

# 1 Unidad

## Operaciones algebraicas

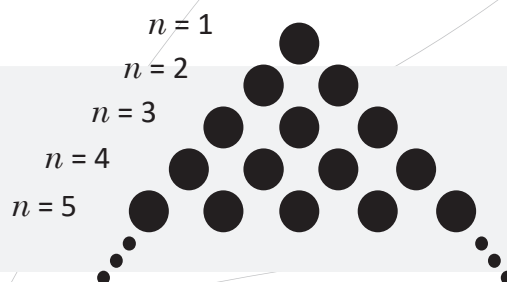
Si un fenómeno ocurre una vez puede ser un accidente, si ocurre dos veces tal vez sea casualidad; pero si ocurre tres o más veces, genera un patrón. La búsqueda de patrones en la naturaleza ha sido una necesidad humana, esto debido a la constante búsqueda por explicar su entorno; por ejemplo, la posibilidad de comprender el cambio de las estaciones, los movimientos de los cuerpos celestes, la trayectoria de un objeto, qué es el fuego o cómo crear luz manipulando electrones. Todo esto hizo comprender que la única magia que permite predecir cualquier fenómeno es la de los modelos matemáticos.



*Objetos que emiten ondas electromagnéticas en la vida cotidiana.*

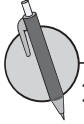
Los modelos matemáticos están relacionados a través de dos procesos: la abstracción y la interpretación, y se utilizan para modelar fenómenos naturales, sociales o características y propiedades de los números y sus operaciones, como por ejemplo, patrones de ocurrencia de terremotos, las ondas electromagnéticas que emiten y reciben los aparatos electrónicos. El modelaje matemático de un fenómeno busca encontrar un patrón básico o reglas para identificar su ordenamiento interno y sus regularidades. Estas reglas son representadas por símbolos y letras que se conocen como expresiones algebraicas.

En esta unidad aprenderás sobre operaciones con expresiones algebraicas y su uso para modelar propiedades con los números y sus operaciones, así como para resolver situaciones cotidianas.



*Patrón geométrico de la suma de Gauss.*

## 1.1 Comunicación con símbolos



1. Identifica los coeficientes y las variables en los siguientes términos:

a)  $4t$

b)  $-8z$

c)  $-10xy$

2. Identifica los términos en las siguientes expresiones algebraicas:

a)  $7b - 8$

b)  $-2x + 7y + 1$

c)  $6xy + 4y - 3$

3. Sustituye el valor numérico indicado en cada expresión algebraica:

a)  $8t + 3$ , si  $t = 3$

b)  $y - 5$ , si  $y = -5$

c)  $3a - 2$ , si  $a = \frac{1}{3}$

d)  $7z - 2$ , si  $z = -\frac{4}{7}$

4. Realiza las siguientes multiplicaciones:

a)  $(2a + 5) \times 4$

b)  $(3n - 1) \times 6$

c)  $-4(2m - 7)$

d)  $-9(t \square 5)$

5. Realiza las siguientes divisiones:

a)  $(15t + 50) \div 5$

b)  $(24y - 36) \div 6$

c)  $(12x + 42) \div (-3)$

d)  $(-32b + 8) \div (-4)$

6. Efectúa las siguientes operaciones y reduce términos semejantes:

a)  $(-7a + 4) \times (-3) + (-a - 7) \times 5$

b)  $(8x + 3) \times (-6) + (6x - 10) \div 2$

## 1.2 Definición de monomio, polinomio y grado



La expresión algebraica formada por una o más variables con exponentes y un número llamado **coeficiente**, y que además solo hay operaciones de multiplicación se conoce como **término**.

$$\begin{array}{c} \text{Coeficiente} \rightarrow 7x^2 \leftarrow \text{Exponente} \\ \text{Variable} \end{array}$$

Por ejemplo:  $5x, y, 2ay, \frac{3}{5}x^2, b^2y, -7$ .

Las expresiones formadas por la suma de dos o más términos se conocen como **polinomios**.

Por ejemplo:  $5a + 5x, 4y - 2, 2x^2 - 3ax + 5$ .

Se define el **monomio** como el polinomio formado por un solo término.

Se define el **grado de un término** como la suma de todos los exponentes de las variables.

Por ejemplo: El grado del término  $-4xy^2$  es 3, porque  $-4 \times \overset{\text{Grado 3}}{x \times x \times y}$ , la suma de los exponentes es 3.

Se define el **grado de un polinomio** como el mayor grado de los términos que conforman dicho polinomio.

Por ejemplo: El grado del polinomio  $6x^3 + 5x^2 - 7x$  es 3, porque  $\overset{\text{Grado 3}}{6x^3} + \overset{\text{Grado 2}}{5x^2} + \overset{\text{Grado 1}}{(-7x)}$  y el mayor grado de todos los términos es 3.



