opuestos por el vértice.

$\left.\begin{array}{l}\measuredangle e = \measuredangle a = 40° \\ \measuredangle f = \measuredangle b = 140° \\ \measuredangle h = \measuredangle d = 140° \\ \measuredangle g = \measuredangle c = 40°\end{array}\right\}$ son correspondientes entre paralelas.

2.

$\left.\begin{array}{l}\measuredangle b \text{ y } \measuredangle h \\ \measuredangle c \text{ y } \measuredangle e\end{array}\right\}$ son alternos internos y tienen igual medida entre sí.

$\measuredangle b = \measuredangle h = 140°$ y $\measuredangle c = \measuredangle e = 40°$.

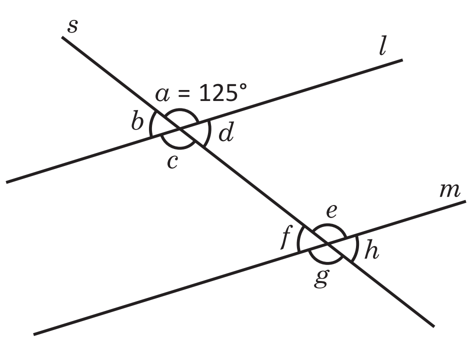
$\left.\begin{array}{l}\measuredangle a \text{ y } \measuredangle g \\ \measuredangle d \text{ y } \measuredangle f\end{array}\right\}$ son alternos externos y tienen igual medida entre sí.

$\measuredangle a = \measuredangle g = 40°$ y $\measuredangle d = \measuredangle f = 140°$.

C

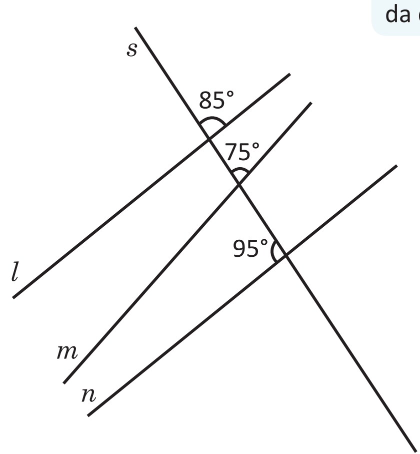
Si dos rectas paralelas son cortadas por una recta secante, entonces los ángulos alternos internos y los alternos externos son iguales. Esta afirmación se cumple también en sentido contrario; es decir, si los ángulos alternos internos o los alternos externos que se forman entre dos rectas cortadas por una secante son iguales, entonces las rectas son paralelas.

1. Dado que $l \parallel m$, identifica los pares de ángulos alternos internos y alternos externos y determina sus respectivas medidas.



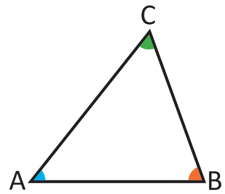
2. Identifica cuáles rectas son paralelas. Justifica tu respuesta.

Considera la medida de los ángulos.



2.5 Demostración del teorema de ángulos internos de un triángulo

Demuestra que si ∢A, ∢B y ∢C, son ángulos internos de un triángulo, entonces ∢A + ∢B + ∢C = 180°.



Usa las relaciones de ángulos entre rectas paralelas cortadas por una secante.

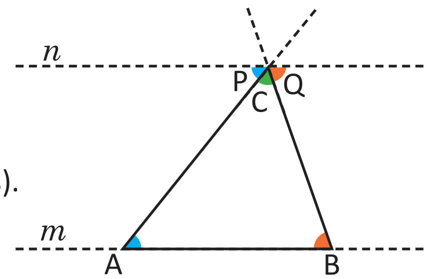
Se construye la recta m como prolongación del lado AB del triángulo.
Por el vértice C se traza una recta n paralela a la recta m.

∢P + ∢C + ∢Q = 180° (por formar un ángulo llano).

∢P = ∢A; ∢Q = ∢B (por ser ángulos alternos internos entre paralelas).

Entonces, ∢A + ∢B + ∢C = 180° (sustituyendo).