1. Identifica los términos que conforman los siguientes polinomios:

a)  $-4x + 6y$

b)  $-2t - 6z - 1$

c)  $-3a^3 + \frac{3}{5}w + \frac{3}{4}$

d)  $-4ab^2 + ab$

2. Determina el grado de los siguientes monomios:

a)  $7t^4$

b)  $-4ab$

c)  $\frac{5}{6}y^3z^3$

d)  $-\frac{2}{7}s^2tw^3$

3. Determina el grado de los siguientes polinomios:

a)  $x - 5y$

b)  $-6stu$

c)  $3x^2 - 3z$

d)  $5y^3 - 2y^2 - y$

e)  $\frac{1}{6}a^2b^3 + a^3b$

f)  $\frac{3}{4}xy^2 - y^2$

g)  $-t^2u^2 + t^3 - \frac{t^2}{3}$

h)  $\frac{x^4}{3} - xyz^2 + xy^2$

### 1.3 Reducción de términos semejantes en un polinomio



1. Identifica los términos que conforman los siguientes polinomios:

a)  $a - 5x$

b)  $2b - t - 8$

c)  $-3s^3 + \frac{5}{8}s + \frac{2}{3}$

d)  $3x^2y^2 - xy^2$

2. Determina el grado de los siguientes polinomios:

a)  $10s - t$

b)  $5a^2 + a$

c)  $\frac{1}{8}x^2 - ay^2$

d)  $-2t^2 + u^2 - \frac{b^2}{3}$



Para reducir términos semejantes en un polinomio puedes seguir los pasos:

Por ejemplo:  $7c^2 + 2c - 4c^2 + 3c$ .

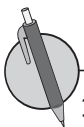
1. Se ordenan los términos semejantes.    1.  $7c^2 + 2c - 4c^2 + 3c = 7c^2 - 4c^2 + 2c + 3c$

2. Se reducen los términos semejantes.    2.  $\phantom{7c^2 + 2c - 4c^2 + 3c} = (7 - 4)c^2 + (2 + 3)c$

$\phantom{7c^2 + 2c - 4c^2 + 3c} = 3c^2 + 5c$

Además considera que si las variables de dos términos están elevadas a potencias diferentes, entonces los términos **NO** son semejantes.

Por ejemplo,  $5x^2$  y  $5x$  **NO** son términos semejantes.



1. Reduce los términos semejantes en los siguientes polinomios:

a)  $2x + 5x$

b)  $6y + 5a - 4y + 4a$

c)  $5t - 6s - 7s + 9t$

d)  $4b^3 + b^2 - 8b^3 + 4b^2$

e)  $4x - 6x^2 - 4x^2 + 2x$

f)  $w^2 + 8 - 3w^2 + 4$

g)  $ab + \frac{5}{6}a - 2a - \frac{2}{5}ab$

h)  $3z^2 - 4z - \frac{1}{2}z - \frac{2}{5}z^2$

2. Explica por qué el siguiente procedimiento para reducir términos semejantes en un polinomio es incorrecto.

$7a - 7a^2 + 4a + 4a^2$  \_\_\_\_\_

$= 4a^2 - 7a^2 + 7a + 4a$  \_\_\_\_\_

$= (4 - 7)a^2 + (7 + 4)a$  \_\_\_\_\_

$= -3a^2 + 11a$  \_\_\_\_\_

$= 8a^2$

## 1.4 Suma y resta de polinomios



1. Determina el grado de los siguientes polinomios:

a)  $3x + 5y$

b)  $-2z^2 - z$

c)  $\frac{2}{3}b^3 - a^2b^2$

d)  $5xy^2 + 2y^2 - \frac{x^3}{2}$

2. Reduce los términos semejantes en los siguientes polinomios:

a)  $3b - 7b$

b)  $6x - 3y - 4y + 8x$

c)  $7t^2 + 5t + t - 2t^2$

d)  $s + \frac{4}{9}st - 2s + \frac{5}{9}st$



Para efectuar sumas y restas de polinomios puedes seguir los pasos:

Por ejemplo:  $(3a + 5b) - (4a - 3b)$ .

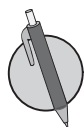
1. Se utiliza la ley de los signos para expresar sin paréntesis.

$$1. (3a + 5b) - (4a - 3b) = 3a + 5b - 4a + 3b$$

2. Se reducen los términos semejantes.

$$2. = 3a - 4a + 5b + 3b$$

$$= -a + 8b$$



Efectúa las siguientes operaciones con polinomios:

a) 
$$\begin{array}{r} 9s + 7t \\ (+) -6s + 2t \\ \hline \end{array}$$

b) 
$$\begin{array}{r} 9x + 5y \\ (-) 2x - 7y \\ \hline \end{array}$$

c)  $(3a + 5b) + (a - 4b)$

d)  $(2y + z) + (-2y + 6z)$

e)  $(5yz + 3y) - (-2yz + 8y)$

f)  $(6st - 2s) - (5st - 7s)$

g)  $(-2m + 7) - (5m - 5)$

h)  $(5x^2 + 6x) - (8x^2 - 3x)$

i)  $(-m + n) - (m + n)$

j)  $(2a - 3b + 6) + (7a - 2b + 9)$  k)  $(7mn - 2n - 11) - (10mn - n + 1)$  l)  $(-6y^2 + y - 4) - (2y^2 - 9y - 7)$

## 1.5 Multiplicación de un polinomio por un número



1. Reduce los términos semejantes en los siguientes polinomios:

a)  $8x - 3x$       b)  $t - 3s + 6s - 2t$       c)  $4t^2 - 2t + 5t - 7t^2$       d)  $a + \frac{3}{4}ab - 2a + \frac{5}{6}ab$

2. Efectúa las siguientes operaciones con polinomios:

a)  $3a + 4b$       b)  $(5x - 2y) + (2x - 5y)$       c)  $(-4st + 9t) - (-st + 6t)$       d)  $(-3a^2 - 2a + 9) - (-7a^2 + 3a - 7)$   
(-)  $a - 7b$



Para realizar la multiplicación de polinomio por un número, se multiplica el número por cada término del polinomio.

Por ejemplo:  $-3(4x - 3y - 2)$ .

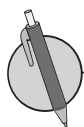
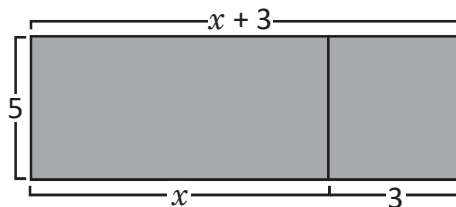
$$\begin{aligned} -3(4x - 3y - 2) &= (-3) \times 4x + (-3) \times (-3y) + (-3) \times (-2) \\ &= -12x + 9y + 6 \end{aligned}$$

Además, utilizando áreas se puede calcular la operación  $5(x + 3)$  de la siguiente manera:

Área 1:  $5 \times x = 5x$

Área 2:  $5 \times 3 = 15$

Entonces, el área total es:  $5(x + 3) = 5x + 15$ .



Realiza las siguientes multiplicaciones de un número por polinomio:

a)  $5(3a + 2b)$       b)  $-4(2s - 5t)$       c)  $2(-x - 7y + 5)$       d)  $-6(-m + 3n + 2)$

e)  $2(3x - 2y) - (5x - 2y)$       f)  $-3(5a^2 - 3a) - 5(4a^2 - 2a)$       g)  $-3\left(\frac{t^2}{12} - \frac{t}{15}\right)$       h)  $(5a - 25b - 45) \times \frac{1}{5}$

## 1.6 División de polinomio por un número



1. Efectúa las siguientes operaciones con polinomios:

a)  $3m + 3n$   
 $(-)\underline{4m - 4n}$

b)  $(7t + 5u) + (3t - 3u)$

c)  $(-4yz + 3z) - (-2yz + 5z)$

2. Realiza las siguientes multiplicaciones de un número por polinomio:

a)  $6(4a - 6b)$

b)  $-4m - 2(3m + 8)$

c)  $3(2t^2 - 3t) - 6(-7t^2 - t)$

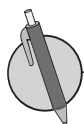
d)  $(12a - 42b - 54) \times \frac{1}{6}$



Para realizar la división de polinomio por un número, se multiplica el recíproco del número por cada término del polinomio.

Por ejemplo:  $(15x - 6y - 9) \div (-3)$ .

$$\begin{aligned} (15x - 6y - 9) \div (-3) &= (15x - 6y - 9) \times \left(-\frac{1}{3}\right) \\ &= 15x \times \left(-\frac{1}{3}\right) - 6y \times \left(-\frac{1}{3}\right) - 9 \times \left(-\frac{1}{3}\right) \\ &= -5x + 2y + 3 \end{aligned}$$



Realiza las siguientes divisiones de polinomio por un número:

a)  $(15b - 9y) \div 3$

b)  $(-15n - 40) \div 5$

c)  $(8st - 30t) \div (-2)$

d)  $(-20a^2 + 12a) \div (-4)$

e)  $(36x^2 - 54x + 12) \div 6$

f)  $(-16m - 36n - 6) \div 2$

g)  $(21m - 49n + 14) \div (-7)$

h)  $(27x - 18y - 42) \div (-3)$

i)  $(-32x - 48y - 24) \div (-4)$

## 1.7 Operaciones combinadas de polinomios con división por un número



1. Realiza las siguientes multiplicaciones de un número por polinomio:

a)  $4(-6x - 2)$

b)  $-6(4a + 3b - 2)$

c)  $4(n^2 - 5n) - 5(4n^2 - 3n)$

d)  $(21a - 27b - 9) \times \frac{1}{3}$

2. Realiza las siguientes divisiones de polinomio por un número:

a)  $(15x - 35z) \div 5$

b)  $(18mn - 30m) \div (-6)$

c)  $(16b^2 + 72b - 32) \div 8$

d)  $(-16m + 8n - 36) \div (-4)$



Para realizar operaciones de polinomios con denominadores diferentes, puedes utilizar cualquiera de las dos formas siguientes:

1. Utilizar el mínimo común denominador y reducir términos semejantes.

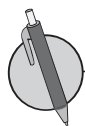
2. Expresar los denominadores como multiplicación por un número y luego reducir términos semejantes.