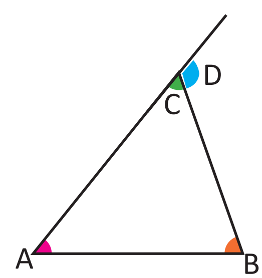
Por tanto, la suma de los ángulos internos de un triángulo cualquiera es 180°.



Para demostrar que la suma de los ángulos internos de un triángulo es 180°, ha sido necesario construir una recta paralela y utilizar las propiedades de los ángulos entre paralelas.

1. Llena los espacios en blanco y demuestra que “si el ∢D es el ángulo externo del vértice C, entonces su medida es igual a la suma de los otros dos ángulos internos del triángulo ABC”; así, ∢D = ∢A + ∢B.

Solución.
Se quiere demostrar que



Si el ∢D, es el ángulo externo del ∢C, entonces ∢D= ∢A + ∢B.

Se construye la recta m como prolongación del lado AB del triángulo.
Por el vértice C se traza una recta n paralela a la recta m.

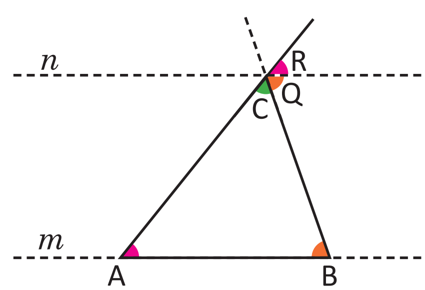
$n \parallel$ ☐ (por construcción).

∢Q = ∢B . . . (1) (por ser ☐ entre paralelas).

∢R = ☐ . . . (2) (por ser correspondientes entre paralelas).

∢D = ∢Q + ∢R . . . (3) (por construcción).

∢D = ∢B + ∢A Por (1), (2) y (3)



Por tanto, la medida de un ángulo externo de un triángulo es igual a la suma de las medidas de los dos ángulos internos no adyacentes.

2. Busca otra forma para demostrar el teorema, puedes utilizar la suma de las medidas de los ángulos internos del triángulo.

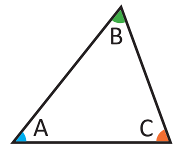
2.6 Elementos de una demostración

P

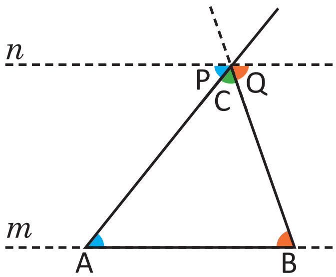
Observa el ejemplo y determina los elementos de una demostración.

Si ∢A, ∢B y ∢C , son ángulos internos de un triángulo, entonces:

∢A + ∢B + ∢C = 180°



∢A, ∢B y ∢C, son ángulos internos del triángulo ABC. → **Hipótesis**



Afirmación	**Justificación**	
1. $n \parallel m$.	Por construcción.	
2. ∢P + ∢C + ∢Q = 180°	Por formar un ángulo llano.	→ **Afirmaciones justificadas**
3. ∢P = A; ∢Q = ∢B.	Por ser alternos internos entre paralelas.	
4. ∢A + ∢B + ∢C = 180°	Por transitividad.	→ **Conclusión**

La demostración es un método que permite llegar a la conclusión partiendo de la hipótesis a través de afirmaciones que tienen una justificación matemática.

Una afirmación es una proposición con base lógica.

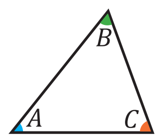
Una justificación es el argumento que hace cierta la afirmación.

S

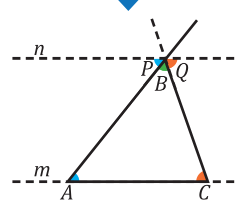
En la demostración hay:

1. Hipótesis.
2. Afirmaciones con justificaciones.
3. Conclusión.

En la figura de la derecha se hace una representación gráfica del flujo de la demostración.