Por ejemplo  $\frac{5m-3n}{3} - \frac{2m-n}{5}$ :      Forma 1:  $\frac{5m-3n}{3} - \frac{2m-n}{5} = \frac{5(5m-3n)}{15} - \frac{3(2m-n)}{15}$

$$= \frac{5(5m-3n) - 3(2m-n)}{15}$$

$$= \frac{25m - 15n - 6m + 3n}{15}$$

$$= \frac{19m - 12n}{15}$$



1. Efectúa las operaciones y reduce términos semejantes:

a)  $\frac{2a-3b}{10} + \frac{-2a+b}{5}$

b)  $\frac{4s+2t}{5} + \frac{-2s+t}{3}$

c)  $\frac{9m+5n}{3} - \frac{m+3n}{18}$

d)  $\frac{v-5w}{4} - \frac{2v-3w}{3}$

e)  $a-b + \frac{5a+b}{3}$

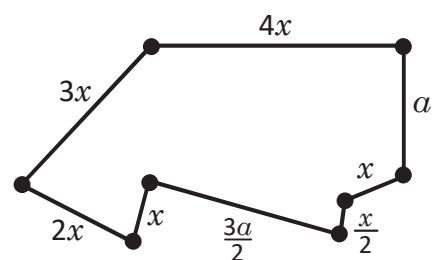
f)  $x-y - \frac{6x-4y}{7}$

2. Para la siguiente figura:

a) Determina el perímetro

b) Reduce términos semejantes

c) Si  $x = 4$  y  $a = 2$ , calcula el valor del perímetro





## 1.8 Autoevaluación de lo aprendido

Resuelve y marca con una "x" la casilla que consideres adecuada de acuerdo a lo que aprendiste. Sé consciente con lo que respondas.

Ítem	Sí	Podría mejorar	No	Comentario
1. Identifico los términos que forman polinomios como $-2t - 6z - 1$ , $-4ab^2 + ab$ .				
2. Determino el grado de monomios como $7t^4$ , $-\frac{2}{7}s^2tw^3$ .				
3. Determino el grado de polinomios como $5y^3 - 2y^2 - y$ , $\frac{x^3}{3} - xyz^2 + xy^2$ .				
4. Reduzco los términos semejantes de polinomios como $6y + 5a - 4y + 4a$ , $ab + \frac{5}{6}a - 2a - \frac{2}{5}ab$				
5. Efectúo sumas y restas de polinomios como $(2y + z) + (-2y + 6z)$ , $(5x^2 + 6x) - (8x^2 - 3x)$ .				
6. Realizo multiplicaciones de un número con un polinomio como $-4(2s - 5t)$ , $-3(5a^2 - 3a)$ , $-5(4a^2 - 2a)$ .				
7. Realizo divisiones de un polinomio con un número como $(15b - 9y) \div 3$ , $(27x - 18y - 42) \div (-3)$ .				
8. Puedo efectuar operaciones combinadas de números con polinomios como $\frac{4s + 2t}{5} + \frac{-2s + t}{2}$ , $x - y - \frac{6x - 4y}{7}$ .				

## 1.9 Multiplicación de un monomio por un monomio



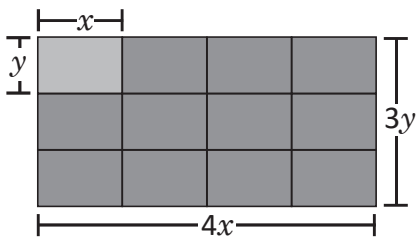
Para multiplicar dos monomios, se multiplican los coeficientes de los monomios y luego se multiplican las variables. Por ejemplo:  $7x \times (-5)y$ .

$$\begin{aligned} 7x \times (-5)y &= 7 \times (-5) \times x \times y \\ &= -35xy \end{aligned}$$

Además utilizando áreas es posible calcular la operación  $4x \times 3y$  de la siguiente manera:

El área del rectángulo será el resultado de la multiplicación  $4x \times 3y$ .

Dividiendo el rectángulo en rectángulos de  $y$  cm de ancho y  $x$  cm de largo.

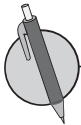


El área de cada rectángulo pequeño es  $x \times y = xy$ . (base  $\times$  altura)

Hay 4 rectángulos de área  $xy$  a lo largo y 3 a lo ancho.

Por lo tanto el área del rectángulo que tiene  $4x$  cm de largo y  $3y$  cm de ancho es la suma del área de los 12 ( $4 \times 3$ ) rectángulos de área  $xy$ , así:

$$A = 4x \times 3y = 4 \times 3 \times x \times y = 12xy$$



1. Realiza las siguientes multiplicaciones de monomios:

a)  $5r \times 7t$

b)  $9x \times (-7y)$

c)  $-5m \times (-8n)$

d)  $10a \times 5a^3$

e)  $-9t^2 \times 3t^2$

f)  $(-4x)^3$

g)  $-6yz \times (-8y^2z^2)$

h)  $-9st \times 5(-s)^3$

2. Explica si el siguiente procedimiento es correcto o incorrecto:

$$-6ab \times (-8a^2b)$$

\_\_\_\_\_

$$= +(6 \times 8 \times ab \times a^2b)$$

\_\_\_\_\_

$$= 48 a^2b$$

\_\_\_\_\_

## 1.10 División de un monomio por un monomio



Realiza las siguientes multiplicaciones de monomios:

a)  $4a \times 9b$

b)  $3t \times (-5s)$

c)  $-7x \times (-8y)$

d)  $4a^2 \times 7a^3$

e)  $-12y \times 2y^2$

f)  $(-3a)^4$

g)  $-9ab \times (-4a^2b)$

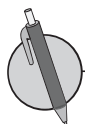
h)  $-7wy \times 4(-y)^5$



Para dividir dos monomios se expresa como división de fracciones, se utiliza la multiplicación por el recíproco y se simplifica a la mínima expresión.

Por ejemplo:

$$\begin{aligned} 20b^3 \div (-5b) &= 20b^3 \times \frac{1}{-5b} \\ &= -\frac{20b^3}{5b} \\ &= -\frac{20 \times \overset{4}{\cancel{b}} \times \overset{1}{\cancel{b}} \times b \times b}{\underset{1}{\cancel{5}} \times \underset{1}{\cancel{b}}} \\ &= -4b^2 \end{aligned}$$



Realiza las siguientes divisiones de monomios:

a)  $32st \div 4t$

b)  $35b^4 \div (-5b)$

c)  $18x^2y \div (-12y)$

d)  $-32y^2z^2 \div 40yz$

e)  $5ab \div \frac{2}{3}b$

f)  $18ab \div \frac{6}{7}ab^2$

g)  $-\frac{5}{7}s^2t^3 \div \frac{5}{14}st$

h)  $-\frac{5}{18}x^4 \div \frac{2}{3}x$

## 1.11 Multiplicación y división combinadas de monomios con monomios



1. Realiza las siguientes multiplicaciones de monomios:

a)  $7x \times 8y$

b)  $-5t \times (-5a)$

c)  $-7y \times 7y$

d)  $(-5z)^3$

e)  $-2ab \times 15(-a)^3$

2. Realiza las siguientes divisiones de monomios:

a)  $42yz \div 14z$

b)  $32ab^3 \div (-24b)$

c)  $36st^2 \div \frac{6}{7}t$

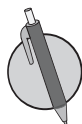
d)  $-\frac{6}{35}t^3 \div \frac{2}{7}t^2$



Para operar multiplicaciones y divisiones combinadas de monomios primero se determina el signo (utilizando la ley de los signos), y luego se expresa como una sola fracción hasta simplificar a la mínima expresión.

Por ejemplo:  $(-2a)^3 \times (-4a^2) \div \left(-\frac{2a}{3}\right)$

$$\begin{aligned}(-2a)^3 \times (-4a^2) \div \left(-\frac{2a}{3}\right) &= -8a^3 \times 4a^2 \times \frac{3}{2a} \\ &= -\frac{4a^2}{8a^3} \times \frac{4a^2 \times 3}{1} \\ &= -\frac{4a^2 \times 4a^2 \times 3}{1} \\ &= -48a^4\end{aligned}$$



Realiza las siguientes operaciones, simplifica el resultado a su mínima expresión.

a)  $4t^3 \times 3t^2 \div 6t^4$

b)  $15ab \div 4b^2 \times (-6b^3)$

c)  $xy^3 \div (-y) \times (-x^2)$

d)  $-m^2n^2 \times (-n^2) \div (-mn^3)$

e)  $(-3z)^2 \div 18x^2z \times 6x^2$

f)  $-bc^2 \div (-4b)^2 \times (-4c)$

g)  $10y^4 \times 4y^2 \div (-2y^2)^2$

h)  $(2a^2b^2)^2 \div ab^3 \times 3a$

i)  $(-2n^2)^3 \times (-2mn) \div (-4n^2)^2$

j)  $\frac{1}{2}xy^2 \times 3y \div \frac{3}{4}y^3$

k)  $\left(-\frac{2}{3}ab\right)^2 \div 4(ab)^2 \times (-3a)^2$

l)  $-\frac{3}{7}t \div (-t)^3 \times \left(-\frac{14}{27}t^4\right)$

## 1.12 Sustitución y valor numérico de polinomios



1. Realiza las siguientes divisiones de monomios:

a)  $32ab \div 16b$

b)  $48y^3z \div (-36y^2)$

c)  $56mn^2 \div (-\frac{14}{3}m)$

d)  $-\frac{4}{15}y^2 \div \frac{2}{9}y$

2. Realiza las siguientes operaciones, simplifica el resultado a su mínima expresión.

a)  $9x^2 \times 5x^3 \div 15x^4$     b)  $-m^2 \times (-n)^2 \div (-mn^2)$     c)  $-4w^2x \div (-2w)^3 \times (-4x)$     d)  $(-\frac{4}{5}xy)^2 \div 2xy \times (-5x)^2$

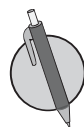


El proceso en el cual se sustituyen las variables de un polinomio por números particulares se llama **sustitución de las variables**, y el resultado de efectuar todas las operaciones en el polinomio con las variables sustituidas se conoce como **valor numérico del polinomio**.

Por ejemplo:  $4x - 5y$ , si  $x = 6$ ,  $y = 4$ .