Afirmaciones justificadas



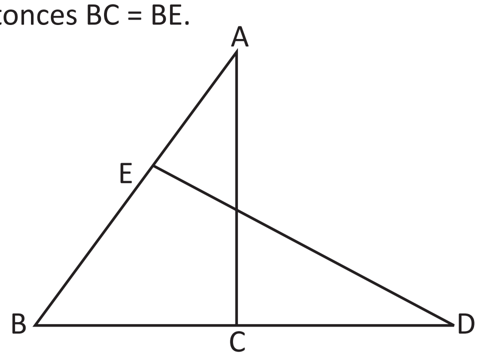
Demostración

C

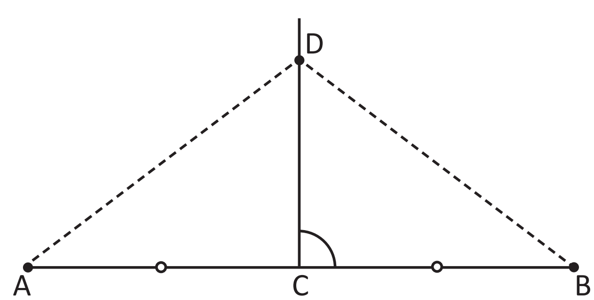
A la expresión de la forma "si ______ , entonces ______", se le llama **proposición**.
A la parte representada por ______ se le llama **hipótesis**; y la representada por ______ se llama **conclusión**.

Identifica la hipótesis y la conclusión.

1. Si en la figura el ∢CAB = ∢BDE y AB = DB, entonces BC = BE.



2. Si el punto D está en la mediatriz del segmento AB entonces DA = DB.



2.7 Aplicación de las características de los ángulos entre rectas paralelas

P

Carlos necesita diseñar una escalera con una altura de 560 cm, los escalones deben tener una contrahuella de 18 cm y un descansillo a la mitad de la altura. ¿Qué cálculos tendrá que hacer Carlos para saber el número de escalones, la inclinación de las escaleras y las medidas de los ángulos que requiere para el diseño?

Santiago Francisco Blondel fue un arquitecto y urbanista francés, uno de los más importantes teóricos de la arquitectura del siglo XVIII. Uno de sus aportes fue la "Ley de Blondel" que establece una relación entre las huellas y las contrahuellas en una escalera (ver figura 1). La Ley de Blondel establece la siguiente relación: $2CH + H = 64$ cm donde, CH es la dimensión de la contrahuella y H es la dimensión de la huella.

La huella es la parte de la escalera donde pisas, mientras la contrahuella se determina por la distancia en altura entre 2 huellas.

En tramos que superen los 275 centímetros de altura se recomienda colocar un "Descansillo" (ver figura 2) que es una superficie llana en que termina cada tramo de una escalera.

El ángulo de inclinación se determina según la razón entre la huella y la contrahuella (ver figura 3). Generalmente las escaleras más cómodas tienen una inclinación comprendida entre 31° y 37°.

S

En primer lugar, es necesario considerar las condiciones del problema:

1. La altura de la escalera es de 560 cm.
2. Debe haber un descansillo a los 280 cm.
3. La contrahuella debe ser de 18 cm.

Lo primero es encontrar el número de contrahuellas:

$\frac{280 \text{ cm}}{18 \text{ cm}} = 15.56$, que se aproxima a 16.

Luego, se determina la medida real de la contrahuella:

$\frac{280 \text{ cm}}{16 \text{ cm}} = 17.5$ cm

Aplicando la ley de "Blondel" se tiene: $2 \times 17.5 + H = 64$

$$H = 64 - 35$$
$$H = 29$$

Por tanto, la huella debe medir 29 cm.

La relación entre la huella y la contrahuella es $\frac{17.5}{29} = 0.6034$; que se aproxima a $\frac{17}{29}$ (ver figura 3).