Sustituyendo el valor de las variables en cada polinomio:

$$\begin{aligned} 4x - 5y &= 4 \times 6 - 5 \times 4 \\ &= 24 - 20 \\ &= 4 \end{aligned}$$



1. Determina el valor numérico de cada polinomio utilizando los valores de las variables indicadas.

a)  $-s + 4t$ , si  $s = 7$ ,  $t = -2$

b)  $a - 2b + 5$ , si  $a = 8$ ,  $b = -4$

c)  $2x^3 + x^2 + 15$ , si  $x = -3$

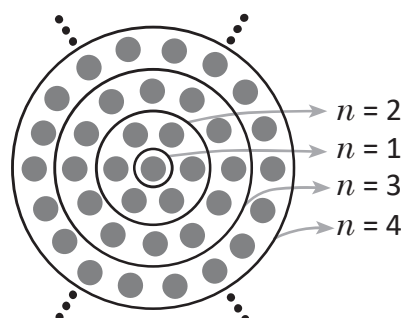
2. Completa la siguiente tabla sustituyendo los valores de las variables indicados en cada caso, (ver columna 1) en cada uno de los polinomios de la primera fila.

	$m^2 - n$	$-mn$	$(-m)^2 + 5$
$m = 2, n = -3$			
$m = 5, n = 6$			

3. Analiza y determina cuál de los siguientes polinomios representa la suma de los puntos dentro de las circunferencias en la siguiente figura,  $n$  representa el número de circunferencias. Auxíliate del gráfico.

a)  $3n - 2$

b)  $3n(n - 1) + 1$



¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

### 1.13 Autoevaluación de lo aprendido

Resuelve y marca con una "x" la casilla que consideres adecuada de acuerdo a lo que aprendiste. Sé consciente con lo que respondas.

Ítem	Sí	Podría mejorar	No	Comentario
1. Identifico los términos que forman polinomios como $2b - t - 8, \frac{5}{8}s - 3s^3 + \frac{2}{3}$ .				
2. Efectúo operaciones con polinomios como $(5yz + 3y) - (8y - 2yz), (-m + n) - (m + n)$ .				
3. Realizo multiplicaciones y divisiones de número con polinomio como $-3(5a^2 - 3a) - 5(4a^2 - 2a), (-15n - 40) \div 5$ .				
4. Efectúo las operaciones y reduzco términos semejantes como $\frac{2a - 3b}{10} + \frac{-2a + b}{5}, x - y - \frac{6x - 4y}{7}$ .				

### 1.14 Autoevaluación de lo aprendido

Resuelve y marca con una "x" la casilla que consideres adecuada de acuerdo a lo que aprendiste. Sé consciente con lo que respondas.

Ítem	Sí	Podría mejorar	No	Comentario
1. Realizo correctamente multiplicaciones de monomios como $9x \times (-7y), -6yz \times (-8y^2z^2)$ .				
2. Realizo correctamente divisiones de monomios como $35b^4 \div (-5b), 18ab \div \frac{6}{7}ab^2$ .				
3. Realizo operaciones combinadas y reduzco hasta la mínima expresión como $4t^3 \times 3t^2 \div 6t^4, -m^2n^2 \times (-n^2) \div (-mn^3)$ .				
4. Sustituyo el valor de las variables y determino el valor numérico de polinomios como $-s + 4t$ , si $s = 7, t = -2$ ; $a - 2b + 5$ , si $a = 8, b = -4$ .				

## 2.1 Suma de números consecutivos



Para resolver el problema de la suma de 5 números consecutivos, fue necesario aplicar suma de monomios, para determinar sumas específicas bastará con sustituir el valor de  $n$  en el polinomio  $5n + 10$ , donde  $n$  es el primer término de la suma. Por ejemplo:

En la suma  $21 + 22 + 23 + 24 + 25$ ,  $n = 21$ , entonces la suma resulta  $5 \times (21) + 10 = 115$ .

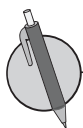
Y para determinar el polinomio  $5n + 10$ , fue necesario hacer el análisis siguiente:

Tomando  $n$  como el primer término de una suma de 5 términos.

$$\begin{array}{ccccccccc}
 & 13, & 14, & 15, & 16, & 17 & & & \\
 & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & & \\
 & 13, & 13 + 1, & 13 + 2, & 13 + 3, & 13 + 4 & & & \\
 & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & & \\
 & n, & n + 1, & n + 2, & n + 3, & n + 4 & & & 
 \end{array}$$

Entonces, la suma de 5 términos consecutivos en general será:

$$n + (n + 1) + (n + 2) + (n + 3) + (n + 4) = 5n + 10 = 5(n + 2).$$



1. Aplica el valor numérico del polinomio  $5n + 10$  para determinar las siguientes sumas:

a)  $5 + 6 + 7 + 8 + 9$     b)  $43 + 44 + 45 + 46 + 47$     c)  $53 + 52 + 51 + 50 + 49$     d)  $28 + 31 + 29 + 32 + 30$

2. ¿Cuál es la diferencia en el polinomio que resulta al sumar 5 números consecutivos si  $n$  representa al número mayor?

3. Determina un procedimiento para sumar 3 números consecutivos, tomando  $n$  como el número del centro.

## 2.2 Suma de un número con su invertido



1. Aplica el valor numérico del polinomio  $5n + 10$  para determinar las siguientes sumas.

a)  $17 + 18 + 19 + 20 + 21$

b)  $56 + 57 + 58 + 59 + 60$

c)  $72 + 71 + 70 + 69 + 68$

d)  $39 + 41 + 37 + 40 + 38$

2. ¿Cuál es la diferencia en el polinomio que resulta al sumar 5 números consecutivos, si  $n$  representa al segundo número, ordenados de menor a mayor?



Para resolver el problema de la suma de un número con su invertido, fue necesario aplicar suma de monomios, y luego se concluyó que el polinomio resultante representa un número múltiplo de 11.

Para comprobar este resultado fue necesario realizar el siguiente análisis:

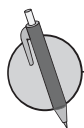
Tomando  $y$  como el dígito de las unidades y  $x$  como el dígito de las decenas.

Utilizando la expresión de los números base 10.

$$\begin{aligned} 63 &= 10 \times 6 + 3 \\ &\quad \downarrow \quad \downarrow \\ &= 10 \times x + y \end{aligned}$$

Entonces, expresando la suma de un número con su invertido utilizando las variables  $x, y$ :

$$\begin{aligned} 10x + y + 10y + x &= 11x + 11y \\ &= 11(x + y) \end{aligned}$$



1. Utiliza el polinomio  $11(x + y)$  para determinar las siguientes sumas:

a)  $45 + 54$

b)  $32 + 23$

c)  $71 + 17$

d)  $2 + 20$

2. ¿Consideras posible que la suma de un número de 3 cifras con su invertido sea siempre múltiplo de 11? Explica por qué.

3. ¿Qué condición darías al número de cifras de un número para que sumado con su invertido sea siempre múltiplo de 11?



## 2.3 Sumas de días del calendario

**R** 1. Determina el polinomio que resulta al sumar 5 números consecutivos, si  $n$  representa al penúltimo número ordenado de menor a mayor.

2. Demuestra que la suma de un número de 6 cifras con su invertido es múltiplo de 11.

**C** Para resolver el problema de la suma de los días del calendario, fue necesario aplicar suma de polinomios, y luego se concluyó que esta suma es 5 veces el número que queda al centro.

Para comprobar este resultado fue necesario realizar el siguiente análisis:

Tomando  $n$  como el término del centro de la parte sombreada.

Entonces un día después será denotado por  $n + 1$  y un día antes por  $n - 1$ .

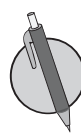
Además, para denotar el mismo día pero la semana anterior será  $n - 7$  y el mismo día la semana siguiente será  $n + 7$ .

La suma de los 5 días sombreados estará dado por

$$\begin{array}{ccccccccc}
 21 & + & 20 & + & 22 & + & 14 & + & 28 \\
 \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\
 21 & + & 21 - 1 & + & 21 + 1 & + & 21 - 7 & + & 21 + 7 \\
 \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\
 n & + & n - 1 & + & n + 1 & + & n - 7 & + & n + 7 = 5n
 \end{array}$$

Por lo tanto, la suma de los días sombreados en esta forma en el calendario es 5 veces el número que queda al centro.

Febrero 2017						
L	M	M	J	V	S	D
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28					

 Utiliza polinomios para determinar la suma de los días sombreados en los siguientes calendarios, sigue las indicaciones de cada literal.

1.

Febrero 2017						
L	M	M	J	V	S	D
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28					

- a)  $n$  el número mayor
- b)  $n$  el número menor

2.

Febrero 2017						
L	M	M	J	V	S	D
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28					

- a)  $n$  el número del centro
- b)  $n$  el número mayor

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

## 2.4 Resolución de problemas utilizando polinomios



1. Demuestra que la suma de un número de 2 cifras con su invertido es múltiplo de 11.

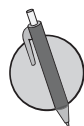
2. Utiliza polinomios para determinar la suma de los días sombreados en el siguiente calendario, tomando como referencia el número del centro.

Febrero 2017						
L	M	M	J	V	S	D
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28					



Para resolver problemas utilizando polinomios se pueden seguir los pasos:

1. Se identifican las variables del problema.
2. Se plantea una ecuación con las variables identificadas en el paso anterior.
3. Se despeja la variable que soluciona el problema planteado.
4. Se sustituye el valor numérico de una variable en el polinomio que resulta después de despejar.



1. Despeja la variable indicada y sustituye el valor numérico que se indica entre corchetes [ ].

a)  $2a - 8b = 12$  [ $a, b = 5$ ]

b)  $1.2y + x = 7$  [ $x, y = 5$ ]

c)  $\frac{2}{3}tr = 14$  [ $t, r = 3$ ]

2. Una moto se conduce por una calle recta a 80 km/h, y un automóvil la alcanza después que la moto ha conducido 2 horas. Tomando  $x$  como la distancia que recorre la moto, y  $y$  la distancia que recorre el automóvil, establece el polinomio que representa la situación. Luego responde, ¿cuánto tiempo se condujo el automóvil a 100 km/h para alcanzar la moto?