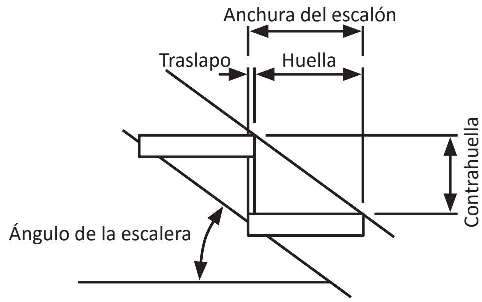


Figura 1

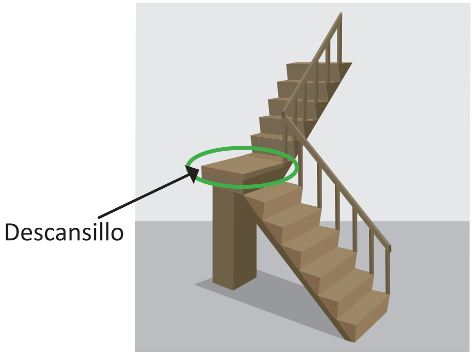


Figura 2

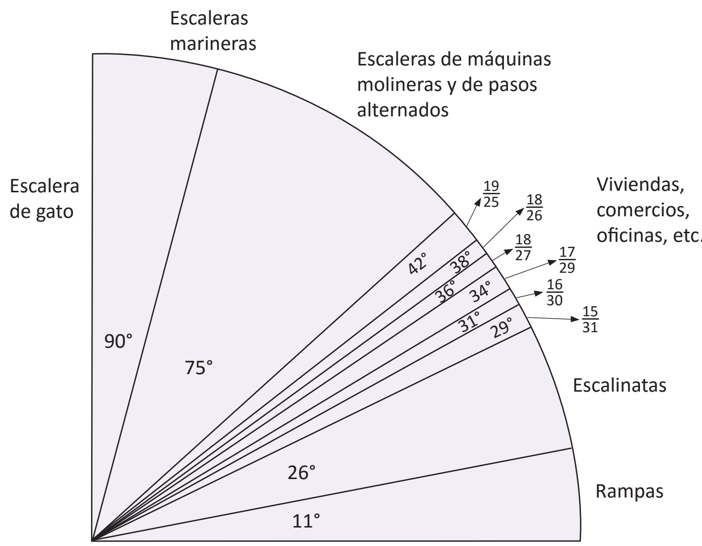
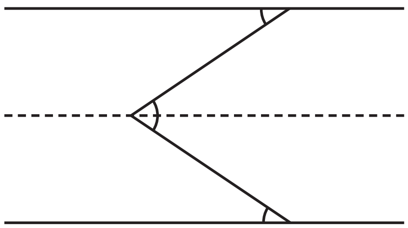
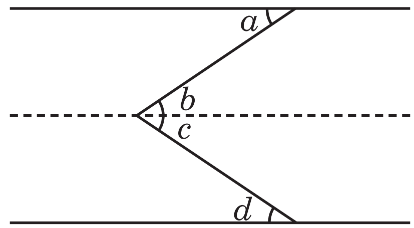


Figura 3

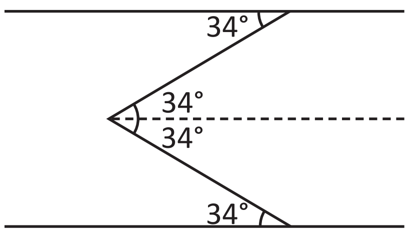
Trazando una paralela a nivel del descansillo tenemos que

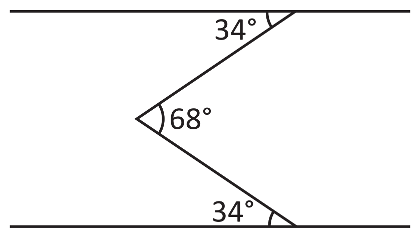


Observa que se forman los siguientes ángulos:



Luego $\measuredangle a = \measuredangle b = \measuredangle c = \measuredangle d = 34°$





$\sphericalangle d$ = 34° por la razón de la huella con la contra-huella.

$\sphericalangle d = \sphericalangle c$ por ser alternos internos.

$\sphericalangle b$ = 34° porque el segundo tramo de las escaleras debe tener la misma inclinación.

$\sphericalangle b = \sphericalangle a$ por ser alternos internos.

Con esta información, Carlos puede completar el informe de su diseño.

Es posible aplicar las características de los ángulos entre paralelas para resolver problemas de la vida cotidiana que requieran el cálculo de ángulos desconocidos.

La Alcaldía Municipal de Santa Tecla necesita conocer la medida de los ángulos que se forman en la intersección entre las calles y avenidas. El topógrafo ya midió los ángulos cuyos datos se muestran en el mapa, considerando que desde la 9ª hasta la 13ª calle son paralelas, al igual que las avenidas desde la 10ª hasta la 14ª. Determina la medida de los ángulos indicados.