3. La cantidad de viajeros que consideran al Hotel San Carlos como primera opción, puede modelarse mediante la expresión  $M(t) = t^2 - 5t + 35$ , donde  $t$  es el número de años transcurridos a partir del año 2000.

a) Por medio de la función, determina el número de viajeros que consideraron San Carlos como primera opción para el año 2018.

b) Si la tendencia continúa, estima el porcentaje de viajeros que considerarán como primera opción el hotel San Carlos en 2020.

## 2.5 Autoevaluación de lo aprendido

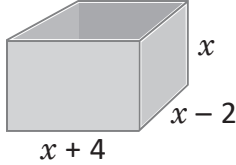
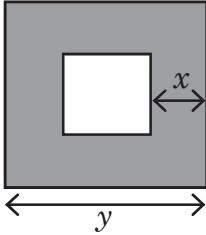
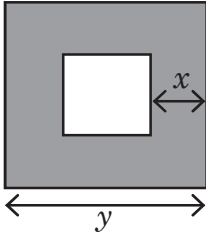
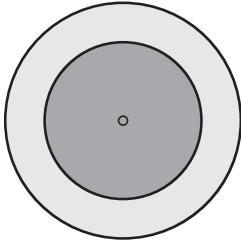
Resuelve en el espacio en blanco y marca con una "x" la casilla que consideres adecuada de acuerdo a lo que aprendiste. Sé consciente con lo que respondas.

Ítem	Sí	Podría mejorar	No	Comentario
1. Determino y utilizo polinomios para sumar 3, 5 o 7 números consecutivos.				
2. Utilizo polinomios para demostrar que la suma de un número de 2 o 4 cifras con su invertido es múltiplo de 11.				
3. Utilizo polinomios para encontrar sumas de números que cumplan patrones sombreados en un calendario, tomando un número de ellos como referencia.				
4. Utilizo polinomios para resolver problemas de la vida cotidiana, planteando el polinomio y sustituyendo por un valor numérico adecuado.				

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

## 2.6 Autoevaluación de lo aprendido

Resuelve en el espacio en blanco y marca con una "x" la casilla que consideres adecuada de acuerdo a lo que aprendiste. Sé consciente con lo que respondas.

Ítem	Sí	Podría mejorar	No	Comentario
<p>1. Expreso el volumen de la pila mediante un polinomio. Luego calculo el volumen, cuando <math>x = 6</math>.</p> 				
<p>2. Expreso el área del cuadrado interno con un polinomio, luego calculo el área para <math>x = 4</math> y <math>y = 10</math>.</p> 				
<p>3. Determino el área sombreada de la figura, considerando que la figura externa e interna es un cuadrado.</p> 				
<p>4. Utilizo polinomios para determinar el área punteada de la figura, considerando que el radio mayor es de <math>x</math> cm y el menor de 4 cm.</p> 				

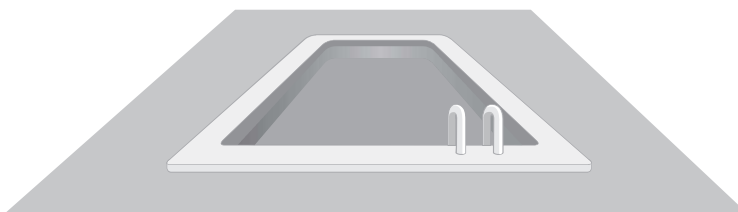
## Problemas de aplicación

Los polinomios se aplican a los problemas de la construcción o la planificación de materiales. Una ecuación polinómica se puede utilizar en cualquier situación de la construcción 2-D para planificar la cantidad de materiales necesarios. Por ejemplo, los polinomios pueden ser usados para determinar la cantidad de área de superficie de un jardín que puede ser cubierto con una cierta cantidad de suelo. El mismo método se aplica a muchos proyectos de la superficie plana, incluyendo calzada, acera y la construcción del patio.

### Construcción de una piscina

Se construirá una piscina rectangular rodeada por un pasillo enlosado de 1.5 m de ancho. Si la piscina debe ser 5 m más larga que ancha, determina:

- La expresión que representa el área de la piscina.
- La expresión que representa el área del pasillo enlosado.
- Considerando que los azulejos tienen un costo \$12.00 por metro cuadrado y \$7.00 de mano de obra, determina el costo total del pasillo enlosado.



Los polinomios son útiles cuando se trata de presupuestos o la planificación de gastos. Cuando necesitas obtener una determinada cantidad de dinero dentro de un cierto período de tiempo, los polinomios pueden ayudarte a determinar la cantidad exacta de tiempo que necesitas para ganar esa cantidad. Al predecir tus gastos y saber tu tasa de ingreso, puedes fácilmente determinar la cantidad de tiempo que necesitas trabajar.

### Presupuesto de gastos

Antonio necesita ahorrar \$6,000 para comprarse un carro. Él tiene un ingreso semanal de \$275.00 y un gasto promedio de \$200.00.

- ¿Cuánto puede ahorrar Antonio por semana?
- Escribe una expresión que permita determinar el número de semanas que deben transcurrir para que Antonio ahorre el total que necesita para comprar el carro.

